DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

Kredit, Ansparplan, Rentenrechnung in der AHS –

„Ein praxisorientierter Ansatz“

angestrebter akademischer Grad

Magistra der Naturwissenschaften (Mag. rer.nat.)

Verfasserin:	Elisabeth Strenn
Matrikel-Nummer:	0402820
Studienkennzahl (lt. Studien-Blatt)	A 190 406 347
Studienrichtung (lt. Studien-Blatt):	Lehramtsstudium UF Mathematik UF Französisch
Betreuerin:	Dr. Petra Hauer-Typpelt

Wien, im Juli 2010

Danksagung:

Die Fertigstellung meiner Diplomarbeit glich einer Odyssee.
Ich habe zwar weder die sieben Weltmeere durchkreuzt, noch gegen Seeungeheuer oder Zyklopen gekämpft. Meine Schlachten musste ich „nur“ gegen meinen inneren Schweinehund führen.
Dass ich aus diesem Kampf schlussendlich als Sieger hervorging, verdanke ich meiner Familie, insbesondere meinen Eltern. Diese standen mir während der Monate dauernden „Irrfahrt“ mit Rat und Tat, etlichen Korrekturlesungen und aufmunternden Worten zu Seite.

Auch Frau Dr. Petra Hauer-Typpelt sei an dieser Stelle gedankt, die mir durch gute Tipps, flexible Betreuung und ihrem schnellen Korrekturtempo sehr geholfen hat.

1 Einleitung und Motivation

Diese Arbeit befasst sich mit den Themen Kredit, Rentenrechnung, Ansparplänen und deren Umsetzung in der AHS-Oberstufe mittels computergestützten Aufgabenstellungen.

Warum gerade dieses Themengebiet für mich so interessant war, wird ab der nächsten Seite gezeigt und durch realitätsbezogene Beispiele aus dem Kapitel 5 erklärt werden.

Kapitel 2 versucht, die aktuelle Aufarbeitung des Themas Kredit in gängigen Mathematiklehrwerken der Ober- und Unterstufe festzuhalten.

Kapitel 3 geht kompakt auf die mathematischen Themengebiete ein, die bei Berechnungen von Kredit, Rentenrechnung und Ansparplänen zur Anwendung kommen.

Kapitel 4 beleuchtet den nationalen Trend Kompetenzorientierung im Unterricht und erläutert hierfür notwendige Begriffe, wie zum Beispiel Bildungsstandards, Kompetenzdimensionen, Kompetenzmodelle. Diese Begriffe werden im

5. Kapitel Beispiele insofern aufgegriffen, als dass jedem Beispiel im Unterkapitel „Mathematische Kompetenzen" Kompetenzdimensionen zugewiesen werden.

In Kapitel 5 findet sich eine Beispielsammlung samt Lösungen zu Themengebieten wie Haushaltsrechnung, Ratenkauf, Zinsänderungsrisko, Leasing und Kredit, Rentenrechnung, etc.. Zu jedem Beispiel wurde eine Empfehlung für die Umsetzung im Unterricht, ein Lösungsvorschlag mit OpenOffice.org Calc und für das schriftliche Rechnen unter Zuhilfenahme des Taschenrechners, sowie zu erreichende Lernziele ausgearbeitet. Des Weiteren habe ich versucht, einzelne Teilbereiche der Beispiele den Kompetenzdimensionen zuzuordnen. Ich habe mich für das Tabellenkalkulationsproramm OpenOffice.org Calc und gegen Excel von Windows entschieden, da die Lizenzverlängerung von letzterem in den Schulen Ost-Österreichs diskutiert wird. OpenOffice.org Calc ist ein Freeware-Produkt, das die Schulen als auch die Schüler/Schülerinnen jeder Zeit kostenfrei downloaden und nützen können.

Gerade in wirtschaftlich turbulenten Zeiten ist die finanzielle und wirtschaftliche Allgemeinbildung von besonderer Bedeutung, sagen Rothensteiner (Obmann Bundessparte Bank und Versicherung) und Pichler (Geschäftsführer Bundessparte Bank und Versicherung) (siehe Internetquelle 1, „mp_bv[1].pdf“, S.4).

Aus diesem Grund gibt die Arbeitsgemeinschaft Wirtschaft und Schule (AWS) in Zusammenarbeit mit der Bankwissenschaftlichen Gesellschaft sowie der Bundessparte Bank und Versicherung seit dem Jahr 2000 regelmäßig Medienpakete zur österreichischen Wirtschaft für den Gebrauch im Unterricht heraus. Durch diese Unterrichtspakete soll die österreichische Jugend besser auf die Finanzwelt im Leben als Erwachsene vorbereitet werden. Laut nationalen und internationalen Studien, auf die sich Rothensteiner und Pichler berufen, sollte in Österreich das finanzielle Grundwissen in allen Altersgruppen verbessert werden. Die Anforderungen an das Finanzwissen steigen in der heutigen Zeit bedingt durch gesellschaftliche und soziale Entwicklungen. Finanzprodukte werden immer komplexer (vgl. Internetquelle 1).

Ich schließe mich Herrn Rothensteiner und Herrn Pichler an. Die Buchanalyse (Kapitel 2) zeigt, dass gerade in der Oberstufe Beispiele zu den Themen Überziehungskredit, Fremdwährungskredit, Leasing, Kreditfalle fehlen. In dieser Altersstufe hätten die Schüler/Schülerinnen aber die nötige Reife und sicher auch mehr Verständnis für die Relevanz dieses Themas, als ihre jüngeren Kollegen/Kolleginnen, die in der Unterstufe unter einer Vielzahl an Beispielen zum Thema Kredit wählen können.

Einen weiteren Grund für die Auseinandersetzung mit den Themen Kredit, Ansparpläne und Rentenrechnung liefern die Lehrpläne für Ober- und Unterstufe, die an folgenden Stellen mehrmals hierauf hinweisen:

Das Thema Kredit findet im allgemeinen Teil des Lehrplans, sowie im fachspezifischen Teil Rechtfertigung. Der allgemeine Teil gliedert sich in 3 Bereiche. Der erste Teil befasst sich mit dem allgemeinen Bildungsziel, der zweite mit allgemein didaktischen Grundsätzen und der dritte mit Schul- und Unterrichtsplanung. Der Lehrplan Mathematik für Unter- und Oberstufe gliedert sich in Bildungs- und Lehraufgaben, didaktische Grundsätze und dem Lehrstoff, der für die einzelnen Klassen konkretisiert wird.

Im ersten Teil des Lehrplans für allgemein bildende höhere Schulen werden die Ziele der Allgemeinbildung in fünf Bildungsbereiche unterteilt. Der Punkt Bildungsbereich Mensch und Gesellschaft fordert Verständnis für gesellschaftliche Zusammenhänge. Das Wissen über den gegenseitigen Einfluss von Politik, Wirtschaft, Recht, Kultur, Ökologie und Soziologie soll ein zufriedenes Leben und gutes Mitwirken im gesellschaftlichen Leben erleichtern.
Durch Orientierung unter anderem an wirtschaftlichem Potential und sozialem Zusammengehörigkeitsgefühl sollen Schüler/Schülerinnen auf ihr Privatleben und die Gesellschaft, insbesondere auf die Arbeitswelt vorbereitet werden.
Im zweiten Teil werden bei den allgemein didaktischen Grundsätzen unter anderem Augenmerk auf das Herstellen von Bezügen zur Lebenswelt gelegt (vgl. Internetquelle 3, S.3-5).

Der Unterstufen Lehrplan für das Fach Mathematik fordert, dass Schüler/Schülerinnen das Fach und die Materie Mathematik als vielfältigen Wirkungsbereich erleben und erkennen. Sie sollen sich über die Wichtigkeit der Mathematik in ihrem Leben, aber auch in dem gesellschaftlichen Alltag bewusst werden. Das soll durch Rekonstruieren alltäglicher Probleme durch mathematische Methoden möglich sein. Die Ausgewogenheit zwischen gezieltem und situationsorientiertem Lernen soll die Schüler/Schülerinnen motivieren und so die Festigung mathematischer Fertigkeiten gewährleisten.
Explizit werden Themenbereiche zu oben genannten Thematiken nur im Lehrplan der dritten Klasse, im Unterpunkt „3.4 Arbeiten mit Modellen, Statistik“ unter „lineare Wachstums- und Abnahmeprozesse mit verschiedenen Annahmen unter Zuhilfenahme von elektronischen Rechenmitteln untersuchen können (z.B. Zinssätze)“, gefordert (vgl. Internetquelle 4, „ahs14“, S.7).

Im Lehrplan Mathematik für die Oberstufe wird die Vermittlung mathematischer Kompetenzen, wie zum Beispiel formal- operatives Arbeiten verlangt. Diese sind für verschiedene Alltagssituationen von großer Wichtigkeit und sollen den Schülern/Schülerinnen helfen, das gesellschaftliche Leben besser zu meistern. Der Mathematikunterricht soll zum Bildungsbereich „Mensch und Gesellschaft“ insofern beitragen, als Schüler/Schülerinnen die Notwendigkeit von Mathematik

in politischen, medizinischen, finanzwirtschaftlichen, sozialen und anderen Bereichen des Lebens erkennen sollen. Durch diesen anwendungsorientierten Gebrauch der Mathematik werden Schüler/Schülerinnen zum Aneignen und Festigen von neuen Kompetenzen motiviert (vgl. Internetquelle 5, „lp_neu_ahs", S.1-3).
Im Oberstufenlehrplan wird lediglich im Lehrplan der sechsten Klasse im Kapitel Folgen die „Verwendung von Folgen zur Beschreibung diskreter Prozesse in anwendungsorientierten Bereichen (insbesondere Geldwesen)" gefordert (vgl. Internetquelle 5, „lp_neu_ahs", S. 4).

Dabei sind bei der aktuellen finanziellen und wirtschaftlichen Lage Österreichs und seiner Bürger (siehe Internetquelle 8), die Befassung mit dem Thema Kredit und der richtige Umgang mit Geld auf keinen Fall zu vernachlässigen.

Aus diesem Grund will ich mit meiner Diplomarbeit Vorarbeit für meine angehende Lehrtätigkeit leisten und mit der von mir zusammengestellten Beispielsammlung meine zukünftigen Schüler/Schülerinnen auf ihr Leben als verantwortungsvolle Erwachsene besonders gut vorbereiten.

Bevor wir uns mit der Arbeit vertraut machen, möchte ich noch einen Gedanken mit Ihnen teilen, der mich bei der Arbeit inspiriert hat: „Man lernt nicht für die Schule, sondern fürs Leben". Gerade im Mathematikunterricht kommt oft die Frage nach dem Sinn des Gelernten. In diesem Zusammenhang fielen während meiner Schulzeit häufig Fragen, wie: „Wozu lerne ich das eigentlich?", „Brauche ich das später einmal?". Ich habe deshalb durch und mit meinen Beispielen versucht, denn Sinn der Mathematik anhand eines im späteren Leben relevantem Themengebiets für Schüler/Schülerinnen zu verdeutlichen.
So steht bei meiner Arbeit der Ausspruch, frei nach Seneca, im Vordergrund:

Non scholae, sed vitae discimus.[1]

[1] Nicht für die Schule, sondern für das Leben lernen wir. (eigentlich: Non vitae, sed scholae discimus. - Nicht fürs Leben lernen wir, sondern für die Schule.) (Internetquelle 2)

2 Buchanalyse

Um einen Überblick über die Vielfalt der Beispiele, die das Thema Kredit behandeln, zu bekommen, analysiere ich einige der zur Zeit gängigen Mathematikbücher der Ober- sowie der Unterstufe der AHS.
Um die Auswertung zu vereinfachen, erstelle ich einen Evaluierungsbogen (siehe Anhang) für meine Bedürfnisse, in dem unter anderem allgemeine Informationen, wie Titel, Autor, Verlag, Schulstufe und Schultyp eingetragen werden können. Außerdem kann ich auch eintragen, wie viele Beispiele das Buch insgesamt und nur zum Thema Kredit behandelt, wie viele Prozent diese von den Gesamtbeispielen ausmachen.
Weiters teile ich die Kredit-Beispiele in folgende Kategorien auf:
Kredit, Überziehungskredit, Leasing, Versandhauskredit bzw. Ratenkauf, Bauspardarlehen und Kreditfallen.

Das Kapitel wird in zwei Teile gegliedert.
Der erste Teil setzt sich aus den Unterkapiteln Unterstufe, Oberstufe und Resümee zusammen. Hier wird untersucht, wie häufig Beispiele zum Thema Kredit vorkommen, in welchen Kapiteln die Aufgabenstellungen der einzelnen Kategorien behandelt werden, ob reales Zusatzmaterial zur Veranschaulichung verwendet wird und ob Informationstexte zu den wirtschaftlichen Hintergründen angeführt werden.
Im zweiten Teil des Kapitels gehe ich auf den Aufbau und die Aufarbeitung dieser Themen in den einzelnen Jahrgängen ein.

Um mir Übersicht über die Häufigkeit von Beispielen zum Thema Kredit in der Unterstufe zu verschaffen, entschied ich mich für folgende Lehrbuchreihen. Die Angaben beziehen sich immer auf den ersten Band der Lehrbuchreihe:

- Lewisch, I.: Mathematik – Verstehen Üben Anwenden[6]. Oldenbourg, Wien, 2005.
- Reichel, H.C., Humenberger, H. (Hrsg.), Litschauer, D., Groß, H., Aue, V.: Das ist Mathematik. öbvhpt, Wien, 2007.
- Rinkens, H.D., Wynands, A., und andere: Welt der Zahl. E. Dorner, Wien, 2004.

Bei der Oberstufe verhalfen mir folgende Bücher zu einem Überblick zum Thema Kredit in den Mathematikbüchern. Die Angaben beziehen sich immer auf den ersten Band der Lehrbuchreihe:

- Götz (Hrsg.), S., Reichel (Hrsg.), H.C.. Müller, R., Hanisch, G.: Mathematik Lehrbuch. Öbv, 2004.
- Geretschläger, R., Griesel, H., Postel, H.: Elemente der Mathematik. E. Dorner, Wien, 2004.
- Taschner, R.: Mathematik. Oldenbourg, Wien, 1998.

Abkürzend möchte ich im Folgenden immer nur den ersten Autor nennen um die Übersichtlichkeit zu verbessern.

2.1 Unterstufe

Bei den Lehrwerken der Unterstufe haben Rinkens Lehrwerke das größte Beispielangebot zu dem Thema Kredit. Im Vergleich mit den gesamten Beispielen aller vier Ausgaben fallen hier circa 1,74% auf Kredit behandelnde Beispiele, im Gegensatz zu etwas 1,06% bei Lewisch und nur rund 0,39% bei Reichel.
Bei der Gegenüberstellung aller drei Lehrbuchreihen wird ersichtlich, dass das Thema Leasing in der Unterstufe nicht behandelt wird. Der Schwerpunkt liegt hier auf dem Euro-Kredit, an erster Stelle mit 41,1% der Kreditbeispiele, dem Überziehungskredit mit 31,0% und dem Versandhauskredit bzw. Ratenkauf, an dritter Stelle mit 14,9% aller Kreditbeispiele. Auf das Thema Kreditfalle kommen 4,0%. 2,3% fallen auf die Thematik des Bauspardarlehens.

	Mathematik – Verstehen Üben Anwenden, Lewisch	Das ist Mathematik, Reichel	Welt der Zahl, Rinkens
Kredit	17 Bsp.; ~28,3%	8 Bsp.; ~47,1%	47 Bsp.; ~48,0%
Überziehungskredit	16 Bsp.; ~26,7%	1 Bsp.; ~5,9%	39 Bsp.; ~39,8%
Fremdwährungskredit	6 Bsp.; 10,0%	3 Bsp.; ~17,6%	1 Bsp.; ~1,0%
Leasing	0 Bsp.; 0,0%	0 Bsp.; 0,0%	0 Bsp.; 0,0%
Versandhauskredit bzw. Ratenkauf	18 Bsp.; 30,0%	3 Bsp.; ~17,6%	5 Bsp.; ~5,1%
Bauspardarlehen	1 Bsp.; ~1,7%	2 Bsp.; ~11,8%	1Bsp.; ~1,0%
Kreditfalle	2 Bsp.; ~3,3%	0 Bsp.; 0,0%	5 Bsp.; ~5,1%

Tabelle 1: Lehrwerke Unterstufe – prozentuelle Auswertung der Kredit-Beispiele

2.1.1 Mathematik – Verstehen Üben Anwenden

In dem Buch von Lewisch (2005) für die erste Klasse sind vorbereitende Beispiele für den Fremdwährungskredit und Aufgabenstellungen zu Ratenkauf im Kapitel „Rechnen mit Dezimalzahlen“, insbesondere „Multiplizieren/Dividieren mit Dezimalzahlen“ und „Die Verbindung der vier Grundrechnungsarten“ eingebettet.
Den Schülern/Schülerinnen wird Information zur Ratenzahlung angeboten:
„Ratenzahlung bedeutet Teilzahlung: Wenn man den Kaufpreis einer Ware nicht auf einmal (bar) zahlen kann oder zahlen will, gibt man eine Anzahlung und zahlt den Rest auf Raten.“ (Lewisch 2005, S.133).
Die Aufgabenstellungen beschränken sich auf das Umrechnen von Euro in Schilling oder Franken (Bsp.731, S.125; 776, S.130) und die Berechnung von

Barzahlung und Ratenzahlung und deren Vergleich bzw. Kostenschwankungen (Bsp.799, 800, 801, 802, S.133).

Im Buch der zweiten Klasse (Lewisch 2004) werden Beispiele zum Thema Überziehungskredit im Kapitel „Arbeiten mit Maßen“ angeboten. In diesem Kapitel werden auch Beispiele zur Währungsumrechnung angeboten, die als Vorübung zum Thema Fremdwährungskredit angesehen werden können. Zu dem Thema Versandhauskredit bzw. Ratenkauf kann man Aufgabenstellungen in den Unterkapiteln „Wir berechnen den Prozentwert“ und „Ratenkäufe“ des Kapitels „Prozentrechnung“ finden.
Im zweiten Jahrgang wird wieder über Ratenkäufe informiert, diesmal aber unter einem rechtlichen Aspekt:
„Ratenzahlung bedeutet Teilzahlung. Mit dem Kauf auf Raten ist ein Eigentumsvorbehalt verbunden, d.h. die Ware bleibt bis zur vollständigen Bezahlung im Eigentum des Verkäufers.“ (Lewisch 2004, S.215).
Die Schüler/Schülerinnen werden aufgefordert, Umrechnungstabellen zu erstellen (Bsp.734, 735, S.120) und den Kontostand nach der Buchung verschiedener Ein- und Ausgaben zu berechnen (Bsp.745, 746, S.121). Weiters sollen die Schüler/Schülerinnen anhand einer Kredittabelle für Ratenkäufe bei einem Versandhaus berechnen, um wie viel Prozent die Ratenzahlung teurer kommt als die Barzahlung und wie sich der Prozentsatz bei längerer Rückzahlungszeit ändert (Bsp.1307, S.215). Bei der Berechnung des Unterschieds zwischen Bar- und Ratenzahlung wird auch der Skonto berücksichtigt (Bsp.1309, 1310, S.215).

Den Schülern/Schülerinnen der dritten Klasse werden Beispiele zu Kredit im Kapitel „Prozent- und Zinseszinsrechnung – Anwendung in verschiedenen Lebensbereichen“ angeboten. Das Thema Überziehungskredit wird in den Kapiteln „Rationale Zahlen – Ganze Zahlen“ und „Prozent- und Zinseszinsrechnung – Die Zinsrechnung“ behandelt. Im Kapitel „Arbeiten mit dem Computer – Arbeiten mit der Tabellenkalkulation“ haben die Schüler/Schülerinnen die Möglichkeit, Beispiele zum Fremdwährungskredit zu lösen. Das Kapitel „Prozent- und Zinseszinsrechnung – Die Zinsrechnung“ beschäftigt sich mit dem Problem von Kreditfallen.

Den Kindern werden die Begriffe Sparzinsen und Kreditzinsen erklärt:
„Sparzinsen: Wenn du dein Geld (Guthaben, Kapital) bei einem Geldinstitut (Sparkasse, Bank) eine bestimmte Zeit einlegst, bekommst du dafür eine Vergütung, die Zinsen. Die Zinsen für ein Guthaben heißen Sparzinsen oder Habenzinsen. Sparzinsen für längerfristige Einlagen sind höher als für kurzfristige.“ (Lewisch 2005, S.147).
„Kreditzinsen (Darlehenszinsen): Wenn man sich von einem Geldinstitut Geld ausborgt (einen Kredit (ein Darlehen) aufnimmt), muss man für das ausgeborgte Geld Zinsen an die Bank zahlen (Kredit-, Darlehenszinsen oder Sollzinsen). Kreditzinsen sind immer höher als Sparzinsen.“ (Lewisch 2005, S.147).
Weiters wird auf die Veränderlichkeit von Zinsen und ihre Gründe eingegangen. Lewisch erklärt auch die bestimmenden Faktoren, die bei der Berechnung der Rückzahlungsrate und der Spesen ausschlaggebend sind:
„Die Höhe von Spar- und Kreditzinsen ist nicht unveränderlich, sondern hängt von der wirtschaftlichen Lage eines Landes ab. Erkundigt euch bei einem Geldinstitut nach der aktuellen Höhe der Spar- und Kreditzinsen!
Die Höhe der Rückzahlungsraten (Zinsen und Tilgung) ist abhängig von der Kredithöhe, der Laufzeit und dem Zinssatz.
Die Spesen werden meist in Prozenten des Kreditbetrages berechnet. Dazu gehört immer eine Versicherung, die im Todesfall die Rückzahlung des Kredits sichert. Sie ist abhängig von der Höhe des Kredits und vom Alter des Kreditnehmers (Annahme hier: Einmalzahlung, Alter 20 Jahr).“ (Lewisch 2005, S.153).

Die Aufgabenstellungen in diesem Jahrgang reichen von Posten- und Kontostandberechnung von Kontoauszügen (Bsp.66, S. 15; 123, 124, 125, S.23), über Währungsumrechnungen (Bsp.630, 631, S.131) und den Vergleich von Zahlungsmöglichkeiten (Bsp.687, S.143; 728, S.149) bis hin zur Berechnung von Zinsen bei einem überzogenen Girokonto oder Kredit (Bsp.729, 730, S.149; 737, S.152) und Berechnung des Gesamtwerts eines Kredits (Bsp.726, 727, S.149; 761, 762, S.158). Außerdem werden Spesen, Rückzahlungsraten, Zinsen und deren Prozentsatz vom aufgenommenen Kreditbetrag im Vergleich mehrerer Banken berechnet (Bsp.745, 746, S.153) und Umkehraufgaben zur Zinseszinsrechnung gelöst (Bsp.753, 757, S.155; 769, S.159). Auch wird die Auswirkung einer Kreditaufnahme in der Praxis diskutiert (Bsp.762, S.158). Anhand eines fertig durchgerechneten Beispiels zur Abhängigkeit des Endbetrags vom Zinssatz und von der Zeit wird der Einsatz eines beliebigen Tabellenkalkulationsprogramms gezeigt (S. 160).

Der 4. Band der Lehrbuchreihe von Lewisch (2006) behandelt die Themen Kredit, Überziehungskredit, Versandhauskredit bzw. Ratenkauf und Bauspardarlehen im Kapitel „Prozent- und Zinsenrechnung – Anwendung der Prozentrechnung auf Sachaufgaben".

Wie schon in den vorhergehenden Jahrgängen auch, wird wieder, diesmal noch eine Nuance detaillierter, über Ratenkäufe und ihren wahren Preis informiert. Zu den Informationen und Warnungen über den wahren Preis von Ratenkäufen wird den Schülern/Schülerinnen zur Veranschaulichung eine Kredittabelle aus einem Katalog geboten:
„(…)Hier ist die „Alles inklusive"- Kredittabelle eines Versandhaus-Katalogs" aus dem Jahr 2002 abgedruckt. „Alles inklusive" bedeutet, dass die Zinsen und die übrigen Kreditkosten in den angegeben Teilbeträgen schon enthalten sind." (Lewisch 2006, S.32).

Bestellwert	Anzahlung	Restbetrag	3 Teilbetr.	6 Teilbetr.	12 Teilbetr.	18 Teilbetr.	24 Teilbetr.	36 Teilbetr.
€	€	€	€	€	€	€	€	€
50,-	5,-	45,-	15,45					
100,-	10,-	90,-	30,90	15,80				
200,-	20,-	180,-	61,81	31,59	16,50			
300,-	60,-	240,-	82,41	42,13	22,00	15,31		
500,-	100,-	400,-	137,35	70,21	36,67	25,52	19,97	
700,-	140,-	560,-	192,29	98,29	51,34	35,73	27,96	20,25
1.000,-	200,-	800,-	274,71	140,42	73,34	51,04	39,94	28,92
1.500,-	300,-	1.200,-	412,06	210,63	110,02	76,57	59,91	43,38
2.000,-	400,-	1.600,-	549,41	280,84	146,69	102,09	79,88	57,84
3.000,-	600,-	2.400,-	824,12	421,26	220,03	153,13	119,82	86,77
4.000,-	800,-	3.200,-	1098,30	561,68	293,38	204,18	159,76	115,69

Abbildung 1 – „Alles inklusive" – Kredittabelle eines Versandhaus-Katalogs (Lewisch 2006, S.32)

Weiters klärt Lewisch die Eigentumsfrage beim Ratenkauf und geht genauer auf die eingeleiteten Schritte von Versandhäusern bei Zahlungsverzügen ein:
„Mit dem Kauf auf Raten ist ein Eigentums-Vorbehalt verbunden, die Ware bleibt bis zur vollständigen Bezahlung im Eigentum des Verkäufers und kann bei Zahlungsproblemen sogar zurückverlangt werden. Bei Zahlungsverzug von mehr als 6 Wochen bei auch nur einer Rate wird der ausstehende Restbetrag auf einmal eingefordert (zuzüglich Verzugszinsen, anfallende Kontoführungsspesen und Mahnspesen). Mit der Eintreibung der Forderung wird in der Regel ein Inkassobüro - ebenfalls auf Kosten des Kreditnehmers - beauftragt.“ (Lewisch 2006, S.32).

Bei den Beispielen sollen Schüler/Schülerinnen obige Tabelle interpretieren und Informationen wie minimale und maximale Anzahl von Monatsraten, niedrigster und höchster Bestellwert und die Höhe der Anzahlung herauslesen (Bsp.173, S.32). Die Schüler/Schülerinnen sollen sich überlegen, ob der Bestellwert bei gleichbleibender Anzahl von Teilbeträgen mit der Anzahl der monatlichen Raten direkt proportional ist (Bsp.174, 175, 176, S.33). Zusätzlich werden Schüler/Schülerinnen dazu aufgefordert, sich zu überlegen, ob die gesamte Zinsbelastung bei einer längeren Rückzahlungszeit größer als bei einer kürzeren Rückzahlungszeit ist und wenn ja, um wie viel Prozent sich der Ratenkauf verteuert (Bsp.177, S.33).
Weiters werden die Kosten von Raten- und Barzahlungen berechnet und verglichen (Bsp.178, 179, S.33). Beim Thema Überziehungskredit kalkulieren Schüler/Schülerinnen die Kostenersparnis bei einer Kreditkarte mit Zusatzversicherung, die Sollzinsen bei Überziehung mit einer Kreditkarte und die Überziehungsdauer (Bsp.184, 185, 186, S.35).
Überdies werden Aufgabenstellungen angeboten, bei denen Schüler/Schülerinnen die verschiedenen Finanzierungsmöglichkeiten eines Einfamilienhauses vergleichen und einen Tilgungsplan für einen Kredit erstellen können. Zusätzlich soll dazu die Laufzeit und die Restschuld berechnet und eine Graphik zum Verlauf von Zinsen und Tilgung erstellen werden (Bsp.218, 219, 220, 221, S.44; 222, 223, S.45; 224, S.46). Bei einem Teil dieser Beispiele (Bsp.222, 223, S.45) soll das Tabellenkalkulationsprogramm Excel mit der RMZ-Funktion verwendet werden. Die Vorgehensweise für die Erstellung eines

Tilgungsplans mit jährlicher Verzinsung wird schrittweise an einem Beispiel erläutert (S.45).

2.1.2 Das ist Mathematik

Im Buch der ersten Klasse von Reichel (2007) wird im Kapitel „Dividieren durch Dezimalzahlen“ bzw. „ Addieren und Subtrahieren von Bruchzahlen“ erste Vorarbeit zum Berechnen von Fremdwährungskrediten angeboten. In diesen Kapiteln wird auch die Thematik des Bausparkredits behandelt.
Die Aufgabenstellungen befassen sich mit Währungsumrechnungen (Bsp.720, 721, 722, S.127) und der Berechnung vom Bruchteil der verfügbaren bzw. fehlenden Bausumme (Bsp.914, S.164).

Die Themen Kredit und Versandhauskredit bzw. Ratenkauf werden in der
2. Klasse (Reichel 2008) im Kapitel „Rechnen mit Prozenten“ in den Unterkapiteln „Berechnen des Grundwerts“ bzw. „Vermischte Aufgaben“ behandelt. Im Abschnitt „Addieren und Subtrahieren von Bruchzahlen“ werden Aufgabenstellungen zum Bauspardarlehen angeboten.
Wie im Jahrgang davor wird der Bruchteil von verfügbaren bzw. fehlenden Bausummen bei gegebenen Baukosten berechnet (Bsp.278, S.55).

Im Buch der dritten Klasse (Reichel 2001) werden im Kapitel „Zinsenrechnung – Jahreszinsen – Zinsen für Teile eines Jahres“ Beispiele zum Kredit berechnet. Im Kapitel über „Addieren und Subtrahieren ganzer Zahlen“ behandelt man den Überziehungskredit. Dem Versandhauskredit bzw. Ratenkauf widmen sich die Kapitel „Lebenspraktische Aufgaben – Rechnen mit Prozenten“ und „Algebra – Aufstellen von Formeln und Gleichungen“.
In diesem Buch werden die Schüler/Schülerinnen über die Begriffe Barzahlung, Ratenzahlung, Skonto Rabatt, Geld- und Kreditwesen und Schuldzinsen und Kredite aufgeklärt:
„Barzahlung – Ratenzahlung – Skonto – Rabatt: Wenn man eine Ware sofort bezahlt (Barzahlung) oder früher als zu einem vereinbarten Termin, erhält man im Geschäftsleben manchmal einen Preisnachlass (Skonto).

Zahlt man jedoch in Teilbeträgen (Anzahlung + Raten), so sind die Kosten einer Ware bei einer solchen Ratenzahlung meist höher als bei Barzahlung.
Unter Rabatt versteht man einen Preisnachlass, der z.B. beim Verkauf an Wiederverkäufer bei größeren Warenmengen, bei beschädigter Ware oder im Ausverkauf gewährt wird." (Reichel 2001, S.59).
Weiters wird den Schülern/Schülerinnen das österreichische Bankwesen näher gebracht. Es wird auf die verschiedenen Aufgabenbereiche von Großbanken und Sparkassen hingewiesen und über die Weiterentwicklung der Dienstleistungen informiert.
„Geld und Kreditwesen: Das Geld und Kreditwesen umfasst vor allem Banken und Sparkassen. Diese übernehmen einerseits Geld leihweise
(z.B. Spareinlagen), andererseits verleihen sie Geld an Kunden weiter
(z.B. Kreditgewährung). Weitere Aufgaben sind der bargeldlose Zahlungsverkehr oder der Kauf bzw. Verkauf ausländischer Zahlungsmittel (Devisengeschäfte). In den letzten Jahren wurden Dienstleistungen für den Wertpapierhandel immer wichtiger. Viele Geschäfte können heute bereits über Internet abgewickelt werden.
In der modernen Volkswirtschaft versorgen die (Groß-)Banken weite Bereiche der Wirtschaft mit Finanzierungsmitteln. Sparkassen betreiben vor allem das Spargeschäft mit mittleren und kleineren Beträgen.
Im Jahr 1997 ergaben die gesamten Spareinlagen in Österreich (umgerechnet) EUR 42,825 Mrd. ." (Reichel 2001, S.67).
Im Kapitel „Lebenspraktische Aufgaben" können die Schüler/Schülerinnen eine Erläuterung zu dem Punkt Schuldzinsen finden. Hier werden unter anderem die Faktoren für die Berechnung der Zinsen beschrieben.
„Schuldzinsen: Wenn sich jemand bei einer Person oder bei einem Geldinstitut einen Betrag ausborgt, wird er zum Schuldner dieser Person bzw. des Geldinstituts (des „Gläubigers"). Der Schuldner muss für den geliehenen Betrag Zinsen bezahlen, die entsprechend dem geliehenen Betrag (K_0), dem vereinbarten Zinssatz (p% p.a.) und dem Zeitraum berechnet werden." (Reichel 2001, S.71).
In dem vorher erwähnten Kapitel findet sich auch ein kurzer informativer Text zum Kredit im Allgemeinen. In dem Text werden die unterschiedlichen Zusatzkosten, die bei der Aufnahme eines Kredits anfallen, aufgezählt.

„Kredite: Banken vergeben unter bestimmten Bedingungen Kredite an Firmen und Einzelpersonen. Wenn jemand einen Kredit aufnimmt, muss er Zinsen mit jeweils vereinbartem Zinssatz (p% p.a.) bezahlen. Überdies muss der Kreditnehmer 0,8% Kreditsteuer und 1% bis 2% Bearbeitungsgebühr bezahlen. Beide Beträge werden von der Kreditsumme berechnet und bei der Gewährung des Kredits gleich einbehalten.“ (Reichel 2001, S.71).

Die Aufgabenstellungen reichen von der Berechnung des Kontostands (Bsp.84, S.26), der Berechnung von Zinsen (Bsp.287, 288, 291, S.71) und des Kreditwertes (Bsp.289, S.71) oder der Kreditsteuer und der Bearbeitungsgebühr (Bsp.290, S.71), über Finanzierungsvergleiche (Bsp.302, S.74) bis hin zur Barwertberechnung eins Kredits unter der Berücksichtigung von Kreditsteuer und Bearbeitungsgebühr (Bsp.292, S.71).

Im vierte Klassebuch (Reichel 2002) behandelt keines der 865 Beispiele das Thema Kredit.

2.1.3 Welt der Zahl

Im Lehrbuch der ersten Klasse (Rinkens 2004a) findet man je ein Beispiel zu Versandhauskredit bzw. Ratenkauf und Bauspardarlehen in den Kapiteln „Multiplizieren und Dividieren – Vermischte Übungen“ und „Körper und Flächen – Umfang und Flächeninhalte von Rechtecken“.

Bei den beiden Beispielen werden die Schüler/Schülerinnen aufgefordert, zwei Ratenkäufe zu vergleichen (Bsp.129, S.79) und zu berechnen, welches der gegebenen Grundstücke zum gleichen Quadratmeterpreis mit einem zur Verfügung stehenden Bausparvertrag leistbar ist (Bsp.122, S.191).

Im Mathematikbuch der zweiten Klasse (Rinkens 2004b) sind die Themen Kredit, Überziehungskredit und Kreditfalle im Kapitel „Prozentrechnung – Zinsrechnung“ zu finden. Das Thema Versandhauskredit bzw. Ratenkauf werden im Kapitel „Zuordnung“ behandelt. In diesem Kapitel werden auch erste Grundlagen zum Thema Fremdwährungskredit erklärt.

In den Beispielen sollen Währungstabellen erstellt (Bsp.9, S.151) und der Unterschied zwischen Spar- und Kreditzinsen erklärt werden (Bsp.142, 143, S.170).
Weiters sollen Monatsraten (Bsp.121, S.140), die Zinsen und der Rückzahlungsbetrag oder der Zinssatz berechnet werden (Bsp.153, 154, 155, 156, 158, 161, S.172; 168, 169, 170, S-173; 181, S.175; 11, 13, S.178). Die Schüler/Schülerinnen sollen unter anderem Finanzierungsmöglichkeiten vergleichen (Bsp.178, S.174; 179, 186, S.175), sich der horrenden Zinsen von Kreditschnellangeboten bewusst werden (Bsp.160, 165, S.172; 180, S.175) und die täglichen Zinsen eines Girokontos berechnen (Bsp.171, S.173; 172, 176, S.174; 181, 183, S.175).

Im dritten Jahrgang (Bauhoff 2005) werden im Kapitel „Prozent- und Zinsenrechnung“ Beispiele zum Thema Kredit, Überziehungskredit, Versandhauskredit bzw. Ratenkauf und Kreditfalle angeboten. Zusätzlich finden sich Aufgabenstellungen zu den Themen Überziehungskredit und Versandhauskredit bzw. Ratenkauf im Kapitel „Prozent- und Zinsrechnung“.
Den Schülern/Schülerinnen wird zusätzlich die Thematik der Bankgeschäfte und das Girokonto sowie das Sparbuch erklärt:
„Bei der Bank gibt es unterschiedliche Arten von Konten. Das Girokonto benutzt man z.B. als Gehaltskonto. Von einem Girokonto wird häufig Geld abgehoben und eingezahlt. Ein Girokonto kann man überziehen. Für das Guthaben erhält man keine oder nur wenige Zinsen. Überzieht man das Girokonto, dann muss man hohe Zinsen zahlen.“ (Bauhoff 2005, S.169).
Die Schüler/Schülerinnen können Anfangsstand, Buchung und Endstand eines Kontos berechnen (Bsp.58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, S.37; 66, 67, 68, 69, 70, 72, 73, 74, S.38; 79, S.40; 89, S.41; 99, S.43; 110, S.45; 119, S.47; 5, S.64), Finanzierungsangebote vergleichen (Bsp.119, S.165; 127, S.166; 138, S.168; 149, S.169), Ratenhöhen und Überziehungszinsen errechnen (Bsp.145, 147, 148, S.159). Außerdem können Angebote von Wucherern diskutiert (Bsp.126, S.166; 154, 155, S.170) und die maximale Darlehenshöhe für den Kauf eines Einfamilienhauses berechnet werden (Bsp.131, S.167).

Im vierte Klassebuch (Bauhoff 2006) kann man Beispiele zu Krediten und Überziehungskrediten in den Kapiteln „Rechnen mit Formen – Zinsformeln“, „Prozent- und Zinsrechnung – Spareinlagen und Kredite – Zinsrechnung – Jahreszinsen“ finden. Übungsaufgaben zu Versandhauskrediten bzw. Ratenkäufen sind ausschließlich im zuletzt angeführten Kapitel zu finden.

Die Aufgabenstellung der Beispiele reicht von der Berechnung der Kreditlaufzeit, des Zinssatzes, des Kredits (Bsp.16, S.8; 5, 6, S.19; 36, 38, S.181) bis zur Berechnung eben dieser Werte bei einer Laufzeit von einem Bruchteil eines Jahres (Bsp.45, 49, S.182; 51, 54, 55, S.183; 4, S.190) bis hin zum Finanzierungsvergleich (Bsp.41, 42, S. 181; 57, 58, S.183). Außerdem wird wie im Buch der dritten Klasse auf die horrenden Zinsen von Krediten aus Zeitungsinseraten aufmerksam gemacht (Bsp.37; S.181).

2.2 Oberstufe

In den Lehrbüchern der Oberstufe werden kaum Beispiele mit der Thematik Kredit behandelt. In der Lehrbuchreihe „Mathematik Lehrbuch“ von Götz entfallen lediglich 0,4% der Beispiele auf das Thema Kredit. In den Büchern „Mathematik“ von Taschner befassen sich karge 0,3% mit der Thematik des Kredits. In den gesamten Oberstufenlehrwerken von „Elemente der Mathematik“ von Geretschläger behandelt nur ein einziges Beispiel von insgesamt 2695 Aufgaben das Thema Kredit.

Im Vergleich aller drei Lehrbuchreihen wird ersichtlich, dass der Euro-Kredit, wie schon in der Unterstufe, mit circa 80,8% der Beispiele, die auf die verschiedenen Kreditkategorien fallen, Spitzenreiter ist. Die Thematik des Bauspardarlehens liegt mit ungefähr 15,4% an zweiter Stelle, gefolgt von Versandhauskredit bzw. Ratenkauf mit etwa 3,8%. Die anderen Gebiete, Überziehungskredit, Fremdwährungskredit, Leasing und Kreditfalle, werden in diesen Oberstufenbüchern außen vor gelassen und mit keinem einzigen Beispiel behandelt.

2.2.1 Mathematik Lehrbuch

Im Lehrbuch (Götz 2004) der fünften Klasse wird einzig der Euro-Kredit in den Kapiteln „Spezielle Funktionen – Klassifikationen und Anwendungen" und „Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen – Textaufgaben zu linearen Gleichungssystemen" behandelt.
Es gibt je ein Beispiel zur Berechnung der Laufzeit eines Kredits, der Höhe der Monatsrate und der Höhe des Kapitals (Bsp.351, 352, S.132; 448, S.161).

Im Mathematik Lehrbuch der 6. Klasse (2007a) kann man im Kapitel „Algebraisches Lösen von Ungleichungen mit einer Variable – Rückblick und Ausblick" ein Beispiel zum Euro-Hypothekarkredit finden. Im Kapitel „Folgen und Grenzprozesse – Geometrische Reihe" stehen den Schülern/Schülerinnen Aufgabenstellungen zum Bauspardarlehen zur Verfügung.
Die Vorteile des Bausparens werden den Schülern/Schülerinnen in einem kurzen informativen Text erläutert:
„Bausparen hat zwei Vorteile: Es gibt neben den Zinsen, die die Bausparkasse zahlt, eine jährliche staatliche Prämie. Zweitens erwirbt man (im Allgemeinen nach Erreichen der anzusparenden Eigenmittel von 30% der Vertragssumme V) einen Anspruch auf ein Bauspardarlehen (von 70% der Vertragssumme V), das im Allgemeinen günstiger verzinst ist (mit p%) als ein normaler Bankkredit. Da es unterschiedliche Laufzeiten gibt und auch die Prämienhöhe und Zinsfüße jährlich neu festgesetzt werden – Erheben Sie z.B. im Internet unter www.bausparkasse.at, www.wüstenrot.at usw.! – rechnen wir zwecks Vereinfachung mit konstanten (fiktiven) Gutschriften von p_1% p.a. (Prämie) jeweils zu Jahresende und (vorschüssigen oder nachschüssigen) jährlichen Einzahlungen bzw. Kreditrückzahlungen." (Götz 2007a, S. 144).
Die Aufgabenstellungen reduzieren sich auf die Berechnung von vor- und nachschüssigen Einzahlungen beim Bausparvertrag (Bsp.567,568, 569, 570, S.144) und den Vergleich von Kreditangeboten zweier Banken (Bsp.426, S.113).

In der 7. Klasse (Götz 2008) steht den Schülern/Schülerinnen in dieser Lehrbuchreihe nur ein einziges Beispiel zum Kredit im Kapitel

„Differentialgleichung – Das Problem der Momentangeschwindigkeit“ zur Verfügung (Bsp.164, S.53).
In diesem Beispiel sollen die Begriffe mittlerer und momentaner Zinssatz mit Hilfe der Begriffe der Differentialrechnung erklärt und anhand einer Figur veranschaulicht werden.

Im Buch der 8. Klasse (Götz 2007b) finden sich Beispiele zum Kredit in den Kapiteln „Mathematische Beschreibung dynamischer Systeme und Prozesse – Differenzialgleichungen 1. Ordnung mit einer Variablen“ und „ Analysis – Anwendung von Analysis auf Fragestellungen in der Wirtschaft“. Im zuletzt genannten Kapitel wird außerdem auch der Versandhauskredit bzw. der Ratenkauf behandelt.
Den Schülern/Schülerinnen werden zusätzlich dynamische Prozesse in der Wirtschaft erklärt:
„In der 6. Klasse haben wir uns in Kap. 4 mit Problemen der Finanzmathematik beschäftigt: Verzinsung von Kapitalien, Abzahlung und Darlehen (Krediten), Berechnung von regelmäßigen Renten[2] und anderes mehr. Der Bezug einer Rente und die Tilgung von Darlehen kann naturgemäß als ein dynamischer Prozess aufgefasst werden (schrittweise Änderung einer bestimmten Größe). Da dieser Prozess im Allgemeinen ebenfalls durch eine Differenzialgleichung vom Typ $_{xn+1} = a \cdot x_n + b$ beschrieben werden kann, wird diese Differenzialgleichung vielfach auch „Tilgungsgleichung“ genannt.“ (Götz 2007b, S.16).
Die Schüler/Schülerinnen sollen unter anderem eine Tilgungsgleichung aufstellen, die Ratenhöhe und die Laufzeit eines Kredits berechnen (Bsp.38, 39, 40, S.16). Außerdem sollen die Angebote eines Kreditbüros und einer Bank verglichen werden und der Erfolg von Kreditbüros diskutiert werden (Bsp.860, 861, S.224). Die Begriffe Tilgung und Annuität sollen anhand eines Tilgungsplans erklärt werden (Bsp.862, S.224).

---

[2] In der Finanzmathematik bezeichnet man – abweichend vom üblichen Sprachgebrauch – jeden festen Geldbetrag, der in gleichbleibenden, festen Zeitabständen ausbezahlt wird, als Rente. (Götz 2007b, S.16)

2.2.2 Elemente der Mathematik

Im Buch der fünften Klasse (Geretschläger 2004) findet man ein Beispiel zum Kredit im Kapitel „Lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen – Text- und Sachaufgaben zu linearen Gleichungssystemen“ (Bsp.11, S.186).
Hier soll man die Höhe zweier Darlehen berechnen, die zusammen
EUR 150.000 betragen und deren Zinsen sich bei 8% und 9% insgesamt auf EUR 12.500 belaufen.

In den Büchern für die sechste bis achte Klasse (Geretschläger 2005 – 2007) finden sich keine weiteren Beispiele zum Thema Kredit.

