

# Entwurf eines robusten, filterintegrierten Aktuatorreglers zur Erhöhung der Stabilitätsreserve bei der Dämpfung von Strukturschwingungen

Dem Fachbereich Maschinenbau  
an der Technischen Universität Darmstadt

zur

Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte

D I S S E R T A T I O N

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Bettina Sattler

aus Borken/Hessen

Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. W. Kubbat
Mitberichterstatter:	Prof. Dr.-Ing R. Nordmann
Tag der Einreichung:	12.04.2001
Tag der mündlichen Prüfung:	27.06.2001



# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Fachgebiet Flugmechanik und Regelungstechnik der Technischen Universität Darmstadt.

Mein Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. W. Kubbat, dem Leiter des Fachgebiets, für die Anregung und die Unterstützung dieser Arbeit.

Für die Übernahme des Koreferates und das Interesse an der Thematik der Arbeit danke ich besonders Herrn Prof. Dr.-Ing. R. Nordmann.

Ich danke weiterhin allen Kollegen am Fachgebiet, insbesondere meinen Kollegen in der Arbeitsgruppe Aktuatorik, für die Anregungen und fruchtbaren Diskussionen.

Darüber hinaus gilt mein Dank Herrn Dipl.-Ing. Ulrich Schönhoff vom Fachgebiet Mechatronik und Maschinenakustik für die anregenden Diskussionen über die robuste Regelung und die Finite Elemente Methode.

Desweiteren möchte ich den Herren W. Luber, M. Hafner und Dr. J. Becker von EADS für die Unterstützung beim Finite Elemente Modell des Seitenleitwerks und die fruchtbaren Diskussionen über die Notch-Filterung danken.

Besonderer Dank gilt meinen Eltern, die mir das Studium ermöglicht haben, meiner Schwester und nicht zuletzt Pierre-Yves für die Aufmunterungen und die große Geduld insbesondere in der Endphase.

Ich versichere an Eides statt, daß ich diese Arbeit mit Ausnahme der ausdrücklich erwähnten Hilfen selbstständig durchgeführt habe.

Darmstadt, im April 2001



*Die Kunst des Lebens ist die Kunst des richtigen Weglassens*

Coco Chanel

# Inhaltsverzeichnis

<b>Nomenklatur</b>	<b>iii</b>
<b>1 Einführung</b>	<b>1</b>
1.1 Problematik der aeroelastischen Schwingungen . . . . .	2
1.2 Applikation . . . . .	5
1.3 Aufbau der Arbeit . . . . .	7
<b>2 Konventionelles Konzept</b>	<b>8</b>
2.1 Die Notch-Filterung . . . . .	8
2.2 Aktuatorregelung . . . . .	11
<b>3 Robuste Regelung</b>	<b>14</b>
3.1 Grundidee . . . . .	14
3.2 Grundbegriffe . . . . .	15
3.3 Modellstruktur . . . . .	17
3.3.1 Parametrische Unsicherheiten . . . . .	19
3.3.2 Dynamische Unsicherheiten . . . . .	20
3.3.3 Verallgemeinerter Modellfehler . . . . .	22
3.4 Performanceanforderungen . . . . .	22
3.4.1 Filterfunktion als Performanceanforderung . . . . .	24
3.5 Robustheitsanalyse . . . . .	25
3.5.1 Robuste Stabilität bei unstrukturierter Unsicherheit . . . . .	26
3.5.2 Robuste Stabilität bei strukturierter Unsicherheit . . . . .	26
3.5.3 Robuste Performance . . . . .	27
3.6 Reglersynthese . . . . .	29
3.6.1 Entwurfsverfahren . . . . .	29
3.6.2 Ordnungsreduktion . . . . .	30
3.6.3 Regler fixer Ordnung . . . . .	33

<b>4</b>	<b>Modellbildung</b>	<b>38</b>
4.1	Der Aktuator . . . . .	38
4.1.1	Der Linearmotor . . . . .	40
4.1.2	Dynamik des Steuerventils . . . . .	43
4.1.3	Dynamik des Druckaufbaus . . . . .	45
4.1.4	Bewegungsgleichung des Tandem-Zylinders . . . . .	47
4.1.5	Sensorik und Signalverarbeitung . . . . .	47
4.2	Das Seitenleitwerk . . . . .	49
4.3	Äußere Einflüsse durch Turbulenz . . . . .	53
<b>5</b>	<b>Entwurf eines filterintegrierten Reglers</b>	<b>57</b>
5.1	Nominales Modell . . . . .	57
5.1.1	Nominales DDV-Modell . . . . .	58
5.1.2	Nominales Zylindermodell . . . . .	59
5.1.3	Modellerweiterungen . . . . .	60
5.2	Unsicherheitsbeschreibung . . . . .	62
5.2.1	Unsicherheitsmodell des DDVs . . . . .	62
5.2.2	Unsicherheitsmodell des Zylinders . . . . .	67
5.3	Performanceanforderungen . . . . .	70
5.4	Reglersynthese . . . . .	78
5.4.1	Reglerentwurf . . . . .	78
5.4.2	Regleranalyse im geschlossenen Regelkreis . . . . .	80
5.4.3	Ordnungsreduktion . . . . .	86
5.5	Untersuchungen in der nichtlinearen Simulation . . . . .	95
5.6	Ergebnis der Untersuchungen . . . . .	99
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>101</b>
	<b>Anhang</b>	<b>104</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>109</b>

# Nomenklatur

## Physikalische Größen

A	[m <sup>2</sup> ]	Fläche
c	[N/m]	Federsteifigkeit
d	[Ns/m]	Dämpfungsbeiwert
E	[N/m <sup>2</sup> ]	Elastizitätsmodul
F, <b>F</b>	[N]	Kraft, Kräfte­matrix
f	[Hz]	Frequenz
I, <b>I</b>	[A]	Strom, Strom­matrix
<b>K</b>	[N/m]	Steifigkeits­matrix
K <sub>D</sub>	[m <sup>3</sup> √ $\frac{\text{m}}{\text{kg}}$ ]	Durchflußbeiwert
k <sub>ind</sub> , <b>K</b> <sub>ind</sub>	[Vs/m]	Induktions­konstante, Induktions­matrix
k <sub>mag</sub> , <b>K</b> <sub>mag</sub>	[N/Vs]	magnetische Konstante, Matrix
k <sub>R</sub>	[N]	Coulombsche Reibung
<b>K</b> <sub>κ</sub>	[-]	Koppel­matrix
L, <b>L</b>	[H]	Induktivität, Induktivitäts­matrix
L	[m]	charakteristische Wellenlänge
l	[m]	Länge
m, <b>M</b>	[kg]	Masse, Massen­matrix
Q	[m <sup>3</sup> /s]	Volumenstrom
r	[rad/s]	Gierrate
R, <b>R</b>	[Ω]	ohmscher Widerstand, Widerstands­matrix
p	[Pa]	Druck
p	[rad/s]	Rollrate
T	[°C]	Temperatur
T	[s]	Zeitkonstante
t	[s]	Zeit
u	[m]	Überdeckung
u <sub>w</sub>	[m/s]	Windgeschwindigkeit in Flugzeu­glängsachse
v <sub>w</sub>	[m/s]	Windgeschwindigkeit in Flugzeu­gquerachse
ḃ	[m/s <sup>2</sup> ]	seitliche Beschleunigung des Flugzeugs
w <sub>w</sub>	[m/s]	Windgeschwindigkeit in Flugzeu­ghochachse
U, <b>U</b>	[V]	Spannung, Spannungs­matrix
V	[m <sup>3</sup> ]	Volumen
v	[m/s]	Geschwindigkeit
x	[m]	Weg



$\alpha_D$	[-]	Durchflußkoeffizient
$\beta$	[-]	Strahlablenkwinkel; Schiebewinkel
$\Psi, \Psi$	[Vs]	magnetischer Verkettungsfluß
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	Dichte
$\omega$	[rad/s]	Kreisfrequenz

## Regelungstechnische und mathematische Größen

<b>A</b>	Systemmatrix
<b>B</b>	Eingangsmatrix
<b>C</b>	Ausgangsmatrix
<b>C</b>	Menge der komplexen Zahlen
<b>D</b>	modale Dämpfung
<b>D</b>	Durchgangsmatrix; Skalierungsmatrix
<b><u>D</u></b>	Menge der Skalierungsmatrizen
<b>e, e</b>	Performanceausgangsvektor
<b>F</b>	Übertragungsfunktion
<b><math>\mathcal{F}</math></b>	linear fractional transformation (LFT)
<b>G</b>	Übertragungsfunktion
<b>G</b>	Skalierungsmatrix; Regler fester Ordnung
<b><u>G</u></b>	Menge der Skalierungsmatrizen
<b>H</b>	homotopische Funktion
<b>H</b>	Untermatrix Regler fester Ordnung
<b><math>\mathcal{H}_2</math></b>	Norm
<b><math>\mathcal{H}_\infty</math></b>	Norm
<b>i</b>	Meßgröße Strom
<b>i</b>	Laufindex
<b>I</b>	Einheitsmatrix
<b>j</b>	Laufindex; imaginäre Zahl
<b>J</b>	Gütefunktion
<b>k</b>	Laufindex
<b>K</b>	Verstärkungsfaktor
<b>K</b>	Reglermatrix
<b>L</b>	Lagrangesche Multiplikatoren
<b><math>\mathcal{L}</math></b>	Lagrangesche Funktion
<b>m</b>	Matrixdimension; Laufindex
<b>M</b>	erweiterter geschlossener Regelkreis
<b>n</b>	Matrixdimension; Laufindex
<b><math>\mathbf{N}^0</math></b>	(0,1)-Matrix

$p$	Parameter
$\mathbf{P}$	Untermatrix Regler; Gramsche Matrix; erweiterte Regelstrecke
$\mathbf{P}^0$	(0,1)-Matrix
$\mathbf{q}$	Freiheitsgrade
$\mathbf{Q}$	Matrix allgemein
$r$	Rauschsignal
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$s$	Laplace-Operator
$\mathbf{S}$	Sensitivitätsmatrix
$\mathbf{T}$	Führungsübertragungsmatrix; Transformationsmatrix
$u, \mathbf{u}$	Stellgröße, Stellgrößenvektor
$\mathbf{U}$	Skalierungsmatrix; Vektorraum
$\underline{\mathbf{U}}$	Menge der Skalierungsmatrizen
$v, \mathbf{v}$	Eingangssignal, -vektor eines Unsicherheitsmodells
$w, \mathbf{w}$	Sollwert, Sollwertmatrix
$W, \mathbf{W}$	Gewichtungsfunktion, Gewichtungsmatrix
$x_d$	Regelabweichung
$\mathbf{x}$	Zustandsvektor
$y, \mathbf{y}$	Meßgröße, Meß- bzw. Ausgangsvektor
$\mathbf{Y}$	Vektorraum
$z, \mathbf{z}$	Ausgangssignal, -vektor eines Unsicherheitsmodells
$\alpha$	Schrittweite des homotopischen Algorithmus
$\beta$	Skalierungsfaktor
$\gamma$	Grenze des $\mathcal{H}_\infty$ -Entwurfs
$\delta$	Unsicherheitsoperator
$\Delta$	Differenz
$\mathbf{\Delta}$	Unsicherheitsmatrix
$\underline{\mathbf{\Delta}}$	Menge der Unsicherheiten gleicher Struktur
$\eta$	weißes Rauschen
$\theta$	Reglerparameter des Reglers fester Ordnung
$\kappa$	Konditionszahl
$\lambda$	Eigenwert einer Matrix
$\mu$	strukturiertes Singulärwert
$\rho$	Spektralradius
$\sigma$	Singulärwert einer Matrix
$\sigma^2$	Varianz
$\Phi$	Autoleistungsdichtespektrum
$\mathbf{\Phi}$	Eigenvektor

## Indizes

a	additiv
A	Zylinderkammer A; Abtastung
Ae	aerodynamisch
app	approximativ
B	Zylinderkammer B
c	control
d	dynamisch
dA	aerodynamische Störung
D	Durchfluß; Verzögerung
DDV	Direct Drive Ventil
DPD <sup>-1</sup>	skaliertes erweitertes Prozeßmodell
emag	elektromagnetisch
f	flexibel
Fe	Eisen
ges	gesamt
G	Zylindergehäuse
h	Haupt; halten
hyd	hydraulisch
ind	induziert
I	Strom
k	Kolben
<b>K</b>	Regler
kon	konditioniert
l	löschen
L	Last; lower
Li	innerer Leckstrom
La	äußerer Leckstrom
m	multiplikativ
mag	magnetisch
max	maximal
min	minimal
nom	nominell
o	observer (Beobachter)
Öl	Hydrauliköl
p	parametrisch
pmag	permanentmagnetisch
P	Performance
Q	Durchfluß

r	rigid (starr)
R	Rücklauf; Reibung
s	Schieber
sp	Spule
S	System; Stabilität
Str	Strömung
TAS	true airspeed
u	Stellgröße; Geschwindigkeit in Flugzeuglängsachse
U	upper
v	Verstärker; Geschwindigkeit allg.; Geschwindigkeit in Flugzeugquerachse
w	Wind; Geschwindigkeit in Flugzeughochachse
wx	Wunschvorgabe
xd	Regelabweichung
y	Meßgröße
$\Delta$	Unsicherheit
$\theta$	Reglerparameter
$\sigma$	Streuung
$\psi$	magnetischer Kreis
0	Eigenmode
$\infty$	$\mathcal{H}_\infty$ -Norm

## Symbole

$T$	Transponierte eines Vektors oder Matrix
*	konjugiert komplexe Transponierte einer Matrix
$\sim$	modifiziert
$\hat{\cdot}$	punktweise definierte Pseudofunktion
$\cdot$	Variablenplatzhalter
$\ \cdot\ $	Norm eines Vektors oder einer Matrix
$\bar{\cdot}$	Maximum einer Variablen
$\underline{\cdot}$	Minimum einer Variablen
$\forall$	„für alle“

## Abkürzungen

ACU	Actuator Control Unit
AKF	Autokorrelationsfunktion
CFK	Carbonfaserverstärkter Kunststoff
DDV	Direct Drive Valve (direkt angetriebenes Ventil)
EMV	elektromagnetische Verträglichkeit
FBW	Fly-By-Wire
FCC	Flight Control Computer (Flugregelungsrechner)
FCL	Flight Control Law (Flugregelgesetz)
FCS	Flight Control System (Flugregelungssystem)
FEM	Finite Elemente Methode
$H_0$	Halteglied 0. Ordnung
IMU	Inertial Measurement Unit (inertiale Meßeinheit)
LFT	Linear Fractional Transformation
LQG	Linear Quadratic Gain
LMI	Linear Matrix Inequality (lineare Matrix-Ungleichungen)
LVDT	Linear Variable Differential Transformer (induktiver Wegaufnehmer)
RNF	Regelungsnormalform
SVD	Singular Value Decomposition
TAS	true airspeed (effektive Fluggeschwindigkeit)

# 1 Einführung

Sicherheit und Zuverlässigkeit stellen die Hauptaspekte beim Betrieb eines sicherheitskritischen Systems dar. Besonders im flugtechnischen Sektor beim Betrachten des Flugregelungssystems, das unter die sicherheitskritischen Systeme fällt, kann eine Beeinträchtigung der Sicherheit katastrophale Folgen haben.

Der Begriff *Technische Sicherheit* steht im Flugzeug oft eng mit dem Begriff Stabilität in Verbindung. Maßnahmen zur Erhöhung der Sicherheit können zum einen durch die Erhöhung der Stabilität in Form von größeren Stabilitätsreserven getroffen werden. Zum anderen wird durch Redundanzmanagement die Funktionsfähigkeit des Systems bei Ausfall von Teilsystemen erhalten und somit die Sicherheit gewährleistet. In dieser Hinsicht kann aber eine Verbesserung der Sicherheit zu einer Verschlechterung der Zuverlässigkeit führen, da sich die Anzahl der Komponenten des Systems und somit die Ausfallwahrscheinlichkeit des Gesamtsystems erhöht [Ise94].

Die Betrachtung der Stabilitätsreserve erfolgt im Regelkreis des Flugzeuges bestehend aus dem zu regelnden Flugzeug, dem Flugregelgesetz, den Aktuatoren zum Anstellen der Steuerflächen und der Signalverarbeitung. Hierbei sind zunächst zwei Arten von Stabilitätsreserven zu unterscheiden: konstruktive und regelungstechnische. Die konstruktive Stabilitätsreserve bezieht sich auf das Flugzeug selbst. Diese hängt für die Längsstabilität hauptsächlich von der Lage des Schwerpunktes zum Neutralpunkt und für die Seitenstabilität von der Größe des Seitenleitwerks ab. Die Problematik besteht darin, daß zur Erhöhung der Flugleistung die konstruktive Auslegung des Flugzeuges am Rand zur Instabilität oder aber auch im Instabilen bei Militärflugzeugen erfolgt. Im zweiten Fall muß das instabile Flugzeug durch eine zuverlässige Regelung mit hohen Verstärkungsfaktoren künstlich stabilisiert werden [XH92]. Für jedes Flugzeug wird letztendlich ein Optimum als Kompromiß zwischen Stabilitätsreserve und Wirtschaftlichkeit getroffen.

Für die regelungstechnische Betrachtung wird das Flugzeug im Regelkreis herangezogen. Stabilitätsreserve bedeutet in diesem Zusammenhang im Sinne des Nyquist-Kriteriums [Unb00a] Amplituden- und Phasenreserve. Unter Spezifikationsgesichtspunkten kann eine Optimierung der Stabilitätsreserven über die Freiheitsgrade Flugregler, Aktuatorregler und die Notch-<sup>1</sup> und Tiefpaßfilter der Signalverarbeitung vorgenommen werden. Größtes Problem hierbei stellen die Phasenverluste der Filter dar, die sowohl aus den dem Flugregelgesetz zugeführten Sensorsignalen als auch aus den Aktuatorollwerten die aeroelastischen Eigenfrequenzen der Struktur filtern. Hier bietet sich ein Ansatz für eine Reduktion der Phasenverluste, jedoch sind die Filter in Betracht der gestellten Anforderungen derzeit schon optimiert. Ein weiteres Problem leitet sich aus der Anpassung der Filter an Flugregelgesetz

---

<sup>1</sup>Bandsperre

und Aktuatorregler ab, wobei bei der Gesamtbetrachtung des Flugregelsystems die Entwurfsfreiheitsgrade der Einzelkomponenten sinken. Zur gleichzeitigen Reduktion sowohl der Phasenverluste als auch der Anpassungsprobleme sind zwei Möglichkeiten denkbar:

- Optimierung durch einen einzigen, das Gesamtsystem integrierenden Entwurf
- eine gemeinsame Auslegung von Teilsystemen

Ersteres würde auf eine Modellierung des gesamten Flugzeuges, welches aus den flugmechanischen, elastischen und aerodynamischen Teilmodellen inklusive der Aktuatoren besteht, hinauslaufen. Diese Komplexität ist jedoch nicht handhabbar, auch wenn ein alles integrierender Entwurf ein Optimum hinsichtlich der Phasenverluste und der Adaptionsprobleme liefern würde. Das zweite Konzept einer Teilintegration stellt die Lösung zwischen Realisierbarkeit und Phasengewinn und somit erhöhten Stabilitätsreserven dar. Die Teilkomponenten, die mit geringem Aufwand und somit geringer Modifikation vereint entworfen werden können, sind eine Aktuatorregelung und das entsprechende vorgeschaltete Notch-Filter des Aktuatorsollwertes. Durch diesen neuartigen Schritt erhöhen sich neben den Stabilitätsreserven zum einen die Entwurfsfreiheitsgrade und zum anderen verringert sich der Aufwand für die Adaption aller Komponenten des Flugregelsystems im Sinne der Spezifikation. Dieses Konzept stellt einen weiteren Schritt in Richtung eines intelligenten Stellantriebes (*smart actuator*)<sup>2</sup> dar.

## 1.1 Problematik der aeroelastischen Schwingungen

Die Notwendigkeit einer Filterung erwächst aus der aeroelastischen Struktur des Flugzeugs. Schon seit Beginn des Flugzeugbaus mußte man sich mit aeroelastischen Problemen, d.h. dem Einfluß der Luftströmung auf das elastische Flugzeug, auseinandersetzen. Aus Gründen der Leistungsfähigkeit und Wirtschaftlichkeit wurden neue Rumpf-, Flügel- und Leitwerkskonstruktionen entwickelt, deren bedeutenstes aerodynamisches Problem das Flattern<sup>3</sup> war und heute noch ist (Bild 1.1). Auch heute noch birgt die Flatterunterdrückung ein großes Forschungspotential [zB94], [JMD81], [PFP97].

---

<sup>2</sup>Beim *smart actuator*-Konzept können neben der Regel- und Überwachungseinheit (Actuator Control Unit, ACU) auch Fehlererkennungs- und Diagnosealgorithmen direkt am Aktuator integriert werden durch Auslagerung der Aktuatorelektronik aus dem Flugregelungsrechner (FCC) [CK83]

<sup>3</sup>Flattern ist eine bei Erreichen der kritischen Flattergeschwindigkeit eintretende selbsterregte Schwingung, die bis zum Bruch von Flügel oder Leitwerk führen kann

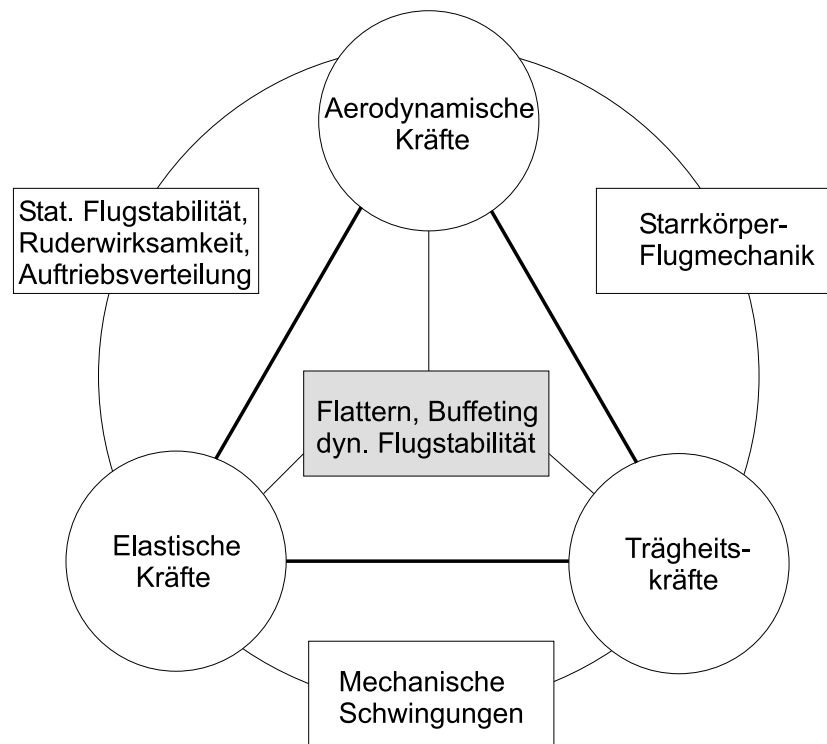


Abbildung 1.1: Aeroelastisches Krätedreieck [För74]

Das Flattern sowie die in dieser Arbeit betrachtete dynamische Flugstabilität werden unter dem Begriff der dynamischen Aeroelastikprobleme zusammengefaßt. Hierbei wirken, wie in Bild 1.1 dargestellt, die drei am Flugzeug auftretenden Arten von Kräften zusammen. Große Bedeutung kommt der dynamischen Flugstabilität zu, da durch den Aeroelastikeinfluß direkt die Stabilität des Flugzeuges beeinflußt werden kann. Der Grund dafür liegt darin, daß dynamische Flugstabilitätsprobleme dann auftreten, wenn die Eigenfrequenzen der elastischen Struktur in der Größenordnung der flugmechanischen Eigenmoden liegen. Aufgrund der Vielzahl elastischer Schwingungsmoden unterschiedlicher Frequenz und Ausprägung, die durch unterschiedliche Beladung/Betankung und Flugzustand variieren können, befinden sich auch einige dieser Moden in der Bandbreite des Flugregelsystems (FCS). Werden die Steuerflächen durch die Aktuatoren und/oder aerodynamische Lasten, wie Böen, angeregt (Bild 1.2), so wirken sich die Schwingungen auf die gesamte Flugzeugzelle aus. Diese Strukturschwingungen können Störpegel in der Größenordnung der Starrkörperbeschleunigungen verursachen [WN84]. Die Verformungen bzw. Schwingungen der umströmten elastischen Struktur ziehen zumeist instationäre aerodynamische Reaktionen nach sich, die sich sowohl auf das statische als auch das dynamische Gesamtverhalten des Flugzeuges auswirken. Das Starrkörperverhalten überlagert mit den Schwingungen der elastischen Struktur werden von den Drehraten- und Beschleunigungssensoren des inertialen Meßsystems



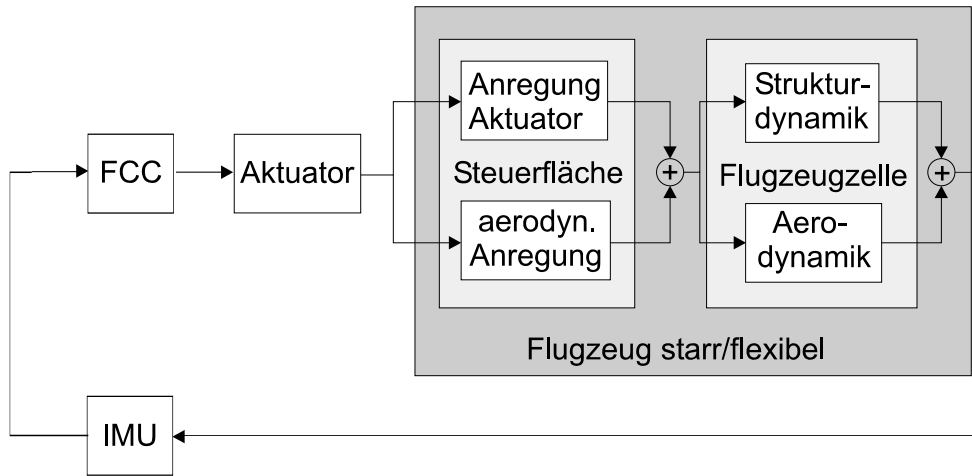


Abbildung 1.2: Flugregelsystem mit Strukturkopplung

(IMU<sup>4</sup>) aufgenommen und gelangen in den Flugregelungsrechner (FCC). Die Folge ist, daß die vom Flugregelgesetz kommandierten Ruderausschläge die elastischen Eigenschwingungen weiterhin anregen. Dieses Phänomen wird als *structural feedback* bezeichnet [GBN97]. Wie aus Bild 1.3 zu entnehmen, ist das beschriebene Phänomen ein Zusammenspiel von Aeroelastik und Servoelastik.

Um zu gewährleisten, daß möglichst keine Schwingungen erfaßt werden, werden die Beschleunigungsmeßgeber auf der Flugzeugstruktur derart platziert, daß sie sich in den Schwingungsknoten einer kritischen Strukturschwingung befinden [Pra00].

Aus den vorangegangenen Darstellungen über die Ursachen der Anregung von aeroelastischen Schwingungen und deren Einfluß auf das Starrkörperverhalten zeigt sich die Notwendigkeit einer Filterung der Sensorsignale, um zu vermeiden, daß die Frequenzen der Strukturschwingungen in den FCC gelangen. Desweiteren ist eine Filterung des vom Flugregelgesetz kommandierten Aktuator-sollwertes unerlässlich, um eine ausreichende Dämpfung der kritischen Frequenzen sicherzustellen, so daß der jeweilige Aktuator nicht die entsprechende Steuerfläche anregen kann. Der Entwurf dieser Notch-Filter erfolgt anhand von Zulassungsanforderungen bzw. Spezifikationen des Betreibers für das Gesamtverhalten des Flugzeugs. Die Filterung bringt aber wiederum Phasenverluste mit sich, die sich auch aufgrund ihrer Frequenzlage auf die flugmechanischen Eigenfrequenzen auswirken können. Zur Kompensation dieses Effekts werden phasenhebende Filter (*lead-Filter*) eingesetzt.

Zur Minimierung der Phasenverluste der Filterung wird in dieser Arbeit dem Konzept nachgegangen, einen Aktuatorregler zu entwerfen, der die Filterung des Aktuator-Sollwertes in den Aktuatorregler integriert. Diese Teilintegration innerhalb des Gesamtflugregelsystems stellt zur Reduktion der Phasenverluste ein Optimum hinsichtlich Realisierbarkeit dar.

<sup>4</sup>IMU: *inertial measurement unit*

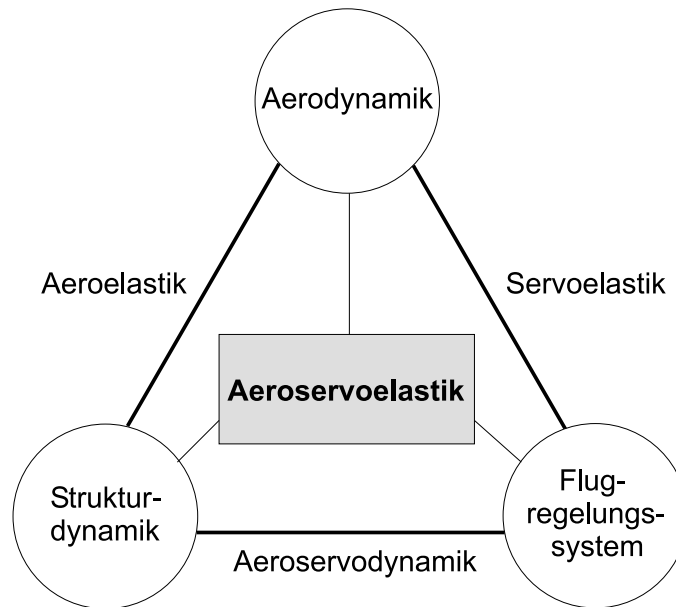


Abbildung 1.3: Aeroservoelastik

## 1.2 Applikation

Das Konzept wird anhand eines Seitenruderaktuators untersucht. Der Aktuator ist Teil des lateralen Flugregelungssystems eines modernen Fly-by-wire (FBW) Flugzeuges und gehört somit zu den primären, sicherheitskritischen Aktuatoren. Die Wahl des Seitenruderaktuators liegt darin begründet, daß das Seitenruder nur von einem Aktuator bewegt wird und das vorgeschaltete Notch-Filter lediglich eine Frequenz aus dem Aktuatorsollwert filtert. Die Einfachheit des Systems ist somit bestens geeignet, um Grundsatzuntersuchungen zu diesem neuen Konzept durchzuführen. Ziel der Arbeit ist jedoch nicht allein der integrierte Regler/Filter-Entwurf zur Erhöhung der Stabilitätsreserven, sondern auch die Einbeziehung der aeroelastischen Struktur beim Reglerentwurf. Die Betrachtung des Ruders nicht als starre Masse, sondern als eine elastische Struktur, die durch aerodynamische Kräfte zum Schwingen angeregt werden kann, soll zur Erhöhung der Performance der Aktuatorregelung dienen. Das Zusammenspiel aus Aerodynamik, Aeroelastik, Aktuator und dem Filter als Teil des Flugregelungssystems in einem Entwurf kann dann als eine aeroservoelastische Interaktion betrachtet werden (Bild 1.4).

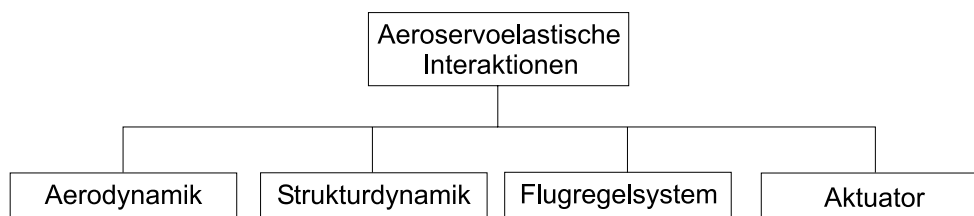


Abbildung 1.4: Komponenten einer aeroservoelastischen Interaktion

Weitere Einblicke in Probleme der Aeroservoelastik liefern [MKB], [RTC95] und [RTC96].

Der erste Schritt besteht in der Auswahl eines geeigneten Regelungskonzeptes. Bei diesem Konzept soll neben der Integration der Filterung auch mindestens eine Beibehaltung der Filtereigenschaften und, was letztendlich den Sicherheitsaspekt unterstreicht, größere Stabilitätsreserven durch Reduktion der Phasenverluste erreicht werden. Unter dem Gesichtspunkt eines sicherheitskritischen Systems muß Stabilität nicht nur für das lineare Entwurfsmodell des Prozesses, sondern auch für den realen nichtlinearen Prozeß gewährleistet werden. Aufgrund dieser Anforderungen werden in der vorliegenden Arbeit robuste Regelungsverfahren eingesetzt, da robuste Stabilität von konventionellen Reglerentwurfverfahren nicht aus dem Entwurfsprozeß heraus garantiert werden kann. Wie sich schon in der vorangegangenen Arbeit von *Eich* [Eic99], in der eine fehlertolerante robuste Regelung für einen Ruderaktuator entworfen wurde, gezeigt hatte, war das Konzept der robusten Regelung der konventionellen Regelung insbesondere im Fehlerfall deutlich überlegen. Diese positiven Erfahrungen sollen in dieser Arbeit genutzt werden, um darauf aufbauend eine neue Einsatzmöglichkeit der robusten Regelung in der Flugzeugaktuatorik zu etablieren.

Allen robusten Reglerentwurfverfahren ist gemeinsam, daß der Regler nicht für eine feste Regelstrecke entworfen wird, sondern daß dieser robust gegen Abweichungen (Unsicherheiten) im Übertragungsverhalten ist (robuste Stabilität). Die  $\mu$ -Synthese, die in dieser Arbeit zum Einsatz kommt, hat den Vorteil gegenüber anderen robusten Verfahren [Ack93], daß sowohl parametrische als auch dynamische Unsicherheiten modelliert werden können und darüber hinaus eine Strukturierung im Unsicherheitsmodell berücksichtigt werden kann. Das reduziert die Konservativität im Reglerentwurf. Weiterhin, und das ist für diese Anwendung das ausschlaggebendste, können Regelgüteanforderungen in den Entwurfsprozeß integriert werden und somit ein Wunschverhalten geformt werden (*loop shaping*). Die Filterfunktion stellt eine solche Anforderung an das Regelkreisverhalten dar. Es existieren zwar unterschiedliche Reglerentwurfverfahren mit *loop shaping* [CDYS96], [GT96], [DG94], [HYR92], jedoch ist nicht jedes Verfahren in der Lage, auch bei Abweichungen vom nominalen Fall diese Regelgüteanforderungen zu gewährleisten. In Verbindung mit der  $\mu$ -Synthese kann aber nicht nur robuste Stabilität, sondern auch robuste Performance garantiert werden. Dadurch kann bei einem integrierten Regler/Filter-Entwurf sowohl die Stabilität aufgrund von Unsicherheiten als auch die selbst definierte Performance der Filterung garantiert werden.

Für die Umsetzung des vorgestellten Konzeptes müssen folgende Fragen geklärt werden:

- Ist prinzipiell die Einbindung einer Filterfunktion in die Aktuatorregelung mit Hilfe der  $\mu$ -Synthese möglich?
- Kann der Regler die geforderte robuste Stabilität und robuste Performance einhalten?
- Können durch diesen integrierten Reglerentwurf die Phasenverluste durch die Filterung reduziert werden?
- Bleiben die Dämpfungseigenschaften des Filters erhalten?
- Kann der Regler aufgrund seiner Größenordnung realisiert werden?

### 1.3 Aufbau der Arbeit

In Kapitel 2 wird auf das konventionelle Konzept der Aktuatorregelung und Filterung eingegangen, wobei der Schwerpunkt auf der Regelung liegt.

Kapitel 3 beschäftigt sich mit der Theorie der robusten Regelung. Hier werden die Verfahren der  $\mathcal{H}_\infty$ - und  $\mu$ -Synthese vorgestellt sowie auf die Modellstruktur eingegangen. Einen weiteren Schwerpunkt bildet die Vorstellung unterschiedlicher Verfahren zur Ordnungsreduktion des Reglers, da die mit der  $\mu$ -Synthese entworfenen Regler zumeist eine große Reglerordnung aufweisen.

Im Mittelpunkt des Kapitels 4 steht die Modellbildung des Aktuators sowie der Lasten. Hier wird unterschieden zwischen dem angekoppelten Ruder als statische Last und den aerodynamischen und aeroelastischen Lasten.

Kapitel 5 beschäftigt sich mit dem gesamten Entwurfsprozesses des robusten Reglers. Dazu gehört die Ermittlung eines erweiterten Modells, das die Grundlage zum Reglerentwurf darstellt. Neben einem nominellen Modell des Aktuators wird ein Unsicherheitsmodell hergeleitet sowie Performancegewichtungen aufgrund von Spezifikationen aufgestellt. Weiterhin werden alle Schritte zum Entwurf des Reglers sowie dessen Analyse in der linearen und nichtlinearen Simulation auch im Vergleich mit dem konventionellen Konzept dargestellt.

Den Abschluß in Kapitel 6 bildet eine Zusammenfassung der Arbeit sowie einen Ausblick auf weitere Möglichkeiten im Bereich der Filter-integrierten Regelung.

## 2 Konventionelles Konzept

Zu Beginn der Arbeit steht die Untersuchung des konventionellen Konzepts. Da bisher die Auslegung der Notch-Filterung und der Aktuatorregelung unabhängig voneinander durchgeführt wurden, soll auch hier eine Trennung in der Darstellung der beiden Teilgebiete erfolgen.

### 2.1 Die Notch-Filterung

Die Notch-Filterung ist Teil des Flugregelungssystems mit dem Ziel, die ausgeprägten Eigenmoden der elastischen Struktur des Flugzeuges, die von den Beschleunigungs- und Drehratensensoren der IMU erfaßt werden, ausreichend zu dämpfen. Das Flugregelsystem ist dabei in zwei Teilsysteme für die Longitudinal- und die Lateralbewegung unterteilt, die miteinander gekoppelt sind. Die Filterung sowie der Flugregler werden für beide Bewegungen getrennt ausgelegt und optimiert, wobei bei der Auslegung des Flugreglers nur das Starrkörperverhalten des Flugzeuges in Betracht gezogen wird. Als Folge kann es zu Problemen des *structural feedback* kommen, wenn von den Sensoren der IMU sowohl die Starrkörper- als auch die el-

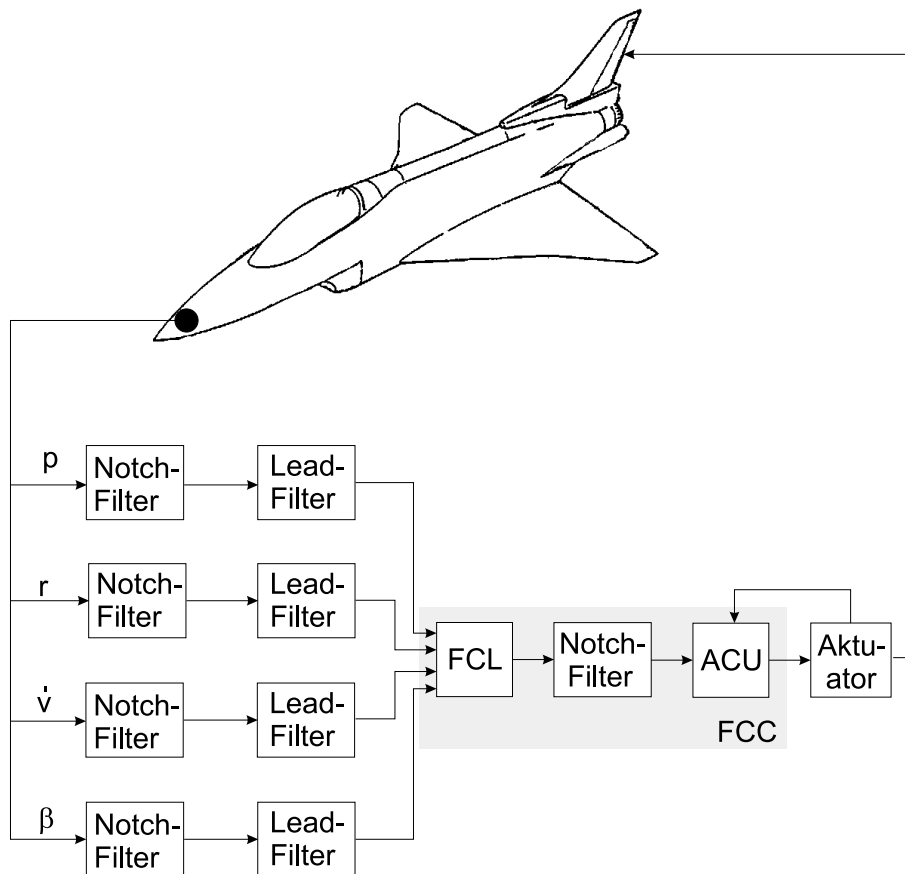


Abbildung 2.1: Konventionelle Filterung mit Notch-Filtern

stischen Bewegungen des Flugzeuges aufgenommen, dem Flugregelgesetz zugeführt und dort verstärkt werden (vgl. Bild 1.2). Zur Vermeidung dessen werden die Filter eingesetzt.

Die folgenden Ausführungen beziehen sich allein auf die Lateralbewegung, da der Seitenrudderaktuator ausschließlich zur Lateralbewegung beiträgt.

Die Filterung der durch die IMU erfaßten Signale wird in den heutigen Flugzeugen folgendermaßen realisiert (Bild 2.1). Die Filterung ist dabei zweigeteilt: zum einen werden die Meßsignale, bevor sie dem Flugregelgesetz zugeführt werden, mit Hilfe von Notch-Filtern verschiedener Frequenz und Tiefpaßfiltern gefiltert. Die Tiefpaßfilter decken hierbei den oberen Frequenzbereich mit großem Abstand zu den Starrkörpereigenfrequenzen ab. Im unteren Frequenzbereich wird nur sehr schmalbandig um die entsprechenden Frequenzen gefiltert, um das Verhalten des Flugregelsystems nicht maßgeblich zu beeinflussen. Da die zu filternden aeroelastischen Eigenfrequenzen teilweise im Frequenzbereich der Starrkörperbewegung liegen, bewirkt die Filterung in diesem kritischen Frequenzbereich Phasenverluste, die die Stabilität des Flugzeuges beeinflussen können. Dies gilt insbesondere für den dynamischen Bereich der Flugregelung bis 5Hz. Den Phasenverlusten wird durch phasenhebende Lead-Filter entgegengewirkt. Bild 2.2 zeigt das Beispiel eines solchen Filters [Pra00], woraus wieder andere Probleme ersichtlich werden, da ein Lead-

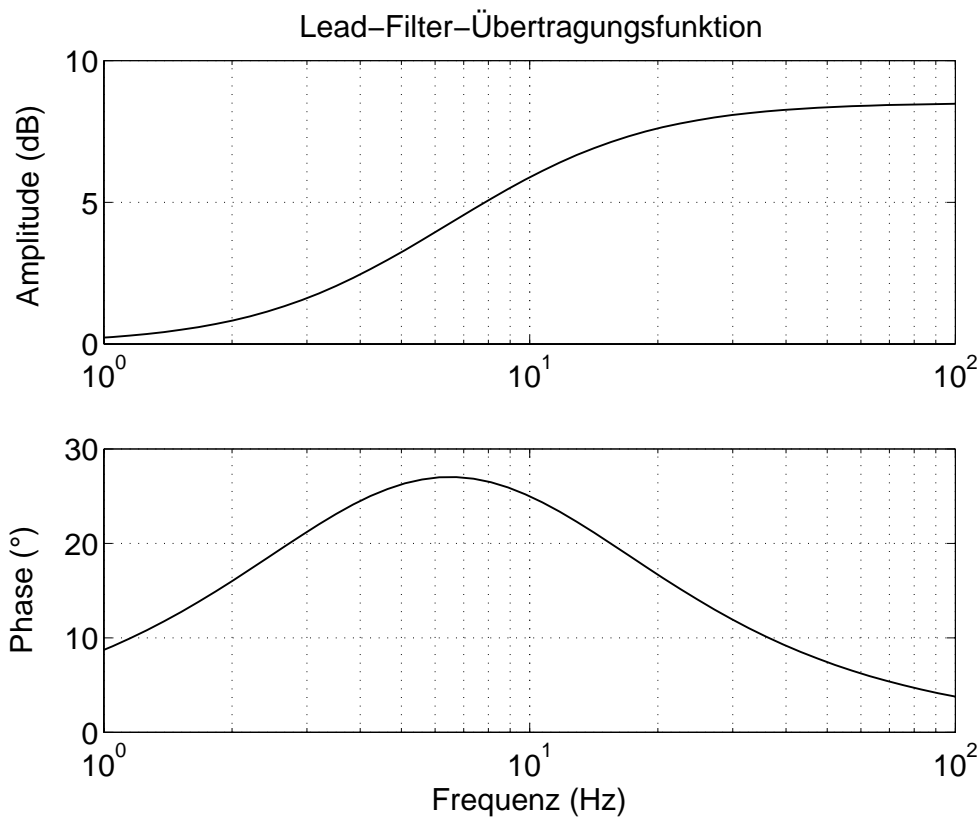


Abbildung 2.2: Beispiel eines Lead-Filters

Filter im höheren Frequenzbereich eine große Amplitude aufweist, die den Effekt der Strukturanregung dort verstärkt. Dies erfordert eine Erhöhung der Dämpfung der Notch- bzw. Tiefpaßfilter, woraus aber wieder größere Phasenverluste folgen.

Die Stellkommandos für die Aktuatoren werden erneut einer Filterung unterzogen, um sicherzustellen, daß zumindest die erste der strukturdynamischen Eigenmoden, die noch in der Bandbreite der Aktuatorregelung liegt, genügend gedämpft ist. Bild 2.3 zeigt die Eigenmoden der aeroelastischen Struktur des untersuchten Seitenleitwerks mit Ruder. Diesem Bode-Diagramm liegt ein Finite-Elemente-Modell des Seitenleitwerks mit Ruder ohne Aktuatorankopplung zugrunde. Die freie Schwingung des Ruders ist in dem integrierenden Globalverhalten erkennbar. Wie Bild 2.3

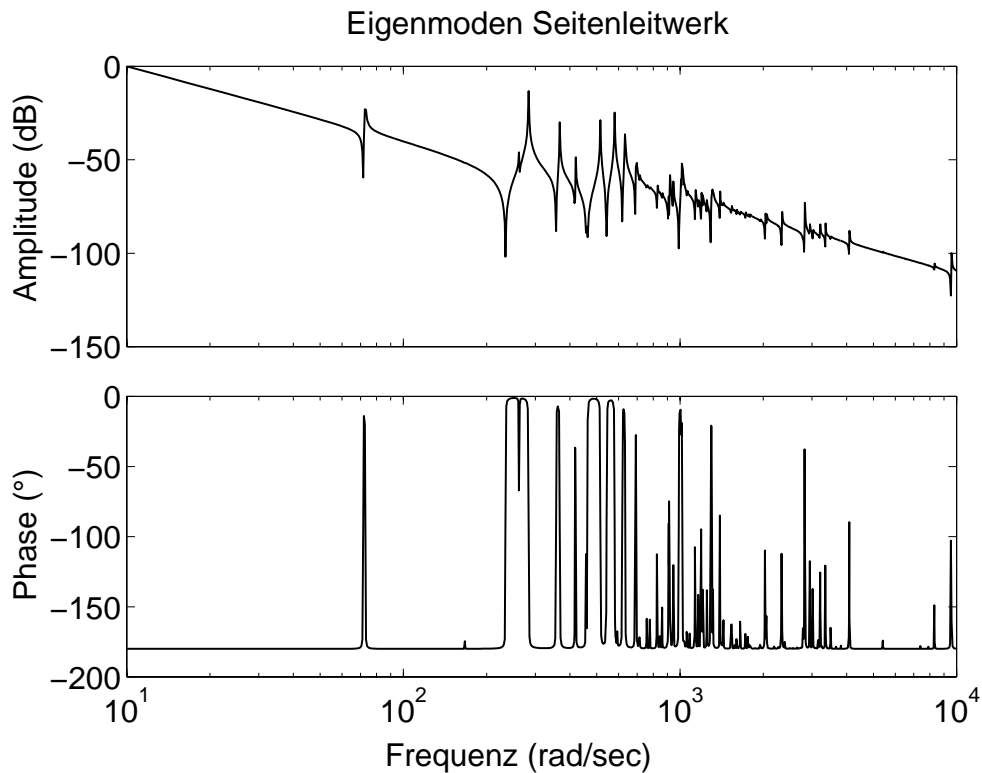


Abbildung 2.3: Eigenmoden des Seitenleitwerks incl. Ruder

zu entnehmen, ist die erste Eigenmode des Seitenleitwerks deutlich von den weiteren separiert. Diese Tatsache erleichtert zum einen die Filterung, und aufgrund der Eigenfrequenz von 11,5Hz ist eine alleinige Filterung dieser Frequenz vertretbar. Die derzeit eingesetzte Filterordnung von zwei (Gl. 2.1) stellt einen Kompromiß zwischen ausreichender Dämpfung und geringer Ordnung dar, um so auch die Phasenabsenkung im Bereich bis 10Hz möglichst gering zu halten (Bild 2.4) :

$$(2.1) \quad F_{notch}(s) = \frac{1 + \frac{2D_1}{\omega_0}s + \frac{1}{\omega_0^2}s^2}{1 + \frac{2D_2}{\omega_0}s + \frac{1}{\omega_0^2}s^2}$$

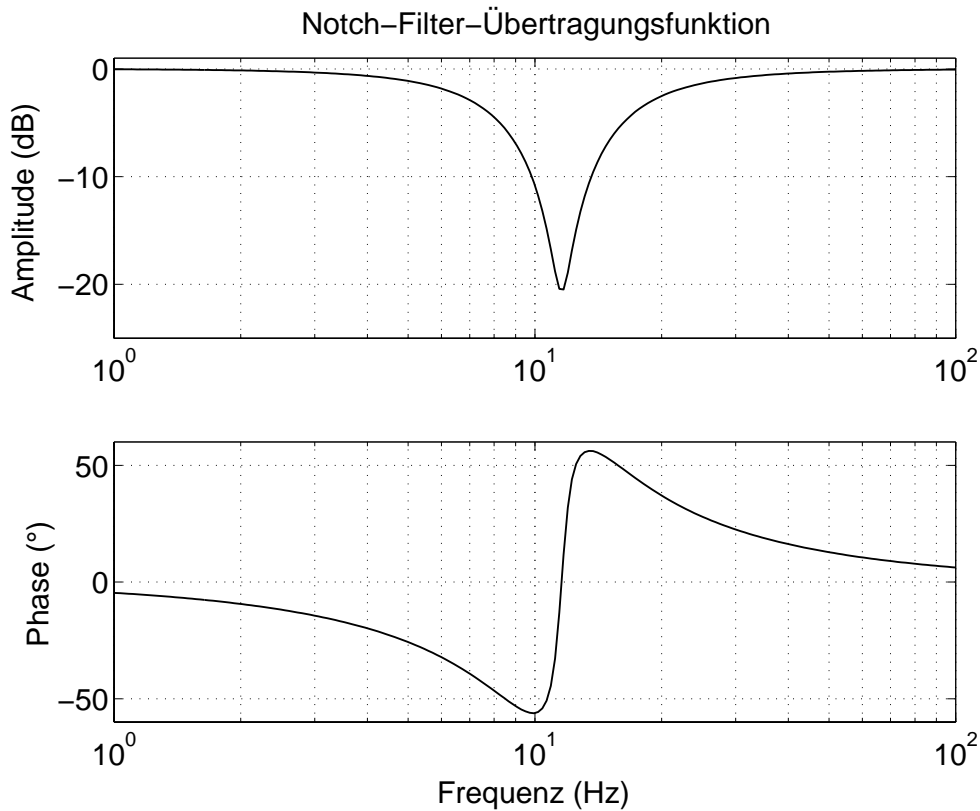


Abbildung 2.4: Übertragungsfunktion des Notch-Filters

Wie Bild 2.4 zusammen mit Bild 2.3 zeigt, ist eine Dämpfung des Filters von -21dB ausreichend für die erste Eigenmode.

