

## **RACIONAMIENTO DE CAPITAL EN LOS AMBIENTES INCIERTOS**

### **AUTORES<sup>1</sup>**

Dr. Paulino Eugenio MALLO, FCES, UNMDP, paulinomallo@uolsinectis.com.ar  
CP María Antonia ARTOLA, FCES, UNMDP, martola@infovia.com.ar  
CP-LA Adrián Raúl Busetto, FCES, UNMDP, adrianbusetto@hotmail.com  
CP-LA Marcelo Javier Galante, FCES, UNMDP, mjalante@uolsinectis.com.ar  
CP-LA Mariano Morettini, FCES, UNMDP, mmoretti@mdp.edu.ar  
CP-LA Mariano Enrique Pascual, FCES, UNMDP, mpascual@copetel.com.ar

**Trabajo presentado y publicado en los Anales de las:**

**XXVII JORNADAS NACIONALES DE  
PROFESORES UNIVERSITARIOS DE MATEMÁTICA FINANCIERA**

**FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y JURÍDICAS – UNLPAM.**

**Santa Rosa, La Pampa, Argentina**

**Octubre de 2006**

---

<sup>1</sup> Miembros del Grupo de Investigación de Matemática Borrosa, G.I.M.B., perteneciente al Centro de Investigaciones Contables de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de la Universidad Nacional de Mar del Plata.

## INTRODUCCION

Las decisiones de inversión constituyen el estudio imprescindible para lograr conseguir empresas exitosas. Ello se debe a que absorben cantidades importantes de efectivo hoy que implican consecuencias a largo plazo, condicionando el desempeño organizacional durante muchos años.

Por eso es tan importante establecer criterios de selección de proyectos, de tal forma que las empresas logren aumentar su valor.

Ya hemos analizado en Jornadas anteriores la conveniencia de trabajar con el *VAN* y la *TIR* con herramientas de lógica difusa. Ahora trataremos de comprobar que es igual de beneficiosa en métodos no rigurosamente técnicos y que tienen como sustento la aplicación de la Matemática Financiera.

## CRITERIOS DE SELECCIÓN DE INVERSIONES TRADICIONALES

Iniciaremos este trabajo haciendo una rápida recopilación de los criterios que las empresas utilizan para seleccionar proyectos, recordando que el titular de una organización siempre pretende aumentar el valor de su empresa y que estamos analizando proyectos considerados “apuestas de la empresa”, no necesidades de inversión para un funcionamiento normal.

A continuación presentamos los dos criterios de selección tradicionales.

**1. Valor actual neto, *VAN***, consisten en:

- predecir los flujos netos del proyecto;
- estimar una tasa de descuento que refleje el costo de oportunidad, es decir, la tasa de rendimiento esperada por la empresa y dejada de lado por invertir en el proyecto;
- determinar, en función de los dos anteriores, el valor actual de esos flujos;
- establecer si estos flujos actualizados son mayores que la inversión inicial. En tal caso se aceptarán, como primer medida, aquellos proyectos con *VAN* positivo.

El principal **inconveniente** para este método, es que su buen resultado depende de que la determinación de flujos y la tasa sean representativas de la realidad, y para mejorar esto es necesario que incorporemos la lógica borrosa en su determinación, favoreciendo el sinceramiento de la información que el decididor recibe.

Otra cuestión es la **decisión de elección** entre varios proyectos con *VAN* positivo, en cuyo caso, por regla general, deberá elegirse aquel que posea el *VAN* mayor. En situación de certeza no hay problemas con esta determinación; tampoco en situación de riesgo, donde las herramientas desarrolladas basadas en la Estadística arrojan buenos resultados. La pregunta que nos ocupa es *¿qué sucede cuando nos enfrentamos a un*

*estado de incertidumbre?*, que no necesariamente implica falta de información, sino negación de certeza.