2.2.3 Mathematik

In den Büchern der fünften, siebenten und achten Klasse (Taschner 1998, 2000, 2001) wird das Thema Kredit mit keiner einzigen Aufgabenstellung bedacht.

Im Buch der sechsten Klasse (Taschner 1999) werden im Kapitel „Potenzen, Exponenten, Logarithmus – Zinsen und Zinseszinsen“ einige Beispiele zum Euro-Hypothekarkredit behandelt.
Die Schüler/Schülerinnen finden in diesem Buch auch einen informativen Text zu Kreditzinsen, in denen der Kredit – im Gegensatz zu den anderen von mir untersuchten Schulbüchern – auf eine etwas andere Weise erklärt wird und auf die unterschiedliche Verzinsung von Spareinlagen und Kredite eingegangen wird:
„Nimmt ein Kunde von einer Bank einen Kredit der Höhe K_0 auf, kann man dies wie ein Spargeschäft mit vertauschten Rollen verstehen: die Bank legt in die Hände des Kunden Geld an und erwartet davon Zinsgewinn. Allerdings sind einige wichtige Unterschiede zu beachten:
Die Kreditzinsen sind in der Regel höher als die Sparzinsen – schließlich will die Bank aus ihren Geschäften Gewinn lukrieren. Die Anzahl der Schuldtage innerhalb eines Jahres wird streng nach dem Kalender berechnet, d.h. das Jahr

hat insgesamt 365 oder 366 Schuldtage. Die als Jahreszins genannten Kreditzinsen werden bei der Verrechnung geviertelt und es wird jedes Quartal, d.h. am 31.3., am 30.6., am 30.9. und am 31.12. das bisher tageweise verzinste Kapital als Basis der neuen Verzinsung herangezogen: Kredite werden vierteljährlich verzinst.“(Taschner 1999, S.141).

Die Schüler/Schülerinnen sollen den Schuldenstand am Ende eines Jahres (Schaltjahre bzw. kein Schaltjahr) berechnen, wenn die Restschuld am 31.12. des Vorjahres bekannt ist (Bsp.499, S.142; 501, 502, S.144). Weiters sollen die Jugendlichen die Tilgungsraten und die Gesamtbelastung des Kreditnehmers bei gegebener Kredithöhe, Jahresverzinsung und variierender Laufzeit (von fünf, zehn, 20 Jahren) ermitteln (Bsp.500, S.143f.). Außerdem werden Nettoauszahlungsbeträge und die eigentliche Kreditsumme mit bekannten Kreditsteuer- und Bearbeitungsgebühren berechnet werden(Bsp.503, S.144). Auch sollen die monatlichen Tilgungsraten für verschiedene Laufzeiten bei einem gleichbleibenden Kreditbetrag ermittelt werden (Bsp.504, S.144; 505, S.145). Die Schüler/Schülerinnen können verschiedene Rückzahlungsoptionen (sofortige Rückzahlung ab dem nächsten Monatsersten, ein Jahr tilgungsfrei mit anschließender Rückzahlung in 120 gleich hohen Monatsraten oder ein Jahr rückzahlungsfrei mit anschließender Rückzahlung in 120 gleich hohen monatlichen Raten) vergleichen (Bsp.506, 507, 508, S.145).

2.3 Resümee

Zusammenfassend kann man über die Behandlung des Themas Kredit in den verschiedenen Mathematiklehrbüchern sagen, dass sich die Beispiele zum Großteil auf die Handlungskompetenz[3] Rechnen, Operieren und auf den Komplexitätsbereich Einsetzen von Grundkenntnissen und –fertigkeiten konzentrieren. In vielen Fällen ist die Angabe auf Werte reduziert und die Aufgabenstellung auf eine kurze Frage.

In Welt der Zahl 2 (Rinkens 2004) wird das auf die Spitze getrieben:

[3] siehe Kapitel 4; Neureither, H.C. u.a. 2010; Arnold, K.-H. u.a. 2005;

„Zur Renovierung einer Wohnung nimmt Familie Seiler einen Kredit auf, der mit 8% verzinst wird. Die Jahreszinsen betragen 360€. Höhe des Kredits?“
(Rinkens 2004, S.172, Bsp.153)
„Ein Darlehen von 7.000€ wird nach einem Jahr zurückgezahlt. Rückzahlung 7.770€. Zinssatz?“
(Rinkens 2004, S.172, Bsp.156)

Ob diese Beispiele Schüler/Schülerinnen für das Thema Kredit motivieren können, bezweifle ich. Viel eher trainieren solche Beispiele das Einsetzen von Zahlen in bekannte Formeln. Man kommt dadurch zwar zur Lösung, der mathematisch - wirtschaftliche Hintergrund wird hiermit aber nicht hinterfragt.
Bei dem Großteil der Beispiele wird die Aufgabenstellung zwar mathematisch gelöst, die Verknüpfung mit dem außermathematischen Hintergrund, der Praxis findet jedoch meiner Meinung nach nicht ausreichend statt.
In manchen Büchern gibt es jedoch informative Texte, die Begriffe, die in den Angaben von Beispielen gebraucht werden, ausführlich erklären.

Das Thema Kredit wird zwar ausreichend in den Mathematikbüchern der Unterstufe und einigen Lehrwerken von Oberstufe-Klassen behandelt, ist jedoch aus dem Kontext herausgelöst.
Schüler/Schülerinnen sollten nach dem Rechnen der in den Mathematiklehrwerken angebotenen Kreditbeispielen fähig sein, Kredithöhe, Kreditlaufzeit, Ratenhöhe, etc. in zukünftigen Alltagssituationen zu lösen. Die Gedankengänge und Überlegungen, die aber wirklich hinter einer Kreditfinanzierung stehen, kommen eindeutig zu kurz.
Der Haushaltsplan sollte die Basis für jede Kreditvergabe an Konsumenten sein. In den von mir evaluierten Mathematikbüchern, wird auf ihn allerdings nicht eingegangen. Beantragt man einen Kredit, hängt die Höhe einer monatlichen Rate vom disponiblen Nettoeinkommen ab. Das kann unter anderem durch die Aufschlüsselung von Einnahmen und Ausgaben in einem Haushaltsplan eruiert werden. Weitere Ausgaben, die man dabei beachten muss, sind unter anderem Leasingraten, Aufwendungen für die Pensionsvorsorge, monatliche Rückzahlungen von Konsumkrediten, etc..

Aus diesem Grund gehört daher meiner Meinung nach zu einer „allumfassenden“ Behandlung des Themas Kredit auch:

- die Erstellung eines Haushaltsplanes,
- die Berechnung der monatlichen Einzahlungsrate über eine bestimmte Laufzeit, um in der Pension einen guten Zusatzpolster zu haben,
- der Vergleich zwischen den gängigsten Leasingvarianten (Operating Leasing und Full-Pay-Out-Leasing) mit einer Kreditfinanzierung,
- dem Angebotsvergleich von verschiedenen Banken für einen Konsumkredit,
- die Gegenüberstellung von verschiedenen Rückzahlungsvarianten (monatliche, vierteljährliche und jährliche Annuitäten) bei einem Kleinkredit,…

Diese Punkte werden in eigens von mir erarbeiteten Beispielen im Kapitel 4 mit dem Tabellenkalkulationsprogramm OpenOffice.org Calc behandelt. Die Beispiele können am Ende der 6. oder zu Beginn der 7. Klasse mit den Schülern/Schülerinnen bearbeitet werden. Die Aufgabenstellungen können aber nicht ohne mathematische und wirtschaftliche Vorarbeit mit den Schülern/Schülerinnen gelöst werden. Schon in den Mathematik-Lehrwerken der vorhergehenden Schulstufen (fünfte bis zehnte/elfte Schulstufe) wird den Schülern/Schülerinnen zu den Themen Kredit, Überziehungskredit, Ratenkauf, Leasing und Fremdwährungskredit eine Fülle an Beispielen angeboten. Dies bietet ihnen die Gelegenheit, sich an diese Themen und meine Beispiele heranzuarbeiten. Aus diesem Grund befassen sich die folgenden Unterkapitel mit der Aufarbeitung der einzelnen Themen in den von mir untersuchten Schulbüchern.

2.4 Die Themen Kredit, Leasing, Ratenkauf, etc. in Mathematiklehrwerken

In dem zweiten Teil des Kapitels Buchanalyse will ich einen Überblick über die Erarbeitung der Themen Kredit, Fremdwährungskredit, Leasing,

Versandhauskredit bzw. Ratenkauf und Überziehungskredit in den von mir untersuchten Mathematikbüchern geben. Die meisten dieser Bücher bieten eine Fülle an Aufgaben zu den Themen an. Viele der Beispiele gleichen sich in der Aufgabenstellung und unterscheiden sich nur in den gegebenen Zahlenwerten. Da diese Beispiele meiner Einschätzung nach den Schülern/Schülerinnen Übungsmöglichkeiten bieten sollen und keine anderen mathematischen Fähigkeiten trainieren, als die ihnen ähnlichen Beispiele, werde ich in diesem Kapitel nicht weiter auf sie eingehen. Nichts desto trotz gäbe es auch nach Streichung dieser Beispiele in den einzelnen Lehrwerken zu viele unterschiedliche Aufgabenstellungen zu den einzelnen Themen. Diese alle anzuführen, würde den Rahmen meiner Diplomarbeit sprengen. Aus diesem Grund habe ich mich entschieden, nur die ein bis zwei – meiner Meinung nach – repräsentativsten und besten Beispiele der einzelnen Lehrwerke und Schulstufen vorzustellen.
Werden zu den jeweiligen Themen keine Beispiele in ganzen Schulstufen angeboten, werden diese Schulstufen nicht angeführt.

2.4.1 Kredit

Zum normalen Euro-Kredit gibt es die größte Vielfalt an Beispielen.
Sie reichen von einfachen Zinsenberechnungen und Umkehraufgaben in der 5. Schulstufe, über Kreditangebotvergleiche bis hin zum Aufstellen von Tilgungsplänen in der zwölften Schulstufe.
Wie schon beim Überziehungskredit müssen die Schüler/Schülerinnen zusätzlich zu den wichtigsten Rechenoperationen wieder die Prozentrechnung, Zinsen- und Zinseszinsrechnung beherrschen. Für die Behandlung dieses Themas in der Oberstufe ist es wichtig die Exponentialfunktion und den Logarithmus, sowie die geometrische Reihe (Summe der endlichen geometrischen Reihen) zu beherrschen.

Sechste Schulstufe

Rinkens (2004b) behandelt das Thema im Kapitel „Prozentrechnung – Zinsrechnung“. Er bietet den Schülern/Schülerinnen einfache Beispiele: die

Berechnung zum Beispiel der Zinsen, bei bekanntem Zinssatz und Kredithöhe, aber auch kompliziertere Beispiele, wie folgendes:

Katrin möchte sich ein Mountainbike kaufen. Sie fragt ihren Vater, ob er ihr dafür 770€ leiht. „In 2 ¼ Jahren werde ich 18 Jahre alt. Dann bekomme ich von Oma so viel Geld, dass ich alles zurückzahlen kann. Bei der Bank müsste ich für ein Darlehen 11% Zinsen zahlen. Ich würde dir 3,5% Zinsen zahlen. Dann hast du auch einen Vorteil, denn bei der Bank bekommst du nur 2% Zinsen für dein Gespartes."
a) Wie viel Euro müsste Katrin ihrem Vater an ihrem 18. Geburtstag zurückgeben?
b) Wie viel Geld spart Katrin gegenüber dem Bankdarlehen?
c) Wie groß ist der Vorteil des Vaters, wenn er sich auf das Angebot einlässt?
(Rinkens 2004b, S.175, Bsp.186)

Rinkens weißt auch auf die Möglichkeit hin, einzelne Kredite auf einen einzigen Kredit zusammenzulegen:

Für den Kauf eines Hauses kann Frau Wehrmann drei Darlehensverträge abschließen:
25.000€ zu 6%, 14.000€ zu 7%, 40.000€ zu 7,25%.
Ein Finanzierungsbüro macht ihr das Angebot, stattdessen die Gesamtsumme zu 7% aufzunehmen.
Sollte Frau Wehrmann auf dieses Angebot eingehen?
(Rinkens 2004b, S.175, Bsp.179)

Siebente Schulstufe

Bauhoff (2005) stellt den Schülern/Schülerinnen im Kapitel „Prozent- und Zinsenrechnung" eine Vielzahl an Beispielen zum Thema Kredit zur Verfügung. Diese behandeln unter anderem das Thema Konsumkredit (beim Kauf einer Wohnzimmereinrichtung), aber auch die Existenz von Bearbeitungsgebühren oder das Thema Miete als Alternative zum Wohnungskauf.

Daniels Eltern haben für eine Eigentumswohnung ein Darlehen über 80.000€ zu 6,9% für Zinsen und Rückzahlungen aufgenommen. Daniel meint, es wäre billiger gewesen, wenn sie ihre Mietwohnung für 490€ ohne Nebenkosten im Monat behalten hätten.
Überprüfe, indem du die Darlehenskosten pro Monat berechnest.
(Bauhoff 2005, S.156, Bsp.120)

Zusätzlich, zu den oben erwähnten Punkten zum Thema Kredit, wird auch unbewusst die Möglichkeit des endfälligen Kredits behandelt.

Familie Donner hat zum Bau eines Hauses ein Darlehen von 150.000€ aufgenommen (Geld geliehen), für das sie jährlich 6% Zinsen zahlen muss. In den ersten 7 Jahren wollen die Donners nur die Zinsen zahlen und nichts von den Schulden zurückzahlen.
a) Wie viel Zinsen müssen die Donners jährlich zahlen?
b) Wie verändert sich der Schuldenstand in diesen 7 Jahren? Wie viel Geld haben sie in 7 Jahren an die Bank gezahlt?
(Bauhoff 2005, S.167, Bsp.129)

Lewisch (2005b) bietet in den Kapiteln „Prozent- und Zinseszinsrechnung – Anwendung in verschiedenen Lebensbereichen“ und „Prozent- und Zinseszinsrechnung – Die Zinsenrechnung“ Aufgabenstellungen zur Thematik Kredit an. Sie lässt die Schüler/Schülerinnen verschiedene Zahlungsmöglichkeiten vergleichen:

Bei einem Grundstückskauf werden zwei Zahlungsmöglichkeiten angeboten, die sich auf fünf Jahre erstrecken. Vergleiche die beiden Möglichkeiten. Arbeite in Tabellenform:
(1) 1. Jahr: 10.000€, jedes folgende Jahr jeweils 10% weniger.
(2) 1. Jahr: 7.000€, jedes folgende Jahr jeweils um 10% mehr.
(Lewisch 2005b, S.143, Bsp.687)

Lewisch weist auch auf die Gesamtkosten eines Kredits hin und lässt diesen in Summe der insgesamt getätigten Zahlungen und der Zinsen und Spesen aufschlüsseln und so die Schüler/Schülerinnen die Gesamtkosten eines Kredits berechnen. Außerdem geht Lewisch auf den Unterschied von Banken (Bsp.745, S.153) und privaten Geldinstituten (Bsp.746, S.153) ein.

Berechne für die einzelnen Kredite bei den angegebenen Laufzeiten a) die Summe aller Zahlungen (Rückzahlungsraten + Spesen), b) die Summe der Zinsen und Spesen. c) Wie viel Prozent vom aufgenommenen Kreditbetrag beträgt die Summe der Zinsen und Spesen?
Banken: (Stand 2002; Zinssatz bei Bank A 6%, Bank B und C 7,5%)

Bank	Bank A	Bank B	Bank C
Kreditbetrag	10.000€	10.000€	10.000€
Laufzeit	5 Jahre	5 Jahre	10 Jahre
monatl.	193,60€	203,86€	121,86€
Bankgebühr	1%	1% (+27,92€ p.a.)	1% (+27,92€ p.a.)
Staatl. Kreditgebühr	0,8%	0,8%	0,8%
Versicherung	120,00€	87,20€	109,50€

(Lewisch, 2005b, S.153, Bsp.745)

Im Kapitel „Zinsenrechnung – Jahreszinsen – Zinsen für Teile eines Jahres" behandelt Reichel (2001) das Thema Kredit. Die angebotenen Beispiele bieten nicht mehr als die Standardaufgabenstellungen. In zwei Beispielen wird aber zusätzlich noch auf die Kreditsteuer und die Bearbeitungsgebühr eingegangen.

a) Frau Aigner nimmt 4.000€ Kredit auf. Neben der Kreditsteuer (0,8%) muss sie noch 2% Bearbeitungsgebühr bezahlen. Wie viel€ bekommt sie ausbezahlt?
b) Für die Rückzahlung vereinbart sie, nach Ablauf eines Jahres 1.800€ und die bis dahin aufgelaufenen Zinsen 7% zu bezahlen.
Den Rest (das heißt, den noch offenen Schuldbetrag, sowie die dann wieder dafür aufgelaufenen Zinsen) bezahlt sie am Ende eines weiteren Jahres.
Wie viel€ an Zinsen muss sie 1) am Ende des 1. Jahres, 2) am Ende des 2. Jahres bezahlen?
(Reichel 2001, S.71, Bsp.291)

Achte Schulstufe

Die Beispiele im Lehrwerk von Bauhoff (2006) unterscheiden sich nicht von den Aufgabenstellungen in seinem vorhergehenden Mathematikbuch.

Lewisch (2006) bietet den Schülern/Schülerinnen Aufgabenstellungen zum Thema Kredit im Kapitel „Prozent- und Zinsenrechnung – Anwendung der Prozentrechnung auf Sachaufgaben" an. Die Jugendlichen haben die Möglichkeit, Tilgungspläne zu verschiedenen Kreditdaten zu erstellen. Ein beliebiges Tabellenkalkulationsprogramm kann bei der Berechnung der Höhe von monatlichen Ratenzahlungen verwendet werden. Außerdem wird den Schülern/Schülerinnen erklärt, wie man mit einem Tabellenkalkulationsprogramm eine Graphik erstellt, die den Zusammenhang zwischen Tilgung und Zinsen veranschaulicht.

Stelle einen Tilgungsplan auf, wie im Einführungsbeispiel gezeigt ist. Ein Kredit von 10.000€ wird zu 10% aufgenommen und sollen gleich hohen Jahresraten

von 2.500€ zurückgezahlt werden. Wie lange dauert die Rückzahlung und wie hoch ist die letzte Rate?
(Lewisch 2006, S.44, Bsp.218)

a) Für ein Darlehen von 30.000€, das mit 10% verzinst wird, ist die monatliche Rückzahlungsrate zu ermitteln (keine Restschuld). Die Laufzeit beträgt 7 Jahre, also 84 Monate. Arbeite mit der
RMZ-Funktion.
b) Darlehen 10.000€, Zinssatz 7,5% Laufzeit
1) 36 Monate
2) 48 Monate
(Lewisch 2006, S.45, Bsp.223)

Neunte Schulstufe

Geretschläger (2004) widmet ein Beispiel im Kapitel „Lineare Gleichungen in zwei Variablen – Text- und Sachaufgaben zu linearen Gleichungssystemen" dem Thema Kredit. Die Schüler/Schülerinnen sollen mit den Daten zweier Finanzierungsmöglichkeiten zwei Gleichungen in zwei Variablen aufstellen und so die Höhe der beiden Darlehen kalkulieren.

Fuhrunternehmer Renner hat zur Finanzierung seiner Fahrzeuge zwei Darlehen aufgenommen. Sie betragen zusammen 150.000€. Das erste Darlehen ist mit 8%, das zweite mit 9% zu verzinsen. Die Zinsen belaufen sich in einem Jahr auf 12.500€.
Wie hoch ist jedes Darlehen?
(Geretschläger 2004, S.186, Bsp.11)

Götz (2004) behandelt das Thema Kredit mit drei Beispielen in den Kapiteln „Spezielle Funktionen – Klassifikation und Anwendungen" und „Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen – Textaufgaben zu linearen Gleichungssystemen". Das Beispiel im zuletzt erwähnten Kapitel ist, abgesehen von den angegebenen Zahlen, von der Aufgabenstellung gleich wie jenes von Geretschläger (2004, Bsp11, S.186).

Ein (zinsloser) Kredit von 10.000€ wird durch gleich bleibende Monatsraten von der angegebenen Höhe abgezahlt. Beschreibe die Höhe des noch aushaftenden Kredits in Abhängigkeit von der Zeit! Zeichne den Graphen! Nach wie vielen Monaten ist der Kredit getilgt?
a) 1.000€
b) 1.250€
c) 2.000€

d) 2.500€
(Götz 2004, S.132, Bsp.351)

Zehnte Schulstufe

Götz (2007a) geht im Kapitel „Algebraisches Lösen von Ungleichungen mit einer Variable“ auf die verschiedenen Parameter zum Vergleichen von Kreditangeboten ein.

Herr X muss einen Kredit aufnehmen, den er auf einmal nach 10 Jahren (dann bekommt er seine Abfertigung) zurückzahlen will. Bank A offeriert ihm einen Kredit zu 8% pro Jahr, während Bank B nur 7% pro Jahr verlangt, aber eine einmalige Bearbeitungsgebühr, von 150€ verrechnet. Bei welchen Kredithöhen ist Bank A günstiger, bei welchen Bank B?
(Götz 2007a, S.113, Bsp.426)

Taschner (1999) bietet im Kapitel „Potenzen, Exponenten, Logarithmus – Zinsen und Zinseszinsen“ Beispiele zum Kredit an. Taschner geht unter anderem auf die Berechnung der tatsächlich ausgezahlten Kreditsumme ein. Weiters erläutert er, welche Werte man in die anzufordernde Kreditsumme einbeziehen muss, um schließlich den gewünschten Betrag ausgezahlt zu bekommen.

Ein Kredit erfährt bei der Aufnahme im Allgemeinen zusätzliche Belastungen in Form einer Kreditsteuer und in Form von Bearbeitungsgebühren der Bank. Wenn ein Kredit von 50.000,- Euro aufgenommen wird, bietet die Bank dem Kreditnehmer zwei mögliche Optionen:
a) Die Nebenkosten von 0,8% Kreditsteuer und 2% Bearbeitungsgebühren werden gleich von der Kreditsumme abgezogen. Wie lautet dann der Nettoauszahlungsbetrag?
b) Die Nebenkosten von 0,8% Kreditsteuer und 2% Bearbeitungsgebühren werden in die Kreditsumme eingerechnet. Wie lautet dann die eigentliche Kreditsumme?
(Taschner 1999, S.144, Bsp.503)

Zusätzlich zeigt Taschner den Jugendlichen anhand eines Beispiels die verschiedensten Rückzahlungsmöglichkeiten auf und lässt diese von den Schülern/Schülerinnen gegenüberstellen.

Eine Bank bietet einen Kredit in der Höhe von 50.000,- Euro mit der Laufzeit von 10 Jahren zu einem Jahreszinssatz von 10% (netto, ohne Berücksichtigung der Bearbeitungsgebühr und der Kreditsteuer) zu den folgenden drei Optionen:
a) Die Rückzahlung beginnt sofort mit dem nächsten Monatsersten.
b) Ein Jahr tilgungsfrei, d.h. im ersten Jahr werden nur die anfallenden Zinsen bezahlt. Danach – beginnend mit dem nächsten Monatsersten – erfolgt die Rückzahlung in 120 gleich hohen monatlichen Raten.
c) Ein Jahr rückzahlungsfrei, d.h. im ersten Jahr müssen überhaupt keine Zahlungen erfolgen. Danach – beginnend mit dem nächsten Monatsersten – erfolgt die Rückzahlung der Kreditschuld (unter Berücksichtigung ihrer Verzinsung) in 120 gleich hohen monatlichen Raten.
Wie viel ist monatlich zu bezahlen und wie lautet die anfallende Gesamtbelastung?
(Taschner 1999, S.145, Bsp.506)

Elfte Schulstufe

Im Kapitel „Differentialgleichung – Das Problem der Momentangeschwindigkeit“ geht Götz (2008) das Thema Kredit von einer neuen Seite an. Die Schüler/Schülerinnen sollen die Begriffe „Mittlerer Zinssatz“ und „Momentaner Zinssatz“ mit Begriffen der Differentialrechnung, erklären.

Definiere die in der Geldwirtschaft wichtigen Begriffe „Mittlerer Zinssatz“ und „Momentaner Zinssatz“ mit Hilfe der Begriffe der Differentialrechnung! Verdeutliche anhand einer Figur ihre unterschiedliche Bedeutung!
(Götz 2008, S.53, Bsp.146)

Zwölfte Schulstufe

Götz (2007b) bietet den Schülern/Schülerinnen in den Kapiteln „Mathematische Beschreibung dynamischer Systeme und Prozesse – Differentialgleichungen 1. Ordnung mit einer Variable“ und „Analysis – Anwendung von Analysis auf Fragestellungen in der Wirtschaft“ einige Beispiele zum Thema Kredit an. Die Schüler/Schülerinnen sollen unter anderem Tilgungsgleichungen mit Hilfe von Tabellenkalkulationsprogrammen aufstellen und Problemstellungen dazu lösen.

Ein Bauherr nimmt bei einer Bank ein Darlehen (eine Hypothek) zu 1.000.000€ auf, dass er in Jahresraten von 200.000€ abzahlen will, wobei die Jahresrate immer am Ende des Jahres bezahlt werden soll. Der jeweils offene Restbetrag wird mit 5% p.a. verzinst.
a) Wie lautet die „Tilgungsgleichung“, die den Prozess beschreibt?
b) Erstelle eine Tabelle der zu Ende jeden Jahres offenen Restschuld R_n!
c) Wie lange muss der Bauherr Raten zahlen, und wie hoch ist die letzte Rate?
d) Gib eine Formel an, die die jeweils offene Restschuld R_n explizit ausdrückt!

(Reichel 2007b, S.16, Bsp.38)

2.4.2 Versandhauskredit bzw. Ratenkauf

Die mathematische Basis für die Berechnungen zum Versandhauskredit bzw. Ratenkauf wird schon in der fünften Schulstufe mit dem Multiplizieren und Dividieren von natürlichen Zahlen gelegt. Die Einführung der Dezimalzahlen und die Verbindung der vier Grundrechnungsarten erlaubt es, Beispiele mit realistischeren Zahlen zu kalkulieren.
Mit der Erarbeitung der Prozentrechnung in der sechsten Schulstufe können Anzahlungen aber auch Preisnachlässe z.B. bei sofortiger Barzahlung in Prozentsätzen angegeben werden.
In der siebenten Schulstufe wird mit dem Aufstellen von Gleichungen das Erarbeiten allgemein gültiger „Formeln“ zur Ratenzahlung möglich. Durch das Lernen von Zinsenrechnungen können außerdem Beispiele berechnet werden, bei denen sich der ausstehende Betrag bei einer jährlichen Ratenrückzahlung jedes Jahr um einen gewissen Zinssatz erhöht.

Fünfte Schulstufe

Die Thematik des Ratenkaufes wird schon in der 5. Schulstufe mit einfachen Beispielen z.B. im Kapitel „Multiplizieren und Dividieren“ (Rinkens 2004a) angeschnitten. Die Aufgabenstellungen sind ohne Zinssätze zu berechnen und beschränken sich auf den Vergleich zweier Ratenangebote, die sich in ihrer Laufzeitlänge und der Ratenhöhe unterscheiden.

Als Kaufpreis für einen Fotoapparat verlangt ein Händler 7 Monatsraten zu je 28€. Bei einem anderen Händler sieht er das Angebot rechts
Welches Angebot ist günstiger?
(Rinkens 2004a, S.79, Bsp.129)

Lewisch (2005a, S.133) bietet Beispiele im Kapitel „Rechnen mit Dezimalzahlen – die Verbindung der vier Grundrechnungsarten“ an. Hier soll der Unterschied zwischen dem Preis einer Ware bei Ratenzahlung und Barzahlung ermitteln werden.

Berechne, wie teuer die Ware bei Ratenzahlung ist und gib den Unterschied zwischen Barzahlung und Ratenzahlung an.
Eine Ware kostet 436€; Anzahlung 87,2€; 18 Teilzahlungen zu je 22,24€.
(Lewisch 2005a, S.133, Bsp.801)

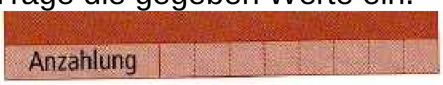
Zusätzlich fordert sie in einem Beispiel die Schüler/Schülerinnen auf, den Rechengang bei Ratenkäufen mittels Darstellung mit Variablen zu verallgemeinern:

Schreibe den Rechengang bei Ratenkäufen allgemein für 12 Teilbeträge auf.
Verwende folgende Abkürzungen:
Warenwert…w; Anzahlung…a; Teilbetrag…t; Gesamtkosten…g
(Lewisch 2005a, S.133, Bsp.802)

Sechste Schulstufe

In Rinkens (2004b) befasst sich ausschließlich ein Beispiel im Kapitel „Zuordnung – Mehrere Rechenschritte" mit dem Thema Ratenkauf. Hierbei soll die Ratenzahlung mittels einer Graphik dargestellt werden und anschließend die Höhe der monatlichen Raten berechnet werden. Zusätzlich sollen die Schüler/Schülerinnen sich überlegen, wie die Höhe der Anzahlung mit der Höhe der Monatsraten zusammenhängt.

Frau Gruber kauft den Motorroller. Die Finanzierung des Kaufpreises findet sie gut.
a) Zeichne die Lösungsskizze in dein Heft. Trage die gegeben Werte ein.



b) Wie hoch ist eine Monatsrate?
c) Wie hoch sind die Monatsraten, wenn sie 650€ anzahlt?
(Rinkens 2004b, S.140, Bsp.121)

Lewisch (2004) bringt bei den Ratenkauf-Beispielen in der sechsten Schulstufe im Kapitel Prozentrechnung – Wir berechnen den Prozentwert/Ratenkäufe" die Prozentrechnung ins Spiel. Die Schüler/Schülerinnen sollen wie zuvor die

Differenz zwischen Raten- und Barzahlung berechnen, diese außerdem noch als Prozentsatz angeben. Des Weiteren sollen die Kinder reflektieren, wie sich der Prozentsatz bei längerer Rückzahlungszeit verändert.

Die Tabelle zeigt einen Ausschnitt aus der Kredittabelle für Ratenkäufe eines Versandhauses. Berechne jeweils, um wie viel und um wie viele Prozent die Ratenzahlung teurer kommt als die Barzahlung! Ändert sich der Prozentsatz bei längerer Rückzahlungszeit?

	Kaufbetrag	Anzahlung	6 Monats raten à	12 Monats raten à	36 Monats raten à
a)	300,-€	3,-€	47,4€	24,8€	-
b)	600,-€	120,-€	84,3€	44,0€	-
c)	2 000,-€	400,-€	280,8€	146,7€	57,8€

(Lewisch 2004 S.215, Bsp.1307)

Bei anderen Beispielen wird der Preis der Barzahlung abzüglich Skonto mit jenem der Ratenzahlung verglichen.

Der Wert einer Ware beträgt 1.000€. Bei Barzahlung werden 3% Skonto gegeben. Bei Ratenzahlung gilt: 20% Anzahlung und 18 Raten zu je 51€.
Um wie viel Euro ist der Ratenkauf teurer als der Barkauf, wenn man auch noch Skonto erhält?
(Lewisch 2004, S.215, Bsp.1310)

Reichel (2008) bietet ein Beispiel zum Ratenkauf im Kapitel Prozentrechnung an. Das Beispiel ist umfangreich und geht auch auf das Thema Sparen ein.

Leonie möchte sich von ihren Ersparnissen ein Mountain-Bike kaufen, dessen Preis von 800€auf 600€ herabgesetzt wurde.
1) Um wie viel Prozent wurde der Preis gesenkt?
2) Wenn Leonie das Rad (nach Verbilligung) bar bezahlt, bekommt sie 2% Skonto.
Wie viel muss Leonie in diesem Fall für das Rad bezahlen?
3) Der Fahrradhändler bietet auch eine Ratenzahlung an. Dabei kann das Rad in 10 gleichen Monatsraten abbezahlt werden. Leonie rechnet nach und stellt fest, dass sie dann um 10% mehr für das Rad bezahlen müsste (verglichen mit dem herabgesetzten Preis ohne Skonto).
Wie hoch ist demnach eine Monatsrate?
4) Leonies Eltern sind gegen den Kauf. Sie meinen: „ Wenn du für das Mountain-Bike 600€ bezahlst, hast du 80% deiner Ersparnisse ausgegeben."
Wie hoch sind die Ersparnisse von Leonie?
(Reichel 2008, S.141, Bsp.670)

Siebente Schulstufe

Im Buch der dritten Klasse wird bei Bauhoff (2005)[4] in den Kapiteln „Positive und negative Zahlen“ und „Prozent- und Zinsrechnung“ jeweils ein Beispiel zur Ratenfinanzierung angeboten. Die Aufgabenstellungen unterscheiden sich jedoch nicht von jenen, die Rinkens in den zwei vorhergehenden Schulstufen anbietet.

Reichel (2001) bietet den Schülern/Schülerinnen zwei Aufgabenstellungen zu Ratenzahlung in den Kapiteln „Lebenspraktische Aufgaben – Rechnen mit Prozenten“ und „Algebra – Aufstellen von Formeln und Gleichungen“ an. Die Aufgabenstellung im erst erwähnten Kapitel ist ident zu jenen, die schon zuvor genannt wurden. Beim zweiten Beispiel sollen die Kinder bereits eine Gleichung aufstellen und sich so die zinsenfreie Ratenhöhe berechnen.

Ein Fahrrad kostet 330€. Helga zahlt 150€ sofort. Den Rest zahlt sie zinsenfrei in 5 gleichen Raten. Schreibe den Text in Form einer Gleichung und berechne die Höhe der Rate!
(Reichel 2001, S.77, Bsp.319)

Achte Schulstufe

Bauhoff (2006) bringt die Thematik des Ratenkaufs in einem Beispiel (Bsp.42, S.181) im Kapitel „Prozent und Zinsenrechnung – Spareinlagen und Kredite – Zinsrechnung – Jahreszins“ ein. Wieder werden die Schüler/Schülerinnen aufgefordert, den Unterschied zwischen Raten- und Barkauf zu berechnen. Diesmal jedoch muss der Käufer jedes Jahr einen bestimmten Prozentsatz des Kaufpreises zusätzlich zahlen.

Markus möchte sich einen Computer um 1.950€ kaufen. Der Händler bietet ihm einen Ratenkauf für 3 Jahre an. Dafür muss er jährlich 1,3% des Kaufpreises zusätzlich zahlen. Um wie viel teurer wird dadurch der Computer?
(Bauhoff 2006, S.181, Bsp.42)

Zwölfte Schulstufe

Götz (2007b) bietet in der Oberstufe ein Beispiel zum Versandhauskredit an. Im Kapitel „Analysis – Anwendung von Analysis auf Fragestellungen in der

[4] Bauhoff führt die Lehrbuchreihe Welt der Zahl von Rinkens mit Band 3 und Band 4 fort.

Wirtschaft“ sollen die Schüler/Schülerinnen einen Tilgungsplan fertig stellen und die Anfangsschuld eines Ratenkaufs berechnen.

Die erste Zeile des Tilgungsplanes einer Ratenschuld ist gegeben. Erkläre daran die Begriffe Tilgung und Annuität! Wie groß war die Anfangsschuld? Welcher Zinssatz wurde angewendet? Stelle den Tilgungsplan fertig!

	Jahr	Zinsen	Tilgung	Annuität	Restschuld
a)	1	450€	1 000€	1 450€	5 000€
b)	1	800€	1 000€	1 800€	9 000€

(Götz, 2007b, S.224, Bsp.862)

2.4.3 Fremdwährungskredit

Zum Thema Fremdwährungskredit gibt es keine Beispiele in den von mir untersuchten Lehrwerken. Jedoch finden sich in einigen Mathematikbüchern der Unterstufe Beispiele zur Währungsumrechnung. Diese können als Basis für die Bearbeitung des Fremdwährungskredits gesehen werden. Im Kapitel 5 befasst sich keines der 8 Beispiele mit der Thematik des Fremdwährungskredits, da dieser für Privatpersonen in Zukunft nicht mehr von Relevanz sein wird[5].

Fünfte Schulstufe

Lewisch (2005a) befasst sich in den Kapiteln „Rechnen mit Dezimalzahlen – Multiplizieren mit Dezimalzahlen“ und „Rechnen mit Dezimalzahlen – Dividieren mit Dezimalzahlen“ mit der Währungsumrechnung. Die Aufgabenstellung der zwei verfügbaren Beispiele (Bsp.731, S.125; 776, S.130) beschränkt sich auf das Nötigste und unterscheidet sich nur in den gegebenen Währungen.

Schweiz: 1 Euro (€) = 1,56 Franken (sfr.). Wie viel Franken sind a) 123,60€; b) 452,45€?
(Lewisch 2005a, S.125, Bsp.731)

[5] Die Finanzmarktaufsicht hat die Mindeststandards für die Sicherheit von Fremdwährungskrediten verschärft. Dies kommt einer Untersagung von Fremdwährungskrediten für Privathaushalte gleich. Bankkunden haben nun die Möglichkeit, in einen Euro-Kredit umzusteigen, können dazu aber nicht verpflichtet werden (vgl. Leban, K.: Der Fremdwährungskredit ist tot – Finanzmarktaufsicht macht mit der Neuvergabe von Darlehen in Yen, Franken & Co nun endgültig Schluss, Wiener Zeitung am 23. März 2010).

Reichel (2007) bietet den Schülern/Schülerinnen einige Beispiele zur Währungsumrechnung, die sich aber nur in den umzurechnenden Währungen und nicht in der Aufgabenstellung unterscheiden.

Frau Ladenstätter sind von einer Reise noch 850 Schweizer Franken (CHF) übrig geblieben. Wie viel Euro erhält sie beim Umtausch in einem Geldinstitut, wenn die Wechselspesen nicht berücksichtigt werden (1 EUR = 1,663 CHF, Stand: 4. Oktober 2007).
(Reichel 2007, S.127, Bsp.720)

Sechste Schulstufe

Rinkens (2004b) bietet den Schülern/Schülerinnen ein Beispiel im Kapitel „Zuordnung“ an. Die Kinder sollen hierbei eine Währungstabelle erstellen und den Yen-Wert verschiedener Euro-Beträge berechnen. Zusätzlich sollen sie den Zusammenhang zwischen Yen und Euro in einem Koordinatensystem darstellen.

Euro	Yen
1	☐
2	☐
⋮	⋮
10	☐

Herr Jung reist nach Japan. Er tauscht 2.000€ in 190 000 Yen.
a) Wie viel Yen erhält Herr Jung für 1.500€?
b) Übertrage die Währungstabelle in dein Heft und vervollständige sie.
c) Benutze die Tabelle. Wie viel Yen erhält man für 100€, 50€, 8€, 158€?
d) Stelle die Zuordnung Euro → Yen im Koordinatensystem dar. Wähle 1 cm für 1€ auf der Rechtsachse und 1 cm für 100 Yen auf der Hochachse.
(Rinkens 2004b, S.151, Bsp.9)

Lewisch (2004) befasst sich mit der Vorarbeit zum Fremdwährungskredit im Kapitel „Arbeiten mit Maßen“. Die Kinder sollen eine Umrechnungstabelle von Euro auf Schilling erstellen und erklären, welche Rechenschritte bei der Umrechnung getätigt werden müssen.

Stelle eine Umrechnungstabelle von Euro auf Schilling (bis 10€) und von Schilling auf Euro (bis 10 Schilling) auf:
1€ = 13,7603S ≈ 13,76S   1S = 0,0727…€ ≈ 0,07€
2€ = 27,5206S ≈ 27,52S   2S = 0,1453…€ ≈ 0,15€
…
(Lewisch 2004, S.120, Bsp.734)

Erkläre, wie du beim Umrechnen vorgehen musst und rechne um:
a) 2.574S in Euro   b) 542€ in Schilling

(Lewisch 2004, S.120, Bsp.735)

Siebente Schulstufe

In diesem Jahrgang bezieht Lewisch (2005b) für die Erstellung einer Umrechnungstabelle den Computer ein. Die Beispiele hierzu finden sich im Kapitel „Arbeiten mit dem Computer – Arbeiten mit der Tabellenkalkulation". Die Schüler/Schülerinnen haben bei Beispiel 630 (S.131) die Möglichkeit, eine Währungsumrechnungstabelle für den Euro und drei weitere Währungen in einem Tabellenkalkulationsprogramm zu erstellen. Hierfür gibt es ein fertig durchgerechnetes Einführungsbeispiel. Bei der Aufgabenstellung zu 631 (S.131) werden die Schüler/Schülerinnen aufgefordert, den Umrechnungskurs einer ihnen beliebigen Währung aus dem Internet oder der Tageszeitung herauszusuchen und wiederum eine Umrechnungstabelle mit einem Tabellenkalkulationsprogramm zu erstellen.

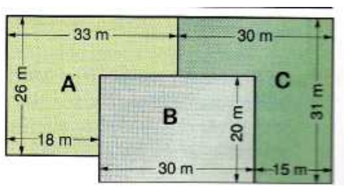
2.4.4 Bauspardarlehen

Mit der Einführung der Bruchzahlen wird das Thema Bauspardarlehen in den von mir untersuchten Lehrwerken zum ersten Mal in einer sehr vereinfachten Art behandelt. Des Weiteren ist es von Nöten, die vier Grundrechnungsarten zu beherrschen. Um Beispiele, wie nachfolgendes der zehnten Schulstufe (siehe Kapitel 2.4.4 – Zehnte Schulstufe), ohne Probleme berechnen zu können, bedarf es der Erarbeitung der geometrischen Reihe, insbesondere der Summenformel der endlichen geometrischen Reihe.

Fünfte Schulstufe

Rinkens (2004a) erwähnt in einem Beispiel im Kapitel „Körper und Flächen – Umfang und Flächeninhalt" das Wort Bausparvertrag. Dieses wird jedoch im gesamten Buch nicht erklärt.

Familie Petersen möchte ein Grundstück für den geplanten Neubau kaufen. Hierfür steht ein Bausparvertrag von 75.000€ bereit. Der Preis für 1 m² der angebotenen drei Grundstücke beträgt 125€. Welches Grundstück kann gekauft werden?



(Rinkens 2004a, S.191, Bsp.122)

Sechste Schulstufe

Im Kapitel „Addieren und Subtrahieren von Bruchzahlen“ behandelt Reichel (2008) mit einem Beispiel das Thema Bausparkredit. Auch hier wird der Begriff Bausparen nicht erklärt, sondern einfach damit gerechnet.

Ein Bausparer hat 2/5 der Bausumme angespart. Durch eine Erbschaft erhält er zusätzlich 4/15 der Bausumme.
1) Über welchen Bruchteil der Bausumme verfügt er nun?
2) Welcher Bruchteil der Bausumme fehlt ihm noch?
3) Wie viel Euro fehlen dem Bausparer noch, wenn man 168.000€ als Bausumme annimmt?
(Reichel 2008, S.55, Bsp.278)

Zehnte Schulstufe

Im Kapitel „Folgen und Grenzprozesse“ erklärt Götz (2007a) das Bausparen und seine Vorteile (S.144). Des Weiteren bietet Götz den Schülern/Schülerinnen jeweils zwei Beispiele zum Bausparvertrag und zum Bauspardarlehen an. Diese unterscheiden sich jeweils nur, indem einmal die Raten vorschüssig eingezahlt oder rückgezahlt werden und ein anderes Mal nachschüssig.

Ein Bausparvertrag wird mit der Vertragssumme V abgeschlossen. Wie viel Euro sind jährlich gleichbleibend vorschüssig einzuzahlen, um die Eigenmittel nach a Jahren zu erreichen?
a) a = 6 Jahre, V = 20 000€, p_1 = 2%, p_2 = 3%
b) a = 5 Jahre, V = 20 000€, p_1 = 2%, p_2 = 3%
…
(Götz 2007a, S.144, Bsp.567)

Ein Bauspardarlehen von D Euro wird aufgenommen. Wie viel Euro sind jährlich gleichbleibend vorschüssig rückzuzahlen, um den Kredit nach a Jahren getilgt zu haben?
a) a = 20 Jahre, D = 40 000€, p = 4%
b) a = 25 Jahre, D = 40 000€, p = 4%
…
(Götz 2007a, S.144, Bsp.569)

2.4.5 Kreditfalle

Die Beispiele zum Thema Kreditfalle unterscheiden sich kaum in den unterschiedlichen Schulstufen. Die Aufgabenstellungen sind meist dieselben.
Um die Aufgaben ohne Schwierigkeiten zu schaffen, benötigen die Schüler/Schülerinnen gefestigte Kenntnisse im Umgang mit der Prozentrechnung, der Zinsrechnung sowie der Zinseszinsrechnung. Es ist natürlich der richtige Umgang mit den vier Grundrechnungsarten vorauszusetzen.

Sechste Schulstufe

Rinkens (2004b) präsentiert im Kapitel „Prozentrechnung – Zinsrechnung“ mehrere Beispiele zum Thema Kreditfalle.
Die Schüler/Schülerinnen werden aufgefordert, die Behauptung einer Person bezüglich eines Zinssatzes zu überprüfen.

Vorsicht vor Kredithaien! Wer Geld leiht, sollte die Angebote genau prüfen. Katharina behauptet: „Die verlangen ja mehr als 15% Zinsen!“
5.000€ sofort! Sie zahlen 12 Monatsraten zu je 575€ zurück!
(Rinkens 2004b, S.172, Bsp.165)

Außerdem wird auf die Quelle solcher Kreditschnellangebote eingegangen! Die Schüler/Schülerinnen werden dazu zu ihrer Meinung befragt und so für die Gefahren dieser Zeitungsangebote sensibilisiert.