## 2.2 Aktuatorregelung

Aufgrund des integrierenden Verhaltens des elektrohydraulischen Aktuators ist eine Aktuatorregelung notwendig, um ein proportionales Übertragungsverhalten zwischen dem Stellsignal und dem Ruderausschlag zu erzielen. Die Anforderungen an die Regelung sind wegen des nichtlinearen Verhaltens sowie der geringen Dämpfung des Aktuators groß. Außerdem gilt es eine hohe dynamische Steifigkeit [LA] des Aktuators zu erlangen. Hintergrund dabei ist, daß harmonische aerodynamische Lastkräfte zusammen mit der elastischen Struktur des Ruders die Amplitude der Kolbenbewegung in einem bestimmten Rahmen halten müssen. Realisiert werden derzeit dreischleifige proportionale Kaskadenregler (Bild 2.5), die der Struktur eines Zustandsreglers sehr nahe kommen, da alle dominierenden Eigenbewegungen zurückgeführt werden (vgl. [Kli95]). Dabei ist der Kolbenpositionskreis digital ausgeführt, wohingegen Ventilschieberposition und Spulenstrom analog geregelt werden ( $K_S$  bzw.  $K_I$ ). Erfasst werden die beiden Positionen von induktiven Wegaufnehmern (LVDT) und der Spulenstrom mit Hilfe eines Shunts. Aufgrund der hohen Sicherheitsanforderungen sind diese drei Regelkreise vierfach redundant aus-



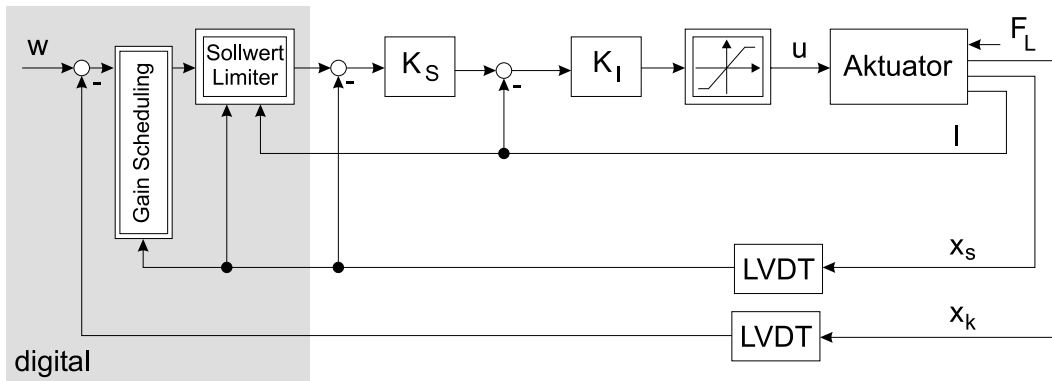


Abbildung 2.5: Konventionelle Kaskadenregelung

geführt, der Übersichtlichkeit halber aber nur einfach in Bild 2.5 dargestellt. Der Verstärkungsfaktor des äußeren Regelkreises (*outer loop*) ist nicht fix, sondern variiert mit der Ventilschieberposition (sog. *gain scheduling*): zwischen Nullstellung und maximaler Auslenkung verringert sich die Verstärkung um mehr als 50%. Diese Maßnahme bewirkt eine Dämpfung in der Dynamik der Regelung, um so nicht in der Begrenzung der Steuerspannung zu verharren. Der Sollwertlimiter für die Schieberposition ändert mit dem Schieberweg und dem Spulenstrom die Grenzen. Ziel ist es, den magnetischen Fluß konstant zu halten. Die vom Leistungsverstärker gelieferte Spannung ist begrenzt auf  $\pm 38V$ .

Das bisherig eingesetzte Lastmodell des Ruders in Form eines Zweimassenschwingers ist im folgenden dargestellt:

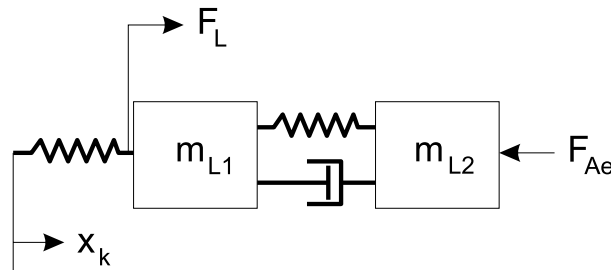


Abbildung 2.6: Einfaches Lastmodell des Ruders

Diese dynamische Last bildet eine stark vereinfachte Darstellung eines elastischen Ruders. Durch diese Darstellung und die entsprechende Parametrierung werden die erste und dritte Eigenmode des gesamten Seitenleitwerks abgedeckt. Die zweite Eigenmode bei ca.  $163\text{rad/sec}$  kann aufgrund ihrer geringen Ausprägung (vgl. Bild 2.3, Phasenverlauf) vernachlässigt werden. Äußere aerodynamische Kräfte werden über die Masse  $m_{L2}$  in das System geleitet.

Der Einfluß der aerodynamischen Kräfte auf die Kolbenbewegung ist gravierend. Bild 2.7 zeigt die Kolbenposition bei einer Vorgabe von 30mm und unterschiedlichen Lastfällen: ohne äußere Last und mit einer nach der Spezifikation maximalen

Lastkraft von 165kN bei ein- und ausfahrendem Kolben.

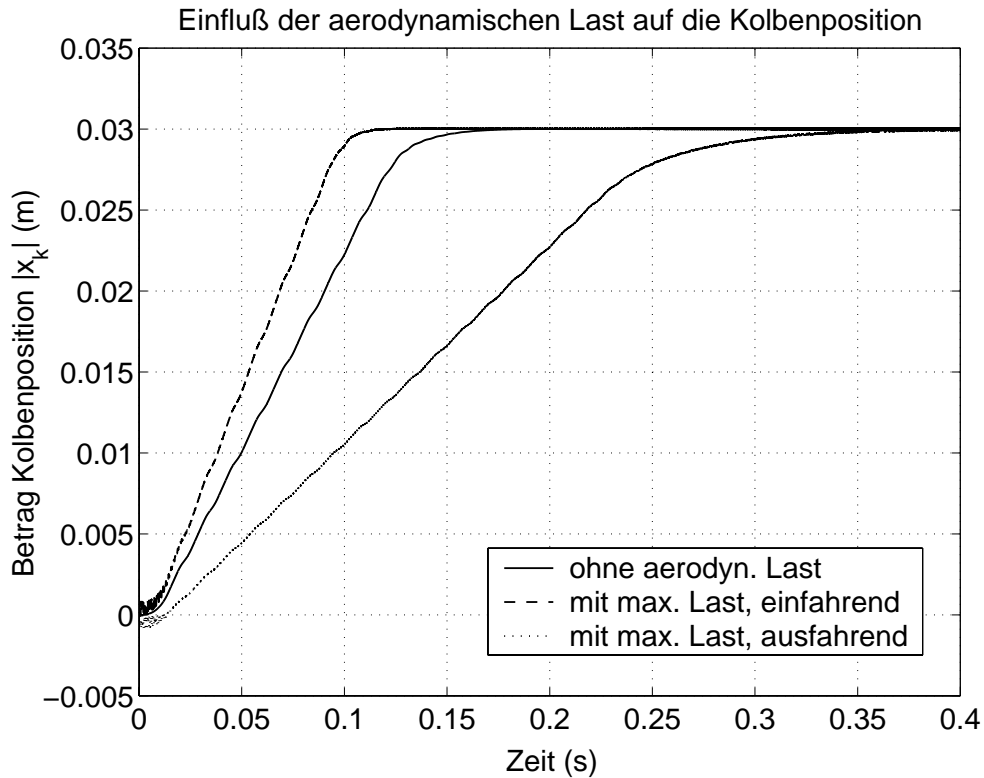


Abbildung 2.7: Vergleich der Kolbenposition bei unterschiedlichen Lastfällen

Es wird deutlich, daß je nach Bewegungsrichtung die Anstiegszeit bzw. die Kolbengeschwindigkeit um das doppelte variiert. Diese gravierenden Auswirkungen des Lasteinflusses auf die Bewegung des Aktuator zeigen, daß ein Ziel eines neuen Reglerentwurfs die Verbesserung der Performance unter Lasteinfluß darstellt.

Das zuvor beschriebene Konzept der Aktuatorregelung zusammen mit der Notch-Filterung läßt bei einem iterativen Entwurfsprozeß nur wenige Freiheitsgrade aufgrund der Reglerstruktur. Zwar erfüllt diese Regler/Filter-Struktur durch Anpassung und Optimierung die Spezifikation, jedoch sind die Phasenverluste und der Entwurfsaufwand groß. Aus Gründen der Erhöhung der Stabilitätsreserve der Flugregelung und der zeitlichen Optimierung des Entwurfs wird in dieser Arbeit ein integrierter Regler/Filter-Entwurf mit Hilfe der  $\mathcal{H}_\infty$ - und  $\mu$ -Synthese durchgeführt. Die theoretischen Grundlagen dazu werden im folgenden Kapitel vorgestellt.

## 3 Robuste Regelung

Die Robustheit einer Regelung ist ein Begriff, den man in zweierlei Hinsicht betrachten kann. Ganz allgemein nennt man eine Regelung robust, wenn sie Streckenvariationen und Modellfehler tolerieren kann. Zunächst einmal enthält jeder Regelkreis ein gewisses Maß an Robustheit gegen Streckenvariationen als Folge der Optimierung beim Reglerentwurf oder durch die Einhaltung bestimmter Stabilitätsreserven (Amplituden- und Phasenrand [GFFEN94]). Diese Stabilität im engeren Sinne bezieht sich dann nur auf die Stabilität des Regelkreises (*Robuste Stabilität*). Nicht betrachtet wird hingegen die Änderung der Performance aufgrund von Modellfehlern, da eine Optimierung der Regelgüte nur auf der Basis der nominellen Regelstrecke vorgenommen wird. Seit Beginn der 80er Jahre werden Verfahren mit Hilfe von Singulärwerten<sup>5</sup> entwickelt zur Analyse von Systemen bezüglich Robustheit der Stabilität und Performance. Insbesondere mit der  $\mu$ -Synthese, die auf einer Weiterentwicklung des Singulärwertes beruht, kann ein Regelkreis hinsichtlich robuster Stabilität und robuster Performance optimiert werden. Da es sich um ein Frequenzbereichsverfahren handelt, können Robustheitsanforderungen in Form von Übertragungsfunktionen des geschlossenen Regelkreises einfach in den Entwurfsprozeß einbezogen werden.

Im Folgenden wird die zum Nachvollziehen dieser Arbeit benötigte Theorie dargestellt. Hierbei wird insbesondere auf das Einbinden von Performanceanforderungen zum *loop shaping* sowie Maßnahmen zur Reduktion der Reglerordnung eingegangen.

### 3.1 Grundidee

Die Grundlage eines jeden Reglerentwurfs ist ein mathematisches Modell des Prozesses. Die Diskrepanz zwischen dem Verhalten des Prozesses und des Modells ist häufig erheblich. Probleme ergeben sich dann, wenn der modellbasierte Regler am realen Prozeß implementiert wird. Entwurfsziele wie Stabilität und gute Performanceeigenschaften können dann nicht in jedem Fall garantiert werden. Bei Abweichungen in kritischen Bereichen kann es gar zur Instabilität kommen. Diese Abweichungen werden als Unsicherheiten bezeichnet und haben die folgenden Ursachen:

- Linearisierung nichtlinearer Effekte , wie z.B. Reibung
- Vernachlässigungen von höherdynamischen Eigenbewegungen zur Vereinfachung des Modells
- Parameterschwankungen durch z.B. Temperatureinfluß

---

<sup>5</sup>engl. *singular values*  $\sigma$ , bezeichnen die Verstärkung einer Matrix. Im allgemeinen ist der maximale Singulärwert  $\bar{\sigma}$  besonders interessant (vgl. Kapitel 3.5)

- Parameteränderungen durch Alterung, Verschleiß oder Degradation
- Arbeitspunktänderungen.

Die Beschreibung des realen Prozesses erfolgt durch die Kombination eines einfachen, linearen Modells (nominelles Modell) und der Unsicherheiten. Dadurch wird der Regler nicht für ein einzelnes Modell, sondern für eine Schar von Modellen ausgelegt, wobei vorausgesetzt wird, daß das reale Regelkreisverhalten innerhalb der Modellschar liegt. Die Entwurfsziele können dann derart formuliert werden, daß die Auswirkungen der Unsicherheiten auf das gesamte Regelverhalten minimiert werden, so daß zum einen robuste Stabilität und zum anderen robuste Performance garantiert werden kann. Eine Validierung des Verhaltens am realen Prozeß ist jedoch unerlässlich. Der zeitliche Aufwand zur Ermittlung der Modellschar ist zwar erheblich im Bezug auf den Gesamtentwurf, jedoch ist dies später ein Garant für gute Ergebnisse.

## 3.2 Grundbegriffe

Bevor näher auf die Modellfehler eingegangen wird, erfolgt zunächst eine Klärung einiger Begriffe.

### Small Gain Theorem

Der Satz der kleinen Verstärkungen (engl. *small gain theorem* [Zam66]) geht zurück auf das Nyquistkriterium. Er stellt eine hinreichende Bedingung für asymptotische Stabilität dar. Er besagt, wenn Modell  $G$  und Regler  $K$  asymptotisch stabil sind, ist auch die asymptotische Stabilität des Regelkreis gewährleistet, wenn der Spektralradius<sup>6</sup>  $\rho$  des offenen Regelkreises kleiner als Eins ist:

$$(3.1) \quad \rho[G(j\omega)K(j\omega)] < 1, \forall \omega.$$

Der *Satz der kleinen Verstärkungen* ist insbesondere dann hilfreich, wenn von einem System nur der Amplitudengang vorhanden ist. Dann ist er nicht nur eine hinreichende, sondern auch eine notwendige Bedingung.

### Linear Fractional Transformation

Die *Linear Fractional Transformation* (LFT) ist eine verallgemeinerte Darstellung der Verknüpfung von zwei linearen Systemen [DPZ91]. Es existieren zwei Arten von LFTs: *upper LFT*  $\mathcal{F}_U$  und *lower LFT*  $\mathcal{F}_L$  (Bild 3.1). An einem Beispiel soll die *lower*

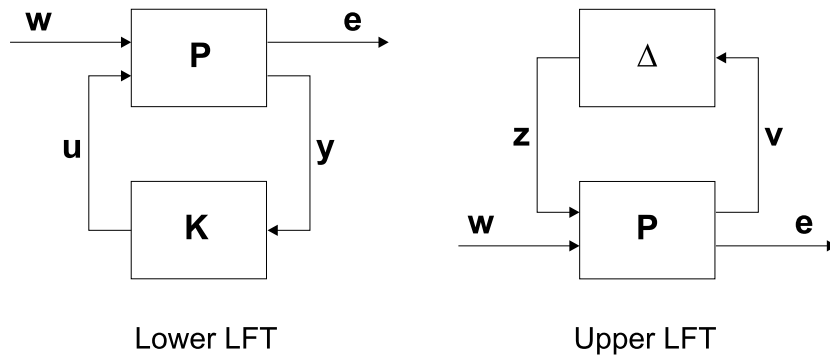


Abbildung 3.1: Verallgemeinerter Regelkreis

*LFT* hergeleitet werden. Das Vorgehen bei der *upper LFT* ist analog. Die Signale  $\mathbf{u}$  und  $\mathbf{y}$  stellen die Stellgrößen bzw. die Meßsignale dar. Der Eingangsvektor  $\mathbf{w}$  des Prozesses  $\mathbf{P}$  faßt alle externen unbeeinflussbaren Signale zusammen, während der Ausgangsvektor  $\mathbf{e}$  die zur Spezifikation der Regelgüte benötigten Signale beinhaltet. Der Prozeß  $\mathbf{P}$  kann in Matrixschreibweise folgendermaßen dargestellt werden:

$$(3.2) \quad \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{bmatrix}}_{\mathbf{P}} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix}$$

Setzt man nun

$$(3.3) \quad \mathbf{u} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{y}$$

und löst Gl. 3.2 nach  $\mathbf{e}$  auf, ergibt sich die *lower LFT* von  $\mathbf{K}$  bezüglich  $\mathbf{P}$

$$(3.4) \quad \mathbf{e} = \underbrace{[\mathbf{P}_{11} + \mathbf{P}_{12} \mathbf{K} (\mathbf{I} - \mathbf{P}_{22} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{P}_{21}]}_{\mathcal{F}_L(\mathbf{P}, \mathbf{K})} \mathbf{w}.$$

### Singulärwerte und $\mathcal{H}_\infty$ -Norm

Zur Analyse von Mehrgrößensystemen hinsichtlich Robustheit kann aufgrund der Verkopplungen zwischen den einzelnen Teilsystemen nicht auf die Eingrößenverfahren zurückgegriffen werden. Um dennoch auf das leicht zu handhabende *small gain theorem* zurückgreifen zu können, wird ein neuer Amplitudenverstärkungsbegriff abgeleitet: der Singulärwert  $\sigma$  (engl. *singular value*). Dieser ist für eine komplexe Matrix  $\mathbf{Q} \in \mathbb{C}^{n \times m}$  definiert als [Chr96]:

$$(3.5) \quad \sigma_i = \sqrt{\lambda_i(\mathbf{Q}^* \mathbf{Q})},$$

<sup>6</sup>Der Spektralradius  $\rho$  einer quadratischen Matrix ist der Betrag des größten Eigenwertes

mit  $\lambda_i(\cdot)$  dem  $i$ -ten Eigenwert der Matrix  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{Q}^*$  der konjugiert komplex Transponierten von  $\mathbf{Q}$ .

Besonders interessant ist der größte Singulärwert  $\bar{\sigma}$ . Betrachtet man die lineare Abbildung

$$(3.6) \quad \mathbf{y} = \mathbf{Q} \mathbf{u},$$

so stellt der maximale Singulärwert die maximale Verstärkung zwischen Ein- und Ausgangsvektor dar [Str80]:

$$(3.7) \quad \bar{\sigma}(\mathbf{Q}) = \max_{\mathbf{u} \neq \mathbf{0}} \frac{\|\mathbf{Q} \mathbf{u}\|}{\|\mathbf{u}\|} = \sqrt{\lambda_{\max}(\mathbf{Q}^* \mathbf{Q})}.$$

Berechnet man mit Hilfe von Gl. 3.7 den maximalen Singulärwert einer Frequenzgangmatrix  $\mathbf{G}(\mathbf{j}\omega)$ , so erhält man eine Art Amplitudengang, der eine Majorante über alle Amplitudengänge der einzelnen Übertragungspfade der Matrix  $\mathbf{G}(\mathbf{j}\omega)$  darstellt.

Die Berechnung der Singulärwerte erfolgt mit Hilfe der Singulärwertzerlegung (*singular value decomposition* SVD, [Rai94]), die eine höhere numerische Zuverlässigkeit als die Eigenwertberechnung besitzt [KL80].

Um Aussagen bezüglich robuster Stabilität auch bei Mehrgrößensystemen mit Hilfe des Singulärwertes treffen zu können, muß das *small gain theorem* modifiziert werden. Der größte Singulärwert einer Frequenzgangmatrix<sup>7</sup> ist die bei jeder Frequenz jeweils größte Verstärkung. Der Maximalwert des größten Singulärwertes über alle Frequenzen, die sogenannte  $\mathcal{H}_\infty$ -Norm (Gl. 3.8), kann dann in gleichem Maße wie das *small gain theorem* zu Robustheitsaussagen herangezogen werden:

$$(3.8) \quad \|\mathbf{G}(s)\|_\infty := \sup_{\omega} \bar{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega)).$$

Die  $\mathcal{H}_\infty$ -Norm ist ausschließlich für asymptotisch stabile Übertragungsmatrizen definiert [Rai94].

### 3.3 Modellstruktur

Einem robusten Reglerentwurf liegt nicht ein einzelnes Entwurfsmodell, sondern eine Schar von Modellen zu grunde. Diese Schar setzt sich zusammen aus einem nominellen Modell und einem Unsicherheitsbereich, der das nominelle Modell umgibt.

---

<sup>7</sup>Die Anzahl der Singulärwerte berechnet sich aus dem Produkt aus Eingangs- und Ausgangsgrößen

Ziel ist es, zumindest die entscheidenden Unsicherheitsbereiche im Modell abzubilden. Bei der Unsicherheitsmodellierung ist darauf zu achten, daß möglichst alle physikalisch sinnvollen Modellfehler enthalten sind. Zum anderen sollte die Modellunsicherheit eher einfach sein zur besseren Analyse und Synthese von Regelkreisen. Die Folge könnte ein zu konservativer Reglerentwurf sein. Den Spagat zwischen beiden Forderungen zu finden, die sich in gewisser Weise widersprechen, ist Sache des Anwenders.

Eine Modellschar kann allgemein durch die folgende *upper LFT* dargestellt werden. Die Übertragungsmatrix  $\mathbf{P}$  beinhaltet das nominelle Modell ergänzt um die maxi-

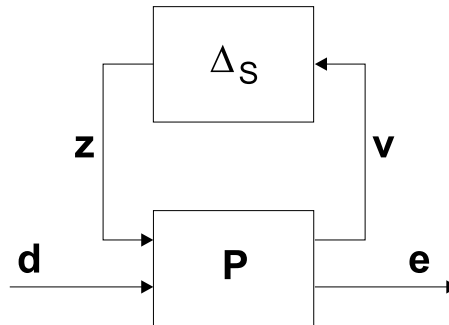


Abbildung 3.2: Modell mit Unsicherheiten

male Größe der Unsicherheit. Die eigentliche Unsicherheit stellt die Matrix  $\Delta_S$  dar, die die Lage des realen unbekanntes Systems innerhalb des Unsicherheitsbereichs ausdrückt. Diese kann beliebig innerhalb definierter Grenzen variieren [Doy82].

Das Aussehen des Unsicherheitsoperators  $\Delta_S$  hängt entscheidend von den Ursachen der Abweichungen des nominellen Modells vom realen Prozeß ab (vgl. Kapitel 3.1). Man unterscheidet grundsätzlich zwischen zwei Arten von Unsicherheiten: parametrische und dynamische [Doy85], [You93].

Eine weitere Unterscheidung muß zwischen strukturierten und unstrukturierten Unsicherheiten getroffen werden. Eine Unsicherheit ist umso strukturierter je lokaler die Ursache ist. Das erhöht den Detaillierungsgrad der Unsicherheitsmodellierung. Demnach besitzt eine parametrische Unsicherheit einen hohen Grad an Struktur. Bei mehreren parametrischen Unsicherheiten gibt es zusätzlich noch eine Abstufung in der Strukturiertheit: wirken sich alle Parameteränderungen gleichsinnig aus, so kann durch eine Unsicherheit die gesamten parametrischen Unsicherheiten abgedeckt werden. Dies entspricht dem höchsten Strukturierungsgrad. Eine globale Betrachtung über das gesamte Ein-/Ausgangsverhalten ist somit unstrukturiert. Demnach scheint eine dynamische Unsicherheit unstrukturiert zu sein, jedoch ist eine dynamische Unsicherheit eines Teilsystems wiederum strukturiert für das Gesamtsystem. Im Folgenden werden die unterschiedlichen Formen von unstrukturierten und strukturierten Unsicherheiten vorgestellt.

### 3.3.1 Parametrische Unsicherheiten

Bei einem rein physikalischen Modell rühren die Unsicherheiten von Schwankungen in den Parametern her, z.B. Widerstand oder Federsteifigkeit. Nach Ermittlung des Intervalls  $[p_{min}, p_{max}]$  des Parameters  $p$  aus der Identifikation kann die parametrische Unsicherheit wie folgt definiert werden (Bild 3.3):

$$(3.9) \quad p = p_0 + \delta_p W_p, \quad p \in \mathbb{R}$$

mit

$$(3.10) \quad p_0 = \frac{p_{min} + p_{max}}{2}$$

$$(3.11) \quad W_p = \frac{p_{max} - p_{min}}{2}.$$

$p_0$ , der sozusagen „nominelle Parameter“, wurde genau mittig gewählt, so daß für den Unsicherheitsoperator  $\delta_p$  gilt:

$$(3.12) \quad |\delta_p| \leq 1, \quad \delta_p \in \mathbb{R}.$$

$W_p$  als halbe Intervallbreite entspricht somit dem maximalen Ausmaß der Unsicherheit. Das Festlegen der Größen  $p_0$  und  $W_p$  innerhalb des Intervalls ist willkürlich, jedoch ist mit der Wahl von  $\delta_p$  aus Gl. 3.12 die Allgemeingültigkeit nicht verletzt. Vielmehr wird dadurch die Robustheitsuntersuchung vereinfacht und vereinheitlicht (vgl. Kapitel 3.5).

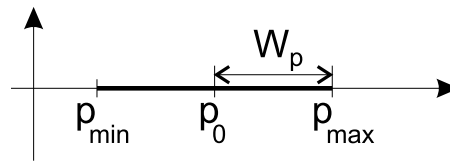


Abbildung 3.3: Parametrische Unsicherheit

Die Struktur des  $\Delta$ -Blockes bei mehreren parametrischen Unsicherheiten ist von Diagonalgestalt:

$$(3.13) \quad \Delta_P = \begin{bmatrix} \delta_{p1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{p2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{p3}\mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_{p4}\mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix}.$$



In der Kopplungsfreiheit zwischen den Parametern spiegelt sich die Struktur wieder. Man nennt eine solche Blockstruktur *real repeated scalar block*. Der obere Teil der Blockstruktur in Gl. 3.13 bezieht sich auf solche parametrische Unsicherheiten, die sich nicht gleichsinnig verändern, wohingegen der untere Teil mit  $\delta_{p3}$  und  $\delta_{p4}$  den höchsten Strukturierungsgrad aufgrund einer gleichförmigen Veränderung der Parameter aufweist.

Die Unsicherheitsmodellierung mit parametrischen Unsicherheiten erweist sich beim Vorhandensein von vielen Parameterfehlern als zu komplex, da durch die Intervalle ein komplizierter Parameterraum aufgespannt wird. Bei der Fehlermodellierung sollte man sich somit auf den größten Parameterfehler beschränken und alle übrigen entweder vernachlässigen oder durch eine dynamische Unsicherheit modellieren.

### 3.3.2 Dynamische Unsicherheiten

Durch eine lineare Modellbildung ergeben sich Abweichungen vom realen Prozeß, die auf Linearisierungseffekte und Vernachlässigungen von höherdynamischen Eigenbewegungen zurückzuführen sind. Diese Modellfehler lassen sich nicht durch die zuvor beschriebene Fehlerklasse erfassen. Vielmehr betreffen diese Auswirkungen den gesamten Frequenzgang des Prozeßmodells bzw. eines Teilmodells. Diese Klasse von dynamischen Unsicherheiten, die sich auf das Übertragungsverhalten zwischen Ein-/Ausgang beziehen, können auf verschiedene Arten dargestellt werden [Rai94]. Zwei werden im Folgenden vorgestellt:

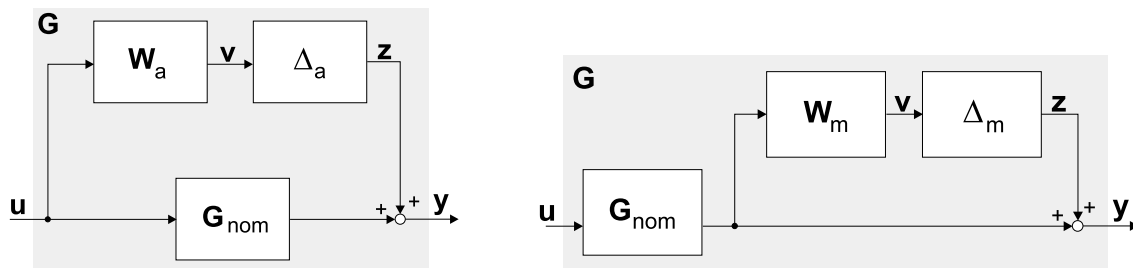


Abbildung 3.4: Dynamische Unsicherheiten

Eine additive Unsicherheit wird folgendermaßen definiert:

$$(3.14) \quad \mathbf{G}(s) = \mathbf{G}_{nom}(s) + \mathbf{W}_a(s) \mathbf{\Delta}_a(s).$$

Für die multiplikative Unsicherheit ergibt sich:

$$(3.15) \quad \mathbf{G}(s) = \mathbf{G}_{nom}(s)(\mathbf{I} + \mathbf{W}_m(s) \mathbf{\Delta}_m(s)).$$

Hierbei stellt  $\mathbf{G}_{nom}(s)$  jeweils das nominelle Übertragungsverhalten des Prozesses dar, und die Matrizen  $\mathbf{W}_a(s)$  bzw.  $\mathbf{W}_m(s)$  und  $\Delta_a(s)$  bzw.  $\Delta_m(s)$  werden analog zu den Ausführungen in Kapitel 3.3.1 ermittelt, so daß gilt:

$$(3.16) \quad \|\Delta_{a,m}(j\omega)\|_\infty \leq 1, \quad \forall \omega.$$

Der grundlegende Unterschied zur parametrischen Unsicherheit besteht darin, daß die dynamische Unsicherheit frequenzabhängig ist ( $\mathbf{W}_{a,m} = \mathbf{W}_{a,m}(s)$ ). Der  $\Delta$ -Block ist somit komplexwertig. Für den  $\Delta$ -Block gilt:

$$(3.17) \quad \Delta_{a,m} \in \mathbb{C}^{m \times n},$$

mit  $m$  und  $n$  der Anzahl der Aus- bzw. Eingänge von  $\Delta_{a,m}$ . Diese komplexwertige Blockstruktur besteht aus voll besetzten Blöcken, sog. *full blocks*, was auf Unstrukturiertheit deutet. Im Frequenzbereich kann man sich eine dynamische Unsicherheit folgendermaßen vorstellen: Die Bänder im Bode-Diagramm stellen die Grenzen der

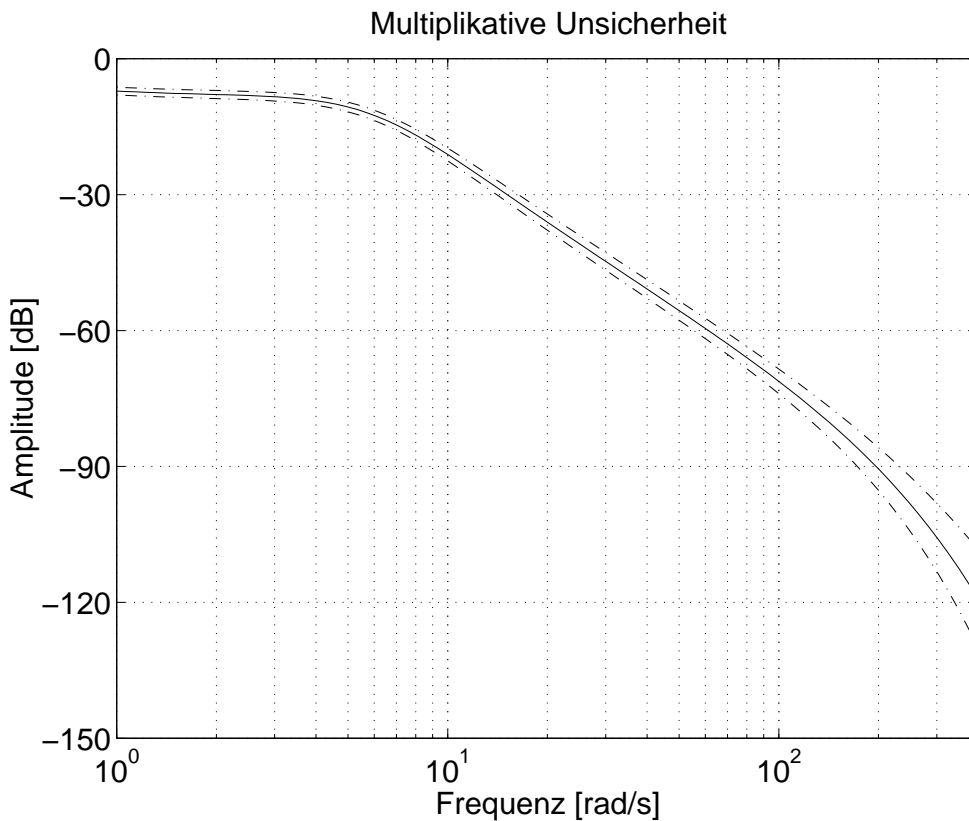


Abbildung 3.5: Dynamische Unsicherheiten im Frequenzbereich

kompletten Modellschar dar, wobei das reale Verhalten des Prozesses innerhalb angenommen wird (vgl. [JDT92], [Eic92]).

Die letzten Betrachtungen bezogen sich auf ein globales Unsicherheitsmodell. Es ist jedoch möglich, die gleichen Ansätze auf ein SISO-Teilmodell anzuwenden, wodurch

das Unsicherheitsmodell etwas Struktur bekommt und somit weniger konservativ ist. Die Modellbeschreibung gleicht derer in Gl. 3.14 bzw. Gl. 3.15, geändert hat sich das Aussehen des  $\Delta$ -Blocks:

$$(3.18) \quad \Delta_{a,m} = \begin{bmatrix} \delta_{d1} & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{d2} & 0 \\ 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix}, \quad \delta_{di} \in \mathbb{C}$$

Die Frequenzabhängigkeit des Unsicherheitsblocks ist dadurch gewahrt, daß die einzelnen  $\delta$ -Operatoren komplexwertig sind.

### 3.3.3 Verallgemeinerter Modellfehler

Alle möglichen Fehlermodelle können mehrfach und simultan in einer Prozeßbeschreibung auftreten. Für eine einheitliche Betrachtung werden alle diese Unsicherheiten zusammengefaßt. Die Menge aller zulässigen Blockstrukturmatrizen ist dann definiert als:

$$(3.19) \quad \underline{\Delta} = \{ \Delta : \Delta = \text{diag}[\delta_{pi} \mathbf{I}_{pi}, \dots, \delta_{dj} \mathbf{I}_{dj}, \dots, \Delta_{dk}], \delta_{pi} \in \mathbb{R}, \delta_{dj} \in \mathbb{C}, \Delta_{dk} \in \mathbb{C}^{m \times n} \}.$$

Daraus ergibt sich dann das dem Reglerentwurf zugrundeliegende verallgemeinerte erweiterte Modell aus Bild 3.1.

## 3.4 Performanceanforderungen

Der zweite wichtige Punkt neben dem Entwurfskriterium *Robuste Stabilität* bei der Existenz von Modellfehlern ist die Einbeziehung von Regelgüteanforderungen, sog. Gewichtsfunktionen, zum *loop shaping*, um auch *Robuste Performance* für die gewünschten Regelkreiseigenschaften garantieren zu können. Die aus Spezifikationen oder Erfahrungswerten ermittelten Wunsch- bzw. Sollübertragungsfunktionen für z.B. die Sensitivitätsfunktion  $\mathbf{S}$ <sup>8</sup> oder die Führungsübertragungsfunktion  $\mathbf{T}_{yw}$  werden als deren Inverse in die Reglersynthese eingebunden (Bild 3.6). Grund dafür ist, daß aufgrund einer einheitlichen Robustheitsbetrachtung mit Hilfe des *small gain theorem* das Ziel der Reglersynthese (vgl. Kapitel 3.5.3) die Bedingung

$$(3.20) \quad \|\mathbf{T}_{ew}\|_{\infty} < 1$$

<sup>8</sup>Die Sensitivitätsfunktion (eng. *sensitivity function*) ist die Übertragungsfunktion von der Führungsgröße  $w$  zur Regelabweichung  $x_d$  Bild 3.6

ist. Betrachtet man nun z.B. die Übertragungsfunktion  $\mathbf{T}_{e_y w} = \mathbf{W}_y \mathbf{T}_{y w}$ , dann gilt  $\bar{\sigma}(\mathbf{W}_y) < 1/\bar{\sigma}(\mathbf{T}_{y w})$  aufgrund von Gl. 3.20.

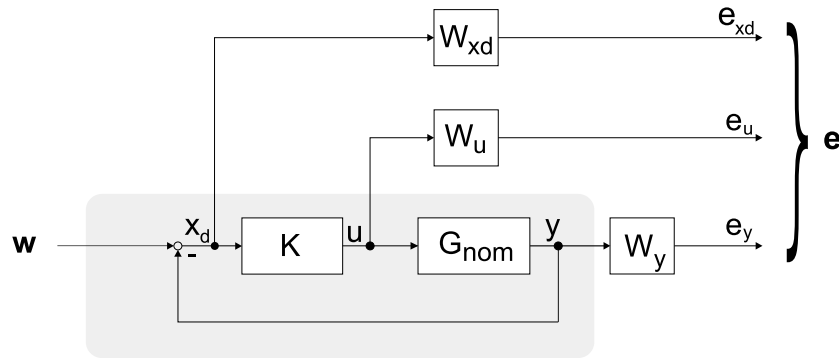


Abbildung 3.6: Regelkreis mit Gewichtungsfunktionen, S/KS/T-Schema

Es existieren unterschiedlich Schemen zum *loop shaping*, die je nach Prozeß- und Unsicherheitsbeschaffung eingesetzt werden. In dieser Arbeit kommt das in Bild 3.6 dargestellte leicht modifizierte (siehe Kapitel 5.3) S/KS/T-Gewichtungsschema zum Tragen. Ein weiteres, das GS/T-Schema, kommt dann zum Einsatz, wenn zum einen die langsamen Pole und Nullstellen unsicherheitsbelastet sind und damit Transienten hervorrufen und zum anderen das Prozeßmodell schlecht konditioniert ist<sup>9</sup>. Im S/KS/T-Schema würde sich dies im Regler widerspiegeln aufgrund der Eigenschaft, daß bei diesem Gewichtungsschema das inverse Prozeßmodell im Regler abgebildet wird<sup>10</sup> [Chr96].

Das bekannteste Gewichtungsschema ist das sog. S/KS/T-Schema, welches neben der Sensitivitäts-  $S$  und Führungsübertragungsfunktion  $T$  die Übertragungsfunktion  $KS$  von der Führungsgröße  $r$  zur Stellgröße  $u$  einbezieht (Bild 3.6) [CS96], [uEG92]. Die Übertragungsmatrix  $T_{zw}$ , die im Zuge des  $\mathcal{H}_\infty$ -Reglerentwurfs minimiert wird, lautet dann:

$$(3.21) \quad \mathbf{T}_{ew} = \begin{bmatrix} W_{xd} S \\ W_u K S \\ W_y T \end{bmatrix}.$$

Die Wahl der Gewichtungsfunktionen in den relevanten Frequenzbereichen erfolgt invers zu den gewünschten Singulärwertverläufen. Hohe stationäre Genauigkeit und Unempfindlichkeit gegen Störungen erfordert eine Gewichtung  $W_{xd}$  mit Tiefpaßcharakter. Gute Rauschunterdrückung bewirkt eine Hochpaßgewichtung als  $W_y$ . Die

<sup>9</sup>Die Konditionszahl  $\kappa$  ist das Verhältnis zwischen größtem und kleinstem Singulärwert einer Matrix  $A$ :  $\kappa(A) = \bar{\sigma}(A)/\underline{\sigma}(A)$

<sup>10</sup>Der Regler sollte eine Konditionszahl von  $\kappa \approx 1$  haben, so daß der Richtungseinfluß vektorieller Stör- und Meßgrößen vernachlässigbar ist [Rai94]

Stellaktivitäten können mit der Gewichtung  $W_u$  beeinflusst werden. Alle Gewichtungen sollen asymptotisch stabil und phasenminimal sein. Die Gewichtung  $W_n$  beschreibt das Rauschen bzw. die Störungen, die auf den Streckenausgang wirken. Aus entwurfstechnischen Gründen muß diese Gewichtung einen Durchgriff<sup>11</sup> haben.

### 3.4.1 Filterfunktion als Performanceanforderung

Die zuvor beschriebene Möglichkeit zum *loop shaping* eröffnet weitere Möglichkeiten zur Einflußnahme. Da die Gewichtungsfunktionen in Form von frequenzabhängigen Übertragungsfunktionen vorgegeben werden, können einzelne Frequenzbänder direkt beeinflusst werden. Dadurch kann auch das Ziel dieser Arbeit, das Filterverhalten der Notch-Filterung des Aktuator Sollwertes in die Aktuatorregelung zu integrieren, umgesetzt werden. Prinzipiell sind mehrere Integrierungsvarianten vorstellbar:

- Einbindung als Gewichtsfunktion der Stellgröße  $W_u$  in Form der Inversen der Filterfunktion
- Einsatz einer Vorfilterung des Sollwertes mit der realen Filterübertragungsfunktion
- Vorgabe einer Wunschübertragungsfunktion für die gesamte Aktuatorregelung mit überlagerter Filterung

Das erste Konzept erweist sich als nachteilig, da sich die Filterung nicht wie im Originalkonzept nur im Vorwärtszweig befindet, sondern auch die Rückwärtszweige beeinflusst. Das würde eine Beeinträchtigung der Dynamik in den Rückwärtszweigen bedeuten, was nicht erwünscht ist. Nicht zuletzt wäre dadurch auch ein direkter Vergleich mit dem konventionellen Konzept nicht ohne weiteres möglich. Dieser Aspekt wäre zwar bei Konzept zwei gewährleistet, aber die Berücksichtigung der Anforderungen einer Spezifikation für den geschlossenen Regelkreis ist hierbei nur schwer möglich. Die Wahl fällt somit auf das dritte Konzept, wobei die Anforderungen an die Aktuatorregelung und die Filterung des Aktuator Sollwertes miteinander verknüpft werden können. Im Zusammenhang mit einem *2-degree-of-freedom-controller* [Kuo95] wird auf diesem Weg eine getrennte Auslegung für den Vorwärts- und Rückwärtszweig bei gleichzeitiger Berücksichtigung der Spezifikationsgrenzen vorgenommen. Die Vorstellung dieses Ansatzes erfolgt in Kapitel 5.3 konkret für diesen Anwendungsfall.

---

<sup>11</sup>sprungfähig, gleiche Anzahl von Pole und Nullstellen

### 3.5 Robustheitsanalyse

Mit den zuvor aufgestellten Anforderungen für die Unsicherheiten und die Performance soll nun die zentrale Frage nach der Robustheit untersucht werden: kann ein Regler  $\mathbf{K}$  die um Unsicherheiten erweiterte Regelstrecke  $\mathbf{P}$  stabilisieren (*Robuste Stabilität*) und die an die Regelgüte gestellten Bedingungen (*Robuste Performance*) erfüllen.

Für die weiteren Betrachtungen werden dann die aus den vorangegangenen Kapiteln ermittelten Performancegewichtungen und die Unsicherheiten zu einer erweiterten Regelstrecke  $\mathbf{P}$  zusammengefaßt (vgl. Bild 3.7). Bild 3.7 zeigt ein Beispiel mit dem

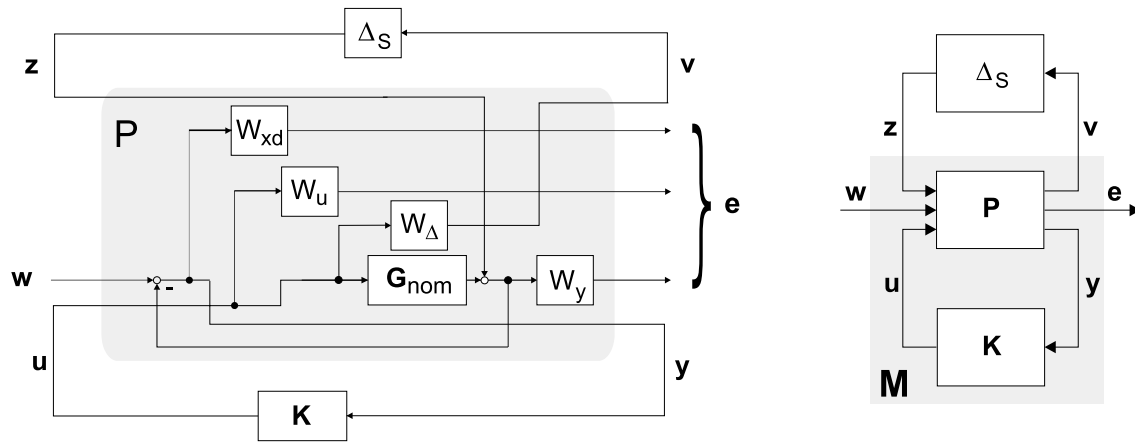


Abbildung 3.7: Erweiterte Regelkreisstruktur zur Robustheitsanalyse

S/KS/T-Gewichtungsschema und additiver Unsicherheit. Der Robustheitsanalyse liegt die Matrix  $\mathbf{M}$ , eine *lower LFT* von  $\mathbf{P}$  und  $\mathbf{K}$ , zugrunde:

$$(3.22) \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{vz} & \mathbf{M}_{vw} \\ \mathbf{M}_{ez} & \mathbf{M}_{ew} \end{bmatrix} = \mathcal{F}_L(\mathbf{P}, \mathbf{K}).$$

Für den geschlossenen Regelkreis ergibt sich daraus die Übertragungsfunktion  $\mathbf{T}_{ew}$  zu:

$$(3.23) \quad \mathbf{T}_{ew} = \mathcal{F}_U(\mathbf{M}, \Delta_S).$$

Je nach Art der Unsicherheit können unterschiedliche Bedingungen für robuste Stabilität und robuste Performance definiert werden. Diesen Kriterien liegt immer das *small gain theorem* aus Gl. 3.1 zugrunde. Jede dieser Bedingungen verlangt für den nominellen Regelkreis  $\mathbf{M}_{nom} = \mathcal{F}_L(\mathcal{F}_U(P, 0), K)$  asymptotische Stabilität. Für die Unsicherheit  $\Delta_S$  gilt die Annahme aus Gl. 3.16.

### 3.5.1 Robuste Stabilität bei unstrukturierter Unsicherheit

Ausgehend von Bild 3.7 ist die Übertragungsmatrix  $\mathbf{M}$  asymptotisch stabil, da sowohl der nominelle Regelkreis  $M_{nom}$  als auch per Definition  $\underline{\Delta}_S$  asymptotisch stabil sind. Mit Hilfe des Satzes der kleinsten Verstärkungen und Gl. 3.16 ergibt sich daraus eine hinreichende und notwendige Bedingung für robuste Stabilität bei unstrukturierten Unsicherheiten [MG89], [Rai94]:

$$(3.24) \quad \begin{aligned} \rho[\mathbf{M} \underline{\Delta}_S] &\leq \bar{\sigma}[\mathbf{M} \underline{\Delta}_S] \leq \bar{\sigma}[\mathbf{M}] \bar{\sigma}[\underline{\Delta}_S] < \bar{\sigma}[\mathbf{M}] \leq 1 \\ &\Rightarrow \bar{\sigma}[\mathbf{M}(j\omega)] \leq 1, \quad \forall \omega. \end{aligned}$$

Aufgrund der Definition für die  $\mathcal{H}_\infty$ -Norm (Gl. 3.8) kann Gl. 3.24 in ein  $\mathcal{H}_\infty$ -Problem überführt werden [Doy85]:

$$(3.25) \quad \|\mathbf{M}\|_\infty < 1$$

Die vorangegangenen Bedingungen berücksichtigen bei den Berechnungen keinerlei Struktur der Unsicherheit. Dies führt bei strukturierten Unsicherheiten zu unnötiger Konservativität. Zu dessen Vermeidung wurde von Doyle [Doy82] der strukturierte Singulärwert eingeführt.