Por falta de mejores herramientas se tuvieron que idear algunos criterios para poder tomar alguna decisión, basados en cuestiones estadísticas y sustentados en considerar que, si bien el suceso puede ser no medible siempre es estimable. Entre los más conocidos tenemos los siguientes CRITERIOS:

- **Pesimista o de WALD** → Se determinan el *VAN* máximo y mínimo de cada inversión y se elige el máximo de los mínimos.
- **Optimista o de HURWICZ** → El decididor le asigna a cada situación (*VAN* máximo y mínimo) un coeficiente: optimista para el máximo ( $\alpha$ ) y uno pesimista para el mínimo ( $1 - \alpha$ ). Para la decisión utiliza el criterio del valor esperado, eligiendo el mayor.
- **Racional o de LAPLACE** → En este supuesto el decididor asigna coeficientes iguales a cada alternativa, el mecanismo para la decisión también es la esperanza matemática.
- **De la aflicción o de SAVAGE** → Este criterio considera que el decididor siempre se arrepiente de su decisión, entonces calcula lo que deja de ganar por no haber elegido la mejor propuesta. De cada una de ellas toma la mayor aflicción y finalmente elige la menor de ellas.

Estos criterios pueden ejemplificarse con un sencillo ejercicio numérico:

<i>Inversión</i>			<i>Pesimista</i>	<i>Optimista</i>	<i>Racional</i>	<i>Aflicción</i>		
	<i>VAN<sub>MAX</sub></i>	<i>VAN<sub>MIN</sub></i>	<i>MINIMAX</i>	$E(VAN) \alpha=4/5$	$E(VAN)$	<i>VAN<sub>MAX</sub></i>	<i>VAN<sub>MIN</sub></i>	<i>AM</i>
<i>A</i>	5000	11000	11000	6200 (1)	8000 (2)	12800	0	12800 (3)
<i>B</i>	17800	10000	10000	16240	13900	0	1000	1000
<i>C</i>	15600	7500	7500	13980	11550	2200	3500	3500

Cálculos auxiliares:

- (1)  $5000 \cdot 4/5 + 11000 \cdot 1/5 = 6200$
- (2)  $5000 \cdot 1/2 + 11000 \cdot 1/2 = 8000$
- (3)  $17800 - 5000 = 12800$ ;  $11000 - 11000 = 0$  de estas aflicciones tomo la mayor 12800

Las decisiones según cada criterio hubieran sido:

- ✓ El **optimista** la inversión *A*
- ✓ El **pesimista** la inversión *B*
- ✓ El **racional** la inversión *B*
- ✓ El **afligido** la inversión *B*

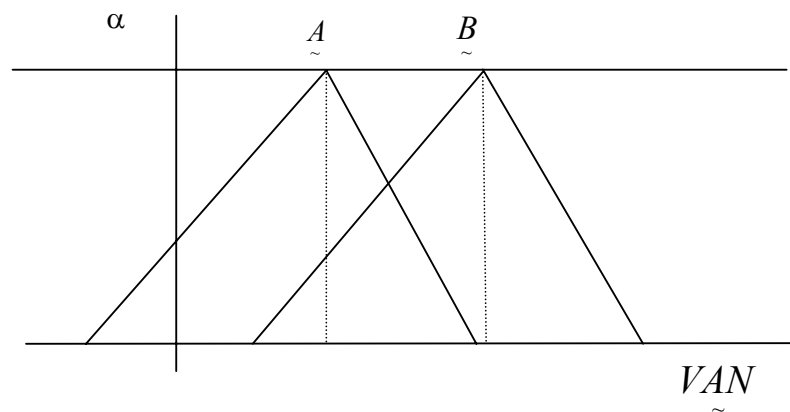
Estos métodos han logrado establecer un criterio de decisión pero no lograron que se trabajara con la incertidumbre de la información. La razón fundamental es que tanto la matemática convencional como la Estadística no son aptas para estas situaciones.