Aus dem Anzeigenteil einer Zeitung:
Suche 6.000€. Zahle nach ½ Jahr 150€ Zinsen.
25.000€ gesucht. Rückzahlung 26.000€ nach ½ Jahr.
Suche 15.000€. Zahle 16 500€ nach ½ Jahr zurück.
Was hältst du von solchen Angeboten?
(Rinkens 2004b, S.175, Bsp.180)

Siebente Schulstufe

Die Beispiele zur Kreditfalle von Bauhoff (2005) im Kapitel „Prozent- und Zinsrechnung“ unterscheiden sich nicht von jenen von Rinkens (2004b).

Lewisch (2005b) geht im Kapitel „Prozent- und Zinseszinsrechnung – Die Zinsrechnung“ auf die Existenz von Wucherkrediten im Freundeskreis ein.

Ursula leiht sich von Claudia 100€ aus. Einen Monat später will Ursula die 100€ wieder zurückgeben .Claudia hat aber gehört, dass die Bank für das Herleihen von Geld Zinsen verlangt. Sie möchte nun auch Zinsen und verlangt kurzerhand 110€ zurück. Das ist unfair und erscheint Ursula doch zu viel. Sie beginnt zu rechnen. Wie hoch ist der Prozentsatz?
(Lewisch 2005b, S.155, Bsp.753)

2.4.6 Überziehungskredit

Für die Behandlung des Überziehungskredits müssen die Schüler/Schülerinnen die Standardrechenoperationen (die vier Grundrechungsarten, sowie Potenzrechnung) der reellen Zahlen, sowie die Zinses- und die Zinseszinsrechnung beherrschen.

Sechste Schulstufe

Rinkens (2004b) behandelt das Thema Überziehungskredit im Kapitel „Prozentrechnung – Zinsrechnung“. Er bietet den Schülern/Schülerinnen Beispiele mit realen Kontoauszügen und macht sie so mit Originalmaterialien vertraut. Außerdem erklärt er den Jugendlichen im Laufe des folgenden Beispiels den Unterschied zwischen dem Bank-Jahr und dem normalen Jahr.

Frau Friedrich hat ihr Girokonto für 7 Tage um 1.500€ überzogen, d.h. auf ihrem Konto waren 7 Tage lang 1.500€ Schulden.
Dafür werden Frau Friedrich 12% Zinsen berechnet.
Wie viel Euro Zinsen muss sie zahlen?
Beachte: Ein Jahr wird mit 360 Tagen gerechnet, also gilt:
1 Zinstag = 1/360 Jahr
Jeder Monat wird mit 30 Zinstagen gerechnet.
(Rinkens 2004b, S.173, Bsp.172)

Rinkens führt die Schüler/Schülerinnen durch eine einfache Aufgabenstellung auf die Differenz zwischen Sparzinsen und Kreditzinsen hin. So werden die Schüler/Schülerinnen auf die Kosten einer Kontoüberziehung hingewiesen.

Herr Scholz erhält eine Rechnung über 2.450€. Bei Zahlung innerhalb von 8 Tagen kann er 2% Skonto vom Rechnungsbetrag abziehen. Um diese Bedingung zu erfüllen, müsste er sein Girokonto 17 Tage lang um 2.400€ überziehen und dafür 12,5% Zinsen zahlen.
Sollte er die Rechnung besser gleich bezahlen oder erst später?
(Rinkens 2004b, S.174, Bsp.178)

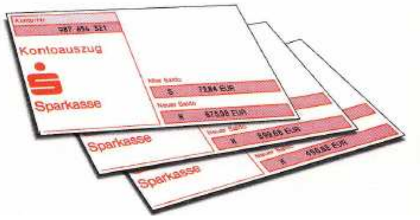
Lewisch (2004) geht im Kapitel „Arbeiten mit Maßen" auf das Thema Überziehungskredit ein. Die Kinder kennen den Kontostand am Anfang der Ein- und Ausgabenreihe und sollen möglichst geschickt mit Hilfe des Verbindungsgesetzes den abschließenden Kontostand berechnen. Außerdem wird bei den Beispielen schon auf das Rechnen mit Variablen eingegangen, da die Schüler/Schülerinnen verschiedene Möglichkeiten des Rechengangs mit Buchstaben darstellen sollen.

Auf einem Konto werden mehrere Einnahmen und Ausgaben gebucht. Zu Beginn beträgt der Kontostand K1 = 845,50€, die Eingänge betragen E1 = 456€, E2 = 850,70€, E3 = 35,65€, die Ausgaben betragen A1 = 976,40€, A2 = 381,20€. Wie viel Geld ist noch auf dem Konto (K2)?
a) Rechne die Aufgabe mit den gegebenen Zahlen möglichst geschickt.
b) Schreibe den von dir verwendeten Rechengang auch mit Buchstaben auf und gib noch (mindestens) einen anderen Rechengang an.
(Lewisch 2004, S.153, Bsp.745)

Siebente Schulstufe

Bauhoff (2005) behandelt das Thema Überziehungskredit in zwei unterschiedlichen Kapiteln. Im Kapitel „Positive und negative Zahlen" wird den Schülern/Schülerinnen der Unterschied zwischen Saldo und Haben erklärt. Die Kinder sollen Kontostände mit Hilfe von Vorzeichen anschreiben.

Beim Kontostand (Saldo) gibt es zwei Möglichkeiten. Haben (H) bedeutet: So viel Geld (Guthaben) hat man auf seinem Konto (+).
Soll (S) bedeutet: So viele Schulden hat man bei der Bank (-).
Drücke die Kontostände rechts mit Hilfe der Vorzeichen + und – aus.
(Bauhoff 2005, S.32, Bsp.22)



Im Kapitel „Prozent- und Zinsrechnung“ bietet Bauhoff (2005) den Schülern/Schülerinnen einen Kontoauszug und fordert sie auf, die Überziehungszinsen für einen Monat zu berechnen.

Berechne für den Monat April die Zinsen, die Frau Kleinschmitt für die Überziehung ihres Kontos zahlen muss. Der Zinssatz beträgt 15%.
Kontoauszug

Buchungsdatum	Umsatz		neuer Kontostand	
01.04.	2850 €	Gutschrift	H	2900 €
13.04.	– 3700 €	Abbuchung	S	800 €
20.04.	–600 €	Abbuchung	S	1400 €
30.04.	2850 €	Gutschrift	H	1450 €

(Bauhoff, 2005, S.169, Bsp.145)

Lewisch (2005b) geht in dieser Schulstufe in den Kapiteln „Rationale Zahlen – Ganze Zahlen“ und „Prozent- und Zinseszinsrechnung – Die Zinsenrechnung“ auf die Thematik des Überziehungskredits ein. Hierfür wird unter anderem eine wenig aktuelle Version eines Kontoauszugs verwendet. Unter Berücksichtigung der abgebildeten Daten, sollen die Schüler/Schülerinnen die Struktur eines Kontoauszugs besprechen und einen Kontoauszug für den 18. März erstellen.

Unter Giroverkehr versteht man einen bargeldlosen Zahlungsverkehr durch Ab- und Zuschreiben der Beträge auf den Konten der Bankkunden. Rechts siehst du den Ausschnitt eines Kontoauszugs.
a) Erkläre mündlich den Aufbau dieses Kontoauszugs und „rechne die einzelnen Posten nach“.
b) Schreibe einen Kontoauszug für den 18. März.
(Lewisch 2005b, S.15. Bsp.66)

Kontoauszug		EURO
Datum	Ausgänge	Eingänge
05. 03.	737,00 –	
06. 03.	350,00 –	
10. 03.		1245,00 +
10. 03.		82,00 +
16. 03.	578,00 –	
22. 03.		564,00 +
23. 03.		200,00 +
	Alter Kontostand	163,00 +
	Summe Ausgänge	1665,00 –
	Summe Eingänge	2091,00 +
	Neuer Kontostand	589,00 +

Bei dem folgenden Beispiel werden die Kinder auf die hohen Sollzinsen bei einer Kontoüberziehung aufmerksam gemacht. Leider wird nicht angeführt, dass die Zinsen per anno zu betrachten sind, und so auf die 16 überzogenen Tage umgerechnet werden müssen.

Herr Kurz überzieht sein Girokonto 16 Tage lang um 4.200€. Dafür muss er 13,25% Sollzinsen zahlen. Wie viel Euro machen die Zinsen aus?
(Bsp.737, Lewisch 2005b, S.152)

Reichel (2001) stellt den Schülern/Schülerinnen im Kapitel „Addieren und Subtrahieren ganzer Zahlen“ ein Beispiel zum Überziehungskredit zur Verfügung.

Im Laufe eines Tages werden auf einem Konto folgende Buchungen (Einzahlungen und Auszahlungen) durchgeführt:
-273€; +126€; -53€; -212€; +365€.
a) Wie hat sich der Kontostand insgesamt verändert?
b) Der alte Kontostand hatte +2.758€ betragen; berechne den neuen!
c) Der neue Kontostand beträgt nun -1.128€. Wie groß war der alte Kontostand?
(Reichel 2001, S.26, Bsp.84)

Achte Schulstufe

Lewisch (2006) bietet den Schülern/Schülerinnen im Kapitel „Prozent- und Zinsenrechnung – Anwendung der Prozentrechnung auf Sachaufgaben“ einige Beispiele zum Thema Überziehungskredit an. Hier wird den Schülern/Schülerinnen unter anderem der Unterschied zwischen Kreditkarte und Bankomatkarte erklärt und auf die Versicherungsfunktion der Kreditkarte hingewiesen. Außerdem wird die Obergrenze für Behebungen und Bezahlungen mit Bankomatkarten erklärt.

Reiseversicherung
Der Versicherungsschutz (Reise- und Reisegepäckversicherung) gilt nur für den Inhaber der Kreditkarte, die 54,5€ pro Jahr kostet. Für Angehörige (ohne Kreditkarte) kann eine Zusatzversicherung um 26,89€ pro Jahr abgeschlossen werden.
Ein Ehepaar unternimmt in einem Jahr eine 14-tägige Reise nach Amerika und eine 8-tägige Reise nach Frankreich. Zum Vergleich sind in der Tabelle die Reiseschutzprämien einer europäischen Reiseversicherungsfirma angegeben. Wie groß ist die „Kostenersparnis“ bei einer Kreditkarte mit Zusatzversicherung?

Reiseschutz: Gültig für 1 Reise/Person		
Dauer	Europa	Weltweit
10 Tage	€ 21,20	-
17 Tage	€ 26,70	€ 36,30
1 Monat	€ 29,00	€ 44,20

(Lewisch, 2006, S.35, Bsp.185)

Obergrenze für Behebung und Bezahlung mit Bankomatkarten

Für die Bargeldbehebung mit einer Bankomatkarte beträgt das Tageslimit 1.400€. Wenn mit der Bankomatkarte Geld behoben wird, ohne dass das Konto gedeckt ist, sind 13,75% Sollzinsen zu zahlen.
Auf einem Konto sind 36,75€ Guthaben. Mit der Bankomatkarte werden 400€ abgehoben. Erst nach 26 Tagen wird der Fehlbetrag ausgeglichen. Wie hoch sind die Sollzinsen?
(Lewisch 2006, S.35, Bsp.186)

3 Mathematischer Hintergrund

Hinter den Beispielen zu Kredit, Ansparplan und Rente im Schulunterricht stehen aus mathematischer Sicht Prozentrechnung, Zins- und Zinseszinsrechnung, die geometrische Reihe und der natürliche Logarithmus. Im Weiteren sind kurze Erklärungen zu den einzelnen mathematischen Gebieten und Aufgabenstellungen zu finden. Da die später von mir vorgestellten Beispiele (Kapitel 4) nicht ohne Vorbereitung gelöst werden können, finden sich außerdem die einzelnen mathematischen Stufen, die beschritten werden müssen, um die von OpenOffice.org Calc ausgeführten Rechenschritte zu verstehen.

3.1 Die Prozentrechnung

In der Lehrbuchreihe „Das ist Mathematik“ von Reichel für die Unterstufe findet sich in folgenden Kapiteln die Erarbeitung der Prozentrechnung: Im Lehrbuch der zweiten Klasse (2008) ist ein eigenes Unterkapitel dem Rechnen mit Prozent und Promille (Grundwert, Prozentanteil, Prozentsatz) gewidmet. In der dritten Klasse (2001) finden sich im Unterkapitel „Lebenspraktische Aufgaben“ Beispiele zur Prozentrechnung.

Kuhnle-Schaden und Kuhnle (2007, S.31-42) erläutern eine Fülle von Anwendungsgebieten, bei denen die Prozentrechnung bei Bankgeschäften verwendet wird. Das ist überall dort der Fall, wo etwas in prozentuellen Angaben genannt werden kann. Beinahe bei allen Berechnungen von Spesen, Provisionen, Gebühren, Steuern und anderem arbeitet man mit der Prozentrechnung. Abgesehen von der Anwendung im Bankwesen, tritt sie auch im wirtschaftlichen Alltag bei Skonto, Rabatt sowie bei Tabellen und Charts auf, die man beinahe täglich in Zeitungen und anderen Medien finde:
Bearbeitungsgebühr: zwischen 0,5% und 3% vom Kreditbetrag
Rechtsgeschäftsgebühr= Kreditsteuer: 0,8% vom Kreditbetrag
Kredit- oder Rahmenprovision bei Überziehungskrediten (Kontokorrentkrediten): 0,25% p.q. vom vereinbarten Überziehungsrahmen

Kapitalertragssteuer (KESt): 25%
Nominalzinssatz.

Für die Prozentrechnung können unter anderem folgende Rechengrößen verwendet werden:
G ist ein Platzhalter für den Grundwert, der immer 100 Prozent beträgt. Er ist die Basis der Prozentrechnung.
Der Prozentsatz p ist der relative Anteil des Grundwerts. Er gibt an, welcher Teil vom Grundwert genommen wird.
Der absolute Anteil vom Grundwert ist A. Er entspricht dem Betrag, der wertmäßig dem Prozentsatz p gleichsteht. Er wird mit folgender Formel berechnet: $A = G \cdot \frac{p}{100}$
Der Grundwert G und der Prozentsatz p lassen sich durch Umformen obiger Formel einfach kalkulieren.

3.2 Die Zinsenrechnung

Im dritte Klassebuch der Lehrbuchreihe „Das ist Mathematik“ von Reichel (2001) werden die Schüler/Schülerinnen im Unterkapitel „lebenspraktische Aufgaben“ in die Berechnungen der Zinsenrechnung (die Kalkulation von Jahreszinsen und der Kapitalertragssteuer) eingeführt. In der vierten Klasse (2002) kann das zuvor Erlernte im Unterkapitel „Wiederholung und Vertiefung“ gefestigt werden.

Kuhnle-Schaden und Kuhnle (2007, S.55-62) weisen auf eine Vielzahl von Anwendungsmöglichkeiten der Zinsenrechnung im Bankgeschäft hin: Die Zinsenberechnung beim Girokonto, bei Spareinlagen, bei Wertpapiergeschäften sowie bei Raten- oder Teilzahlungsgeschäften, aber auch beim Skonto.
Man unterscheidet zwei verschiedene Varianten der Zinsenberechnung im Bankgeschäft. Einerseits die progressive Methode[6] für die Berechnung der Zinsen von Spareinlagen. Andererseits und für uns interessanter die

[6]Ein und Auszahlungen werden bis zum Abschlussstichtag (31.12.) verzinst. Die Zinsen werden dem Sparbuch am 1.1. des Folgejahres verrechnet.

Staffelmethode, die bei der Zinsberechnung bei Girokonten zum Tragen kommt. Dabei wird nach jeder Kontobewegung (Einzahlung oder Auszahlung) der neue Saldo (Soll- oder Haben- Saldo) berechnet, der bis zur nächsten Buchung verzinst wird. Je nachdem, ob es sich um einen Haben- oder einen Soll Saldo handelt, erhält der Kunde für das Guthaben von der Bank Zinsen oder muss für seine Schulden welche an die Bank zahlen.

Die Grundformel für die Berechnung von jährlichen Zinsen lautet $Z = \frac{K \cdot p}{100}$

Ist man an den Zinsen, die in M Monaten anfallen interessiert, kommt folgende Formel zur Anwendung: $Z = \frac{K \cdot p \cdot M}{100 \cdot 12}$

Will man die Zinsen eines Kapitals nach T Tagen wissen, verwendet man $Z = \frac{K \cdot p \cdot T}{100 \cdot 360}$ oder $Z = \frac{K \cdot p \cdot T}{100 \cdot 365}$.

Die Bank rechnet mit 360 Tagen pro Jahr und Monaten zu je 30 Tagen und gebraucht daher die erste Formel für die Berechnung der Zinsen nach T Tagen. Schulbücher arbeiten im Allgemeinen mit 365 Tagen im Jahr und verwenden deshalb die zweite Formel.

K .... Kapital
Z............ Zinsen
p............ Zinssatz
M........... Anzahl der verzinsten Monate
T............ Anzahl der verzinsten Tage

3.3 Die Zinseszinsrechnung

Zur Zinseszinsrechnung bietet Reichel im Lehrbuch der der dritten Klasse (2001) Beispiele im Kapitel „Algebra – Gleichungen und Formeln“ an. Das in der dritten Klasse Erlernte kann im vierte Klassebuch (2002) im Kapitel „Wiederholung und Vertiefung“ wiederholt werden. Im Buch „Mathematik Lehrbuch“ der 6. Klasse von Götz (2007a) werden die Schüler/Schülerinnen im Kapitel „Geometrische Folgen“ im Unterpunkt „Anwendung geometrischer Folgen (im Geldwesen)“ abermals mit der Zinseszinsformel konfrontiert.

Bei der Zinseszinsrechnung werden die Zinsen nicht nur vom Startkapital sondern auch von den bereits angefallenen Zinsen ermittelt, erklärt Herzberger (1999, S.17-30). Mittels der Zinseszinsrechnung kann man den Endwert oder den Barwert berechnen. Im ersten Fall spricht man vom Aufzinsen. Hier berechnet man, wie viel ein gewisses Anfangskapital nach einer Anzahl von Jahren samt den darin angefallenen Zinsen und Zinseszinsen wert ist.

K_0.......... Kapital zum Zeitpunkt 0
K_n.......... Kapital zum Zeitpunkt n
p............ Zinssatz
q^n.......... Aufzinsungsfaktor für n Jahre $q^n = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$
$\frac{1}{q^n}$ .... Abzinsungsfaktor für n Jahre

Das Endkapital wir berechnet, indem man das Startkapital K_0 auf n Zinsperioden aufzinst $K_n = K_0 \cdot (1 + \frac{p}{100})^n$. Es ist zu beachten, dass die Zeiteinheit von Zinssatz p und Laufzeit n immer übereinstimmen.
Da $1 + \frac{p}{100} = q$ kann man die Formel des Endkapital auch als $K_n = K_0 \cdot q^n$ anschreiben.

Das Abzinsen ist das Gegenteil des Aufzinsens. Hier wird der Barwert ermittelt, das heißt, der Betrag den zukünftige Zahlungen in der Gegenwart, also zum Zeitpunkt 0 besitzen. Inklusive Zinsen und Zinseszinsen erhält man nach einer bestimmten Laufzeit ein gewisses, bekanntes Endkapital. Die Formel hierfür lautet: $K_{0=} \frac{K_n}{q^n}$
Um das Startkapital K_0 zu berechnen, muss das Endkapital K_n durch den Aufzinsungsfaktor q^n dividiert oder mit dem Abzinsungsfaktor $\frac{1}{q^n}$ multipliziert werden.

3.4 Die geometrische Reihe

Im Buch der 6. Klasse der Lehrbuchreihe „Mathematik Lehrbuch“ von Götz (2007a) werden die Schüler/Schülerinnen im Kapitel „Folgen und Grenzprozesse“ in die Thematik der geometrischen Reihe eingeführt.

Die geometrische Reihe kommt bei der Berechnung von Zahlungen gleicher Höhe, die in gleichen Zeitabständen geleistet werden, zur Anwendung. Zahlungen, die diese Eigenschaften haben, nennt man auch Rente. Kuhnle-Schaden und Kuhnle (2007, S.143-152) weisen auf folgende wirtschaftliche Anwendungsgebiete der geometrischen Reihe hin: Die Berechnung von regelmäßigen Kreditannuitäten, Versicherungsprämien sowie Leasingraten.
Je nachdem, ob die Annuitäten, Prämien und Raten am Anfang oder am Ende des Zahlungszeitraums gezahlt werden, handelt es sich um vorschüssige Zahlungen (Z_v) oder nachschüssige Zahlungen (Z_n). Grundsätzlich rechnen Banken nur mit nachschüssigen Zahlungen. In Mathematik-Lehrwerken werden jedoch beide Rückzahlungsvarianten verwendet und aus diesem Grund auch hier vorgestellt.

In den nachstehenden Formeln sind die Variablen Platzhalter für folgende Werte:
S .... Schuld zum Zeitpunkt 0
Z_n .... nachschüssige Zahlung
Z_v .... vorschüssige Zahlung
n .... Anzahl der Zinszeiträume
p .... Zinssatz
q^n .... Aufzinsungsfaktor für n Jahre $q^n = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$
s .... Prozentsatz der Wertsteigerung
l .... Dynamisierungsrate
R_n .... Rentenendwert nach n Jahren

Interessiert man sich für das Kapital, das am Ende der Laufzeit nach regelmäßig vor- oder nachschüssigen gleichbleibenden Zahlungen unter

Berücksichtigung der Zinseszinsen zur Verfügung steht, berechnet man den Rentenendwert.

nachschüssige Rente: $S \cdot q^n = Z_n \cdot \frac{(q^n - 1)}{(q-1)}$

$S \cdot q^n$ gibt die Schuld nach n Zinsperioden an.

Bei dem rechten Teil der Gleichung handelt es sich um die Summenformel der endlichen geometrischen Reihe. Die Summe der ersten n Glieder der geometrischen Reihe $b + b \cdot q + b \cdot q^2 + b \cdot q^3 +$ ..., wobei q ≠ 0, berechnen sich durch

$s_n = b \cdot \frac{q^n - 1}{q-1}$.

Die Glieder der rekursiv dargestellten geometrischen Reihe entwickeln sich aus der Multiplikation des Anfangswerts b mit dem konstanten Faktor q.

Im Fall der Rentenrechnung ist der Anfangswert die erste Zahlung Z_n, die am Ende jedes Jahres eingezahlt wird. Am Ende des zweiten Jahres stehen $Z_n \cdot q$ Euro zur Verfügung, am Ende des dritten Jahres $(Z_n \cdot q) \cdot q = Z_n \cdot q^2$, usw.. So ergibt sich die Formel für den Endwert bei nachschüssiger Rente.

vorschüssige Rente: $S \cdot q^n = Z_n \cdot q \cdot \frac{(q^n - 1)}{(q-1)}$

Die Formel für die Berechnung der vorschüssigen Rente baut auf jener der nachschüssigen Rente auf. Bei vorschüssiger Rückzahlung wird die Rente jedoch einmal mehr verzinst, da sie schon zu Beginn der Zinsperiode gezahlt wurde. Aus diesem Grund wird die regelmäßige Einzahlung der Höhe Z_v mit dem Zinsfaktor q multipliziert.

Fragt man nach der Schuld zum Zeitpunkt 0, die dem Anfangskapital gleichzusetzen ist, das man zu Beginn haben muss, um sich –mit Zinseszinsen - in n gleichbleibenden Abständen konstante vor- oder nachschüssige Zahlungen zu leisten, berechnet man den Rentenbarwert.

nachschüssige Rente: $S = Z_n \cdot \frac{(q^n - 1)}{q^n \cdot (q-1)}$

vorschüssige Rente: $S = Z_n \cdot q \cdot \frac{(q^n - 1)}{q^n \cdot (q-1)}$

Der Rentenbarwert ist eine Umrechnung des Rentenendwertes auf seinen Wert in der Gegenwart. Man erhält den aktuellen Wert der Schulden, Zusatzpension, Investition, etc., indem die zukünftigen Zahlungen abgezinst werden, das heißt in unserem Fall die Gleichung für den nachschüssigen/vorschüssigen Rentenendwert auf beiden Seiten durch q^n dividiert wird.

Es gibt jedoch nicht nur gleichbleibende Renten, sondern auch dynamische (geometrische) Renten. In diesem Fall steigen die Raten jährlich um einen bestimmten Prozentsatz s. Sie dienen zum Ausgleich von Inflation und Teuerungsraten (vgl. Ihrig, Pflaumer 1997, S.59ff.). Der Aufzinsungsfaktor l des Prozentsatzes s wird auch Dynamisierungsrate genannt und berechnet sich wie folgt: $l = 1 + \frac{s}{100}$

Die Rentenendwertformel, sowie die Rentenbarwertformel für vorschüssige und nachschüssige dynamische Renten ähneln jenen der gleichbleibenden Renten. Hier wird nur die Dynamisierungsrate miteinbezogen.

Endwert für
nachschüssige jährlich dynamische Rente: $S \cdot q^n = Z_n \cdot \frac{(q^n - l^n)}{(q-l)}$

Auch die Formel des nachschüssig jährlich dynamischen Rentenendwerts basiert auf die Summenformel der endlich geometrischen Reihe.
Am Ende des ersten Jahres steht für den Rentenendwert folgender Betrag zur Verfügung: $R_1 = Z_n$
Am Ende des zweiten Jahres stehen der verzinste Endwert des ersten Jahres und die nachschüssig dynamische Rente zur Verfügung: $R_2 = Z_n \cdot q + Z_n \cdot l$
Am Ende des dritten Jahres stehen der verzinste Endwert vom zweiten Jahr Z_n zur Verfügung sowie die Rente des dritten Jahres, die wiederum dynamisiert wurde: $R_3 = Z_n \cdot q^2 + Z_n \cdot q \cdot l + Z_n \cdot l^2$

Nach n Jahren beträgt der Rentenendwert

$R_n = Z_n \cdot q^{n-1} + Z_n \cdot q^{n-2} \cdot l + \cdots + Z_n \cdot q \cdot l^{n-2} + Z_n \cdot l^{n-1}$

nach Herausheben von $Z_n \cdot q^{n-1}$ erhält man

$R_n = Z_n \cdot q^{n-1} \cdot \left\{1 + \frac{l}{q} + \frac{l^2}{q^2} + \ldots + \frac{l^{n-1}}{q^{n-1}}\right\}$

$= Z_n \cdot q^{n-1} \cdot \left\{1 + \left(\frac{l}{q}\right) + \left(\frac{l}{q}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{l}{q}\right)^{n-1}\right\}$

Der Term in der geschwungenen Klammer entspricht der geometrischen Reihe

$\Rightarrow \frac{\left(\frac{l}{q}\right)^n - 1}{\left(\frac{l}{q}\right) - 1}$

Nach Auflösen der runden Klammern und nachdem man die Terme des Zählers und des Nenners jeweils auf einen gemeinsamen Nenner gebracht hat ergibt sich $\frac{\frac{l^n}{q^n} - 1}{\frac{l}{q} - 1} = \frac{\frac{l^n - q^n}{q^n}}{\frac{l-q}{q}}$

Durch Auflösen des Doppelbruchs und Kürzen erhält man:

$\frac{l^n - q^n}{q^n} \cdot \frac{q}{l-q} = \frac{l^n - q^n}{l-q} \cdot \frac{q}{q^n} = \frac{l^n - q^n}{l-q} \cdot \frac{1}{q^{n-1}}$

Setzt man nun letzten Term in die Gleichung des Rentenendwerts nach n Jahren ein, erhält man: $R_n = Z_n \cdot q^{n-1} \cdot \frac{l^n - q^n}{l-q} \cdot \frac{1}{q^{n-1}}$

Nach Kürzen von q^{n-1} ergibt sich daraus die Rentenendwertformel für nachschüssige jährliche dynamische Renten $R_n = Z_n \cdot \frac{l^n - q^n}{l-q} = Z_n \cdot \frac{(q^n - l^n)}{(q-l)}$

vorschüssig jährlich dynamische Rente: $S \cdot q^n = Z_v \cdot q \cdot \frac{(q^n - l^n)}{(q-l)}$

Die Formel für vorschüssig jährlich dynamische Renten ist analog aufgebaut, jedoch wird die Rente schon in der ersten Zinsperiode verzinst, da sie bereits am Beginn des Zahlungszeitraums eingezahlt wurde. Aus diesem Grund wird die Rente Z_v mit dem Zinsfaktor q multipliziert.

Barwert für

nachschüssige jährlich dynamische Rente: $S = Z_n \cdot \frac{(q^n - l^n)}{q^n \cdot (q-l)}$

vorschüssig jährlich dynamische Rente: $S = Z_v \cdot q \cdot \frac{(q^n - l^n)}{q^n \cdot (q-l)}$

Wie schon bei der Berechnung von Rentenbartwert bei gleichbleibenden Renten ergibt sich der Barwert der dynamischen Rente durch Abzinsung des Rentenendwerts.

Da sämtliche Basisformeln zur Rentenrechnung von nachschüssigen Renten ausgehen, und um die Abkürzung Z_n nicht mit den Z_1, Z_2,… den Zinsen im 1. Jahr, den Zinsen im 2. Jahr,… zu verwechseln, wird ab jetzt die Abkürzung Z_n durch A Annuität ersetzt. Eine Ausnahme davon gibt es ausschließlich in Kapitel 4.6. da dort mit vorschüssigen Rentenzahlungen gearbeitet wird.

3.5 Der natürliche Logarithmus

Götz (2007a) macht die Schüler/Schülerinnen im Buch der 6. Klasse im Kapitel „Logarithmus und Logarithmusfunktionen“ mit dem Logarithmus, dem Logarithmieren und dem Entlogarithmieren vertraut.

Für die Berechnung der Tilgungsdauer n von Kreditannuitäten und Leasingraten ist eine Auflösung der Annuitätengleichung (für nachschüssige Renten) nach n erforderlich. Da n in $S \cdot q^n = A \cdot \frac{(q^n - 1)}{(q-1)}$ im Exponent steht, benötigt man dafür den Logarithmus (vgl. Ihrig, Pflaumer, 1997, S.94-98).

$$n = \frac{\ln A - \ln T_1}{ln\ q}$$

Um obige Formel zu ermitteln, muss die Formel des Endwertes von nachschüssig gleichbleibenden Renten nach n Auflösen.

Aus $S \cdot q^n = A \cdot \frac{(q^n - 1)}{(q-1)}$ drückt man zuerst die Variable A aus:

$A = S \cdot q^n \cdot \frac{q-1}{q^n-1}$

Durch Multiplikation mit (q_n – 1) gelangt man zu

$A \cdot (q^n - 1) = S \cdot q^n \cdot (q - 1).$

Multipliziert man A in die Klammer erhält man

$A \cdot q^n - A = S \cdot q^n \cdot (q - 1)$.

Durch Umformen kommt man zu $A = q^n \left(A - S \cdot (q - 1)\right)$ und nach Multiplikation mit dem Klammerausdruck folgt schließlich $q^n = \frac{A}{A - S \cdot (q-1)}$

Da die Annuität als Summe des Zinsenanteils und des Tilgungsanteils jedes einzelnen Jahres dargestellt werden kann, kann man sie auch wie folgt berechnen:

$$A = T_1 + Z_1$$

Die Zinsen des ersten Jahres lassen sich durch $Z_1 = S \cdot \frac{p}{100} = S \cdot (q - 1)$ darstellen.

Setzt man diese beiden Terme in den Nenner der obigen Gleichung erhält man $q^n = \frac{A}{T_1}$

Um nun die Tilgungsdauer n berechnen zu können, muss man mit dem natürlichen Logarithmus arbeiten und erhält schließlich:

$$n = \frac{\ln A - \ln T_1}{ln\ q}$$

Zeichenerklärung:

A .... Aufwand der Zahlung innerhalb eines Zinszeitraums, setzt sich aus Rückzahlung (T) und anfallenden Zinsen (Z) zusammen; $A = T + Z$

T_1 .... Tilgungsbetrag im 1. Jahr

n............ Anzahl der Zinszeiträume, Tilgungsdauer

q............ Zinsfaktor; $q = 1 + \frac{p}{100}$

4 Kompetenzorientierung

Die Verankerung der Bildungsstandards wurde im Juli 2008 vom österreichischen Nationalrat verabschiedet und trat mit 1. Jänner 2009 in Kraft. Die Verordnung der Bildungsministerin fordert von den Lehrern/Lehrerinnen unter anderem die Berücksichtigung des „systematischen Ausbaus der zu vermittelnden Kompetenzen und die auf diese bezogenen Bildungsstandards" bei der Planung und Gestaltung der Unterrichtsarbeit (siehe Internetquelle 10, „VO_BiSt_2009-01-01", S.1). Des Weiteren ist eine periodische Standardüberprüfung der Schüler/Schülerinnen nach der vierten und achten Schulstufe in der Verordnung der Bildungsministerin zu den Bildungsstandards verankert. Diese Standardüberprüfungen sollen die bis zur jeweiligen Schulstufe erworbenen Kompetenzen objektiv feststellen. Die Testung findet im Schuljahr 2011/12 zum ersten Mal flächendeckend für die achte Schulstufe und im Schuljahr 2012/13 für die vierte Schulstufe statt.

Diese Maßnahmen der Bildungsministerin implizieren die Überarbeitung und Anpassung der verwendeten Mathematiklehrbücher. Unterrichtsmaterialien sollen kompetenzorientiert sein, bei der Bearbeitung von Beispielen soll ersichtlich sein, welche Kompetenzen dadurch angesprochen werden. Aus diesem Grund werde auch ich einen Versuch starten, den von mir entwickelten Beispielen Kompetenzen zuzuordnen. Es wird jedoch lediglich ein Versuch bleiben, da meine Beispiele weit komplexer sind als jene Aufgaben aus dem Folder „Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe„ der Universität Klagenfurt, (siehe Internetquelle 15). Anhand von Beispielen werden dort Kompetenztripel konkretisiert. Trotz der Einfachheit dieser Beispiele gelingt es nicht immer, diese eindeutig einzelnen Kompetenzen zuzuordnen. Aus diesem Grund werden im Kapitel 5 in den Unterkapiteln der einzelnen Beispiele gegebenenfalls Anmerkungen meinerseits zu finden sein. Bevor es jedoch dazu kommt, wird im Folgenden genauer auf die Thematik von Kompetenzen, Kompetenzdimensionen und Kompetenzmodellen eingegangen.

4.1 Begriffsbestimmung

In der Verordnung der Bildungsministerin zu den Bildungsstandards (siehe Internetquelle 10, „VO_BiSt_2009-01-01“) werden die Begriffe Bildungsstandards, Kompetenzen, grundlegende Kompetenzen bestimmt:

Bildungsstandards basieren auf wesentlichen Fähigkeiten und Fertigkeiten, die Schüler/Schülerinnen am Ende bestimmter Schulstufen beherrschen sollen.

Diese Fähigkeiten und Fertigkeiten werden im Bildungswesen unter dem Begriff Kompetenzen zusammengefasst. Schüler/Schülerinnen sollen durch das Erlernen dieser Kompetenzen ein Universalwerkzeug erlangen, das ihnen erlaubt, unterschiedlichste Problemstellungen erfolgreich und gewissenhaft zu lösen.

Unter grundlegenden Kompetenzen versteht man die wesentlichen Fähigkeiten, die es Schülern/Schülerinnen erlauben, die Grundlagen eines Unterrichtsfachs zu verstehen und so auf dem Grundwissen aufzubauen.

Der Zusammenschluss mehrerer fächerübergreifender oder fachbezogener Kompetenzen findet sich im Kompetenzmodell wieder. Dieses verleiht den fachspezifischen Bildungsstandards seine Struktur (vgl. Internetquelle 10, „VO_BiSt_2009-01-01“).

4.2 Kompetenzdimensionen

Kompetenzmodelle teilen sich in Kompetenzbereiche oder -dimensionen. Die Kompetenzdimensionen für das Unterrichtsfach Mathematik teilen sich für die 8. Schulstufe der Hauptschule und der allgemein bildenden höheren Schule in die drei Bereiche Inhaltsdimension, Handlungsdimension und Komplexitätsdimension.

Die Inhaltsdimension gibt an, worauf eine Kompetenz inhaltlich verweist. Hierbei bezieht sie sich auf den aktuellen Lehrplan.

Die Handlungsdimension gliedert die Art und Weise der Tätigkeit, die eine Kompetenz verlangt. Hierbei handelt es sich nicht nur um mathematische, sondern auch um außermathematische Tätigkeiten, die teilweise miteinander verbunden oder aufeinander bezogen sind.
Die Komplexitätsdimension gliedert die Bearbeitung von Beispielen in verschiedene Schwierigkeitsgrade. Vom Reproduzieren von bereits Erlerntem bis hin zum Rekonstruieren und Reflektieren werden die verschiedenen Schwierigkeitsgrade abgedeckt (vgl. Neureither 2010).

Die Grundlage aller Kompetenzbereiche sind die Inhaltsbereiche, die sich in

- Zahlen und Maße (I1),
- Variable, funktionale Abhängigkeiten (I2),
- Geometrische Figuren und Körper (I3) und
- Statistische Darstellungen und Kenngrößen (I4)

aufteilen.
Jeder Inhaltsbereich kann in vier verschiedene Handlungsdimensionen differenziert werden:

- Darstellen, Modellbilden (H1),
- Rechnen, Operieren (H2),
- Interpretieren (H3) und
- Argumentieren, Begründen (H4).

Je nach Komplexität, Art und Grad der erforderlichen Vernetzung wird zwischen folgenden Komplexitätsbereichen unterschieden:

- Einsetzen von Grundkenntnissen und –fertigkeiten (K1),
- Herstellen von Verbindungen (K2) und
- Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren (K3).

Eine mathematische Kompetenz wird durch ein Tripel angegeben, welches aus einer bestimmten Handlungsdimension, einer bestimmten Inhaltsdimension und einer bestimmten Komplexitätsdimension beschrieben wird (vgl. Bifie 2010, S.9). Jede der vier Inhaltsdimensionen kann mit jeder der vier Handlungsmethoden und mit jeder der drei Komplexitätsbereiche kombiniert werden. So ergeben sich insgesamt 48 Kompetenzen, die die zu erreichenden mathematischen Fertigkeiten von Österreichs Schüler/Schülerinnen bestimmen.

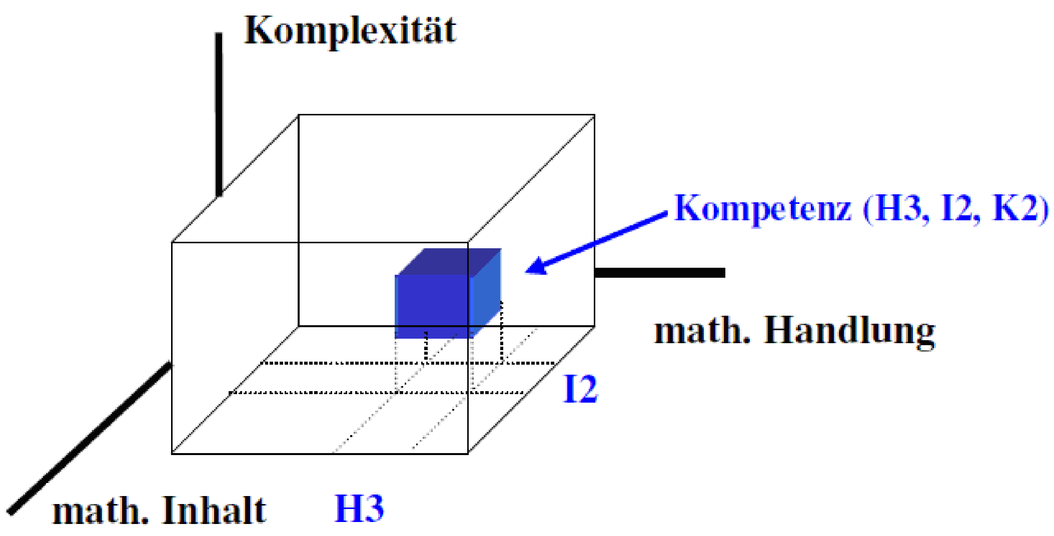


Abbildung 2: Ein Modell mathematischer Kompetenzen (Bifie 2010, siehe Internetquelle 15, „Standardkonzept_Version_4-07", S.9)

Einzelne spezifische Kompetenzen können so durch „Koordinaten", welche Kompetenzen entsprechen, genau angegeben werden.
Der blaue Würfel (H3,I2,K2) entspricht also der Fähigkeit, geometrische Figuren und Körper durch Herstellen von Verbindungen zu interpretieren (vgl. Bifie 2010, S.9)

Eine andere Darstellungsmöglichkeit von Kombinationen der Kompetenzen verschiedener Dimensionen bietet die Kompetenz-Sonne von Jilleček (2010, S.45). Hier wird die mögliche Gliederung von Kompetenztripel ersichtlich, Die Inhaltsdimension ist die Basis, auf die verschiedene Handlungsbereiche zurückgreifen, die wiederum verschiedenen Komplexitätsstufen zugeordnet werden können.

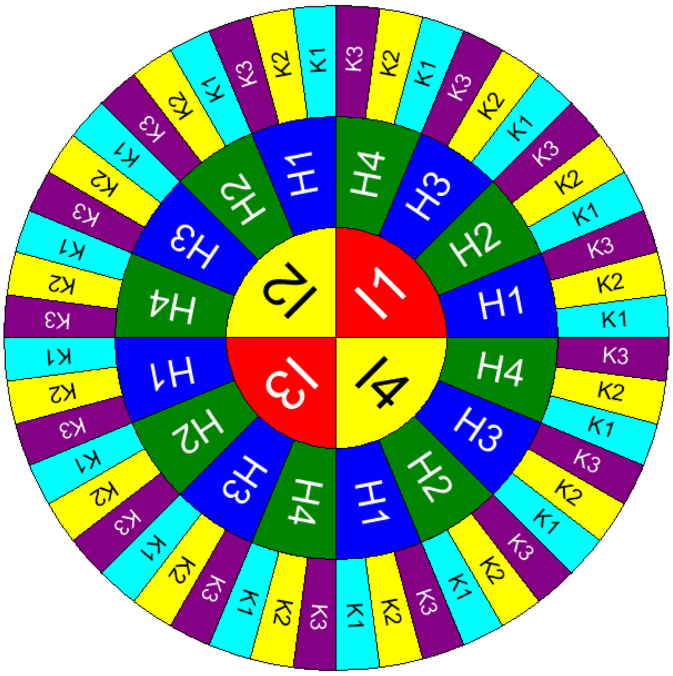


Abbildung 3: Kompetenz-Sonne, Jilleček 2010, S.45

4.3 Kompetenzmodelle

Um Bildungsstandards umsetzen zu können, sind Kompetenzmodelle von Nöten. Kompetenzmodelle bestehen aus Verbindungen mehrerer Kompetenzen und Erklärungen, wie man diese Kompetenzen erwerben kann. Sie sind also ein Bindeglied zwischen abstrakten Bildungszielen und konkreten Aufgabensammlungen (vgl. Internetquelle 16, „zur_entwicklung_nationaler_bildungsstandards", S.58ff.).

Kompetenzmodelle gliedern sich in Komponentenmodelle, welche die Anforderungen an Schüler/Schülerinnen beschreiben und Stufenmodelle, welche die Kompetenzen zusätzlich in unterschiedliche Niveaustufen gliedern (vgl. Maag Merki, In: Arnold, u.a., 2005, S.12).

Diese Kompetenzniveaus sind ein zentraler Punkt von Kompetenzmodellen. Ziener (2008, S.59ff.) teilt den Erfolg von Kompetenzmodellen in drei Niveaustufen:

Mindeststandard, Regelstandard, Expertenstandard.

Der Mindeststandard soll von allen Schülern/Schülerinnen erfüllt werden können. Dazu müssen sie Grundzüge einer Thematik wiedergeben und zuvor erlernte Schemata reproduzieren können.
Der Regelstandard entspricht, wie schon die Bezeichnung sagt, dem, was Schüler/Schülerinnen in der Regel beherrschen sollen. Um dieses Niveau zu erreichen, ist es nötig, Erlerntes nicht nur zu reproduzieren, sondern auch selbstständig rekonstruieren zu können.
Der Expertenstandard entspricht dem Höchstwissen, welches ein/eine Schüler/Schülerin zu einer Thematik erreichen kann. Er entspricht nicht dem tatsächlichen Leistungsniveau von Schülern/Schülerinnen und wird durch Transformation von Erlerntem erreicht.

4.4 Bildungstheoretische Orientierung

Kompetenzmodelle basieren, wie zuvor erwähnt, auf Komponentenmodellen, die angeben, welche Ansprüche von Schülern/Schülerinnen erreicht werden sollen.
Hier stellt sich die Frage, wonach diese Anforderungen festgelegt werden. Wonach wird entschieden, welche mathematischen Fähigkeiten sollen Schüler/Schülerinnen zu einem gewissen Zeitpunkt beherrschen?
Der zentrale Gedanke, der sich hinter dem Konzept Bildungsstandards der Mathematik findet, ist einerseits die Kompetenzorientierung des Unterrichts und andererseits die Nachhaltigkeit des Lernens. Um Nachhaltigkeit des Gelernten zu gewährleisten, müssen sich die Unterrichtsinhalte und so auch die Standards an den außermathematischen, bildungstheoretischen Grundsätzen - Anschlussfähigkeit und Lebensvorbereitung - orientieren (vgl. Bifie 2010, S.7). Diese Punkte sind für den/die Schüler/Schülerin als Individuum in unserer Gesellschaft von Nutzen.

4.4.1 Anschlussfähigkeit

Die Anschlussfähigkeit der Bildungsstandards konzentriert sich auf jene mathematischen Fähigkeiten und Fertigkeiten, die als Basis für andere Fächer und spätere Berufe und Ausbildungen von Nöten sind. Hier stehen vor allem die außermathematischen Anwendungsgebiete der Schulmathematik im Vordergrund (vgl. Internetquelle 15, „Standardkonzept_Version_4-07“, S.8).