### 3.5.2 Robuste Stabilität bei strukturierter Unsicherheit

Bevor die Stabilitätsbedingung angegeben werden kann, muß zunächst der strukturierte Singulärwert  $\mu$  näher erläutert werden.

Der strukturierte Singulärwert  $\mu_{\underline{\Delta}}(\mathbf{M})$  einer Matrix  $\mathbf{M} \in \mathbb{C}^{n \times n}$  wird immer in Bezug auf die Struktur des Unsicherheitsblockes  $\underline{\Delta}$  angegeben. Die Unsicherheit  $\underline{\Delta}$  kann die in Gl. 3.19 definierte Form annehmen. Es gilt dann für den strukturierten Singulärwert:

$$(3.26) \quad \mu_{\underline{\Delta}}(\mathbf{M}) = \begin{cases} \frac{1}{\min_{\underline{\Delta} \in \underline{\Delta}} \{\bar{\sigma}(\underline{\Delta}) : \det(\mathbf{I} - \mathbf{M} \underline{\Delta}) = 0\}} \\ 0, \quad \forall \underline{\Delta} \in \underline{\Delta} : \det(\mathbf{I} - \mathbf{M} \underline{\Delta}) \neq 0 \end{cases}.$$

Dieser kann nicht direkt berechnet werden [RB94], so daß  $\mu$  durch eine obere und untere Schranke abgeschätzt werden muß. Die Schranken ergeben sich aus den Extrema für die Unsicherheiten:

- Für einen *real repeated scalar block*  $\underline{\Delta} = \{\delta_r \mathbf{I}_n | \delta_r \in \mathbb{R}\}$ , also maximale Struktur, ist  $\mu_{\underline{\Delta}}(\mathbf{M}) = \rho_r(\mathbf{M})$

- bei einer völlig unstrukturierten Unsicherheit mit *full blocks*  $\underline{\Delta} = \mathbb{C}^{n \times n}$  berechnet sich  $\mu$  zu  $\mu_{\underline{\Delta}}(\mathbf{M}) = \bar{\sigma}(\mathbf{M})$

Wenn für jedes beliebige  $\underline{\Delta} \{ \delta_r \mathbf{I}_n | \delta_r \in \mathbb{R} \} \subseteq \underline{\Delta} \subseteq \mathbb{C}^{n \times n}$  gilt, dann folgt für die Schranken für  $\mu$ :

$$(3.27) \quad \rho_r(\mathbf{M}) \leq \mu_{\underline{\Delta}}(\mathbf{M}) \leq \bar{\sigma}(\mathbf{M}).$$

Problematisch bei dieser Einschränkung ist die Größe des Abstandes zwischen den Grenzen. Ist die Spanne zu groß, muß die Abschätzung weiter verfeinert werden. Eine Skalierung soll dabei derart erfolgen, daß zwar die obere und untere Grenze, nicht aber der  $\mu$ -Wert selbst verändert werden soll. Es werden dazu die Skalierungsmatrizen  $\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{D}$  und  $\mathbf{G}$  eingeführt (für nähere Informationen siehe [FTD91], [You93]). Die obere und untere Grenze wird dann derart verändert, daß für  $\mu$  gilt:

$$(3.28) \quad \max_{\mathbf{U} \in \underline{\mathbf{U}}} \rho_r(\mathbf{U}\mathbf{M}) \leq \mu_{\underline{\Delta}}(\mathbf{M}) \leq \inf_{\mathbf{D} \in \underline{\mathbf{D}}} \bar{\sigma}(\mathbf{D}\mathbf{M}\mathbf{D}^{-1}).$$

Bei rein reeller parametrischer Unsicherheit kann der Zusatz an Strukturinformation durch eine neue obere Grenze in Form einer *Linear Matrix Inequality* (LMI) angegeben werden:

$$(3.29) \quad \mu_{\underline{\Delta}}(\mathbf{M}) \leq \arg \inf_{\substack{\mathbf{D} \in \underline{\mathbf{D}} \\ \mathbf{G} \in \underline{\mathbf{G}}}} \left( \inf_{\beta \in \mathbb{R}} \bar{\sigma} \left( \left( \frac{\mathbf{D}\mathbf{M}\mathbf{D}^{-1}}{\beta} - j\mathbf{G} \right) (\mathbf{I} + \mathbf{G}^2)^{-\frac{1}{2}} \right) \leq 1 \right).$$

Weitere Eigenschaften sowie Informationen zum Berechnungsalgorithmus liefert [PYD91], [FTD91] und [PD93].

Mit der Kenntnis der Berechnung bzw. Approximation des strukturierten Singulärwertes  $\mu$  kann auf der Basis des erweiterten Regelkreises aus Bild 3.7 die Stabilitätsbedingung bei strukturierten Unsicherheiten definiert werden [Doy82], [ZDG95]:

$$(3.30) \quad \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \mu_{\underline{\Delta}_s}(\mathbf{M}(j\omega)) < 1.$$

Diese ist eine notwendige und hinreichende Bedingung, die wieder für den Unsicherheitsblock die Gl. 3.16 zugrundelegt.

### 3.5.3 Robuste Performance

Die in Kapitel 3.4 aufgestellten Anforderungen sollen nun auch mit Hilfe des strukturierten Singulärwertes  $\mu$  analysiert werden. Die Forderung nach Gl. 3.20 soll dabei sichergestellt werden. Die Bedingung ist gleichbedeutend mit:



$$(3.31) \quad \bar{\sigma}[\mathcal{F}_U(\mathbf{M}, \Delta_S)] < 1 \quad \forall \omega.$$

Versucht man nun mit den gleichen Überlegungen wie bei der robusten Stabilität eine Bedingung für robuste Performance zu erlangen, so erhält man:

$$(3.32) \quad \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \mu_{\underline{\Delta}_P}(\mathcal{F}_U(\mathbf{M}, \Delta_S)(j\omega)) < 1,$$

wobei hier  $\mu$  bezüglich einer fiktiven Menge  $\underline{\Delta}_P$  mit vollbesetzten Blöcken berechnet wird, deren Dimension sich aus den Eingangsgrößen  $\mathbf{w}$  und Ausgangsgrößen  $\mathbf{e}$  ergibt.

Um die Gl. 3.30 und Gl. 3.32 zu einem einheitlichen Kriterium zusammenzufassen, wird eine neue Blockstruktur  $\Delta \in \underline{\Delta}$  definiert:

$$(3.33) \quad \Delta = \begin{bmatrix} \Delta_S & 0 \\ 0 & \Delta_P \end{bmatrix}.$$

Hiermit kann mit Hilfe des *main loop theorem* [DPZ91] die Bedingung für robuste Stabilität und robuste Performance abgeleitet werden:

$$(3.34) \quad \mu_{\underline{\Delta}}(\mathbf{M}(j\omega)) < 1 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} \mu_{\underline{\Delta}_S}(\mathbf{M}_{vz}) < 1 \\ \max_{\Delta_S \in \underline{\Delta}_S} \mu_{\underline{\Delta}_P}(\mathcal{F}_U(\mathbf{M}, \Delta_S)) < 1 \end{cases}.$$

Dieser Gleichung liegt die folgende Kreisstruktur zugrunde und ist wiederum auf das *small gain theorem* zurückzuführen.

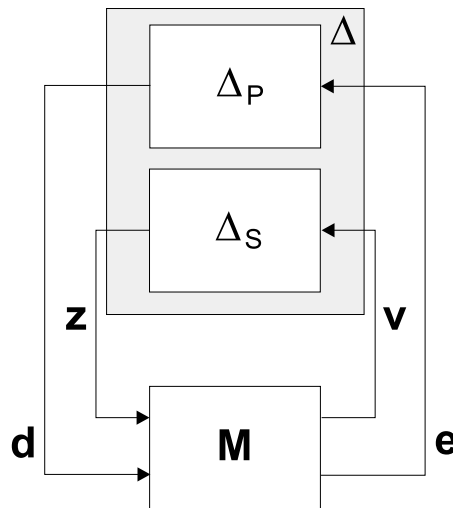


Abbildung 3.8: Regelkreisstruktur zur vereinheitlichten Robustheitsanalyse

## 3.6 Reglersynthese

Mit den in den Kapiteln 3.3 und 3.4 aufgestellten Modelle für die Unsicherheiten und Performanceanforderungen ist das erweiterte Streckenmodell komplettiert. Aufbauend auf der Gleichung für die  $\mu$ -Analyse (Gl. 3.34) kann das  $\mu$ -Synthese-Problem zur Reglerberechnung formuliert werden [Doy85]:

$$(3.35) \quad \min_K \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \mu_{\underline{\Delta}}(\mathcal{F}_L(\mathbf{P}, \mathbf{K})(j\omega)) < 1.$$

Das Optimierungsproblem besteht darin, denjenigen Regler zu finden, der den Regelkreis stabilisiert und einen minimalen  $\mu$ -Wert kleiner Eins liefert. Wie im vorherigen Kapitel beschrieben, ist dieses Problem nicht exakt lösbar und muß somit approximiert werden. Dies geschieht durch die Berechnung der oberen Schranke, wobei daraus dann ein  $\mathcal{H}_\infty$ -Problem wird. Die Lösung erfolgt iterativ durch eine abwechselnde  $\mathcal{H}_\infty$ -Synthese und anschließende  $\mu$ -Analyse.

### 3.6.1 Entwurfsverfahren

Es existieren verschiedene Iterationsverfahren, die je nach Entwurfsproblem (komplexe, reelle oder gemischte Unsicherheitsblöcke) die bestmöglichen Ergebnisse liefern.

#### D-K-Iteration für komplexe Entwurfsprobleme

Das bekannteste Verfahren ist die D-K-Iteration [Doy85], [?], die eine rein komplexe  $\mu$ -Synthese darstellt. Hierbei wird die obere Schranke für  $\mu_{\underline{\Delta}}$  mit einer vollbesetzten  $\underline{\Delta}$ -Matrix derart berechnet, daß sich das folgende Optimierungsproblem ergibt:

$$(3.36) \quad \min_K \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \inf_{\mathbf{D} \in \underline{\mathbf{D}}} \bar{\sigma}(\mathbf{D}(j\omega)\mathcal{F}_L(\mathbf{P}, \mathbf{K})(j\omega)\mathbf{D}(j\omega)^{-1})$$

Die  $\mu$ -Synthese wird in ein  $\mathcal{H}_\infty$ -Problem umgewandelt. Dabei wird abwechselnd ein  $\mathcal{H}_\infty$ -Regler (K Schritt) und eine  $\mu$ -Analyse mit Berechnung der frequenzabhängigen Skalierungsmatrix  $\mathbf{D}$  (D Schritt) durchgeführt. Zur Lösung des  $\mathcal{H}_\infty$ -Problems kommen die von *Glover* und *Doyle* [KG88], [JCD89] entwickelten Algorithmen, basierend auf zwei Riccati-Gleichungen, zum Einsatz. Eine weitere Möglichkeit wäre ein LMI-Ansatz von *Gahinet* [PG94a], [GNLC95].

Die Vorteile dieses Verfahrens sind die im Vergleich zu den anderen Verfahren niedrigere Reglerordnung, Zeit- und Rechenaufwand. Die Probleme, die sich aber ergeben können, erwachsen aus dem Konvergenzverhalten, welches kein globales Optimum garantiert, und der erhöhten Konservativität bei reellen Unsicherheiten

(vgl. [Hei96]). Letzteres kann vermieden werden, wenn Verfahren wie die (D,G)-K-Iteration [You93] (vgl. Kapitel 3.5.2) oder die  $\mu$ -K-Iteration von *Tjøffner-Clausen et al.* [STCN95] eingesetzt werden. Diese beiden Verfahren können neben rein komplexen Unsicherheiten auch gemischte (reell/komplex) behandeln. Im folgenden soll nun die in dieser Arbeit zur Anwendung kommenden (D,G)-K-Iteration vorgestellt werden.

### (D,G)-K-Iteration für reelle/gemischte Entwurfsprobleme

Die (D,G)-K-Iteration setzt auf der D-K-Iteration auf und besitzt neben der D-Skalierung noch eine weitere G-Skalierung. Die obere Grenze für  $\mu$  berechnet sich hierbei nach Gl. 3.29 für eine reelle/gemischte  $\Delta$ -Struktur. Das Vorgehen beim Reglerentwurf entspricht dem der D-K-Iteration mit einem ständigen Wechsel zwischen Skalierungsberechnung und  $\mathcal{H}_\infty$ -Optimierung.

Aufgrund der zusätzlichen Skalierungen erhöht sich die Reglerordnung bei der (D,G)-K- und der  $\mu$ -K-Iteration. Da aber generell bei allen robusten Reglern die Reglerordnung aufgrund der Struktur (Zustandsregler mit Beobachter) der Ordnung der erweiterten Regelstrecke entspricht und somit recht hoch ist, kann mit Hilfe von Ordnungsreduktionsverfahren eine beachtliche Reduzierung erreicht werden. Dies ist nicht zuletzt deshalb erforderlich, um die Implementierung in der realen Umgebung zu ermöglichen. Die folgenden beiden Unterkapitel zeigen zwei unterschiedlich Ansätze zum Erreichen eines Reglers geringer Ordnung auf.

#### 3.6.2 Ordnungsreduktion

Ordnungsreduktion ist gerade im Zusammenhang mit dem Entwurf robuster Regler ein essentielles Thema, da die Ordnung der entworfenen Regler eine Größenordnung aufweisen, die in einer realen Betriebsumgebung aus Rechenzeit- und Speicherplatzgründen nicht implementierbar ist. Während reduzierte Prozeßmodelle bei überschaubarer Größe teilweise noch durch physikalische Überlegungen, wie auch in dieser Arbeit für den Motor (vgl. Kapitel 5.1), ermittelt werden können, müssen zur Reglerreduktion aufgrund der hohen Ordnung automatische Verfahren herangezogen werden. Dort sind besonders balancierte Verfahren von Vorteil, die in Bezug auf den Absolutfehler gute Ergebnisse aufweisen [GL95b]. Diese basieren auf den Gramschen Steuer- und Beobachtbarkeitsmatrizen  $\mathbf{P}_c$  bzw.  $\mathbf{P}_o$  [Rai94]

$$(3.37) \quad \mathbf{P}_c = \int_0^\infty e^{\mathbf{A}t} \mathbf{B} \mathbf{B}^T e^{\mathbf{A}^T t} dt \quad \mathbf{P}_o = \int_0^\infty e^{\mathbf{A}^T t} \mathbf{C}^T \mathbf{C} e^{\mathbf{A}t} dt.$$

Diese existieren nur für stabile Systeme und berechnen sich jeweils aus Lyapunov-Gleichungen [Mül77]. Ein System heißt balanciert, wenn die Gramschen Matrizen diagonal und gleich sind:

$$(3.38) \quad \tilde{\mathbf{P}}_c = \tilde{\mathbf{P}}_o = \text{diag}(\sigma_i).$$

Dies bedeutet, daß das System in gleichen Maßen steuer- als auch beobachtbar ist. Um das zu erreichen, wird das System transformiert zu  $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{TAT}^{-1}$ ,  $\tilde{\mathbf{B}} = \mathbf{TB}$ ,  $\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{CT}^{-1}$ ,  $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{T}\mathbf{x}$ , wobei sich die Transformationsmatrix  $\mathbf{T}$  aus den Gramschen Matrizen über eine *singular value decomposition* (vgl. Kapitel 3.2) berechnet.

Die Diagonalelemente  $\sigma_i$  der balancierten Gramschen Matrizen werden als Hankelsche Singulärwerte bezeichnet und stellen ein Maß für die Steuer- und Beobachtbarkeit des jeweiligen Zustands dar. Diese sind der Ausgangspunkt für die Reduktion, wenn sie zunächst geordnet werden, so daß gilt:  $\sigma_1 > \dots > \sigma_k > \sigma_{k+1} > \dots > \sigma_m > 0$ . Je nach Vorgabe einer Ordnung oder einer oberen Schranke für  $\sigma_l$  werden nun die Zustände unter Zuhilfenahme der Hankelschen Singulärwerte unterteilt in solche, die erhalten bleiben (Index h,  $\sigma_h = \sigma_1 \dots \sigma_k$ ) und solche, die wegfallen (Index l,  $\sigma_l = \sigma_{k+1} \dots \sigma_m$ ). Es entsteht das folgende System:

$$(3.39) \quad \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_h \\ \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{hh} & \tilde{\mathbf{A}}_{hl} \\ \tilde{\mathbf{A}}_{lh} & \tilde{\mathbf{A}}_{ll} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_h \\ \tilde{\mathbf{x}}_l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}}_h \\ \tilde{\mathbf{B}}_l \end{bmatrix} \mathbf{u}$$

$$(3.40) \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}}_h & \tilde{\mathbf{C}}_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_h \\ \tilde{\mathbf{x}}_l \end{bmatrix} + \mathbf{D} \mathbf{u}$$

Es existieren nun zwei Methoden zur Ordnungsreduktion, die auf dem balancierten System aufbauen: *Truncation* und *Singular Perturbation*. Im ersten Fall werden die Zustände  $\tilde{\mathbf{x}}_l = 0$  gesetzt. Dies bedeutet eine Abschneidung (*truncation*) der schlecht zu steuernden bzw. zu beobachtenden Zustände. Das daraus resultierende einfache System gewährleistet jedoch nicht die stationäre Genauigkeit des Modells, da die stationären Anteile der gelöschten Zustände fehlen. Anders bei der *Singular Perturbation*, hier werden die entfernten Dynamiken des Systems  $\tilde{\mathbf{x}}_l$  herangezogen. Um im unteren Frequenzbereich eine gute Approximation zu erlangen, werden die Änderungen dieser Zustände  $\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_l = 0$  gesetzt, woraus eine alleinige stationäre Betrachtung der gelöschten Zustände erfolgt. Man erhält das folgende reduzierte Gleichungssystem:

$$(3.41) \quad \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_h = (\tilde{\mathbf{A}}_{hh} - \tilde{\mathbf{A}}_{hl}\tilde{\mathbf{A}}_{ll}^{-1}\tilde{\mathbf{A}}_{lh})\tilde{\mathbf{x}}_h + (\tilde{\mathbf{B}}_h - \tilde{\mathbf{A}}_{hl}\tilde{\mathbf{A}}_{ll}^{-1}\tilde{\mathbf{B}}_l) \mathbf{u}$$

$$(3.42) \quad \mathbf{y} = (\tilde{\mathbf{C}}_h - \tilde{\mathbf{C}}_l\tilde{\mathbf{A}}_{ll}^{-1}\tilde{\mathbf{A}}_{lh})\tilde{\mathbf{x}}_h + (\mathbf{D} - \tilde{\mathbf{C}}_l\tilde{\mathbf{A}}_{ll}^{-1}\tilde{\mathbf{B}}_l) \mathbf{u}$$

Die Güte einer Reduktion wird anhand von Fehlerschranken bestimmt. Diese berechnen sich aus den Hankelschen Singulärwerten  $\sigma_l$  für die zuvor beschriebenen Verfahren:

$$(3.43) \quad \sup(\sigma_l) < \|\mathbf{G}(j\omega) - \hat{\mathbf{G}}(j\omega)\|_\infty \leq 2 \sum \sigma_l.$$

Diese Schranken liefern zwar sowohl bei der Prozeßmodell- als auch in den meisten Fällen der Reglerreduktion ausreichende Ergebnisse, jedoch wird die robuste Performance des geschlossenen Regelkreises mit dem reduzierten Modell während der Reduktion nicht in Betracht gezogen. Da aber gerade die robuste Performance ein Entwurfsziel bei der  $\mu$ -Synthese darstellt, ist eine Performancedegradation aufgrund einer Ordnungsreduktion nicht vertretbar. Es besteht inzwischen eine Akzeptanz einiger Autoren, z.B. *Liu, Anderson* und *Latham* [YL90], [GL95a] und *Zhou* [Zho93] und [Zho95], dahingehend, daß Gewichtungsfunktionen in die Reglerreduktion integriert werden müssen. Jedoch garantieren die wenigsten davon weder Obergrenzen für die Performancedegradation noch Einblick in die Ordnungswahl. Einige erzielen wenigstens eine Erhaltung der Performance (vgl. [PG94b], [JM88] und [DR92]). Die im folgenden vorgestellte Methode von *Wortelboer* [CCB93], [PW99], die *closed loop balanced reduction*, vereint Performance- und Ordnungsanforderungen, indem iterativ ein Kompromiß zwischen beiden getroffen wird. Dazu können noch zusätzliche Gewichtungen eingeführt werden, die die Performanceabnahme in kritischen Frequenzbereichen beeinflussen. Zur Beurteilung der Performance wird der strukturierte Singulärwert  $\mu$  herangezogen (vgl. Gl. 3.34):

$$(3.44) \quad \min_{\hat{\mathbf{K}}} \sup_{\omega} (\mu_{\Delta}(\mathcal{F}_L(\mathbf{P}, \mathbf{K})) - \mu_{\Delta}(\mathcal{F}_L(\mathbf{P}, \hat{\mathbf{K}}))).$$

Ersetzt man  $\mu$  durch seine skalierte obere Grenze (Gl. 3.28), so erhält man ein Minimierungsproblem, welches auf die gewichtete balancierte Reduktion im geschlossenen Regelkreis zurückgeführt werden kann:

$$(3.45) \quad \min_{\hat{\mathbf{K}}} \|\mathbf{D} \mathcal{F}_L(\mathbf{P}, \mathbf{K}) \mathbf{D}^{-1} - \mathbf{D} \mathcal{F}_L(\mathbf{P}, \hat{\mathbf{K}}) \mathbf{D}^{-1}\|_\infty.$$

Gl. 3.45 gilt nun als Basis für eine balancierte Reduktion des Reglers im geschlossenen Regelkreis, wobei nicht nur die Gramsche Matrix des Reglers  $K$  betrachtet wird, sondern die Gramsche Matrix des erweiterten geschlossenen Regelkreises:

$$(3.46) \quad P_c = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_c \mathbf{D} \mathbf{P} \mathbf{D}^{-1} & \equiv \\ \equiv & \mathbf{P}_{c\mathbf{K}} \end{bmatrix} \quad P_o = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_o \mathbf{D} \mathbf{P} \mathbf{D}^{-1} & \equiv \\ \equiv & \mathbf{P}_{o\mathbf{K}} \end{bmatrix}.$$

Das Balancieren erfolgt im geschlossenen Regelkreis, wobei die Diagonalstruktur aus Gl. 3.46 erhalten bleibt. Zur Reduktion werden dann nur die unteren Anteile des balancierten Systems  $\tilde{\mathbf{P}}_{c\mathbf{K}}$  bzw.  $\tilde{\mathbf{P}}_{o\mathbf{K}}$  genutzt, die den Zuständen des Reglers entsprechen. Zur Reduktion können dann die bereits vorgestellten Verfahren genutzt werden.

Näheres über die balancierte Reduktion findet sich in [GL95b], [KZ98] und [Wor94]. Weitere Reglerreduktionsverfahren finden sich in [EC93], [And86], [DH90], [YL86], [YLL90] und [AY84].

### 3.6.3 Regler fixer Ordnung

Die Applikation von Ordnungsreduzierungsverfahren führt zwar schon zu einer deutlichen Reduzierung der Reglerordnung und somit auch der Rechenzeit, aber Größenordnungen kleiner 10, die den praktischen Einsatz auch erlauben würden, können nicht erreicht werden. Dies ist darauf zurückzuführen, daß durch eine drastische Reduktion der Reglerordnung die Stabilität des geschlossenen Regelkreises nicht mehr gewährleistet werden kann. Abhilfe bietet die Möglichkeit, die Reglerordnung direkt im Designprozeß a priori zu beschränken. Auf die von *Buschek* [Bus95] entwickelte Methode soll hier zurückgegriffen werden. Hierbei wird ein *mixed  $\mu$*  Reglerentwurf mit Hilfe der D,G-K-Iteration mit einem  $\mathcal{H}_\infty$ -Regler fixer Ordnung gekoppelt, der mit Hilfe eines homotopischen Algorithmus entworfen wird. Dieser wird nach einer kurzen Einführung in die Reglerstruktur näher erläutert.

#### Reglerdesign

Der Reglerentwurf unterscheidet sich von vornherein in der Struktur des Reglers. Der robuste Standardregler ist von folgender Struktur:

$$(3.47) \quad \dot{\mathbf{x}}_r = \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r + \mathbf{B}_r \mathbf{y}$$

$$(3.48) \quad u = \mathbf{C}_r \mathbf{x}_r$$

mit  $\mathbf{x}_r$  dem Reglerzustandsvektor,  $u$  der Stellgröße und  $\mathbf{y}$  den Meßgrößen. Hierbei müssen die Matrizen  $\mathbf{A}_r$ ,  $\mathbf{B}_r$  und  $\mathbf{C}_r$  ermittelt werden, was zu einem überbestimmten Problem führt. Um dies zu vermeiden und somit die Anzahl der zu bestimmenden Reglerparameter gering zu halten, wird eine kanonische Form (Index c) [KC88] zur Beschreibung der Reglerübertragungsfunktion verwendet (Bild 3.9). Diese geht auf die Regelungsnormalform (RNF) einer Zustandsraumdarstellung [Unb00b] zurück:

$$(3.49) \quad \dot{\mathbf{x}}_c = (\mathbf{P}^0 - \mathbf{N}^0 \mathbf{P}) \mathbf{x}_c - \mathbf{N}^0 \mathbf{y}$$

$$(3.50) \quad u = -\mathbf{H} \mathbf{x}_c$$

$$(3.51) \quad \implies \dot{\mathbf{x}}_c = \mathbf{A}_{RNF} \mathbf{x}_c + \mathbf{B}_{RNF} \mathbf{y}$$

$$(3.52) \quad u = \mathbf{C}_{RNF} \mathbf{x}_c$$

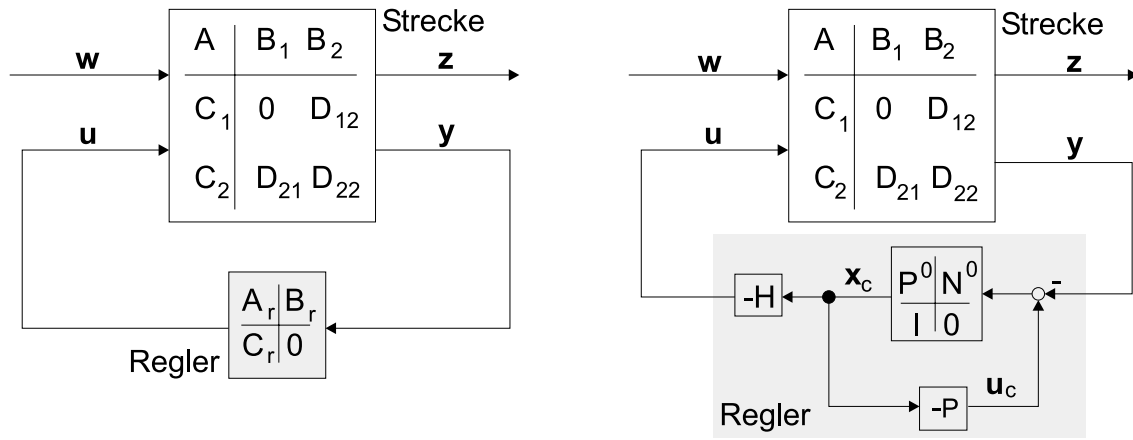


Abbildung 3.9: Vergleich Strecke mit Standardregler und Regler in kanonischer Form

Hierbei sind die Matrizen  $\mathbf{P}^0$  und  $\mathbf{N}^0$  ausschließlich aus Nullen und Einsen aufgebaut (Gl. 3.53),  $\mathbf{P}$  und  $\mathbf{H}$  enthalten die freien Reglerparameter (entsprechend der Parameter  $a_i$  und  $b_i$  der RNF). Dies ist somit nur eine modifizierte Schreibweise der Regelungsnormalform mit:

$$(3.53) \quad \mathbf{P}^0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & \underline{0} \\ & \ddots & \ddots & \\ & & 0 & 1 \\ \underline{0} & & & 0 \end{bmatrix} \quad -\mathbf{N}^0 = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

Erweitert man nun die Regelstrecke um die festgesetzten Anteile des Reglers  $\mathbf{P}^0$ ,  $\mathbf{N}^0$ , so erhält man die folgende Struktur mit dem zu entwerfenden Regler  $\mathbf{G}$ :

$$(3.54) \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{P} \end{bmatrix}$$

Der Entwurf eines dynamischen Reglers ist somit reduziert auf die Bestimmung einer Matrix von Verstärkungsfaktoren.

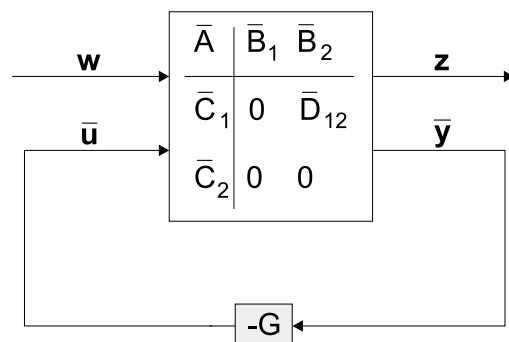


Abbildung 3.10: Erweiterter Regelkreis mit Regler in kanonischer Form

Das Entwurfsverfahren zum Design eines  $\mathcal{H}_\infty$ -Reglers definierter Ordnung geht auf die Minimierung der  $\mathcal{H}_\infty$ -Norm der Übertragungsfunktion  $T_{ew}$  (vgl. Kapitel 3.4) des geschlossenen Regelkreises unter Nebenbedingungen zurück:  $\|T_{ew}\|_\infty < \gamma$ . Die notwendigen Bedingungen zum Erreichen von lokalen Minima werden mit Hilfe von Lagrangen Multiplikatoren definiert [ZDG95], [Unb00c]. Die Lagrangesche Funktion  $\mathcal{L}$  als Gütefunktion enthält neben der Reglermatrix  $\mathbf{G}$  die Gramsche Beobachtbarkeitsmatrix  $\mathbf{P}_o$  (vgl. Kapitel 3.6.2) und die Matrix  $\mathbf{L}$  bestehend aus Lagrangeschen Multiplikatoren:  $\mathcal{L} = f(\mathbf{G}, \mathbf{P}_o, \mathbf{L})$ . Die drei notwendigen Bedingungen ergeben sich aus den Gradienten der Lagrangeschen Funktion:

$$(3.55) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{G}} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{P}_o} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{L}} = 0$$

Die Lösung dieser drei gekoppelten Gleichungen erfolgt mit Hilfe eines homotopischen Algorithmus, der im folgenden erläutert wird.

### Homotopischer Algorithmus

Die grundlegende Philosophie der homotopischen Methode besteht darin, daß ein Problem in ein anderes überführt wird. Nimmt man dazu die Lösung eines einfachen Problems als Startwert, so wird sich entlang einer Trajektorie der Lösung des eigentlichen Problems genähert.

Der Gesamtprozeß zum Entwurf eines robusten Reglers fester Ordnung verläuft in mehreren Schritten:

- Zunächst wird ein einfacher  $\mathcal{H}_2$ -Regler für die erweiterte Regelstrecke entworfen, der anschließend auf die gewünschte Größenordnung reduziert<sup>12</sup> und in eine kanonische Form umgewandelt wird [Lue67]. Dieser Regler stellt die Initialisierung für die anschließende Optimierung dar.
- Die Optimierung erfolgt in zwei Schritten mit Hilfe eines homotopischen Algorithmus; dazu wird zuerst ausgehend von dem reduzierten  $\mathcal{H}_2$ -Regler dieser optimiert. Der optimierte  $\mathcal{H}_2$ -Regler gilt als Initialisierung für den zweiten, den  $\mathcal{H}_\infty$  Schritt.
- Das Ergebnis des Entwurfs ist ein nahezu optimaler  $\mathcal{H}_\infty$ -Regler geringer Ordnung
- im Zusammenhang mit dem Entwurf eines robusten  $\mu$ -Reglers ersetzt der zuvor beschriebene Entwurfsschritt den der  $\mathcal{H}_\infty$ -Reglersynthese

<sup>12</sup>Trotz ihrer nur bedingten Zuverlässigkeit funktionieren Ordnungsreduktionsmethoden am besten mit LQG-Reglern wie dem  $\mathcal{H}_2$ -Regler [EC93]



Die zugrundeliegende Theorie wird anschließend kurz erläutert:

Betrachtet man dazu zwei Vektorräume  $\mathbf{U}$  und  $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^n$  und die Abbildung von  $\mathbf{U}$  nach  $\mathbf{Y}$ ,  $y = f(u)$ ,  $y \in \mathbf{Y}$ ,  $u \in \mathbf{U}$ . Ziel ist die Lösung der Gleichung

$$(3.56) \quad f(u) = 0.$$

Die homotopische Funktion ist nun definiert über  $H : [\mathbf{U}, [0, 1]] \rightarrow \mathbb{R}^n$ , so daß

$$(3.57) \quad H(u(1), 1) = f(u).$$

Es existiert eine einfach zu berechnende Lösung  $u(0)$  mit

$$(3.58) \quad H(u(0), 0) = 0.$$

Die homotopische Funktion kann nun mit den Gl. 3.57 und 3.58 verallgemeinert dargestellt werden als

$$(3.59) \quad H(u(\alpha), \alpha) = 0, \quad \forall \alpha \in [0, 1].$$

Der Lösungsalgorithmus beginnt mit der einfachen Lösung aus Gl. 3.58, worin der Parameter  $\alpha$  soweit variiert wird, bis die Lösung des Originalproblems erreicht ist. Dies geschieht durch eine *prediction-correction*-Methode. Dazu wird die Ableitung von Gl. 3.59 in Bezug auf  $\alpha$  benötigt, was zu folgender Gleichung führt:

$$(3.60) \quad \frac{du}{d\alpha} = - \left( \frac{\partial H}{\partial u} \right)^{-1} \frac{\partial H}{\partial \alpha}$$

Im folgenden soll das Vorgehen bei der Anwendung des homotopischen Algorithmus anhand des Reglerentwurfsproblems vorgestellt werden.

Übertragen auf die Entwurfsaufgabe stellt der Vektor  $\theta$ , der die Reglerparameter der Matrix  $\mathbf{G}$  enthält, den Vektor  $u$  dar. Das zu lösende Problem ist dann beschrieben durch

$$(3.61) \quad f(\theta) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} = 0.$$

Die homotopische Funktion erwächst aus der notwendigen Bedingung, die an die Reglerparameter gestellt wird: dem Gradienten der Lagrangeschen Funktion (vgl. Gl. 3.55):

$$(3.62) \quad H(\theta, \alpha) = \frac{\partial \mathcal{L}(\theta, \alpha)}{\partial \theta} = 0,$$

Als Initialisierung dient ein, wie bereits erwähnt, reduzierter  $\mathcal{H}_2$ -Regler.

Vorgehen:

1. Entwurf eines  $\mathcal{H}_2$ -Reglers auf der Basis der erweiterten gewichteten Regelstrecke
2. Berechnung eines Initialisierungsreglers ( $\alpha = 0$ ) durch Ordnungsreduktion des  $\mathcal{H}_2$ -Reglers und Transformation in eine kanonische Form
3. Erhöhung von  $\alpha$ :  $\alpha_{1,k} = \alpha_0 + \Delta\alpha_{0,k}$ , wobei die Schrittweite  $\Delta\alpha_{i,k} = 1 - \alpha_i$  als Startwert gewählt wird
4. Prediktion des Parametervektors  $\theta$ :  

$$\theta(\alpha_{1,k}) = \theta(\alpha_0) + \Delta\alpha_{0,k}\theta'(\alpha_0) \text{ mit } \theta'(\alpha) = \frac{d\theta}{d\alpha} = - \left( \frac{\partial H}{\partial \theta} \right)^{-1} \frac{\partial H}{\partial \alpha}$$
5. Prediktionsfehler berechnen mit Hilfe des Gütefunktional:  

$$e_k(\theta, \alpha) = \|J_\theta(\theta(\alpha_{1,k}))\| < \epsilon$$
  - (a) Fehler kleiner Toleranz  $\rightarrow$  fortfahren
  - (b) wenn nicht,  $\alpha$ -Schrittweite verändern:  $0,5\Delta\alpha_{0,k} \rightarrow \Delta\alpha_{0,k+1}$
  - (c)  $k$  erhöhen und die Schritte 2-4 wiederholen
6. Korrekturschritt nach der Newton-Methode durchführen zur Ermittlung des lokalen Minimums
7. wenn  $\alpha = 1$ , beenden, ansonsten weiter mit Schritt 2

Die Ergebnisse dieser Methode werden stark von der numerischen Empfindlichkeit des homotopischen Algorithmus beeinflusst. Grund dafür ist, daß eine Hesse-Matrix  $H_\theta$ <sup>13</sup> berechnet wird, deren Größe von der Anzahl der Meß- ( $ny$ ) und Stellgrößen ( $nu$ ) (gegeben) sowie der Reglerordnung ( $nc$ ) abhängt:  $\dim[H_\theta] = [(nu + ny) \cdot nc]^2$ . Die Optimierung wird dann bei entsprechend hoher Reglerordnung schlecht konditioniert [Bus95]. Die Konsequenz ist, daß die Schrittweiten drastisch verringert werden müssen, was dazu führt, daß der Algorithmus frühzeitig abbricht, da mit verschwindend kleinen Schrittweiten keine Verbesserungen erreicht werden können.

---

<sup>13</sup>Die Hesse-Matrix  $H_\theta$  besteht aus den partiellen Ableitungen der homotopischen Funktion  $H(\theta, \alpha)$  nach den freien Parametern  $\theta_i$  [Unb00c]:  $H_\theta = \text{vec} \left( \frac{\partial H(\theta, \alpha)}{\partial \theta_i} \right)^T$

## 4 Modellbildung

In den folgenden Kapiteln wird nun das Gesamtsystem vorgestellt, das dem Reglerentwurf zugrunde liegt. Das Kernstück bildet der zu regelnde Aktuator, der mit einer dynamischen Last aus Ruder und Flosse betrieben wird. Am Leitwerk angreifende Luftkräfte werden als Störkräfte mit im Modell betrachtet. Für dieses komplexe Modell wird im Anschluss der robuste Regler entworfen.

### 4.1 Der Aktuator

Der Mittelpunkt des Reglerentwurfs stellt der elektrohydraulische Seitenrudder-Aktuator eines modernen Fly-by-Wire-Flugzeuges dar. Er ist das Bindeglied zwischen FCC und der aerodynamischen Steuerfläche Seitenrudder. Dieser Aktuator befindet sich im sicherheitskritischen Pfad der Flugregelung und ist dementsprechend mit einem ausreichenden Redundanzkonzept ausgestattet: die Hydraulikkomponente ist duplex redundant ausgelegt mit zwei unabhängigen Hydraulikversorgungen; aufgrund der hohen Fehleranfälligkeit ist das elektrische Teilsystem quadruplex redundant ausgelegt.

Das folgende Schema zeigt den Aufbau eines Aktuators.

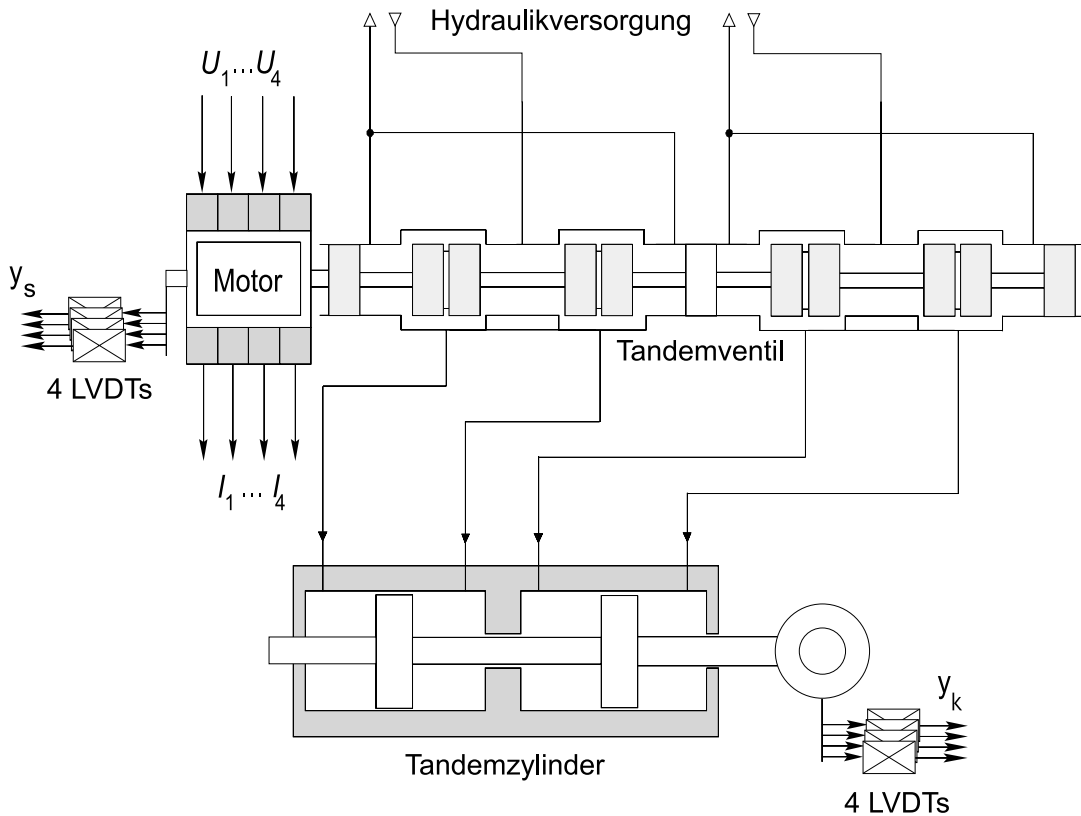


Abbildung 4.1: Schematischer Aufbau des Aktuators

Das System besteht aus einem mit vier Spulen ausgestatteten Linearmotor, der direkt das Steuerventil bewegt. Dieses als *Direct Drive Valve* (DDV) bezeichnete Ventil zeichnet sich gegenüber den früher eingesetzten Servoventilen durch

- geringere Komplexität durch Verzicht auf hydraulische Vorsteuerung,
- niedrige hydraulische Verluste
- und geringe Schmutzempfindlichkeit

aus (vgl. [YHL91], [Koh81]). Das Entfallen der hydraulischen Vorsteuerung ruft jedoch einen erhöhten elektrischen Leistungsbedarf.

Der Elektromotor wird aufgrund seiner translatorischen Bewegung als Linearmotor bezeichnet, wobei dessen Wirkungsweise mit dem Torquemotor vergleichbar ist (vgl. [Kli95]). Die vier redundanten Motorspulen werden von jeweils einem pulsweitenmodellierten Signal der Leistungsverstärker angesteuert, die wiederum von den vier weitgehend identischen Steuerspannungen  $u_1 \dots u_4$  gespeist werden (Bild 4.1). Die Aufgabe des Linearmotors besteht darin, die beiden 4/3-Wege-Ventile in Tandemanordnung zu bewegen. Der DDV-Motor wurde mit einer Nennkraft von 820N dimensioniert, so daß er in der Lage ist, durch das Öl in das Ventil eingespülte Metallspäne abzuscheren (*chip shear*), um ein Klemmen des Ventil zu verhindern. Diese hohe Nennkraft wirkt sich jedoch ungünstig auf die Dynamik des DDVs auf.

Je nach Stellung des Ventilschiebers wird ein Ölstrom zwischen Hydrauliksystem und Tandemzylinder, der letztendlich die Kraftstufe des Aktuators zur Verstellung des Ruders darstellt, gesteuert. Bei dem Zylinder handelt es sich um einen Gleichlaufzylinder, d.h. ein gleichflächiger Zylinder.

Das oben erwähnte Redundanzmanagement setzt sich im Sensorconcept fort. Die Ventilschieberposition  $x_s$  und die Kolbenposition  $x_k$  werden jeweils von 4 redundanten induktiven Wegaufnehmern (LVDTs) gemessen. Desweiteren werden die 4 Spulenströme  $I_1 \dots I_4$  erfaßt.

Das folgende Bild 4.2 zeigt einen Seitenruderaktuator. Die Kenndaten des Aktuators

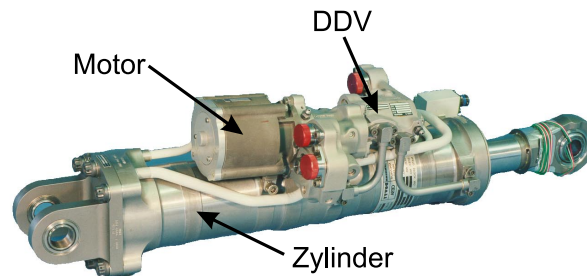


Abbildung 4.2: Bild des Aktuators

sind in Tabelle 4.1 zusammengestellt.

Tabelle 4.1: Kenndaten des Seitenruderaktuators

Parameter	Wert
Ventilhub	$\pm 0,8$ mm
Nennkraft des DDV-Motors	820 N
max. Strom je Spule	$\pm 1,4$ A
Kolbenhub	$\pm 72,5$ mm
Öldruck	$26,5$ N/mm <sup>2</sup>
max. Kolbenkraft (ausfahrend)	252,9 kN
max. Kolbengeschwindigkeit (einfahrend)	242 mm/s

Die folgende nichtlineare Modellierung der einzelnen Systeme des Aktuators beschränkt sich auf das Wesentliche. Ausführliche Untersuchungen des Aktuators bezüglich des dynamischen Verhaltens wurden von *Klingauf* [Kli95] und *Oehler* [Oeh01] bereits durchgeführt.

#### 4.1.1 Der Linearmotor

Der das Steuerventil direkt antreibende Linearmotor ist, wie in Bild 4.3 zu sehen, aufgebaut aus zwei entgegengesetzt polarisierten Permanentmagneten, die bei stromlosen Spulen ein symmetrisches, aber gegensinniges magnetisches Feld aufbauen. Die Feldlinien schließen sich jeweils über Polschuh, Ankerhälfte und Joch. Dadurch wird

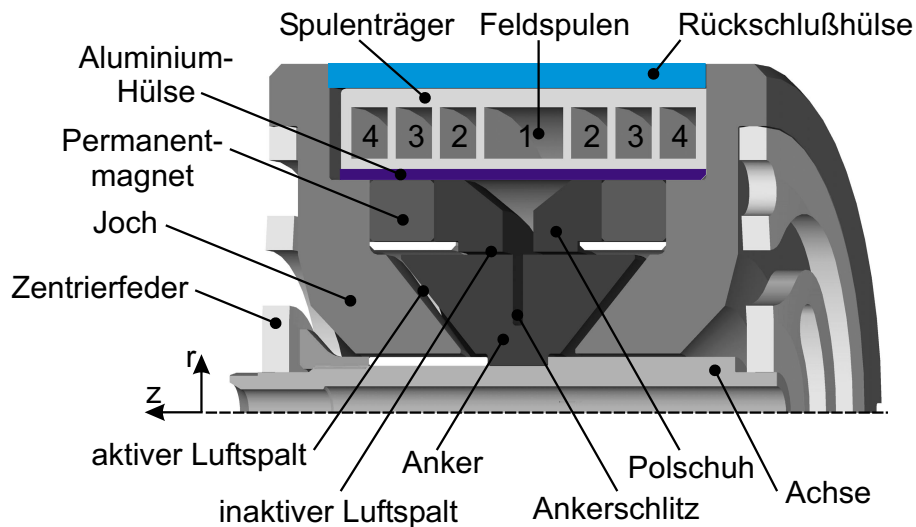


Abbildung 4.3: Aufbau des Linearmotors im Halbschnitt

der Anker in einer labilen Mittelstellung gehalten. Kleine Auslenkungen bewirken, daß, aufgrund der wegabhängigen permanentmagnetischen Kraft, der Anker weiter ausgelenkt wird. Um den Anker somit bei stromlosen Spulen in der Mittelstellung zu halten, werden an beiden Seiten ausreichend steife Zentrierfedern eingesetzt.