Como ya hemos expresado, la Matemática Borrosa ofrece la mejor alternativa para valuar proyectos de inversión en un contexto de incertidumbre. En estas circunstancias obtendríamos un  $VAN$  borroso de las siguientes características para cada proyecto:

$$VAN_{\sim} = -A + \sum_{j=1}^n \frac{Q_j}{(1+i)^j}$$

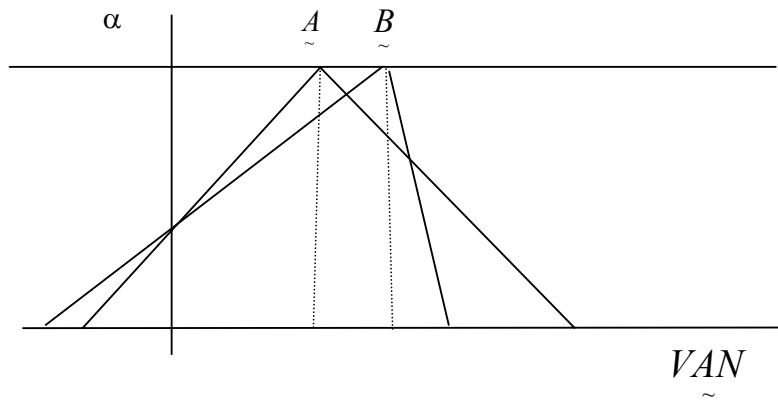
Nos falta determinar si esta información permite tomar una decisión, a lo que se debe responder que sí, porque se puede dar un orden a los  $NBTs$ . De los procedimientos que se pueden aplicar para esta operación, por su simplicidad, se utilizará la denominada “distancia”. Para ello debemos tener en cuenta:

- Si el gráfico de los  $VAN$  es el siguiente:



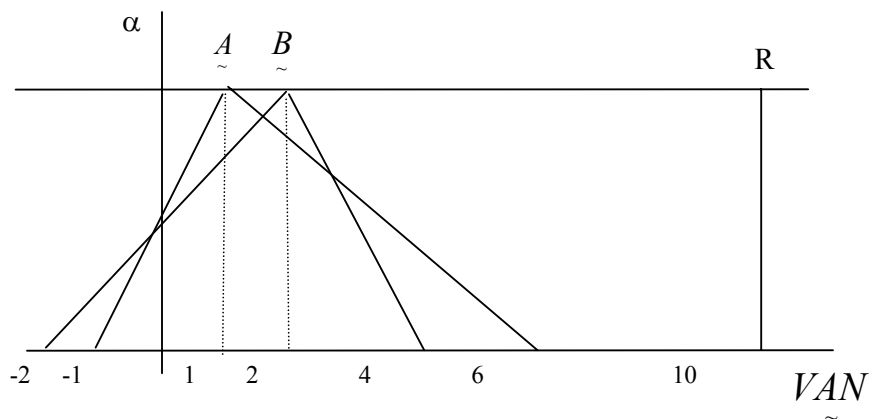
La decisión no admite dudas  $\Rightarrow A_{\sim} \prec B_{\sim}$  porque todos sus vértices son menores.  
 Conclusión: se elegiría el proyecto B.

- Qué pasa si el resultado es el siguiente:



La decisión requiere de un análisis. Se utilizará el método de la distancia a un umbral determinado cuya condición será que sea un número real ( $R$ ) cualquiera mayor que los límites superiores de nuestros  $NBTs$  con el que se comparan, eligiéndose aquel que tenga menor distancia.

Un caso sencillo sería:



El cálculo de la clasificación será:

$$\begin{aligned}
 dI(\tilde{A},10) &= \frac{11+9}{2} = 10 & dD(\tilde{A},10) &= \frac{4+9}{2} = 6,5 & d(\tilde{A},10) &= 16,5 \\
 dI(\tilde{B},10) &= \frac{12+8}{2} = 10 & dD(\tilde{B},10) &= \frac{8+6}{2} = 7 & d(\tilde{B},10) &= 17 \\
 \Rightarrow d(\tilde{A},10) &< d(\tilde{B},10) & \Rightarrow & \tilde{A} > \tilde{B}
 \end{aligned}$$

**2. Tasa interna de retorno o rentabilidad,  $TIR$ ,** representa la decisión de invertir en aquellos proyectos cuya tasa de rentabilidad sea mayor al costo de oportunidad antes

mencionado y se define como el tipo de descuento del proyecto que hace el *VAN* igual a cero.

No debe confundirse esta tasa con el costo de oportunidad, ya que mide la rentabilidad del proyecto, es una tasa de rentabilidad interna, ya que dependen de los flujos determinados por el propio proyecto.