4.4.2 Lebensvorbereitung

Eine zentrale Aufgabe der Pflichtschule ist es, Schülern/Schülerinnen das erforderliche Rüstzeug für ihr soziales Leben mitzugeben. Auch die Mathematik kann dafür ihren Beitrag leisten. Mathematik ist ein wichtiger Bestandteil für die reflektierte, kritische, emanzipierte, aktive,… Teilnahme am gesellschaftlichen Leben:

Mathematik ist ein Mittel menschlicher Kommunikation. Mathematische Symbole, Darstellungen und Objekte begleiten uns in unserem täglichen Leben, sei es durch Charts, Tabellen, Preisreduktionsangaben im Sommerschlussverkauf, etc..

Mathematik ist auch eine spezielle Art, die Welt wahrzunehmen, sie zu gliedern und zu arrangieren. Mathematische Modelle sind schließlich auch auf die außermathematische Welt anwendbar, wie zum Beispiel die Exponentialfunktion als Wachstumsfunktion eines Waldes, oder aber auch leichter ersichtlich die Abstraktion verschiedener Gebäude auf geometrische Figuren. Mathematik ist also auch ein Erkenntnis- Konstruktionsmittel.

Mathematik kann auch als Hilfsmittel zur Bewältigung von Problemen fungieren und so als Denktechnologie bezeichnet werden (vgl. Internetquelle 15, „Standardkonzept_Version_4-07“, S.7).

All diese verschiedenen Ausprägungen der Mathematik sollen durch Bildungsstandards trainiert werden, sodass die Lernenden sie in ihrem gesellschaftlichen Leben anwenden können. Da es unendlich viele unterschiedliche Lebenssituationen gibt, steht bei den Problemstellungen und deren Lösung die Authentizität nicht unmittelbar im Vordergrund.

Auf diese Forderung beruft sich auch die Thematik meiner Diplomarbeit. Schüler/Schülerinnen sollen auf ihr Leben in der Gesellschaft bestmöglich vorbereitet werden. Kredit, Rente und Ansparpläne sind aus der heutigen Lebenswelt kaum mehr wegzudenken. Aus diesem Grund ist es meiner Meinung nach unumgänglich, auf diese Themen im Mathematikunterricht der AHS-Oberstufe einzugehen. Die nachfolgenden Beispiele erfüllen die Anforderung auf Lebensvorbereitung und sollen die Schüler/Schülerinnen für einzelne alltägliche Situationen, wie zum Beispiel Autokauf, Kreditaufnahme, etc., rüsten.

5 Beispiele

Da die Prozentrechnung im AHS-Lehrplan der zweiten Klasse, Zins und Zinseszinsrechnung im Lehrplan der dritten und vierten Klasse und die geometrische Reihe, sowie der natürliche Logarithmus im Lehrplan der sechsten Klasse verankert sind, würde ich die folgenden Beispiele am Ende der sechsten als Abschluss oder am Anfang der siebenten Klasse als Einstieg des Schuljahres ansetzen. Auf die genauere Umsetzung im Unterricht wird weiter unten eingegangen.
Bis zu diesem Zeitpunkt sollten die Schüler/Schülerinnen alle wichtigen mathematischen Grundlagen, die sie zum Lösen nachstehender Aufgabenstellungen benötigen, gelernt haben. Es ist vorgesehen, dass ein Teil der Beispiele zum Thema Kredit, Ansparplan und Rente, die sich im jeweiligen Lehrbuch der Klasse finden, bereits behandelt wurden. Das sollte eine ausreichende Basis bieten, mit der die Schüler/Schülerinnen die Arbeitsaufträge mit Hilfe des/der Lehrers/Lehrerin lösen können.

Für die Vorarbeit, Bearbeitung und die Nachbereitung der Beispiele wird ein Stundenausmaß von 16 bis 20 Schulstunden angesetzt.
Dies kann als Projekt zum Thema Kredit und Kreditalternativen innerhalb einer Woche konzentriert durchgeführt werden
Eine weitere Möglichkeit wäre die Behandlung des Themas Kredit und die Ausarbeitung der Beispiele im Wahlpflichtfach Mathematik in der Oberstufe.
Eine kürzere, reduzierte Version der Beispielsammlung könnte im regulären Mathematikunterricht in der sechsten Klasse Anwendung finden.

Bei den Ergebnissen der Buchanalyse war ein Hauptkritikpunkt der fehlende wirtschaftliche Kontext. Deshalb ist es für mich wichtig, den Schülern/Schülerinnen die wirtschaftlichen Hintergründe fundierter zu erläutern. Dies kann durch fächerübergreifende Zusammenarbeit mit dem Fach Geographie und Wirtschaftskunde oder durch den Mathematiklehrer im Ausmaß von zwei bis drei Stunden selbst erfolgen. Eine weitere Möglichkeit ist die Vergabe der einzelnen Themenschwerpunkte (Kreditkategorisierung, Kreditarten, Kreditalternativen, Kreditkennzahlen, Kreditfalle, etc.) an Kleingruppen von zwei bis drei Schüler/Schülerinnen, die diese als Hausarbeit ausarbeiten und in Form eines Kurzreferates präsentieren. (siehe Kapitel 5 und 6, siehe Internetquelle 1)[7].

Damit es bei der Bearbeitung der Beispiele keine Probleme gibt, muss davor eine kurze Einführung im Rahmen von drei Stunden in das Free Ware Programm OpenOffice.org Calc abgehalten werden. Hierbei wird vor allem auf die zur Verfügung stehenden finanzmathematischen Funktionen, die langwierige und fehleranfällige Rechnungen ersetzen, hingewiesen. Mit einfachen Übungsbeispiele (siehe Berndt, T. 2009; Kolberg, M. 2008; Schmidt, J. 2009) kann man den Schülern/Schülerinnen die Effizienz der gebräuchlichsten Funktionen für die Themen Kredit, Ansparplan und Rente erklären. Diese Funktionen werden im Laufe der Unterkapitel „Lösungsvorschlag mit OpenOffice.org Calc“ zu den jeweiligen Beispielen erklärt.

Auf die Umsetzung der acht Beispiele wird im jeweiligen Unterkapitel genauer eingegangen. Hier werden nur ein ungefährer Stundenaufwand und die Handlungsformen (vgl. Meyer 2007) angeführt:

[7] Didaktisch aufgearbeitete Unterrichtsmaterialien zum Thema Kredit und Kreditalternativen finden sich unter Anderem in den „Medienpaketen“ und „Aktuellen Unterlagen“ auf der Homepage der AWS (Arbeitsgemeinschaft Wirtschaft und Schule. siehe Internetquelle 1).

Beispiel	Zeitrahmen	Sozialmuster	Handlungsformen
Haushaltsrechnung	zwei Stunden	Klassenplenum, Einzelarbeit	Frontalunterricht, Unterrichtsgespräch, Diskussion, eigenständiges Arbeiten
Ratenkauf	eine bis zwei Stunden	Klassenplenum, Einzel- und Partnerarbeit	Unterrichtsgespräch, Diskussion, eigenständiges Arbeiten
Zinsänderungsrisiko	zwei Stunden	Klassenplenum, Partnerarbeit	Unterrichtsgespräch, Diskussion, Frontalunterricht
Leasing versus Kredit	zwei Stunden	Klassenplenum, Partnerarbeit	Unterrichtsgespräch, eigenständiges Arbeiten, Frontalunterricht
Angebotsvergleich	Hausübung	Einzelarbeit	eigenständiges Arbeiten
Annuitätenberechnung	zwei Stunden	Klassenplenum, Einzelarbeit	Unterrichtsgespräch, eigenständiges Arbeiten, Diskussion
Rentenrechnung	drei Stunden	Klassenplenum, Einzelarbeit	Unterrichtsgespräch, eigenständiges Arbeiten, Frontalunterricht
Haushaltsrechnung	eine bis zwei Stunden	Klassenplenum, Einzelarbeit, Partnerarbeit	Unterrichtsgespräch, Diskussion, eigenständiges Arbeiten

Tabelle 2: Unterrichtsorganisation der Beispielsammlung

Die von mir entwickelten Beispiele hängen in gewisser Weise zusammen. Dadurch sollen die Schüler/Schülerinnen die Bedeutung der Mathematik für die

Lösung alltäglicher Probleme erkennen. Außerdem wird durch die Bearbeitung dieser Beispielsammlung den Schülern/Schülerinnen klar, dass sie ihr mathematisches Wissen und Können im täglichen Leben gebrauchen und anwenden können. Die Schüler/Schülerinnen sollen so auf das Leben in unserer Gesellschaft vorbereitet werden.

Um das Kapitel übersichtlich zu strukturieren, wird zu Beginn jedes Beispiels die Aufgabenstellung (eingerahmter Text) abgedruckt. Sie entspricht dem Arbeitsblatt, das die Schüler/Schülerinnen zur Bearbeitung des Beispiels in ausgedruckter und elektronischer Version erhalten.

Im zweiten Unterkapitel erfolgt eine kurze Erläuterung zur Umsetzung der Beispiele im Unterricht. Hier wird unter anderem auf die Handlungsformen nach Meyer (2007) eingegangen.

Im nächsten Unterkapitel wird ein Lösungsvorschlag mit dem Tabellenkalkulationsprogramm OpenOffice.org Calc angeboten. Die wichtigsten Gedankengänge und die nötigen OpenOffice.org Calc Funktionen, die zur Lösung der Aufgabenstellungen erforderlich sind, werden hier dargelegt.

Das vierte Unterkapitel soll aufzeigen, welche Rechenschritte hinter den Lösungen der Beispiele, die im vorigen Unterkapitel durch OpenOffice.org Calc „automatisch" geliefert werden, stecken. Zu Beginn wird die Aufgabenstellung der einzelnen Beispiele kurz wiederholt und dann auf die einzelnen Fragestellungen eingegangen. Es wird immer mit den genauen Werten gerechnet, auch wenn die zuvor kalkulierten Werte in weiterer Folge gerundet dargestellt werden.

Danach erfolgt eine kurze Erklärung der Lernziele unter Verwendung des Oberstufenlehrplans (Internetquelle 5, „lp_neu_ahs_07", S.1 ff.).

Zum Schluss wird auf die vom Beispiel angesprochenen mathematischen Kompetenzen mit Hilfe der definierten Standards für die mathematischen Fähigkeiten von Heugl und Peschek (2007, S.9ff.) eingegangen. Hierbei handelt es sich lediglich um einen Versuch meinerseits, einzelnen Teilbereiche der verschiedenen Beispiele genauen Kompetenzdimensionen zuzuordnen. Oft ist dies nicht eindeutig möglich, da die unterschiedlichen Kompetenzen durch eine Vielzahl an mathematischen Arbeitsschritten gefördert werden können. Und ein und derselbe mathematische Arbeitsschritt je nach Sichtweise verschiedenen Kompetenzdimensionen zugeordnet werden kann.

5.1 Haushaltsrechnung

5.1.1 Aufgabenstellung

Die erste Aufgabenstellung befasst sich mit der Bearbeitung einer Haushaltsrechnung. Die Schüler/Schülerinnen sollen die Einnahmen und Ausgaben einer vierköpfigen Familie (2 berufstätige Erwachsene,
2 unterhaltspflichtige Kinder) im Monat schätzen und in das unten abgebildete Formular einer vorgegebene Haushaltsrechnung mit fix festgelegten Posten in die gelben Felder eintragen. Um die Bandbreite zu vergrößern, sollen Schätzwerte für ärmere Familien (in der Spalte unterer Durchschnittswert) Familien der Mittelschicht (in der Spalte Mittelwert) und Zugehörige der Oberschicht (in der Spalte oberer Mittelwert) eingetragen werden. Die Formulare werden am Computer mit dem Programm OpenOffice.org Calc ausgefüllt und elektronisch abgegeben. Der/die Lehrer/Lehrerin fügt die Mappenblätter der Schüler/Schülerinnen in eine Datei zusammen und lässt sich vom Tabellenkalkulationsprogramm automatisch die Mittelwerte der einzelnen Posten pro „Gesellschaftsschicht“ in einer eigenen Tabelle auswerten. Mit dieser Auswertungstabelle können mit den Schülern/Schülerinnen unplausible Werte, Ausreißer ermittelt und vor allem unterschiedliche Erwartungen, Vorstellungen transparent gemacht werden.

Haushaltsrechnung für 3 Musterhaushalte			
Haushalt mit 2 Einkommen und 2 unterhaltspflichtigen Kindern	Unterer Durchschnittswert[8]	Mittelwert	Oberer Durchschnittswert[9]
Einkommen			
Monatseinkommen 1			
Monatseinkommen 2			
Sonstige Einkünfte (+Kinderbeihilfe)			
Summe Einkünfte	0	0	0
Ausgaben			
Wohnung			
Nahrung			
Kleidung			
Auto 1			
Auto 2			
Kredite			
Leasing			
Versicherungen			
Altersvorsorge			
Ausbildung - Kinder			
Urlaub			
Telefon, ORF, Internet			
Heizung, Strom			
sonstige Unterhaltsverpflichtungen			
Summe Ausgaben	0	0	0
Freies Haushaltseinkommen			
Monatlicher Aufwand für beantragten Kredit			
(beinhaltet Zinsen, Tilgungen, Versicherung)			
Einkommensüberhang nach Neu - Kredit	0	0	0

[8] Mittelwert der unteren Einkommenshälfte
[9] Mittelwert der oberen Einkommenshälfte

5.1.2 Umsetzung im Unterricht

Als Einstieg zu der Beispielsammlung wird das Beispiel zur Haushaltsrechnung im Ausmaß von zwei Stunden behandelt. Für die Bearbeitung dieses Beispiels ist bereits der Computer erforderlich, da die Haushaltsrechnung mit einem Tabellenkalkulationsprogramm ausgefüllt werden soll.

Die Unterrichtsformen wechseln zwischen Frontalunterricht und Klassengespräch.

Zu Beginn laden die Schülern/Schülerinnen den Raster der Haushaltsrechnung vom Schulserver herunter. Die Lehrperson geht in der ersten Viertelstunde auf den Zweck und die Vorteile einer Haushaltsrechnung ein. Danach werden die Schüler/Schülerinnen aufgefordert, in Einzelarbeit die einzelnen Posten der Haushaltsrechnung für die unterschiedlichen Gesellschaftsschichten nach besten Wissen innerhalb von 15 – 20 Minuten abzuschätzen und in die gelben Zellen einzutragen. Die Werte in den weißen Zellen werden von OpenOffice.org Calc automatisch berechnet. Das Tabellenblatt soll am Ende der Bearbeitungszeit in elektronischer Form an den Unterrichtenden/die Unterrichtende abgegeben werden.

Die Aufgabe der Lehrperson ist es, bis zur nächsten Stunde die elektronischen Haushaltsrechnungen in einer Datei zusammenzuführen und so zum Beispiel automatisch durch ein Tabellenkalkulationsprogramm die Mittelwerte der einzelnen Posten jeder „Klasse“ berechnen zu lassen.

In der zweiten Stunde werden die ausgewerteten Kennzahlen in einem Klassengespräch besprochen und unplausible Werte gegebenenfalls korrigiert. Nachdem die Daten soweit bereinigt worden sind, sodass die Klassenauswertung ein in sich plausible Bild bietet, können Detailfragen zu den einzelnen Kostenpunkten geklärt werden. Nun ist es auch an der Zeit, die Relevanz einer Haushaltsrechnung bei einer Kreditaufnahme im Lehrer-Schüler-Gespräch zu bearbeiten und zu besprechen.

Zum Beispiel kann über die Höhe der Altersvorsorge, die 30 Jahre lang angespart wird, diskutiert werden.

Mit wie viel staatlich geförderter Pension kann man in Zukunft rechnen?

Ist die private Pensionsvorsorge zu kärglich? Sollte sie aufgestockt werden?

Welcher Zeitraum ist sinnvoll für die Rückzahlung des Kredits einer Wohnungseinrichtung?
Welche Rückzahlungsvarianten gibt es?!
Zwischen welchen Finanzierungsmöglichkeiten kann man beim Kauf eines Autos wählen?
Nach Abzug der laufenden Kosten, wie viel Geld bleibt dann noch für den Wohnungskauf übrig?
Wovon ist die Rate der Kredithöhe abhängig? Vom Zinssatz? Von der Laufzeit?
Wie groß darf die Wohnung, das Haus sein?
Wie lange will man die Kreditraten zurückzahlen? Auch noch als 70-jähriger Pensionist?
Wie schaut die Kalkulation aus, wenn die zurzeit niedrigen Zinsen nicht mehr 5% betragen, sondern auf 10% oder mehr ansteigen?
Wo liegt hier das Optimum?
Sollte sich ab und zu nicht auch ein Urlaub ausgehen?

5.1.3 Lösungsvorschlag mit OpenOffice.org Calc

Im Formular zeigen die gelb-unterlegten Felder jene Zellen an, in die Schätzwerte eingegeben werden sollen. Die weißen Felder, in denen eine Null steht, werden durch Funktionen von OpenOffice.org Calc automatisch berechnet.
Die Summe der Einnahmen und Ausgaben berechnet sich durch die Summenfunktion, durch die die Werte in den oben liegenden Zellen automatisch addiert werden.
Das freie Haushaltseinkommen wird durch die Subtraktion der Ausgaben von den Einkünften kalkuliert.
Der Einkommensüberhang nach Neu-Kredit wird durch die Subtraktion des monatlichen Aufwands für den beantragten Kredit von den freien Haushaltseinkommen berechnet.

5.1.4 Lernziele

Durch die Aufgabe erhalten die Schüler/Schülerinnen einen Einblick in einen möglichen Aufbau einer Haushaltsrechnung, die damit verbundenen Kosten und limitierten finanziellen Möglichkeiten.
Durch das Beispiel und die am Ende der zweiten Stunde gestellten Fragen, sollen Schüler/Schülerinnen angeregt werden, produktiv geistig zu arbeiten, insbesondere, indem die verschiedenen Schätzwerte, die sie in der Tabelle eingetragen haben, verglichen und diskutiert werden. Sie sollen diese argumentieren und, indem sie mit logischen Schlussweisen arbeiten und ihre zuvor eingetragenen Werte rechtfertigen.

5.1.5 Mathematische Kompetenzen

<u>I1 Zahlen und Maße:</u> Die Schüler/Schülerinnen müssen realistische
Euro-Beträge für die Posten, wie zum Beispiel Monatseinkommen, Miete, Nahrung, etc. in eine Tabelle eintragen.
<u>K2 Herstellen von Verbindungen:</u> Das Schätzen und Einsetzen plausibler Werte für die einzelnen Posten liefert nur dann überzeugende Ergebnisse, wenn der Zusammenhang der einzelnen Positionen erkannt und berücksichtigt wird.
<u>Anmerkung:</u> Das Einsetzen plausibler Werte in die Tabelle verlangt das Nachdenken über die Auswirkungen der Werte einzelner Posten. Beim Einsetzen von Werten in eine Haushaltsrechnung muss bedacht werden, dass Schüler/Schülerinnen so etwas noch nie gemacht haben, oft nicht über die Höhe der einzelnen Kostenpunkte in einem Haushalt Bescheid wissen. Aus diesem Grund müssen sie ausreichend nachdenken und reflektieren. Schüler/Schülerinnen müssen in Zeitungen gelesene Informationen über Kosten in einem Haushalt mit im Unterricht Erlerntem verbinden und für die einzelnen Gesellschaftsschichten adaptieren. Daher wäre meiner Meinung nach auch die Komplexitätsdimension „K3 Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren“ für die Tätigkeit „Einsetzen plausibler Werte in eine Haushaltsrechnung“ vertretbar.

H3 Interpretieren: Die Schüler/Schülerinnen lesen Zahlenwerte (Mittelwerte) aus der Tabelle ab und deuten diese. So können sie Fragen, wie „Wie viel Geld bleibt am Ende des Monats im Durchschnitt übrig?“ etc. beantworten.

I4 Statistische Darstellungen und Kenngrößen: Ein Tabellenkalkulationsprogramm berechnet den Mittelwert der einzelnen Posten der drei Gesellschaftsschichten. Die Lernenden müssen die Bedeutung und die Berechnung dieser statistischen Kennzahlen kennen, um diese Werte zu interpretieren und um unplausible Werte gegebenenfalls korrigieren zu können.

5.2 Ratenkauf

5.2.1 Aufgabenstellung

Ratenkauf – Aufgabenstellung

Im Herbst/Winter Katalog 2009 des Versandkaufhauses Neckermann findet sich auf der Seite 216 folgende Teilzahlungstabelle:

Kauf preis	Anzah lung	zu finanzierender Restbetrag	3 Monats raten	6 Monats raten	9 Monats raten	12 Monats raten	18 Monats raten	24 Monats raten	36 Monats raten	48 Monats raten
50	5	45	15,49							
100	10	90	30,99	15,88						
200	20	180	61,99	31,76	21,69	16,66				
350	70	280	96,43	49,40	33,73	25,91	18,11			
500	100	400	137,76	70,57	48,19	37,02	25,87	20,32		
750	150	600	206,64	105,85	72,29	55,52	38,80	30,48	22,24	18,19
1500	300	1200	413,27	211,71	144,57	111,05	77,60	60,96	44,47	36,39
3000	600	2400	826,54	423,41	289,15	222,09	155,20	121,92	88,95	72,78
3500	700	2800	964,30	493,98	337,34	259,11	181,07	142,23	103,77	84,91

Weiters wird im Katalog folgender Text als Erklärung zum Ratenkauf abgedruckt:

Teilzahlungsbeispiele: Bei den angeführten Beträgen der Monatsraten wurde die Anzahlung bereits vom Kaufpreis abgezogen!

Bei Teilzahlung schließen Sie mit uns eine Kreditvereinbarung ab. Bis zu 48 Monatsraten und ab 15,- monatlich ist alles möglich. Sie zahlen weder Kreditgebühr noch sonstige Nebenkosten. Auf Wunsch gibt es 77 Tage Zahlstopp (mit nur 1,99% Aufschlag auf den Warenwert – Bonität vorausgesetzt) für jeden Einkauf neu.

Franz Konsument kauft Waren im Gesamtwert von EUR 200,00. Er vergleicht die verschiedenen Rückzahlungslaufzeiten, die ihm das Versandkaufhaus für diesen Betrag anbieten.

Welche Möglichkeiten des Vergleichs gibt es?

Wie hängt die Laufzeit mit der Ratenhöhe, dem Gesamtkaufpreis

(=Ratenpreis + Anzahlung) und dem Zinssatz (p.a.) zusammen?
Welche zwei Berechnungsarten für den Zinssatz können verwendet

werden. Entscheide dich dann für eine, die du für 2) verwendest. Begründe deine Wahl!

Berechne die tatsächlichen Zinssätze (p.a.) der unterschiedlichen Laufzeiten zu den verschiedenen Kaufpreisen und veranschauliche sie so übersichtlich wie möglich! Betrachte die Zinssätze, was fällt dir auf!

Was hältst du von Ratenkäufen? Ist es schlau, Güter durch Versandhauskredite zu finanzieren?

5.2.2 Umsetzung im Unterricht

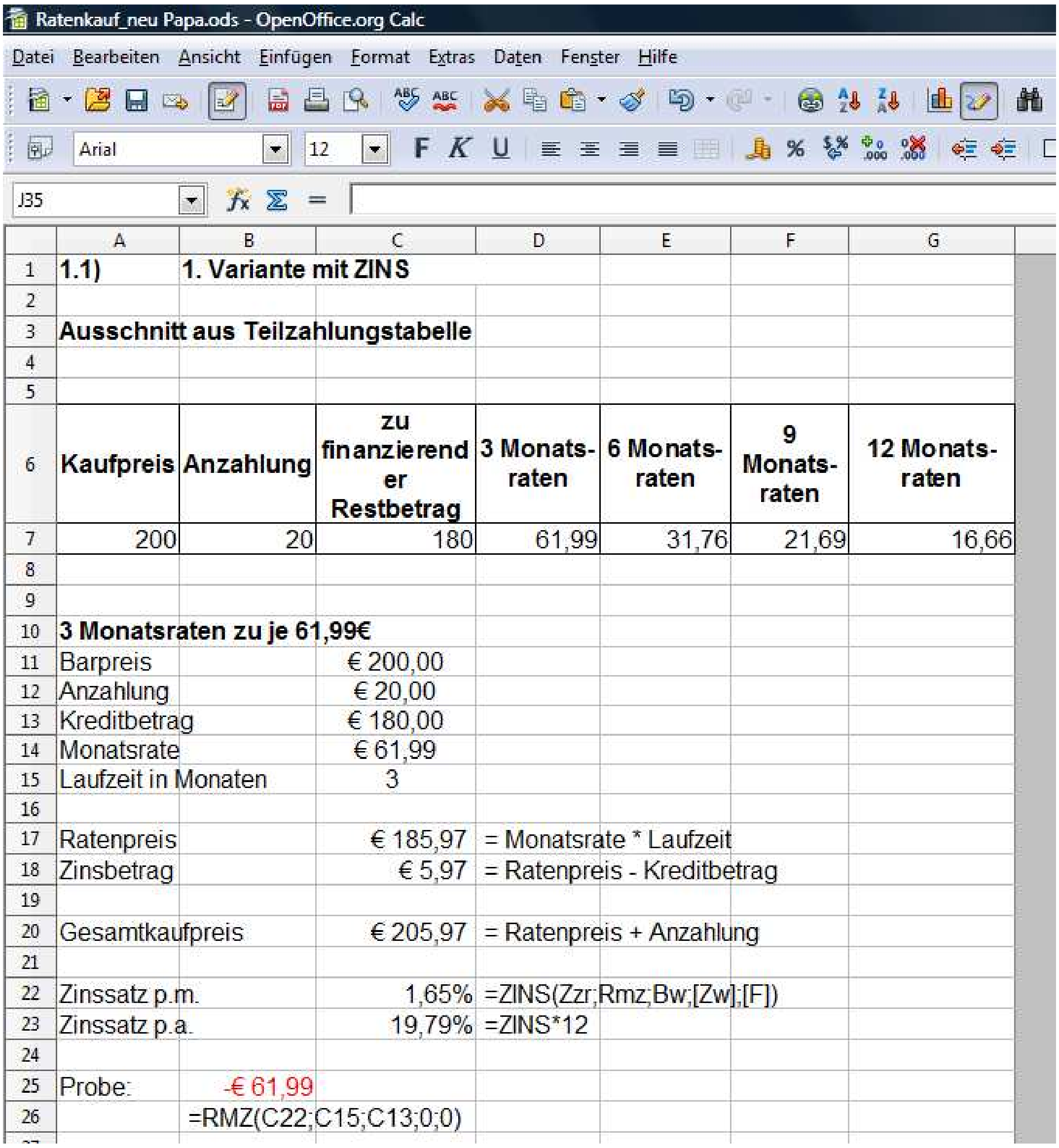
Die Aufgabenstellung zum Ratenkauf soll innerhalb von ein bis zwei Unterrichtsstunden in Einzel- oder Partnerarbeit von den Schülern/Schülerinnen erledigt werden. Die Schüler/Schülerinnen erhalten das Angabenblatt in elektronischer und ausgedruckter Form. Die Lehrkraft steht während der gesamten Unterrichtssequenz den Jugendlichen für Fragen zur Verfügung.
Im Punkt eins müssen die Schüler/Schülerinnen die zuvor erlernten OpenOffice.org Calc-Funktionen zur Berechnung des Zinssatzes verwenden. Anschließend sollen sie sich für eine Variante entscheiden und ihren Entschluss schriftlich begründen.
Des Weiteren berechnen die Schüler/Schülerinnen in Einzel- oder Partnerarbeit – je nach Belieben – die einzelnen jährlichen Zinssätze der verschiedenen Kaufpreise und Rückzahlungsspannen.
Im dritten Punkt ist ihre eigene Meinung gefragt: Was halten sie von Ratenkäufen? Ist es schlau, Güter durch Versandhauskredite zu finanzieren?
Diese Fragen sollen die Jugendlichen zuerst für sich selbst schriftlich beantworten, dann das Beispiel abspeichern und anschließen ihrem Lehrer/ihrer Lehrerin abgeben.

Zum Abschluss des Themas Ratenkauf wird im Klassenplenum in Form eines Unterrichtsgesprächs, die zuvor von den Schülern/Schülerinnen überlegten Argumente für und gegen den Ratenkauf diskutiert.

5.2.3 Lösungsvorschlag mit OpenOffice.org Calc

Für den Vergleich der Rückzahlungsvarianten gibt es unterschiedliche Differenzierungsmöglichkeiten. Einerseits kann man die vier Varianten (drei, sechs, neun, zwölf Monate Rückzahlungslaufzeit) an dem Ratenpreis, dem Zinsbetrag, dem Gesamtpreis, aber auch am Monatszinssatz oder Jahreszinssatz unterscheiden.

Im Folgenden wird der Lösungsweg mit OpenOffice.org Calc nur für die Variante 3 Monatsraten zu je EUR 61,99 gezeigt. Die Berechnungen bei den anderen drei Rückzahlungsoptionen funktionieren analog.



	A	B	C	D	E	F	G
1	**1.1)**	**1. Variante mit ZINS**					
2							
3	**Ausschnitt aus Teilzahlungstabelle**						
4							
5							
6	**Kaufpreis**	**Anzahlung**	**zu finanzierender Restbetrag**	**3 Monats-raten**	**6 Monats-raten**	**9 Monats-raten**	**12 Monats-raten**
7	200	20	180	61,99	31,76	21,69	16,66
8							
9							
10	**3 Monatsraten zu je 61,99€**						
11	Barpreis		€ 200,00				
12	Anzahlung		€ 20,00				
13	Kreditbetrag		€ 180,00				
14	Monatsrate		€ 61,99				
15	Laufzeit in Monaten		3				
16							
17	Ratenpreis		€ 185,97	= Monatsrate * Laufzeit			
18	Zinsbetrag		€ 5,97	= Ratenpreis - Kreditbetrag			
19							
20	Gesamtkaufpreis		€ 205,97	= Ratenpreis + Anzahlung			
21							
22	Zinssatz p.m.		1,65%	=ZINS(Zzr;Rmz;Bw;[Zw];[F])			
23	Zinssatz p.a.		19,79%	=ZINS*12			
24							
25	Probe:	-€ 61,99					
26		=RMZ(C22;C15;C13;0;0)					

Tabelle 3: Ratenkauf – Variante mit ZINS

Den Ratenpreis berechnet man, indem man die Höhe der Monatsrate mit der Laufzeit multipliziert C17=C14*C15

Um den Zinsbetrag des Ratenpreises zu eruieren, muss man von diesem lediglich den Kreditbetrag abziehen: C18=C17-C13

Der Gesamtkaufpreis setzt sich aus dem Ratenpreis und der Anzahlung zusammen: C20=C17+C12

OpenOffice.org Calc bietet für die Berechnung der Zinsen zwei unterschiedliche Funktionen an:

Mit der ZINS-Funktion wird der fixe Zinssatz einer Investition bei konstanten Zahlungen berechnet.

=ZINS(ZZR;RMZ;BW;ZW;F;SW)

ZZR gibt den Zahlungszeitraum an, jene Periode, in der die Annuitäten gezahlt werden.

RMZ gibt die Höhe der regelmäßigen Zahlung an.

BW steht für Barwert, den aktuellen Wert einer Zahlungsreihe.

ZW gibt den zukünftigen Wert an, der nach der letzten Zahlung erreicht werden soll.

F gibt die Fälligkeit der Zahlung an. F=1 bedeutet, dass die Zahlung am Anfang der Periode, F=0, dass die Zahlung am Ende der Periode zu leisten ist.

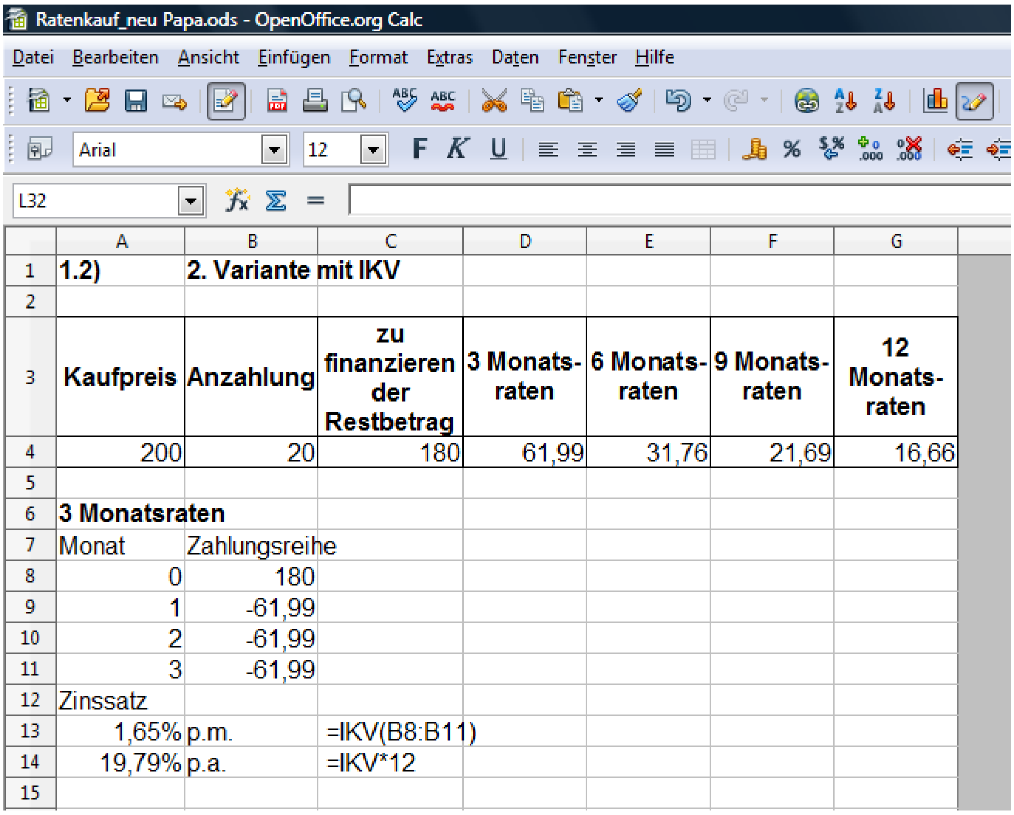
SW steht für den Schätzwert des Zinses für das iterative Berechnungsverfahren. Dieser Wert ist optional einzugeben (vgl. Schmidt 2009, S.301).

Im Falle dieses Beispiels ergibt sich folgender Rechenbefehl:

C22=ZINS(C15;C14;-C13;0;0)

Der relative Jahreszinssatz ergibt sich, indem man den Monatszinssatz mit zwölf multipliziert: C23= C22*12

Um die Rechenvorgänge zu kontrollieren, kann mittels der RMZ-Funktion die Höhe der Monatsrate kalkuliert werden: B25=RMZ(C22;C15;C13;0;0)



	A	B	C	D	E	F	G
1	**1.2)**	**2. Variante mit IKV**					
2							
3	**Kaufpreis**	**Anzahlung**	**zu finanzieren der Restbetrag**	**3 Monats-raten**	**6 Monats-raten**	**9 Monats-raten**	**12 Monats-raten**
4	200	20	180	61,99	31,76	21,69	16,66
5							
6	**3 Monatsraten**						
7	Monat	Zahlungsreihe					
8	0	180					
9	1	-61,99					
10	2	-61,99					
11	3	-61,99					
12	Zinssatz						
13	1,65%	p.m.	=IKV(B8:B11)				
14	19,79%	p.a.	=IKV*12				
15							

Tabelle 4: : Ratenkauf – Variante mit IKV

Die zweite Möglichkeit, die Zinsen zu berechnen, bietet die IKV-Funktion. Sie berechnet den internen Zinsfuß einer Investition ohne Kosten oder Gewinne.

=IKV(Werte;SW)

Bei „Werte“ müssen die Zellen eingegeben werden, deren Inhalt den Zahlungen entsprechen.

SW gibt den Startwert des Zinsfußes für das Iterationsverfahren an. Die Eingabe dieses Wertes ist wieder optional (vgl. Schmidt 2009, S.298).

Um diese Funktion verwenden zu können, müssen die einzelnen Finanzierungsvarianten als Zahlungsreihen dargestellt werden. Den monatlichen Zinssatz erhält man, indem man A13=IKV(B8:B11) in eine Zelle eingibt. B8:B11 bedeutet, dass die Zellen von B8 bis B11 zur Berechnung des Zinssatzes herangezogen werden.

Multipliziert man den monatlichen Zinssatz mit zwölf, erhält man wiederum den jährlichen Zinssatz.

Da bei der Berechnung des Zinssatzes durch die IKV-Funktion die Aufschlüsselung der einzelnen Rückzahlungsvarianten mit steigender Laufzeit mehr Platz auf dem Tabellenblatt einnehmen und der Überblick über die Zahlungsreihe leicht verloren gehen kann, entscheide ich mich für die kompaktere Version der Zinsberechnung mittels ZINS-Funktion.

Ratenkauf.ods - OpenOffice.org Calc

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	2)	Teilzahlungstabelle									
2											
3	Kauf	Anzah	zu finanzierender	3 Monats							
4	preis	lung	Restbetrag	raten	6 Monats						
5	50	5	45	15,49	raten	9 Monats	12 Monats				
6	100	10	90	30,99	15,88	raten	raten	18 Monats			
7	200	20	180	61,99	31,76	21,69	16,66	raten	24 Monats		
8	350	70	280	96,43	49,40	33,73	25,91	18,11	raten	36 Monats	48 Monats
9	500	100	400	137,76	70,57	48,19	37,02	25,87	20,32	raten	raten
10	750	150	600	206,64	105,85	72,29	55,52	38,80	30,48	22,24	18,19
11	1500	300	1200	413,27	211,71	144,57	111,05	77,60	60,96	44,47	36,39
12	3000	600	2400	826,54	423,41	289,15	222,09	155,20	121,92	88,95	72,78
13	3500	700	2800	964,30	493,98	337,34	259,11	181,07	142,23	103,77	84,91
14											
15											
16	Kauf	Anzah	zu finanzierender	3 MR -							
17	preis	lung	Restbetrag	Zins p.a.	6 MR -						
18	50	5	45	19,50%	Zins p.a.	9 MR-	12 MR -				
19	100	10	90	19,69%	19,84%	Zins p.a.	Zins p.a.	18 MR -			
20	200	20	180	19,79%	19,84%	19,85%	19,84%	Zins p.a.	24 MR -		
21	350	70	280	19,80%	19,81%	19,77%	19,79%	19,82%	Zins p.a.	36 MR -	48 MR -
22	500	100	400	19,81%	19,80%	19,79%	19,82%	19,82%	19,80%	Zins p.a.	Zins p.a.
23	750	150	600	19,81%	19,79%	19,81%	19,79%	19,80%	19,80%	19,81%	19,79%
24	1500	300	1200	19,80%	19,80%	19,79%	19,81%	19,80%	19,80%	19,79%	19,80%
25	3000	600	2400	19,80%	19,80%	19,80%	19,80%	19,80%	19,80%	19,80%	19,80%
26	3500	700	2800	19,80%	19,80%	19,80%	19,80%	19,80%	19,80%	19,80%	19,80%
27											
28			Zinssatz	=ZINS(Zzr;Rmz;Bw;[Zw];[F])*12							

Tabelle 5: Ratenkauf - Jahreszinssatz

Analog erfolgt die Berechnung des jährlichen Zinssatzes für die unterschiedlichen Rückzahlungsoptionen der anderen Kaufpreise. Um den Jahreszinssatz in einer einzigen Zelle berechnen zu können wird die ZINS-Funktion wie folgt adaptiert: =ZINS(ZZR;RMZ;BW;[ZW];[F])*12

Bei Ratengeschäften sind die Rückzahlungsraten kleiner, je länger die Dauer der Zahlungsverpflichtungen ist. Nichtsdestotrotz sollte man sich für kürzere Laufzeiten entscheiden, da dadurch die Zinsbelastung niedriger bleibt.

Ratenkäufe sind beliebt, da man sich damit schnell Wünsche erfüllen kann. Wer jedoch viel auf Raten kauft, läuft Gefahr den Überblick über seine Finanzen schnell zu verlieren.

Da die Laufzeit oft unterschätzt wird, kann es vor der der Begleichung der letzten Rate zur Verschlechterung der finanziellen Lage kommen. Ausstehende Raten können dann oft nicht mehr bezahlt werden. Und die Verzugszinsen bei Versandhauskrediten sind sehr hoch.

5.2.4 Lösungsvorschlag für Rechnen unter Zuhilfenahme des Taschenrechners

Franz Konsument kauft Waren im Gesamtwert von EUR 200,00. Er vergleicht die verschiedenen Laufzeiten.

Berechne den tatsächlichen Zinssatz (p.a.) und veranschauliche ihn so übersichtlich wie möglich!

Ausschnitt aus Ratenfinanzierungstabelle (siehe Kapitel 3.4):

Kaufpreis	**Anzahlung**	**zu finanzierender Restbetrag**	**3 Monats-raten**	**6 Monats-raten**	**9 Monats-raten**	**12 Monats-raten**
200	20	180	61,99	31,76	21,69	16,66

Die Berechnungen werden exemplarisch für 3 Monatsraten zu je EUR 61,99 durchgeführt. Alle weiteren Rechenvorgänge funktionieren nach demselben Schema.

$S = 180{,}00$

$A = 61{,}99$

$n = 3$

$Ratenpreis = Monatsrate \ \cdot Laufzeit = 61{,}99 \ \cdot 3 = 185{,}97$

$Zinsbetrag = Ratenpreis - Kreditbetrag = 185{,}97 - 180{,}00 = 5{,}97$

$Gesamtkaufpreis = Ratenpreis + Anzahlung = 185{,}97 + 20{,}00 = 205{,}97$

Um den monatlichen Zinssatz (p.m.) zu berechnen, muss man die Annuitätengleichung umformen.

$S \cdot q^n = A \cdot \frac{(q^n - 1)}{(q-1)} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{S}{A} = \frac{1}{q^n} \cdot \frac{(q^n - 1)}{(q-1)}$

Das führt zu $F(q) = \frac{1}{q^n} \cdot \frac{(q^n - 1)}{(q-1)} - \frac{S}{A} = 0$. Wenn man die gegeben Werte einsetzt erhält man:

$$F(q) = \frac{1}{q^3} \cdot \frac{(q^3 - 1)}{(q-1)} - \frac{180}{61{,}99} = 0$$

Ein simples Umformen nach q ist bei dieser Gleichung nicht mehr möglich. Ihrig und Pflaumer (1997, S.41) empfehlen hier das Einsetzen geeigneter Werte (übliche Zinssätze im Versandhauskreditgeschäft) in die obige Gleichung. Durch Probieren mit dem Taschenrechner erhält man schnell Annäherungswerte an die Lösung und kann diese rasch eingrenzen.

$$\frac{(q^n - 1)}{(q-1)} = 1 + q^1 + q^2 + \ldots + q^{n-1}$$

Obiger Ausdruck, die Summe positiver Potenzfunktionen, wächst vom Wert 1 bei q = 0 mit steigendem q monoton an. Daher existiert nur ein positiver Lösungswert q, bei dem der gesamte Rechenausdruck gleich Null wird (vgl. Ihrig, Pflaumer 1997, S.41).

Wertetabelle

p.m.	q.m.	F(q)	Bemerkung
1,6	1,016	0,00280…	zu groß
1,7	1,017	- 0,0028…	zu klein
1,65	1,0165	-0,0000375..	„Näherung“

Tabelle 6: Wertetabelle zur Näherungslösung für p.m.

Den relativen Jahreszinssatz berechnet man, indem der eruierte monatliche Zinssatz mit zwölf multipliziert wird.

$$p.a. = p.m. \cdot 12 = 1{,}65\% \cdot 12 = 19{,}79\,\%$$

5.2.5 Lernziele

Die Schüler/Schülerinnen werden auf die teilweise horrenden Kosten von Versandhauskrediten und Ratenkäufen aufmerksam gemacht. Falls sie durch eigenständiges Arbeiten nicht zu folgender Erkenntnis kommen, werden sie durch den Lehrer/die Lehrerin darauf hingewiesen, dass durch die Angabe von nominalen Jahres- oder Monatszinssätzen den Kunden oft günstige Zinssätze vorgegaukelt werden. Dabei beträgt der effektive Zinssatz weit mehr, als man anfangs bei der Betrachtung der monatlichen Ratenhöhe und nach Berechnung des Zinssatzes (der sich wiederum nur auf einen Monat bezieht) annehmen könnte!

Die Schüler/Schülerinnen lernen die Werte der Teilzahlungstabelle zu interpretieren und das Probleme „Versandhauskredit“ zu analysieren. Hinter 6 Monatsraten von EUR 31,76 um EUR 200,00 nach einer Anzahlung von EUR 20,00 zurückzuzahlen, steckt in Wirklichkeit ein horrender Zinssatz. Um dies zu verstehen, müssen Schüler/Schülerinnen eigenständig logisch denken und arbeiten, den Monatszinssatz und infolgedessen den Jahreszinssatz selbstständig berechnen können. Dadurch wir das produktive geistige Arbeiten unterstützt.

Schüler/Schülerinnen begründen und argumentieren außerdem auf Basis mathematischer Sachverhalte (die jährlichen Zinssätze, die sie zuvor berechnet haben), was für und gegen eine Ratenfinanzierung spricht. Während der Klassendiskussion sind sie außerdem gezwungen, ihren Standpunkt zu vertreten und gegebenenfalls zu verteidigen.

5.2.6 Mathematische Kompetenzen

I1 Zahlen und Maße: Die Schüler/Schülerinnen berechnen die jährlichen Zinssätze (in Prozent) anhand von gegebenen Kaufpreisen, Anzahlungen, Ratenhöhen und Laufzeiten.