Zur Steuerung der magnetischen Kraft wird durch die Motorspulen ein weiterer magnetischer Fluß aufgebracht. Dieser Fluß, überlagert mit dem permanentmagnetischen, ergibt die Feldlinien aus Bild 4.4. Je nach Stromrichtung sorgt der elektromagnetische Fluß für eine Verstärkung des Feldes auf der einen Seite sowie einer Abschwächung auf der anderen. Die daraus resultierende axiale Ankerkraft berechnet sich aus einem permanentmagnetischen ( $F_{pmag}$ ) und einem elektromagnetischen ( $F_{emag}$ ) Anteil:

$$(4.1) \quad F_{mag}(I, x_s) = F_{pmag}(x_s) + F_{emag}(I, x_s).$$

Der permanentmagnetische Anteil kann mit Hilfe des magnetischen Ersatzschaltbildes des Motors ermittelt werden [Kli95]. Zu Simulationszwecken kann diese Funktion durch ein Polynom dritten Grades approximiert werden:

$$(4.2) \quad F_{pmag} = 277x_s + 86,86x_s^3.$$

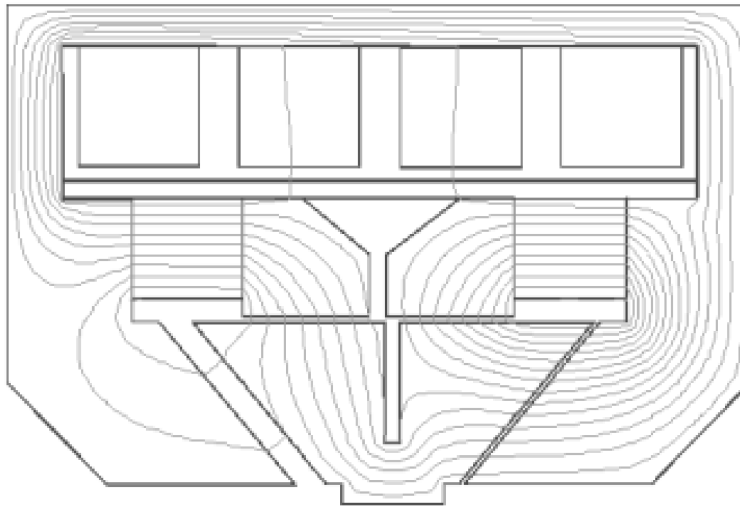


Abbildung 4.4: Magnetische Feldlinien bei Auslenkung des Ankers

*Klingauf* hat gezeigt, daß die Modellierung des elektromagnetischen Anteils über den Energieansatz vorgenommen werden kann:

$$(4.3) \quad F_{emag} = k_{mag}\Psi_h.$$

Der Vorteil liegt darin, daß durch den Ansatz des magnetischen Hauptflusses  $\Psi_h$  Unterschiede in den vier Spulenströmen modelliert werden können. Außerdem kann der nichtlineare Effekt der Eisensättigung berücksichtigt werden.

Die Berechnung des Flusses  $\Psi_h$  erfolgt über die Maschengleichung des elektrischen Ersatzschaltbildes Bild 4.5. Dieses Modell besteht aus den vier Spulen sowie ei-

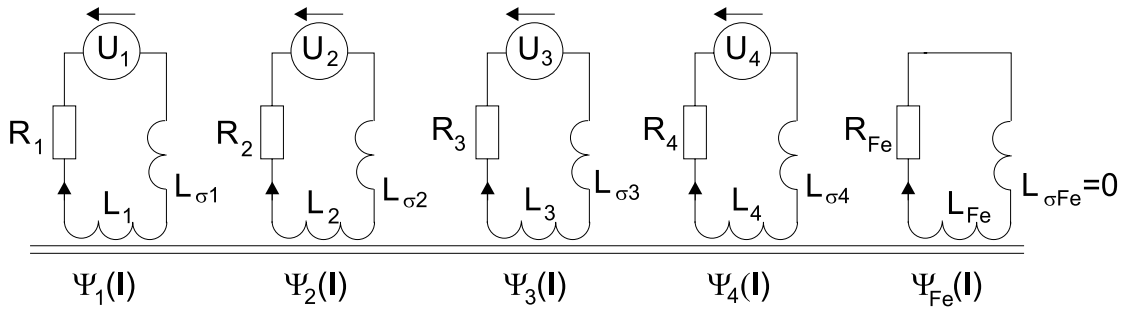


Abbildung 4.5: Elektrisches Ersatzschaltbild der gekoppelten Spulen

ner fiktiven Wirbelstromspule, die die Eisenverluste aufgrund von Wirbelströmen modelliert. Desweiteren werden neben den Induktivitäten  $L_i$ , die die Kopplung der einzelnen Spulen zusammen mit dem Eisenkreis darstellen, noch Streuinduktivitäten  $L_{\sigma i}$  eingeführt, die andeuten, daß ein Teilfluß nur die eigene Spule durchsetzt, während der Hauptfluß alle Spulen durchdringt. Da angenommen wird, daß die Wirbelstromspule keine Streuinduktivität besitzt, entspricht deren Fluß  $\Psi_{Fe}$  dem Hauptfluß  $\Psi_h$ .

Faßt man die vier Maschengleichungen aus Bild 4.5 vektoriell zusammen, so ergibt sich folgende Vektorgleichung:

$$(4.4) \quad \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_{Fe} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_{Fe} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\Psi}_1 \\ \dot{\Psi}_2 \\ \dot{\Psi}_3 \\ \dot{\Psi}_4 \\ \dot{\Psi}_{Fe} \end{bmatrix},$$

mit den Klemmspannungen  $U_1 \dots U_4$ , den Spulenströmen  $I_1 \dots I_4$ , den Spulenwiderständen  $R_1 \dots R_{Fe}$  sowie der zeitlichen Ableitung der verketteten Spulenflüsse  $\Psi_1 \dots \Psi_{Fe}$ . Die Spulenflüsse können mit Hilfe der Ströme sowie der Induktivitäten angegeben werden zu

$$(4.5) \quad \Psi = \mathbf{L} \cdot \mathbf{I},$$

wobei gegenüber der Widerstandsmatrix die Induktivitätsmatrix vollbesetzt ist aufgrund der Kopplungs- und Streuinduktivitäten. Betrachtet man nun eine Bewegung des Ankers, die eine Spannung  $U_{ind}$  in den einzelnen Spulen induziert, die die elektromagnetische Gegenkraft erzeugt, erhält man das folgende Differentialgleichungssystem:

$$(4.6) \quad \dot{\Psi} = \mathbf{U} - \mathbf{U}_{ind} - \mathbf{R}\mathbf{L}^{-1}\Psi.$$

Der lineare Zusammenhang aus Gl. 4.5 beschreibt jedoch noch nicht die Eisensättigung, die sich bei zunehmender Magnetisierung einstellt. Diesem Effekt wird Rechnung getragen durch Einführung einer flußabhängigen Induktionsmatrix  $\mathbf{L} = f(\Psi)$ . Klingauf [Kli95] hat gezeigt, daß die Induktivitätsmatrix durch eine konstante Kopplermatrix  $\mathbf{K}_\kappa$  und eine vom Hauptfluß  $\Psi_h$  abhängige Induktivität  $L_h$  beschrieben werden kann:

$$(4.7) \quad \mathbf{L}(\Psi_h) = L_h(\Psi_h) \mathbf{K}_\kappa.$$

Desgleichen hängt auch die induzierte Spannung  $\mathbf{U}_{ind}$  von  $L_h$  ab:

$$(4.8) \quad \mathbf{U}_{ind} = \mathbf{K}_{ind}(L_h) \dot{x}_s$$

#### 4.1.2 Dynamik des Steuerventils

Da durch die Gl. 4.1 bis 4.8 die Ankerkraft vollständig beschrieben ist, kann die Bewegungsgleichung des Ankers mit Ventilschieber (Masse  $m_s$ ) aufgestellt werden:

$$(4.9) \quad m_s \ddot{x}_s = F_{mag} - F_{Str} - F_R - F_{hyd} - d \dot{x}_s - c x_s.$$

Das Blockschaltbild 4.6 verdeutlicht diese Zusammenhänge. Entgegen der axialen

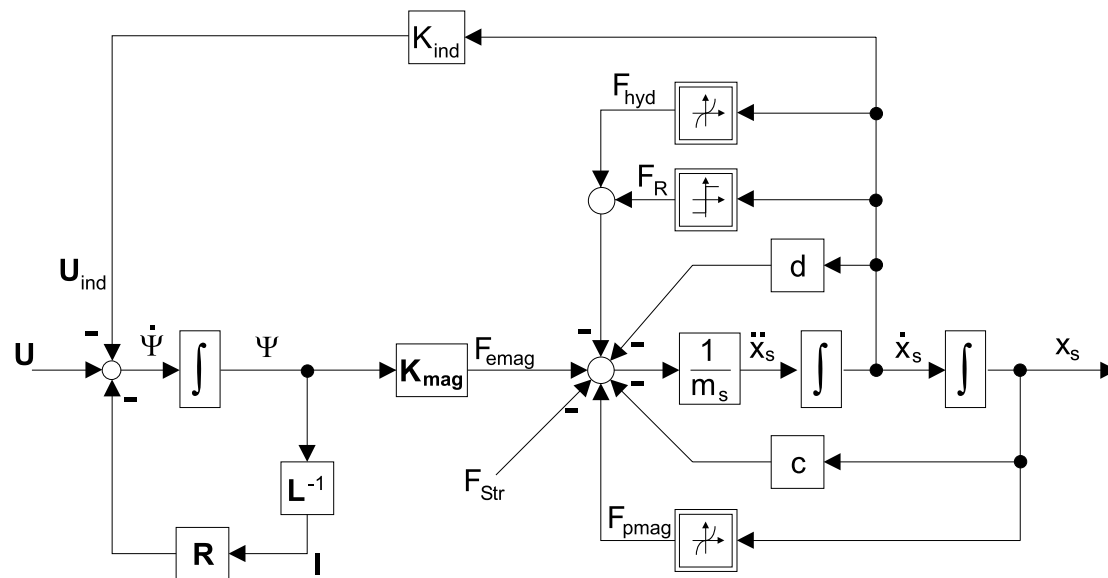


Abbildung 4.6: Blockschaltbild des gesamten DDVs

Bewegung des Ankers wirken Strömungskraft  $F_{Str}$ , Reibkraft in Form Coulombscher Reibung



$$(4.10) \quad F_R = k_R \cdot \operatorname{sgn}(\dot{x}_s),$$

eine hydraulische Dämpfung zur Erhöhung der mechanischen Dämpfung  $d$

$$(4.11) \quad F_{hyd} = d_{hyd} \cdot \operatorname{sgn}(\dot{x}_s) \dot{x}_s^2$$

sowie Federkräfte aufgrund der Zentrierfedern. Die Strömungskraft in axialer Richtung entsteht durch die Strömungsumlenkung an den Steuerkanten. Somit gibt es neben dem elektrischen und mechanischen Einfluß auf die Ankerbewegung noch zusätzlich eine hydraulische Komponente. Die Herleitung der Strömungskraft geschieht über die Volumenströme  $Q_i$  an den Steuerkanten des Ventils (vgl. Bild 4.7). Im Folgenden soll dazu nur ein Teil des Tandemventils bzw. -zylinders betrachtet werden, da die Gleichungen direkt auf den weiteren Teil übertragbar sind.

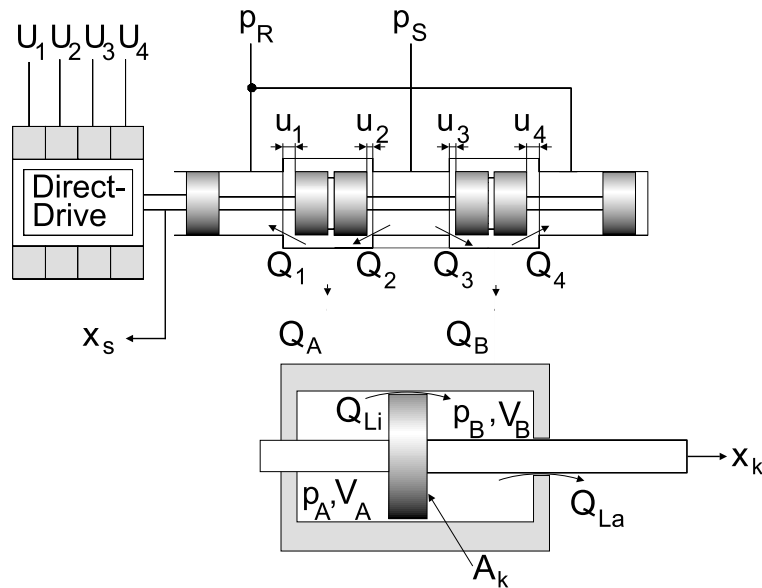


Abbildung 4.7: Skizze des Gesamtaktuator

Die Steuerkanten sind derart ausgelegt, daß zur Vermeidung von Unstetigkeiten im Neutralpunkt ( $x_s = 0$ ) negative Überdeckungen  $u_i$  vorgesehen sind (vgl. Bild 4.7).

Die Durchflußgleichungen ergeben sich unter Annahmen einer stationären Strömung aus der Bernoulli-Gleichung für ideale Blenden [Mur98] mit  $p_S$  dem Systemdruck und  $p_R$  dem Rücklaufdruck:

$$(4.12) \quad \begin{aligned} Q_1 &= K_{D1} \sqrt{|p_A - p_R|} \operatorname{sgn}(p_A - p_R) \\ Q_2 &= K_{D2} \sqrt{|p_S - p_A|} \operatorname{sgn}(p_S - p_A) \\ Q_3 &= K_{D3} \sqrt{|p_S - p_B|} \operatorname{sgn}(p_S - p_B) \\ Q_4 &= K_{D4} \sqrt{|p_B - p_R|} \operatorname{sgn}(p_B - p_R), \end{aligned}$$

mit dem Durchflußbeiwert  $K_{D_i}$  aus

$$(4.13) \quad K_{D_i} = A_i \alpha_D \sqrt{\frac{2}{\rho}}.$$

$A_i$  entspricht dem jeweiligen Blendenquerschnitt an der Steuerkante, der Durchflußkoeffizient  $\alpha_D$  sowie die Dichte  $\rho$  des Hydrauliköls werden als konstant angenommen, was für den Zweck des Reglerentwurfs vertretbar ist.

Mit den Volumenströmen  $Q_i$  können nun die Strömungskräfte aus Gl. 4.9 angegeben werden:

$$(4.14) \quad F_{Str} = \sum_i \underbrace{(-1)^{i-1} \rho v_{Str_i} Q_i \cos \beta}_{\text{stationäre Anteile}} \quad \underbrace{\pm \rho l_i \dot{Q}_i}_{\text{dynamische Anteile}},$$

mit  $v_{Str_i}$  den Strömungsgeschwindigkeiten im Steuerquerschnitt, dem Strahlablenkwinkel  $\beta$  sowie der Längen  $l_i$  der axial beschleunigten Ölsäulen. Den überragenden Anteil an der Strömungskraft besitzt der stationäre Anteil, der immer in Schließrichtung der jeweiligen Steuerkante wirkt. Aufgrund der gegensinnigen Volumenströme (vgl. Bild 4.7) heben sich die dynamischen Anteile annähernd auf [Oeh01], so daß diese vernachlässigt werden können.

### 4.1.3 Dynamik des Druckaufbaus

Durch die Öffnung des Ventils an den Steuerkanten stellen sich Volumenströme  $Q_i$  ein, die über die Kontinuitätsgleichung die Kammervolumenströme  $Q_A$  und  $Q_B$  liefern:

$$(4.15) \quad Q_A = Q_2 - Q_1, \quad Q_B = Q_3 - Q_4.$$

Unter Berücksichtigung der Kompressibilität des Öls erhält man die Gl. 4.16 und 4.17 für den Druckaufbau. Analog zur Aufladung eines Kondensators erfolgt die Beschreibung des Druckaufbaus über den effektiven Volumenstrom und die hydraulische Kapazität  $\tilde{E}_{\tilde{O}l}/V$ .

$$(4.16) \quad \dot{p}_A = \frac{\tilde{E}_{\tilde{O}l,A}}{V_A} (Q_A - A_k (\dot{x}_k - \dot{x}_G) - Q_{Li})$$

$$(4.17) \quad \dot{p}_B = \frac{\tilde{E}_{\tilde{O}l,B}}{V_B} (Q_B + A_k (\dot{x}_k - \dot{x}_G) + Q_{Li}).$$

Das Ersatz-Elastizitätsmodul des Öls  $\tilde{E}_{\tilde{O}l,A}$  bzw.  $\tilde{E}_{\tilde{O}l,B}$  berücksichtigt neben der Kompressibilität des Öls, die sowohl temperatur- als auch druckabhängig ist, auch die Elastizitäten des Zylindergehäuses, der Leitungen und Dichtungen. Die wegabhängigen Volumina  $V_A$  und  $V_B$  lassen sich berechnen aus dem Volumen  $V_0$  des Zylinderkolbens in Mittelstellung:

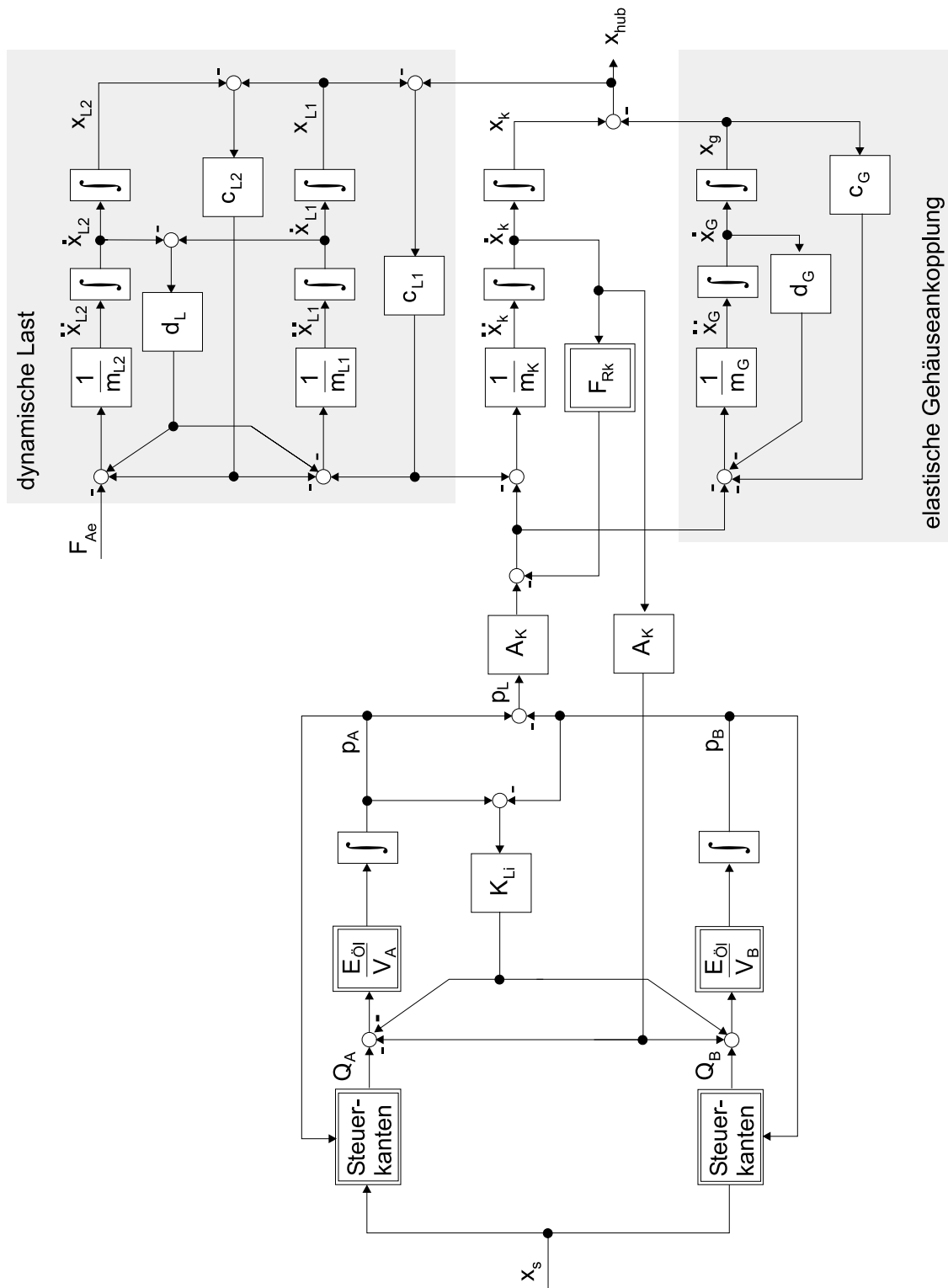


Abbildung 4.8: Einfacher Zylinder mit Lastankopplung

$$(4.18) \quad V_A = V_0 + A_k(x_k - x_G)$$

$$(4.19) \quad V_B = V_0 - A_k(x_k - x_G),$$

mit  $A_k$  der Kolbenfläche und  $x_k$  und  $x_G$  der Kolben- bzw. Gehäuseverschiebung. Die Vernachlässigung des äußeren Leckstromes  $Q_{La}$  in Gl. 4.17 ist bei einem intakten Zylinder aufgrund der verschwindend geringen Menge vertretbar. Der innere Leckstrom kann jedoch bis zu 0,05 l/min annehmen (vgl. [Kli95]). Dieser berechnet sich aus der Druckdifferenz in linker und rechter Zylinderkammer und einem Leckstrombeiwert  $K_{Li}$ :

$$(4.20) \quad Q_{Li} = K_{Li}(p_A - p_B).$$

#### 4.1.4 Bewegungsgleichung des Tandem-Zylinders

Zur Herleitung der Bewegungsgleichungen des Tandem-Zylinders soll zunächst einmal das Ruder als Zweimassenschwinger (vgl. Kapitel 2.2, Bild 2.6) betrachtet werden. Das aeroelastische Modell des Seitenruders wird anschließend in Kapitel 4.2 modelliert. Bild 4.8 zeigt das der Modellierung zugrunde liegende Ersatzmodell des einfachen Zylinders. Hierbei werden sowohl die Zylindergehäuseaufhängung (Index G) als auch die elastische Ankopplung an das Ruder (Index L) einbezogen. Die aerodynamischen Kräfte, die auch Kräfteänderungen infolge von Turbulenzen beinhalten, sind in Bild 4.8 mit  $F_A$  bezeichnet. Die Drücke  $p'_A$  und  $p'_B$  aufgrund der Tandembauweise berechnen sich analog zu den Gl.n 4.16 und 4.17.

Die Bewegungsgleichungen ergeben sich mit den gemachten Angaben zu:

$$(4.21) \quad m_G \ddot{x}_G = -A_k(p_A - p_B + p'_A - p'_B) - c_G x_G - d_G \dot{x}_G + F_{Rk}$$

$$(4.22) \quad m_k \ddot{x}_k = A_k(p_A - p_B + p'_A - p'_B) - c_{L1}(x_k - x_G - x_{L1}) - F_{Rk}$$

$$(4.23) \quad m_{L1} \ddot{x}_{L1} = c_{L1}(x_k - x_G - x_{L1}) - d_L(\dot{x}_{L1} - \dot{x}_{L2}) - c_{L2}(x_{L1} - x_{L2})$$

$$(4.24) \quad m_{L2} \ddot{x}_{L2} = d_L(\dot{x}_{L1} - \dot{x}_{L2}) + c_{L2}(x_{L1} - x_{L2}) - F_{Ae}$$

mit der inneren Reibkraft  $F_{Rk}$  zwischen Kolben und Zylindergehäuse

$$(4.25) \quad F_{Rk} = k_{Rk} \operatorname{sgn}(\dot{x}_k - \dot{x}_G) + d_k(\dot{x}_k - \dot{x}_G).$$

#### 4.1.5 Sensorik und Signalverarbeitung

Neben der Modellierung des Aktuators selbst muß auch das Verhalten der Sensorik für Strom- und Wegmessungen sowie der Leistungsverstärker ermittelt werden. Daraus ergibt sich dann das Gesamtsystem „Aktuator“, welches die Grundlage sowohl für die nichtlineare Simulation als auch für die Ermittlung eines vereinfachten linearen Systems ist.

## Leistungsverstärker

Die vier Klemmspannungen des Motors liefern vier Leistungsverstärker, die jeweils von einer der vier Steuerspannungen  $u_1 \dots u_4$  angesteuert werden. Das Übertragungsverhalten der Leistungsverstärker kann als proportional mit dem Verstärkungsfaktor  $k_v$  angenommen werden, da die Zeitkonstanten sehr gering sind. Für die Klemmspannungen ergibt sich somit

$$(4.26) \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_v \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \mathbf{K}_v \mathbf{u}.$$

Die Klemmspannungen sind aufgrund der Versorgungsspannung des Leistungsverstärkers auf 38V begrenzt. Diese Stellgrößenbegrenzung muß in der nichtlinearen Simulation berücksichtigt werden, da sie die Regelung entscheidend beeinflussen kann.

## Strommessung

Die Messung der Spulenströme erfolgt mit niederohmigen Shuntwiderständen, deren Übertragungsverhalten auch als proportional angesehen werden kann. Für die gemessenen Spulenströme gilt dann:

$$(4.27) \quad \mathbf{i} = \begin{bmatrix} k_I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_{Fe} \end{bmatrix}.$$

Die gemessenen Ströme werden zur analogen Stromregelung benötigt, deren Notwendigkeit in Kapitel 5.2.1 erläutert wird.

## Wegmessung

Die Wegmessung sowohl für den Ventilschieberweg als auch für den Kolbenweg geschieht mit induktiven Wegaufnehmern (LVDT). Das Verhalten der Wegaufnehmer ist linear. Mit Hilfe eines Demodulators muß das Wegsignal von der eingprägten Frequenz befreit werden. Um noch zusätzlich die Filterung von Meßrauschen zu integrieren, werden die Eckfrequenzen der Filter an die Dynamik der jeweiligen Bewegung angepaßt. Daraus ergibt sich für die Schieberbewegung eine Eckfrequenz von

$\omega_{0s} = 531,7$  Hz mit einer Dämpfung von  $D_s = 0,748$  und für die Kolbenbewegung von  $\omega_{0k} = 69,2$  Hz mit  $D_k = 0,574$ .

$$(4.28) \quad F_{LVDT}(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2D\omega_0 + \omega_0^2}$$

## 4.2 Das Seitenleitwerk

Zur Vervollständigung des Gesamtmodells wird im folgenden das Seitenleitwerk mit Ruder modelliert. Da Untersuchungen zum aeroelastischen Verhalten des Seitenleitwerks in diese Arbeit einfließen, ist eine realitätsgetreue Modellierung von großer Wichtigkeit. Im Gegensatz zu vorherigen Arbeiten von *Klingauf* [Kli95] und *Eich* [Eic99], die von einer elastisch angekoppelten statischen Last ausgegangen sind, kommt hier ein dynamisches Lastmodell zum Einsatz.

Der zuvor beschriebene Aktuator dient zur Bewegung des Seitenruders und ist folgendermaßen im Flugzeug befestigt:

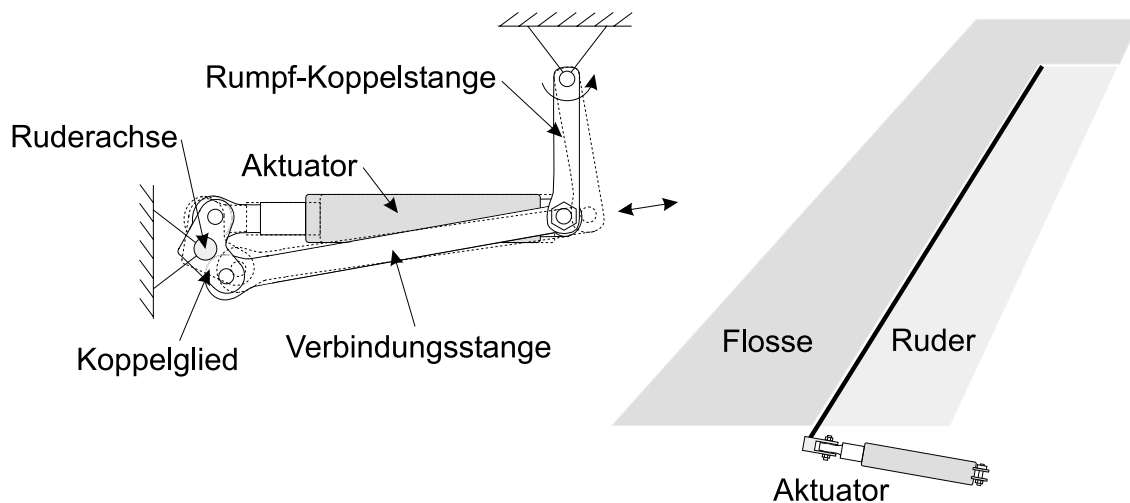


Abbildung 4.9: Anschluß des Aktuators am Ruder

Die strukturseitige Anbindung des Aktuators ist über eine drehbar gelagerte Koppelstange mit dem Rumpf des Flugzeuges verbunden. Der Ösenkopf auf der Kolbenstange des Aktuators ist über ein Koppelglied direkt mit der Ruderachse verbunden. Eine Besonderheit ist, daß eine Verbindungsstange zwischen dem Koppelglied und der rumpfsseitigen Verbindung eingesetzt wird (siehe Bild 4.9, links). Daraus ergibt sich die folgende Kinematik der Ruderbewegung: durch das Ein- bzw. Ausfahren des Kolbens wird das Koppelglied gedreht, was aufgrund der Verbindungsstange eine Bewegung des hinteren Anschlußpunktes des Aktuators und eine Drehung um den Verbindungspunkt zum Rumpf bewirkt. Durch die zusätzliche Drehung der Rumpfanschlußkoppelstange stellen sich größere Ruderwinkel als durch die alleinige

Bewegung der Kolbenstange ein. Das bedeutet, daß für erforderliche Ruderwinkel von  $\pm 30^\circ$  eine kleinere Kolbenbewegung ausreicht und somit die Baugröße des Aktuators klein gehalten werden kann. Unter den Gesichtspunkten Bauraum und Gewicht ist das von großer Wichtigkeit. Bild 4.10 zeigt den Zusammenhang zwi-

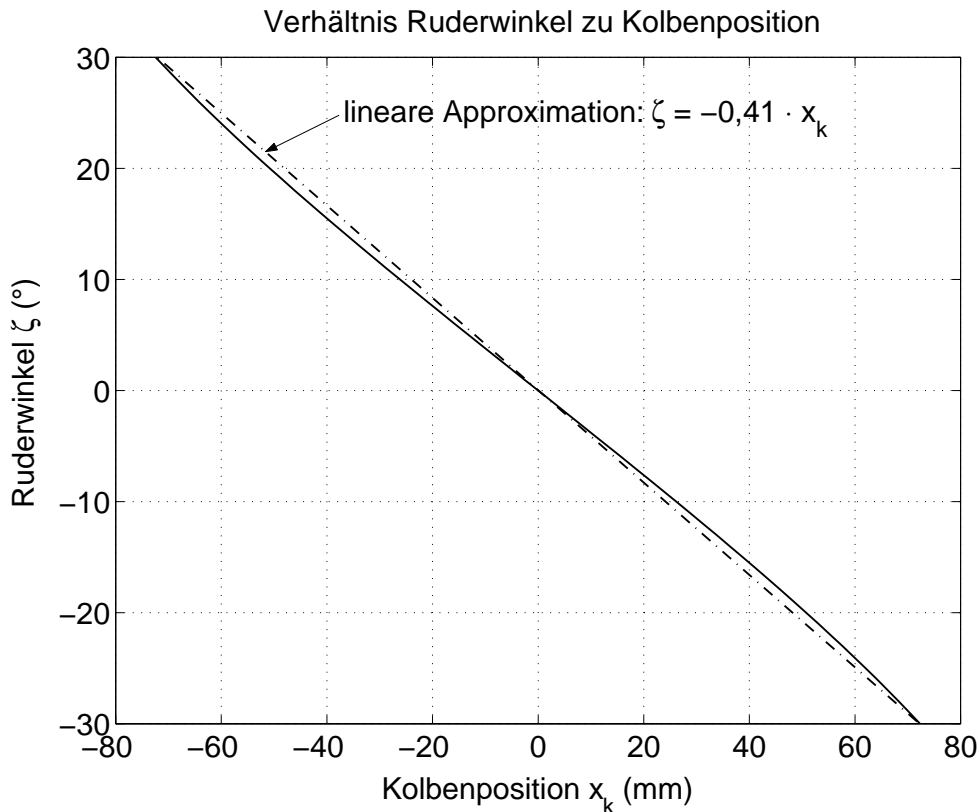


Abbildung 4.10: Zusammenhang zwischen Ruderwinkel und Aktuatorhub

schen dem Aktuatorhub und dem sich einstellenden Ruderwinkel. Die Abhängigkeit ist annähernd linear und kann durch die strichpunktierte Linie approximiert werden. Die Modellierung des Seitenleitwerks zu Reglerentwurfs- und Simulationszwecken erfolgt mit der *Finite-Elemente-Methode* (FEM). Daraus ergibt sich die folgende Bewegungsgleichung der elastischen Struktur des Seitenleitwerks:

$$(4.29) \quad \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{F},$$

mit  $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  der diagonalen Massenmatrix,  $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  der Dämpfungsmatrix,  $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  der Steifigkeitsmatrix und  $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  dem Vektor der äußeren Kräfte, wobei  $n$  die Anzahl der Freiheitsgrade darstellt. Der Vektor  $\mathbf{q}$  enthält die Freiheitsgrade des Systems. Da die Dämpfung bei elastischen Strukturen sehr gering und zumeist nicht genau bekannt ist, nimmt man  $\mathbf{D}$  als viskose, steifigkeitsproportionale Dämpfung an [KM97], [?]:

$$(4.30) \quad \mathbf{D} = \beta \mathbf{K}.$$

Gl. 4.30 wird auch als *Bequemlichkeitshypothese* bezeichnet, da auf diesem einfachen Weg eine modale Dämpfung erreicht werden kann.

In Bild 4.11 sind die massebehafteten Knoten des FE-Modells des Seitenleitwerks dargestellt. Dieses bereits modal reduzierte Modell besteht aus 151 Freiheitsgraden, wobei die Symmetrie des Seitenleitwerks ausgenutzt wurde. Die herausgezogenen Punkte in Bild 4.11 sind die Anschlußpunkte zum Rumpf bzw. des Aktuators.

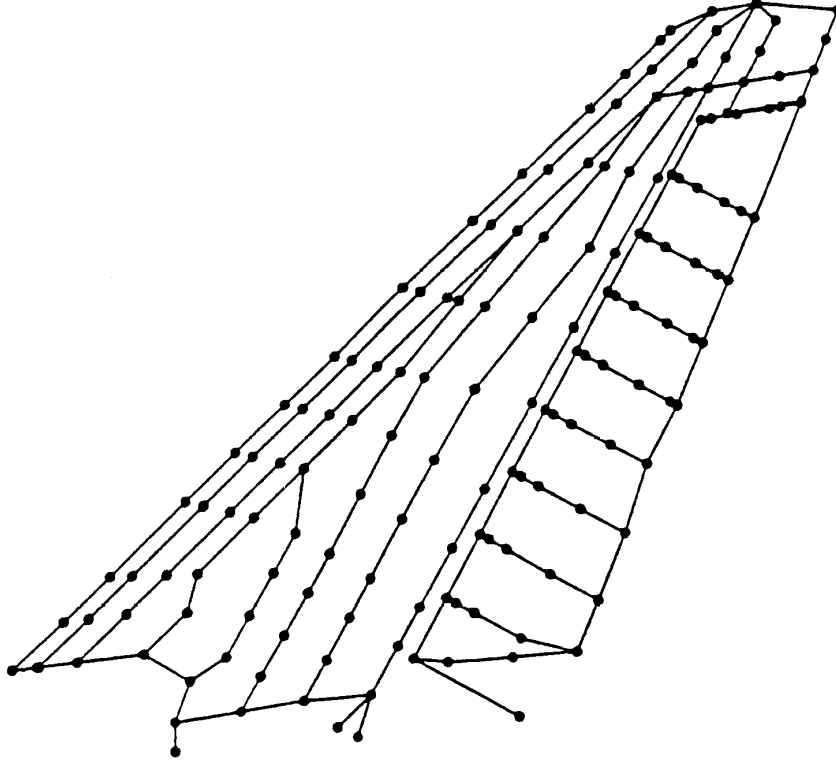


Abbildung 4.11: Gridpoints auf der Struktur des Seitenleitwerks

Aufgrund der hohen Anzahl von Freiheitsgraden muß das FE-Modell weiterhin reduziert werden. Ziel sind zwei unterschiedliche Modelle: ein sehr stark reduziertes zum Reglerentwurf, das nur die ersten beiden Eigenmoden enthält, und ein weiteres zur Simulation, welches alle ausgeprägten Eigenmoden berücksichtigt. Zur Reduktion des Modells wird zunächst eine Modaltransformation durchgeführt, die die Eigenvektoren, Eigenfrequenzen und die modalen Dämpfungen liefert:

$$(4.31) \quad \Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{I}$$

$$(4.32) \quad \Phi^T \mathbf{K} \Phi = \text{diag}(\mathbf{0}_r, \text{diag}(\omega_j^2))$$

$$(4.33) \quad \Phi^T \mathbf{D} \Phi = \text{diag}(\mathbf{0}_r, \text{diag}(2D_j \omega_j))$$

mit  $\Phi = [\Phi_r, \Phi_f]$  den Eigenvektoren - unterteilt in die der Starrkörperbewegung  $\Phi_r$  und die der elastischen Eigenformen  $\Phi_f$  - und  $\omega_j$  und  $D_j$  den Eigenfrequenzen bzw.



modalen Dämpfungen. Da die elastische Struktur des Seitenleitwerks von Natur aus nur eine schwache innere Dämpfung aufweist, kann man die Dämpfungsgrade  $D_j$  als gering und konstant mit  $D_j = 0,001$  annehmen.

Diese leichte Dämpfung gewährleistet die Stabilität der elastischen Eigenmoden bei der Simulation und beim Reglerentwurf. Weiterhin ist eine Zustandsraumdarstellung einer elastischen Struktur dann modal, wenn eine leichte Dämpfung existiert und die Eigenfrequenzen nicht eng beieinander liegen [Gaw98].

Das Gesamtverhalten setzt sich zusammen aus der der Starrkörperbewegung (Index r) und der der elastischen Bewegung (Index f):

$$(4.34) \quad G(j\omega) = G_r(j\omega) + G_f(j\omega).$$

Für die Systemmatrizen der Starrkörperbewegung ergibt sich mit einer Starrkörperschwingung des Ruders:

$$(4.35) \quad \mathbf{A}_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi_r \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_r = \begin{bmatrix} \Phi_r & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{D}_r = 0.$$

Die Systemmatrizen des elastischen Teilmodells bestehen aus den modalen Parametern  $\Phi_f$ ,  $\omega$  und  $D$ :

$$(4.36) \quad \dot{\mathbf{x}}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{f1} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{A}_{fN_f} \end{bmatrix} \mathbf{x}_f + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{f1} \\ \vdots \\ \mathbf{B}_{fN_f} \end{bmatrix} \mathbf{F}$$

$$(4.37) \quad \mathbf{y}_f = [\mathbf{C}_{f1} \cdots \mathbf{C}_{fN_f}] \mathbf{x}_f + \mathbf{D}_f \mathbf{F}$$

$$(4.38) \quad \mathbf{A}_{fj} = \begin{bmatrix} -D_j\omega_j & \omega_j\sqrt{1-D_j^2} \\ -\omega_j\sqrt{1-D_j^2} & -D_j\omega_j \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_{fj} = \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi_{fj} \end{bmatrix}$$

$$(4.39) \quad \mathbf{C}_{fj} = \begin{bmatrix} \Phi_{fj} & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{D}_f = 0.$$

Die Eingangssignale des Modells sind Kräfte, die an jedem Knoten angreifen, und die Ausgangssignale sind die Verschiebungen der Knoten in Flugzeugquerachse y (vgl. Anhang C).

Die Reduktion dieses Modells erfolgt mit den bereits in Kapitel 3.6.2 beschriebenen Verfahren der *balanced truncation* oder der *singular perturbation*. Bild 4.12 zeigt einen Vergleich der Reduktionsmethoden. Deutliche Unterschiede lassen sich nur

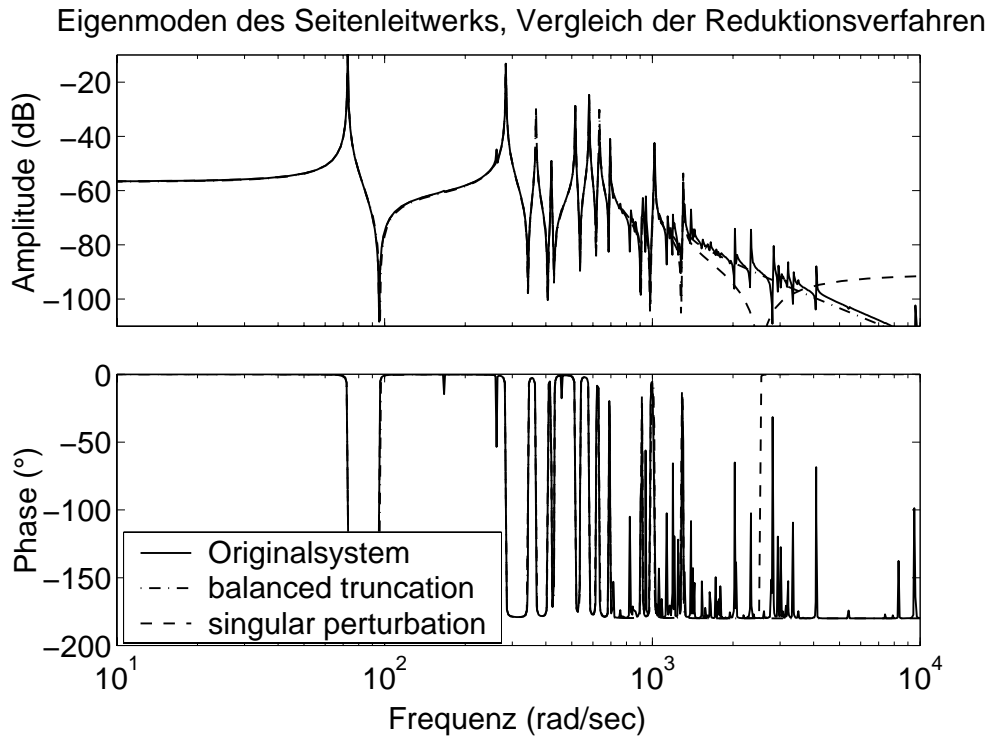


Abbildung 4.12: Vergleich der Reduktionsmethoden

im höheren Frequenzbereich erkennen, wo, methodenbedingt, die *singular perturbation*-Methode einen konstanten Wert liefert. Da der Augenmerk aber im unteren Frequenzbereich liegt, ist die *singular perturbation*-Methode auszuwählen, da das Bode-Diagramm sich mit dem Original dort exakt deckt.

Das Ergebnis der Reduktion ist zum einen ein Simulationsmodell 22. Ordnung, das die dominierenden 10 elastischen Eigenmoden berücksichtigt sowie ein Modell zum Reglerentwurf 6. Ordnung mit lediglich zwei Eigenmoden bei 11,5 und 26,5 Hz. Die reduzierten Modelle liegen in Zustandsraumdarstellung vor und werden derart in den Reglerentwurf bzw. die Simulation eingebaut. Die Matrizen des Reglerentwurfsmodells 6. Ordnung befindet sich in Anhang C.

### 4.3 Äußere Einflüsse durch Turbulenz

Äußere Einflüsse durch Wind und Turbulenz sind die Hauptursache von Störungen der Fluglage. Deswegen ist die Berücksichtigung der Luftbewegung entscheidend für die Kompensation solcher Störungen. Dies gilt insbesondere für die Flugregelung, aber auch das Einbeziehen in die Aktuatorregelung kann für das Ziel der Dämpfung der Eigenbewegung der aeroelastischen Struktur Verbesserungen bringen.

Die Luftbewegung kann man in zwei Klassen gliedern: die langsam veränderliche, großräumige Luftbewegung, die als Wind bezeichnet wird, und die höherfrequente, kleinräumige Luftbewegung, die Turbulenz. Um beim Reglerentwurf nur die ma-

ximal auftretenden Störungen zu berücksichtigen, wird im weiteren nur ein Turbulenzmodell betrachtet. Dieses wird als stochastischer Prozeß modelliert. Weitere Ausführungen liefert [MFC80], [Bro94] und [Sch85].

Das Turbulenzmodell beschreibt die Geschwindigkeitskomponenten  $u_w$ ,  $v_w$  und  $w_w$  der bewegten Luft in der Form ihrer Autoleistungsdichtespektren<sup>14</sup>. Die wichtigen Größen bei dieser stochastischen Beschreibung sind die Beobachtungszeit  $T_v = L/v_{TAS}$  und die Varianz  $\sigma^2$ . Die Beobachtungszeit berechnet sich aus der charakteristischen Wellenlänge  $L$  und der effektiven Fluggeschwindigkeit  $v_{TAS}$ <sup>15</sup>.

Folgende Annahmen liegen der Turbulenzmodellierung zugrunde [McL90]:

- Die Bahngeschwindigkeit  $V_{TAS}$  ist konstant
- Die charakteristische Wellenlänge  $L$  ist groß gegenüber den Flugzeugabmessungen und hängt von der Flughöhe ab
- Das Turbulenzfeld ist isotrop:  $\frac{\sigma_u^2}{L_u} = \frac{\sigma_v^2}{L_v} = \frac{\sigma_w^2}{L_w}$
- Das räumliche Feld der Geschwindigkeitskomponenten ist zeitinvariant
- Die atmosphärische Turbulenz ist ein stationärer Zufallsprozeß

Es existieren zwei analytische Beschreibungen zur Approximation des Autoleistungsdichtespektrums von atmosphärischer Turbulenz: das von-Karman-Spektrum und das Dryden-Spektrum. Während das erstere zwar genauer gemessene Spektren annähert, liegt die Schwierigkeit aber in der numerischen Simulation, da es sich beim von-Karman-Spektrum um eine gebrochen irrationale Funktion handelt. Das Dryden-Spektrum wird durch eine gebrochen rationale Funktion beschrieben und kommt somit hier zum Einsatz.

## Das Dryden-Spektrum

Die Autoleistungsdichtespektren nach Dryden sind für die drei Geschwindigkeitskomponenten folgendermaßen definiert:

$$(4.40) \quad \Phi_{uw}(\omega) = 2T_u \sigma_u^2 \cdot \frac{1}{1 + (\omega T_u)^2}$$

$$(4.41) \quad \Phi_{vw}(\omega) = \sigma_v^2 T_v \cdot \frac{1 + 3 T_v^2 \omega^2}{(1 + (\omega T_v)^2)^2}$$

$$(4.42) \quad \Phi_{ww}(\omega) = \sigma_w^2 T_w \cdot \frac{1 + 3 T_w^2 \omega^2}{(1 + (\omega T_w)^2)^2}$$

---

<sup>14</sup>Das Autoleistungsdichtespektrum ist die Fourier-Transformierte der Autokorrelationsfunktion (AKF)

<sup>15</sup>TAS: *true airspeed*

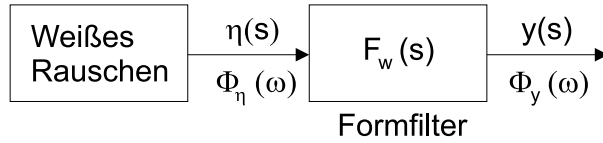


Abbildung 4.13: Filterung stochastischer Signale

Die charakteristischen Parameter sind hierbei von einer Vielzahl von Parametern wie Flughöhe, Temperatur, Wetterlage und Bodenrauigkeit abhängig. Diese Daten können aus [MFC80] entnommen werden.

### Simulation von Turbulenz

Mit Hilfe der Autoleistungsdichtespektren sind zwar die Böengeschwindigkeiten beschrieben, jedoch ist es für die Simulation von Turbulenzen nötig, daß Signale erzeugt werden, die das entsprechende Leistungsdichtespektrum aufweisen. Zur Erzeugung solcher Signale bedient man sich der Tatsache, daß die Transformation eines gegebenen Autoleistungsdichtespektrums durch ein Formfilter ein gewünschtes Autoleistungsdichtespektrum hervorbringt [Hän91] (Bild 4.13):

$$(4.43) \quad \Phi_y(\omega) = |F(j\omega)|^2 \Phi_\eta(\omega)$$

Ist nun das Eingangssignal des Filters ein weißes Rauschen mit

$$(4.44) \quad \Phi_\eta(\omega) = 1,$$

so ergibt sich für die Wahl des Formfilters

$$(4.45) \quad |F(j\omega)|^2 = \Phi_y(\omega).$$

Daraus ergibt sich für die Formfilter der drei Turbulenzgeschwindigkeiten:

$$(4.46) \quad F_{uw}(j\omega) = \sqrt{2T_u \sigma_u^2} \cdot \frac{1}{1 + j\omega T_u}$$

$$(4.47) \quad F_{vw}(j\omega) = \sqrt{\sigma_v^2 T_v} \cdot \frac{1 + j\omega\sqrt{3}T_v}{(1 + j\omega T_v)^2}$$

$$(4.48) \quad F_{ww}(j\omega) = \sqrt{\sigma_w^2 T_w} \cdot \frac{1 + j\omega\sqrt{3}T_w}{(1 + j\omega T_w)^2}.$$

In den weiteren Betrachtungen wird nun davon ausgegangen, daß sich das Flugzeug in größerer Höhe befindet. Das bedeutet für die Parameter  $\sigma$  und  $L$ , daß

$$(4.49) \quad \sigma_u = \sigma_v = \sigma_w$$

$$(4.50) \quad L_u = L_v = L_w.$$

Daraus ergeben sich gleiche Beobachtungszeiten  $T$  für die drei Böenrichtungen. Somit sind die Böengeschwindigkeiten senkrecht zur Flugrichtung ( $v_w$  und  $w_w$ ) identisch (vgl. Gl. 4.47 und 4.48).