Las dificultades de este método pueden resumirse de la siguiente manera:

- Es diferente el criterio si se considera la inversión préstamo o endeudamiento, para analizar esto introduciremos un ejemplo muy sencillo.

Proyecto	Flujos periódicos		<i>TIR</i>	<i>VAN</i> al 10%
	Momento 0	Momento 1		
1	-1000	1500	0.50	363.64
2	1000	-1500	0.50	-363.64

Como puede observarse ambos proyectos tienen igual *TIR*, por lo que podría concluirse que la elección es indiferente, pero si analizamos en el proyecto 1 vemos que se está pagando cierto dinero hoy para recibir cierta cantidad mayor a un período, realmente se está prestando y si esta fuera la tipología, como prestamista debería requerirse la tasa más elevada.

Mientras que en el proyecto 2 se está recibiendo cierto dinero hoy para devolver determinada suma en un futuro, se está produciendo un endeudamiento y, por tal motivo, el requerimiento tendría que ser la menor tasa posible.

En este ejemplo el *VAN* estaría dando un mejor criterio de selección, ya que refleja para el proyecto 2 un valor negativo.

- El problema de la Tasa de rentabilidad múltiple. Cuando los flujos tienen cambios de signo, de positivos a negativos, encontramos más de una solución a la ecuación planteada.
- Proyectos mutuamente excluyentes. Es decir, cuando no pueden desarrollarse dos proyectos deberá seleccionarse el que añada mayor riqueza a la empresa y esto no suele reflejarse en el proyecto de mayor *TIR*. La solución a este inconveniente podría estar en determinar la *TIR* de los flujos incrementales.
- Finalmente, cuando tenemos proyectos que además de ser mutuamente excluyentes tienen diferente horizonte temporal, el criterio de la *TIR* suele favorecer los proyectos más cortos sin ser los mejores.

En estados de **incertidumbre**, es aconsejable trabajar con flujos de fondos borrosos. En estos casos lo que se obtiene no es la tasa interna de rentabilidad enunciada en este punto, sino una aproximación a la misma que es la llamada *Pseudo-TIR*<sup>2</sup>.

El método de *Pseudo-TIR* no tiene por finalidad obtener la tasa que iguala los flujos de fondos actualizados a la inversión inicial; sino que su objetivo es determinar para qué tasa cierta, se hace mínima la diferencia de Hamming entre los flujos borrosos actualizados y la inversión inicial, la que puede ser o no incierta. En simbología sería:

$$\int_{\alpha=0}^1 \left| A - \sum_{j=1}^n \frac{Q_j}{(1+i)^j} \right| \delta\alpha = \text{minimo}$$

Esta *Pseudo-TIR* mantiene las dificultades enunciadas para la *TIR*, y ambas tienen el mismo criterio de **selección** para una cartera de proyectos. El orden de prioridad estará dado para aquellos con mayor tasa interna de rentabilidad.

## RACIONAMIENTO DE CAPITAL

Las empresas seleccionarán los proyectos con mayor *VAN*, suponiendo que no tengan problemas para obtener los fondos necesarios para invertir en los mismos. Pero esto suele no ser así y las dificultades que se presentan son muchas dependiendo del tamaño de la organización y generando, por parte de los administradores de fondos, restricciones al uso de capital.

A esa restricción de fondos disponibles para invertir se la llama *Racionamiento de capital* y hay de dos tipos:

- Débil, cuando los directivos, no los inversionistas, limitan el accionar de los gerentes que quieren expandir el negocio sin realizar estudios suficientes de los resultados de los posibles proyectos haciéndolo mediante el establecimiento de *topes de gastos*.

Si estos topes dejan proyectos sin realizar realmente buenos, habría que levantar las restricciones, lo que motiva el inicio de un control estricto de todos los posibles proyectos que acompañan a la empresa.

- Fuerte, es cuando la empresa no puede obtener el dinero que necesita, en estos casos puede suceder que se dejen de ejecutar proyectos con *VAN* positivo y sumamente beneficiosos para el crecimiento de la organización.