H1 Darstellen, Modellbilden: Durch die Verwendung des Tabellenkalkulationsprogramms OpenOffice.org Calc für die Berechnung der jährlichen Zinssätze liegt der Schwerpunkt hierfür im Handlungsbereich H1. Im gegebenen Sachverhalt sind als Erstes die wesentlichen mathematischen Beziehungen zu erkennen (z.B.: die Zusammenhänge zwischen monatlichem und jährlichem Zinssatz) und anschließend in mathematischer Form anhand von Formeln auszudrücken, die für die Berechnung der Zinssätze aller Kaufpreise und Laufzeitvarianten verwendbar sind.

H2 Rechnen, Operieren: Die Durchführung elementarer Rechenoperationen mit konkreten Zahlen wird in diesem Beispiel unter anderem durch die operative Ermittlung des Zinssatzes behandelt. Ein weiterer Punkt der in diese Kategorie fällt, ist die richtige Anwendung verschiedener OpenOffice.org Calc-Funktionen (Zins-, IKV-Funktion).

K3 Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren: Die Frage nach der Meinung über Ratenkäufe verlangt das Nachdenken über Vor- und Nachteile, aber auch die Interpretation der zuvor berechneten Zinssätze.

Die Aufgabenstellung „Welche zwei Berechnungsarten für den Zinssatz können verwendet werden. Entscheide dich dann für eine, die du für 2) verwendest. Begründe deine Wahl!“ deckt meiner Meinung nach zwei der drei Komplexitätsbereiche ab:

K1 Einsetzen von Grundkenntnissen und –fertigkeiten: Die Aufgabe erfordert grundlegendes, bereits erlerntes Wissen über die verschiedenen Berechnungsmöglichkeiten von Zinssätzen.

K3 Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren: Es geht um ein Reflektieren der zwei den Schülern/Schülerinnen bekannten Funktionen (IKV-Funktion, ZINS-Funktion) für die Berechnung des Zinssatzes.

H4 Argumentieren und Begründen: Um ihre Wahl der Berechnungsart für den Zinssatz zu begründen, geben die Schülern/Schülerinnen Argumente an, die für oder gegen eine bestimmte OpenOffice.org Calc Funktion sprechen.

5.3 *Zinsänderungsrisiko*

5.3.1 Aufgabenstellung

Zinsänderungsrisiko – Aufgabenstellung

Zinsen sind volatil (d.h. veränderlich). In den letzten Jahren waren die Zinssätze sehr niedrig.[10]

Franz Konsument hat vor 5 Jahren einen Kredit in der Höhe von EUR 200.000,00 zu einem Zinssatz von 5% und einer Laufzeit von 20 Jahren für den Bau seines Hauses aufgenommen.
Berechne die Annuität, wenn sie jeweils am Monats- oder Jahresende beglichen wird.
Welche Variante ist zu empfehlen und warum?

Nach 5 Jahren steigt der Zinssatz um 1%, 2% oder 3% an!
Berechne die neue Monatsrate, wenn die Laufzeit gleich bleiben soll!
Die neuen Monatsraten übersteigen den monatlich verfügbaren Betrag von Franz Konsument. Er entschließt sich darum, die monatliche Ratenhöhe unverändert zu lassen und die Laufzeit zu verlängern. Um wie viele Monate muss Franz Konsument seinen Kredit nun länger abstatten?

5.3.2 Umsetzung im Unterricht

Für dieses Beispiel sind ein bis zwei Stunden vorgesehen. Zur Bearbeitung dieser Aufgabenstellung sind die Sozialformen Klassenplenum und Partner- und Einzelarbeit und die Arbeitsformen Unterrichtsgespräch und Diskussion vorgesehen. Die Schüler/Schülerinnen erhalten das Angabenblatt in elektronischer und ausgedruckter Form.

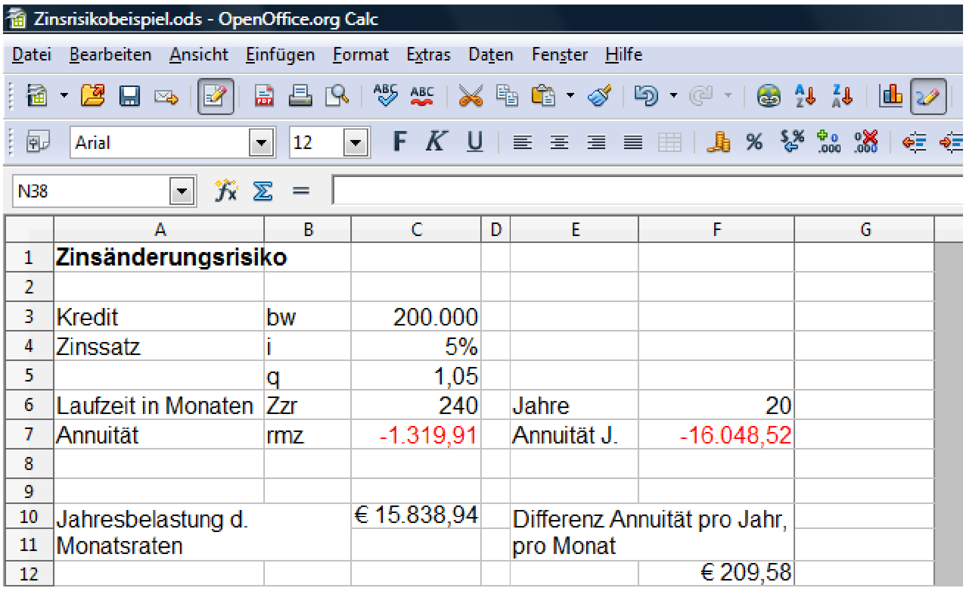
[10] Internetquelle 17

Am Beginn dieser Lerneinheit wird der Begriff volatile Zinsen anhand einer Tabelle der Österreichischen Nationalbank (siehe Internetquelle 16) erläutert. Weiters sollen mit den Schülern/Schülerinnen die Auswirkungen schon geringer Zinsänderungen auf den Kredit, insbesondere auf die Laufzeit und die Höhe der Raten erörtert werden. Die Schüler/Schülerinnen sollen nach Diskussion mit ihrem/ihrer Sitznachbarn/Sitznachbarin begründen, welche Rückzahlungsvariante (monatliche oder jährliche Annuitäten) sie für günstiger erachten.
Um obige Begründungen zu überprüfen, berechnen die Jugendlichen in Einzelarbeit mittels der RMZ-Funktion die Höhe der monatlichen und jährlichen Raten. Weiters wird auch die Jahresbelastung der Monatsraten und die Differenz zu der jährlichen Annuität eruiert.

Mit ihrem Partner/ihrer Partnerin sind die Jugendlichen nun aufgefordert, die Restschuld nach fünf Jahren zu berechnen. Bei Startschwierigkeiten steht die Lehrperson mit Rat (Verweis auf die erlernten OpenOffice.org Calc Funktionen, KUMKAPITAL) zur Seite. Haben alle Lernenden die Restschuld berechnet, werden die Ergebnisse verglichen und auf die nächste Problemstellung eingegangen:
Wie verändert sich die monatliche Ratenhöhe, wenn der Zinssatz ansteigt? In einem Klassengespräch soll kurz auf die Auswirkungen von Zinsänderungen auf die Ratenhöhe eingegangen werden. Die Höhe der neuen Monatsraten und der Ratenanstieg im Gegensatz zur ursprünglichen Rate werden von den Jugendlichen in Einzelarbeit oder mit dem Sitznachbarn/der Sitznachbarin gelöst.

Es besteht auch die Möglichkeit, die Ratenhöhe gleich zu lassen und die Laufzeit zu verlängern. Um die neue Laufzeit in Monaten zu berechnen, werden die Schüler/die Schülerinnen mittels eines Lehrer-Schüler-Gesprächs auf die Anwendung der ZZR-Funktion (Zahlungszeitraum-Funktion) hingewiesen. Die Ergebnisse werden abermals im Klassenplenum verglichen, von jedem Schüler/jeder Schülerin abgespeichert und der Lehrperson per Mail oder USB-Stick abgegeben.

5.3.3 Lösungsvorschlag mit OpenOffice.org Calc



	A	B	C	D	E	F	G
1	**Zinsänderungsrisiko**						
2							
3	Kredit	bw	200.000				
4	Zinssatz	i	5%				
5		q	1,05				
6	Laufzeit in Monaten	Zzr	240		Jahre	20	
7	Annuität	rmz	-1.319,91		Annuität J.	-16.048,52	
8							
9							
10	Jahresbelastung d.		€ 15.838,94		Differenz Annuität pro Jahr,		
11	Monatsraten				pro Monat		
12						€ 209,58	

Tabelle 7:Zinsänderungsrisiko – monatliche/jährliche Annuität

Die monatliche und die jährliche Annuität, die jeweils am Ende des Zahlungszeitraumes beglichen werden, werden mit der RMZ-Funktion berechnet. Die Formeln für die beiden Raten unterscheiden sich lediglich in der Laufzeit und dem Zinssatz:

monatliche Annuität: C7=RMZ(5%/12;240;200000;0;0)

jährliche Annuität: F7=RMZ(5%;20;200000;0;0)

Um die beiden Zahlungsvarianten zu vergleichen, muss zuerst die Jahresbelastung der Monatsraten durch Aufschlüsselung der Kosten auf ein Jahr berechnet werden: C10=-C7*12

Weiters wird nun die Differenz der jährlichen Annuität und der monatlichen Annuität berechnet: F12=-F7-C10

So wird ersichtlich, dass die Variante mit der monatlichen Rückzahlung günstiger ist, als die jährliche Rückzahlung. Aus diesem Grund wird im restlichen Beispiel nur mehr mit der monatlichen Annuitätentilgung gerechnet.

14	**Nach 5 Jahren steigt der Zins an**				
15	**Wie hoch sind die Schulden nach 5 Jahren?**				
16					
17	Kumkapital =		33.421,88	= Summe der Kapitaltilgungen	
18		=-KUMKAPITAL(C4;C6/12;C3;1;5;0)			
19					
20	Restkredit demnach		166.578,12	166.578,12	166.578,12
21					

Tabelle 8: Zinsänderungsrisiko - Restkredit

Um die neue Monatsrate nach der Zinsänderung zu berechnen, muss zuerst die Restschuld nach fünf Jahren berechnet werden. Die erhält man, indem man vom Kreditbetrag von EUR 200.000,00 das kumulierte Kapital abzieht. Um die Summe der bis zu einem Zeitpunkt geleisteten Tilgungszahlungen zu berechnen, bietet OpenOffice.org Calc die Funktion KUMKAPITAL an. Diese Funktion berechnet das kumulierte Kapital, das heißt, jenen Gesamtbetrag der Tilgungsanteile in einem Zeitraum für eine Investition bei konstantem Zinssatz:
=KUMKAPITAL(ZINS;ZZR;BW;A;E;F)

ZINS gibt den Zinssatz pro Periode an.
ZZR gibt den Zahlungszeitraum an, das heißt, die Gesamtzahl der Perioden in denen die Annuität gezahlt wird.
BW gibt den Barwert, den derzeitigen Wert der Zahlungsreihe an.
A gibt die erste Periode an, die für die Berechnung des abgestatteten Kapitals berücksichtigt werden soll.
E gibt die letzte Periode an, die für die Berechnung des abgestatteten Kapitals berücksichtigt werden soll.
F gibt die Fälligkeit der Zahlung an (vgl. Schmidt 2009, S.300).

Für die Berechnung des kumulierten Kapitals (bereits abgezahlten Kapitals) in diesem Beispiel muss man folgende Werte einsetzen:
C17=KUMKAPITAL(5%;20;200000;1;5;0)

Den Restkredit erhält man nun, indem man das Ergebnis von KUMKAPITAL vom Kreditbetrag abzieht: C20=C3-C17

21					
22	**Jetzt steigen die Zinsen um**				
23			**1%**	**2%**	**3%**
24					
25	Neuer Zinssatz		6%	7%	8%
26	Restliche Laufzeit		180	180	180
27	Die Gesamtlaufzeit des Kredites bleibt unverändert				
28					
29	Neue Monatsrate demnach				
30		RMZ	-1.405,68	-1.497,25	-1.591,91
31					
32	Bei gleicher Laufzeit ergibt sich ein Ratenanstieg um				
33					
34			-€ 85,77	-€ 177,34	-€ 272,00

Tabelle 9: Zinsänderungsrisiko – neue Monatsrate

Der neue Zinssatz wird durch Addieren der Änderung zum ursprünglichen Zinssatz kalkuliert. Die Länge der restlichen Laufzeit in Monaten erhält man, indem man die verbleibenden Jahre mit 12 multipliziert. Die Höhe der neuen Monatsrate wird abermals mit der RMZ-Funktion berechnet: C30=RMZ(C25/12;C26;C20;0;0)

So ergibt sich bei gleich bleibender Laufzeit ein Anstieg der Monatsrate um die Differenz der ursprünglichen monatlichen Annuität und der neuen Monatsrate: C34=C30-C7

36	**Alternativer Ansatz - die Rate bleibt gleich, die Laufzeit wird**				
37	**verlängert**				
38					
39	Neue LZ in Monaten		200	229	277
40			=ZZR(C21/12;C7;C18;0;0)		
41					
42	Damit steigt die ursprüngliche Laufzeit in Monaten um				
43					
44		Monate	20	49	97
45		Jahre	1,7	4,1	8,1
46	LZ Verlängerung in %		8,3%	20,5%	40,5%

Tabelle 10: Zinsänderungsrisiko – neue Laufzeit

Soll trotz Zinssteigerung die Rate gleich bleiben, muss die Laufzeit verlängert werden, um den Kredit zu tilgen. Um die Laufzeit zu berechnen, kann man mit der ZZR-Funktion arbeiten. Diese berechnet den Zahlungszeitraum, das heißt

die Anzahl der Tilgungsperioden einer Investition bei gleichmäßigen Zahlungen und fixem Zinssatz.
=ZZR(ZINS;RMZ;BW;[ZW];[F])

ZINS gibt den Zinssatz pro Zahlungszeitraum an.
RMZ steht für die Höhe der regelmäßigen Zahlung.
BW gibt den aktuellen Wert einer Tilgungsreihe an.
ZW gibt den Wert an, der nach der letzten Zahlung erreicht werden soll. Er ist optional einzutragen.
F steht abermals für die Fälligkeit der Zahlungen und ist optional (vgl. Schmidt 2009, S.303).

C39=ZZR(C25/12;C7;C20;0;0)

Um die Verlängerung der Laufzeit zu berechnen, wird die ursprüngliche Laufzeit (240 Monate) von den 60 Monaten, in denen bereits getilgt wurde, abgezogen und anschließend die neue Laufzeit addiert: C44=60-C6+C39

Dividiert man dieses Ergebnis durch 12, erhält man die Laufzeitverlängerung in Jahren: C45=C44/12

Will man die Verlängerung zusätzlich als Prozentsatz der ursprünglichen Laufzeit berechnen, dividiert man die Differenz der Laufzeiten durch die ursprüngliche Laufzeit: C46=C44/C6

5.3.4 Lösungsvorschlag für Rechnen unter Zuhilfenahme des Taschenrechners

Franz Konsument hat vor 5 Jahren einen Kredit in der Höhe von
EUR 200.000,00 zu einem Zinssatz von 5% und einer Laufzeit von 20 Jahren für den Bau eines Hauses aufgenommen.

Berechne die Annuität, wenn sie am Monats- Jahresende beglichen wird. Welche Variante ist zu empfehlen und warum?

$S = 200.000$

$q_a = 1{,}05$

$n = 20\ (in\ Jahren)$

$n = 240\ (in\ Monaten)$

In diesem Beispiel wird mit dem relativen monatlichen Aufzinsungsfaktor gerechnet: $q_m = \frac{\frac{p}{100}}{12} + 1 = 1{,}00416$..

Die monatlich zu leistende Annuität eruiert man durch Auflösen der Rentenbarwertformel für nachschüssige Renten nach der Annuität A. Sie beträgt:

$$A = S \cdot \frac{q_m^n \cdot (q_m - 1)}{(q_m^n - 1)} = 1.319{,}911 \ldots$$

Um die jährliche Annuität zu berechnen, wird mit derselben Formel wie bei der monatlichen Annuität gearbeitet. Ausschließlich der Aufzinsungsfaktor muss angepasst werden:

$$A = S \cdot \frac{q^n \cdot (q - 1)}{(q^n - 1)} = 16.048{,}517 \ldots$$

Antwort: Die Variante der monatlichen Tilgung ist empfehlenswert, da durch die monatliche Rückzahlung das Kapital am Jahresende schneller schrumpft, als bei jährlicher Abstattung.

Nach 5 Jahren steigt der Zinssatz um 1%, 2% oder 3% an!
Berechne die neue Monatsrate, wenn die Laufzeit gleich bleiben soll!

Die Restschuld nach k-1 Jahren bzw. am Anfang des k-ten Jahres berechnet man sich durch Einsetzen in $R_{k-1} = S \cdot \frac{q^n - q^{k-1}}{q^n - 1}$.

Restschuld nach fünf Jahren bzw. am Anfang des sechsten Jahres beträgt $R_5 = S \cdot \frac{q^{20} - q^5}{q^{20} - 1} = 166.578{,}123 \ldots$

Die Summe der Kapitaltilgungen eruiert man, indem man den Restkredit vom ursprünglichen Kreditbetrag abzieht.

$$Summe\ der\ Kapitaltilgungen = Kredit - Restkredit = 33.421{,}877\ ...$$

Nach Steigung des Zinssatzes um 1%, 2% und 3% werden die neuen monatlichen Aufzinsungsfaktoren wie folgt berechnet:

$$q_{m1} = \frac{\frac{p_1}{100}}{12} = 1{,}005$$

$$q_{m2} = \frac{\frac{p_2}{100}}{12} + 1 = 1{,}00583\ ...$$

$$q_{m3} = \frac{\frac{p_3}{100}}{12} + 1 = 1{,}00666..$$

Die dazugehörigen, monatlichen Raten berechnet man sich wieder mit derselben Formel, wie zuvor:

$$A = S \cdot \frac{q^n \cdot (q-1)}{(q^n - 1)}$$

$$A_1 = R_5 \cdot \frac{q_{m1}^{180} \cdot (q_{m1} - 1)}{(q_{m1}^{180} - 1)} = 1.405{,}681\ ...$$

$$A_2 = R_5 \cdot \frac{q_{m2}^{180} \cdot (q_{m2} - 1)}{(q_{m2}^{180} - 1)} = 1.497{,}251\ ...$$

$$A_3 = R_5 \cdot \frac{q_{m3}^{180} \cdot (q_{m3} - 1)}{(q_{m3}^{180} - 1)} = 1.591{,}907\ ...$$

Antwort: Die monatlichen Annuitäten betragen entweder rund EUR 1.405,68 (für einen jährlichen Zinssatz von 6%), EUR 1.497,25 (für einen jährlichen Zinssatz von 7%) oder EUR 1.591,91 (für einen jährlichen Zinssatz von 8%).

Die neuen Monatsraten übersteigen den monatlich verfügbaren Betrag von Franz Konsument. Er entschließt sich daher, die monatliche Ratenhöhe unverändert zu lassen und die Laufzeit zu verlängern. Um wie viele Monate muss Franz Konsument seinen Kredit nun länger abstatten?

Ab hier ist die Berechnung auf die Werte der ersten Zinsvariante (mit einer Zinssteigerung um 1%) beschränkt. Die Rechenvorgänge für die anderen

Zinsvarianten funktionieren genauso. Die Ergebnisse sind im Kapitel 3.3 zu finden.

Für die Berechnung der neuen Laufzeit benötig man die Formel $n = \frac{\ln A - lnT_1}{\ln q}$

Davor muss man sich die Zinsen im ersten Monat berechnen

$$Z_1 = R_5 \cdot \frac{\frac{p_1}{100}}{12} = 832{,}890 \ldots$$

und kann dann so durch Einsetzen und Umformen in $Z_1 = A - T_1$ für T_1 folgenden Wert für die Tilgung im ersten Monat erhalten: $T_1 = A - Z_1 = 572{,}790 \ldots$

Durch Einsetzen der Werte in die Formel für die Berechnung der Laufzeit erhält man die Laufzeit in Monaten: $n = \frac{\ln A_1 - lnT_1}{\ln q} = 199{,}901..$

Die Laufzeitverlängerung in Monaten berechnet man, indem man die - nach 5 Jahren verbleibenden - 180 Monaten von der neu errechneten Laufzeit (auf 200 Monate gerundet) abzieht: $200 - 180 = 20$

Die Laufzeitverlängerung in Prozenten lässt sich einfach durch die Division der Laufzeitverlängerung durch die Anzahl der Monate der ursprünglichen Gesamtlaufzeit (=240 Monate) kalkulieren.

$$A = G \cdot \frac{p}{100} \quad \Leftrightarrow \quad p = \frac{A}{G} \cdot 100 = \frac{20}{240} \cdot 100 = 8{,}333 \ldots \%$$

Antwort: Herr Konsument muss jetzt 20 Monate länger (das sind 8,33% der ursprünglichen Laufzeit) den Kredit abstatten.

5.3.5 Lernziele

Den Schülern/Schülerinnen werden die Auswirkungen von auch nur kleinen Zinsschwankungen bewusst gemacht. Steigende Kreditzinsen sind vor allem

bei Wohnkrediten mit hohen, meist monatlichen Rückzahlungsbeträgen bei langen Laufzeiten ein Risiko, da es durch die damit verbundenen langjährigen Belastungen leichter zu Rückzahlungsschwierigkeiten kommen kann (vgl. Prantner 2008, S.121ff.).
Die Schüler/Schülerinnen analysieren das Problem der Zinsänderung und deren Auswirkungen auf die Ratenhöhe bzw. die Laufzeit. Sie verknüpfen vertraute Arbeitsweisen in bekannten Situationen, wenn sie die Höhe der Annuität sowie die neue Ratenhöhe oder Laufzeit berechnen. Sie erkennen so den logischen Zusammenhang zwischen Laufzeit, Zinshöhe und Ratenhöhe. Dadurch wird unter anderem das produktive geistige Arbeiten geschult. Bei dem Beispiel arbeiten sie unter bewusster Verwendung bekannter Regeln und OpenOffice.org Calc-Funktionen, was zur Festigung einer akkuraten Arbeitsform beiträgt.

5.3.6 Mathematische Kompetenzen

I1 Zahlen und Maße: Die Schüler/Schülerinnen rechnen bei der Kalkulierung der monatlichen/jährlichen Rate, der Restschuld, der Laufzeitverlängerung mit konkreten Eurobeträgen und Zinssätzen.
H2 Rechnen, Operieren: Bei der Berechnung der monatlichen/jährlichen Rate, der Restschuld und der Laufzeitverlängerung wird mit elementaren Rechenoperationen und bereits bekannten OpenOffice.org Calc Funktionen gearbeitet, in welche nur mehr die richtigen Werte eingesetzt werden müssen.
K1 Einsetzen von Grundkenntnissen- und fertigkeiten: Die Aufgabe erfordert bei der Berechnung der ursprünglichen Monatsrate, der Höhe des Restkredits nach 5 Jahren, der restlichen Laufzeit, etc. die direkte Anwendung von Wissen über bereits erlernte OpenOffice.org Calc-Funktionen, in welche nur mehr die entsprechenden Werte eingetragen werden müssen.
Anmerkung: Bei der Berechnung der neuen Laufzeit oder der neuen monatlichen Ratenhöhe werden unterschiedliche mathematische Tätigkeiten in passender Art miteinander verbunden und durch die richtige Anwendung von OpenOffice.org Calc-Funktionen umgesetzt. Diese Tätigkeit entspricht meiner

Meinung nach auch der Komplexitätsdimension „K2 Herstellen von Verbindungen“.

H3 Interpretieren: Die Erörterung der Auswirkungen schon geringer Zinsänderungen auf die Laufzeit und die Höhe von Krediten verlangt das Ablesen und richtige Interpretieren von Werten aus einer Tabelle (Internetquelle 17). Des Weiteren muss der Zusammenhang zwischen Zinssatz, Kreditlaufzeit, Kreditrate erkannt und richtig gedeutet werden.

H4 Argumentieren, Begründen: Um die Wahl zwischen monatlicher und jährlicher Rückzahlungsvariante zu begründen, müssen die Schüler/Schülerinnen mathematische Argumente angeben, die für oder gegen die monatliche bzw. jährliche Annuitätentilgung sprechen.

Hinweis: Schüler/Schülerinnen mit niedrigem Leistungsniveau werden am ehesten durch Rechnen begründen, da verbales Begründen eine gewisse Routine benötigt. Daher kann verbales Begründen nur dann erwartet werden, wenn Schüler/Schülerinnen immer wieder ermutigt werden, ihre Sichtweise, ihre Entscheidungen mit Argumenten zu stützen.

K3 Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren: Die Interpretation des Zusammenspiels zwischen Zinssatz, Laufzeit und Kreditrate, aber auch die Begründung der Entscheidung für monatliche bzw. jährliche Annuitätentilgung verlangt.

5.4 *Leasing versus Kredit*

5.4.1 Aufgabenstellung

Leasing / Kredit – Aufgabenstellung

Franz Junior will sich ein Auto kaufen. Er hat sich für den schnittigen Mazda6 Sport Edition entschieden. Dieser kostet
EUR 28.500. Die Bank bietet ihm drei Finanzierungsmöglichkeiten an.
Für welche Variante würdest du dich entscheiden?
Unter welchen verschiedenen Gesichtspunkten könntest du die Angebote betrachten?
Erscheint dir der Vergleich der drei Finanzierungsmöglichkeiten mit allen gefundenen Parametern sinnvoll? Welche Parameter liefern im Vergleich keine zielführenden Ergebnisse?
Welches Problem stellt sich dem Käufer außerdem bei der Kreditvariante, wenn er einen Betrag, der genau dem Kaufpreis entspricht, beantragt?
Was sind für dich die gravierendsten Unterschiede zwischen Kredit und Leasing?

Kaufobjekt: Mazda (J) Mazda6 Sport 2,0i TE Aut., 108kW, NL = 545 kg, HC: 156466, neu
Kaufpreis inkl. 9% NoVA, inkl. 20% USt.: EUR 28.500,00

Finanzierungsmöglichkeiten:

Restwertleasing:

Vertragsdauer:	60 Monate
Jahres-Kilometerleistung:	15.000 km
Restwert (inkl. 20% USt.):	EUR 10.004,92
Zinssatz (p.a.):	4,00%

Einmalige Bearbeitungsgebühr (inkl. 20% USt.):	EUR 150,00
vorschüssige Ratenzahlung	
Full-Pay-Out-Leasing:	
Vertragsdauer:	60 Monate
Jahres-Kilometerleistung:	15.000 km
Zinssatz (p.a.):	4,00%
Einmalige Bearbeitungsgebühr (inkl. 20% USt.):	EUR 150,00
vorschüssige Ratenzahlung	
Kredit:	
Finanzierungsbetrag:	EUR 28.500,00
Laufzeit:	59 Monate
Sollzinsen (p.a.):	4%
Bearbeitungsprovision (einmalig):	EUR 100,04
Ausfertigungsgebühr (einmalig):	EUR 50,00
Kontoführungskosten (p.a.):	EUR 60,00
Kontoschließungsgebühr:	EUR 6,68
nachschüssige Ratenzahlung	

5.4.2 Umsetzung im Unterricht

Die Aufgabenstellung zu den Themen Leasing und Kredit soll innerhalb zweier Unterrichtseinheiten bearbeitet werden. Die Sozialformen beschränken sich auf Klassenplenum und Partnerarbeit. Die Arbeitsform konzentriert sich auf Unterrichtsgespräche und eigenständige Arbeit.

Zu Beginn werden im Plenum anhand eines Unterrichtsgesprächs die Merkmale des Restwertleasings, des Full-Pay-Out-Leasings und des Kredits wiederholt, welche den Jugendlichen schon vorab bei den Schülerreferaten erläutert wurden. Zum besseren Verständnis der Angabe, die zuvor als Handout und in elektronischer Form den Schülern/Schülerinnen ausgegeben wurde, werden die Begriffe Vertragsdauer, Jahres-Kilometerleistung, Restwert, Zinssatz, einmalige

Bearbeitungsgebühr, Sollzinsen, Bearbeitungsprovision, Ausfertigungsgebühr, Kontoführungskosten und Kontoschließungsgebühr in Form eines Unterrichtgesprächs gemeinsam erklärt und wiederholt.

Die Parameter zum Vergleich der drei Finanzierungsmöglichkeiten werden im Laufe der Bearbeitung des Restwertleasings gemeinsam mit den Schülern/Schülerinnen in Form eines Lehrer-Schüler-Gesprächs erarbeitet.

Zuerst muss die Leasingrate, die monatlich zu leisten ist, berechnet werden. Hier können die Jugendlichen alleine oder mit ihren Partnern/ihren Partnerinnen die RMZ-Funktion anwenden und die Rate berechnen.

Für die Berechnung der Effektivverzinsung unter Berücksichtigung der Bearbeitungsgebühr und der Rechtsgeschäftsgebühr, muss zuerst auf den Lösungsweg eingegangen werden. Dies erfolgt am besten durch den Lehrer/die Lehrerin, der/die den Jugendlichen die Bedeutung der dafür nötigen Werte (Tilgungsäquivalenz, durchschnittliche Höhe des offenen Leasingbetrages, Leasingkosten der Finanzierung) erklärt und ihnen zeigt, wie man sie berechnet.

Die Posten aus denen sich die Gesamtbelastung zusammensetzen, werden abermals mittels eines Unterrichtsgesprächs zwischen Lehrperson und Jugendlichen eruiert. Sobald die Zusammensetzung der Gesamtbelastung geklärt ist, wird diese von den Schülern/Schülerinnen selbstständig kalkuliert.

Die Berechnung der Vergleichsparameter des Full-Pay-Out-Leasings und der Kreditfinanzierung werden von den Lernenden in Einzelarbeit durchgeführt.

Die Aufschlüsselung der Vergleichsparameter erfolgt unter Anleitung des Lehrpersonals. Außerdem wird auf das Problem des Käufers bei der Kreditvariante mittels eines Unterrichtsgesprächs eingegangen. Zusätzlich sollen die Schüler/Schülerinnen in Kleingruppen diskutieren, welche Finanzierungsvariante am günstigsten ist und was die gravierendsten Unterschiede zwischen Kredit und Leasing sind.

Die Bearbeitung des Beispiels wird abermals elektronisch gesichert und dem Lehrer/der Lehrerin abgegeben.

5.4.3 Lösungsvorschlag mit OpenOffice.org Calc

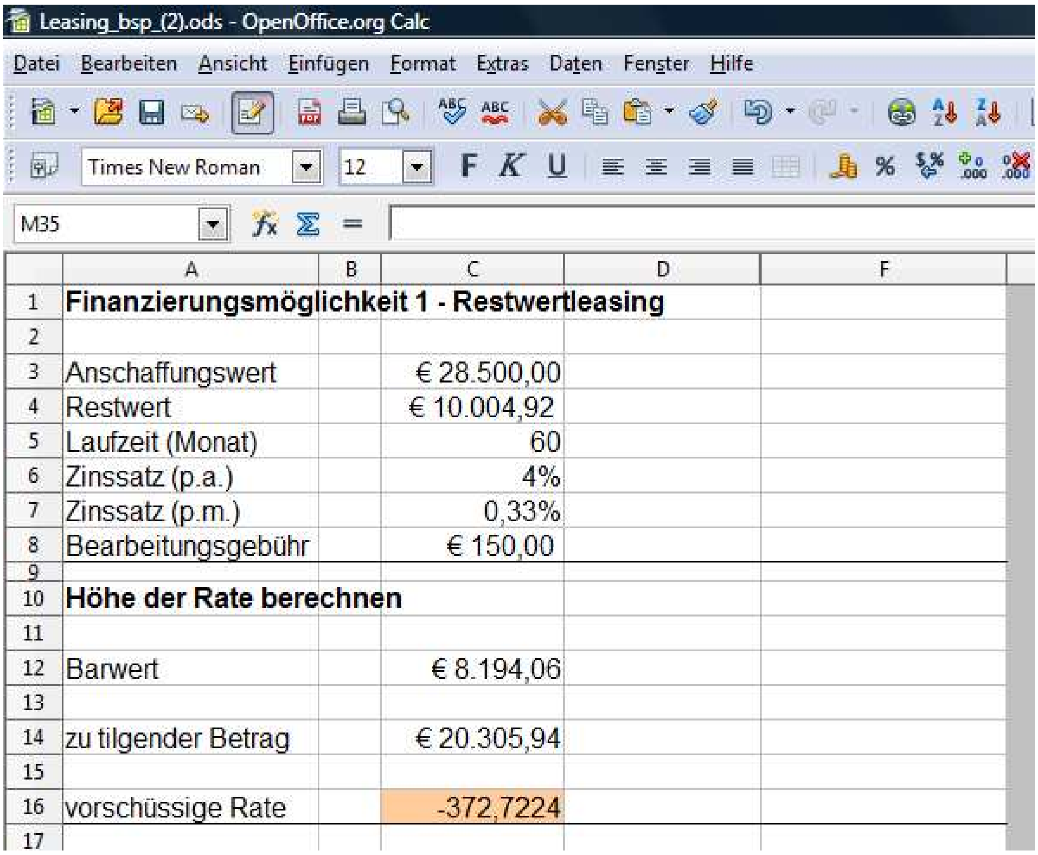


Tabelle 11: Leasing versus Kredit - Höhe der Rate bei Restwertleasing

Um die drei Finanzierungsvarianten zu vergleichen, müssen zuvor einzelne Eckdaten, wie zum Beispiel die Ratenhöhe, die Leasingkosten, der Effektivzinssatz, Gesamtbelastung etc. berechnet werden.

Beim Restwertleasing bleibt am Ende der Tilgungslaufzeit ein Restwert. Darum muss zuerst der Barwert des Restwertes berechnet werden, um die Leasingrate berechnen zu können. OpenOffice.org Calc bietet hierfür die BW-Funktion, sie berechnet den Barwert einer Investition:

=BW(ZINS;ZZR;RMZ;[ZW];[F])

ZINS gibt den Zinssatz der Zahlungsperiode an, hier 0,33% (Zelle C7).

ZZR steht für die Gesamtanzahl der Perioden, in denen Annuitäten gezahlt werden, hier 60 Monate (Zelle C5).

RMZ gibt die regelmäßige Zahlung an, die in jeder Periode gezahlt wird. Hier Null, da keine monatlichen Zahlungen geleistet werden müssen.

ZW steht für den zukünftigen Wert, der nach der letzten Zahlung erreicht werden soll, hier der negative Restwert (Zelle C4).

F gibt die Fälligkeit der Zahlung an, für vorschüssige Zahlungen setzt man eine Eins ein, für nachschüssige eine Null, hier Eins für vorschüssige Zahlungen.

C12=BW(C7,C5;0;-C4;1)

Der zu tilgende Betrag ergibt sich durch Abziehen des Barwerts des Restwerts vom Anschaffungswert: C14=C3-C12

Die vorschüssig monatlich gleichbleibende Rate wird mittels der RMZ-Funktion berechnet: C16=RMZ(C7;C5;C14;0;1)

17					
18	**Effektivverzinsung unter Berücksichtigung der Bearbeitungsgebühr**				
19	**und der Rechtsschaffensgebühr**				
20	Rechtsgeschäfftsgebühr ⇒		€ 149,25		
21					
22	Tilgungsäquivalenz		€ 18.495,08		
23					
24	durchschnittliche Höhe des offenen Leasingbetrages:				
25			€ 19.252,46		
26					
27	Leasingkosten der Finanzierung:			60*Monatsraten	€ 22.363,34
28			€ 4.167,51		
29					
30	Effektivzinssatz:				
31			4,33%		

Tabelle 12: Leasing versus Kredit – Effektivzinssatz bei Restwertleasing

Im Weiteren wird der Effektivzinssatz unter Berücksichtigung der Bearbeitungsgebühr und der Rechtsgeschäftsgebühr berechnet.

Die Rechtsgeschäftsgebühr ist das Pendant zur Kreditsteuer (0,8% der Kreditsumme). Sie beträgt 1,1% der Bemessungsgrundlage (meist: Anzahlung, Bearbeitungsgebühr samt 36 Monatsraten). In diesem Beispiel setzt sie sich aus 1,1% von 36 Monatsraten und der Bearbeitungsgebühr zusammen: C20=0,011*(-C16*36+C8)

Für die Ermittlung des Effektivzinssatzes sind weiters die gesamten Leasingkosten, sowie die durchschnittliche Höhe des offenen Leasingbetrages zu ermitteln.

Die Leasingkosten berechnet man, indem man von der Gesamtsumme aller anfallenden Leasingraten, der Rechtsgeschäftsgebühr und der Bearbeitungsgebühr die Tilgungsäquivalenz abzieht. Unter Tilgungsäquivalenz versteht man jenen Betrag, der mittels Raten getilgt wird. In diesem Fall berechnet man ihn, indem man den Restwert vom Kaufpreis abzieht:
C22=C3-C4
Die Leasingkosten werden wie folgt berechnet: C28=F31+C8+C20-C26

Die durchschnittliche Höhe des offenen Leasingbetrags lässt sich durch Halbierung der Summe des Kaufpreises und des Restwertes eruieren: C25=(C3+C4)/2

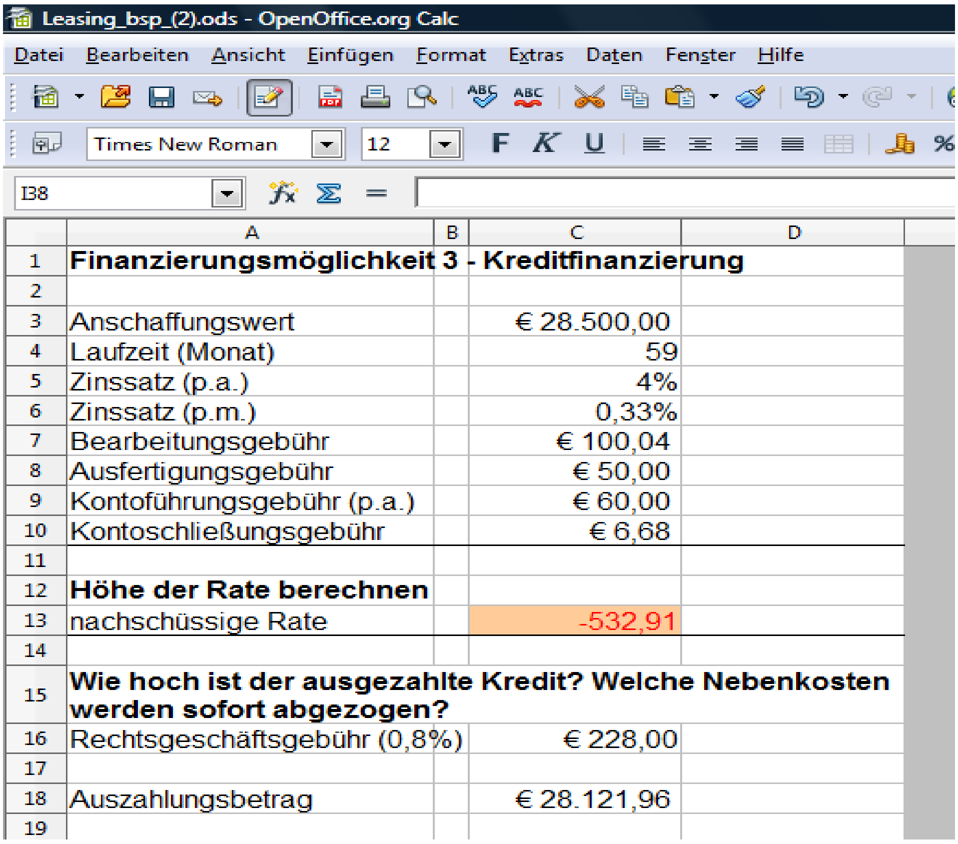
Der Effektivzinssatz lässt sich nun durch Division des Quotienten der Leasingkosten und des durchschnittlich offenen Leasingbetrags durch die Laufzeit in Jahren kalkulieren: C31=(C32/C29)/(60/12)

41	**Wie groß ist die Gesamtbelastung? Um wie viel Prozent beträgt sie**				
42	**mehr als der Kaufpreis?**				
43	60* Monatsrate		€ 22.363,34		
44	Restwert		€ 10.004,92		
45	Bearbeitungsgebühr		€ 150,00		
46	Rechtsgeschäftsgebühr		€ 149,25		
47	Gesamtbelastung		€ 32.667,51		
48					
49	Prozentsatz		14,62%		

Tabelle 13: Leasing versus Kredit – Gesamtbelastung bei Restwertleasing

Die Gesamtbelastung wird durch Summieren der Summe der Monatsraten, des Restwerts, der Bearbeitungsgebühr und der Rechtsgeschäftsgebühr berechnet. Die Preissteigerung in Prozenten wird durch C49=C39/C3-1 ermittelt.

Die Berechnung der Vergleichsparameter erfolgt beim Full-Pay-Out-Leasing analog wie beim Restwertleasing. Kleine Unterschiede finden sich bei der Berechnung der Tilgungsäquivalenz, die im Fall des Full-Pay-Out-Leasings dem Wert des Kaufpreises entspricht und bei der Berechnung der durchschnittlichen Höhe des offenen Leasingbetrags, der in diesem Fall durch Halbierung des Kaufpreises kalkuliert wird.



	A	B	C	D
1	**Finanzierungsmöglichkeit 3 - Kreditfinanzierung**			
2				
3	Anschaffungswert		€ 28.500,00	
4	Laufzeit (Monat)		59	
5	Zinssatz (p.a.)		4%	
6	Zinssatz (p.m.)		0,33%	
7	Bearbeitungsgebühr		€ 100,04	
8	Ausfertigungsgebühr		€ 50,00	
9	Kontoführungsgebühr (p.a.)		€ 60,00	
10	Kontoschließungsgebühr		€ 6,68	
11				
12	**Höhe der Rate berechnen**			
13	nachschüssige Rate		-532,91	
14				
15	**Wie hoch ist der ausgezahlte Kredit? Welche Nebenkosten werden sofort abgezogen?**			
16	Rechtsgeschäftsgebühr (0,8%)		€ 228,00	
17				
18	Auszahlungsbetrag		€ 28.121,96	
19				

Tabelle 14: Leasing versus Kredit – Ratenhöhe bei Kreditfinanzierung

Die Berechnung der Vergleichsparameter der Kreditfinanzierung läuft analog ab, wie beim Full-Pay-Out-Leasing. Auch hier entspricht die Tilgungsäquivalenz dem Kaufpreis. Die durchschnittliche Höhe des offenen Kreditbetrags ergibt sich durch Halbierung des Anschaffungswertes.

Bei der Kreditfinanzierung stellt sich das Problem, dass vom angeforderten Betrag noch die Bearbeitungs-, die Rechtsgeschäfts- sowie die Ausfertigungsgebühr abgezogen werden.

Die Rechtsgeschäftsgebühr beträgt bei Krediten 0,8% des Kredits. C16=0,008*C3

Es ergibt sich somit ein Auszahlungsbetrag von C18=C3-C7-C8-C16

Die drei Finanzierungsmöglichkeiten können nach der monatlichen Rate, der Gesamtbelastung, der Preissteigerung, den Leasing/Kreditkosten, dem effektiv Zinssatz oder der durchschnittlichen Leasing/Kredithöhe verglichen werden.

Parameter zum Vergleichen	Restwert-leasing	Full-Pay-Out-Leasing	Kredit-finanzierung
monatliche Ratenhöhe	-€ 372,72	-€ 523,13	-532,91
Gesamtbelastung	€ 32.667,51	€ 31.746,44	€ 32.652,57
Preissteigerung	14,62%	11,39%	14,57%
Leasing/Kreditkosten	€ 4.167,51	€ 3.246,44	€ 4.152,57
Effektivzinssatz	4,33%	4,56%	5,83%
durchschn. Leasing/Kredithöhe	€ 19.252,46	€ 14.250,00	€ 14.250,00

Tabelle 15: Leasing versus Kredit – Parameter zum Vergleich

Es ist wenig zielführend, die drei Varianten nach der durchschnittlichen Leasing- bzw. Kredithöhe zu vergleichen. In diesem Fall wären das Full-Pay-Out-Leasing und die Kreditfinanzierung gleich günstig, da diese mit demselben Wert (Anschaffungswert) berechnet werden. Vergleicht man aber mit den anderen Parametern, wird eindeutig ersichtlich, dass das Full-Pay-Out-Leasing in allen Punkten besser abschneidet.

Ich würde mich entweder für das Full Pay-Out-Leasing oder die Kreditfinanzierung entscheiden. Das Full-Pay-Out-Leasing schneidet in den meisten Punkten besser ab als das Restwert-Leasing. Allein der Effektivzinssatz und die monatliche Ratenhöhe sind größer als beim Restwertleasing. Da aber das Auto nach den 5 Jahren in den Besitz des Käufers übergeht, sind sie meiner Meinung nach zu vernachlässigen. Hier hat auch die Kreditfinanzierung seinen Vorteil. Das Auto geht sofort in meinen Besitz über und schneidet auch in manchen Punkten (Kreditkosten, Preissteigerung, Gesamtbelastung) mit einem zweiten Platz ab.