## 5 Entwurf eines filterintegrierten Reglers

Nachdem in den Kapiteln 3 und 4 die Grundlagen für den Reglerentwurf gelegt wurden, beschäftigt sich dieses Kapitel mit den Schritten bis hin zum robusten Aktuatorregler. Das Ziel, das dem Reglerentwurf zugrunde liegt, ist vielschichtig. Zunächst wird im Rahmen eines neuartigen Konzeptes ein filterintegrierter robuster Regler entworfen werden, der sowohl die Aktuatorregelung als auch die Notch-Filterung des Aktuatorsollwertes miteinander vereint. Allein dadurch verringert sich der Entwurfsaufwand dahingehend, daß keine gegenseitige Anpassung mehr von Nöten ist. Das eigentliche Ziel des Entwurfs ist es, die vom Notch-Filter verursachten Phasenverluste im Vergleich zum konventionellen Konzept zu schmälern ohne die Dämpfungseigenschaften des integrierten Filters zu schwächen. Dies muß insbesondere für den Frequenzbereich bis 5Hz, in dem sich die Flugzeugdynamik befindet, erfüllt sein. Nicht zuletzt soll der entworfene robuste Regler eine realisierbare Reglerordnung annehmen sowie ohne gravierende strukturelle Änderungen im Bezug auf die Originalkonfiguration auskommen, um den Praxisbezug nicht außer Acht zu lassen. Realisiert wird der Regler mit Hilfe der  $\mu$ -Methode, wobei mit der (D,G) -K-Iteration (vgl. Kapitel 3.6.1) der Regler entworfen wird. Entscheidend dabei ist eine genaue Ermittlung eines nominellen sowie eines Unsicherheitsmodells als auch die Beschreibung der Anforderungen an das Regelverhalten.

Ausgehend von dem nichtlinearen Aktuatormodell aus Kapitel 4 wird zunächst ein lineares Modell niedriger Ordnung hergeleitet. Die Differenzen zwischen dem linearen und dem nichtlinearen Modell werden in einem Unsicherheitsmodell erfaßt, so daß das lineare nominelle Modell zusammen mit dem Unsicherheitsmodell den realen Aktuator beschreiben.

Bei der Definition der Performanceanforderungen spielen mehrere Kriterien eine Rolle. Zum einen soll eine hohe Dynamik erreicht werden, zum anderen wird großer Wert auf die Integration der Filterfunktion sowie die Robustheit gegen Lasteinflüsse gelegt.

Den Abschluß dieses Kapitels bildet die Regleranalyse hinsichtlich Robustheit und die Reglerauswahl nach verschiedenen Ordnungsreduktionsverfahren aufgrund von Performanceeigenschaften. Dieser Regler wird anschließend in der nichtlinearen Simulation im Vergleich zur konventionellen Kaskadenregelung herangezogen.

### 5.1 Nominelles Modell

In Kapitel 4 wurde bereits das nichtlineare Modell aufgestellt, welches das reale Verhalten des Aktuators weitestgehend abdeckt. Aufgrund des nichtlinearen Charakters kann man dieses Modell als Überlagerung einer Schar linearer Modelle betrachten.

Diese Modellschar soll nun durch ein lineares nominelles Modell sowie ein Unsicherheitsmodell beschrieben werden.

Neben der Linearisierung der nichtlinearen Differentialgleichungen ist es ratsam eine Ordnungsreduktion durchzuführen. Grund dafür ist, daß beim Entwurf eines robusten Reglers mit der  $\mu$ -Synthese die Reglerordnung von der des Modells stark beeinflußt wird. An dieser Stelle soll jedoch auf Ordnungsreduktionsverfahren, wie in Kapitel 3.6.2 beschrieben, verzichtet werden, da bei diesen Verfahren zumeist der physikalische Zusammenhang verloren geht. Daher werden die folgenden Überlegungen zur Ordnungsreduktion angestellt:

- Vernachlässigung höherfrequenter Eigenschwingungen
- Zusammenfassen von quasisimultanen Eigenbewegungen aufgrund von Redundanz (vgl. [Eic99]).

### 5.1.1 Nominelles DDV-Modell

Der Hauptgesichtspunkt bei der Generierung des nominellen DDV-Modells ist der Übergang vom nichtlinearen Mehrgrößenmodell hin zum linearen Eingrößenmodell. Wie schon die Untersuchungen bei *Klingauf* [Kli95] ergaben, besitzt das Spulensystem des Linearmotors eine dominierende Eigenbewegung, die die Änderung der Motorkraft und somit die Dynamik entscheidend beeinflußt. Außerdem existieren noch vier schnelle Pole des Spulensystems, die eine annähernd sprungförmige Änderung der Spulenströme bei einer sprungförmigen Änderung der Steuerspannungen bewirken. Aus diesem zu beobachtendem Verhalten läßt sich das folgende Eingrößenmodell des Spulensystems mit dem Hauptfluß  $\Psi_h$  als Zustandsgröße und  $d_\Psi$  als Durchgriff von der Steuerspannung auf den Gesamtstrom aufstellen, welches aus Gl. 4.6 hervorgeht:

$$(5.1) \quad \dot{\Psi}_h = -\frac{R_{sp}}{L_h} \Psi_h + (k_v u - u_{ind})$$

$$(5.2) \quad \begin{bmatrix} F_{emag} \\ I_{ges} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{mag} \\ \frac{k_I}{L_h} \end{bmatrix} \Psi_h + \begin{bmatrix} 0 \\ d_\Psi \end{bmatrix} (k_v u - u_{ind}).$$

In diesem Modell wurde die Eisensättigung vernachlässigt, woraus eine konstante Induktivität  $L_h$  folgt (vgl. Gl. 4.7). Damit ergibt sich für die die Dynamik bestimmende Größe der Quotient aus Spulenwiderstand  $R_{sp}$  und Induktivität  $L_h$ .

Die elektromagnetische Kraft  $F_{emag}$  gilt als Eingangsgröße für das Teilmodell Ventil-schieber. Wie in Gl. 4.9 zu sehen, hat das System  $PT_2$ -Verhalten, wobei hierzu die

Nichtlinearitäten  $F_{pmag}$ ,  $F_{str}$ ,  $F_R$  und  $F_{hyd}$  durch ein lineares Verhalten approximiert werden müssen:

$$(5.3) \quad \ddot{x}_s = \frac{1}{m_s} (F_{emag} - d_{DDV} \dot{x}_s - c_{DDV} x_s).$$

Die Gesamtdämpfungs konstante  $d_{DDV}$  setzt sich aus der viskosen Reibung  $d$  und der hydraulischen Dämpfung zusammen. Die permanentmagnetische Kraft, die Strömungskraft sowie die Zentrierfedern liefern ihren Anteil zu  $c_{DDV}$ .

Mit der Beziehung  $u_{ind} = k_{ind} \dot{x}_s$  erhält man daraus die Zustandsraumdarstellung des gesamten DDVs:

$$(5.4) \quad \begin{bmatrix} \dot{\Psi}_h \\ \ddot{x}_s \\ \dot{x}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{sp}}{L_h} & -k_{ind} & 0 \\ \frac{k_{mag}}{m_s} & -\frac{d_{DDV}}{m_s} & -\frac{c_{DDV}}{m_s} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_h \\ \dot{x}_s \\ x_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$(5.5) \quad \begin{bmatrix} x_s \\ I_{ges} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_I}{L_h} & d_\Psi k_{ind} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_h \\ \dot{x}_s \\ x_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ k_v d_\Psi \end{bmatrix} u$$

Die Parametrierung des Modells erfolgt nicht ausschließlich durch eine Identifizierung der Parameter. Ziel der Parametrierung ist es, daß das nominelle Modell in der Mitte der Modellschar zu liegen kommt. Dazu wurde das von *Eich* [Eic99] bereits identifizierte Modell mit dem Unsicherheitsmodell derart abgestimmt, daß das Ausmaß der Unsicherheiten minimiert wird, um so unnötige Konservativität zu vermeiden. Somit wird die Parametrierung sowohl des DDV- als auch des Zylindermodells ausschließlich zusammen mit dem jeweiligen Unsicherheitsmodell vorgenommen. Die Parameterwerte sind in Anhang A zu finden.

### 5.1.2 Nominelles Zylindermodell

Die Nichtlinearitäten, die es beim hydraulischen Antrieb zu linearisieren gilt, sind

- die Durchflußkennlinien,
- die druckabhängige Ölkompresibilität,
- die wegabhängigen Kammervolumina und
- die Reibung.

Unter der Annahme eines Zylinders mit nullüberdeckenden Steuerkanten, gleicher Blendenquerschnitte ( $K_D = const.$ ) sowie konstanter Kammervolumina  $V_A = V_B = V_0$



lassen sich die Durchflußgleichungen aus Gl. 4.12 vereinfachen. Dazu wird der sogenannte Lastdruck  $p_L$  eingeführt:

$$(5.6) \quad p_L = p_A - p_B.$$

Es gilt dann für die Durchflußgleichung mit  $Q_A = Q_B = Q_L$

$$(5.7) \quad Q_L = K_D \sqrt{\frac{p_S - p_L \cdot \operatorname{sgn}(x_s)}{2}} x_s,$$

die sich nach der Linearisierung am Arbeitspunkt  $x_s = 0$  und  $p_L = 0$  vereinfacht zu

$$(5.8) \quad Q_{ges} = K_D \sqrt{\frac{p_S}{2}} x_s = k_Q x_s.$$

Die Durchflußgleichung reduziert sich auf eine proportionale Abhängigkeit des effektiven Durchflusses  $Q_{ges}$  vom Schieberweg  $x_s$ .

Eine weitere Vereinfachung kann getroffen werden, indem die Kopplung zwischen Kolben und der Gehäuseaufhängung als starr angenommen wird. Mit den Gl. 5.6 und 5.8 können die Bewegungsgleichungen aus den Gl. 4.16, 4.17 und 4.22 angegeben werden zu

$$(5.9) \quad \dot{p}_L = \frac{E'_{\text{Öl}}}{V_0} (Q_{ges} - K'_{Li} p_L - A_k \dot{x}_k).$$

$$(5.10) \quad \ddot{x}_k = \frac{1}{m_k} (2A_k p_L - d_{zyl} \dot{x}_k - c_{L1}(x_k - x_{L1})).$$

Wie beim DDV-Modell wird die Reibung als geschwindigkeitsproportionale Dämpfung approximiert und unter  $d_{zyl}$  zusammengefaßt.

Das in Kapitel 4.2 hergeleitete Lastmodell des Ruders inclusive des Seitenleitwerks, welches aus den ersten beiden Eigenmoden und der Starrkörpermode besteht, liegt als Zustandsraumdarstellung (sechster Ordnung) vor und ist im Anhang B zu finden.

### 5.1.3 Modellerweiterungen

Die Komplettierung des Modells erfolgt zum einen durch Einbeziehen des Übertragungsverhaltens der LVDTs und zum anderen durch die Berücksichtigung einer Halteglied-Approximation. Der Grund liegt darin, daß die  $\mu$ -Synthese zum Entwurf des robusten Reglers ein zeitkontinuierliches Verfahren darstellt und somit auch vom Einsatz des Reglers im Zeitkontinuierlichen ausgeht. Da die Implementierung im Rechner aber in zeitdiskreter Form erfolgt, müssen die Phasenverluste, die das Halteglied in einem zeitdiskreten Regelkreis hervorruft, beim Entwurf berücksichtigt

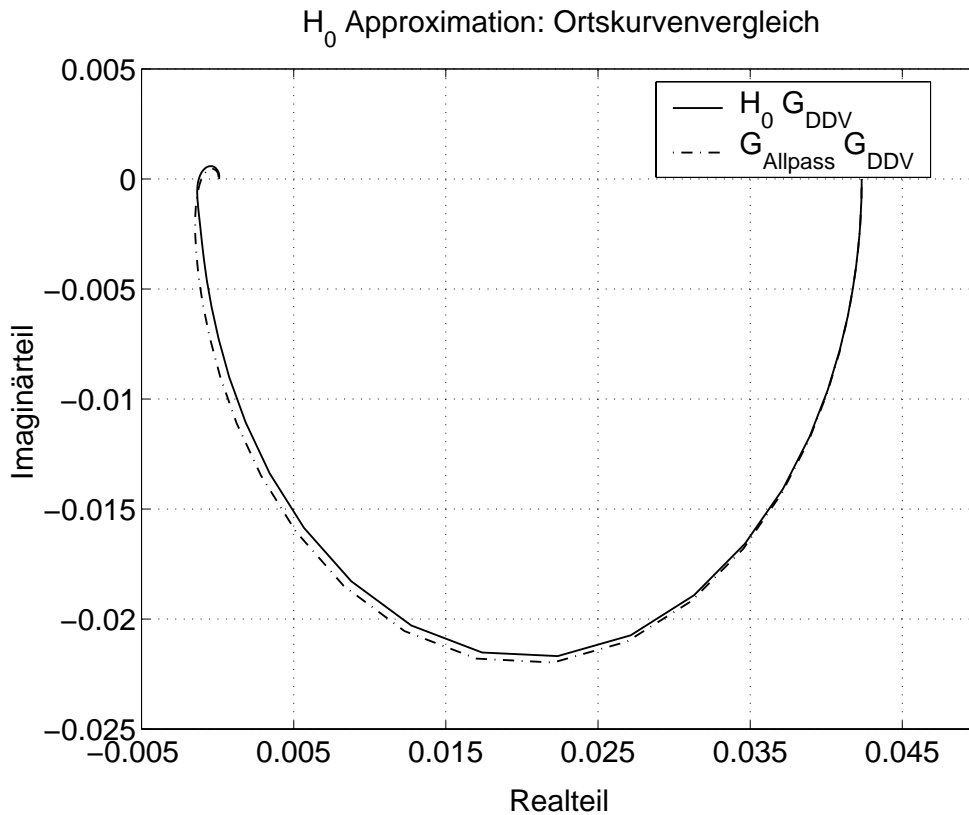


Abbildung 5.1: Vergleich der Ortskurven  $G_{DDV}$  mit Halteglied bzw. Allpassapproximation

werden, um so der destabilisierenden Wirkung Rechnung zu tragen. Der Phasenverlust entspricht dem eines Totzeitgliedes  $T_t$  mit der Totzeit von  $T_t = T_A/2$ , mit  $T_A$  der Abtastzeit des digitalen Regelkreises. Der Effekt des Haltegliedes wird durch einen Allpaß erster Ordnung approximiert.

$$(5.11) \quad H_{0app}(s) = \frac{1 - T_D s}{1 + T_A s}$$

$T_D$  wird derart gewählt, daß die Approximation ausreichend genau ist (maximale Abweichung von 5%). Die Halteglied-Approximation wird in das DDV-Modell integriert. Bild 5.1 zeigt die Unterschiede in den Ortskurven des DDVs mit Halteglied 0. Ordnung und mit Allpaßglied.

Diese Ergänzungen liefern ein erweitertes nominelles DDV-Modell 6. Ordnung, dessen Zustandsraumdarstellung im Anhang A zu finden ist.

Die Zylindermodellordnung ohne das Lastmodell erhöht sich durch Erweiterung um den LVDT von drei auf fünf (siehe Anhang B).

Bild 5.2 zeigt das nominelle Gesamtmodell des Aktuators mit Lastankopplung, welches eine Ordnung von 17 aufweist.

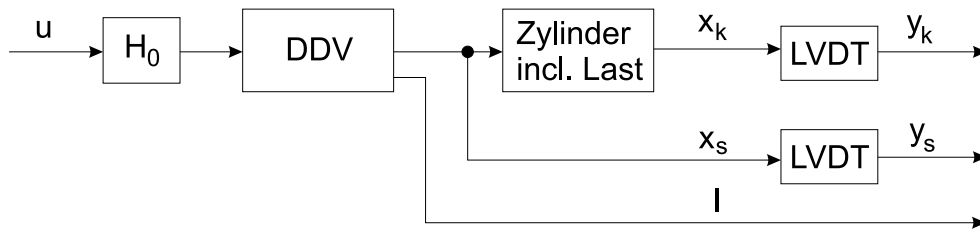


Abbildung 5.2: Nominelles Gesamtmodell des Aktuators

## 5.2 Unsicherheitsbeschreibung

Eine Schwierigkeit im Bereich der Modellbildung stellt die Ermittlung der Unsicherheiten dar. Wie bereits in Kapitel 3.3 dargestellt, sind die Unsicherheitsvarianten strukturiert oder unstrukturiert, parametrisch oder dynamisch anwendbar. Die Gradwanderung zwischen der Erfassung möglichst aller Unsicherheiten und der Eingrenzung deren Anzahl, um die Reglerordnung gering zu halten, ist entscheidend für die Konservativität der gesamten Regelung.

Die Parametrierung der Unsicherheitsmodelle kann nicht unabhängig von der Parametrierung des nominellen Modells durchgeführt werden. Eine gemeinsame Ermittlung gewährleistet eine Minimierung der Unsicherheit. Die Folge davon bedeutet eine Erhöhung der Performance.

Um von vornherein eine gewisse Struktur zu berücksichtigen, wird die Ermittlung der Unsicherheiten getrennt für das DDV und den Zylinder durchgeführt. Somit kann bei der Unsicherheitsmodellierung für jedes Teilmodell unabhängig voneinander die geeignetste Unsicherheitsvariante gewählt werden.

Die quantitative Bestimmung der Unsicherheiten im Zusammenhang mit dem nominellen Modell erfolgt mit Hilfe der nichtlinearen Simulation. Die Ursachen der Unsicherheiten für DDV und Zylinder sind unterschiedlicher Natur und werden im folgenden näher erläutert.

### 5.2.1 Unsicherheitsmodell des DDVs

Zur Unsicherheitsmodellierung des DDVs wird zunächst das nichtlineare Modell betrachtet. Die Eisensättigung, die in der Induktivitätsmatrix als Abhängigkeit vom magnetischen Fluß berücksichtigt wird, trägt dazu bei, daß sich sowohl der stationäre Verstärkungsfaktor als auch die Dynamik des langsamen Pols ändert. Bild 5.3 zeigt die nichtlineare Simulation des DDVs bei Eingangsamplituden von  $u = 0,1 - 38\text{V}$ . Exemplarisch sind die Frequenzgangspunkte für  $u = 38\text{V}$  verbunden. Auf diese Kurve wird später in diesem Kapitel nochmal eingegangen. Die hydraulische Dämpfung sowie die Reibung führen zu Schwankungen in der Dämpfung der höherdynamischen Eigenmode des DDVs. Geringe Änderungen der Eigenfrequenz

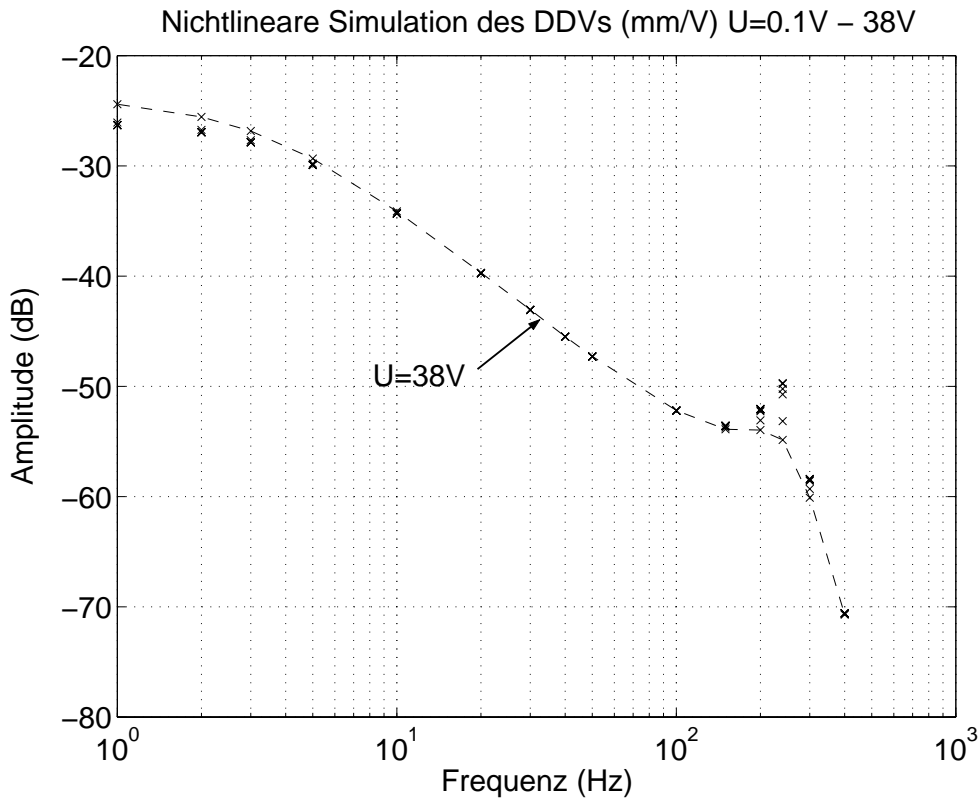


Abbildung 5.3: Nichtlineare Simulation des DDVs

der höherdynamischen Eigenmode rühren von der wegabhängigen permanentmagnetischen Kraft  $F_{pmag}$  her.

Ein Effekt in der Simulation in Bild 5.3 wurde bisher nicht berücksichtigt: die Temperaturabhängigkeit der Spulenwiderstände. Bei einem zu betrachteten Temperaturbereich von  $15^{\circ}C$  bis  $150^{\circ}C$  berechnet sich der Widerstand zu [LA]

$$(5.12) \quad R = R_{20} \cdot (1 + 3.9 \cdot 10^{-3} \cdot (T - 20^{\circ}C)) \quad \text{mit } R_{20} = 21.65\Omega.$$

Die Spanne des Widerstandsbereichs erstreckt sich somit zwischen  $R_{15} = 21.23\Omega$  und  $R_{150} = 32.63\Omega$ . Mit dem identifizierten Widerstand von  $R = 24.9\Omega$  tritt eine maximale Abweichungen von 31% auf. Diese macht sich wie bereits erwähnt im stationären Verstärkungsfaktor als auch in der Dynamik deutlich bemerkbar (Bild 5.4). Die Handhabung dieses Problems wurde im konventionellen Konzept (siehe Kapitel 2.2) durch die Stromregelung abgedeckt. Im Konzept der robusten Regelung müssen nun die beiden Möglichkeiten abgewogen werden: zum einen besteht die Möglichkeit, die Schwankungen im Spulenwiderstand durch eine parametrische Unsicherheitsbeschreibung bzw. durch Erweiterung der dynamischen Unsicherheit abzudecken. Die andere Möglichkeit orientiert sich an der konventionellen Struktur, wobei die Stromregelung erhalten wird, um die strukturellen Änderungen möglichst gering zu halten. Anhand von Reglerentwürfen mit einer dynamischen Unsicher-

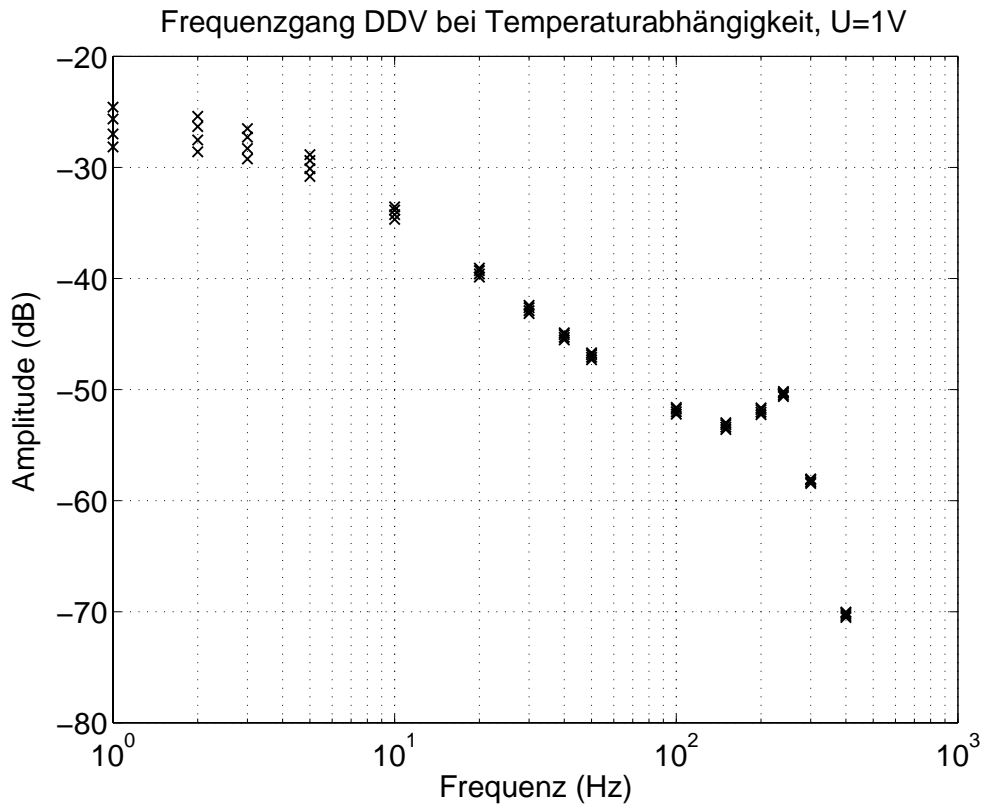


Abbildung 5.4: Frequenzgang DDV bei Temperaturabhängigkeit des Spulenwiderstandes

heitsmodellierung des variablen Spulenwiderstandes zeigte sich, daß derart große Schwankungen im Verstärkungsfaktor als auch in der langsamen Dynamik zu keinem zufriedenstellenden Ergebnis führen. Die strengen Performanceanforderungen können nicht erfüllt werden. Ein weiterer Nachteil besteht darin, daß sich bei einer parametrischen Modellierung die erweiterte Regelstrecke im Zuge des robusten Reglerentwurfs um die zusätzlichen D-Skalierungen erhöht, was einen direkten Einfluß auf die Reglerordnung zur Folge hat.

Die Möglichkeit der Berücksichtigung der Stromregelung liefert letztendlich zwei Vorteile. Die Stromregelung mit Proportionalregler erhöht nicht die Ordnung der erweiterten Regelstrecke und wirkt sich somit auch nicht auf die Reglerordnung aus. Sie liefert eine einfache Methode, um den Spulenstrom temperaturunabhängig sein zu lassen.

Der zweite Vorteil ist struktureller Art und betrifft die praktische Umsetzung. In der konventionellen Ausführung der Aktuatorregelung existiert eine analoge Stromregelung sowie die äußeren Regelkreise für Schieber- und Kolbenposition. Um weiterhin an dieser Struktur festzuhalten, kann nicht auf den analogen Part der Stromregelung verzichtet werden. Der digitale Teil kann jedoch einfach gegen eine robuste Rege-

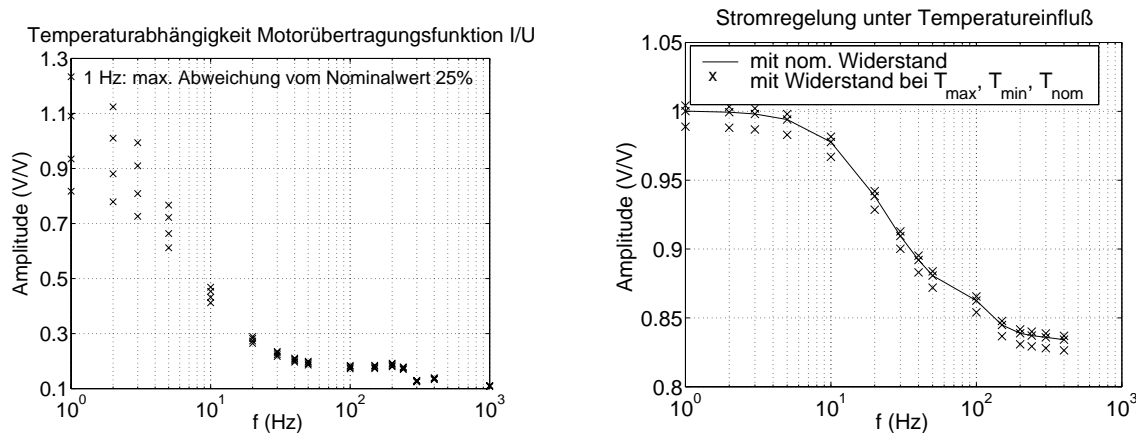


Abbildung 5.5: Temperaturabhängigkeit der Stromregelung, open loop und closed loop

lung ausgetauscht werden. Die Integration der Stromregelung in den Entwurfsprozeß eines robusten Reglers gewährleistet somit durch geringen Aufwand eine gute Performance.

Zur Berücksichtigung der weiteren bereits beschriebenen Effekte müssen wiederum Überlegungen über die Struktur der Unsicherheit angestellt werden. Eine Modellierung als parametrische Unsicherheit gilt als ausgeschlossen, da für die drei schwankenden Parameter jeweils eine unabhängige Unsicherheit ermittelt werden muß. Der Grund dafür ist, das nach Bild 5.3 sich die Parameter nicht gleichsinnig ändern. Dies ist an der strichlierten Linie zu erkennen, die den Frequenzgang des DDVs bei einer Eingangsspannung von 38 V darstellt. Während im niedrigen Frequenzbereich die Kurve nach oben hin abweicht, liegt die Kurve im hohen Frequenzbereich am unteren Ende. Eine gleichsinnige Änderung des Frequenzganges durch die variierenden Parameter entspräche einer Abweichung entweder nach oben oder nach unten im gesamten Frequenzbereich. Somit scheidet die Unsicherheitsmodellierung mit nur einem Unsicherheitsblock  $\delta \mathbf{I}_3$  nach Gl. 3.13 aus. Da sich eine parametrische Unsicherheit aus unabhängigen Unsicherheiten zusammensetzen müßte, würde dadurch die Reglerordnung erhöht werden. Desweiteren ist dann die Strukturinformation nur eingeschränkt (vgl. Kapitel 3.5.2). Folglich wird für das DDV ein dynamisches Unsicherheitsmodell eingesetzt.

Die Realisierung erfolgt als multiplikatives Unsicherheitsmodell  $W_{ddv}$  [Hei96], wobei die Übertragungsfunktion zwischen der Steuerspannung  $u$  und dem Schieberweg  $x_s$  inklusive der Stromregelung die Grundlage dafür darstellt. Bild 5.6 zeigt das erweiterte nominelle Modell, welches die Modellschar bildet. Hier stellt  $G_{ddv}$  das nominelle DDV-Modell dar,  $H_0$  bezeichnet die Halteglied-Approximation, und  $W_{Rs}$  deckt das Rauschspektrum (Bild 5.12) ab, das bereits von Eich [Eic99] validiert wurde. Dieses Rauschsignal wird zu dem gemessenen Schieberweg  $y_s$  beaufschlagt:

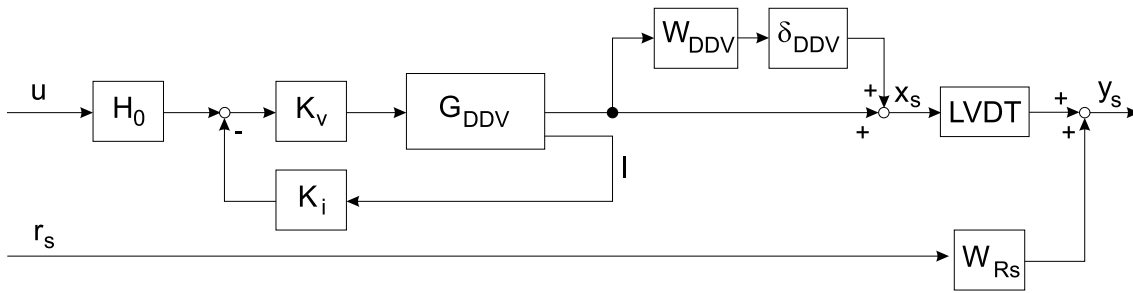


Abbildung 5.6: Modellschar des DDVs

$$(5.13) \quad W_{Rs}(s) = 0,001 \frac{0,02^2 s^2 + 0,04s + 1}{0,0016^2 s^2 + 0,0032s + 1}$$

Die Parametrierung des nominellen Modells sowie der Unsicherheit erfolgt anhand der nichtlinearen Simulation. Ausgehend von der Identifikation des Modells von *Eich* wurden die Parameter der Simulation derart angepaßt, daß das nominelle Modell in der Mitte der Modellschar zu liegen kommt. Daraus ergeben sich die folgenden Übertragungsfunktionen für das nominelle Modell (Bild 5.7) sowie die Unsicherheit (Bild 5.8):

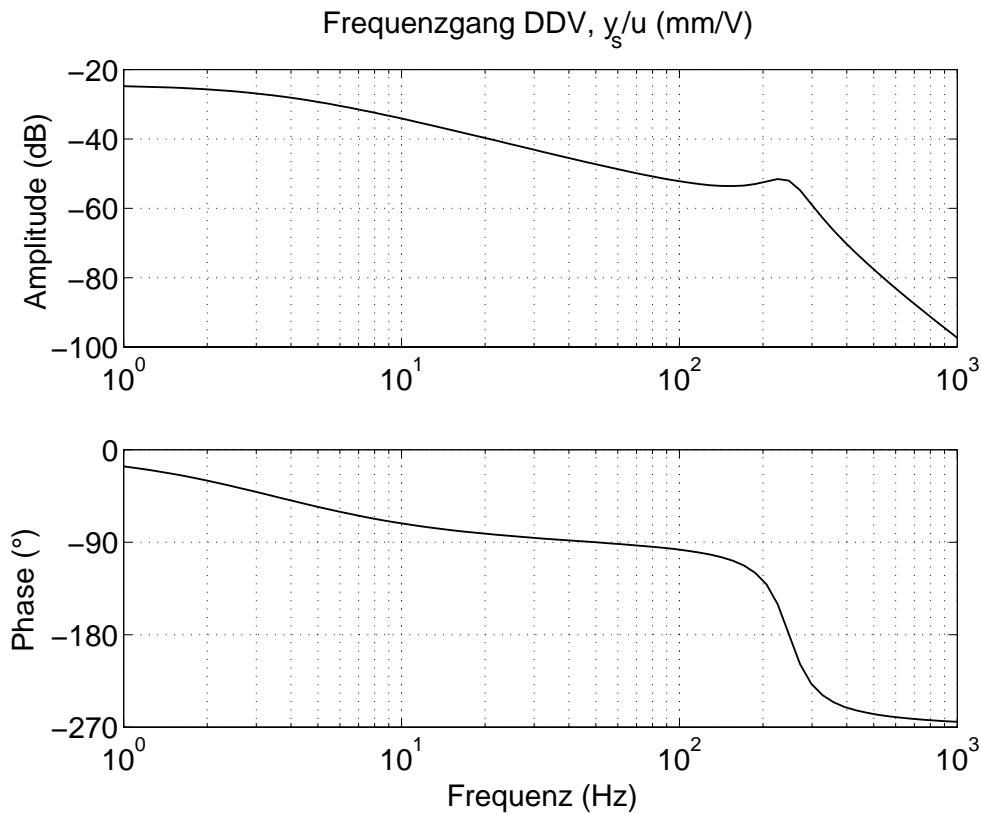


Abbildung 5.7: Übertragungsfunktion des nominellen DDV-Modells

Auffällig bei der Gewichtung der Unsicherheit ist, daß im Bereich um die Eigen-schwingung der Ventil-Mechanik die Amplituden sehr groß sind.

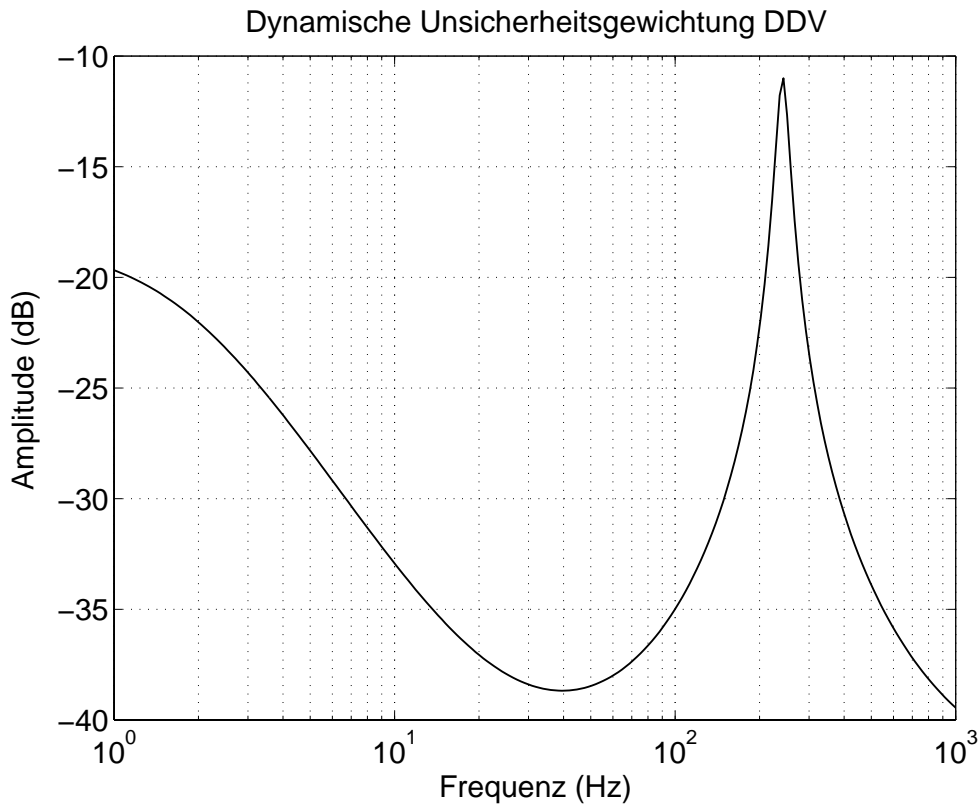


Abbildung 5.8: Unsicherheitsgewichtung DDV

$$(5.14) \quad W_{DDV}(s) = 0,119 \frac{2,43 \cdot 10^{-9} s^3 + 15,33 \cdot 10^{-6} s^2 + 8,71 \cdot 10^{-3} s + 1}{39,108 \cdot 10^{-9} s^3 + 6,75 \cdot 10^{-6} s^2 + 90,18 \cdot 10^{-3} s + 1}$$

Dies ist auf die enorm schwankende Dämpfung des Ventils zurückzuführen, dessen Ursache die hochgradige Nichtlinearität der hydraulischen Dämpfung aufgrund der Kompressibilität des Hydrauliköls ist.

### 5.2.2 Unsicherheitsmodell des Zylinders

Das Unsicherheitsmodell des Zylinders rührt vor allem von den unterschiedlichen Lastkräften her. Da laut Spezifikation [LA] Lastkräfte bis 165 kN ohne Performanceeinbußen abgedeckt werden müssen, muß nach Gl. 5.15 die Lastkraft durch Veränderung der Drücke  $p_A$  und  $p_B$  kompensiert werden. Dies gilt für eine gleichmäßige Bewegung mit  $\dot{x}_k = \text{const}$ . Im eingeschwungenen Zustand kann dann die Last als eine starr angekoppelte Masse betrachtet werden. Daraus ergibt sich für das Kräftegleichgewicht:

$$(5.15) \quad F_{Ae} = (p_A - p_B + p'_A - p'_B)A_k - F_{Rk}.$$

Im folgenden Bild 5.9 werden die Drücke bei unterschiedlichen aerodynamischen Lastsituationen (maximale Lastkraft, ohne Lastkraft) bei ein- bzw. ausfahrendem



Kolben dargestellt. Im ersten Moment erscheint es erstaunlich, daß sich unter ma-

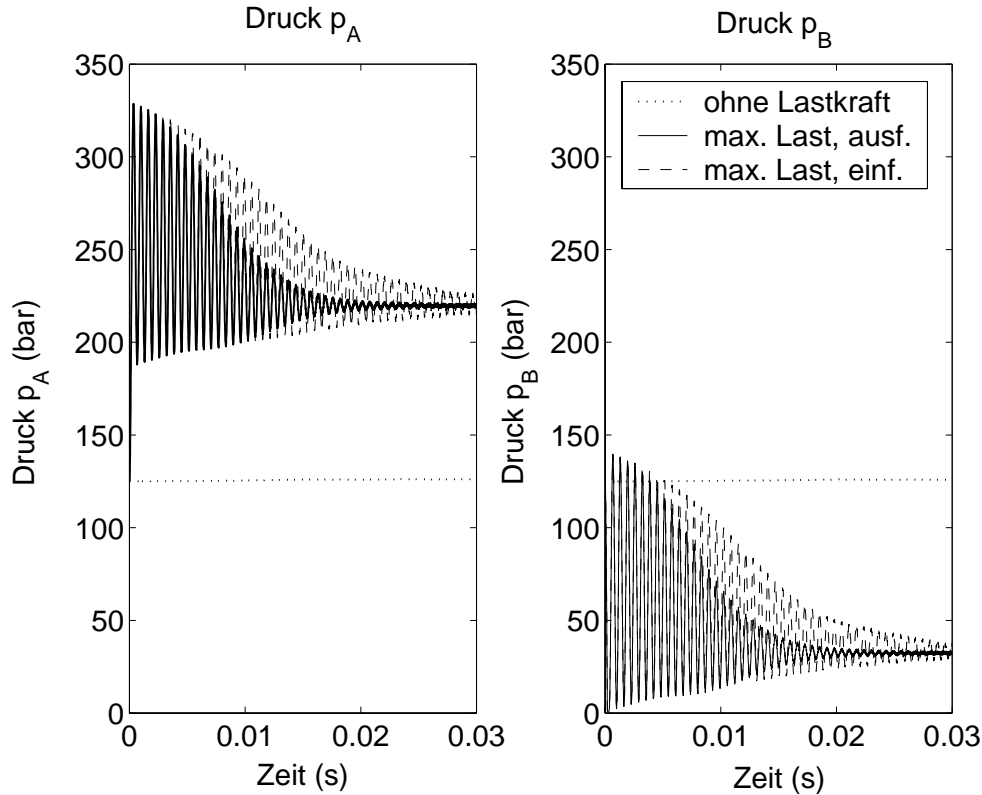


Abbildung 5.9: Vergleich der Drücke  $p_A$  und  $p_B$  mit unterschiedlicher Lastkraft

ximaler aerodynamischer Last jeweils das selbe Druckniveau unabhängig von der Bewegungsrichtung des Kolbens einstellt. Lediglich das Dämpfungsverhalten ist bei einfahrendem Kolben unter maximaler Lastkraft geringer. Die Erklärung dafür ist, daß zum Erreichen einer konstanten Einfahrtgeschwindigkeit des Kolbens das Kräftegleichgewicht aus Gl. 5.15 gewahrt sein muß, und somit stellt die Druckkraft  $p_A A_k$  die Gegenkraft zu Lastkraft und Druckkraft  $p_B A_k$  dar. Die überlagerte Schwingung in den Drücken  $p_A$  und  $p_B$  aus Bild 5.9 rührt von der Schwingung des Kolbens gegen die Ölsäule her.

Während ohne Lastkraft die Drücke sich in Bild 5.9 auf das gleich Niveau einpendeln, erhöhen bzw. erniedrigen sich die Werte um 76% bei maximaler Lastkraft. Diese Tatsache spiegelt sich auch in den nichtlinearen Durchflußgleichungen wieder. Nach Gl. 4.12 ist deren allgemeine Form

$$(5.16) \quad Q = K_D(x_s) \sqrt{|\Delta p|} \operatorname{sgn}(\Delta p).$$

Durch die unterschiedlichen Druckniveaus verringert sich die Differenz zwischen Systemdruck  $p_S$  und  $p_A$  bzw. Rücklaufdruck  $p_R$  und  $p_B$ , so daß sich der Durchfluß  $Q$  bei gleicher Ventilstellung erniedrigt und damit auch die Kolbengeschwindigkeit

zurückgeht. Umgekehrte Verhältnisse gelten bei einfahrendem Kolben (vgl. Kapitel 2.2, Bild 2.7) .

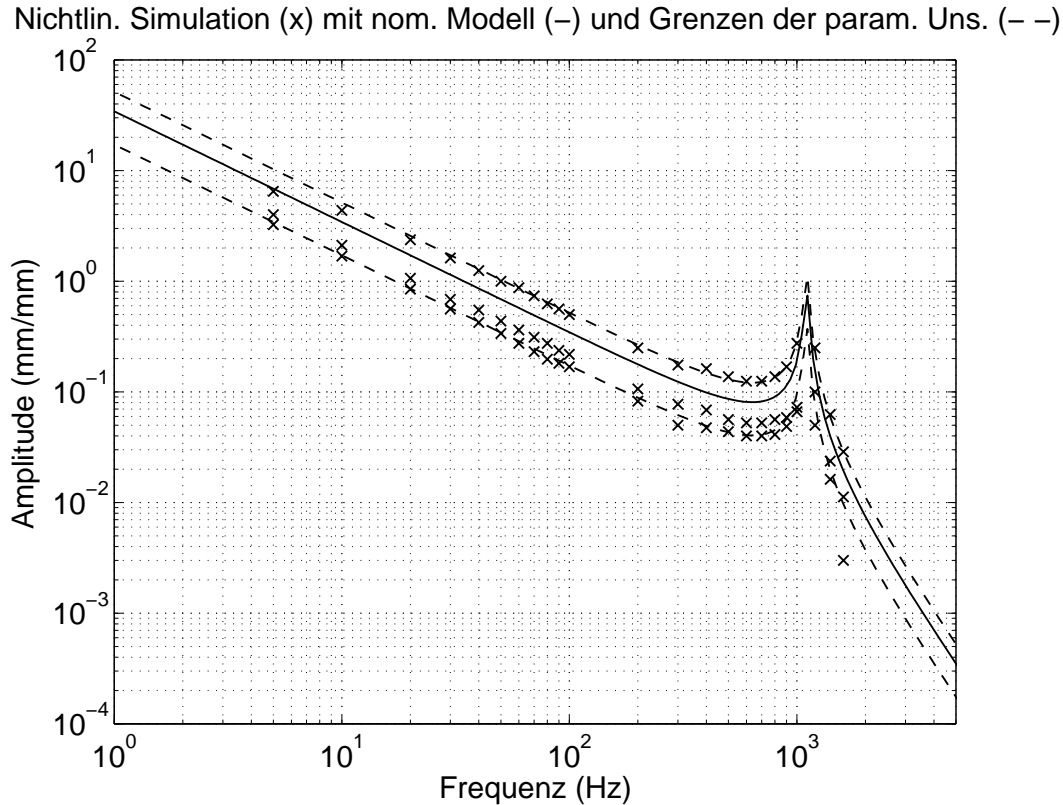


Abbildung 5.10: Nichtlineare Simulation des Zylinders: nom. Modell und Unsicherheitsgrenzen

Die Frequenzgangpunkte aus der nichtlinearen Simulation des Zylinders in Bild 5.10 zeigen die Unterschiede im Amplitudenverlauf bei der Lastvariation bis hin zu den maximal spezifizierten 165kN bei den beiden unterschiedlichen Verfahrensrichtungen des Kolbens. Diese Unterschiede entsprechen einer Parallelverschiebung der jeweiligen Amplitudenverläufe, was man durch eine Veränderung im Verstärkungsfaktor ausdrücken kann. Aufgrund dieser Tatsache und den Zusammenhängen aus Gl. 5.8 wird zur Modellierung der Modellschar eine parametrische Unsicherheit gewählt, die eine Unsicherheit im Verstärkungsfaktor des Zylindermodells darstellt:

$$(5.17) \quad Q_{ges} = k_Q(1 + W_Q \delta_Q)x_s.$$

Die Parametrierung erfolgt mit Hilfe der nichtlinearen Simulation, wobei sich für  $k_Q = 9,5 \cdot 10^5 \text{ mm}^2/\text{s}$  und für  $W_Q = 0,495$  ergibt. In diesem Zusammenhang werden auch die Parameter des nominellen Systems angepaßt. Das nominelle Modell  $\tilde{G}_{zyl}$  aus Bild 5.11 unterscheidet sich insofern von demjenigen aus Kapitel 5.1.2, daß lediglich der Faktor  $k_Q$  abgespalten wurde. Das Modell vervollständigen eine

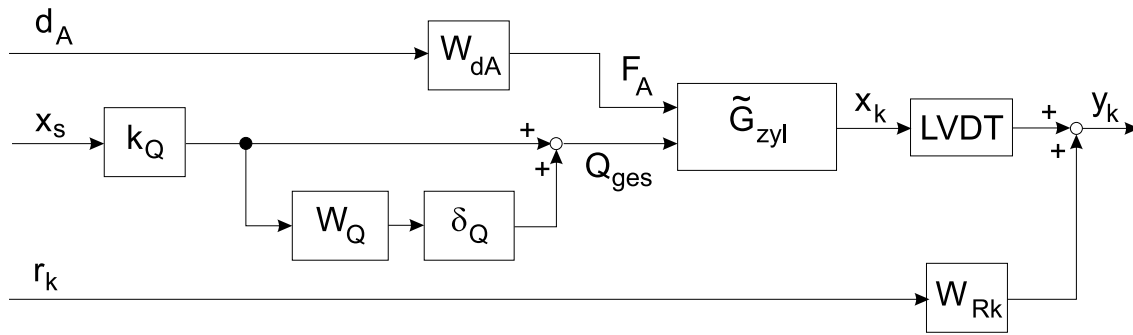


Abbildung 5.11: Erweitertes Zylindermodell

Rauschgewichtung  $W_{Rk}$ , die wiederum das Spektrum des Meßrauschens der Kolbenposition (Bild 5.12) enthält,

$$(5.18) \quad W_{Rk}(s) = 0,001 \frac{0,033^2 s^2 + 0,05s + 1}{0,0008^2 s^2 + 0,00078s + 1}$$

sowie eine aerodynamische Lastkraft  $F_A = W_{dA} d_A$ , die die äußeren aerodynamischen Störungen auf den Aktuator berücksichtigt. Um die Ordnung der erweiterten Regelstrecke nicht zusätzlich zu erhöhen, wird die Gewichtung  $W_{dA}$  über den gesamten Frequenzbereich als konstant angenommen. Untersuchungen haben ergeben, daß die Anforderungen bezüglich der äußeren maximalen Lastkräfte mit der folgenden Gewichtung erfüllt werden können:

$$(5.19) \quad W_{dA}(s) = 20000.$$

### 5.3 Performanceanforderungen

Eine Besonderheit des Reglerentwurfsverfahrens mit Hilfe der  $\mu$ -Synthese besteht aus der Einbindung von Performanceanforderungen des geschlossenen Regelkreises zum Erlangen von robuster Performance. Mit Hilfe dieses *loop shapings* soll erreicht werden, daß eine möglichst große Dynamik bei gleichzeitiger hoher stationärer Genauigkeit gewährleistet wird, wobei äußere Störungen weitestgehend gedämpft werden sollen. Die Grundlage dafür bildet die Spezifikation vom Betreiber des Aktuators.