---

<sup>2</sup> Remitimos al desarrollo del cálculo completo al trabajo presentado en las XIX Jornadas de Profesores Universitarios de Matemática Financiera, titulado “*Selección de inversiones en un ambiente incierto*”, presentado en La Plata en octubre de 1998.

La solución a los problemas de racionamiento es seleccionar los proyectos que dan mayor valor actual por peso invertido. Para lograr esto la mejor herramienta es utilizar un ratio denominado Índice de rentabilidad, cuya forma de determinación sería:

Índice de rentabilidad =  $\frac{\text{valor actual}}{\text{inversión inicial}}$ , o bien el cociente entre  $\frac{\text{valor actual neto}}{\text{inversión inicial}}$  arrojando ambas formas de cálculo la misma jerarquización de proyectos.

Los defectos de este índice son similares a los vistos para la *TIR*, es decir, el inversor podría llegar a seleccionar proyectos de menor cuantía o menor horizonte temporal. Su verdadera utilidad es cuando existen recursos limitados.

### EJEMPLO DE APLICACIÓN

Un ejemplo sencillo nos dará la idea de la utilidad de este índice de rentabilidad. En el siguiente cuadro se presentan los flujos de cinco posibles proyectos de inversión:

Proyecto	Flujos por periodo (en miles de pesos)						
	0	1	2	3	4	5	6
A	-558	55	96	135	195	165	145
B	-234	63	85	32	190		
C	-365	18	18	478			
D	-128	13	26	52	124		
E	-635	138	152	172	215	230	

Si mediante las técnicas tradicionales procedemos a evaluar estos proyectos, podríamos ordenarlos de la siguiente manera:

Proyecto	VA al 8%	VAN	TIR	ORDEN por VAN	ORDEN por TIR
A	587	29	9,48%	5to.	5to.
B	296	62	17,61%	2do.	1ro.
C	412	47	12,60%	3ro.	4to.
D	167	39	17,21%	4to.	2do.
E	709	74	11,94%	1ro.	3ro.



Si la racionalización de fondos estuviese establecida para \$ 1.000, la selección de proyectos a ejecutar podría ser la siguiente:

- utilizando el criterio del *VAN*, podrían desarrollarse los proyecto E y C que alcanzan el valor límite determinado, dejando de lado el proyecto B que si bien tiene mayor valor actual su realización junto al proyecto E excede la capacidad de fondos destinados por la empresa para esta actividad.
- utilizando el criterio de la *TIR*, podrían seleccionarse para ser ejecutados los proyectos B, D y E que representan los tres con mejor tasa de rendimiento, cuya suma a invertir es significativamente inferior al límite presupuestario fijado.

Si utilizamos el índice de rentabilidad, que fue calculado de las dos formas mencionadas para que se observe que no hay diferencias, la propuesta de selección se refleja en el siguiente cuadro:

Proyecto	Índice de rentabilidad s/ <i>VA</i>	Índice de rentabilidad s/ <i>VAN</i>	ORDEN por <i>VAN</i>	Inversión inicial
A	1,05	0,05	5to.	558
B	1,27	0,27	2do.	234
C	1,13	0,13	3ro.	365
D	1,30	0,30	1ro.	128
E	1,12	0,12	4to.	635

Como lo que se busca es seleccionar la combinación óptima de propuestas de inversión, habría que determinar que mezcla produce mayor valor actual neto, respetando el límite presupuestario:

- Opción proyectos D-B-E, que suman \$ 997:

$$128(1,30 - 1) + 234(1,27 - 1) + 635(1,12 - 1) = 175$$

- Opción proyectos E-C, que suman \$ 1000

$$365(1,13 - 1) + 635(1,12 - 1) = 121$$

De acuerdo a este promedio ponderado la mejor propuesta es la que corresponde a la realización de los proyectos D, B y E, que a pesar de ser propuestas más pequeñas son más rentables que las de mayor envergadura.

## INCORPORACIÓN DE BORROSIDAD EN LA DETERMINACIÓN DEL VA

Ahora intentaremos analizar si es viable este análisis cuando consideramos la posibilidad de trabajar con borrosidad en ambientes inciertos.