Kredit und Leasing unterscheiden sich in mehreren Punkten:
Während beim Kredit das Auto in den Besitz des Käufers übergeht (oft haben Lieferanten oder der Kreditgeber Eigentumsvorbehalte), bleibt es beim Leasing im Eigentum der Leasinggesellschaft. Der Kunde ist lediglich Mieter.
Die staatlichen Gebühren betragen bei der Kreditfinanzierung 0,8% der Kreditsumme. Beim Leasen treten die staatlichen Gebühren in Form von Bestandvertragsgebühren auf. Diese betragen 1% der Leasingentgelte bzw. 1% von 36 Brutto-Monatsleasingraten bei unbestimmter Vertragsdauer.
Beim Leasen werden nicht unbedingt Bearbeitungsgebühren verlangt. Falls doch, betragen sie 0,5% - 1% des Anschaffungspreises. Beim Kredit sind Bearbeitungsgebühren von 0,5% - 3% des Kreditbetrages üblich. In beiden Fällen sind sie verhandelbar.

5.4.4 Lösungsvorschlag für Rechnen unter Zuhilfenahme des Taschenrechners

Kaufobjekt: Mazda (J) Mazda6 Sport 2,0i TE Aut., 108 kW, NL = 545 kg,
HC: 156466
neu

Kaufpreis inkl. 9% NoVA, inkl. 20% Ust.:	EUR 28.500,00

Restwertleasing:

Vertragsdauer:	60 Monate
Jahres-Kilometerleistung:	15.000km
Restwert (inkl. 20% USt.):	EUR 10.004,92

Zinssatz:	4% p.a.
Einmalige Bearbeitungsgebühr (inkl. 20% USt.):	EUR 150

Wie hoch ist die monatliche, vorschüssige Leasingzahlung (inkl. 20% Umsatzsteuer)?

Der relative Monatszinssatz wird wie folgt berechnet: $p.m. = \frac{p.a.}{12} = 0{,}333\ldots\%$

Um die Leasingraten zu berechnen, muss man zuerst den Barwert des Restwertes berechnen.

$$\frac{10.004{,}92}{1{,}0033\ldots^{60}} = 8.194{,}060\ldots$$

Anschließend kann man auf Basis der Differenz der Anschaffungskosten und des Barwertes die Leasingraten ermitteln:

Anschaffungskosten AK		28.500,00	€
Restwert abgezinst auf t = 0:	–	8.194,06	€
zu tilgender Betrag (S)		20.305,94..	€

Die Monatsrate kann man nun über die Formel für vorschüssige Renten (abgeleitet aus der Rentenbarwertformel $Rentenbarwert = Z_v \cdot q \cdot \frac{(q^n - 1)}{q^n \cdot (q-1)}$) berechnen: $Z_v = S \cdot \frac{q^n \cdot (q-1)}{q \cdot (q^n - 1)} = 372{,}722\ldots€$

Wie hoch ist die Effektivverzinsung dieser Leasingfinanzierung, wenn zusätzlich die Bearbeitungsgebühr und eine Rechtgeschäftsgebühr (= 0,011· (Leasingrate · 36 + Bearbeitungsgebühr)) zu berücksichtigen ist?

Die Rechtsgeschäftsgebühr beträgt 1,1 Prozent der Summe von 36 Leasingraten und der Bearbeitungsgebühr:

$$Rechtsgeschäftsgebühr = 0{,}011 \cdot (Leasingrate \cdot 36 + Bearbeitungsgebühr) = 149{,}248\ldots$$

Unter Tilgungsäquivalenz versteht man jenen Betrag, der mittels Raten zu tilgen ist. In diesem Fall berechnet man sich die Tilgungsäquivalenz, indem man den Restwert vom Kaufpreis abzieht:

Kaufpreis des Mazda 6	28.500,00€
Restwert am Laufzeitende	– 10.004,92€
Tilgungsäquivalent	18.495,08€

Die durchschnittliche Höhe des offenen Leasingbetrags berechnet man wie folgt: $\frac{Kaufpreis - Restwert}{2} = 19.252{,}46€$

Leasingkosten der Finanzierung :

60 Leasingraten zu€ 372,72	22.363,34€
Rechtsgeschäftsgebühr	149,25€
Bearbeitungsgebühr	150,00€
Tilgungsäquivalenz	– 18.495,08€
	4.167,51€

Den Effektivzinssatz für ein Jahr kalkuliert man, indem man die anfallenden Leasingkosten durch die durchschnittliche Leasinghöhe dividiert und diesen Prozentsatz anschließend auf die gesamte Laufzeit aufteilt. Will man den Effektivzinssatz nicht als Dezimalzahl sondern in Prozent angeben, muss man das Ergebnis noch mit 100 multiplizieren.

$$\frac{Leasingkosten}{durchschnittliche\ Leasinghöhe} \cdot 100 : Laufzeit\ in\ Jahren = 4{,}32\ldots\%$$

Wie groß ist die Gesamtbelastung? Um welchen Prozentsatz beträgt sie mehr als der Kaufpreis?

Um die Gesamtbelastung des Leasingvertrags zu berechnen, muss man die unten aufgelisteten Daten addieren.

Rate · Anzahl der Monatsraten	22.363,34€
Restwert	10.004,92€
Bearbeitungsgebühr	150,00€

Rechtsgeschäftsgebühr	149,25€
Gesamtbelastung	32.667,51€

Preissteigerung berechnet man durch Umformung der Prozentformel. Die Gesamtbelastung ist der Anteil des Grundwertes, des Anschaffungswerts, der um einen gewissen Prozentsatz multipliziert wurde:

$$\left(\frac{A}{G} - 1\right) \cdot 100 = \left(\frac{Gesamtbelastung}{Anschaffungswert} - 1\right) \cdot 100 = 14{,}622 \ldots \%$$

Full-Pay-Out-Leasing:

Vertragsdauer:	60 Monate
Jahres-Kilometerleistung:	15.000km
Zinssatz:	4% p.a.
Einmalige Bearbeitungsgebühr (inkl. 20% USt.):	150€

Wie hoch ist die monatliche, vorschüssige Leasingzahlung (inkl. 20% USt.)?

Monatszinssatz berechnen: $p.m. = \frac{p.a.}{12} = 0{,}333 \ldots \%$

Die Monatsrate kann man nun über die Formel für vorschüssige Renten (abgeleitet aus der Rentenbarwertformel $Rentenbarwert = Z_v \cdot q \cdot \frac{(q^n - 1)}{q^n \cdot (q-1)}$)

berechnen: $Z_v = S \cdot \frac{q^n \cdot (q-1)}{q \cdot (q^n - 1)} = 523{,}127 \ldots €$

Wie hoch ist die Effektivverzinsung dieser Leasingfinanzierung, wenn zusätzlich die Bearbeitungsgebühr und eine Rechtgeschäftsgebühr (= 0,011· (Leasingrate · 36 + Bearbeitungsgebühr)) zu berücksichtigen sind?

$$Rechtsgeschäftsgebühr$$
$$= 0{,}011 \cdot (Leasingrate \cdot 36 + Bearbeitungsgebühr)$$
$$= 208{,}808 \ldots €$$

Unter Tilgungsäquivalenz versteht man jenen Betrag, der mittels Raten zu tilgen ist.
In diesem Fall ist das der Kaufpreis von 28.500,00€

Im Durchschnitt ist immer die Hälfte des Kaufpreises abzustatten. So berechnet sich die Höhe des offenen Leasingbetrags ganz einfach:

$$\frac{28.500{,}00}{2} = 14.250{,}00€$$

Die Leasingkosten berechnen sich durch die Summierung der zu leistenden Zahlungen (Raten, Gebühren), wobei dann der Kaufpreis abgezogen werden muss.

60 Leasingraten zu€ 523,13€	31.387,63€
Rechtsgeschäftsgebühr	208,81€
Bearbeitungsgebühr	150,00€
Kaufpreis	– 28.500,00€
Leasingkosten der Finanzierung	3.246,44€

Effektivzinssatz berechnet sich, indem man den Prozentsatz ausrechnet, den die Leasingkosten von der durchschnittlichen Leasinghöhe betragen.

$$\frac{Leasingkosten}{durchschnittliche\ Leasinghöhe} \cdot 100 : Laufzeit\ in\ Jahren = 4{,}5564 \ldots \%$$

Wie groß ist die Gesamtbelastung? Um welchen Prozentsatz beträgt sie mehr als der Kaufpreis?

Die Gesamtbelastung berechnet man wie oben:

60 Leasingraten zu 523,13€	31.387,63€
Rechtsgeschäftsgebühr	208,81€
Bearbeitungsgebühr	150,00€
Gesamtbelastung	31.746,44€

Die Berechnung der Preissteigerung läuft wie bei der vorigen Finanzierungsvariante ab:

$$\left(\frac{A}{G} - 1\right) \cdot 100 = \left(\frac{Gesamtbelastung}{Anschaffungswert} - 1\right) \cdot 100 = 11{,}391 \ldots \%$$

Kredit

Finanzierungsbetrag:	EUR 28.500
Laufzeit:	59 Monate
Rückzahlung in 60 monatlichen Pauschalraten ab 5.2.2010	EUR 526,00
Sollzinsen p.a.:	4,00%
Bearbeitungsprovision (einmalig):	EUR 100,04
Ausfertigungsgebühr (einmalig):	EUR 50,00
Kontoführungskosten p.a.:	EUR 60,00
Kontoschließungsgebühr:	EUR 6,68

Wie hoch sind die monatlichen Kreditraten für diesen Kredit?

Monatszinssatz berechnen:

$$p.m. = \frac{p.a.}{12} = 0{,}333 \ldots \%$$

Die Monatsrate kann man mit der Formel für nachschüssige Renten (abgeleitet aus der Rentenbarwertformel $Rentenbarwert = Z_n \cdot \frac{(q^n - 1)}{q^n(q-1)}$) berechnen:

$$nachschüssige\ Monatsrate = S \cdot \frac{q^n(q-1)}{(q^n - 1)} = 532{,}908 \ldots €$$

Welche Zusatzkosten fallen bei Kreditaufnahme an bzw. wie viel erhält der Kreditnehmer tatsächlich ausbezahlt?

Um den real ausgezahlten Betrag zu kalkulieren, werden vom Kreditbetrag alle Gebühren abgezogen.

Kreditbetrag		28.500,00€
Bearbeitungsgebühr	–	150,00€
Rechtsgeschäftsgebühr 0,8%	–	228,00€
Ausfertigungsgebühr	–	50,00€
Auszahlungsbetrag		28.121,96€

Wie hoch ist die Gesamtbelastung der Kreditfinanzierung?

Die Gesamtbelastung der Kreditfinanzierung wird eruiert, indem man die Summe aller Monatsraten und alle zu leistenden Gebühren summiert:

60 Monatsraten zu 532,91€	31.974,53€
Bearbeitungsgebühr	100,04€
Rechtsgeschäftsgebühr 0,8%	228,00€
Ausfertigungsgebühr	50,00€
Kontoführungsgebühr für 5 Jahre zu je 60€	300,00€
Gesamtbelastung	32.652,57€

Preissteigerung = $\left(\frac{A}{G} - 1\right) \cdot 100 = \left(\frac{Gesamtbelastung}{Anschaffungswert} - 1\right) \cdot 100 = 14{,}570 \ldots \%$

Wie hoch ist der Effektivzinssatz dieses Kredites?

60 Monatsraten zu 532,91€	31.974,53€
Kontoführungsgebühr	300,00€
Auszahlungsbetrag	– 28.121,96€
Kreditkosten der Finanzierung	4.152,57€

Die durchschnittliche Kredithöhe wird wie beim Full-Pay-Out-Leasing berechnet:

$$\frac{28.500{,}00}{2} = 14.250{,}00€$$

Der Effektivzinssatz beträgt

$$\frac{Kreditkosten}{durchschnittliche\ Kredithöhe} \cdot 100 : Laufzeit\ in\ Jahren = 5{,}828 \ldots \%$$

5.4.5 Lernziele

Die Schüler/Schülerinnen festigen durch die Bearbeitung dieses Beispiels das zuvor bei den Referaten erlangte Wissen über das Restwertleasing und das Full-Pay-Out-Leasing. Diese werden einer normalen Kreditfinanzierung gegenübergestellt. Die Schüler/Schülerinnen überlegen und berechnen selbst Richtwerte, die zum Vergleich von Kredit, Restwertleasing und Full-Pay-Out-Leasing herangezogen werden können. Zuletzt sollen die Schüler/Schülerinnen noch die für sie gravierendsten Unterschiede zwischen Kredit und Leasing erarbeiten.

Das produktive geistige Arbeiten wird bei diesem Beispiel wiederum durch Kombinieren vertrauter Verfahren und bekannter OpenOffice.org Calc-Funktionen und die Anwendung dieser in teilweise unbekannten Situationen geübt, da die Schüler/Schülerinnen zur Berechnung der zum Vergleich herangezogenen Parameter bekannte Rechenoperationen in ihnen neuen wirtschaftlichen Kontexten anwenden. Die kalkulierten Richtwerte werden präzise beschrieben. Sie werden abgewogen und verglichen. Auf Grund dieser Werte entscheiden sich die Schüler/Schülerinnen für eine Finanzierungsoption und rechtfertigen diese, indem sie die Wahl der für sie ausschlaggebenden Parameter während eines Unterrichtsgesprächs vor ihren Mitschülern/Mitschülerinnen begründen. Dadurch trainieren sie unter anderem Argumentieren und exaktes Arbeiten.

5.4.6 Mathematische Kompetenzen

Hinweis: Um den Schülern/Schülerinnen die Gelegenheit zu bieten, das Beispiel selbst zu strukturieren und einen eigenen Lösungsweg zu gehen, ist diese Beispielangabe absichtlich offen verfasst, das heißt, die Vergleichsparameter sind nicht vorgegeben.

I1 Zahlen und Maße: Bei den zu ermittelnden Werten handelt es sich um Zinsen, Ratenhöhen, Gesamtbelastung, Kreditkosten und Prozentsätzen.

H2 Rechnen, Operieren: Das Beispiel verlangt die operative Ermittlung verschiedener Richtwerte (monatliche Ratenhöhe, Gesamtbelastung, Preissteigerung, Leasing/Kreditkosten, Effektivzinssatz, durchschnittliche Leasing/Kredithöhe).

K1 Einsetzen von Grundkenntnissen und –fertigkeiten: Die Rechnung der Leasingrate bzw. Kreditrate ist aus dem Kontext unmittelbar erkennbar und von geringer Komplexität, da hierfür die bereits bekannte RMZ-Funktion nötig ist.

K3 Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren: Die Berechnung des Effektivzinssatzes verlangt das Nachdenken über die Zusammenhänge zwischen der Tilgungsäquivalenz der durchschnittlichen Höhe des offenen Leasing/Kreditbetrages und der Höhe der Leasing/Kreditkosten der Finanzierung, da diese aus den dargelegten mathematischen Sachverhalten nicht unmittelbar ablesbar sind.

H3 Interpretieren: Das Ablesen und Interpretieren von Vergleichsparametern der drei Finanzierungsmöglichkeiten bedient diese Handlungskompetenz.

H4 Argumentieren, Begründen: Um die Wahl der Finanzierungsoption zu begründen, werden die Werte aus der Vergleichstabelle herangezogen, um Argumente für bzw. gegen Restwertleasing, Full-Pay-Out-Leasing und Kredit zu stützen.

K3 Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren: Die Wichtigkeit der berechneten Parameter der drei Finanzierungsvarianten wird durch Reflektieren bestimmt.

5.5 Angebotsvergleich

5.5.1 Aufgabenstellung

Angebotsvergleich - Aufgabenstellung

Franz Konsument möchte seiner Frau Franziska zum 30. Hochzeitstag eine neue Küche schenken. Das Geschenk kostet ihn EUR 20.000,00. Um die Küche zu finanzieren, erkundigt er sich bei 3 verschiedenen Banken wegen eines Kredits.

Welchen Kreditbetrag muss er anfordern, um nach Abzug der Rechtsgeschäftsgebühr (0,8% vom Kreditbetrag) und der Bearbeitungsgebühr (von Bank zu Bank unterschiedlich) EUR 20.000,00 zur Verfügung zu haben?

Nach welchen Parametern kann Franz Konsument die Kreditangebote vergleichen?

Welcher Kredit kommt Herrn Konsument am günstigsten?

Für welchen Kredit sollte er sich deiner Meinung nach entscheiden?

BKS BANK AG*

Auszahlungsbetrag	EUR 20.000,00
Laufzeit in Jahren	5
Nominalzinssatz (p.a.)	4,125%
Bearbeitungsgebühr	1,00%
Kontoführungsgebühr (auf 5 Jahre)	EUR 214,20

BAWAG*

Auszahlungsbetrag	EUR 20.000,00
Laufzeit in Jahren	5
Nominalzinssatz (p.a.)	4,25%
Bearbeitungsgebühr	2,00%
Kontoführungsgebühr (auf 5 Jahre)	EUR 101,40

RAIFFEISEN NÖ – WIEN*	
Auszahlungsbetrag	EUR 20.000,00
Laufzeit in Jahren	5
Nominalzinssatz (p.a.)	4,75%
Bearbeitungsgebühr	2,00%
Kontoführungsgebühr (auf 5 Jahre)	EUR 131,25

* Werte vom April 2009

5.5.2 Umsetzung im Unterricht

Da das Beispiel des Angebotsvergleichs in der Aufgabenstellung dem Beispiel zu Leasing versus Kredit stark ähnelt, wird es zum Training eigenständigen Arbeitens und dem Anwenden gelernter Methoden als Hausübung aufgegeben. Diese soll bis zum Abschluss der Beispielsammlung, oder aber auch bis zur nächsten oder übernächsten Stunde oder innerhalb einer Woche elektronisch abgegeben werden.

5.5.3 Lösungsvorschlag mit OpenOffice.org Calc

Die Vergleichsparameter für die drei Finanzierungsangebote sind der anzufordernde Kreditbetrag, die monatliche Kreditrate, die Gesamtbelastung, die Kreditkosten und der Effektivzinssatz.

Die Rechenoperationen mit openOffice.org Calc werden nur für das Angebot der BKS Bank AG dokumentiert. Die Berechnungen der beiden weiteren Finanzierungsangebote funktionieren analog.

	A	B	C	D	E	F
1	**RAIFFEISEN NÖ - WIEN**		April 2009			
2						
3	Kreditbetrag		€ 20.576,13		20.000=G - 2%*G –	
4	Auszahlungsbetrag		€ 20.000,00		0,8%*G	
5	Laufzeit in Jahren		5		G = 20.000 / 0,972	
6	Laufzeit in Monaten		60			
7	Nominalzinssatz p.a.		4,75%			
8	Nominalzinssatz p.m.		0,40%		relativer Zinssatz	
9	Bearbeitungsgebühr		€ 411,52			
10	Kontoführungsgebühr (auf 5 Jahre)		€ 131,25			
11	Rechtsgeschäftsgebühr		€ 164,61			
12						

Tabelle 16: Angebotsvergleich - anzufordernder Kreditbetrag Raiffeisen NÖ- Wien

Der Auszahlungsbetrag (EUR 20.000,00) ergibt sich, indem man vom anzufordernden Kreditbetrag die Bearbeitungsgebühr (2% des Kreditbetrags) und die Rechtsgeschäftsgebühr (0,8% des Kreditbetrags) abzieht.

20.000=G - 2%*G – 0,8%*G

Den Kreditbetrag kann man durch folgende Rechenoperation eruieren:

C3=20.000 / 0,972

Nun können auch die Werte der Bearbeitungsgebühr C9=0,02*C3 und der Rechtsgeschäftsgebühr C11=0,008*C3 berechnet werden.

	A	B	C	D	E	F
13						
14	**Kreditrate pro Monat**					
15			-€ 385,94			

Tabelle 17: Angebotsvergleich – monatliche Kreditrate Raiffeisen NÖ - Wien

Die monatliche Kreditrate wird mittels der RMZ-Funktion errechnet:

C15=RMZ(C8;C6;C3;0;0)

18	**Gesamtbelastung**	
19		
20	60*Monatsraten	€ 23.156,68
21	Bearbeitungsgebühr	€ 411,52
22	Rechtsgeschäftsgebühr	€ 164,61
23	Kontoführungsgebühr	€ 131,25
24	Gesamtbelastung	€ 23.864,06
25		
26	Prozentsatz	
27		15,98%

Tabelle 18: Angebotsvergleich – Gesamtbelastung Raiffeisen NÖ - Wien

Um die Gesamtbelastung des Kreditangebots zu kalkulieren, werden die anfallenden Kosten (Gesamtsumme aller Monatsraten, Bearbeitungs-, Rechtsgeschäfts-, Kontoführungsgebühr) summiert: C24=C20+C21+C22+C23

Die Preissteigerung in Prozent wird durch Division der Gesamtbelastung durch den Kreditbetrag weniger Eins berechnet: C27=C24/C3-1

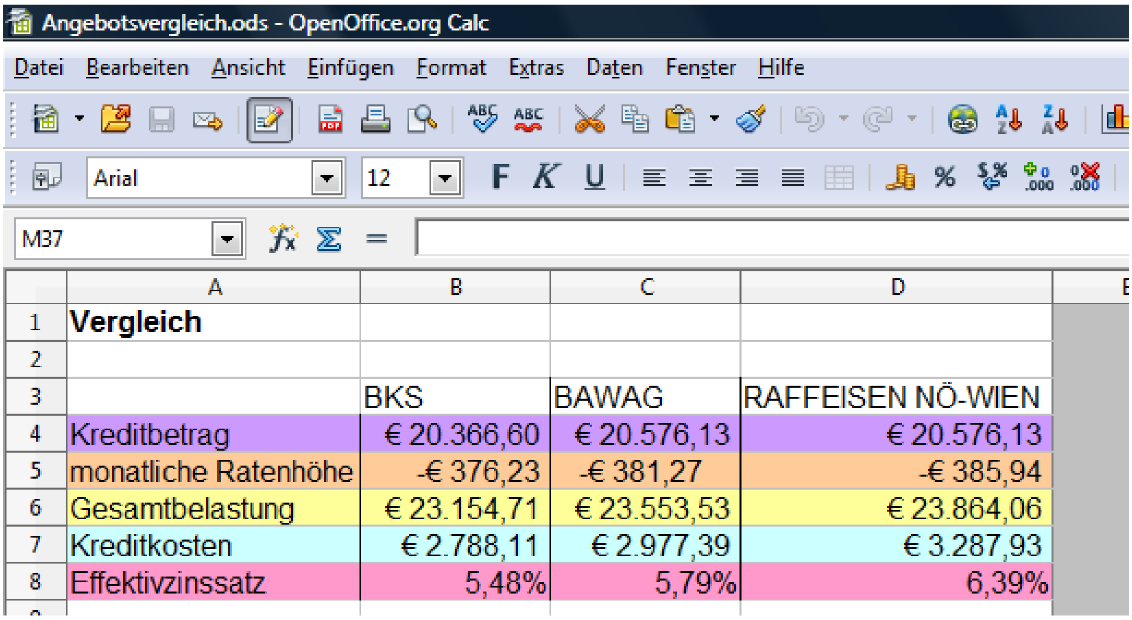
30	**Effektivzinssatz**	
31		
32	durchschnittliche Kredithöhe	€ 10.288,07
33		
34	Kreditkosten	€ 3.287,93
35		
36		
37	Effektivzinssatz	6,39%

Tabelle 19: Angebotsvergleich – Effektivzinssatz Raiffeisen NÖ - Wien

Um den Effektivzinssatz zu ermitteln, sind die durchschnittliche Kredithöhe und die Kreditkosten nötig. Die durchschnittliche Kredithöhe erhält man, indem man den anzufordernden Kreditbetrag halbiert: C32=C3/2
Die Kreditkosten ergeben sich, indem man von der Summe der zu leistenden Monatsraten und der Kontoführungsgebühr (auf fünf Jahre) den Auszahlungsbetrag abzieht: C34=C20+C10-C4

Der Effektivzinssatz lässt sich nun einfach ermitteln, indem man den Quotienten der Kreditkosten und der durchschnittlichen Kredithöhe auf die Anzahl der Laufzeit in Jahren aufteilt: C37=(C34/C32)/(60/12)

Hat man die Vergleichspunkte der einzelnen Finanzierungsangebote berechnet, lassen sich diese in einer eigenen Tabelle übersichtlich darstellen:



	A	B	C	D
1	**Vergleich**			
2				
3		BKS	BAWAG	RAFFEISEN NÖ-WIEN
4	Kreditbetrag	€ 20.366,60	€ 20.576,13	€ 20.576,13
5	monatliche Ratenhöhe	-€ 376,23	-€ 381,27	-€ 385,94
6	Gesamtbelastung	€ 23.154,71	€ 23.553,53	€ 23.864,06
7	Kreditkosten	€ 2.788,11	€ 2.977,39	€ 3.287,93
8	Effektivzinssatz	5,48%	5,79%	6,39%

Tabelle 20: Angebotsvergleich – Parameter zum Vergleichen

Franz Konsument kann die drei Kreditangebote nach folgenden Punkten vergleichen: der Höhe des anzufordernden Kreditbetrags,
der monatlichen Ratenhöhe,
der Gesamtbelastung (Summe aus den zu leistenden Monatsraten, der Bearbeitungs-, der Rechtsgeschäfts- und der Kontoführungsgebühr),
der Höhe der Kreditkosten
dem Effektivzinssatz.

Das Angebot der BKS vom April 2009 schneidet bei allen Vergleichspunkten am Besten ab und kommt Franz Konsument somit am günstigsten.

Aus diesem Grund wird sich Franz Konsument höchst wahrscheinlich für das Kreditangebot der BKS entscheiden.

5.5.4 Lösungsvorschlag für Rechnen unter Zuhilfenahme des Taschenrechners

Franz Konsument möchte seiner Frau Franziska zum 30. Hochzeitstag eine neue Küche schenken. Das Geschenk kostet ihn EUR 20.000,00. Um die Küche zu finanzieren, erkundigt er sich bei 3 verschiedenen Banken wegen eines Kredits.
Welchen Kreditbetrag muss er anfordern, um nach Abzug der Rechtsgeschäftsgebühr (0,8% vom Kreditbetrag) und der Bearbeitungsgebühr (von Bank zu Bank unterschiedlich) die EUR 20.000,00 zur Verfügung zu haben?

Im Weiteren wird nur für das Angebot der ersten Bank ein exemplarischer Lösungsweg vorgerechnet. Die Berechnungen zu zwei weiteren Finanzierungsoptionen funktionieren analog.

BKS BANK AG	
Auszahlungsbetrag	EUR 20.000,00
Laufzeit in Jahren	5
Nominalzinssatz (p.a.)	4,125%
Bearbeitungsgebühr	1,00%
Kontoführungsgebühr (auf 5 Jahre)	EUR 214,20

Um den anzufordernden Kreditbetrag zu berechnen, muss nachfolgende Gleichung aufgestellt werden. Den Auszahlungsbetrag erhält man, nachdem vom Kreditbetrag die Bearbeitungsgebühr und die Rechtsgeschäftsgebühr abgezogen werden. Die Bearbeitungsgebühr beträgt 1,0 Prozent, die Rechtsgeschäftsgebühr 0,8 Prozent des Kreditbetrags:

$$Auszahlungsbetrag = Kreditbetrag - \frac{1}{100} \cdot Kreditbetrag - \frac{0,8}{100} \cdot Kreditbetrag Auszahlungsbetrag = S - \frac{1}{100} \cdot S - \frac{0,8}{100} \cdot S$$

Durch Herausheben und Umformen nach S und Einsetzen von 20.000 für den Auszahlungsbetrag erhält man folgendes Ergebnis

$S = \frac{20.000}{0,982} = 20.366,598 \ldots$

$S \approx 20.366,60$

Nun kann man die Bearbeitungsgebühr, 1,0% des Kreditbetrags, und die Rechtsgeschäftsgebühr, 0,8% des Kreditbetrags, berechnen:

$Bearbeitungsgebühr = \frac{1}{100} \cdot Kreditbetrag$

$Bearbeitungsgebühr = \frac{1}{100} \cdot S = 203,666 \ldots$

$Rechtsgeschäftsgebühr = \frac{0,8}{100} \cdot KreditbetragRechtsgeschäftsgebühr = \frac{0,8}{100} \cdot S = 162,932 \ldots$

Der Prozentsatz, den die Gesamtbelastung als Anteil des Kredits von dem Kreditbetrag, dem Grundwert, ausmacht, wird nach Umformen nach p mit der Prozentformel kalkuliert:

Prozentsatz= $\frac{Gesatmtbelastung}{Kreditbtrag} - 1 = 13,689 \ldots \%$

Die Kredithöhe, die Franz Konsument im Durchschnitt zurückzuzahlen hat, lässt sich durch Halbierung des Kreditbetrags eruieren.

$durchschnittlihe\ Kredithöhe = \frac{Kreditbetrag}{2} = 10.183,299 \ldots$

Die Kreditkosten setzen sich aus folgenden Posten zusammen und belaufen sich auf nachstehenden Wert

$Kreditkosten = Summe\ der\ Monatsraten + Kontoführungsgebühr - Auszahlungsbetrag = 2.788,112 \ldots$

Die Höhe der monatlichen Kreditrate lässt sich durch Umformen der Formel des Rentenbarwerts für nachschüssige Renten nach A ausrechnen. Hier ist zu beachten, dass die Laufzeit von 5 Jahren in Monate (=60) umgerechnet wird.

$A = S \cdot \frac{q^n \cdot (q-1)}{(q^n - 1)} = 376,231 \ldots$

Der Effektivzinssatz wird berechnet, indem der prozentuelle Anteil der Kreditkosten zur durchschnittlichen Kredithöhe in einen Jahreszinssatz umgerechnet wird.

$$Effektivzinssatz = \frac{\frac{Kreditkosten}{durchschnittliche\ Kredithöhe}}{\frac{60}{12}} = 5{,}475\ldots\%$$

5.5.5 Lernziele

Die Schüler/Schülerinnen sollen nach Lösung dieses Beispiels zu dem Fazit kommen, dass sich Vergleichen auszahlt. Kreditnehmer, die sich die Mühe machen und Angebote unterschiedlicher Banken einholen, können viel Geld sparen. Zusätzlich werden sie auf die Auswirkung von einmal verrechneten Spesen (Bearbeitungsgebühr) und laufenden Nebenkosten der Kreditfinanzierung (Kontoführungsgebühr) auf den effektiven Zinssatz sensibilisiert.
Durch die eigenmächtige Entscheidung, welcher Parameter zum Vergleich der Kreditangebote herangezogen werden kann, trainieren die Schüler/Schülerinnen das Erkennen unterschiedlicher Begründungsmöglichkeiten. Um sich dann für den günstigsten Kredit zu entscheiden, vergleichen sie die von ihnen gewählten Richtwerte und entscheiden, nach welchen Richtwerten man urteilen sollte. Zusätzlich rechtfertigen und beurteilen sie ihre Entscheidung. So trainieren sie Argumentieren und genaues, reflektiertes Arbeiten. Für das Lösen der Aufgabenstellung, die Berechnung der zu vergleichenden Parameter, arbeiten die Schüler/Schülerinnen unter bewusster Verwendung von Regeln und wenden bekannte mathematische Verfahren und OpenOffice.org Calc-Funktionen in außermathematischen Situationen an. Sie kombinieren dabei Kenntnisse und vertraute Methoden und OpenOffice.org Calc-Funktionen und stärken so die Fähigkeit des produktiven geistigen Arbeitens.

5.5.6 Mathematische Kompetenzen

Hinweis: Um den Schülern/Schülerinnen die Gelegenheit zu bieten, das Beispiel selbst zu strukturieren und einen eigenen Lösungsweg zu gehen, ist diese Beispielangabe beabsichtigt offen verfasst, das heißt, die Vergleichsparameter sind nicht vorgegeben.

I1 Zahlen und Maße: Es geht um die Berechnung von Zinsen (effektiver Zinssatz) und Geldbeträgen (Ratenhöhe, Kreditkosten, anzufordernder Kreditbetrag, Gesamtbelastung).

K1 Einsetzen von Grundkenntnissen und –fertigkeiten: Auch wenn der Weg zur endgültigen Lösung des Beispiels aus mehrere Schritten besteht, bleibt die Aufgabe doch im Komplexitätsbereich K1. Sie erfordert grundlegende Fertigkeiten im Umgang mit bekannten Funktionen des Tabellenkalkulationsprogramms OpenOffice.org Calc und das Einsetzen der richtigen Werte in die jeweiligen Funktionen.

H2 Rechnen, Operieren: Für die Berechnung der Vergleichsparameter (effektiver Zinssatz, monatliche Ratenhöhe, Kreditkosten, anzufordernder Kreditbetrag, Gesamtbelastung) rechnen die Schüler/Schülerinnen mit konkreten Zahlen, die sie in die entsprechenden OpenOffice.org Calc - Funktionen einsetzen.

H3 Interpretieren: Die Aufgabenstellung verlangt, dass aus einer Tabelle die Vergleichsparameter im Kontext richtig interpretiert werden und die Schüler/Schülerinnen sich so für das günstigste Kreditangebot entscheiden.

H4 Argumentieren und Begründen: Um die verschiedenen Kreditangebote unterscheiden zu können, müssen die Schüler/Schülerinnen zuerst die Parameter dafür wählen. Nach der Entscheidung, welcher Kredit am günstigsten und auszuwählen ist, sollen die Schüler/Schülerinnen ihre Wahl begründen.

K2 Herstellen von Verbindungen: Für die Berechnung der Kreditkosten, des Kreditbetrags und der Gesamtbelastung sind Kenntnisse über deren Zusammenhänge und deren Kalkulation von Nöten.

5.6 Annuitätenbeispiel

5.6.1 Aufgabenstellung

Annuitätenbeispiel - Aufgabenstellung

Franziska Konsument möchte sich eine neue Wohnzimmereinrichtung kaufen. Die gesamte Ausstattung kostet EUR 12.000. Sie benötigt dafür einen Kredit bei der Bank, den sie innerhalb von 4 Jahren abzahlen will. Die Bank stellt sie vor die Wahl zwischen

- einer jährlich nachschüssig* gleichbleibenden,
- einer vierteljährlich nachschüssig* gleichbleibenden und
- einer monatlich nachschüssig* gleichbleibenden Annuitätentilgung.

* Nachschüssige Zahlungen werden am Ende des Ratenzeitraums beglichen, d.h. am Ende des Monats, Quartals, Jahres.

Für welche Variante soll sie sich entscheiden?
Nach welchen Parametern kann sie die drei Rückzahlungsvarianten vergleichen?
Bevor du beginnst, triff eine Ersteinschätzung, welche Variante deiner Meinung nach am kostengünstigsten ist und begründe diese!
Erstelle zur Veranschaulichung und Hilfe einen Tilgungsplan!
Wie hängen die Höhe des Zinsen- und des Tilgungsanteils der Annuität mit dem Fortschreiten der Schuldrückzahlung zusammen?
Rechne mit äquivalenten Zinssätzen!

Kreditangaben

Kreditsumme	EUR 12.000,00
Laufzeit (Jahren)	4
Zinssatz (p.a.)	6,50%

5.6.2 Umsetzung im Unterricht

Für die Bearbeitung dieses Beispiels schlage ich ein Stundenausmaß von zwei Unterrichtseinheiten vor. Es werden hauptsächlich die Sozialformen Einzel- und Gruppenarbeit und Klassenplenum mit den Arbeitsformen Unterrichtsgespräch und selbsttätigem Arbeiten gekoppelt.

Die Schüler/Schülerinnen können in einer vom Lehrer/von der Lehrerin geführten Diskussion am Beginn dieses Beispiels ihre Meinung und die dazugehörige Begründung, welche Rückzahlungsvariante die günstigste ist, kundtun und besprechen. Hierfür können die Erfahrungen des Zinsänderungsrisko-Beispiels Verwendung finden. (Dort wurde schon diskutiert, warum die monatliche Rückzahlung eines Kredits günstiger ist, als die jährliche Abstattung.)

Die Parameter, die zum Vergleich der unterschiedlichen Rückzahlungsvariante nötig sind, werden durch eine Lehrer-Schüler Diskussion erarbeitet. Hier kommen die bereits gemachten Erfahrungen des Leasing versus Kredits- und des Angebotsvergleichs-Beispiels zur Anwendung.

Bevor man mit den Berechnungen beginnt, weist die Lehrperson darauf hin, dass dieses Beispiel das einzige der Sammlung ist, das bei unterjähriger Verzinsung mit äquivalenten Zinssätzen rechnet. Bei allen anderen Aufgabenstellung wird mit relativen Zinssätzen gearbeitet. Der/die Lehrer/Lehrerin erklärt den Schülern/Schülerinnen den Unterschied der beiden Berechnungsarten. Der relative Zinssatz wird kalkuliert, indem man den jährlichen Zinssatz durch die Anzahl der Zinsperioden pro Jahr dividiert. Der relative Zinssatz wird vor allem in der Kreditwirtschaft verwendet. Der äquivalente Zinssatz ergibt sich, indem man die Aufzinsungsfaktoren für ein Jahr vergleicht. Er wird vor allem in der Schule zur Berechnung von unterjährigen Zinssätzen verwendet (vgl. Tietze 2010, S.76ff.).

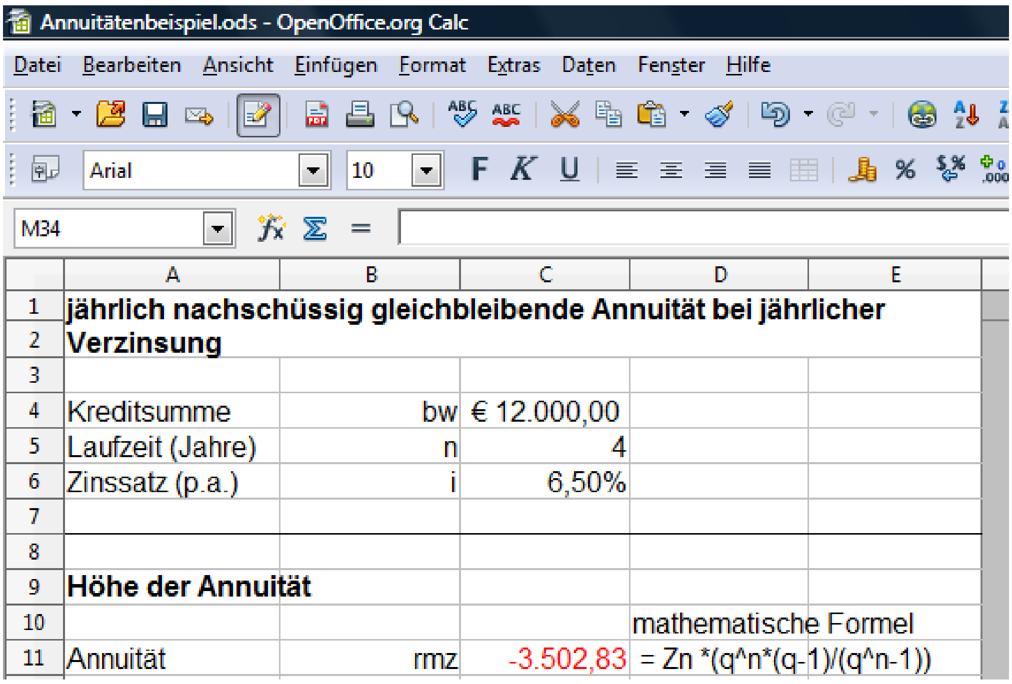
Bei den Berechnungen der jährlich nachschüssig gleichbleibenden Annuitätentilgung können die Jugendlichen die Ratenhöhe mittels der

RMZ-Funktion selbst berechnen.
Der Aufbau des Tilgungsplans wird anschließend in Kleingruppen erarbeitet, im Klassenplenum diskutiert und schließlich im Tabellenblatt umgesetzt.

Bei der Berechnung der Raten und der Aufstellung der Tilgungspläne der vierteljährlichen bzw. monatlichen Annuitätentilgung gibt die Lehrkraft das Ruder aus der Hand und lässt die Schüler/Schülerinnen selbstständig arbeiten. Gegebenenfalls steht sie jeder Zeit mit Rat zur Seite.
Die Ergebnisse werden abgespeichert und elektronisch abgegeben.

Zum Abschluss wird im Klassenplenum in Form eines Unterrichtsgesprächs entschieden, welche Tilgungsoption die beste ist. Zusätzlich wird der Zusammenhang der Höhe des Zinsen- und Tilgungsanteils der Annuität anhand der drei Tilgungspläne jährlich, vierteljährlich, monatlich) erörtert und diskutiert.

5.6.3 Lösungsvorschlag mit OpenOffice.org Calc



	A	B	C	D	E
1	**jährlich nachschüssig gleichbleibende Annuität bei jährlicher**				
2	**Verzinsung**				
3					
4	Kreditsumme	bw	€ 12.000,00		
5	Laufzeit (Jahre)	n	4		
6	Zinssatz (p.a.)	i	6,50%		
7					
8					
9	**Höhe der Annuität**				
10				mathematische Formel	
11	Annuität	rmz	-3.502,83	= Zn *(q^n*(q-1)/(q^n-1))	

Tabelle 21: Annuitätenbeispiel – Höhe der jährlich nachschüssig gleichbleibenden Annuität

Um die Arbeit mit OpenOffice.org Calc zu erleichtern, kann mit Bereichsnamen gearbeitet werden. Dabei werden Zellen als namentlicher Bereich registriert. Dies ist bei kurzen Ausdrücken oder konstanten, die mehrmals gebraucht werden, sinnvoll. Um Zellen Bereichsnamen zu geben, klickt man zum Beispiel in die Zelle C4 und gibt im Drop-down-Feld, welches links über der Tabelle ist (in Tabelle 21: Annuitätenbeispiel – Höhe der jährlich nachschüssig gleichbleibenden Annuität steht in diesem Feld M34), den Bereichsnamen bw für Barwert ein. Nun reicht es in gewünschte Formeln einfach den Bereichsnamen bw einzugeben, anstatt die Zelle des Barwerts anzuklicken. So erspart man sich bei Wiederverwendung von regelmäßig verwendeten Werten Zellbezüge herzustellen. Die Kreditsumme wurde unter dem Namen bw, die Laufzeit in Jahren unter n gespeichert und der jährliche Zinssatz unter i gespeichert (vgl. Schmidt 2009, S.497).

Die Höhe der jährlich nachschüssig gleichbleibenden Annuität berechnet man durch Anwendung der RMZ-Funktion: C11=RMZ(i;n;bw;0;0)

13					
14	**Tilgunsgsplan**				
15					
16	Jahr	aushaftender Betrag	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität
17	0	€ 12.000,00	0	0	0
18	1	€ 9.277,17	€ 780,00	€ 2.722,83	€ 3.502,83
19	2	€ 6.377,35	€ 603,02	€ 2.899,82	€ 3.502,83
20	3	€ 3.289,04	€ 414,53	€ 3.088,31	€ 3.502,83
21	4	€ -	€ 213,79	€ 3.289,04	€ 3.502,83
22			€ 2.011,33	€ 12.000,00	€ 14.011,33

Tabelle 22: Annuitätenbeispiel – Tilgungsplan für jährliche Annuitäten

Um die einzelnen Posten des Tilgungsplans zu berechnen, werden 5 Spalten angelegt. In der ersten Spalte stehen die fortlaufenden Jahre. Der aushaftende Betrag, jener Betrag der am Ende des entsprechenden Jahres nach Abzug des Tilgungsanteils der Annuität übrig beleibt, kann in der zweiten Spalte abgelesen werden. Der Zinsanteil der Annuität findet sich in der dritten Spalte. Der Tilgungsanteil der Annuität in der vierten Spalte und die Annuität selbst, kann man in der fünften Spalte ablesen.

Die jährlichen Annuitätenzahlungen für die vier Jahre können in die vierte Spalte eingetragen werden. Der Zinsanteil der Annuität ergibt sich, indem man die Zinsen, die im Laufe des ersten Jahres auf die Kreditsumme
(EUR 12.000,00) anfallen, berechnet C18=i*B17. Der Tilgungsanteil der Annuität ergibt sich, indem man den Zinsanteil von der Annuität abzieht D18=E18-C18. Den aushaftenden Betrag am Ende der ersten Jahres erhält man, wenn man den Tilgungsanteil vom aushaftenden Betrag am Ende des nullten Jahres (dies entspricht der Kreditsumme von EUR 12.000,00) abzieht: B18=B17-C18
Markiert man nun die Zeile von B18 bis E18 und zieht die Markierung bis zum vierten Jahr, liefert OpenOffice.org Calc die entsprechenden Werte automatisch.

Um nach den vier Jahren die Summe der Zinsanteile, der Tilgungsanteile und der Annuitäten zu berechnen, kann man mit der SUMME-Funktion arbeiten.
=SUMME(Zahl1;Zahl2;…)
Um die einzelnen Zahlen nicht eigens eingeben zu müssen, kann man den gewünschten Bereich, der zur Berechnung der Summe herangezogen werden soll, auch markieren (vgl. Schmidt 2009, S.321).
C22=SUMME(C17:C21)

Die Berechnungen für vierteljährlich nachschüssig gleichbleibende und monatlich nachschüssig gleichbleibende Annuitäten bei jährlicher Verzinsung laufen analog ab.
Da mit dem äquivalenten Zinssatz gerechnet werden soll, wird der vierteljährliche Zinssatz (der als ii gespeichert wird) wie folgt berechnet: C7=(1+i)^(1/4)-1
Die Laufzeit in Quartalen C5=n*4 wird unter dem Bereichsnamen nn gespeichert.
Der monatliche Zinssatz wird unter dem Bereichsnamen iii gesichert und durch C7=(1+i)1/12)-1 berechnet.
Die Laufzeit in Monaten (nnn) wird durch C5=n*12 kalkuliert.

Alle weiteren Berechnungen werden nach dem gleichen Schema wie bei der jährlich nachschüssig gleichbleibenden Annuitätentilgung durchgeführt.

Hat man alle Parameter zum Vergleich der drei Finanzierungsoptionen durchgeführt, können diese in einer Tabelle aufgeschlüsselt und verglichen werden.