Wie in Kapitel 3.4 bereits beschrieben, wird in dieser Arbeit auf das S/KS/T-Gewichtungsschema, aber in modifizierter Art, zurückgegriffen. Die Modifikation besteht darin, daß nicht die Regelgröße und die Regelabweichung gewichtet werden, sondern die Abweichung zwischen einer vorgegebenen (Wunschverhalten) und der tatsächlichen Führungsübertragungsfunktion (siehe auch Bild 5.17).

Zur Ermittlung des Wunschverhaltens wird zwei Ansätzen nachgegangen:

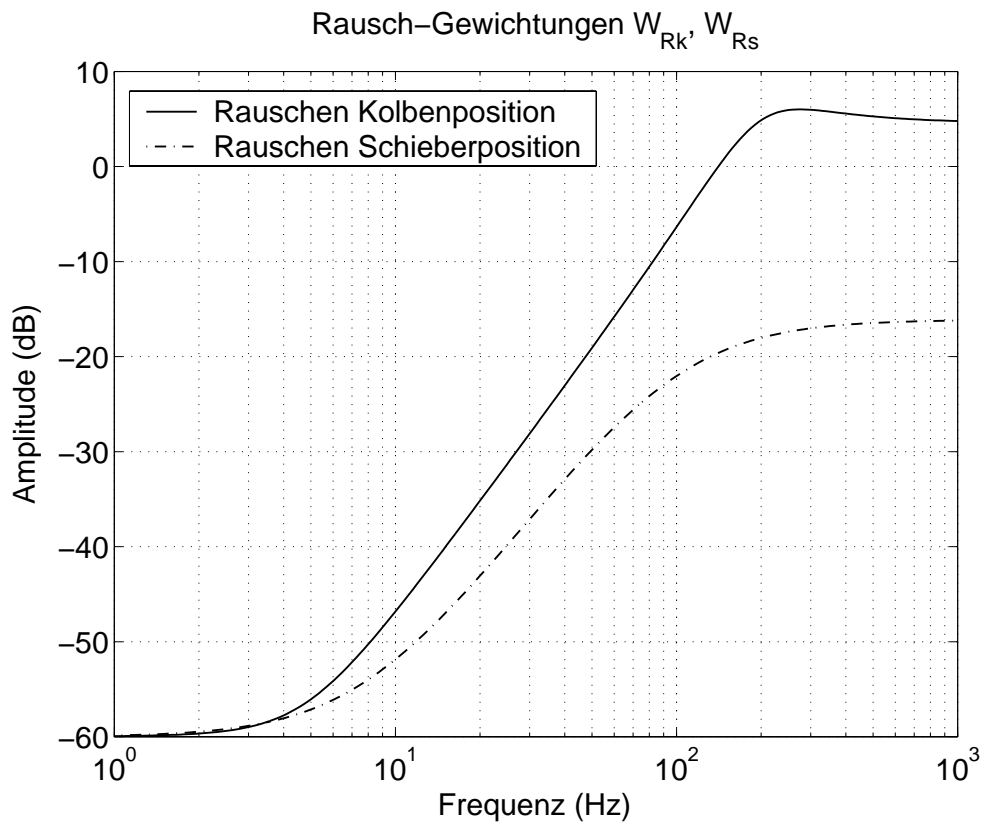


Abbildung 5.12: Rausch-Gewichtungen

- Die Generierung des Wunschverhaltens aus den Frequenzgangsgrenzen der Spezifikation des geregelten Aktuators. Hierbei wird eine mittlere Übertragungsfunktion innerhalb der Spezifikationsgrenzen gewählt (Bild 5.13), so daß deren Einhaltung durch den robusten Reglerentwurf gewährleistet ist. Diese Übertragungsfunktion wird derart iterativ optimiert, so daß der Phasengewinn gegenüber dem konventionellen Entwurf ein Maximum erreicht und dennoch mittig zwischen den Grenzen zu liegen kommt. Da sich diese Übertragungsfunktion nur auf den geregelten Aktuator bezieht, muß zur Berücksichtigung des Filtereffekts dieser Funktion die des Filters überlagert (vgl. Gl. 5.21) werden.
- Zur genauen Vergleichbarkeit des robusten Regelkreises mit dem konventionellen Konzept (vgl. Kapitel 2) wird der nichtlinear simulierte Amplitudengang des Regelkreises mit Kaskadenregler und vorgeschaltetem Notch-Filter als Basis genommen und durch eine lineare Übertragungsfunktion angenähert, die dann dem Wunschverhalten entspricht. Hierdurch soll gezeigt werden, daß allein durch das robuste Reglerentwurfsverfahren Phase gewonnen werden kann, ohne die Dämpfungseigenschaften, d.h. den Amplitudengang, zu beeinflussen.

Im folgenden wird das Vorgehen zum Entwurf beider Wunschfunktionen näher erläutert.

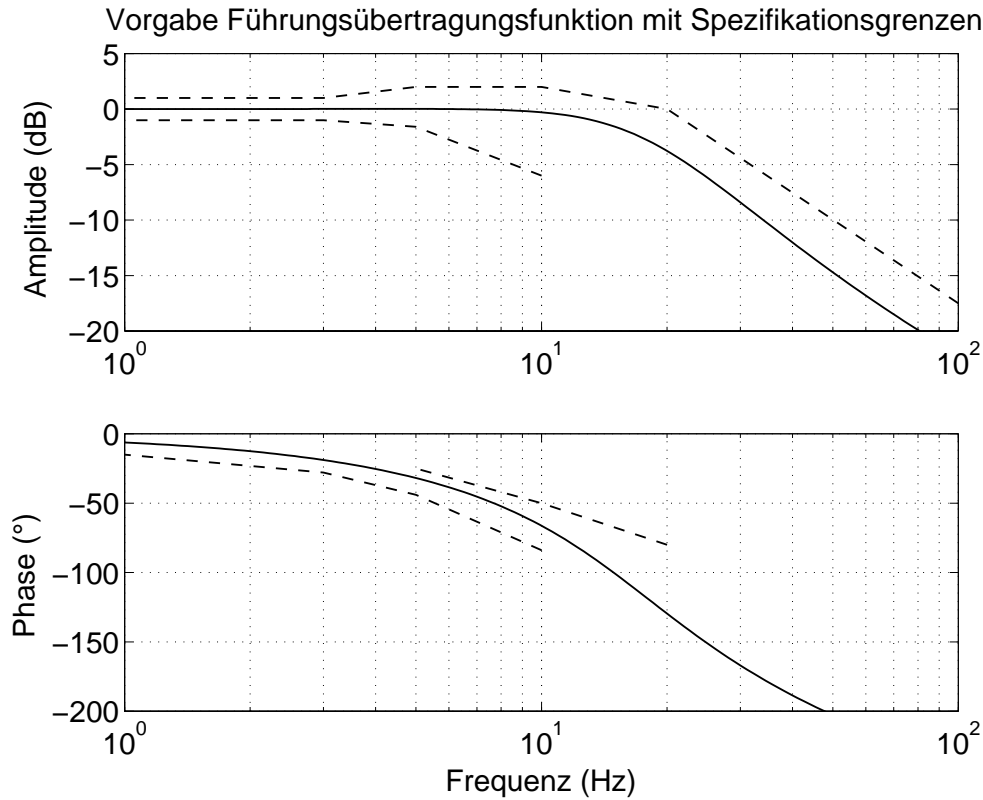


Abbildung 5.13: Vorgabe der Führungsübertragungsfunktion mit Spezifikationsgrenzen

### Optimierte Vorgabe

Die Vorgabe der Führungsübertragungsfunktion innerhalb der Spezifikationsgrenzen wird derart festgelegt, daß die Phasenverluste im unteren Frequenzbereich möglichst gering sind, aber auch die Bandbreite des Übertragungsverhaltens noch Spielraum zur oberen Grenze läßt (vgl. Bild 5.13). Daraus ergibt sich die Wunschübertragungsfunktion zu:

$$(5.20) \quad W_w(s) = \frac{-0,004s + 1}{8,77 \cdot e^{-5}s^2 + 0,0134s + 1}$$

Die Allpaß-Nullstelle in Gl. 5.20 nähert den realen Zeitverzug beim Anlaufverhalten des Aktuators an. Bild 5.14 beweist auch, daß nur mit Hilfe der Allpaß-Nullstelle die Wunschvorgabe der Führungsübertragungsfunktion derart positioniert werden kann, daß die Spezifikationsgrenzen erfüllt werden. Die Bandbreite der Aktuatorregelung liegt bei ca. 16 Hz mit einer optimalen Dämpfung von 0,71.

Die Führungsübertragungsfunktion in Bild 5.13 stellt aber lediglich das Verhalten für die Aktuatorregelung ohne Notch-Filterung dar. Um die Filterung noch zu berücksichtigen, wird die derzeit vorhandene Filterübertragungsfunktion (Gl. 5.22) dieser Führungsübertragungsfunktion überlagert:

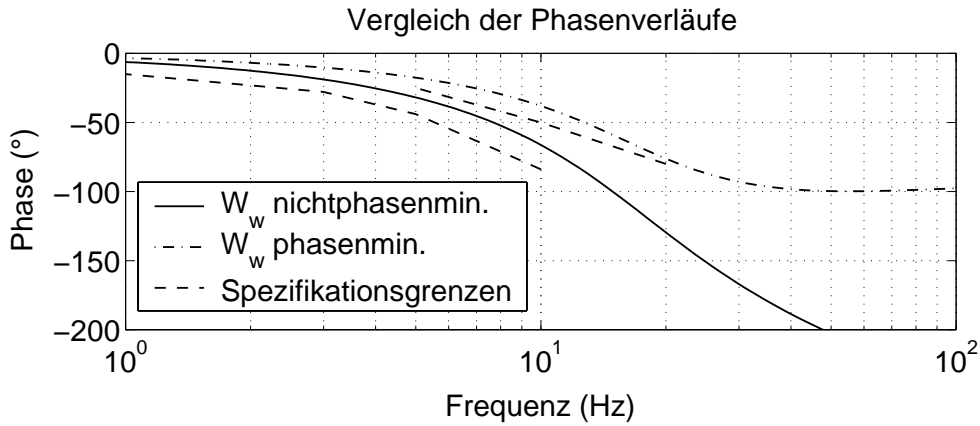


Abbildung 5.14: Unterschiede im Phasenverlauf bei phasenminimaler bzw. nichtphasenminimaler Wunschfunktion  $W_w$

$$(5.21) \quad W_{wu1}(s) = W_w(s) \cdot F_{Notch}(s),$$

wobei

$$(5.22) \quad F_{Notch}(s) = \frac{1 + \frac{2D_1}{\omega_0}s + \frac{1}{\omega_0^2}s^2}{1 + \frac{2D_2}{\omega_0}s + \frac{1}{\omega_0^2}s^2},$$

mit  $\omega_0 = 11,57 \text{ Hz}$ ,  $D_1 = 0,047$  und  $D_2 = 0,51$ . Das Beibehalten der Original-Filterübertragungsfunktion gewährleistet die erforderliche Bandbreite und Dämpfung der Filterung beim robusten Reglerentwurf. Das Bild 5.15 zeigt die Vorgabe der Führungsübertragungsfunktion im Vergleich zur Referenz, die sich mit der konventionellen Regelung und Filterung aus der nichtlinearen Simulation ergibt.

### Lineare Approximation der nichtlinearen Simulation

Um einen nahezu identischen Amplitudenverlauf der Wunschfunktion im Vergleich zum Referenzverhalten des konventionellen Entwurfs zu erhalten, so daß die Dämpfungseigenschaften beibehalten werden, werden die aus der nichtlinearen Simulation ermittelten Amplitudengangspunkte durch eine lineare Übertragungsfunktion angenähert. Dieser sogenannte *curve fitting*-Algorithmus (vgl. [?]) liefert dann eine stabile, phasenminimale Übertragungsfunktion. Wie jedoch bei der zuvor beschriebenen optimalen Wunschvorgabe erwähnt, kann eine Wunschübertragungsfunktion mit ausschließlich phasenminimalen Nullstellen die Spezifikationsgrenzen nicht einhalten. Die nichtphasenminimale Eigenschaft kann jedoch derart erreicht werden, indem eine der Nullstellen der gefitteten Funktion in eine betragsmäßig gleiche nichtphasenminimale Nullstelle umgewandelt wird. Dieses Vorgehen liefert die folgende Übertragungsfunktion 4. Ordnung:

$$(5.23) \quad W_{wu2}(s) = \frac{-7,62s^3 + 9501,1s^2 + 5,56 \cdot 10^4s + 5,09 \cdot 10^7}{s^4 + 243,38s^3 + 2,753 \cdot 10^4s^2 + 1,66 \cdot 10^6s + 4,96 \cdot 10^7}$$

Wie Bild 5.16 zeigt, deckt sich der Amplitudengang der approximierten Wunschfunktion mit dem des Referenzverlaufs aus der nichtlinearen Simulation. Somit ist das Dämpfungsverhalten beider identisch. Beim Phasengang der gefitteten Funktion ist ein Phasengewinn zu verzeichnen. Dieser soll sich auch nach dem Reglerentwurf im Übertragungsverhalten des geschlossenen Regelkreises widerspiegeln.

Aus den Bildern 5.15 und 5.16 ist jeweils im Phasengang bis mindestens 8Hz ein Phasengewinn der Wunschfunktionen gegenüber dem Referenzverhalten des Regelkreises mit Kaskadenregler und Notch-Filter zu verzeichnen. Die Abweichungen des Wunschverhaltens von der realen Übertragungsfunktion des Aktuatorregelkreises werden nach Bild 5.17 mit einer Gewichtung  $W_e$  beaufschlagt. Mit dieser Gewichtung wird festgelegt, in welchem Frequenzbereich die Übereinstimmung von Wunschfunktion und realer Übertragungsfunktion große Wichtigkeit hat. Um die vorgegebenen Phasengewinne in den Wunschfunktionen nach dem Reglerentwurf in der Übertragungsfunktion des geschlossenen Aktuatorregelkreises wiederzufinden,

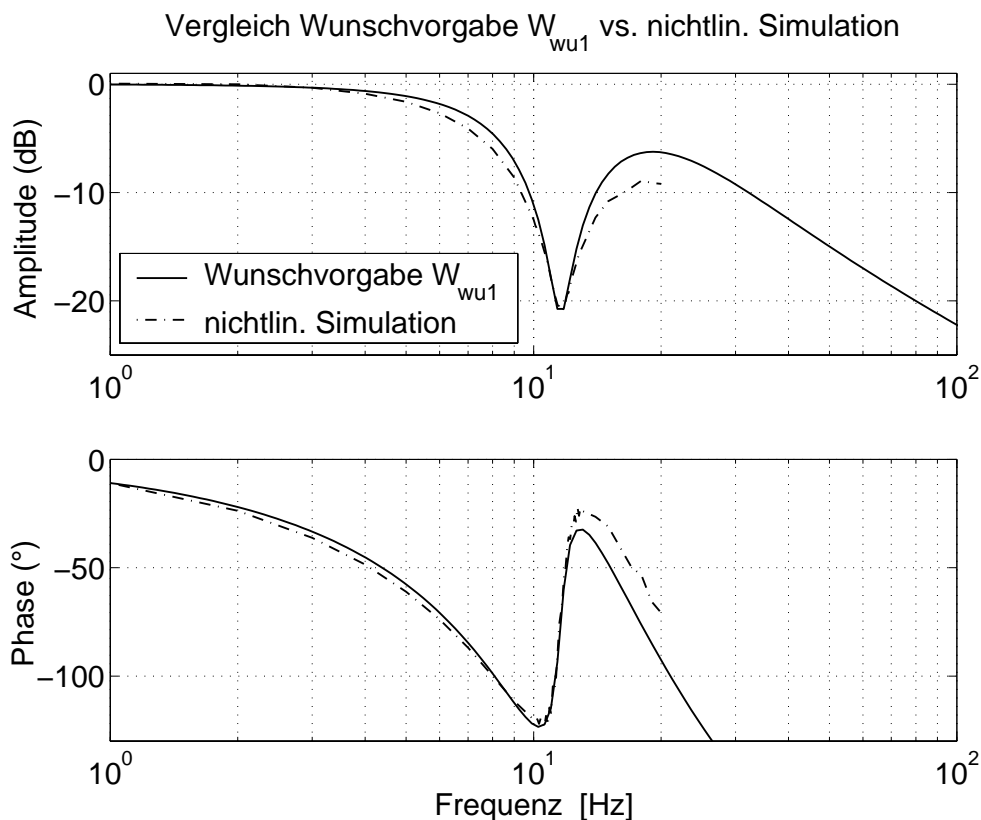


Abbildung 5.15: Vergleich der Wunschvorgabe  $W_{wu1}$  mit dem Referenz-Frequenzgang

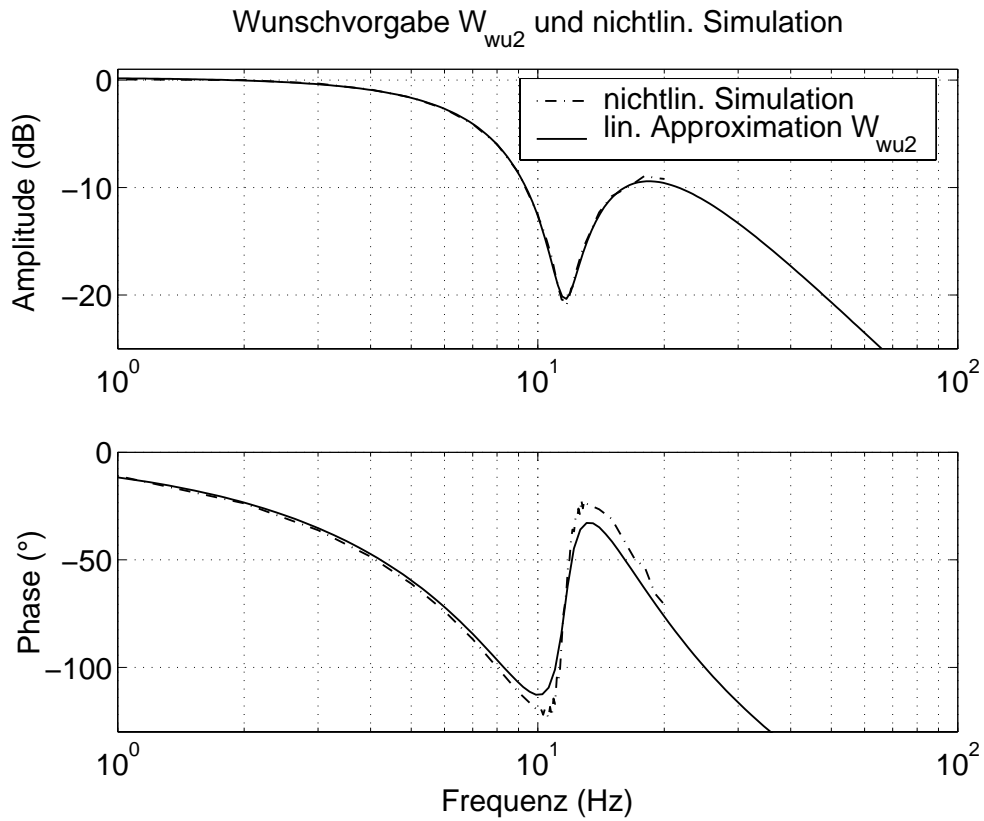


Abbildung 5.16: Vergleich der nichtlin. Simulation und deren Approximation

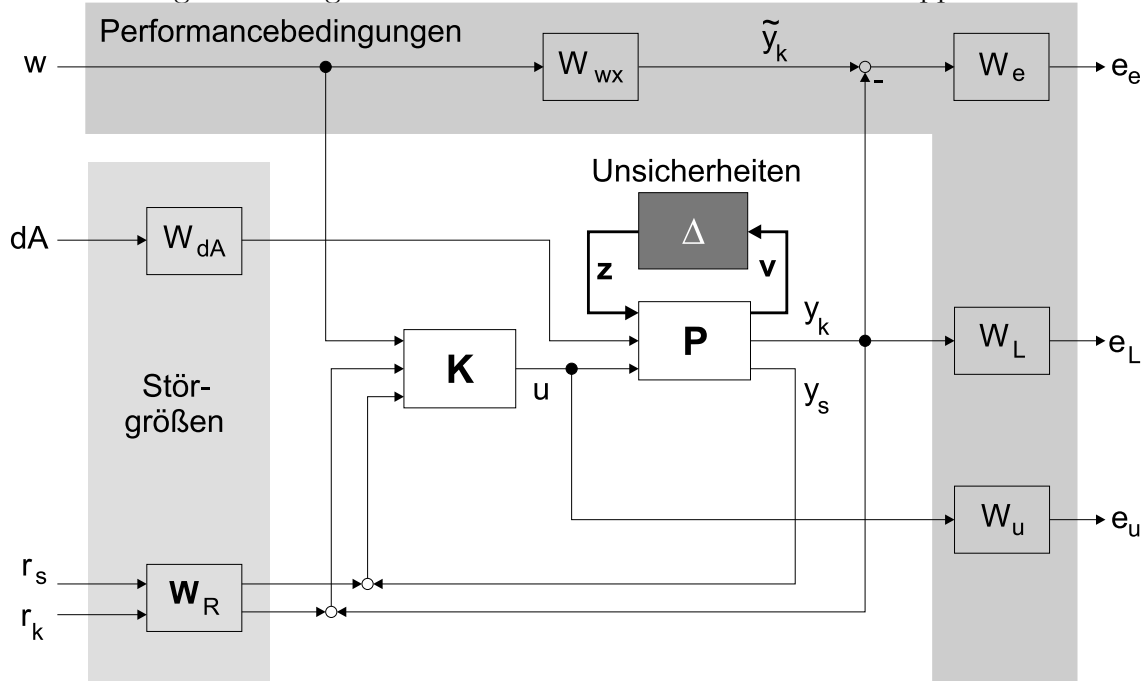


Abbildung 5.17: Vollständige Struktur für den robusten Reglerentwurf

muß im unteren Frequenzbereich bis ca. 12Hz eine hohe Gewichtung  $W_e$  vorherrschen.

Die Ermittlung der Gewichtungsfunktion der Abweichung zwischen Vorgabe und



tatsächlicher Führungsübertragungsfunktion  $W_e$  (vgl. Bild 5.17) erweist sich als schwieriger. Zum einen muß die stationäre Genauigkeit gewährleistet werden, was eine hohe Gewichtung im unteren Frequenzbereich bedeutet; desweiteren aber ist die Genauigkeit der Filterung (Dämpfung, Bandbreite) erforderlich. Da die zu filternde Frequenz aber nicht im Bereich der stationären Genauigkeit liegt, muß die Gewichtung in diesem Frequenzbereich wieder angehoben werden. Für diese gezielte Beeinflussung wird die Filterübertragungsfunktion herangezogen und modifiziert. Durch Herabsetzen der Dämpfung und Inversion der Funktion entsteht die punktuelle Gewichtsanhhebung laut Bild 5.18. Die sich ergebende Gewichtungsfunktion als Überlagerung der soeben beschriebenen Funktion mit der für stationäre Genauigkeit kann Bild 5.18 (durchgezogene Linie) entnommen werden.

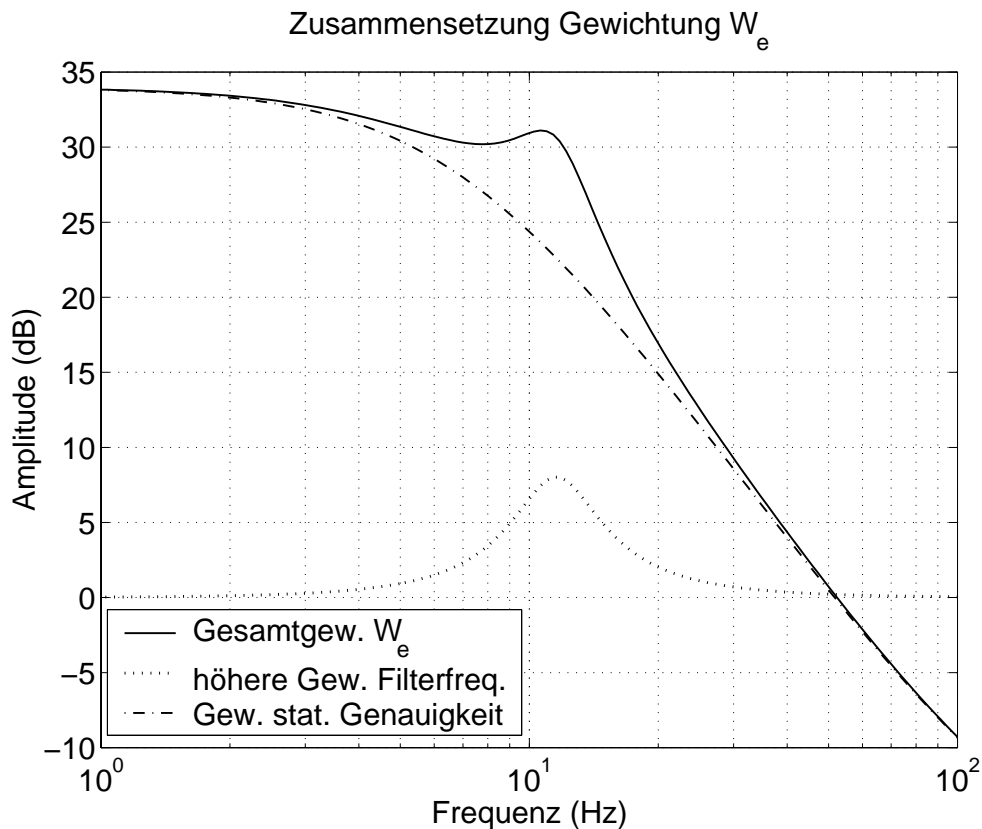


Abbildung 5.18: Ermittlung der Gewichtung  $W_e$

$$(5.24) \quad W_e(s) = 50 \frac{(0,001s + 1)^2}{(0,0227s + 1)^2} \cdot \frac{0,00019s^2 + 0,014s + 1}{0,00019s^2 + 0,0056s + 1}$$

Aufgrund des großen Entwurfsspielraums im oberen Frequenzbereich soll mit der Gewichtung  $W_e$  zusätzlich noch gewährleistet werden, daß sich das nichtphasenminimale Verhalten der Wunschfunktion nicht im entworfenen Regelkreis niederschlägt. Um den Bedingungen des  $\mathcal{H}_\infty$ -Lösungsalgorithmus gerecht zu werden (sie-

he [Eic92]), wird eine sprungfähige<sup>16</sup> Gewichtung  $W_u$  der Stellgröße  $u$  eingeführt. Diese Gewichtung kann maßgeblich die Stelldynamik beeinflussen. Um jedoch nur im oberen Frequenzbereich eine hochfrequente Stellfähigkeit zu unterdrücken, wird die Gewichtung folgendermaßen gewählt:

$$(5.25) \quad W_u(s) = 0,0005 \frac{0,05s + 1}{0,0005s + 1}.$$

Mit dieser Gewichtung wird gewährleistet, daß im unteren Frequenzbereich die Dynamik nicht weiter beeinflußt wird und somit diese Gewichtung dort keine Verschärfung der  $\mathcal{H}_\infty$ -Entwurfsgrenze bewirkt (Bild 5.19).

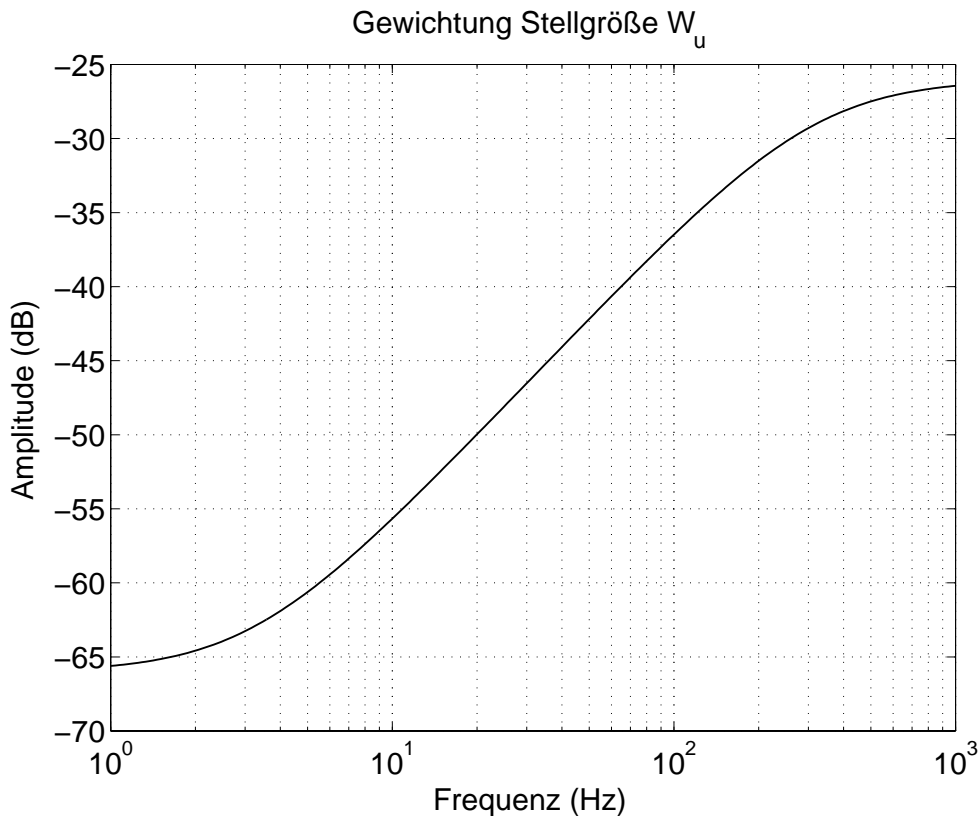


Abbildung 5.19: Stellsignal-Gewichtung  $W_u$

Zur Minimierung des aerodynamischen Einflusses und für eine ausreichende Steifigkeit des Systems bei harmonischer äußerer Last wird eine Gewichtung  $W_L$  eingeführt, die die Kolbenposition gewichtet. Da bereits der aerodynamische Einfluß in einer Störgrößengewichtung  $W_{dA}$  berücksichtigt wurde, kann die Gewichtung  $W_L$  als

$$(5.26) \quad W_L = 1$$

angenommen werden.

<sup>16</sup>auf einen sprungförmiges Eingangssignal reagiert die Übertragungsfunktion mit einem sprungförmigen Ausgangssignal ohne Verzögerung; realisiert durch eine gleiche Ordnung des Zähler- und Nennerpolynoms

## 5.4 Reglersynthese

Nach den Ausführungen über die gesamte Regelkreisstruktur, die dem robusten Reglerentwurf zugrunde liegt, werden im folgenden die Schritte zur Reglersynthese sowie Maßnahmen zur Realisierung des Reglers in realer Umgebung vorgestellt. Darunter verbergen sich die Diskretisierung des Reglers und insbesondere die Reduktion der Reglerordnung.

### 5.4.1 Reglerentwurf

Auf der Basis der in Bild 5.17 dargestellten Gesamtstruktur für den robusten Reglerentwurf kann der folgende Zusammenhang zwischen den Ein- und Ausgangsgrößen der erweiterten Regelstrecke  $\mathbf{P}$  hergeleitet werden:

$$(5.27) \quad [\mathbf{v}^T | e_L \quad e_e \quad e_u | w \quad y_k \quad y_s]^T = \mathbf{P} [\mathbf{z}^T | d_A \quad r_k \quad r_s \quad w | u]^T .$$

Die Ein- und Ausgangsgrößen sind unterteilt in Unsicherheitsgrößen, Stör- bzw. Performancegrößen und in Stell- und Meßgrößen.

Die erweiterte Regelstrecke  $\mathbf{P}$  zusammen mit dem Unsicherheitsblock

$$(5.28) \mathbf{\Delta} = \begin{bmatrix} \delta_{DDV} & & \mathbf{0} \\ & \delta_Q & \\ & & \delta_L \\ \mathbf{0} & & \mathbf{\Delta}'_P \end{bmatrix}, \quad \delta_d, \delta_L \in \mathbb{C}, \delta_p \in \mathbb{R}, \mathbf{\Delta}'_P \in \mathbb{C}^{3 \times 2}, \mathbf{\Delta} \in \underline{\mathbf{\Delta}}$$

bilden die Grundlage für die mit Hilfe der  $\mu$ -Synthese zu lösende Reglerentwurfsaufgabe

$$(5.29) \quad \min_{\mathbf{K}_\mu} \sup_{\omega} \mu_{\mathbf{\Delta}}(\mathcal{F}_L(\mathbf{P}, \mathbf{K})(j\omega)) < 1.$$

Die Besonderheit beim Entwurf stellt der strukturierte Performanceblock  $\mathbf{\Delta}_P = \text{diag}(\delta_L, \mathbf{\Delta}'_P)$  dar. Die Motivation dafür liegt darin, daß die Anforderungen an das Führungsverhalten und an die dynamische Steifigkeit auf diese Weise entkoppelt und getrennt optimiert werden. Dadurch reduziert sich auch die Konservativität beim Reglerentwurf.

Der zu entwerfende Regler  $\mathbf{K}$  wird über die Signale (Gl. 5.27)  $w$ ,  $y_k$  und  $y_s$  als Prozeßausgänge und  $u$  als Prozeßeingang in den Regelkreis eingebunden. Die separate Beaufschlagung der Führungsgröße  $w$  und der zu regelnden Größe  $y_k$  erhöht den Freiheitsgrad und kann somit zur Optimierung der Performance beitragen. Diese Reglerstruktur wird in der Literatur (vgl. [Kuo95]) als *2-degree-of-freedom-controller* bezeichnet.

Die weiteren Ein- und Ausgangssignale aus Gl. 5.27 werden über den Unsicherheitsblock  $\Delta$  verknüpft. Dabei ist die Dimension des fiktiven Performanceblockes  $\Delta_P$  zu den Signalen  $[d_A \ r_k \ r_s \ w]$  und  $[e_L \ e_e \ e_u]$  kompatibel.

Die Lösung des Entwurfsproblems erfolgt für beide Entwurfsvarianten  $W_{wu1}$  und  $W_{wu2}$  mit Hilfe der (D,G)-K-Iteration, da diese bei reellen Unsicherheiten als weniger konservativ gilt (vgl. Kapitel 3.6.1). Sie liefert für den Entwurf 1 mit  $W_{wu1}$  einen Regler 79. Ordnung mit einem  $\mu$ -Wert von

$$(5.30) \quad \max_{\omega} \mu_{\underline{\Delta}}(\mathcal{F}_L(\mathbf{P}, \mathbf{K}_1)(j\omega)) = 1,6832.$$

Für den zweiten Entwurf wird ein  $\mu$  von

$$(5.31) \quad \max_{\omega} \mu_{\underline{\Delta}}(\mathcal{F}_L(\mathbf{P}, \mathbf{K}_2)(j\omega)) = 1,6016.$$

bei einer Reglerordnung von 77 erzielt. Diese Ergebnisse stellten sich jeweils nach vier Iterationen ein. Bild 5.20 zeigt anhand des ersten Entwurfs die Veränderungen im Verlauf des  $\mu$ -Wertes bei fortschreitenden Iterationen. Der zunächst unruhige

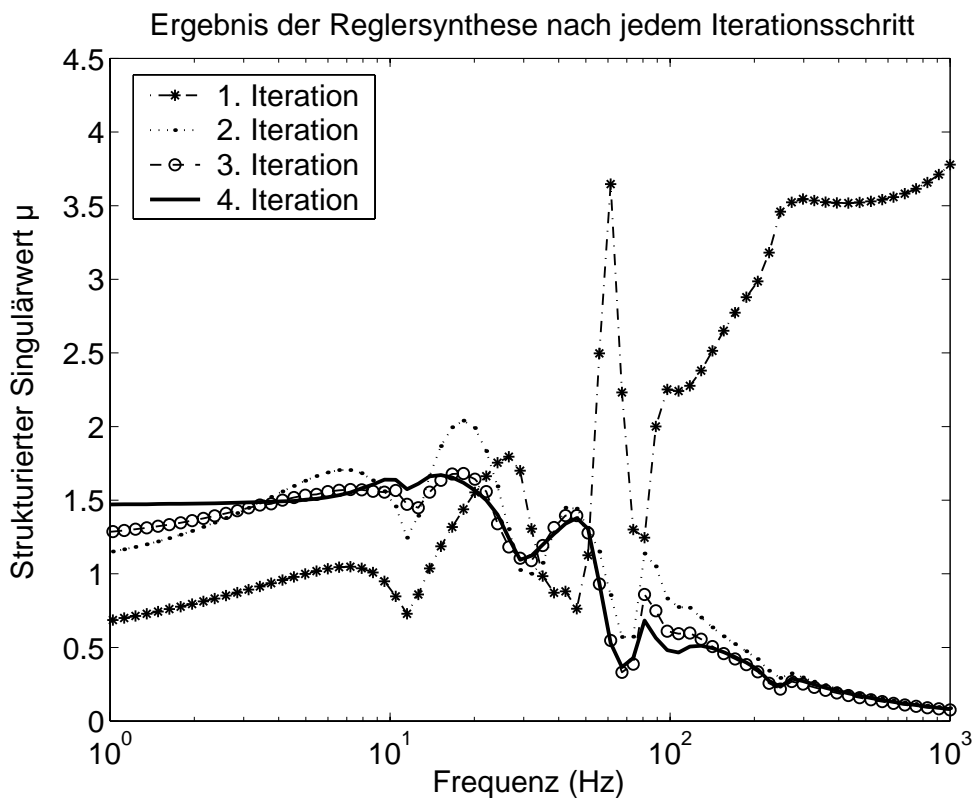


Abbildung 5.20: Entwicklung des strukturierten Singulärwertes

Verlauf wird geglättet und erreicht weitestgehend sein Optimum nach vier Iterationsschritten. Dafür spricht der sich nur minimal ändernde  $\mu$ -Wert.

Als Beispiel für die Reglerübertragungsfunktion ist im folgenden Bild 5.21 die des Reglers  $\mathbf{K}_1$  dargestellt. Das Filterverhalten ist deutlich im ersten Übertragungspfad

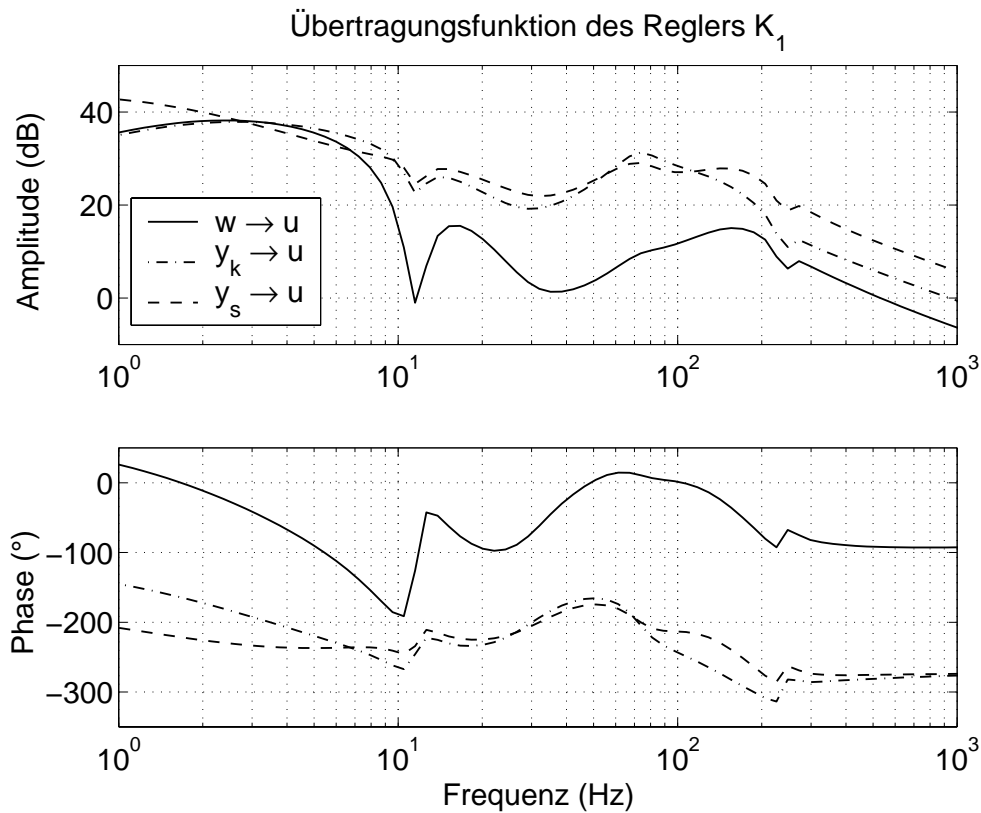


Abbildung 5.21: Bode-Diagramm der Reglerübertragungsfunktion  $K_1$

von der Führungsgröße  $w$  zur Stellgröße  $u$  zu bemerken. Die anderen beiden Pfade bleiben davon weitestgehend unberührt, was für eine Entkopplung des Vorwärtspfades von den Rückwärtspfaden spricht und somit die Vorteile des Konzeptes eines *2-degree-of-freedom-controller* unterstreicht.

#### 5.4.2 Regleranalyse im geschlossenen Regelkreis

Der Regler  $K_1$  wird im folgenden zu weiteren Untersuchungen hinsichtlich robuster Stabilität und robuster Performance herangezogen. Die gewonnenen Erkenntnisse gelten in gleichen Maßen für den Regler  $K_2$ .

#### Robustheitsuntersuchungen

Anhand der erzielten Werte für den strukturierten Singulärwert wird zunächst deutlich, daß die strengen Performancebedingungen aus Gl. 5.29 nicht in vollem Maße erfüllt werden können. Wie jedoch aus Bild 5.22 hervorgeht, werden die folgenden Bedingungen, abgeleitet aus Gl. 3.21,

$$(5.32) \quad \left| \begin{array}{c} W_{xd}S \\ W_yT \\ W_e(W_{wu} - T) \\ W_uKS \end{array} \right| < 1 \Leftrightarrow \begin{array}{l} S < 1/W_{xd} \\ T < 1/W_y \\ W_{wu} - T < 1/W_e \\ KS < 1/W_u \end{array}$$

nur minimal verletzt. Das trifft insbesondere auf die schärfsten Anforderungen bezüglich Sensitivität und Führungsübertragungsverhalten zu. Aus Bild 5.22 wird außerdem ersichtlich, daß insbesondere bei der Stellübertragungsfunktion aufgrund der geringen Anforderungen in der Vorgabe die Stellreserve im unteren Frequenzbereich sehr groß ist.

Untersuchungen hinsichtlich robuster Stabilität als wichtigste Forderung werden mit Hilfe der Teilübertragungsfunktion  $\mathbf{M}_{vz}$  (vgl. Gl. 3.22) zwischen den Signalen  $\mathbf{z}$  und  $\mathbf{v}$  vorgenommen. Die sich daraus ergebenden Kurven für den strukturierten Singulärwert  $\mu_{RS}$  in Bild 5.23-unten liegen deutlich unterhalb Eins. Für einen Maximalwert von  $\max \mu_{RS} \approx 0,67$  bedeutet dies, daß für Unsicherheiten  $\|\Delta_S\|_\infty < 1/0,67 = 1,49$  der geschlossene Regelkreis stabil bleibt. Aufgrund der Normierung der maximal modellierten Unsicherheit auf den Wert Eins durch die Wahl der Unsicherheitsgewichtungen  $W_{DDV}$  und  $W_Q$  würde das eine ca. 50% höhere zulässige Unsicherheit als modelliert bedeuten. Diese Tatsache trägt zu einer hohen Stabilitätsreserve der Aktuatorregelung bei.

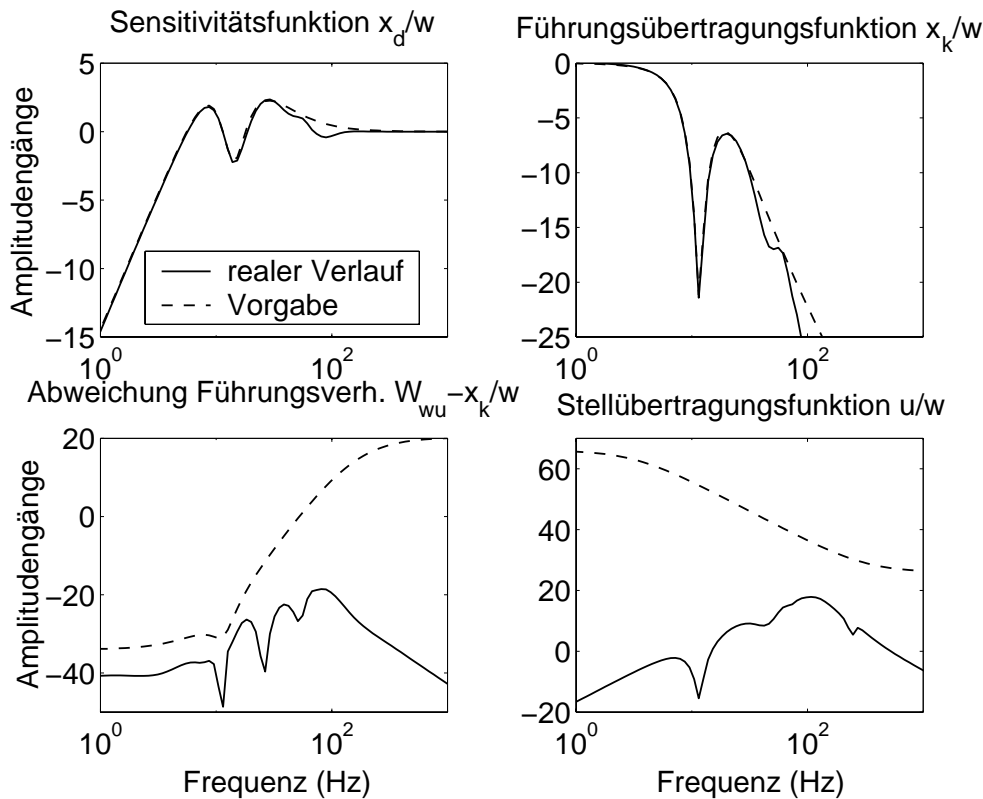


Abbildung 5.22: Performanceuntersuchung

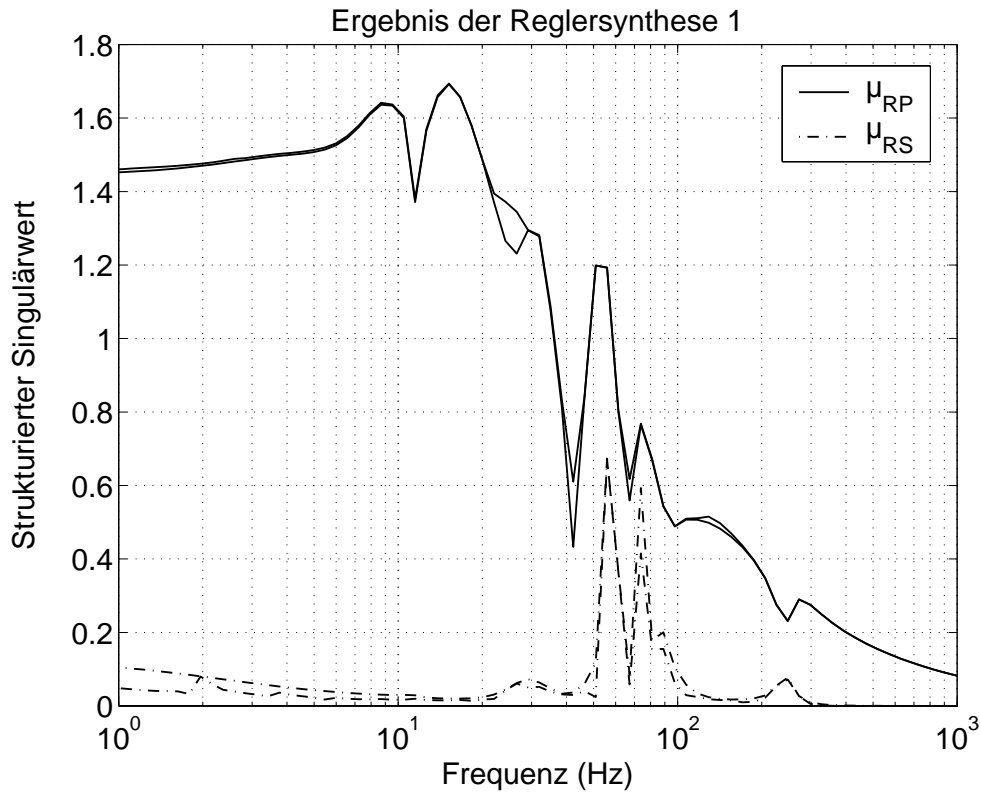


Abbildung 5.23: Ergebnis des ersten Reglerentwurfs

Die Betrachtung des strukturierten Singulärwertes  $\mu_{RP}$  zu Performancezwecken liefert einen Maximalwert von  $\max \mu_{RP} \approx 1,68$ . Hier gilt analog zur robusten Stabilität, daß für Unsicherheiten  $\|\Delta\|_\infty < 1/1,68 = 0,59$  die Performanceeigenschaften gewahrt sind.