Recordando que la incertidumbre puede alcanzar tanto los flujos, la tasa de descuento, el período de efectivización de esos flujos, incluso la inversión inicial; que habiendo uno solo de esos elementos borrosos el VA resultante será borroso y que una de las formas de mostrar esta circunstancia son los números borrosos triangulares (NBTs), estamos en condiciones de presentar la siguiente información que representa la conclusión de los cálculos pertinentes:

Proyecto	VA	II.	Índice de rentabilidad	Distancia de Hamming a 1.50	ORDEN
A	(565,587,615)	558	(1.01,1.05,1.10)	0,89	5to.
B	(287,296,305)	234	(1.23,1.27,1.30)	0,47	2do.
C	(398,412,428)	365	(1.09,1.13,1.17)	0,74	3ro.
D	(139,167,178)	128	(1.09,1.30,1.39)	0,46	1ro.
E	(683,709,723)	635	(1.08,1.12,1.14)	0,78	4to.

Las posibles combinaciones, teniendo en cuenta la racionalización dispuesta y el cálculo del valor neto de cada una de ellas, quedaría reflejado de la siguiente manera:

- Opción proyectos D-B-E, que suman \$ 997:

$$128(0.09, 0.30, 0.39) + 234(0.23, 0.27, 0.30) + 635(0.08, 0.12, 0.14) = (112, 175, 209)$$

- Opción proyectos E-C, que suman \$ 1000

$$365(0.09, 0.13, 0.19) + 635(0.08, 0.12, 0.14) = (81, 121, 151)$$

A simple vista puede concluirse que es mejor la realización de los proyectos D, B y E, ya que tienen un mayor valor neto de realización como conjunto borroso.

## CONCLUSIONES

En el presente trabajo hemos tratado de completar un tema tan conocido como es la evaluación de proyectos de inversión incorporando el tratamiento específico de la

racionalización de fondos, es decir, cuando existe algún tipo de límite presupuestario para la utilización de fondos.

Queda mucho por investigar, porque la racionalización de fondos trae aparejado una discusión sobre el costo de oportunidad que se desprende de un proyecto rentable descartado que –obviamente- podrá continuarse en futuros trabajos.

La incorporación de la Matemática Borrosa, necesaria en ambientes de incertidumbre como ya lo hemos demostrado en oportunidades anteriores, hace viable este tipo de análisis produciendo un ordenamiento concreto de los proyectos y determinando ante diferentes combinaciones cuál es la de mayor valor para la empresa.

Finalmente, queda demostrado que la Matemática Financiera es una herramienta de aplicación indiscutible -junto a otras técnicas- en muchos temas de decisión en situaciones de incertidumbre en las que se desenvuelve el complicado mundo de los negocios.

## **BIBLIOGRAFÍA**

1. Mallo, P.E.; Artola, M.A.; Pascual, M.; García, M.V. y Martínez, D. (2004). *“Gestión de la Incertidumbre en los Negocios – Aplicaciones de la Matemática Borrosa”*. Santiago de Chile, Ril Editores (Chile) y Melusina Editorial (Argentina).
2. Brealey, R.; Myers, S. y Marcus, A. (1999). *“Principios de Dirección Financiera”*. España, McGraw-Hill.
3. Van Horne, J.C. (1976). *“Administración Financiera”*. Argentina, Ediciones de Contabilidad Moderna.
4. Mallo, P.E.; Artola, M.A.; Pascual, M.; García, M.V.; D’Amico, F.O.; Garrós, J.J. y Martínez, D. (1998). *“Selección de Inversiones en un Ambiente Incierto”*. Publicado en los Anales de las 19 Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de Matemática Financiera, Argentina, La Plata, pág. 38-74 (una versión preliminar de este trabajo fue presentada en el XII Congreso Nacional de Profesionales en Ciencias Económicas, Córdoba, 23 al 26 de septiembre de 1.998).
5. Caspari M T. y Fronti J. G. (1996). *“Inversión en ambiente incierto. Pseudo-Tir.”*. Trabajo presentado en el III Congreso de la Sociedad Internacional de Gestión y Economía Fuzzy.