	B	C	D	E
1	**Paramter zum Vergleichen**			
2				
3		p.a. Annuität	p.q. Annuität	p.m. Annuität
4	Summe der Zinsen	€ 2.011,33	€ 1.682,20	€ 1.610,46
5	Summe der Tilgungen	€ 12.000,00	€ 12.000,00	€ 12.000,00
6	Gesamtbelastung	€ 14.011,33	€ 13.682,20	€ 13.610,46
7	Kreditkosten	€ 2.011,33	€ 1.682,20	€ 1.610,46
8	Preissteigerung	17%	14%	13%

Tabelle 23: Annuitätenbeispiel – Parameter zum Vergleich

Die Variante der monatlichen Annuitätentilgung ist am Kostengünstigsten, da durch die monatlichen Zahlungen das Kapital früher abgestattet wird und so die Zinsbelastung abnimmt.

Aus diesem Grund würde ich mich auch für die monatliche Rückzahlung entscheiden.

Franziska Konsument kann die Rückzahlungsvarianten nach folgenden Punkten vergleichen:
Summe der anfallenden Zinsen,
Summe der insgesamt zu leistenden Tilgungen,
Gesamtbelastung,
Kreditkosten,

Preissteigerung.

Mit dem Fortschreiten der Rückzahlungen nehmen der Zinsanteil ab und der Rückzahlungsanteil zu. Da das restliche Kapital abnimmt, nehmen auch die Zinsen ab. Weil die Annuität konstant bleibt, nimmt daher die Höhe der Tilgung zu.

5.6.4 Lösungsvorschlag für Rechnen unter Zuhilfenahme des Taschenrechners

Die neue Wohnzimmereinrichtung von Franziska Konsument kostet
EUR 12.000. Sie benötigt dafür einen Kredit bei der Bank, den sie innerhalb von 4 Jahren abzahlen will. Die Bank stellt sie vor die Wahl zwischen
einer jährlich nachschüssig gleichbleibenden,
einer vierteljährlich nachschüssig gleichbleibenden und
einer monatlich nachschüssig gleichbleibenden Annuitätentilgung.

Für welche Variante soll sie sich entscheiden?
Erstelle zur Veranschaulichung und Hilfe einen Tilgungsplan!

Kreditangaben

Kreditsumme	EUR 12.000,00
Laufzeit (Jahren)	4
Zinssatz (p.a.)	6,5%

Tilgungsplan einer jährlich nachschüssig gleichbleibenden Annuitätentilgung

$S = 12.000$

$n = 4$

$p = 6{,}5\%$

$q = 1 + \frac{p}{100} = 1{,}065$

Um die Höhe der Annuität zu berechnen, muss die Barwertformel der Rentenrechnung nach A umgeformt werden.

$$S = A \cdot \frac{(q^n - 1)}{q^n \cdot (q-1)} \qquad \Leftrightarrow \qquad A = S \cdot \frac{q^n \cdot (q-1)}{(q^n - 1)} = 3.502{,}832 \ldots$$

Die Restschuld nach k-1 Jahren bzw. am Anfang des k-ten Jahres ist die Summe der Barwerte am Ende des k-1 Jahres der restlichen Annuitätenzahlungen. Man berechnet die Restschuld daher durch nachstehende Formel: $R_{k-1} = S \cdot \frac{q^n - q^{k-1}}{q^n - 1}$

Um den Tilgungsplan zu erstellen, muss man die Restschuld der einzelnen Jahre berechnen.

Restschuld nach 0 Jahren bzw. am Anfang des ersten Jahres:

$$R_0 = 12.000 \cdot \frac{1{,}065^4 - 1{,}065^{1-1}}{1{,}065^4 - 1} = 12.000 \cdot \frac{1{,}065^4 - 1}{1{,}065^4 - 1} = 12.000$$

Restschuld nach einem Jahr bzw. am Anfang des zweiten Jahres:

$$R_1 = 12.000 \cdot \frac{1{,}065^4 - 1{,}065^{2-1}}{1{,}065^4 - 1} = 12.000 \cdot \frac{1{,}065^4 - 1{,}065}{1{,}065^4 - 1} = 9.277{,}167 \ldots$$

Restschuld nach zwei Jahren bzw. am Anfang des dritten Jahres:

$$R_2 = 12.000 \cdot \frac{1{,}065^4 - 1{,}065^{3-1}}{1{,}065^4 - 1} = 12.000 \cdot \frac{1{,}065^4 - 1{,}065^2}{1{,}065^4 - 1} = 6.377{,}350 \ldots$$

Restschuld nach drei Jahren bzw. am Anfang des vierten Jahres:

$$R_3 = 12.000 \cdot \frac{1{,}065^4 - 1{,}065^{4-1}}{1{,}065^4 - 1} = 12.000 \cdot \frac{1{,}065^4 - 1{,}065^3}{1{,}065^4 - 1} = 3.289{,}044 \ldots$$

Restschuld nach vier Jahren bzw. am Anfang des fünften Jahres:

$$R_4 = 12.000 \cdot \frac{1{,}065^4 - 1{,}065^{5-1}}{1{,}065^4 - 1} = 12.000 \cdot \frac{1{,}065^4 - 1{,}065^4}{1{,}065^4 - 1} = 0$$

Der Tilgungsanteil im k-ten Jahr kann auf zwei Arten berechnet werden:

$$T_k = \frac{A}{q^n} \cdot q^{k-1} = T_1 \cdot q^{k-1}$$

Um die Werte der Tilgungen in den einzelnen Jahren zu berechnen, müssen die entsprechenden Werte in obige Formel eingesetzt werden:

Tilgung im ersten Jahr $T_1 = \frac{3.502{,}83}{1{,}065^4} \cdot 1{,}065^{1-1} = 2.722{,}832 \ldots$

Tilgung im zweiten Jahr $T_2 = \frac{3.502{,}83}{1{,}065^4} \cdot 1{,}065^{2-1} = 2.899{,}817 \ldots$

oder $T_2 = T_1 \cdot q^{k-1} = 2.722{,}83 \cdot 1{,}065^{2-1} = 2.899{,}817 \ldots$

Tilgung im dritten Jahr $T_3 = \frac{3.502{,}83}{1{,}065^4} \cdot 1{,}065^{3-1} = 3.088{,}305 \ldots$

Tilgung im vierten Jahr $T_4 = 2.722{,}83 \cdot 1{,}065^{4-1} = 3.289{,}045 \ldots$

Die Zinsen im k – ten Jahr erhält man, wenn man den Tilgungsteil von der jährlichen Annuität abzieht: $Z_k = A - T_k$

Zinsen im ersten Jahr $Z_1 = 3.502{,}83 - 2.722{,}83 = 780{,}00$

Zinsen im zweiten Jahr $Z_2 = 3.502{,}83 - 2.899{,}82 = 603{,}015 \ldots$

Zinsen im dritten Jahr $Z_3 = 3.502{,}83 - 3.088{,}31 = 414{,}527 \ldots$

Zinsen im vierten Jahr $Z_4 = 3.502{,}83 - 3.289{,}05 = 213{,}787 \ldots$

Die Gesamtaufwendung ist die Summe aller zu leistenden Annuitätenzahlungen: $A_{ges} = n \cdot A = 4 \cdot 3.502{,}83 = 14.011{,}331 \ldots$

Die gesamte Zinsbelastung erhält man, indem man von der Gesamtaufwendung den Kreditbetrag von EUR 12.000,00 abzieht:

$Z_{ges} = n \cdot A - S = 4 \cdot 3.502{,}83 - 12.000 = 2.011{,}331 \ldots$

Die Erstellung eines Tilgungsplans für eine vierteljährlich nachschüssig gleichbleibende und für eine monatlich nachschüssig gleichbleibende Annuitätentilgung läuft nach dem gleichen Schema ab, wie bei jährlich nachschüssig gleichbleibenden Abstattungen.

Das Einzige, was hier beachtet werden muss, ist die Umrechnung des jährlichen Zinssatzes auf einen vierteljährlichen Zinssatz bzw. einen monatlichen Zinssatz.

vierteljährlicher äquivalenter Zinssatz p.q.:

$p.q. = \left(q^{\frac{1}{4}} - 1\right) \cdot 100 = \left(1{,}065^{\frac{1}{4}} - 1\right) \cdot 100 = 1{,},586 \ldots \%$

monatlicher äquivalenter Zinssatz p.m.:

$p.m. = \left(q^{\frac{1}{12}} - 1\right) \cdot 100 = \left(1{,}065^{\frac{1}{12}} - 1\right) \cdot 100 = 0{,}526 \ldots \%$

5.6.5 Lernziele

Dieses Beispiel zeigt, dass der Kredit deutlich günstiger wird, je früher man mit der Tilgung der Schuld beginnt. Durch die monatlichen Zahlungen wird das

Kapital früher abgestattet und die Basis für die Neuberechnung der Zinsen reduziert. Der Tilgungsplan veranschaulicht den Zusammenhang von Tilgungsanteil und Zinsenanteil der Annuität und hilft so den Schülern/Schülerinnen die Verknüpfung zwischen den beiden Werten zu verstehen.
Die Schüler/Schülerinnen überprüfen ihre Vermutung, welche Rückzahlungsvariante am kostengünstigsten ist, indem sie geeignete Einflussgrößen berechnen, diese vergleichen und beurteilen. Danach legen sie sich auf eine Tilgungsart fest und rechtfertigen ihre Entscheidung. So schulen sie ihre Eignung zu begründen und genau zu arbeiten. Die vergleichenden Werte stellen sie schematisch in Form einer Tabelle dar. Indem sie ihre Kenntnisse zur Berechnung des aushaftenden Betrages, des Zinsanteils und des Tilgungsanteils mit einfachen OpenOffice.org Calc Tools kombinieren und diese für sie in zum Teil neuen Anwendungsbereichen gebrauchen, werden Tilgungspläne für die verschiedenen Rückzahlungsoptionen erstellt. Das schult das produktive geistige Arbeiten.

5.6.6 Mathematische Kompetenzen

Hinweis: Um den Schülern/Schülerinnen die Gelegenheit zu bieten, das Beispiel selbst zu strukturieren und einen eigenen Lösungsweg zu gehen, ist diese Beispielangabe beabsichtigt offen verfasst, das heißt, die Vergleichsparameter sind nicht vorgegeben.
I1 Zahlen und Maße: Die zu berechnenden Werte (Höhe der Annuität, Zinsanteil, Tilgungsanteil) sollen aus Angaben des Kreditbetrags, der Laufzeit und der Zinssätze berechnet werden.
H2 Rechnen, Operieren: Die Aufgabenstellung fordert die operative Erhebung verschiedener Vergleichsparameter (Summe der Zinsen, Summe der Tilgungen, Gesamtbelastung, Kreditkosten, Preissteigerung).
K3 Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren: Die Festlegung der Vergleichsparameter verlangt das Nachdenken über eine mathematische Vorgehensweise, um auf den Lösungsweg und so zu einem Ergebnis zu gelangen.

Anmerkung: Da diese Fertigkeit bereits im „Leasing versus Kredit-“ und im „Angebotsvergleichs-„ Beispiel gefordert wurde, bedient meiner Meinung nach die Wahl der Vergleichsparameter den Komplexitätsbereich „K1 Einsetzen von Grundkenntnissen und –fertigkeiten“.

H2 Rechnen, Operieren: Die Kalkulation der Ratenhöhe, der Kreditkosten, der Gesamtbelastung, der Summe der Tilgung, sowie der zu begleichenden Zinsen erfolgt durch die Anwendung bereits erlernter und verwendeter OpenOffice.org Calc Funktionen (RMZ-Funktion, SUMMEN-Funktion) mit konkreten Zahlen.

K1 Einsetzen von Grundkenntnissen und –fertigkeiten: Die Verwendung der OpenOffic.org Calc Funktionen entspricht der Reproduktion von mathematischem Wissen und Können, welche im Laufe der Beispielsammlung mehrmals geleistet wurde.

I2 Variable, funktionale Abhängigkeiten: Der Zusammenhang zwischen Annuität und Tilgungs- bzw. Zinsanteil lässt sich mittels einer einfachen Gleichung ausdrücken.

H1 Darstellen, Modellbilden: Die Verwendung des Tabellenkalkulationsprogramms OpenOffice.org Calc für die Berechnung der einzelnen Beträge eines Tilgungsplans legt das Hauptaugenmerk auf die Handlungsdimension H1. Bei der Aufstellung eines Tilgungsplans sind zuerst die essentiellen, mathematischen Beziehungen zwischen der Annuität, dem aushaftenden Betrag, dem Zins- sowie dem Tilgungsanteil zu erkennen. Des Weiteren werden sie anhand von Formeln in mathematischer Form ausgedrückt.

K2 Herstellen von Verbindungen: Der Kontext zwischen aushaftendem Betrag und dem Zins- sowie dem Rückzahlungsanteil der Annuität wird von den Schülern/Schülerinnen erfasst und begriffen.

K1 Einsetzen von Grundkenntnissen und –fertigkeiten: Sobald die Schüler/Schülerinnen den Zusammenhang zwischen Annuität, Zins-, Rückzahlungsanteil und aushaftendem Betrag erkannt haben, brauchen sie für die Berechnung der letzten drei Werte bei einer gegebenen Annuität ausschließlich grundlegende, mathematische Rechenverfahren auf das Tabellenkalkulationsprogramm OpenOffice.org Calc anwenden. Die hierfür nötigen Funktionen sind bekannt und direkt anwendbar.

H3 Interpretieren: Die Schüler/Schülerinnen interpretieren die selbst gewählten Richtwerte, indem sie diese aus einer Tabelle ablesen und deuten und sich auf Grund dessen für eine Tilgungsart entscheiden.

H4 Argumentieren, Begründen: Indem die kalkulierten Richtwerte verglichen werden, können die Schüler/Schülerinnen ihre zuvor getroffene Entscheidung durch Argumente belegen.

K1 Einsetzen von Grundkenntnissen und –fertigkeiten: Diese mathematische Handlungsdimension wurde bereits im „Leasing versus Kredit-“ und im „Angebotsvergleichs-„ Beispiel bedient. Daher wählen die Schüler/Schülerinnen unter einem bereits erprobten Schema zwischen den einzelnen Annuitätentilgungen.

5.7 Rentenrechnung

5.7.1 Aufgabenstellung

Rentenrechnung – Aufgabenstellung

Franz Konsument kalkuliert einen Betrag von EUR 200.000,00, den er bei seinem Pensionsantritt erspart und durch die Abfertigung bekommen hat.

1) Ausgehend von einer Verzinsung von durchschnittlich 3,5% möchte er am Anfang jeden Jahres einen Betrag von EUR 10.000,00 ausbezahlt bekommen, um seine staatliche Pension aufzubessern.
   - Für wie viele Jahre reicht dann sein Erspartes?
   - Welcher Restbetrag ist nach der letzten, ausgezahlten Rente noch über?
   - Wie hoch müsste die jährlich vorschüssige Annuität (am Jahresanfang getätigte Zahlung) sein, wenn er im letzten Jahr denselben Betrag wie im ersten Jahr ausgezahlt bekommen will?

Franz K. entschließt sich, das Problem selbst zu lösen und nicht seine Kinder zu fragen oder gar zu einer Bank zu gehen.

2) Außerdem will er berechnen, um wie viel die Inflation die Laufzeit seiner Zusatzrente schmälert. Er adaptiert seine Planung und sieht vor, dass die Pension jährlich um 2% angehoben wird.
   - Wie lange kann er jetzt von seinem Ersparten zehren?
   - Wie hoch müsste die jährlich vorschüssige Annuität im ersten Jahr sein, damit Herr Konsument genau so viele Jahre wie zuvor seine Pension aufbessern kann?

   Löse durch Probieren!

3) Außerdem möchte er nun wissen, wie hoch die monatliche Pension sein könnte.
   Nachdem er das Problem zuerst in Tabellenform gelöst hat, packt ihn jedoch der sportliche Ehrgeiz:

● Die Tabelle soll komfortabler werden. Er entscheidet sich für einen Schieberegler, wodurch er die Daten leichter verändern kann. Zusätzlich fügt er Auswertungszellen ein, damit er die Höhe der kumulierten Rentenzahlungen gleich am Beginn der Tabelle hat und vor allem kontrollieren kann, wie lange (wie viele Jahre) die so ermittelte Pension ausreichen wird.

4) Am Ende ist Franz K. doch nicht ganz glücklich. Vertrauen ist gut, Kontrolle ist besser.
Hat er richtig gerechnet? Und die Tabellen sind super, aber gibt es da nicht auch Funktionen, mit denen man viel einfacher zu einem Ergebnis kommt? Die Problemlösung soll so aussehen, dass man die Formulare später leicht verwenden kann und sie auch mit anderen Beträgen zuverlässig funktionieren.

5) Als Franz K. mit seinen Berechnungen zufrieden ist, überlegt er sich, einen Ansparplan aufzustellen. EUR 50.000,00 Abfertigung zum Pensionsantritt sind realistisch. Den Rest muss er zurücklegen.
Wie viel benötigt er monatlich bei 30 Jahren Spardauer und 6% Zinsen (p.a.)?

5.7.2 Umsetzung im Unterricht

Für die Ausarbeitung dieses Beispiels sind drei Unterrichtseinheiten vorgesehen. Die Schüler/Schülerinnen erhalten das Angabenblatt in elektronischer und ausgedruckter Form.
Der Lösungsweg mit OpenOffice.org Calc für den ersten Fragenblock (Für wie viele Jahre reicht dann sein Erspartes? Welcher Restbetrag ist nach der letzten, ausgezahlten Rente noch über?) soll im Klassenplenum in Form eines Unterrichtsgesprächs zwischen Schülern/Schülerinnen und der Lehrperson erarbeitet werden.

Auf die Frage „Wie hoch müsste die jährlich vorschüssige Annuität sein, wenn er im letzten Jahr denselben Betrag wie im ersten Jahr ausgezahlt bekommen will?“ sollten die Schüler/Schülerinnen nach Nachdenken und eventuellen Fingerzeigen auf die bereits erlernten OpenOffice.org Calc Funktionen selbst eine Antwort finden.

Im Weiteren soll mit den Schülern/Schülerinnen der Einfluss der Inflation auf den Wert der Rente besprochen werden: Wenn die Inflation steigt, sinkt der Wert des Geldes und mit ihm die Kaufkraft. Um dem entgegenzuwirken muss Franz Konsument durch Anhebung der jährlichen Rente die Folgen der Inflation ausgleichen.
Die Spalten der Tabelle zur valorisierten Rentenrechnung können aufbauend auf die vorige Tabelle in einem Klassengespräch erarbeitet werden. Wie viele Spalten sind jetzt nötig? Wie hängen die einzelnen Werte in den unterschiedlichen Spalten einer Zeile zusammen, das heißt, wie hängt das Kapital am Jahresanfang mit der Höhe der Rate, den Zinsen oder dem Jahresendkapital zusammen?

Auf die Frage „Wie hoch müsste die jährlich vorschüssige Annuität im ersten Jahr sein, damit Herr Konsument genau so viele Jahre wie zuvor seine Pension aufbessern kann?“ sollen die Schüler/Schülerinnen in Einzelarbeit und beratenden Gesprächen mit ihrem Sitznachbarn/ihrer Sitznachbarin selbstständig zu einem passablen Näherungswert gelangen.

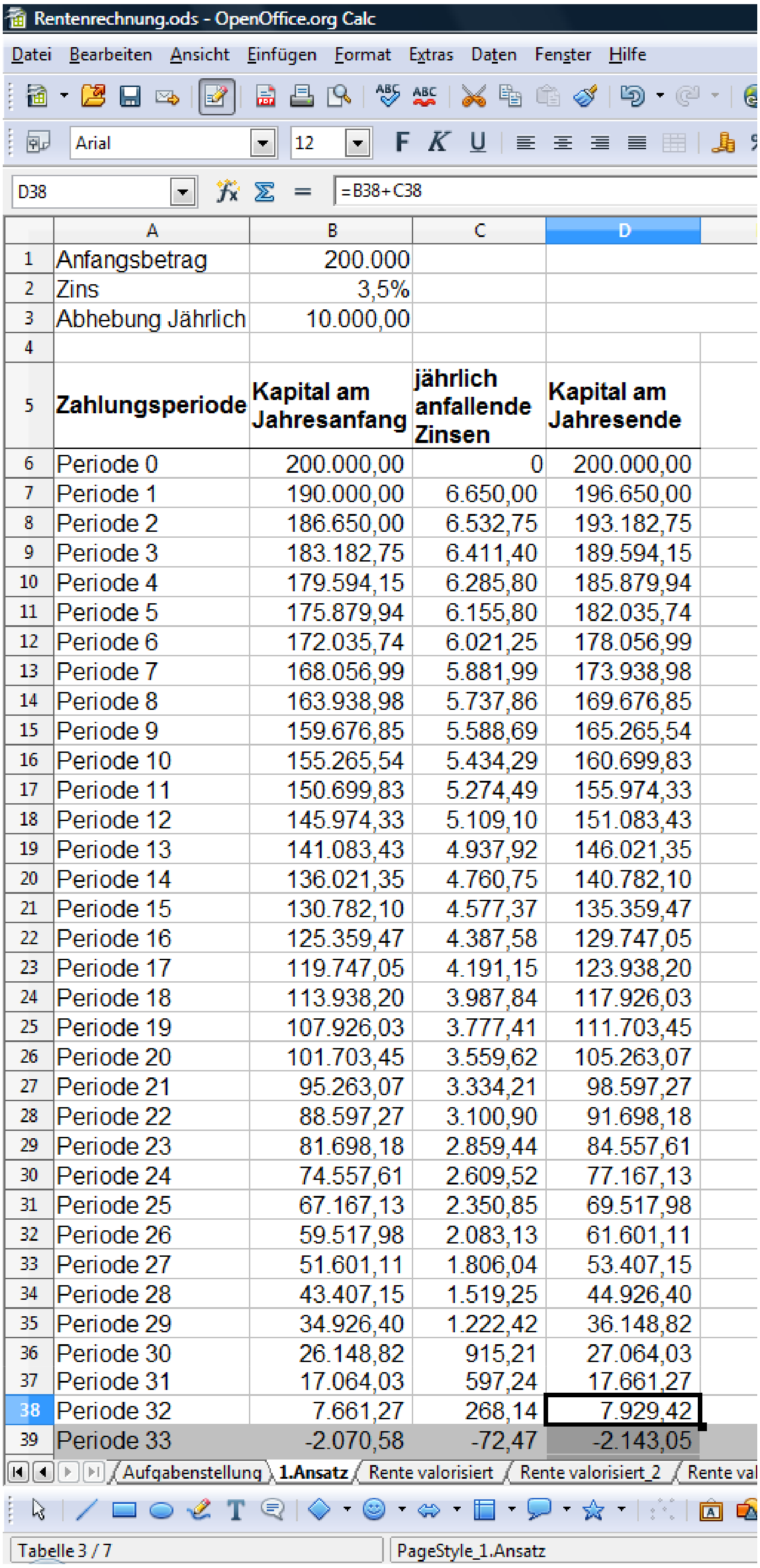
Mittels eines Unterrichtsgesprächs zwischen der Lehrperson und den Schülern/Schülerinnen sollen die Jugendlichen zum richtigen Ergebnis hingeführt werden.

Die Erstellung der Schieberegler wird in Form des Frontalunterrichts den Schülern/Schülerinnen erklärt und Schritt für Schritt durchgegangen.

Am Ende des Beispiels berechnen die Schüler/Schülerinnen in Einzelarbeit die Höhe der monatlichen Rate, die 30 Jahre lang gezahlt werden muss, um bis zum Pensionsantritt einen Betrag von EUR 150.000,00 anzusparen.

Am Ende der Unterrichtssequenz geben sie ihre Ausarbeitung des Beispiels in elektronischer Form ihrem Klassenlehrer/ihrer Klassenlehrerin ab.

5.7.3 Lösungsvorschlag mit OpenOffice.org Calc



	A	B	C	D
1	Anfangsbetrag	200.000		
2	Zins	3,5%		
3	Abhebung Jährlich	10.000,00		
4				
5	**Zahlungsperiode**	**Kapital am Jahresanfang**	**jährlich anfallende Zinsen**	**Kapital am Jahresende**
6	Periode 0	200.000,00	0	200.000,00
7	Periode 1	190.000,00	6.650,00	196.650,00
8	Periode 2	186.650,00	6.532,75	193.182,75
9	Periode 3	183.182,75	6.411,40	189.594,15
10	Periode 4	179.594,15	6.285,80	185.879,94
11	Periode 5	175.879,94	6.155,80	182.035,74
12	Periode 6	172.035,74	6.021,25	178.056,99
13	Periode 7	168.056,99	5.881,99	173.938,98
14	Periode 8	163.938,98	5.737,86	169.676,85
15	Periode 9	159.676,85	5.588,69	165.265,54
16	Periode 10	155.265,54	5.434,29	160.699,83
17	Periode 11	150.699,83	5.274,49	155.974,33
18	Periode 12	145.974,33	5.109,10	151.083,43
19	Periode 13	141.083,43	4.937,92	146.021,35
20	Periode 14	136.021,35	4.760,75	140.782,10
21	Periode 15	130.782,10	4.577,37	135.359,47
22	Periode 16	125.359,47	4.387,58	129.747,05
23	Periode 17	119.747,05	4.191,15	123.938,20
24	Periode 18	113.938,20	3.987,84	117.926,03
25	Periode 19	107.926,03	3.777,41	111.703,45
26	Periode 20	101.703,45	3.559,62	105.263,07
27	Periode 21	95.263,07	3.334,21	98.597,27
28	Periode 22	88.597,27	3.100,90	91.698,18
29	Periode 23	81.698,18	2.859,44	84.557,61
30	Periode 24	74.557,61	2.609,52	77.167,13
31	Periode 25	67.167,13	2.350,85	69.517,98
32	Periode 26	59.517,98	2.083,13	61.601,11
33	Periode 27	51.601,11	1.806,04	53.407,15
34	Periode 28	43.407,15	1.519,25	44.926,40
35	Periode 29	34.926,40	1.222,42	36.148,82
36	Periode 30	26.148,82	915,21	27.064,03
37	Periode 31	17.064,03	597,24	17.661,27
38	Periode 32	7.661,27	268,14	7.929,42
39	Periode 33	-2.070,58	-72,47	-2.143,05

Tabelle 24: Rentenrechnung – jährlicher Annuitätenplan

Die erste Rate wird am Jahresbeginn der Periode 1 ausgezahlt. In der zweiten Spalte wird die Jahresrate von den zur Verfügung stehenden EUR 200.000,00 abgezogen. Der Rechenbefehl in OpenOffice.org Calc für Tabelle 24: Rentenrechnung – jährlicher Annuitätenplan lautet B7=D6-B3. Das Restkapital wird in der dritten Spalte mit folgendem Rechenbefehl C7=B7*B2 verzinst. Die Zinsen der dritten Spalte werden zum Anfangskapital, das um die Jahresrate reduzierte wurde, in der vierten Spalte mit folgendem Rechenbefehl addiert: D7=B7+C7. Das Endkapital des jeweiligen Jahres, das in der vierten Spalte steht, ist zugleich das Anfangskapital des nächsten Jahres, das wiederum um die Jahresrate reduziert wird: B8=D7-B3. Durch Kopieren der Formel wird die Tabelle automatisch auf die gewünschte Periodenanzahl ausgeweitet.

Das Ersparte reicht bis zu der Periode, wo am Jahresende nach Abzug der jährlichen Rente und dem Aufschlag der angefallenen Zinsen weniger als EUR 10.000,00 zur Verfügung stehen. Im Falle dieses Beispiels ist dies am Ende der 32. Periode, Zelle D38 EUR 7.929,42. Diese Zelle gibt auch die Höhe des Restbetrags, der nach der zuletzt ausgezahlten Rente noch übrig ist, an.

Um die Höhe der Rente zu berechnen, die zu Beginn jeden Jahres ausgezahlt wird und sich im ersten wie im letzten Jahr auf den gleichen Betrag belaufen soll (jährlich vorschüssig gleichbleibende Annuität) , wird die RMZ-Funktion angewendet. Die RMZ-Funktion berechnet die Höhe der regelmäßigen Zahlung für eine Investition bei konstantem Zinssatz. Sie liefert einen negativen Wert, da eine Auszahlung als Sollbuchung gesehen wird und daher ein negatives Vorzeichen verlangt:
=RMZ (Zins; ZZr; BW; [ZW]; [Typ])

Zins bestimmt den periodischen Zinssatz, in diesem Beispiel sind das 3,5% (Zelle B2).
BW ist der Barwert in einer Reihe von Zahlungen.

ZW ist der gewünschte zukünftige Wert, der am Ende der regelmäßigen Zahlungen erreicht werden soll. Er kann optional angegeben werden, was durch die eckigen Klammern signalisiert wird. In diesem Beispiel entspricht er dem Wert 0, da am Ende der jährlich vorschüssig gleichbleibenden Renten kein Restbetrag übrig bleiben soll.
Typ gibt den Fälligkeitstermin für die periodischen Zahlungen an. Setzt man hier den Wert 1 ein, bedeutet das für OpenOffice.org Calc, dass die Zahlung am Anfang des Zeitraums fällig ist. Bei dem Wert 0 ist die Zahlung am Ende des Zeitraums fällig (vgl. Schmidt 2009, S.301).

Um die Höhe der jährlich vorschüssig gleichbleibenden Annuität bei einem Anfangsbetrag von EUR 200.000,00 , einem jährlichen Zinssatz von 3,5% und einer Laufzeit von 32 Jahren zu berechnen, müssen folgende Werte eingesetzt werden: =-RMZ(3,5%;32;200000;0;1)
Durch Eingabe des Minus erhält man für die jährlich vorschüssig gleichbleibende Rente einen positiven Wert von EUR 10.133,62.

Rentenrechnung.ods - OpenOffice.org Calc

	A	B	C	D	E	F	G
1	Anfangsbetrag	bw	200.000				
2	Spar Zins	i	3,5%				
3	Abhebung Jährlich	rmz	10.000				
4	Anhebung der Rente	v	2,0%				
5							
6			**Kapital am Jahresanfang**	**valorisierte Rate**	**jährlich anfallende Zinsen**	**Kapital am Jahresende**	
7	Periode 0		200.000,00				
8	Periode 1		190.000,00	10.000,00	6.650,00	196.650,00	
9	Periode 2		186.450,00	10.200,00	6.525,75	192.975,75	
10	Periode 3		182.571,75	10.404,00	6.390,01	188.961,76	
11	Periode 4		178.349,68	10.612,08	6.242,24	184.591,92	
12	Periode 5		173.767,60	10.824,32	6.081,87	179.849,46	
13	Periode 6		168.808,66	11.040,81	5.908,30	174.716,96	
14	Periode 7		163.455,34	11.261,62	5.720,94	169.176,27	
15	Periode 8		157.689,42	11.486,86	5.519,13	163.208,54	
16	Periode 9		151.491,95	11.716,59	5.302,22	156.794,17	
17	Periode 10		144.843,24	11.950,93	5.069,51	149.912,76	
18	Periode 11		137.722,81	12.189,94	4.820,30	142.543,11	
19	Periode 12		130.109,37	12.433,74	4.553,83	134.663,20	
20	Periode 13		121.980,78	12.682,42	4.269,33	126.250,11	
21	Periode 14		113.314,04	12.936,07	3.965,99	117.280,03	
22	Periode 15		104.085,24	13.194,79	3.642,98	107.728,23	
23	Periode 16		94.269,54	13.458,68	3.299,43	97.568,98	
24	Periode 17		83.841,12	13.727,86	2.934,44	86.775,56	
25	Periode 18		72.773,14	14.002,41	2.547,06	75.320,21	
26	Periode 19		61.037,74	14.282,46	2.136,32	63.174,06	
27	Periode 20		48.605,95	14.568,11	1.701,21	50.307,16	
28	Periode 21		35.447,69	14.859,47	1.240,67	36.688,36	
29	Periode 22		21.531,69	15.156,66	753,61	22.285,30	
30	Periode 23		6.825,50	15.459,80	238,89	7.064,40	
31	Periode 24		-8.704,60	15.768,99	-304,66	-9.009,26	

Tabelle 25: Rentenrechnung – valorisierter, jährlicher Annuitätenplan

Bei der Erstellung der Tabelle 25: Rentenrechnung – valorisierter, jährlicher Annuitätenplan wird bei der Rentenberechnung durch Valorisierung der Jahresrate auch die Inflation berücksichtigt. Die Jahresrate wird jährlich um die durchschnittliche Inflationsrate von 2% erhöht.

Wie zuvor wird eine Tabelle mit diesmal fünf Spalten erstellt.

In der ersten Spalte wird die Anzahl der Perioden fortlaufend angeführt.

In der zweiten Spalte wird das Kapital am Anfang einer Periode berechnet.

In der dritten Spalte findet sich die valorisierte Jahresrate.

Die vierte Spalte gibt die Zinsen an, die bis zum Jahresende auf das Kapital angefallen sind.
In der fünften Spalte steht das Endkapital der Periode. Es entspricht wiederum dem Anfangskapital der folgenden Periode minus der valorisierten Rate.
Das Kapital zu Beginn der Periode 1 wird durch Abziehen der Rate vom Startkapital berechnet: C8=C7-D8. Die Zinsen werden durch folgenden Rechenbefehl kalkuliert: E8=C8*C2. Das Endkapital per Periode wird durch einfaches Summieren des Kapitals am Jahresanfang und der darauf angefallenen Zinsen berechnet: F8 =C8+E8. Die valorisierte Rente im nachfolgenden Jahr wird durch nachfolgenden Rechenbefehl errechnet: D9=D8*(1+C4).
Durch Kopieren der Formel wird die Tabelle automatisch auf die gewünschte Periodenanzahl ausgeweitet.
Das Ersparte reicht bis zu der Periode, wo am Jahresende nach Abzug der jährlichen Rente und dem Aufschlag der angefallenen Zinsen weniger als die Höhe der letzen Rate zur Verfügung steht. Im Falle dieser Fragestellung ist dies am Ende der 23-ten Periode, Zelle F30.

Um die Höhe der Annuität im ersten Jahr zu ermitteln, bei der sich das angesparte Kapital, wie bei der nicht valorisierten Variante 32 Jahre ausgeht, wird das vorige Tabellenblatt kopiert. Nun muss durch Schätzen und Probieren ein Näherungswert (z.B.: EUR 7750,00) in die Zelle C3 eingegeben werden, der einen möglichst kleinen, aber positiven Wert in der Spalte des Endkapitals der Periode 32 liefert.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Anfangsbetrag	bw	200.000					
2	Zins	i	3,50%					
3	Abhebung Jährlich	rmz	8.000					
4	Anhebung der Rente	v	2,00%					
5								
6	**Summe RENTENZAHLUNGEN**		**324.544,63**		"Zinsregler"	"Ratenregler"	"Valorisierungsregler"	
7	**Anzahl Perioden**		**30**					
8								
9	Monatsrente		EUR 677,40					
10	Summe Monatsrate 1. Jahr		EUR 8.128,77					
11								
12			**Kapital am Jahresanfang**	**valorisierte Rate**	**jährlich anfallende Zinsen**	**Kapital am Jahresende**		
13	Periode 0		200.000,00					
14	Periode 1		192.000,00	8.000,00	6.720,00	198.720,00		
15	Periode 2		190.560,00	8.160,00	6.669,60	197.229,60		
16	Periode 3		188.906,40	8.323,20	6.611,72	195.518,12		
17	Periode 4		187.028,46	8.489,66	6.546,00	193.574,46		
18	Periode 5		184.915,00	8.659,46	6.472,02	191.387,02		
19	Periode 6		182.554,38	8.832,65	6.389,40	188.943,78		
20	Periode 7		179.934,48	9.009,30	6.297,71	186.232,19		
21	Periode 8		177.042,70	9.189,49	6.196,49	183.239,20		
22	Periode 9		173.865,92	9.373,28	6.085,31	179.951,23		
23	Periode 10		170.390,49	9.560,74	5.963,67	176.354,16		
24	Periode 11		166.602,20	9.751,96	5.831,08	172.433,28		
25	Periode 12		162.486,28	9.946,99	5.687,02	168.173,30		
26	Periode 13		158.027,37	10.145,93	5.530,96	163.558,33		
27	Periode 14		153.209,47	10.348,85	5.362,33	158.571,81		
28	Periode 15		148.015,98	10.555,83	5.180,56	153.196,53		
29	Periode 16		142.429,59	10.766,95	4.985,04	147.414,62		
30	Periode 17		136.432,34	10.982,29	4.775,13	141.207,47		
31	Periode 18		130.005,54	11.201,93	4.550,19	134.555,73		
32	Periode 19		123.129,76	11.425,97	4.309,54	127.439,30		
33	Periode 20		115.784,81	11.654,49	4.052,47	119.837,28		
34	Periode 21		107.949,70	11.887,58	3.778,24	111.727,94		
35	Periode 22		99.602,61	12.125,33	3.486,09	103.088,70		
36	Periode 23		90.720,87	12.367,84	3.175,23	93.896,10		
37	Periode 24		81.280,90	12.615,19	2.844,83	84.125,73		
38	Periode 25		71.258,24	12.867,50	2.494,04	73.752,27		
39	Periode 26		60.627,43	13.124,85	2.121,96	62.749,39		
40	Periode 27		49.362,04	13.387,34	1.727,67	51.089,71		
41	Periode 28		37.434,62	13.655,09	1.310,21	38.744,83		
42	Periode 29		24.816,64	13.928,19	868,58	25.685,22		
43	Periode 30		11.478,46	14.206,76	401,75	11.880,21		
44	Periode 31		-2.610,68	14.490,89	-91,37	-2.702,06		
45	Periode 32		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		

Tabelle 26: Rentenrechnung – valorisiert und halbautomatisch

Tabelle 26 ist wieder eine Kopie von Tabelle 25. Mittels Schieberegler können die Höhe der Zinsen, der Rate und der Valorisierung einfach und schnell verändert werden.

Die Summe der Rentenzahlungen wird mit der SUMMEWENN-Funktion berechnet. Sie summiert die Argumente, die den selbst definierten Bedingungen genügen. In unserem Fall sollen die Raten addiert werden, die bis zum Versiegen des Ersparten ausgezahlt werden.

=SUMMEWENN(Bereich;Kriterien;[Summenbereich])

„Bereich“ gibt die Zellen an, auf die die Kriterien angewendet werden. In diesem Fall ist das die gesamte Spalte F, in der das Endkapital am Ende der jeweiligen Periode aufgeschlüsselt ist.
„Kriterien“ gibt die Eigenschaft an, die die oben ausgewählten Zellen erfüllen müssen, um summiert zu werden. Hier ist das Kriterium, dass das Endkapital größer als Null ist.
Der „Summenbereich“ definiert jene Zellen, deren Werte summiert werden, also die gesamte Spalte D, in der die valorisierten Raten aufgeschlüsselt sind (vgl. Schmidt 2009, S.322).

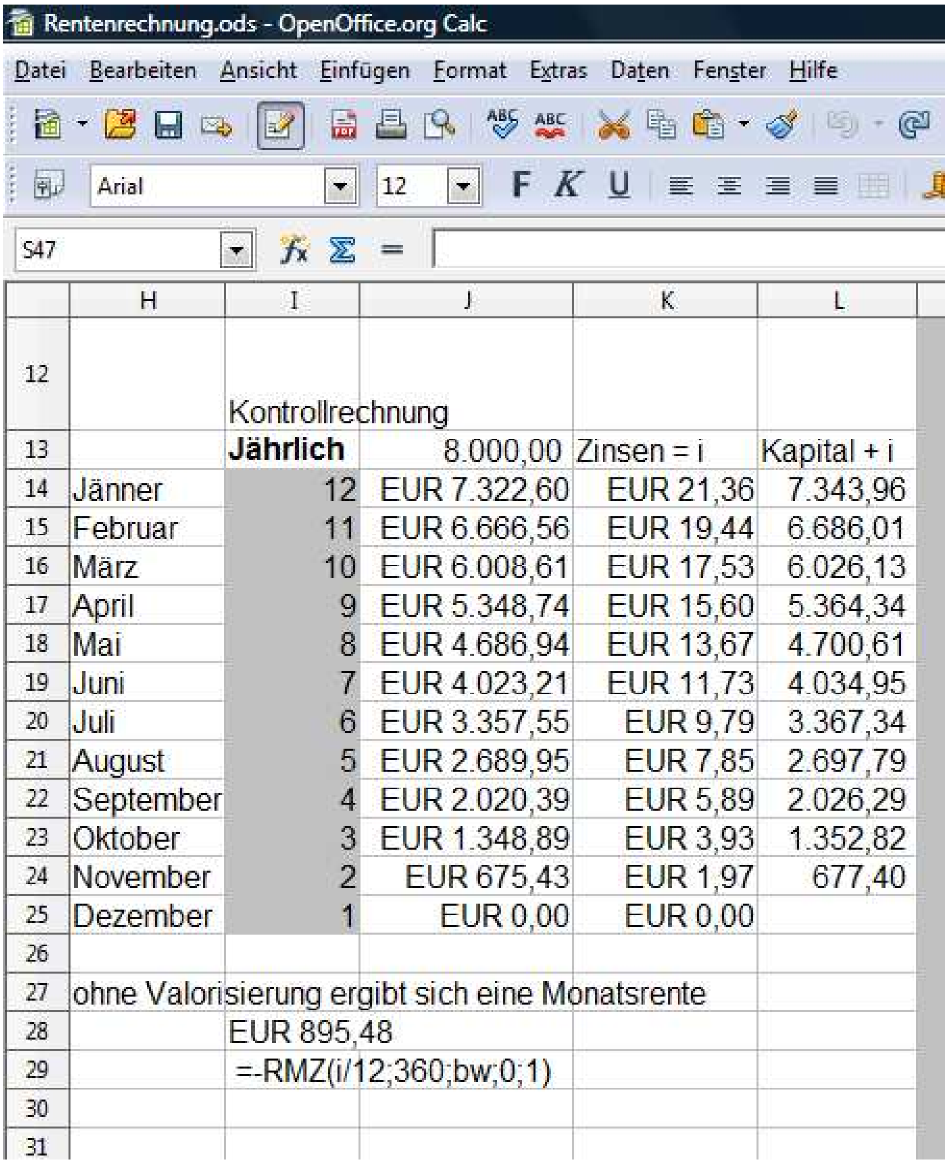
C6=SUMMEWENN(F$1:F$65536;">0";D$1:D$65536)

Die Anzahl der Periode wird durch die Funktion ZÄHLENWENN eruiert. Sie zählt jene Argumente, die den selbst definierten Bedingungen genügen.
=ZÄHLENWENN(Bereich;Kriterien)
Die Definition der Begriffe ist dieselbe wie oben (vgl. Schmidt 2009, S.333).

C7=ZÄHLENWENN(F$1:F$65536;">0")

Um die Höhe der Monatsrente zu kalkulieren, wird wieder mit der RMZ-Funktion gearbeitet: C9=-RMZ(i/12;12;rmz;0;1)

Die Summe der Monatsraten im ersten Jahr erhält man, indem man die zuvor kalkulierte Monatsrente mit zwölf multipliziert C10=C9*12



	H	I	J	K	L
12		Kontrollrechnung			
13		**Jährlich**	8.000,00	Zinsen = i	Kapital + i
14	Jänner	12	EUR 7.322,60	EUR 21,36	7.343,96
15	Februar	11	EUR 6.666,56	EUR 19,44	6.686,01
16	März	10	EUR 6.008,61	EUR 17,53	6.026,13
17	April	9	EUR 5.348,74	EUR 15,60	5.364,34
18	Mai	8	EUR 4.686,94	EUR 13,67	4.700,61
19	Juni	7	EUR 4.023,21	EUR 11,73	4.034,95
20	Juli	6	EUR 3.357,55	EUR 9,79	3.367,34
21	August	5	EUR 2.689,95	EUR 7,85	2.697,79
22	September	4	EUR 2.020,39	EUR 5,89	2.026,29
23	Oktober	3	EUR 1.348,89	EUR 3,93	1.352,82
24	November	2	EUR 675,43	EUR 1,97	677,40
25	Dezember	1	EUR 0,00	EUR 0,00	
26					
27	ohne Valorisierung ergibt sich eine Monatsrente				
28		EUR 895,48			
29		=-RMZ(i/12;360;bw;0;1)			
30					
31					

Tabelle 27: Rentenrechnung - Tilgungsplan für das erste Jahr

Um die zuvor berechnete Monatsrate zu kontrollieren, wird ein Tilgungsplan für das erste Jahr erstellt. Am Anfang des Jahres bekommt Franz K. EUR 8.000,00 ausgezahlt. Gleich im Jänner wird von diesem Betrag die monatliche Rente abgezogen und so das Kapital am Monatsanfang berechnet: J14=J13-C9. Die Zinsen, die bis zum Monatsende anfallen, werden wie folgt berechnet: K14=J14*C2/12. Das Kapital, das am Ende des Monats von den EUR 8.000,00 übrig bleibt, ergibt sich durch Addition des Kapitals am Monatsanfang mit den im Laufe des Monats angefallenen Zinsen: L14=J14+K14.

Das Endkapital des jeweiligen Monats ist zugleich das Anfangskapital des nächsten Monats, das wiederum um die monatliche Rente reduziert wird.

Wurde die monatliche Rente richtig berechnet, ist zu Beginn des Monats Dezember nach Auszahlung der monatlichen Rente nichts mehr von der jährlichen Rente von EUR 8.000,00 übrig.