### Untersuchungen im Zeitbereich

Bild 5.24 zeigt verschiedene Zeitsignale des geschlossenen Regelkreises mit Regler  $\mathbf{K}_1$  als Antwort auf ein Sprungsignal. Im Vergleich ist hier das nominelle Verhalten (durchgezogene Linie) gegenüber dem schlechtesten Fall (strichpunktierte Linie), in dem noch robuste Performance gewährleistet wird ( $\|\Delta\|_\infty = 0,595$ ), dargestellt.

Anhand des Verlaufs der Kolbenposition ist zu erkennen, daß die Unterschiede zwischen nominellen und unsicherheitsbehafteten Regelkreisverhalten nur gering sind. Es sind nur minimale Dynamikeinbußen zu verzeichnen.

Nun stellt sich die Frage, ob bei den Extrema der modellierten Unsicherheitsgrenzen mit  $\|\Delta\|_\infty = 1$  die Performance dennoch tolerierbar ist.

Bild 5.25 oben gibt Aufschluß darüber. Dort ist die Kolbenbewegung im nominellen Fall  $y_{knom}$  gegenüber denen mit maximaler (einfahrender Kolben mit Maximallast  $y_{kumax}$ ) und minimaler Unsicherheit (ausfahrender Kolben unter Maximallast  $y_{kumin}$ ) dargestellt. Es zeigt sich, daß der Unterschied in der Dynamik ohne Last

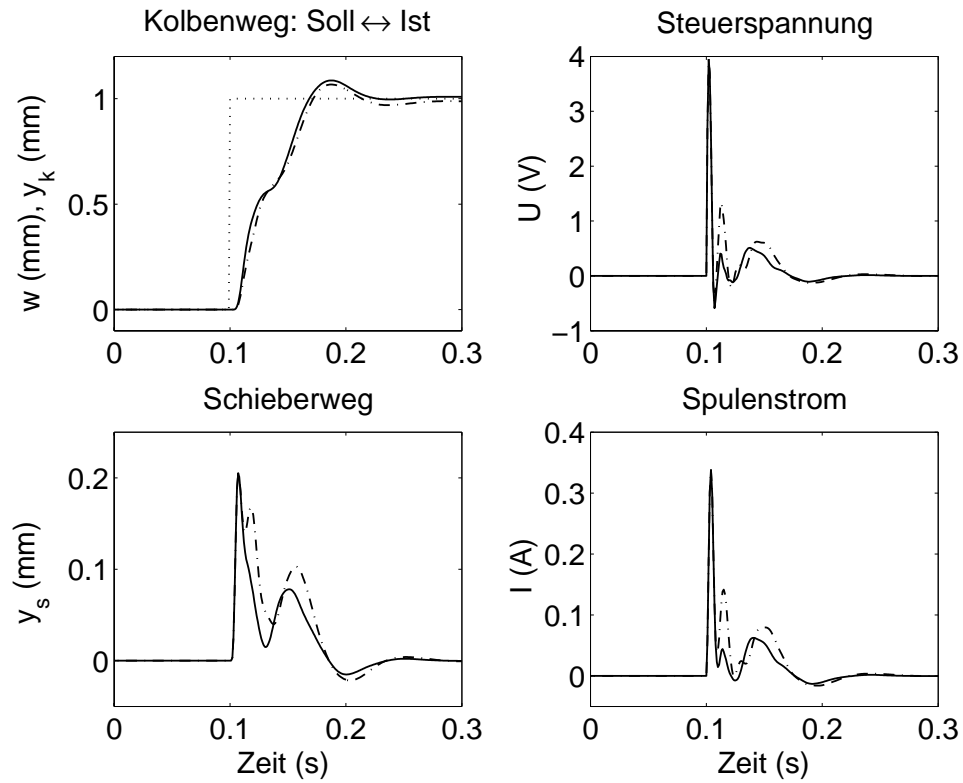
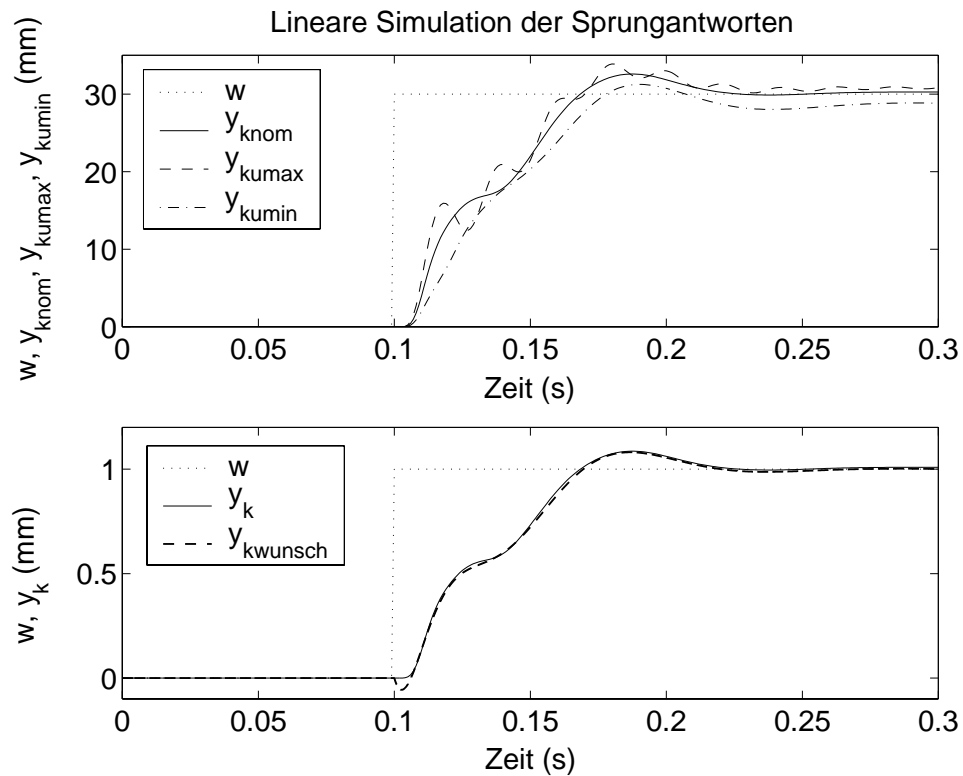


Abbildung 5.24: Lineare Simulation des Regelkreises

Abbildung 5.25: Lineare Simulationen: oben: Kolbenbewegung bei minimaler bzw. maximaler Unsicherheitsmodellierung; unten: Vergleich Wunschvorgabe  $W_{wu1} \leftrightarrow$  Ist



und unter Lasteinfluß nur gering divergiert, woraus eine hohe Performance abgeleitet werden kann. Weitere Untersuchungen diesbezüglich werden in Kapitel 5.5 näher erläutert.

In Bild 5.25 unten ist der Vergleich zwischen der Sprungantwort der vorgegebenen Wunschübertragungsfunktion und dem entworfenen Regelkreis mit Regler  $\mathbf{K}_1$  dargestellt. Beide Kurven decken sich weitestgehend, wobei das Allpaßverhalten, welches sich im Signal  $\tilde{y}_k$  der Vorgabe zeigt, von der Regelgröße  $y_k$  nicht übernommen wurde. Dieses Ziel konnte durch eine entsprechend ausgelegte Gewichtung  $W_e$  (vgl. Bild 5.18) erreicht werden.

Über die Güte der Modellbildung und somit über Vergleichbarkeit der Ergebnisse aus linearer und nichtlinearer Simulation gibt Bild 5.26. Es ist eine sehr gute

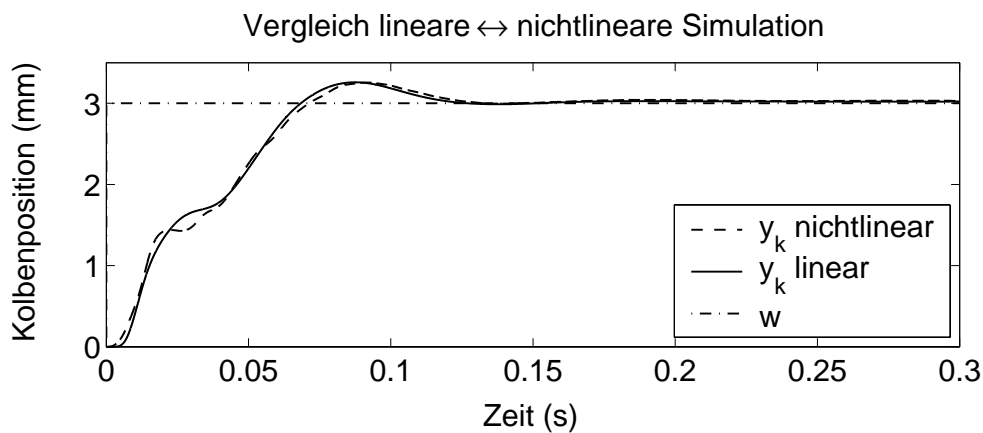


Abbildung 5.26: Vergleich der linearen und nichtlinearen Simulation

Übereinstimmung in dem Verlauf der Kolbenposition bei linearer und nichtlinearer Simulation festzustellen. Die kleinen Unterschiede durch den größeren Hang zum Schwingen im Anfangsbereich der nichtlinearen Simulation sind auf die Stellgrößenbegrenzungen zurückzuführen. Weitere Ausführungen dazu finden sich später im Abschnitt *Anti-Windup-Maßnahmen*

## Untersuchungen im Frequenzbereich

Die Frequenzbereichsuntersuchungen geben nun Aufschluß über die Hauptanforderung des integrierten Reglerentwurfs, einen Phasengewinn gegenüber dem konventionellen Konzept zu erzielen und somit zur Erhöhung der Stabilitätsreserve beizutragen.

Betrachtet werden dazu die Führungsübertragungsfunktionen der Regelkreise mit den entworfenen Reglern  $\mathbf{K}_1$  (Bild 5.27) und  $\mathbf{K}_2$  (Bild 5.28) im Vergleich zu der des Kaskadenreglers mit vorgeschaltetem Notch-Filter als Referenz. Die Frequenzgänge

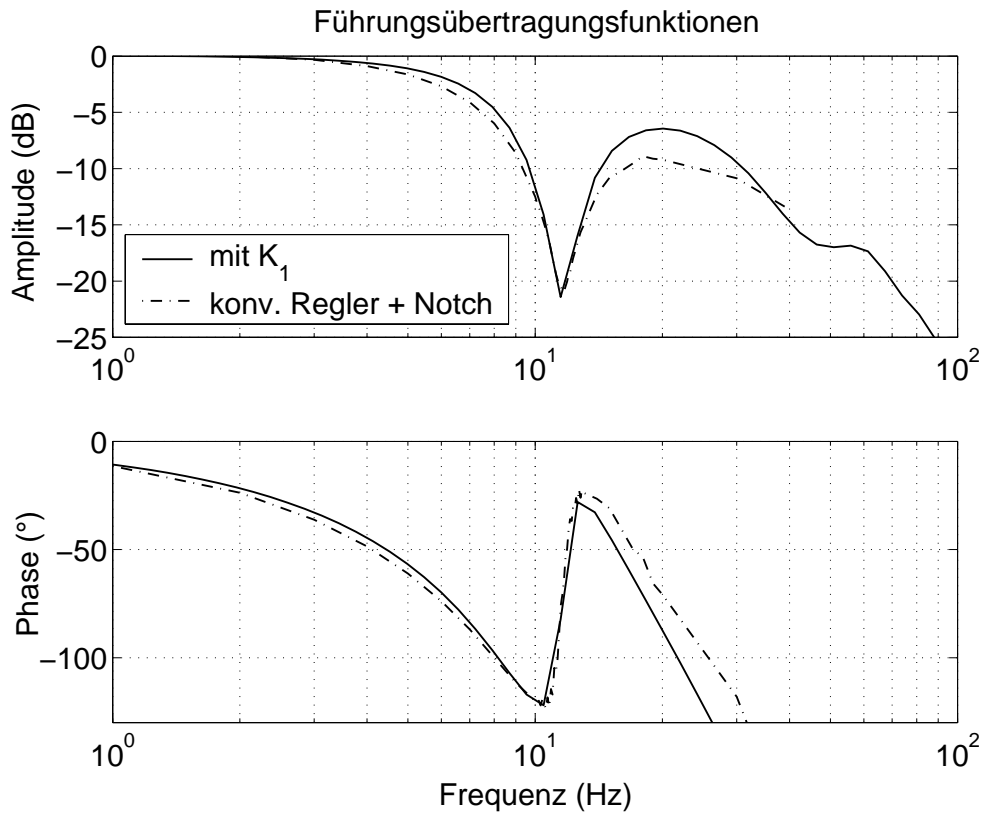


Abbildung 5.27: Bode-Diagramm des geschlossenen Regelkreises mit  $\mathbf{K}_1$

wurden jeweils in einer nichtlinearen Simulation ermittelt. Der optimierte Entwurf mit dem Regler  $\mathbf{K}_1$  kann in jeder Hinsicht die gestellten Anforderungen erfüllen. Zum einen sind die Dämpfungseigenschaften dieses Regelkreises rund um die zu dämpfende aeroelastische Eigenfrequenz von 11,5 Hz identisch mit der Referenz. Außerdem gewährleistet das stetige Abfallen des Amplitudenganges ab 20 Hz das Einhalten der oberen Spezifikationsgrenze des Aktuators (vgl. Bild 5.13), da oberhalb von 20 Hz das Notch-Filter nicht mehr wirksam ist und somit die eigentliche Aktuatorregelung allein zum Tragen kommt. Zum anderen sind Phasengewinne im Bereich bis ca. 10 Hz zu verzeichnen. Diese werden in Bild 5.29 näher betrachtet. Gerade im aus flugmechanischer Sicht kritischen Frequenzbereich bis 5 Hz ist ein stetiges Anwachsen des Phasengewinnes  $\Delta\varphi = \varphi_{K_1} - \varphi_{kas}$  von  $0,8^\circ$  bei 1 Hz bis  $4,2^\circ$  bei 5 Hz zu beobachten. Die daraus erwachsenden höheren Stabilitätsreserven bedeuten für das gesamte Flugregelsystem einen Stabilitätsgewinn.

Die Betrachtung der Führungsübertragungsfunktion des mit  $\mathbf{K}_2$  geschlossenen Regelkreises dient lediglich zur Analyse der Möglichkeiten des robusten Reglerentwurfs. Der Ausgangspunkt war ein der Referenz identischer Amplitudengang, der als lineare, nichtphasenminimale Wunschfunktion  $W_{wu2}$  (vgl. Kapitel 5.3) in den Reglerentwurf zum *loop shaping* eingebunden wurde. Das spiegelt sich auch in Bild 5.28 wider. Auffällig ist das schlechte Dämpfungsverhalten oberhalb von 40 Hz, welches

aufgrund der im niedrigen Frequenzbereich gestellten hohen Anforderungen erkaufte werden muß. Dies gilt für nichtphasenminimale Systeme, bei denen die Minimierung der Sensitivität in einem Frequenzbereich  $\Omega$  zu einer Erhöhung derselben außerhalb dieses Bereichs führt. Dieses Phänomen wird auch als *Wasserbett-Effekt* bezeichnet (vgl. [Rai94]).

Auch mit diesem entworfenen Regler können Phasengewinne erzielt werden, die aber gerade bis 5 Hz deutlich geringer ausfallen. Unterhalb von ca. 1,2 Hz muß sogar Phase eingebüßt werden. Anhand dieses Entwurfs konnte aber gezeigt werden, daß trotz gleichem Dämpfungsverhalten ein mit Hilfe der  $\mu$ -Synthese entworfener filterintegrierender Regler Verbesserungen hinsichtlich der Phasenverluste liefern kann, die letztendlich nur auf das Entwurfsverfahren zurückzuführen sind und somit die höheren Entwurfsfreiheitsgrade aufzeigen.

### 5.4.3 Ordnungsreduktion

Die aus der Reglersynthese gewonnenen Regler weisen aufgrund ihrer Struktur als Zustandsregler mit Beobachter eine sehr hohe Ordnung auf. Zur Verwirklichung dieser  $\mu$ -Regler auf Digitalrechnern oder auch zur realitätsnahen nichtlinearen Simulation muß jedoch die Ordnung aus Rechenzeit- und Speicherplatzgründen drastisch reduziert werden, bevor der Regler diskretisiert wird. Die bereits in Kapitel 3.6.2

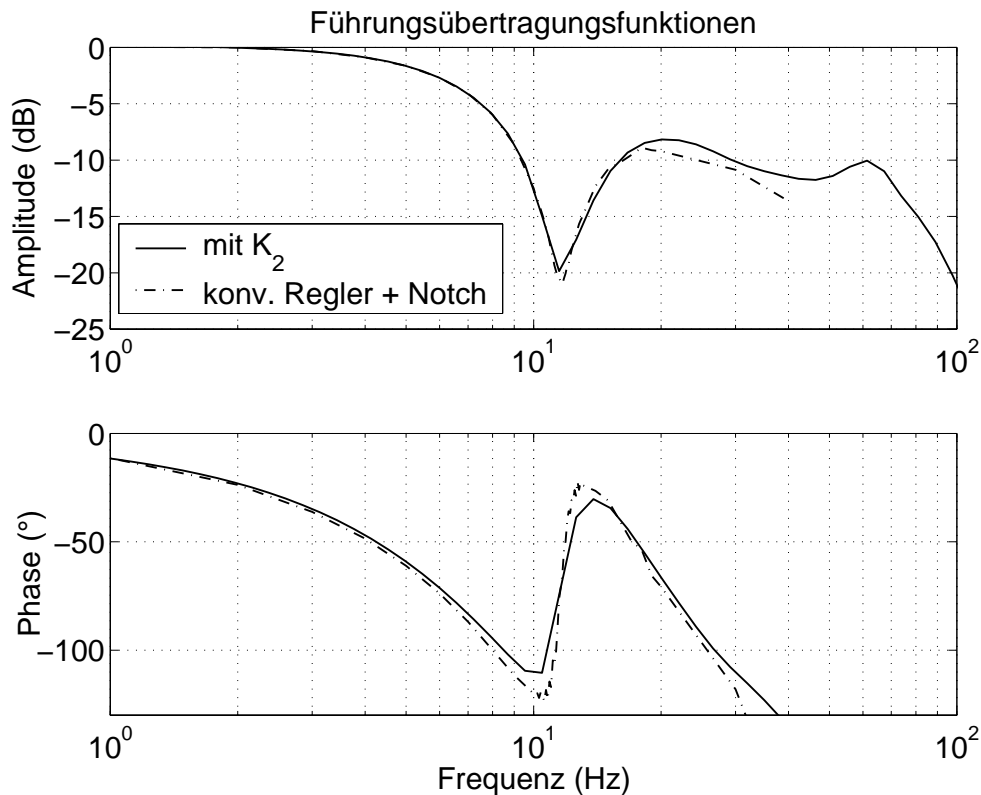


Abbildung 5.28: Bode-Diagramm des geschlossenen Regelkreises mit  $K_2$

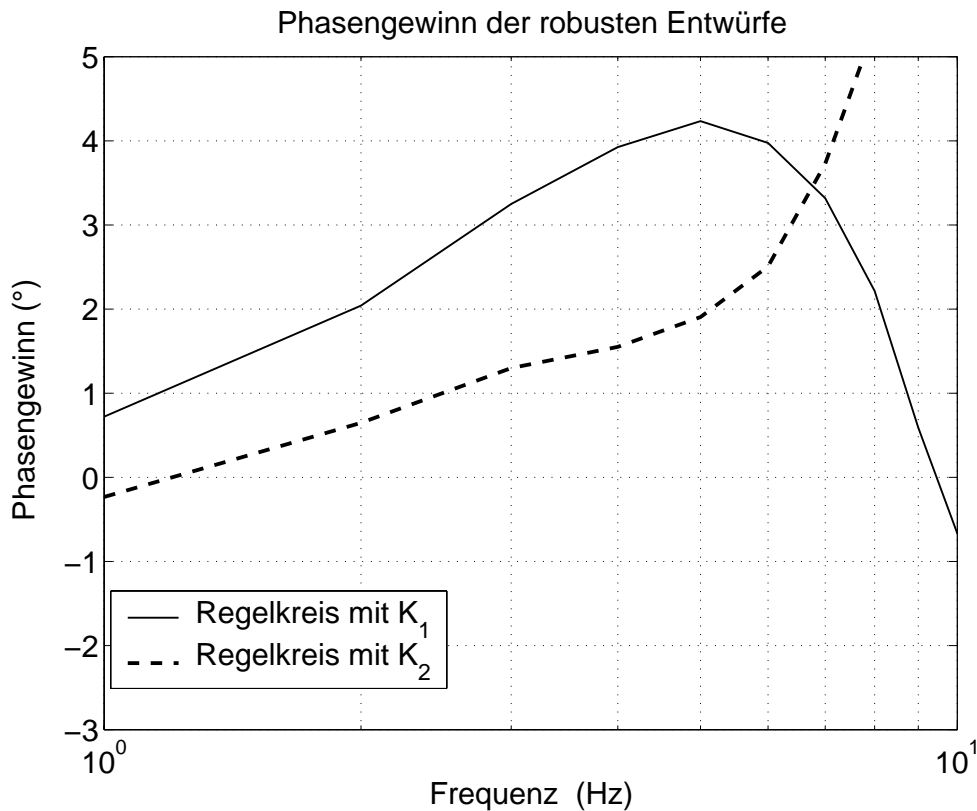


Abbildung 5.29: Phasengewinne der geschlossenen Regelkreise mit  $\mathbf{K}_1$  und  $\mathbf{K}_2$

vorgestellten Verfahren sollen nun auf die beiden entworfenen Regler angewendet werden. Während bei der a priori vorgegebenen Reglerordnung beim Entwurf eines Reglers fixer Ordnung ein völlig neuer Regler entworfen wird, gilt der bereits entworfene Regler als Ausgangspunkt für die Ordnungsreduktionsverfahren. Zu Vergleichszwecken wird jeweils eine  $\mu$ -Analyse des Regelkreises mit dem reduzierten Regler durchgeführt und die maximalen strukturierten Singulärwerte miteinander verglichen.

### Regler fixer Ordnung

Als Ausgangspunkt für den Entwurf eines Reglers fixer Ordnung dient jeweils die den Reglern zugrundeliegende erweiterte, skalierte Regelstrecke 79. bzw. 77. Ordnung. Mit Hilfe des homotopischen Algorithmus lassen sich dann Regler geringer Ordnung auslegen, bei denen der Kompromiß zwischen akzeptabler Performance und möglichst geringer Ordnung getroffen wurde. Für den Entwurf 1 folgt daraus ein Regler 8. Ordnung, der jedoch einen leichten Versatz in der Filterfrequenz und eine Überhöhung im Amplitudengang bei 50Hz aufweist (Bild 5.30). Phasengewinne lassen sich erst oberhalb von 1Hz verzeichnen, die aber dann bis auf  $4,7^\circ$  bei 5Hz anwachsen. Zur Beurteilung der Performance wird ein Wert von  $\max \mu_{RP} \approx 3,1$  ermittelt. Für den zweiten Entwurf ist eine Reglerordnung unter 10 aus Perfor-

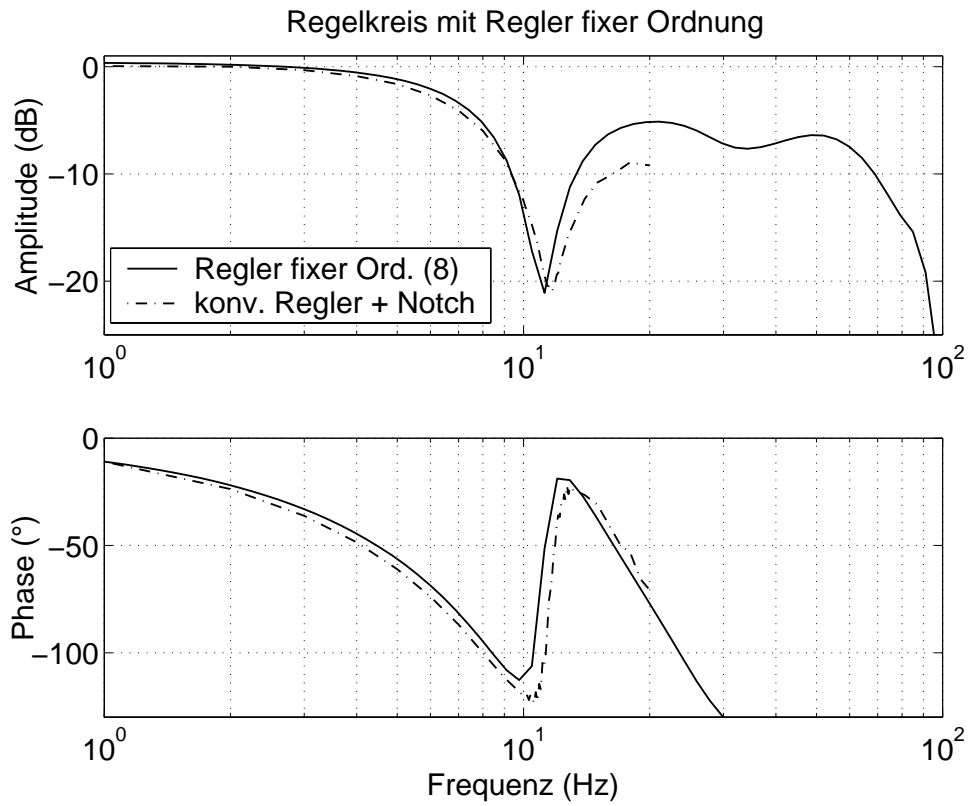


Abbildung 5.30: Vergleich der Führungsübertragungsfkt. nach Entwurfskonzept 1

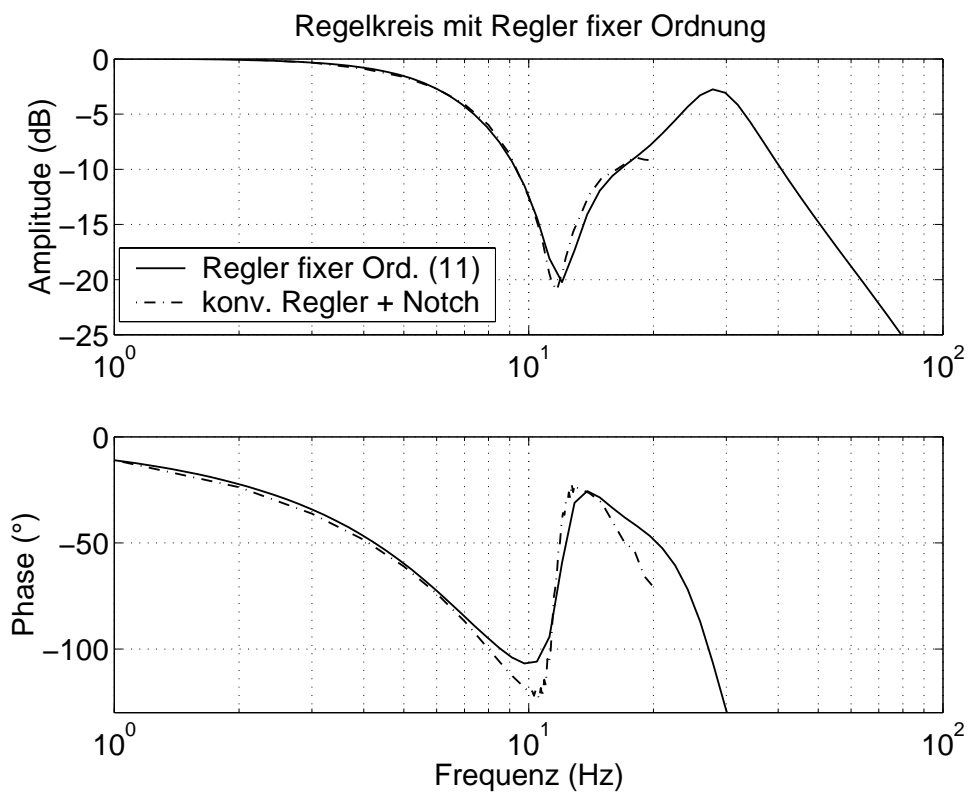


Abbildung 5.31: Vergleich der Führungsübertragungsfkt. nach Entwurfskonzept 2

mancegründen nicht möglich. Der Regler 11. Ordnung überzeugt jedoch mehr als der vorangegangene, wobei die Amplitudenüberhöhung in diesem Fall aufgrund der Lage bei ca. 27Hz gerade noch tolerierbar ist (Bild 5.31).

Für den Phasengewinn gilt ähnliches wie zuvor beschrieben, wobei der maximale Phasengewinn nur  $2,7^\circ$  beträgt. Eine  $\mu$ -Analyse liefert einen maximalen strukturierten Singulärwert von  $\max \mu_{RP} \approx 2,87$ .

Beide entworfenen Regler zeigen das Potential dieser Methode, jedoch sind die gestellten Anforderungen einer integrierten Filterung mit einer Reglerordnung kleiner 10 mit diesem Verfahren nicht vereinbar.

### Balancierte Reduktion

Zur balancierten Ordnungsreduktion existieren zwei Vorgehensweisen, wobei entweder der Regler separat anhand des Vergleichs der Bode-Diagramme oder aber innerhalb des erweiterten Regelkreises zur Erhaltung der Performance reduziert wird. Eine alleinige Reduzierung der Regler  $\mathbf{K}_1$  und  $\mathbf{K}_2$  mit Hilfe der *balanced truncation* liefert Regler 23. bzw. 22. Ordnung. Das stellt zwar schon eine deutliche Reduktion der Ordnung gegenüber den Anfangszuständen dar, jedoch ist eine Reglerordnung von 10 und kleiner erst praktikabel. Diese kann für beide Regler mit einer balancierten Reduktion im geschlossenen Regelkreis erreicht werden. Aus der Balancierung des Reglers im geschlossenen Regelkreis ergeben sich die folgenden Hankelschen Singulärwerte (Bild 5.32), die Aufschluß über die minimal akzeptable Reglerordnung geben. Legt man die Schwelle für die in Erwägung zu ziehenden Singulärwerte auf 0,1 (0,4% des maximalen Hankelschen Singulärwertes), so ergibt sich nach Bild 5.32 eine Reglerordnung von 10. Dies ist insofern vertretbar, als daß zwischen dem 10. und 11. Singulärwert der Abstand so groß ist, daß die Einbeziehung weiterer Singulärwerte keine entscheidende Änderung in der Performance bedeutet. Eine Reglerordnung kleiner 10 ist jedoch unter Performancegesichtspunkten nicht möglich. Letztendlich kann aber nur allein durch diese Methode die angestrebte maximale Reglerordnung von 10 gewährleistet werden.

Zum Vergleich aller Regler hinsichtlich der Performance sind in Tabelle 5.1 die maximalen strukturierten Singulärwerte aus den jeweiligen  $\mu$ -Analysen der erweiterten Regelkreise mit den reduzierten Reglern aufgelistet. Die Abkürzungen der einzelnen Verfahren sind unterhalb der Tabelle erläutert. Es wird deutlich, daß die Reduktionsverfahren im geschlossenen Regelkreis den anderen sowohl in der Reglerordnung als auch der Performance stark überlegen sind. Hier zeichnet sich besonders das Reduktionsverfahren mit Hilfe der *singular perturbation* aus (clsp), welches eine hohe stationäre Genauigkeit gewährleistet. Die Wahl fällt für die weiteren nichtlinearen Simulationen auf den entsprechend reduzierten Regler  $\mathbf{K}_1$  (in Tabelle 5.1 fett

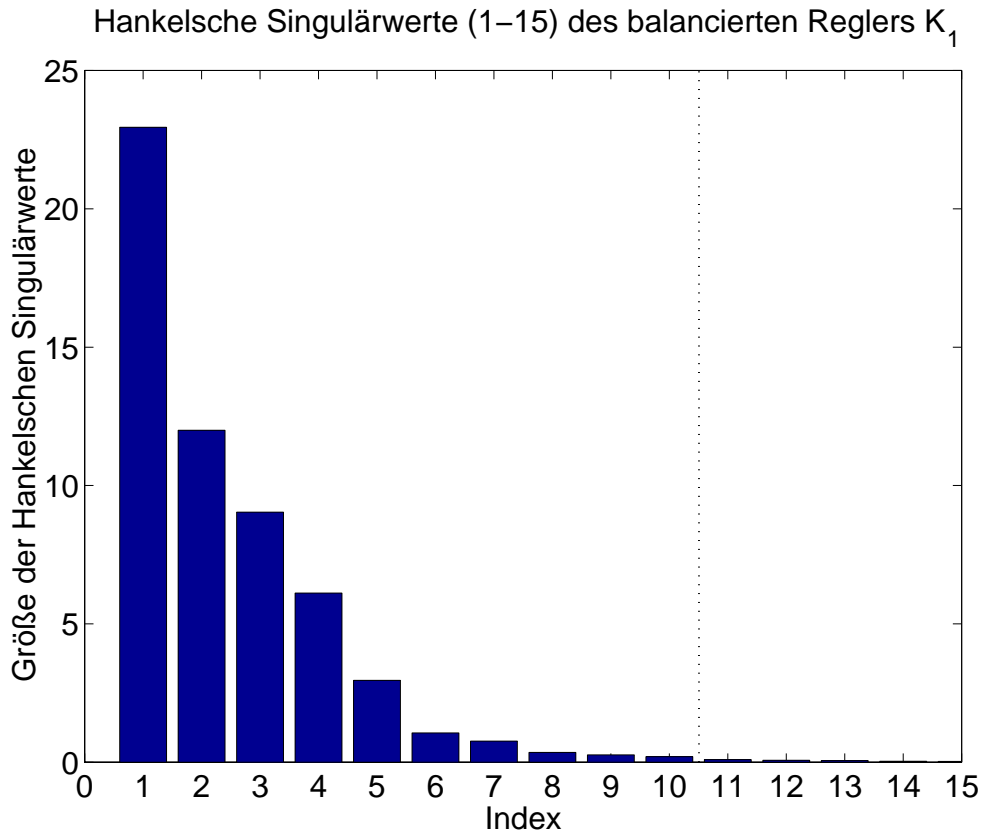


Abbildung 5.32: Hankelsche Singulärwerte des balancierten Reglers  $\mathbf{K}_1$

markiert), der neben geringer Ordnung und hoher Performance noch die größeren Phasengewinne (vgl. Bild 5.29) mitbringt.

Ein Vergleich zwischen dem Regelkreis mit Originalregler  $\mathbf{K}_1$  und mit dem ausgewählten reduzierten Regler  $\mathbf{K}_{1r}$  stellt Bild 5.33 dar, deren Frequenzgänge sich bis über 40Hz decken. Dieses Bild unterstreicht erneut die Reglerauswahl.

### Diskretisierung des Reglers

Für den praktischen Einsatz des Reglers muß neben der Ordnungsreduktion eine Diskretisierung des Reglers vorgenommen werden. Dabei soll der diskretisierte Regler den kontinuierlich entworfenen weitestgehend approximieren, d.h. alle relevanten Moden des Regler müssen auch im zeitdiskreten Regler abgebildet werden. Das Diskretisierungsverfahren sowie die Abtastzeit hängen dabei stark von den Eingangssignalen des Reglers ab [FPW90]. Da die kontinuierlichen Signale  $y_s$  und  $y_k$  sich zwischen zwei Abtastzeitpunkten ändern werden, ist die *Tustin-Transformation* als Trapezintegrationsverfahren einem Rechteckintegrationsverfahren vorzuziehen, um eine höhere Genauigkeit und somit eine bessere Approximationsgüte zu erreichen. Als Abtastfrequenz wird  $f = 500\text{Hz}$  gewählt, was einem Faktor von sieben in Bezug auf den schnellsten relevanten Reglermode entspricht. Dadurch wird auch der

Dynamik der Reglereingangssignale Genüge getragen, die beim konventionellen Kaskadenregler mit 160Hz bzw. 320Hz abgetastet werden.

Die Implementierung des Reglers in der nichtlinearen Simulation erfolgt mit Hilfe einer Differenzgleichung:

$$(5.33) \quad \mathbf{x}_K(k+1) = \mathbf{A}_{dK} \mathbf{x}_K(k) + \mathbf{B}_{dK} \mathbf{y}(k)$$

$$(5.34) \quad u(k) = \mathbf{C}_{dK} \mathbf{x}_K(k) + \mathbf{D}_{dK} \mathbf{y}(k),$$

mit  $\mathbf{x}_K(k)$  dem Zustandsvektor des Reglers,  $\mathbf{y}(k) = [w \ y_k \ y_s]^T$  dem Eingangsvektor und  $u(k)$  der Stellgröße als Ausgangsgröße des Reglers. Anhand der Differenzgleichung kann auch sehr gut dargelegt werden, inwiefern sich die Reglerordnung auf die Rechenzeit auswirkt. Bei  $n$  Zuständen, drei Eingangs- und einer Ausgangsgröße ergeben sich die folgende Anzahl an Operationen:

Die mit den Zuständen quadratisch anwachsende Operationenanzahl wirkt sich direkt auf die Rechenzeit und somit den Leistungsbedarf aus. Mit der in dieser Arbeit angewendeten Reduktion konnte die Anzahl der Operationen und somit auch die Rechenzeit um 98% vom Regler 79. Ordnung zum Regler 10. Ordnung verringert werden.

Tabelle 5.1:  $\mu$ -Werte zum Performancevergleich

Reglerentwurf mit optimaler Vorgabe: $\mathbf{K}_1$					
Reduktionsverfahren	full	baltrunc	cltr	clsp	fo
Ordnung	79	23	10	<b>10</b>	8
$\mu$ -Wert	1,6832	1,792	1,705	<b>1,7009</b>	3,1011
relative Abweichung	-	6,5%	1,2%	<b>1%</b>	84%
Reglerentwurf mit Vorgabe aus nichtlin. Simulation: $\mathbf{K}_2$					
Reduktionsverfahren	full	baltrunc	cltr	clsp	fo
Ordnung	77	22	10	10	11
$\mu$ -Wert	1,6016	1,6311	1,6142	1,6087	2,8671
relative Abweichung	-	1,8%	0,8%	0,4%	79%

**full**: Regler voller Ordnung (Original); **baltrunc**: balanced truncation;  
**cltr**: balanced truncation im geschl. Regelkreis; **clsp**: balanced singular perturbation im geschl. Regelkreis; **fo**: Regler fixer Ord.



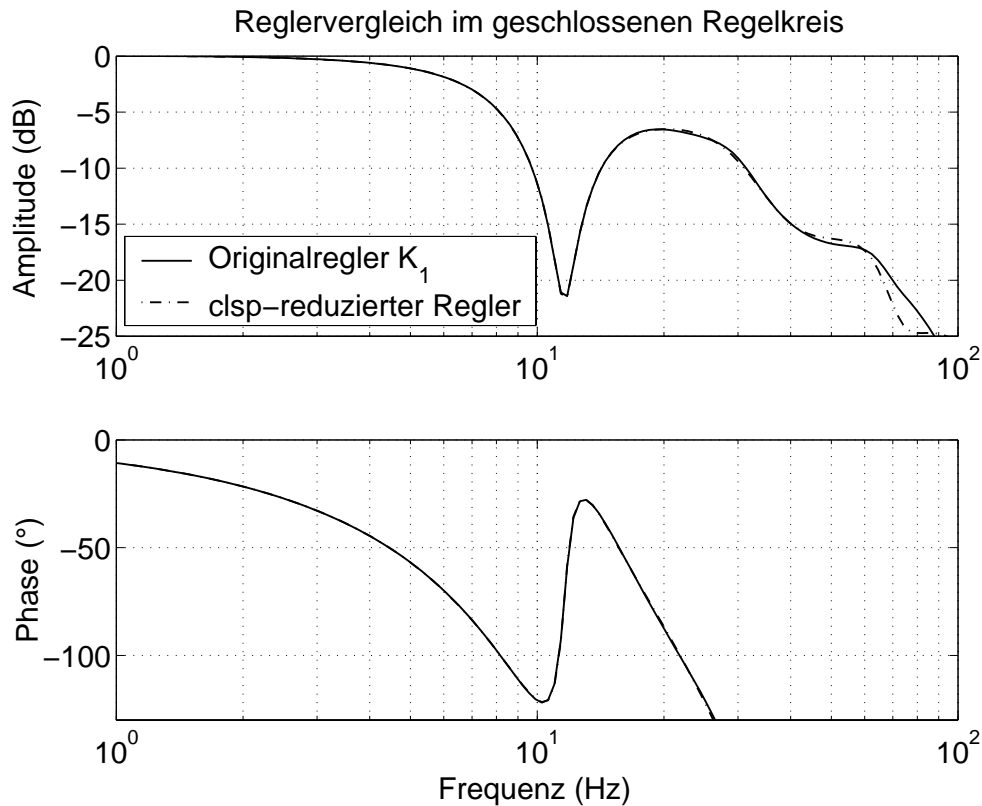


Abbildung 5.33: Vergleich der Frequenzgänge des geschlossenen Regelkreises mit  $K_1$  und  $K_{1r}$

pro Zustand	$n + 3$ Multiplikationen
	$n - 1 + 3$ Additionen
$\sum$ Zustände	$n \cdot (2n + 5)$ Operationen
Ausgangsgleichung	$2n + 5$ Operationen
$\sum$ gesamt	$(n + 1) \cdot (2n + 5)$ Operationen
Ordnung $n=79$	13040 Operationen
Ordnung $n=23$	1224 Operationen
Ordnung $n=10$	275 Operationen

### Anti-Windup-Maßnahmen

Die Problematik in realen Regelkreisen bzw. deren nichtlinearer Simulation besteht darin, daß Nichtlinearitäten u.a. in Form von Stellgrößenbegrenzungen existieren. Beim Einsatz des entworfenen Reglers im nichtlinearen Regelkreis ohne Rücksicht auf die Begrenzungen kommt es zu starkem Überschwingen oder gar Instabilität. Der Grund dafür liegt darin, daß aufgrund der Begrenzung der Prozeß langsamer

reagiert als vom Regler angenommen. Daraufhin erhöht der Regler weiterhin die Stellgröße. Der angestrebte Regelwert kann nicht asymptotisch erreicht werden, da das Abbauen der Stellgröße nicht rechtzeitig gewährleistet werden kann und der Regelkreis überschwingt. Dieses Phänomen wird als *Windup* bezeichnet [?], [?].

Im Aktuator existieren zwei Begrenzungen, die beim Betrieb mit dem robusten Regler in Augenschein genommen werden müssen: die Ausgangsspannung des Leistungsverstärkers ist begrenzt auf  $\pm 38\text{V}$ , und der Ventilschieberweg beträgt maximal  $\pm 0,8\text{mm}$ . Untersuchungen haben gezeigt, daß sich insbesondere die Ventilschieberbegrenzung negativ auf das Regelkreisverhalten auswirkt. Die Anti-Windup-Maßnahme hat somit zum Ziel, daß der Ventilschieber sich rechtzeitig aus der Begrenzung löst, um ein deutliches Überschwingen zu vermeiden. Es werden dazu zwei Signale in Betracht gezogen, die bei einer Ventilwegbegrenzung unterschiedlich reagieren: die Stellgröße als Ausgangsgröße des Reglers und die Regelabweichung der Kolbenposition. Aus beiden Signalen wird jeweils ein Skalierungsfaktor berechnet, mit dem der Sollwert  $w$  multipliziert wird.

Dies wird folgendermaßen erreicht:

$$(5.35) \quad w_{kon} = w \cdot k_{xd} \cdot k_u$$

Die Skalierungsfaktoren werden anhand der in Bild 5.34 dargestellten Kurven ermittelt.

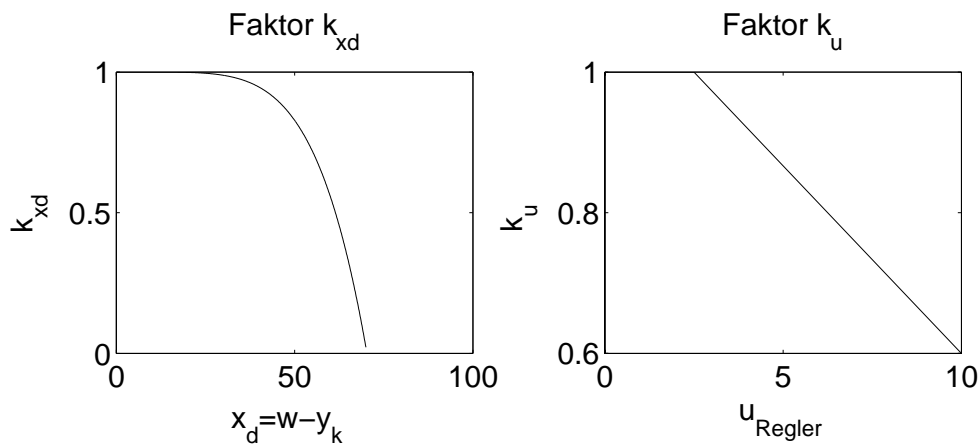


Abbildung 5.34: Skalierungsfaktoren der Anti-Windup-Maßnahme

Der Regelkreis wird anschließend mit dieser konditionierten Führungsgröße  $w_{kon}$  beaufschlagt.

Bild 5.35 zeigt die Gesamtstruktur der Aktuatorregelung als nichtlineare Simulation mit robustem Regler. Der Regler sowie die Konditionierung werden im Digitalen ausgeführt, wobei die Konditionierung dem Regler vorgeschaltet ist. Die Simulation der strukturdynamischen Last ist bereits im Aktuatormodell enthalten.

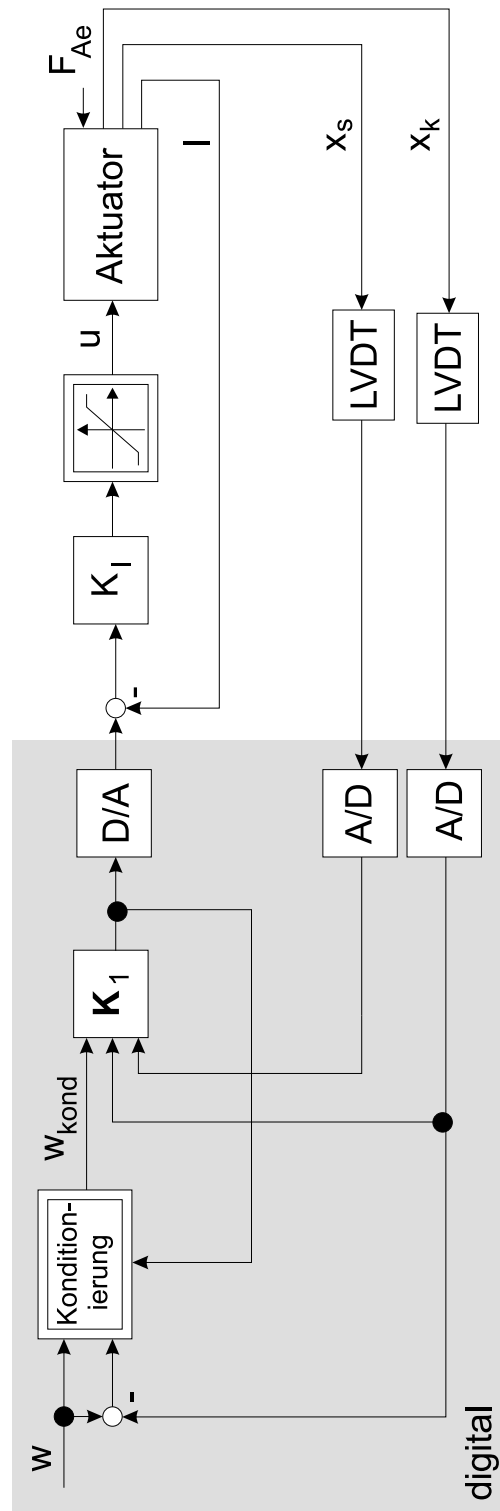


Abbildung 5.35: Gesamtstruktur des Regelkreises in der nichtlinearen Simulation

## 5.5 Untersuchungen in der nichtlinearen Simulation

Die bisherigen Untersuchungen haben bereits Aufschluß darüber gegeben, daß die Entwurfsziele bezüglich Phasengewinn, hohe Performance und niedrige Reglerordnung erfüllt sind. Die folgenden Untersuchungen beziehen sich auf die Performance der Regelung unter Lasteinfluß. Hierzu werden sowohl konstante aerodynamische Lasten als auch atmosphärische Turbulenzen betrachtet. Den Untersuchungen liegt die nichtlineare Simulation aus Bild 5.35 zugrunde.

Die Anforderungen an den Aktuatorregelkreis unter Last basieren auf den Spezifikation des Betreibers, die eine bestimmte Performance bei Lasten von 165kN verlangt. Das für die nichtlineare Simulation entwickelte strukturdynamische Modell des Seitenleitwerks 22. Ordnung<sup>17</sup> wird mit dieser konstanten Kraft beaufschlagt. Bild 5.36 zeigt die Auswirkungen ohne Last bzw. unter Maximallast bei ein- und ausfahren dem Kolben auf die Kolbenposition nach einer sprungförmigen Vorgabe von 5mm.

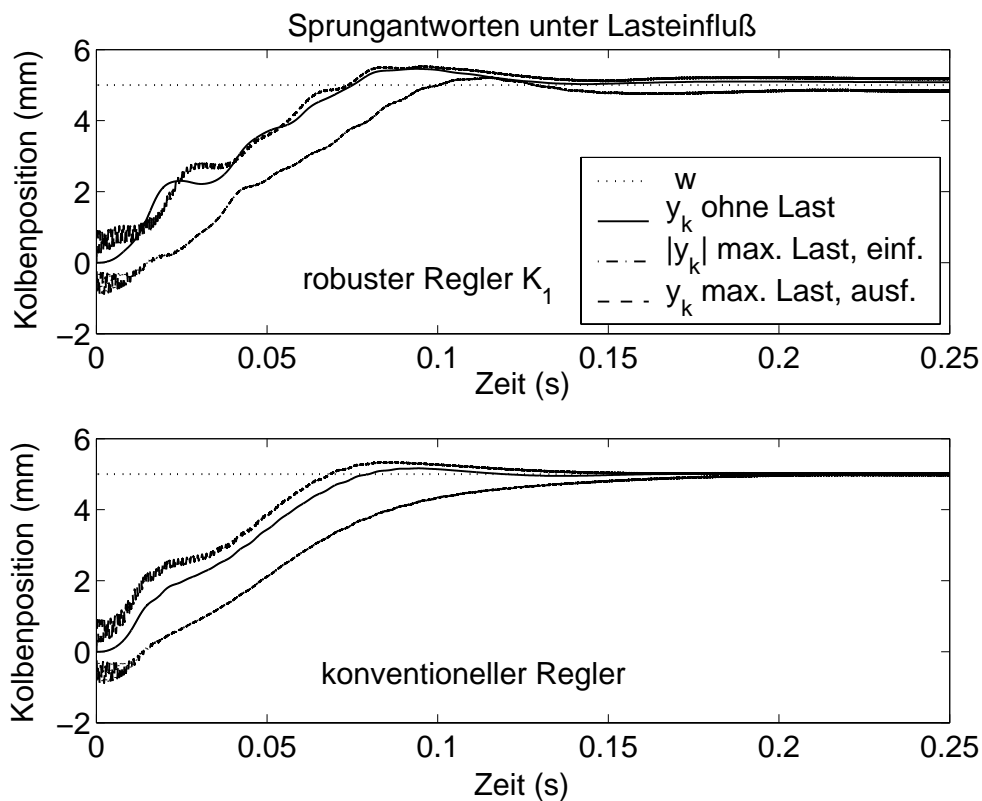


Abbildung 5.36: Vergleich der Regelkreise unter verschiedenen Lastfällen

Die Betrachtung des Bildes 5.36-oben zeigt ein Verhalten, das sich bereits in der linearen Simulation in Bild 5.25 offenbart hatte. Der Vergleich zwischen den beiden Regelungskonzepten mit robustem Regler  $\mathbf{K}_1$  und dem konventionellen Kaskadenregler zeigt deutlich den Performancegewinn beim Regelkreis mit robustem

<sup>17</sup>die Ordnung des Lastmodells setzt sich aus 10 Eigenmoden und der freien Ruderschwingung zusammen

Regler. Die Änderungen im dynamischen Verhalten fallen hier wesentlich geringer aus. Besonders bei ausfahrendem Kolben unter Maximallast macht sich die Verkürzung der Anstiegszeit und somit die Dynamikerhöhung bemerkbar. Dies unterstreicht die Möglichkeit der  $\mu$ -Synthese, einen Regelkreis hinsichtlich robuster Performance zu optimieren. Obwohl beim robusten Regler die robuste Performance als Entwurfsziel nur knapp verfehlt wurde, sind dennoch die Vorteile gegenüber dem konventionellen Konzept sichtbar. Lediglich ist ein größeres Überschwingen und eine größere Regelabweichung zu vermerken. Das Überschwingen ist auf die hohen Reglerverstärkungen aufgrund der gestellten Anforderungen zurückzuführen. Eine Regelabweichung von 2% wird dem Regelkreis allein durch die Performancevorgaben im Reglerentwurf gestattet, die im Lastfall aufgrund der Verletzung des Performanzkriteriums leicht ansteigt. Sie liegt jedoch noch weit in den laut Spezifikation vorgegebenen Grenzen von  $\pm 1\text{dB}$  bzw. ca.  $\pm 12\%$ .

Die Untersuchungen mit einer konstanten aerodynamischen Last sind zwar in der Spezifikation festgelegt, jedoch entsprechen sie nicht den realen Begebenheiten. Der reale Lasteinfluß auf das Seitenruder rührt von der Bewegung des Flugzeuges in turbulenter Luft her. Die ausschließliche Betrachtung der Turbulenz und nicht eines Windes ist jeweils auf deren Frequenzlage zurückzuführen. Während der niederfrequenten Wind nicht die Eigenmoden der elastischen Struktur des Seitenruders anregen kann, ist dies durch eine turbulente Bewegung möglich. Die Problematik, daß das Umströmen der elastischen Struktur des Seitenleitwerks instationäre aerodynamische Reaktionen hervorruft, soll in dieser Arbeit außer Acht gelassen werden. Bei einer Betrachtung des Verhaltens des gesamten Flugzeuges wäre eine Abbildung dieser Vorgänge gerechtfertigt, aber für eine alleinige Betrachtung der Aktuatorregelung mit strukturdynamischer Lastankopplung können diese komplexen aerodynamischen Zusammenhänge vernachlässigt werden. Mit Hilfe des Drydenschen Turbulenzmodells (vgl. Kapitel 4.3) werden die Geschwindigkeiten der turbulenten Luft in Flugzeuglängsrichtung  $x$  ( $u_w$ ) und Flugzeugquerrichtung  $y$  ( $v_w$ ) (vgl. Anhang C) mit Hilfe der Formfilter  $F_{uw}(s)$  (Gl. 4.46) und  $F_{vw}(s)$  (Gl. 4.47) aus einem weißen Rauschen  $\eta$  berechnet:

$$(5.36) \quad u_w = F_{uw}(s) \cdot \eta(s) \quad v_w = F_{vw}(s) \cdot \eta(s).$$

Die Parameter der Übertragungsfunktionen  $F_{uw}(s)$  und  $F_{vw}(s)$  werden für starke Turbulenz nach [MFC80] ermittelt (Anhang D).

Nach Bild 5.37 setzt sich dann die Turbulenzgeschwindigkeit  $v$  in Anströmrichtung  $\chi$  aus den folgenden Anteilen zusammen:

$$(5.37) \quad v = \sqrt{(u_w + v_{TAS})^2 + v_w^2}.$$

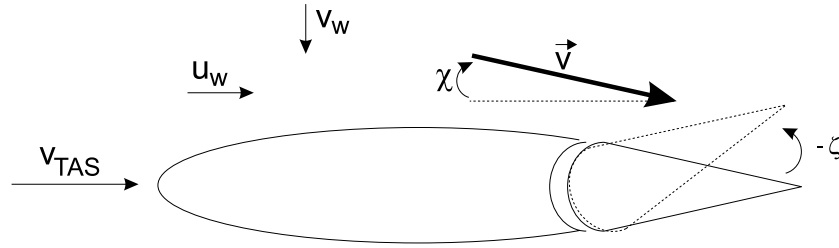


Abbildung 5.37: Anströmverhältnisse am ausgelenkten Seitenruder

Der Winkel  $\chi$  kann aus den Geschwindigkeitskomponenten in x- und y-Richtung berechnet werden:

$$(5.38) \quad \tan \chi = \frac{v_w}{u_w + v_{TAS}}.$$

Die Kraft auf das Seitenruder ist dann definiert über den Staudruck  $\bar{q} = \rho/2 v^2$ , die Ruderfläche  $A$  und einen Beiwert  $c_w^*$ :

$$(5.39) \quad F = c_w^* \bar{q} A = c_w^* \frac{\rho}{2} v^2 A.$$

Der Beiwert  $c_w^*$  ist ein Widerstandsbeiwert, der auf der Basis der Winkeldifferenz  $\Delta\varphi = \chi - \zeta$  geschätzt wird. Der Ruderwinkel  $\zeta$  berechnet sich approximativ nach Bild 4.10 aus der Kolbenposition  $x_k$  zu  $\zeta = -0,41 \cdot x_k$ . Für  $\Delta\varphi = 0^\circ$  wird der Wert  $c_w^*$  als der eines von vorn angeströmten Flügelprofils angenommen, bei  $\Delta\varphi = 90^\circ$  wird eine angeströmte Rechteckplatte betrachtet [?]. Die Zwischenwerte werden linear interpoliert. Diese, wenn auch grobe Approximation des Beiwertes liefert für diese Anwendung eine angemessene Darstellung der auf das Ruder wirkende Kraft in Abhängigkeit des Anströmwinkels. Für die Dichte  $\rho$  wird ein Flug in 10.000m Höhe angenommen. Das vollständige Turbulenzmodell befindet sich in Anhang D.

Die folgenden Simulationen zeigen das Verhalten der robusten Aktuatorregelung bei kleinem und großem Ruderausschlag. Bei einer Vorgabe von 5mm (Bild 5.38) in der Kolbenposition muß die Anti-Windup-Maßnahme nur gering eingreifen. Der Verlauf der Kolbenposition entspricht dem bereits zuvor beobachteten Verhalten. Bei Turbulenzgeschwindigkeiten von ca.  $\pm 2\text{m/s}$  in x- und y-Richtung ergeben sich nach Gl. 5.37 zusammen mit der viel höheren Fluggeschwindigkeit von 275m/s nur kleine Anströmwinkel  $\chi$ . Somit entspricht der effektive Anströmwinkel in Bild 5.38- unten links annähernd dem negativen Ruderwinkel.

Die kleinen effektiven Anströmwinkel liefern aufgrund einer sehr schrägen Anströmung des Ruders einen niedrigen  $c_w^*$ -Wert. Somit bewegen sich auch die Kräfte auf das Ruder in einem niedrigen Bereich von ca. 25kN. Andere Verhältnisse treten auf bei fast Vollausschlag des Ruders. Die Lastkräfte am Ruder wachsen auf das fünffache des Wertes, der bei kleinen Ausschlägen sich einstellt, an.

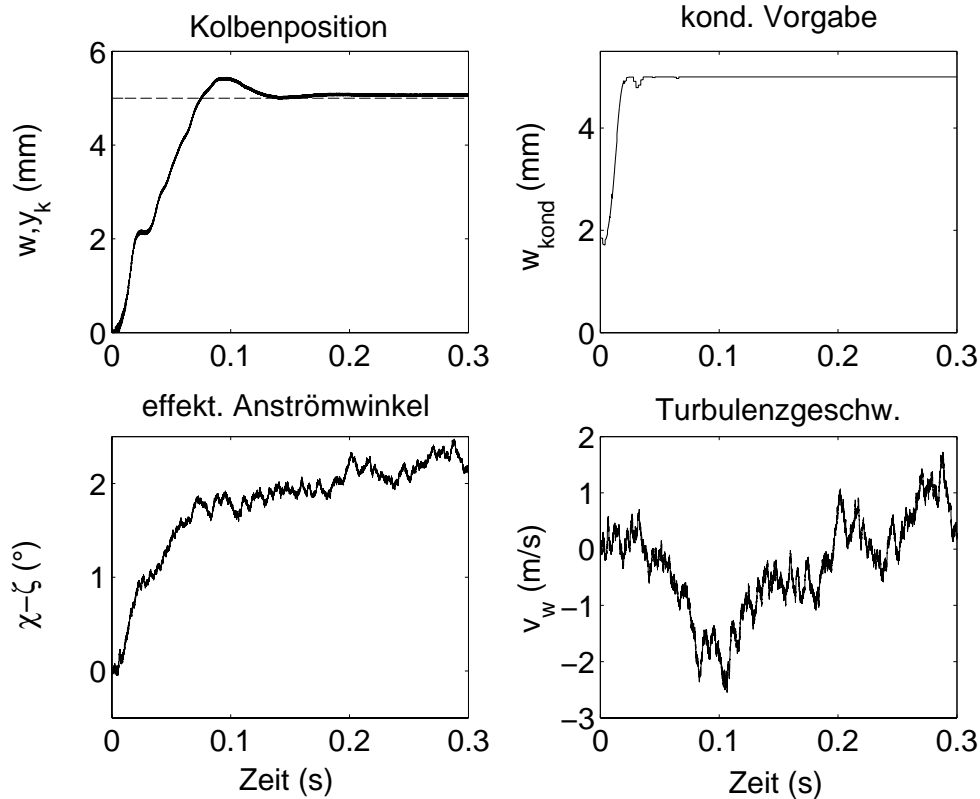


Abbildung 5.38: Turbulenzeinfluß bei kleinem Ruderwinkel

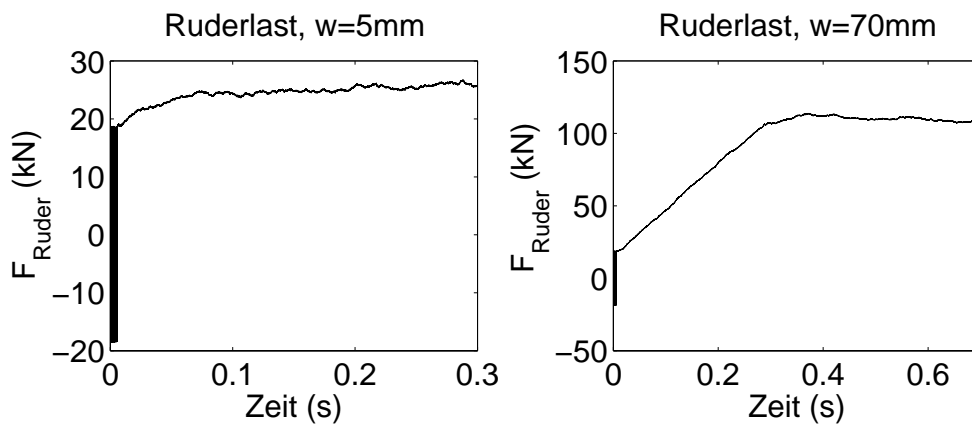


Abbildung 5.39: Lastkräfte am Ruder bei unterschiedlichen Kolbenbewegungen

Bei der Kolbenbewegung von 70mm kommt auch die Anti-Windup-Maßnahme vollkommen zur Geltung, da mit fallender Regelabweichung der Proportionalitätsfaktor zur Konditionierung stetig steigt.

Die Ergebnisse unter Turbulenzeinfluß unterstreichen erneut die sehr hohe Dynamik der Regelung, die sich insbesondere bei großen Kolbenbewegungen (vgl. Bild 5.40) bemerkbar macht.

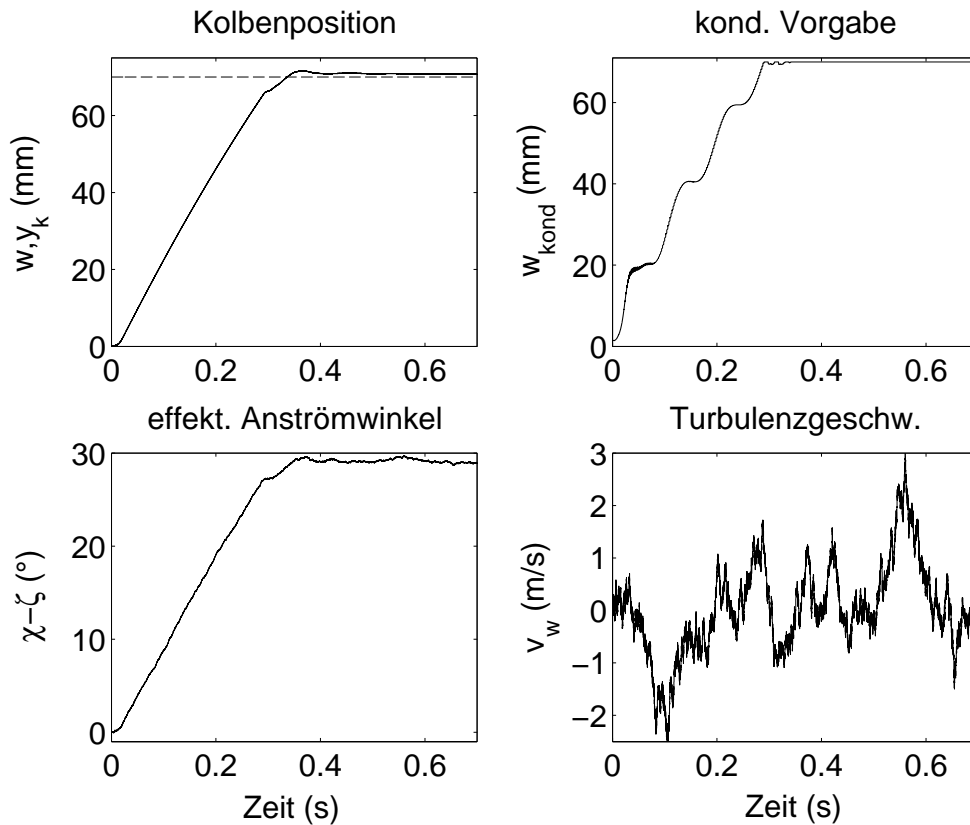


Abbildung 5.40: Turbulenzeinfluß bei großem Ruderwinkel

## 5.6 Ergebnis der Untersuchungen

Die vorherigen Ausführungen beweisen das Potential der robusten Regelung. Die Untersuchungen haben gezeigt, daß die zu Beginn der Arbeit gestellten Anforderungen an eine robuste, filterintegrierende Aktuatorregelung erfüllt werden. Die primäre Forderung nach der Integration der Filterfunktion bei gleichzeitigem Phasengewinn im Führungsübertragungsverhalten im Vergleich zur Kaskadenregelung stellt an die  $\mu$ -Synthese keine Probleme. Es können Phasengewinne von über  $4^\circ$  im Frequenzbereich bis 5 Hz verzeichnet werden. Bei den Robustheitseigenschaften kann die robuste Performance zwar nicht eingehalten werden, jedoch auch ohne deren Garantie beweist die robuste Regelung eine bessere Regelgüte bzw. geringere Dynamikschwankungen im Lastfall als die konventionelle Kaskadenregelung. Eine geringe Reglerordnung zur Implementierung kann mit Hilfe von einer balancierten Reduktion im geschlossenen Regelkreis erreicht werden ohne eine Beeinflussung der Performance.

Die hohe Reglerdynamik führt in der nichtlinearen Simulation dazu, daß schon bei kleinen Führungsvorgaben der Ventilschieber seinen Anschlag erreicht, und somit die implementierte Anti-Windup-Maßnahme schon bei kleinen Sollvorgaben eingreifen muß. Hier zeigt sich aber, daß dies der Dynamik keinen Abbruch tut, da Dynamik-



steigerungen im robusten Regelkreis gegenüber dem Kaskadenregler bei ausfahrendem Kolben gegen Last zu verzeichnen sind.

Die Möglichkeiten der  $\mu$ -Synthese können in dieser Arbeit vollkommen genutzt werden. Durch die Integration von Regelgüteanforderungen in den Reglerentwurf kann gleichzeitig die Filterung einbezogen, das Führungsverhalten optimiert und der Lasteinfluß minimiert werden. Der Entwurfsaufwand scheint zwar enorm, da die Ermittlung des nominellen und des Unsicherheitsmodells sowie die Formulierung der Regelgüteanforderungen einen erhöhten Zeitaufwand erfordern. Jedoch resultiert dieses Vorgehen in einer Zeitersparnis, da während der Implementierung keine grundsätzlichen Änderungen mehr vorgenommen werden müssen. Das unterstreicht das zielgerichtete Vorgehen bei der  $\mu$ -Synthese. Insbesondere trägt der filterintegrierte Aktuatorregler im Entwurfsprozeß der Flugregelung zu geringeren Anpassungsproblemen bei, wodurch eine Reduktion der Entwicklungszeit und der Kosten erfolgen kann.

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit dem Entwurf eines integrierten Filter/Reglerentwurfs für einen elektrohydraulischen Ruderaktuator mit Hilfe von robusten Reglerentwurfsverfahren. Die Motivation dafür liegt darin, daß der Einsatz von Notch-Filtern im Flugregelsystem zur Dämpfung der aeroelastischen Eigenmoden der Struktur Phasenverluste verursacht, die zur Reduktion der Stabilitätsreserven führen. Ziel ist eine Senkung der Phasenverluste bei gleichzeitiger Beibehaltung der Dämpfungseigenschaften der Filterung. Dieses Ziel kann dann erreicht werden, wenn nicht alle Komponenten des Flugregelsystems wie bisher getrennt ausgelegt und angepaßt werden, sondern Teilkomponenten gemeinsam optimiert werden. Aus Gründen der geringsten Modifikation und Komplexität innerhalb des Flugregelsystems wird daher der Entwurf des Notch-Filters des Aktuatorsollwertes mit der Aktuatorregelung eines Seitenruders vereint. Mit diesem Konzept werden durch die gleichzeitige Optimierung von Filterung und Regelung neben den Phasenverlusten die Anpassungsprobleme innerhalb des Flugregelsystems reduziert. Zu Vergleichszwecken wird gleich zu Beginn dieser Arbeit das konventionelle Konzept mit Kaskadenregelung und vorgeschaltetem Notch-Filter vorgestellt.

Die Umsetzung des filterintegrierten Aktuatorreglers erfolgt mit Hilfe eines robusten Reglerentwurfsverfahrens, der  $\mu$ -Synthese. Diese zeichnet sich insbesondere dadurch aus, daß sowohl robuste Stabilität als auch robuste Performance in der Präsenz von Unsicherheiten erzielt werden können, was gerade in einem sicherheitskritischen System von entscheidender Bedeutung ist. Die Berücksichtigung von Strukturinformationen beim strukturierten Singulärwertes  $\mu$  sowohl über die Unsicherheit als auch über die Performance führt zu einer geringen Konservativität des Reglers. Die Vorgabe von Übertragungsfunktionen des geschlossenen Regelkreises im Sinne eines *loop shaping* gewährleistet die Integration der Filterfunktion im Regler. In dieser Arbeit wird die der  $\mu$ -Synthese zugrunde liegende Theorie kurz dargestellt, wobei der Schwerpunkt auf der Beschreibung der Modellstruktur liegt. Die Problematik beim Entwurf eines robusten Reglers hinsichtlich seiner Implementierbarkeit liegt in der sich ergebenden hohen Reglerordnung. Unterschiedliche Verfahren zur Ordnungsreduktion werden beschrieben, die im weiteren Verlauf der Arbeit auf ihre Leistungsfähigkeiten getestet werden.

Im Mittelpunkt steht ein elektrohydraulischer Seitenruderaktuator, der Bestandteil des primären Flugregelsystems ist. Die nichtlineare Modellbildung des Aktuators dient sowohl zur Ermittlung der Modellschar als Grundlage des Reglerentwurfs als auch zur Verifikation der Ergebnisse. Die Erweiterung des Aktuatomodells bildet ein strukturdynamisches Lastmodell, das auf einem FE-Modell des Seitenleitwerks basiert. Je nach Anwendung - Reglerentwurf oder nichtlineare Simulation - werden unterschiedlich viele Eigenmoden im Lastmodell berücksichtigt (2 bzw. 10), wobei

die erste Eigenmode die zu filternde darstellt.

Die aerodynamischen Einflüsse auf das Seitenleitwerk in Form von Turbulenz werden in Form eines Drydenschen Turbulenzmodells in die nichtlineare Simulation eingebunden.

Anhand des nichtlinearen Modells des Aktuators wird ein einfaches, lineares Nominalmodell hergeleitet, welches mittig in der Modellschar zu liegen kommt. Dieses wird durch ein strukturiertes Unsicherheitsmodell ergänzt, dessen Ursachen auf Linearisierungseffekten, Arbeitspunktänderungen und Vernachlässigungen zurückzuführen sind. Die analoge Regelung des Motorstroms wird vom konventionellen Konzept übernommen, da durch diese Maßnahme zum einen die Modifikationen in der Aktuatorregelung nur gering sind und zum anderen der Temperatureinfluß auf den Motorstrom durch den Spulenwiderstand minimiert wird. Die Parametrierung der Modelle wird mit Hilfe der nichtlinearen Simulation durchgeführt.

Die Regelgüteanforderungen an den geschlossenen Regelkreis werden derart bestimmt, daß sowohl stationäre Genauigkeit und hohe Dynamik als auch die Beibehaltung der Filterungseigenschaften hinsichtlich Dämpfung und Bandbreite gewährleistet werden. In dem Zusammenhang wird zwei Ansätzen nachgegangen. Zum einen wird die Führungsübertragungsfunktion innerhalb der Aktuatorspezifikation hinsichtlich geringerer Phasenverluste optimiert. Zum anderen wird zu Vergleichszwecken der Amplitudengang der Führungsübertragungsfunktion des konventionellen Regelungskonzeptes mit Notch-Filter als Ausgangspunkt gewählt. Diesen gilt es mit Hilfe des robusten Reglers exakt abzubilden bei gleichzeitiger Reduktion der Phasenverluste. Hierbei wird untersucht, inwiefern allein das Reglerentwurfverfahren zu den Phasengewinnen beiträgt. Weitere Optimierungspunkte existieren hinsichtlich der Minderung des Einflusses der äußeren Lastkraft.

Beide Regler können durch Phasengewinne und sehr gute Filtereigenschaften überzeugen. Das bedeutet besonders für den zweiten Ansatz, daß allein durch das robuste Reglerentwurfverfahren die gleichen Dämpfungseigenschaften bei geringeren Phasenverlusten erreicht werden können. Für weiterführende Betrachtungen wird der Regler ausgewählt, der auf geringere Phasenverluste, insbesondere im Frequenzbereich bis 5Hz, ausgelegt wurde. Weitere Untersuchungen in der nichtlinearen Simulation in Bezug auf den Lasteinfluß beweisen, daß auch bei der Verfehlung des Kriteriums für robuste Performance die Dynamikvariationen mit dem robusten Regler nicht so ausgeprägt sind wie beim konventionellen Kaskadenregler. Es kann zudem noch ein Gewinn in der Dynamik bei ausfahrendem Kolben unter Maximallast erzielt werden. Hier zeigt sich das Potential der  $\mu$ -Synthese, wobei innerhalb des Reglerentwurfs sowohl das Führungsverhalten optimiert als auch gleichzeitig der Lasteinfluß minimiert werden kann. Der Aufwand, der sich durch die Formulierung der Performanceanforderungen und der Modellierung ergibt, kann im Entwurf selbst

durch eine Zeitersparnis ausgeglichen werden.

Die sich durch die  $\mu$ -Synthese ergebenden hohen Reglerordnungen werden zu Implementierungszwecken reduziert. Durch den Vergleich unterschiedlicher Ordnungsreduktionsverfahren zeigt sich die Überlegenheit der balancierten Reduktion im geschlossenen Regelkreis bezüglich der Reglerordnung und der Performance. Hier liegt jedoch ein Problem der  $\mu$ -Synthese. Die Implementierung der komplexen Regler kann nicht immer realisiert werden, insbesondere dann nicht, wenn der Regler in Festkommaarithmetik programmiert werden muß [?]. Zukünftige schnelle Rechner-systeme oder aber eine neuartige Beschreibung von Abtastsystemen, die die Festkommaarithmetik berücksichtigt [?], können Abhilfe schaffen.

Einen Ansatz für weitere Arbeiten im Bereich filterintegrierte Aktuatorregelung ist zunächst die Simulation der Aktuatorregelung innerhalb der gesamten Flugregelung zur Verifikation und zur Ermittlung des effektiven Phasengewinnes in der Gesamtflugregelung. Weiterhin ist die direkte Umsetzung der Regelung an einem Prüfstand mit Ankopplung an die elastische Struktur des Ruders denkbar, um das simulierte Verhalten zu belegen.

Der Einsatz des Aktuatorreglers in der realen Umgebung muß neben dem Verhalten im fehlerfreien Fall, wie es in dieser Arbeit untersucht wurde, auch das Verhalten bei elektrischen und hydraulischen Fehlern laut Spezifikation abdecken. Zwei Möglichkeiten im Rahmen der robusten Regelung bieten sich hier an, die unterschiedliche Ziele verfolgen: zum einen kann, wie bereits von *Eich* [Eic99] durchgeführt, eine fehlertolerante Regelung entworfen werden, die die dynamischen Veränderungen durch die Fehler in den Unsicherheiten abbildet, so daß somit eine Rekonfiguration des Regelungssystems überflüssig ist. Problematisch scheint hierbei, daß die an den Regler gestellten Anforderungen - Filterung und Fehlertoleranz durch robuste Performance - möglicherweise zu hoch sind. Die zweite Möglichkeit zielt auf eine robuste Fehlererkennung, z.B. nach [?], mit einer anschließenden Adaption des Reglers in Form eines *gain scheduling* [?] im robusten Regelkreis. Gerade auf diesem Gebiet der Kombination von robuster Regelung mit robuster Fehlererkennung bieten sich noch vielfältige Forschungsansätze.

# Anhang

## Anhang A: Nominelles DDV-Modell

Zustandsraumdarstellung:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{H0} \\ \dot{\Psi}_h \\ \ddot{x}_s \\ \dot{x}_s \\ \ddot{y}_s \\ \dot{y}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_v \left(1 + \frac{T_D}{T_A}\right) & -\frac{R_{sp}}{L_h} & -k_{ind} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_{mag}}{m_s} & -\frac{d_{DDV}}{m_s} & -\frac{c_{DDV}}{m_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_0^2 & -2D\omega_0 & -\omega_0^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{H0} \\ \Psi_h \\ \dot{x}_s \\ x_s \\ \dot{y}_s \\ y_s \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{1}{T_A} \\ -k_v \frac{T_D}{T_A} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$\begin{bmatrix} y_s \\ I_{ges} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{k_I}{L_h} & d_\Psi k_{ind} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{H0} \\ \Psi_h \\ \dot{x}_s \\ x_s \\ \dot{y}_s \\ y_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{T_D}{T_A} k_v d_\Psi \end{bmatrix} u.$$

Parameter:

$$c_{DDV} = 600 \text{ N/mm}$$

$$d_{DDV} = 0,13 \text{ Ns/mm}$$

$$d_\Psi = 6,67 \cdot 10^{-3} \text{ A/V}$$

$$\begin{aligned}
D &= 0,75 \\
k_i &= 7,143V/A \\
k_{ind} &= 5 \cdot 10^{-3}Vs/mm \\
k_{mag} &= 790N/Vs \\
k_v &= 100 \\
L_h &= 0,1H \\
m_s &= 0,25kg \\
R_{sp} &= 2,2\Omega \\
T_A &= 2 \cdot 10^{-3}sec \\
T_D &= 1 \cdot 10^{-4}sec \\
\omega_0 &= 2\pi \cdot 500Hz
\end{aligned}$$

## Anhang B: Nominelles Zylindermodell

Zustandsraumdarstellung:

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \\
\mathbf{y} &= \mathbf{C} \mathbf{x}
\end{aligned}$$

mit

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix}
-\frac{K'_{Li} E'_{\ddot{O}l}}{V_k} & -\frac{A_k E'_{\ddot{O}l}}{V_k} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{2A_k}{m_k} & -\frac{d_{zyl}}{m_k} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{c_{L1}}{m_{L1}} & -\frac{d_L}{m_{L1}} & -\frac{c_{L2}}{m_{L1}} & \frac{d_L}{m_{L1}} & \frac{c_{L2}}{m_{L1}} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{d_L}{m_{L2}} & \frac{c_{L2}}{m_{L2}} & -\frac{d_L}{m_{L2}} & -\frac{c_{L2}}{m_{L2}} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \omega_0^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2D\omega_0 & -\omega_0^2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{k_Q E'_{\dot{O}l}}{V_k} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{m_{L2}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

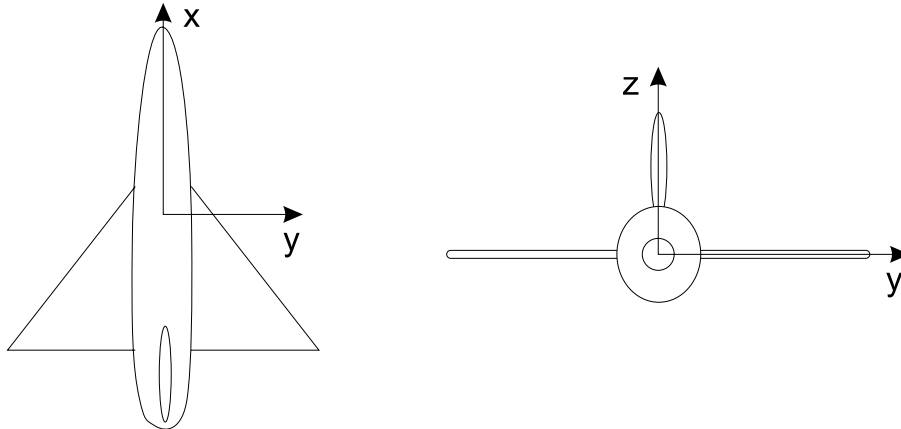
$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} p_L \\ \dot{x}_k \\ x_k \\ \dot{x}_{L1} \\ x_{L1} \\ \dot{x}_{L2} \\ x_{L2} \\ \dot{y}_k \\ y_k \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} x_s \\ F_{Ae} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = x_k$$

Parameter:

$$\begin{aligned} A_k &= 4405 \text{mm}^3 \\ d_{zyl} &= 1 \text{Ns/mm} \\ E'_{\dot{O}l} &= 3000 \text{N/mm}^2 \\ K'_{Li} &= 1,25 \cdot 10^{-4} \text{mm}^3/\text{sPa} \\ k_Q &= 9,5 \cdot 10^5 \text{mm}^2/\text{s} \\ m_k &= 3,8 \text{kg} \\ V_k &= 3,19 \cdot 10^5 \text{mm}^3 \end{aligned}$$

## Anhang C

Flugzeugfestes Koordinatensystem:



Zustandsraumdarstellung der reduzierten FE-Modelle des Seitenleitwerks:

Modell mit 2 elastischen Moden:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -19,61 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,073 & 72,81 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -72,81 & -0,073 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,28283,64 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -283,64 & -0,28 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 0 \\ -0,22 \\ 0 \\ 0,35 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [10000,44 \quad 0 \quad -216,85 \quad 0 \quad 352,26 \quad 0], \quad \mathbf{D} = 0,00039$$



## Anhang D: Turbulenzsimulation

Parameter des Turbulenzmodells:

$$\begin{aligned}\sigma_u^2 &= \sigma_v^2 = 41,29 \\ L_u &= L_v = 533m \\ v_{TAS} &= 275 \frac{m}{s} \equiv 0,8 \text{ Mach} \\ T_u &= T_v = 1,94s\end{aligned}$$

Formfilter:

$$\begin{aligned}F_{uw}(s) &= 12,66 \frac{1}{1 + 1,94s} \\ F_{vw}(s) &= 8,95 \frac{1 + 3,36s}{(1 + 1,94s)^2}\end{aligned}$$

Aerodynamische Kraft:

$$F_{Ac} = c_w^* A \frac{\rho}{2} v^2$$

mit

$$\begin{aligned}c_w^* &\in [0,074; 1,23] \\ A &= 1m^2 \\ \rho &= 0,4 \frac{kg}{l} \text{ (bei 10000m Höhe)} \\ v^2 &= (u_w + v_{TAS})^2 + v_w^2\end{aligned}$$

## Literatur

- [Ack93] J. Ackermann. *Robuste Regelungen*. Springer, 1993.
- [And86] B.D.O. Anderson. Linear controller approximation: a method with bounds. In *Proceedings of the IFAC Workshop on Model Error Concepts and Compensation*, 1986.
- [AY84] R.E. Skelton A. Youssuff. Controller reduction by component cost analysis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 29:520–530, 1984.
- [Bro94] R. Brockhaus. *Flugregelung*. Springer, 1994.
- [Bus95] H. Buschek. *Synthesis of Fixed Order Controllers with Robustness to Mixed Real/Complex Uncertainties*. PhD thesis, Georgia Institut of Technology, 1995.
- [CCB93] P.M.R. Wortelboer C. Ceton and O.H. Bosgra. Frequency weighted closed loop balanced reduction. In *Proceedings of the European Control Conference*, pages 697–701, 1993.
- [CDYS96] C.-Y. Chang C.-D. Yang and Y.P. Sun. Synthesis of optimal  $H_\infty$  controllers via LQG-based loop shaping design. In *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, 1996.
- [Chr96] U. Christen. *Engineering Aspects of  $H_\infty$  Control*. PhD thesis, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, 1996.
- [CK83] C.C. Chenoweth and S.B. Krogh. Reconfigurable microprocessor controlled hydraulic actuator for advanced aircraft. In *Proceedings of the National Conference on Fluid Power, Los Angeles*, 1983.
- [CS96] R. Y. Chiang and M. G. Safonov. *Robust-Control Toolbox*. The MathWorks, 1996.
- [DG94] F. Van Diggelen and K. Glover. A hadamard weighted loop shaping design procedure for robust decoupling. *Automatica*, 30:831–845, 1994.
- [DH90] S. Richter D.C. Hyland. On direct versus indirect methods for reduced-order controller design. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35:377–379, 1990.
- [Doy82] J. C. Doyle. Analysis of feedback systems with structured uncertainties. In *IEE Proceedings*, volume 129, part D, 1982.
- [Doy85] J. C. Doyle. Structured uncertainty in control system design. In *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, 1985.

- [DPZ91] J. C. Doyle, A. Packard, and K. Zhou. Review of LFTs, LMIs, and  $\mu$ . In *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, 1991.
- [DR92] M. Morari D.E. Rivera. Plant and controller reduction for closed-loop performance. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37:398–404, 1992.
- [EC93] S. Richter E.G. Collins, L.D. Davis. Design of reduced order,  $H_2$  optimal controllers using a homotopy algorithm. In *Proceedings of the American Control Conference*, pages 2658–2662, 1993.
- [Eic92] J. Eich.  $\mathcal{H}_\infty$ - und  $\mu$ -Methode. Institutsbericht, Technische Hochschule Darmstadt, 1992.
- [Eic99] J. Eich. *Fehlertoleranz durch Robuste Regelung am Beispiel eines redundanten elektrohydraulischen Stellantriebs*. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 1999.
- [FPW90] G. F. Franklin, J. D. Powell, and M. L. Workman. *Digital Control of Dynamic Systems*. Addison-Wesley, 2nd edition, 1990.
- [För74] H.W. Förching. *Grundlagen der Aeroelastik*. Springer-Verlag, 1974.
- [FTD91] M. K. H. Fan, A. L. Tits, and J. C. Doyle. Robustness in the presence of mixed parametric uncertainty and unmodelled dynamics. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 36:25–38, 1991.
- [Gaw98] W.K. Gawronski. *Dynamics and Control of Structures: A Modal Approach*. Springer, 1998.
- [GBN97] R. Lind G. Balas and V. Nalbantogul. Choosing sensor configuration for a flexible structure using full control. In *AIAA Guidance and Control Conference*, 1997.
- [GFFEN94] J. D. Powell G. F. Franklin and A. Emami-Naeini. *Feedback Control of Dynamic Systems*. Addison-Wesley, 3rd edition, 1994.
- [GL95a] B.D.O. Anderson G.A. Latham. Frequency-weighted optimal hankel norm approximation of stable transfer function. *System and Control Letters*, 5:229–236, 1995.
- [GL95b] M. Green and D. J. N. Limebeer. *Linear Robust Control*. Prentice Hall, 1995.
- [GNLC95] P. Gahinet, A. Nemirovskii, A. J. Laub, and M. Chilali. *The LMI Control Toolbox*. The MathWorks, 1995.

- [GT96] E. Grassi and K. Tsakalis. PID controller tuning by frequency loop shaping. In *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, 1996.
- [Hei96] U. Heinl. Untersuchungen zur Konservativität von Fehlermodellen in Reglerentwürfen mittels  $\mu$ -Synthese. Studienarbeit, Technische Universität Darmstadt, 1996.
- [Hän91] E. Hänsler. *Statistische Signale*. Springer, 1991.
- [HYR92] A.G. Sparks H.H. Yeh, S.S. Banda and D.B. Ridgely. Loop shaping in mixed  $H_2$  and  $H_\infty$  control. *International Journal of Control*, 56:1059–1078, 1992.
- [Ise94] R. Isermann. *Überwachung und Fehlerdiagnose: Moderne Methoden und ihre Anwendungen bei technischen Systemen*. VDI Verlag, 1994.
- [JCD89] P.P. Khargonekar B.A. Francis J. C. Doyle, K. Glover. State-space solutions to standard  $H_2$  and  $H_\infty$  control problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 34:831–847, 1989.
- [JDT92] B.A. Francis J.C. Doyle and A.R. Tannenbaum. *Feedback Control Theory*. Macmillan Publishing, 1992.
- [JM88] A.J. Telford J.B. Moore. Controller reduction methods maintaining performance and robustness. In *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, pages 1159–1164, 1988.
- [JMD81] W.L. Garrard J.K. Mahesh, C.R. Stone and H.J. Dunn. Control law synthesis for flutter suppression using linear quadratic gaussian theory. *AIAA Paper Guidance and Control*, 4:415–422, 1981.
- [KC88] F.S. Kramer and A.J. Calise. Fixed order dynamic compensation for multivariable linear systems. *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 11:80–85, 1988.
- [KG88] J.C. Doyle K. Glover. State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an  $H_\infty$ -norm bound and relations to risk sensitivity. *System and Control Letters*, 11:167–172, 1988.
- [KL80] V. C. Klema and A. J. Laub. The singular value decomposition: Its computation and some applications. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 25:164–176, 1980.

- [Kli95] U. Klingauf. *Untersuchung der Systemdynamik eines fehlertoleranten elektrohydraulischen Stellantriebs mit Direct-Drive-Ventil (DDV)*. PhD thesis, Technische Universität Darmstadt, 1995.
- [KM97] K. Popp K. Magnus. *Schwingungen*. Teubner, 1997.
- [Koh81] L.L. Kohnhorst. Direct digital drive actuation. *AIAA Paper 81-2298*, pages 400–408, 1981.
- [Kuo95] B.C. Kuo. *Automatic Control Systems*. Prentice Hall, 1995.
- [KZ98] J. C. Doyle K. Zhou. *Essentials of Robust Control*. Prentice Hall, 1998.
- [LA] Lindenberg Liebherr Aerospace. Performance report qd-1014-07. Technical report.
- [Lue67] D.G. Luenberger. Canonical forms for linear multivariable systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 12:290–293, 1967.
- [McL90] D. McLean. *Automatic Flight Control Systems*. Prentice Hall, 1990.
- [MFC80] MIL-F-8785C. *Flying Qualities of piloted Airplanes*, 5. November 1980.
- [MG89] D. C. McFarlane and K. Glover. *Robust Controller Design Using Normalized Coprime Factor Plant Descriptions*. Springer, 1989.
- [MKB] E.J. Laurie M.W. Kehoe and L.J. Bjarke. An in-flight interaction of the x-29 a canard and flight control system. *AIAA*.
- [Mül77] P.C. Müller. *Stabilität und Matrizen*. Springer, 1977.
- [Mur98] H. Murrenhoff. *Servohydraulik*, Skriptum zur Vorlesung. RWTH Aachen, IFAS, 1998.
- [Oeh01] R. Oehler. *Erweiterte Fehlererkennung und Diagnose für einen redundanten elektrohydraulischen Stellantrieb*. Unveröffentlichtes manuskript, Technische Universität Darmstadt, 2001.
- [PD93] A. K. Packard and J. C. Doyle. The complex structured singular value. *Automatica*, 29:71–109, 1993.
- [PFP97] D. Guillot P.P. Friedmann and E. Presente. Adaptive control of aeroelastic instabilities in transonic flow and its scaling. *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 20:1190–1199, 1997.
- [PG94a] P. Apkarian P. Gahinet. A linear matrix inequality approach to  $H_\infty$  control. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 4:421–448, 1994.

- [PG94b] K. Glover P.J. Goddard. Performance-preserving frequency-weighted controller approximation: A coprime factorization approach. In *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, pages 2720–2725, 1994.
- [Pra00] R.W. Pratt. *Flight Control Systems*. AIAA, 2000.
- [PW99] O.H. Bosgra P.M.R. Wortelboer, M. Steinbuch. Iterative model and controller reduction using closed loop balancing with an application to a compact disc mechanism. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 9:123–142, 1999.
- [PYD91] M.P. Newlin P.M. Young and J.C. Doyle.  $\mu$  analysis with real parametric uncertainty. In *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, pages 1251–1256, 1991.
- [Rai94] J. Raisch. *Mehrgrößenregelung im Frequenzbereich*. Oldenbourg, 1994.
- [RB94] J. C. Doyle M. Morari R.P. Braatz, P.M. Young. Computational complexity of  $\mu$  calculation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39:1000–1002, 1994.
- [RTC95] R.W. Pratt R. Taylor and B.D. Caldwell. The effect of sampled signals on the fcs of an agile combat aircraft with a flexible structure. In *Proceedings of the American Control Conference*, pages 505–509, 1995.
- [RTC96] R.W. Pratt R. Taylor and B.D. Caldwell. Effect of actuator nonlinearities on aeroservoelasticity. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 19:309–315, 1996.
- [Sch85] G. Schänzer. Abschätzung von stochastischen Böenlasten unter Berücksichtigung instationärer Luftkräfte. *Zeitschrift für Flugwissenschaft und Weltraumforschung*, 9:167–178, 1985.
- [STCN95] J. Stoustrup S. Tøffner-Clausen, P. Andersen and H. H. Niemann. A new approach to  $\mu$ -synthesis for mixed perturbation sets. In *Proceedings of the European Control Conference*, 1995.
- [Str80] G. Strang. *Linear Algebra and Its Applications*. Academic Press, 1980.
- [uEG92] J. Raisch und E.D. Gilles. Reglerentwurf mittels  $h_\infty$ -Minimierung - Eine Einführung. *at Automatisierungstechnik*, 40:84–92;123–131, 1992.
- [Unb00a] H. Unbehauen. *Regelungstechnik I*. Vieweg, 10th edition, 2000.
- [Unb00b] H. Unbehauen. *Regelungstechnik II*. Vieweg, 8th edition, 2000.

- [Unb00c] H. Unbehauen. *Regelungstechnik III*. Vieweg, 6th edition, 2000.
- [WN84] M. Weidel W. Neuhuber. Strukturdynamische Einflüsse auf fly-by-wire Regelsysteme. Fe-bericht, Dornier, 1984.
- [Wor94] P.M.R. Wortelboer. *Frequency-weighted balanced reduction of closed loop mechanical servo-systems: Theory and Tools*. PhD thesis, Delft University of Technology, 1994.
- [XH92] G. Sachs X. Hafer. *Flugmechanik*. Springer, 1992.
- [YHL91] M.H. Hsu Y.N. Hsu, C.Y. Lai and Y.K. Lee. Development of the ddv actuation system on the idf aircraft. In *Proceedings of the International Pacific Air and Space Technology Conference and 29, Aircraft Symp.*, 1991.
- [YL86] B.D.O. Anderson Y. Liu. Controller reduction via stable factorization and balancing. *International Journal of Control*, 44:507–531, 1986.
- [YL90] B.D.O. Anderson Y. Liu. Frequency weighted controller reduction methods and loop transfer recovery. *Automatica*, 26:487–497, 1990.
- [YLL90] B.D.O. Anderson Y. Liu and U.-L. Ly. Coprime factorization controller reduction with bezout identity induced frequency weighting. *Automatica*, 26:233–249, 1990.
- [You93] P. M. Young. *Robustness with Parametric and Dynamic Uncertainty*. PhD thesis, California Institute of Technology, 1993.
- [Zam66] G. Zames. On the input-output stability of time-varying nonlinear feedback systems. Part I. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 11:228–238, 1966.
- [zB94] H. Özbay and G.R. Bachmann.  $H_2/H_\infty$  controller design for a two-dimensional thin airfoil flutter suppression. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 17:722–728, 1994.
- [ZDG95] K. Zhou, J. C. Doyle, and K. Glover. *Robust and Optimal Control*. Prentice Hall, 1995.
- [Zho93] K. Zhou. Frequency-weighted model reduction with  $l^\infty$  error bounds. *System and Control Letters*, 21:115–125, 1993.
- [Zho95] K. Zhou. Frequency-weighted  $l^\infty$  norm and optimal hankel norm model reduction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40:1687–1699, 1995.





# Lebenslauf

Name	Bettina Sattler
Geburtsdatum/ -ort	29.01.1970 in Schwalmstadt/Ziegenhain
1976 - 1980	Grundschule in Borken/Hessen
1980 - 1989	Theodor-Heuss-Gymnasium in Homberg/Efze
Okt. 1989 - März 1992	Grundstudium der Elektrotechnik, Technische Universität Darmstadt (TUD)
März 1992 - Mai 1995	Hauptstudium, Fachrichtung Regelungstechnik
Juli 1995 - Okt. 1995	Wissenschaftliche Hilfskraft am Fachgebiet Flugmechanik und Regelungstechnik der TUD
Nov. 1995 - Dez. 2000	Wissenschaftliche Mitarbeiterin am Fachgebiet Flugmechanik und Regelungstechnik der TUD