Ohne Valorisierung ergibt sich für die gesamte Laufzeit von 30 Jahren eine Monatsrente von EUR 895,48, die wieder mittels RMZ-Funktion berechnet wird:
I28=-RMZ(i/12;360;bw;0;1)

Für die Berechnung der monatlichen Rate beim Ansparen, besteht das geplante Guthaben von EUR 200.000,00 Guthaben aus EUR 50.000,00 Abfertigung und Erspartem, das monatlich angespart werden soll. Franz Konsument hat mit 30 Jahren zu sparen begonnen. Da am Beginn des Ansparens die Zinsen höher waren als aktuell, kann mit durchschnittlich 6% kalkuliert werden. Da Herr K. mit 60 in Pension geht, das heißt, die EUR 150.000,00 bis dorthin angespart sein müssen, wird mit einer Laufzeit von 360 Monaten gerechnet. Der relative Monatszins ergibt sich durch Division des Jahreszinses durch 12 und beläuft sich auf 0,50%.
Die monatliche Rate wird wieder durch die RMZ-Funktion berechnet:
=RMZ(0,50%;360;0;150000;1)
Der Barwert beläuft sich hier auf EUR 0,00, da sich der Wert der Zahlungsreihe am Anfang des Sparens auf Nichts beläuft. Der zukünftige Wert, der nach der letzten Zahlung erreicht werden soll, beträgt EUR 150.000,00.

5.7.4 Lösungsvorschlag für Rechnen unter Zuhilfenahme des Taschenrechners

Franz Konsument stehen bei seinem Pensionsantritt EUR 200.000,00 für eine Zusatzpension zur Verfügung. Er will sich jährlich eine vorschüssige Rente im Wert von EUR 10.000,00 auszahlen lassen. Er rechnet mit einem durchschnittlichen Zinssatz von p=3,5% (p.a.).

$S = 200.000$

$Z_v = 10.000$

$q = 1 + \frac{p}{100} = 1{,}035$

Für wie viele Jahre reicht dann sein Erspartes?

Da es sich bei der Zusatzpension von Herrn Konsument um eine vorschüssig gleichbleibende Rente handelt, geht man von folgender Formel des Rentenbarwerts aus:

$$S = Z_v \cdot q \cdot \frac{(q^n - 1)}{q^n \cdot (q-1)}$$

S ist das am Ende der n-ten Zinsperiode gebildete Kapital, welches aus allen regelmäßig eingezahlten Beträgen Z_v und der Zinseszinsen – mit dem Aufzinsungsfaktor q) besteht.

Für die Berechnung der Laufzeit benötigt man die Formel $n = \frac{\ln A - \ln T_1}{\ln q}$.

Die Laufzeit n lässt sich aus dem Verhältnis von Annuität A und der ersten Tilgungszahlung T_1 berechnen.

A steht für Z_n (nachschüssige Rente). Aus diesem Grund muss vor der weiteren Berechnung die vorschüssige Rente in eine nachschüssige umgerechnet werden. Wie die beiden Rentenvarianten zusammenhängen, sieht man sehr leicht, wenn man die beiden Formeln für die Berechnung des Rentenbarwerts gegenüberstellt.

Barwert bei vorschüssiger Rente : $S = Z_v \cdot q \cdot \frac{(q^n - 1)}{q^n \cdot (q-1)}$

Barwert bei nachschüssiger Rente: $S = Z_v \cdot \frac{(q^n - 1)}{q^n \cdot (q-1)}$

Da bei vorschüssiger Rückzahlung die Rente bereits zu Anfang der Zinsperiode gezahlt wird, wird diese einmal mehr als die nachschüssige Rente verzinst. Das heißt, dass $Z_n = Z_v \cdot q$ ist, in unserem Fall: $Z_n = 10.000 \cdot 1{,}035 = 10.350$

Nun kann man mit der Formel $n = \frac{\ln A - \ln T_1}{\ln q}$ weiterarbeiten.

Um die Laufzeit nun zu berechnen, müssen die Zinsen im ersten Jahr kalkuliert werden. Die Tilgung im ersten Monat kann so durch Umformung der Formel $Z_1 = A - T_1$ in $T_1 = A - Z_1$ und Einsetzen der Zahlenwerte errechnet werden.

Die Zinsen, die durch die Annuität im ersten Jahr getilgt werden, sind jene Zinsen, die nach einem Jahr auf den Betrag S angefallen sind.

$$Z_1 = S \cdot \frac{p}{100} = 200.000 \cdot \frac{3{,}5}{100} = 7.000$$

Der Tilgungsanteil der ersten Annuität ergibt sich, indem man den Zinsanteil von der Annuität abzieht.

$$T_1 = 10.350 - 7.000 = 3.350$$

Nachdem man alle Werte berechnet hat, können diese in die Formel für die Berechnung der Laufzeitlänge eingesetzt und diese berechnet werden.

$$n = \frac{\ln 10.350 - ln 7.000}{\ln 1{,}035} = 32{,}790098..$$

Antwort: Nach 32 Jahren erhält Franz Konsument die letzte vorschüssige Rente von EUR 10.000,00.

Welcher Restbetrag ist nach der letzt ausgezahlten Rente noch über?

Um den Restbetrag zu ermitteln, muss zuerst der Barwert der Vollraten berechnet werden. Dazu setzt man die gegebenen Werte in die Formel für den Barwert bei vorschüssigen Renten ein und erhält:

$$Z_v \cdot q \cdot \frac{(q^n - 1)}{q^n \cdot (q-1)} = 197.362{,}757 \ldots$$

Der Restbetrag von 2.637,242.. $= 200.000 - 197.362{,}757 \ldots$
wird am Ende des 32. Jahres ausgezahlt. Er ist daher für 32 Jahre aufzuzinsen:

$$2.637{,}242 \ldots \cdot 1{,}035^{32} = 7.929{,}416 \ldots$$

Antwort: Herr Konsument hat am Ende der 32 Zahlungen zu EUR 10.000,00 noch einen Restbetrag von rund EUR 7.929,42 zur Verfügung.

Wie hoch müsste die jährlich vorschüssige Annuität sein, wenn er im letzten Jahr denselben Betrag wie im ersten Jahr ausgezahlt bekommen will?

Um eine vorschüssig gleichbleibende Rente für eine Laufzeit von 32 Jahren zu berechnen, muss man zuerst die Formel umformen

$$S = Z_v \cdot q \cdot \frac{(q^n - 1)}{q^n \cdot (q-1)} \quad \Leftrightarrow \quad Z_v = S \cdot \frac{q^n \cdot (q-1)}{q \cdot (q^n - 1)}$$

Nach Einsetzen der einzelnen Werte erhält man den Wert einer vorschüssigen Rente von $Z_v = 10.133{,}624$ ...

Antwort: Die jährlich vorschüssige, gleichbleibende Annuität müsste einen Wert von rund EUR 10.133,62 haben.

Wie hoch müsste die Rate sein, wenn sie jedes Jahr um 2% größer werden soll und Herr Konsument mit seinem Ersparten von EUR 200.000,00 bei einem Zinssatz von 3,5% wieder 32 Jahre auskommen will?

$$S = 200.000$$
$$n = 32$$
$$q = 1 + \frac{p}{100} = 1{,}035$$
$$s = 2\%$$
$$l = 1 + \frac{s}{100} = 1{,}02$$

Um die jährliche Rate zu berechnen, bei der man trotz Dynamisierung (d.h. Anhebung der Rente um 2,0% pro Jahr) mit dem Ersparten (EUR 200.000,00) 32 Jahre auskommt, wird die Rentenbarwertformel für dynamische Renten nach Z_v ausgedrückt:

$$S = Z_v \cdot q \cdot \frac{(q^n - l^n)}{q^n \cdot (q-l)} \quad \Leftrightarrow \quad Z_v = S \cdot \frac{q^n \cdot (q-l)}{q \cdot (q^n - l^n)}$$

Setzt man für die Variablen die obigen Zahlen ein, erhält man

$$Z_v = 200.000 \cdot \frac{1{,}035^{32} \cdot (1{,}035-1{,}02)}{1{,}035 \cdot (1{,}035^{32} - 1{,}02^{32})} = 7.766{,}3079 \ldots$$

Als Franz K. mit seinen Berechnungen zufrieden ist, überlegt er sich, einen Ansparplan aufzustellen. EUR 50.000,00 Abfertigung zum Pensionsantritt sind realistisch. Den Rest muss er zurücklegen. Wie viel benötigt er monatlich bei 30 Jahren Spardauer und 6% Zinsen (p.a.)?

Für die Berechnung der monatlichen Rate ist die Endwertformel bei nachschüssigen Renten zu verwenden:

$$S \cdot q^n = A \cdot \frac{(q^n - 1)}{(q-1)}$$

$$150.000 = A \cdot \frac{(1{,}005^{360} - 1)}{(1{,}005 - 1)}$$

Durch Einsetzen der Werte und Umformen kommt man auf die Höhe der monatlichen Rate:

$$A = 150.000 \cdot \frac{(1{,}005 - 1)}{(1{,}005^{360} - 1)} = 149{,}325 \ldots$$

Antwort: Herr Konsument muss bei einem durchschnittlichen Zinssatz von 6% jeden Monat nachschüssig rund EUR 149,33 sparen, um nach 30 Jahren EUR 150.000,00 zu besitzen.

5.7.5 Lernziele

Die Schüler/Schülerinnen berechnen die jährliche Zusatzrente mit und ohne Berücksichtigung der Inflation und erstellen einen Ansparplan für einen Betrag von EUR 200.000,00 bei 6% Zinsen und einer Spardauer von 30 Jahren.

Durch die Anwendung vertrauter Verfahren, d.h. die Berechnung der jährlichen, monatlichen Zusatzrente, in neuartigen wirtschaftlichen Situationen, die Kombination bekannter Methoden bei der Berechnung der monatlichen Pension unter Berücksichtigung der Inflation wird das produktive geistige Arbeiten der Schüler/Schülerinnen gefördert. Durch Fragen zum Beispiel zum Zusammenhang zwischen Inflation, Wert des Geldes und Kaufkraft der Rente, und wie man den Folgen der Inflation entgegenwirken kann, müssen sich Schüler/Schülerinnen kritisch mit dem Thema Geld und Wirtschaftszusammenhänge auseinandersetzen. Das Arbeiten unter bewusster Anwendung von Rechenbefehlen in OpenOffice.org Calc (hier die RMZ-Funktion) zum Lösen der Aufgabenstellung schult die Exaktheit der Arbeitsweise, indem die nötigen Parameter für die Funktion aus der Beispielangabe erkannt werden müssen.

5.7.6 Mathematische Kompetenzen

I1 Zahlen und Maße: Die Aufgabenstellung verlangt die Berechnung von jährlichen und monatlichen Rentenzahlungen, sowie von monatlichen Sparzahlungen.
H2 Rechnen, Operieren: Um die Zeitdauer zu berechnen, die von dem Erspartem gezerrt werden kann und den Restbetrag nach der letzten Rente zu kalkulieren, wird ein Tilgungsplan erstellt. Um die hierfür nötigen Werte zu kalkulieren, müssen Rechenabläufe geplant und die gegebenen Werte in die entsprechenden Funktionen des Tabellenkalkulationsprogramms eingesetzt werden.
K1 Einsetzen von Grundkenntnissen- und fertigkeiten: Auch wenn für die Berechnung des Kapitals, der Rate, der Zinsen und der Kapitalhöhe am Ende der Zahlungsperiode mehrere Rechenschritte erforderlich sind, werden ausschließlich grundlegende mathematische Verfahren und gängige Funktionen von OpenOffice.org Calc verwendet.
Anmerkung: Das Aufstellen eines Tilgungsplans kann jedoch auch den Komplexitätsbereich „K3 Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren“ treffen. Schüler/Schülerinnen müssen die Zusammenhänge zwischen dem aushaftenden Betrag, der Annuität sowie dem Tilgungs- und dem Zinsanteil wahrnehmen und durch einen Nachdenkprozess einen Lösungsweg eruieren.
H2 Rechnen, Operieren: Die Berechnung der jährlich vorschüssigen Annuität verlangt die Verwendung der RMZ-Funktion.
K1 Einsetzen von Grundkenntnissen und –fertigkeiten: Die Berechnung der Annuität ist aus dem Kontext direkt verständlich und von einem niedrigen

Schwierigkeitsgrad, da dafür nur das Einsetzen der entsprechenden Werte in die RMZ-Funktion notwendig ist.

<u>H3 Interpretieren:</u> Der Einfluss der Inflation ist aus dem Zusammenhang von Rente, Laufzeit und dem Ersparten herzuleiten.

<u>K1 Einsetzen von Grundkenntnissen und –fertigkeiten:</u> Beim Zinsänderungsrisiko- Beispiel wurde schon über die Beeinflussung von Zinsänderungen auf die Ratenhöhe bzw. die Laufzeit diskutiert. Daher müssen die Schüler nur mehr dieses Wissen an die aktuelle Problemstellung anpassen.

<u>Anmerkung:</u> Bei dieser mathematischen Tätigkeit könnte allerdings auch die Kompetenzdimension „K2 Herstellen von Verbindungen" bedient werden. Das wird schon in der obigen Formulierung ersichtlich. Die Schüler/Schülerinnen müssen die Interpretation und Beweislage des Zinsänderungsrisiko- Beispiels auf die Abhängigkeit der Rentenhöhe von der Inflation ummünzen. Diese Aufgabenstellung könnte jedoch auch „K3 Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren" treffen, da die Zusammenhänge dargelegter mathematischer Sachverhalte (Inflation, Rentenhöhe) nicht direkt ablesbar sind.

<u>H2 Rechnen, Operieren:</u> Um auf einen passablen Näherungswert für die vorschüssig jährliche Annuität, bei der nach gleich vielen Jahren kein Restbetrag des Ersparten übrig bleibt, zu gelangen, müssen Ergebnisse abgeschätzt, sinnvoll gerundet und so die Annuität näherungsweise berechnet werden.

<u>Anmerkung:</u> Dieser Handlungsdimension ist meiner Meinung nach kein Komplexitätsbereich eindeutig zuzuordnen. Das Einsetzen in bekannte OpenOffice.org Calc Funktionen entspricht „K1 Einsetzen von Grundkenntnissen und –fertigkeiten". Das Reflektieren über den Zusammenhang zwischen Höhe der Annuität und dem Restbetrag des Ersparten nach einer vorgegebenen Anzahl von Jahren bedient meiner Meinung nach einerseits die Dimension „K2 Herstellen von Verbindungen" – der Zusammenhang zwischen Annuitätenhöhe und Restbetrag muss verstanden werden –, andererseits fördert es auch den Komplexitätsbereich „K3 Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren" – die Auswirkungen der Ratenhöhe auf den Restbetrag müssen überlegt, reflektiert werden.

5.8 Haushaltsrechnung

5.8.1 Aufgabenstellung

Nach dem Lösen der einzelnen Beispiele werden die Schüler/Schülerinnen aufgefordert, die zu Beginn ausgefüllte Haushaltsrechnung zu überarbeiten. Die eingetragene Einnahmen und Ausgaben einer vierköpfigen Familie sollen überdacht, mit gerechneten Werten der Aufgabenstellungen verglichen und eventuell durch diese ersetzt werden.

Die Formulare werden wie schon zuvor mit Hilfe des Programms OpenOffice.org Calc ausgefüllt, elektronisch abgegeben und vom Lehrer/von der Lehrerin ausgewertet (Berechnung des Mittelwerts der einzelnen Posten pro Gesellschaftsschicht).

5.8.2 Umsetzung im Unterricht

Für die Haushaltsrechnung werden zwei Unterrichtseinheiten eingeplant. Nachdem die Schüler/Schülerinnen die Haushaltsrechnungen in Einzel- oder Partnerarbeit überarbeitet und mit den zuvor in den Beispielen errechneten Werten gegebenenfalls abgeglichen haben, werden die Formulare von der Lehrkraft ausgewertet. Wie schon vorab werden im Unterrichtsgespräch nicht passende Werte herausgefiltert und diskutiert. Weiters wird besprochen, inwiefern die errechneten Lösungen der Aufgaben die Schüler/Schülerinnen in ihrer Schätzung beeinflusst haben.

Hier ist unbedingt ein Rückblick auf die behandelnden Beispiele, Themen, OpenOffice.org Calc-Funktionen und wirtschaftlichen Hintergründe nötig. In Form einer offenen Diskussion sollen Schüler/Schülerinnen die erlernten Fähigkeiten reflektieren und über die behandelten wirtschaftlichen Themen diskutieren.

Die Schüler/Schülerinnen aber auch die Lehrkraft haben nun die Möglichkeit, Feedback über den Ablauf des Projekts, die Beispielsammlung, die Aufgabenstellungen, die Behandlung des wirtschaftlichen Backgrounds, den Umgang mit dem Tabellenkalkulationsprogramm, etc. zu geben.

5.8.3 Lernziele

Die Schüler/Schülerinnen sollen die am Anfang der Bearbeitung der Beispielsammlung geschätzten Werte überdenken und die Realitätsnähe dieser Werte abschätzen. Sie sollen dadurch ihre Schätzwerte überprüfen und eventuell an Ergebnisse von Aufgaben angleichen.

5.8.4 Mathematische Kompetenzen

I1 Zahlen und Maße: Es müssen ausschließlich Geldbeträge in der Währung Euro in die Tabelle der Haushaltsrechnung eingesetzt werden.
H3 Interpretieren: Die Aufgabe fordert die Bewertung und Gewichtung bereits geschätzter Werten und das Nachdenken über ihre Genauigkeit, da nach der Bearbeitung der Aufgabensammlung die Größen der einzelnen Posten (Leasingraten, Kredit für Einrichtung, Pensionsvorsorge, etc.) besser einzuschätzen sind.
K1 Einsetzen von Grundkenntnissen und –fertigkeiten: Das Schätzen und Abgleichen von Werten gehört zu grundlegenden mathematischen Kenntnissen.
I4 Statistische Darstellungen und Kenngrößen: Die Schüler/Schülerinnen sind sich der Bedeutung des Mittelwerts der einzelnen Posten der drei Gesellschaftsschichten bewusst und können diese auch so interpretieren, dass es ihnen erlaubt, unplausible Werte gegebenenfalls zu erkennen und diese in Folge dessen korrigieren zu können.
H3 Interpretieren: Die Schüler/Schülerinnen lesen Zahlenwerte (Mittelwerte) aus der Tabelle ab und deuten sie.
K3 Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren: Die Schüler/Schülerinnen sollen über die Zusammenhänge der einzelnen Einnahmen und Ausgaben und deren Einfluss auf die Ratenhöhe einer Leasingfinanzierung oder eines Wohnungskredits nachdenken.

5.9 Fazit

Die Schüler/Schülerinnen sollen durch diese Aufgabensammlung, die in Form eines Projekts am Ende der sechsten oder zu Beginn der siebenten Klasse, aber auch im Rahmen des Wahlpflichtfachs Mathematik bearbeitet wird, auf das Thema Kredit in ihrem zukünftigen Leben vorbereitet werden. Kreditaufnahme, Verschuldung und manchmal auch Überschuldung gehören heutzutage zu alltäglichen wirtschaftlichen Vorgängen von Privatpersonen
(vgl. Internetquelle 17). Die Auseinandersetzung mit den unterschiedlichen Beispielen sollen die Schüler/Schülerinnen befähigen, einen Haushaltsplan zu erstellen und monatliche Einnahmen und Ausgaben realistisch zu schätzen. Ansparpläne für die Rentenvorsorge und die Berechnung einer monatlichen Zusatzrente sollten für die Jugendlichen kein Problem darstellen und berechnet werden können. Weiters sollten die Schüler/Schülerinnen nach dem Lösen des Beispiels zum Zinsänderungsrisiko (Kapitel 4.3) die Auswirkungen von einer schon kleinen Zinsänderung auf die Höhe der Kreditrate oder die Laufzeit kalkulieren können. Sie werden für die Risiken von Versandhauskrediten und Ratenkäufen sensibilisiert. Das Beispiel Leasing versus Kredit zeigt den Lernenden verschiedene Autofinanzierungsmöglichkeiten und lehrt sie, Parameter zum Vergleich verschiedener Angebote zu erkennen und gegenüberzustellen. Indem die Schüler/Schülerinnen verschiedene Kreditangebote vergleichen lernen, erlangen sie eine weitere wichtige Alltagskompetenz im Umgang mit Geld. Durch den Vergleich der verschiedenen Rückzahlungsarten erkennen die Schüler/Schülerinnen die positive Auswirkung auf die Zinsbelastung bei kürzeren Ratenrückzahlungszeiträumen.

Am Ende der Bearbeitung der Beispiele sollen die Schüler/Schülerinnen unten angeführte Lernziele, die nach den obigen Aufgabenstellungen adaptiert wurden, formulieren können. Die Lernziele werden in „Ich kann…“- Statements konkretisiert, die für die Schüler/Schülerinnen leichter zu formulieren sind. Diese sind unter anderem im Folder „Bildungsstandards für Mathematik am Ende der 8. Schulstufe“ vom „bm:bwk – Das Zukunftsministerium“ niedergeschrieben (siehe Internetquelle 13, „Mathematik_8_Version_3_0_Okt_2004(1)“, S.25ff.). Ich habe mich gerade für

Formulierungen aus dieser Quelle entschieden, da sie Danke ihrer klaren, einfachen Sprache für Schüler/Schülerinnen leicht verständlich sind. Das gewährleistet wiederum, dass sie diese im Schulalltag benennen können, ohne über die Bedeutung der Formulierungen nachdenken zu müssen. Ein weiterer Grund auf diese Quelle zurückzugreifen, ist die Klassifizierung der „Ich kann…“-Statements nach dem Kompetenzmodell. Des Weiteren arbeiten Fachkräfte kontinuierlichen an der Verbesserung der Lernziele.

- Ich kann einen gegebenen Sachverhalt erfassen und mathematische Beziehungen darin erkennen: Dieses Lernziel findet Anwendung beim Erkennen des Zusammenhang zwischen Zinsanteil und Rückzahlungsanteil bei Annuitätentilgung.
- Ich kann Sachverhalte in verbaler und tabellarischer Form darstellen: Beim Vergleich der Leasing- oder Kreditfinanzierung in Form einer Tabelle, in der die Vergleichsparameter aufgeschlüsselt werden, aber auch in verbaler Form beim Unterrichtsgespräch mit meinen Klassenkollegen/Klassenkolleginnen wird dieses Lernziel erfüllt.
- Ich kann für ein Problem verschiedene mathematische Lösungswege finden: Dieses Lernziel kommt bei den zwei möglichen Funktionen (IKV-, Zins-Funktion) zur Berechnung des effektiven Zinssatzes bei Versandhauskrediten zur Geltung.
- Ich kann mich für ein geeignetes Modell bzw. für einen geeigneten Lösungsweg eines Problems entscheiden und Lösungsabläufe planen: Dieses Lernziel wird bei jedem der acht Beispiele erreicht, da in jeder einzelnen Aufgabenstellung entweder in Einzeln-, Partnerarbeit oder im Plenum Lösungswege gefunden und diskutiert werden müssen.
- Ich kann Berechnungen mit konkreten Zahlen (auch Bruch- und Dezimalzahlen, Potenzen, Wurzeln) durchführen und dabei elektronische Rechenhilfsmittel zweckmäßig einsetzen: Während der gesamten Beispielsammlung wird das Tabellenkalkulationsprogramm OpenOffice.org Calc zweckentsprechend verwendet.
- Ich kann (Rechen-)Ergebnisse im jeweiligen inner- oder außermathematischen Kontext interpretieren: Beim Gegenüberstellen der Vergleichsparameter von Leasing und Kreditangeboten, der

unterschiedlichen Rückzahlungsoptionen, bei der Berechnung und Interpretation des effektiven jährlichen Zinssatzes bei Versandhauskrediten wird dieses Lernziel erfüllt.

- Ich kann eine zur Problemstellung und zum verwendeten Lösungsmodell passende Antwort formulieren: Beim Argumentieren aus welchen Gründen und nach welchen Parametern man sich für eine Finanzierungsoption, Zinsberechnungsfunktion etc. entschieden hat, wird dieses Lernziel durchgesetzt.
- Ich kann meine Entscheidung für die Verwendung eines bestimmten mathematischen Modells bzw. eines bestimmten Lösungsweges, für eine bestimmte Darstellung oder auch für die Auswahl einer bestimmten Lösung begründen: Dieses Lernziel wird bei der Entscheidung welche OpenOffice.org Calc Zins-Funktion verwendet wird, aber auch bei der Entscheidung, ob man einen Kredit mit monatlichen, vierteljährlichen oder jährlichen Tilgungen abstattet, behandelt.
- Ich kann Annahmen und Voraussetzungen, die meiner Argumentation zugrunde liegen, benennen, erklären und begründen: Beim Vergleich von Leasing und Kredit, aber auch von unterschiedlichen Kreditangeboten oder Rückzahlungsvarianten müssen zuvor Annahmen erklärt und begründet werden.
- Ich kenne die Begriffe „Prozent“ und „Zinsen“ und kann damit verständig umgehen.

6 Resümee

Diese Arbeit beschäftigt sich mit dem Thema Kredit im Schulunterricht.
Immer öfter schlägt auch die Schuldenfalle bei unter 25-jährigen zu (siehe Internetquelle 8). Oft liegt es daran, dass Jugendliche nicht richtig mit Geld umgehen können, keine Ahnung von Finanzplanung im Leben haben (siehe Internetquelle 1).
Es gibt ein Sprichwort, das heißt: Warum in die Ferne schweifen, wenn das Gute liegt so nah. Dies kann man leicht auf das Thema Kredit ummünzen. Man muss kein Finanzgenie sein, um Herr über seine Finanzen zu sein. Einen Überblick über die monatlichen Einnahmen und Ausgaben zu haben, wäre ein wichtiger Schritt und kann vor Fehlkalkulationen bei Finanzierungen bewahren. Eine Haushaltsrechnung sollte eigentlich die Grundlage jeder Finanzierungsüberlegung sein. Nichts desto trotz wird diese in keinem Schulbuch (Kapitel 2) erwähnt.
Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt auf der Aufarbeitung des Themas Kredit in den Sekundarstufen I und II und seiner Bearbeitung an Hand von handlungsorientierten Beispielen durch das Tabellenkalkulationsprogramm OpenOffice.org Calc in der AHS-Oberstufe. Jedes dieser Beispiele beschäftigt sich mit einem anderen wirtschaftlichen Aspekt des Themas Kredit: Vom Vergleich dreier Finanzierungsmöglichkeiten, über die Differenzierung von Leasingfinanzierung und Kreditfinanzierung, bis hin zur Pensionsvorsorge und der Erstellung eines Ansparplans für die Zusatzpension.
All diese Beispiele basieren auf einer zuvor ausgefüllten Haushaltsrechnung. Diese soll den Schülern/Schülerinnen den Zusammenhang zwischen den einzelnen Ausgaben und Einnahmen eines Haushaltes vor Augen führen.

Auch der wirtschaftliche Hintergrund des Themas Kredit wird nicht vernachlässigt. Fragen, wie: Welche Kreditvarianten gibt es? Zwischen welchen unterschiedlichen Rückzahlungsoptionen kann man wählen? werden unter anderem behandelt.

Mein Ziel war es, die aktuellen – meiner Meinung nach ausbaufähigen – „Stand der Dinge“ des Themas Kredit in der Schulbuchliteratur festzuhalten und fertige Unterrichtsmaterialien für die spätere Anwendung in der Schule zu entwickeln.

Ich hoffe, es ist mir gelungen, ein interessantes Lernpaket zum Thema Kredit für meine Tätigkeit als Lehrerin zu erarbeiten.

Und so schließe ich mit den Worten von Felix Christian Klein[11]:
„Alle Pädagogen sind sich darin einig: Man muss vor allem tüchtig Mathematik treiben, weil ihre Kenntnis fürs Leben größten Nutzen gewährt.“

[11] Felix Christian Klein (* 1849, † 1925), deutscher Mathematiker (Geometrie) aus Göttingen

7 Anhang

Im Weiteren sind der Evaluierungsbogen, der für die Buchanalyse (Kapitel 2) verwendet wurde, der Haushaltsplan von wohn² der Raiffeisenbank, der als Vorlage für den Haushaltsplan in Kapitel 5 diente und die OpenOffice.org Calc Mappenblätter der ausgearbeiteten Beispiele (Kapitel 5) zu finden.

Evaluierungsbogen

Titel	
Autor	
Verlag, Jahr, Auflage	
Schulstufe	
Schultypen	
Bsp. insgesamt	
Bsp. zum Thema	
Prozentsatz	
Bsp. zu Euro-Hypothekarkredit	
Bsp. zu Überziehungskredit	
Bsp. zu Fremdwährungskredit	
Bsp. zu Leasing	
Bsp. zu Versandhauskredit/Ratenkauf	
Bsp. zu Bauspardarlehen	
Bsp. zu Kreditfalle	
Kapitel Euro- Hypothekarkredit	
Kapitel Überziehungskredit	
Kapitel Fremdwährungskredit	
Kapitel Leasing	
Kapitel Versandhauskredit/Ratenkauf	
Kapitel Bauspardarlehen	
Kapitel Kreditfalle	

+ schwierigere und umfangreichere Aufgaben
E Englische Aufgabenstellung
R Realitätsbezogen
I Information
M echtes Material

Information:
Aufgabenstellung? Was wird gefragt?

3. Mein Haushaltsplan

Ausgaben pro Monat:

Wohnkosten	
Miete oder Rate (2)	EUR
Grundsteuer, Wasser, Müll	EUR
Gas/Strom, Heizung	EUR
ORF/Telekabel	EUR
Telefon/Handy	EUR
Verkehrsmittel *)	
Treibstoff	EUR
Kfz-Versicherung	EUR
Kfz-Instandhaltung	EUR
öffentl. Verkehrsmittel	EUR
Versicherungsprämien	
Lebensversicherung	EUR
Unfallversicherung	EUR
Krankenversicherung	EUR
Eigenheim/Haushalt/Sonstige	EUR
Sonstige Verpflichtungen	
weitere Kreditraten	EUR
Darlehensraten	EUR
Leasing	EUR
Versandhaus	EUR
Alimente	EUR
Sonstiges	EUR
Lebensaufwand **)	
Haushalt inkl. Bekleidung, Freizeit, Sport, Hobby, Schule, Taschengeld, Haustiere und Rauchen	EUR
Sonstiges	EUR
Sparleistungen (3)	
Sparbücher, Bausparen etc.	EUR
Monatliche Gesamtausgaben	EUR

Einnahmen pro Monat:

Nettoeinkommen	EUR
Familienbeihilfe	EUR
durchschnittl. Trinkgelder, Diäten	EUR
Alimente	EUR
regelmäßige Zuwendungen	EUR
Zusatzeinkommen	EUR

Einnahmen des Ehepartners oder des Lebensgefährten:

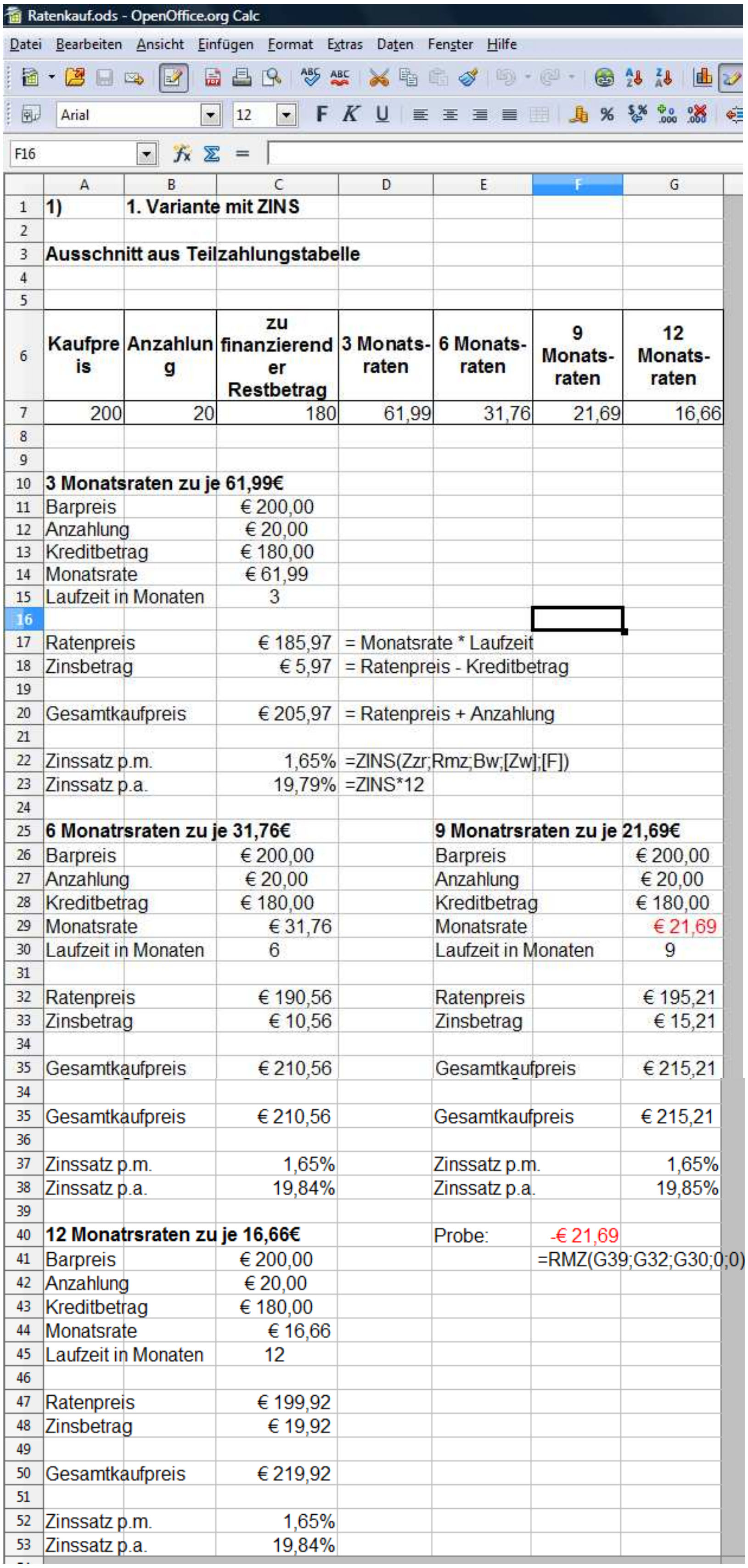
Nettoeinkommen	EUR
Familienbeihilfe	EUR
durchschnittl. Trinkgelder, Diäten	EUR
Alimente	EUR
regelmäßige Zuwendungen	EUR
Zusatzeinkommen	EUR

Monatliche Gesamteinnahmen	**EUR**
Ziehen Sie nun Ihre monatl. Gesamtausgaben ab	**- EUR**
Und Sie erhalten den derzeit monatlich verfügbaren Betrag (1)	**EUR**

*) Durchschnittliche monatliche Kfz-Kosten: EUR 218,–
**) Durchschnittlicher Lebensaufwand:
Für 1 Person EUR 327,–
Für jede weitere Person EUR 145,35 (Mindestangaben)

Abbildung 4: Haushaltsplan Wohn² Sparkassa

ad 5.2: Ratenkauf - Lösungsvorschlag mit OpenOffice.org Calc


Ratenkauf.ods - OpenOffice.org Calc

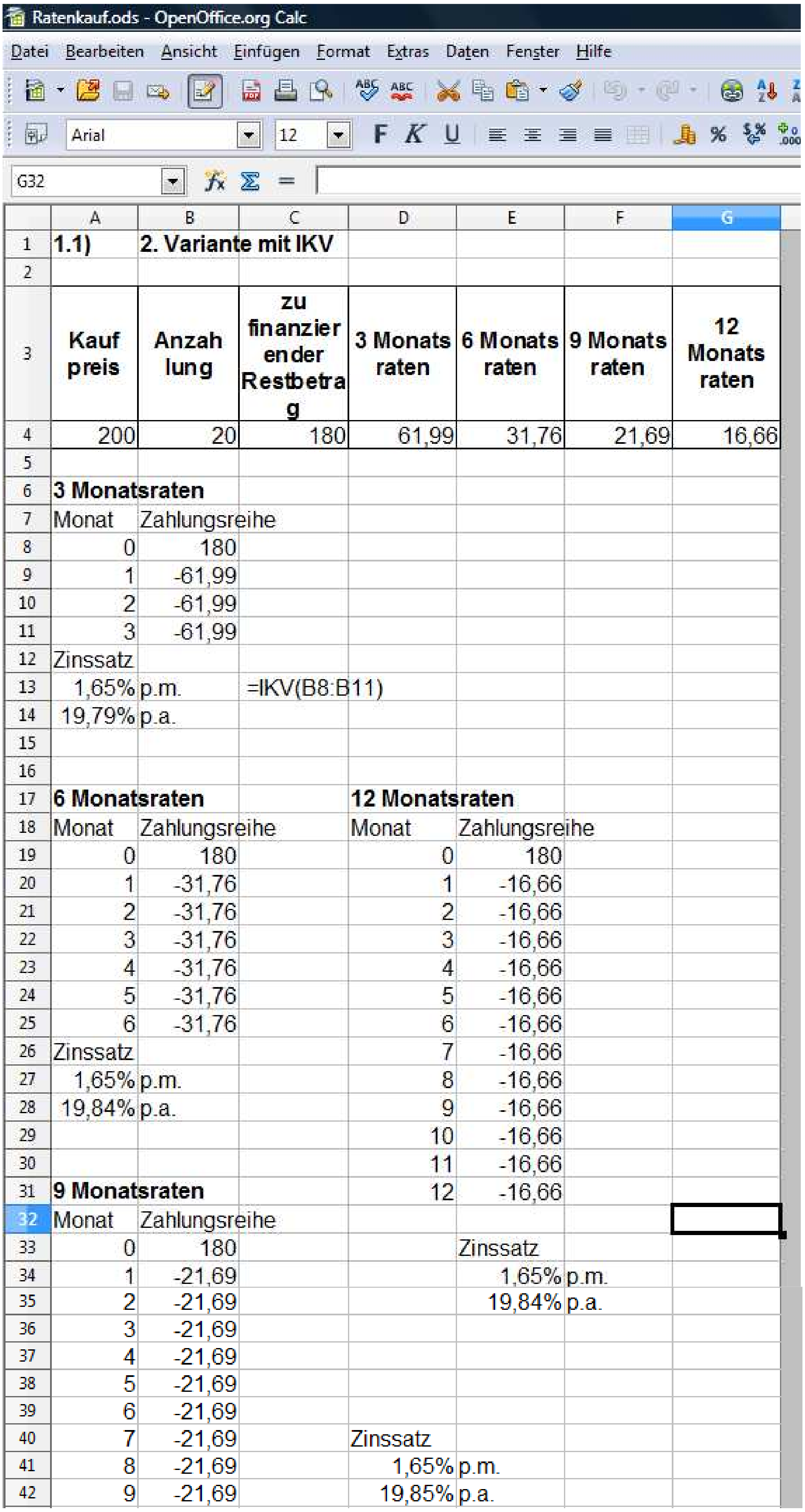
Datei Bearbeiten Ansicht Einfügen Format Extras Daten Fenster Hilfe

Arial 12

F16

	A	B	C	D	E	F	G
1	**1)**	**1. Variante mit ZINS**					
2							
3	**Ausschnitt aus Teilzahlungstabelle**						
4							
5							
6	**Kaufpreis**	**Anzahlung**	**zu finanzierender Restbetrag**	**3 Monats-raten**	**6 Monats-raten**	**9 Monats-raten**	**12 Monats-raten**
7	200	20	180	61,99	31,76	21,69	16,66
8							
9							
10	**3 Monatsraten zu je 61,99€**						
11	Barpreis		€ 200,00				
12	Anzahlung		€ 20,00				
13	Kreditbetrag		€ 180,00				
14	Monatsrate		€ 61,99				
15	Laufzeit in Monaten		3				
16							
17	Ratenpreis		€ 185,97	= Monatsrate * Laufzeit			
18	Zinsbetrag		€ 5,97	= Ratenpreis - Kreditbetrag			
19							
20	Gesamtkaufpreis		€ 205,97	= Ratenpreis + Anzahlung			
21							
22	Zinssatz p.m.		1,65%	=ZINS(Zzr;Rmz;Bw;[Zw];[F])			
23	Zinssatz p.a.		19,79%	=ZINS*12			
24							
25	**6 Monatrsraten zu je 31,76€**				**9 Monatrsraten zu je 21,69€**		
26	Barpreis		€ 200,00		Barpreis		€ 200,00
27	Anzahlung		€ 20,00		Anzahlung		€ 20,00
28	Kreditbetrag		€ 180,00		Kreditbetrag		€ 180,00
29	Monatsrate		€ 31,76		Monatsrate		€ 21,69
30	Laufzeit in Monaten		6		Laufzeit in Monaten		9
31							
32	Ratenpreis		€ 190,56		Ratenpreis		€ 195,21
33	Zinsbetrag		€ 10,56		Zinsbetrag		€ 15,21
34							
35	Gesamtkaufpreis		€ 210,56		Gesamtkaufpreis		€ 215,21
34							
35	Gesamtkaufpreis		€ 210,56		Gesamtkaufpreis		€ 215,21
36							
37	Zinssatz p.m.		1,65%		Zinssatz p.m.		1,65%
38	Zinssatz p.a.		19,84%		Zinssatz p.a.		19,85%
39							
40	**12 Monatrsraten zu je 16,66€**				Probe:	-€ 21,69	
41	Barpreis		€ 200,00			=RMZ(G39;G32;G30;0;0)	
42	Anzahlung		€ 20,00				
43	Kreditbetrag		€ 180,00				
44	Monatsrate		€ 16,66				
45	Laufzeit in Monaten		12				
46							
47	Ratenpreis		€ 199,92				
48	Zinsbetrag		€ 19,92				
49							
50	Gesamtkaufpreis		€ 219,92				
51							
52	Zinssatz p.m.		1,65%				
53	Zinssatz p.a.		19,84%				

Tabelle A 1: Ratenkauf – 1. Variante mit ZINS



Ratenkauf.ods - OpenOffice.org Calc

Datei Bearbeiten Ansicht Einfügen Format Extras Daten Fenster Hilfe

Arial 12

G32

	A	B	C	D	E	F	G
1	**1.1)**	**2. Variante mit IKV**					
2							
3	**Kauf preis**	**Anzah lung**	**zu finanzier ender Restbetra g**	**3 Monats raten**	**6 Monats raten**	**9 Monats raten**	**12 Monats raten**
4	200	20	180	61,99	31,76	21,69	16,66
5							
6	**3 Monatsraten**						
7	Monat	Zahlungsreihe					
8	0	180					
9	1	-61,99					
10	2	-61,99					
11	3	-61,99					
12	Zinssatz						
13	1,65%	p.m.	=IKV(B8:B11)				
14	19,79%	p.a.					
15							
16							
17	**6 Monatsraten**			**12 Monatsraten**			
18	Monat	Zahlungsreihe		Monat	Zahlungsreihe		
19	0	180		0	180		
20	1	-31,76		1	-16,66		
21	2	-31,76		2	-16,66		
22	3	-31,76		3	-16,66		
23	4	-31,76		4	-16,66		
24	5	-31,76		5	-16,66		
25	6	-31,76		6	-16,66		
26	Zinssatz			7	-16,66		
27	1,65%	p.m.		8	-16,66		
28	19,84%	p.a.		9	-16,66		
29				10	-16,66		
30				11	-16,66		
31	**9 Monatsraten**			12	-16,66		
32	Monat	Zahlungsreihe					
33	0	180			Zinssatz		
34	1	-21,69			1,65%	p.m.	
35	2	-21,69			19,84%	p.a.	
36	3	-21,69					
37	4	-21,69					
38	5	-21,69					
39	6	-21,69					
40	7	-21,69		Zinssatz			
41	8	-21,69		1,65%	p.m.		
42	9	-21,69		19,85%	p.a.		

Tabelle A 2: Ratenkauf – 2. Variante mit IKV

2) Teilzahlungstabelle

Kaufpreis	Anzahlung	zu finanzierender Restbetrag	3 Monatsraten	6 Monatsraten	9 Monatsraten	12 Monatsraten	18 Monatsraten	24 Monatsraten	36 Monatsraten	48 Monatsraten
50	5	45	15,49							
100	10	90	30,99	15,88						
200	20	180	61,99	31,76	21,69	16,66				
350	70	280	96,43	49,40	33,73	25,91	18,11			
500	100	400	137,76	70,57	48,19	37,02	25,87	20,32		
750	150	600	206,64	105,85	72,29	55,52	38,80	30,48	22,24	18,19
1500	300	1200	413,27	211,71	144,57	111,05	77,60	60,96	44,47	36,39
3000	600	2400	826,54	423,41	289,15	222,09	155,20	121,92	88,95	72,78
3500	700	2800	964,30	493,98	337,34	259,11	181,07	142,23	103,77	84,91

Kaufpreis	Anzahlung	zu finanzierender Restbetrag	3 MR - Zins p.a.	6 MR - Zins p.a.	9 MR- Zins p.a.	12 MR - Zins p.a.	18 MR - Zins p.a.	24 MR - Zins p.a.	36 MR - Zins p.a.	48 MR - Zins p.a.
50	5	45	19,50%							
100	10	90	19,69%	19,84%						
200	20	180	19,79%	19,84%	19,85%	19,84%				
350	70	280	19,80%	19,81%	19,77%	19,79%	19,82%			
500	100	400	19,81%	19,80%	19,79%	19,82%	19,82%	19,80%		
750	150	600	19,81%	19,79%	19,81%	19,79%	19,80%	19,80%	19,81%	19,79%
1500	300	1200	19,80%	19,80%	19,79%	19,81%	19,80%	19,80%	19,79%	19,80%
3000	600	2400	19,80%	19,80%	19,80%	19,80%	19,80%	19,80%	19,80%	19,80%
3500	700	2800	19,80%	19,80%	19,80%	19,80%	19,80%	19,80%	19,80%	19,80%

Zinssatz =ZINS(Zzr;Rmz;Bw;[Zw];[F])*12

Tabelle A 3: Ratenkauf - Teilzahlungstabelle

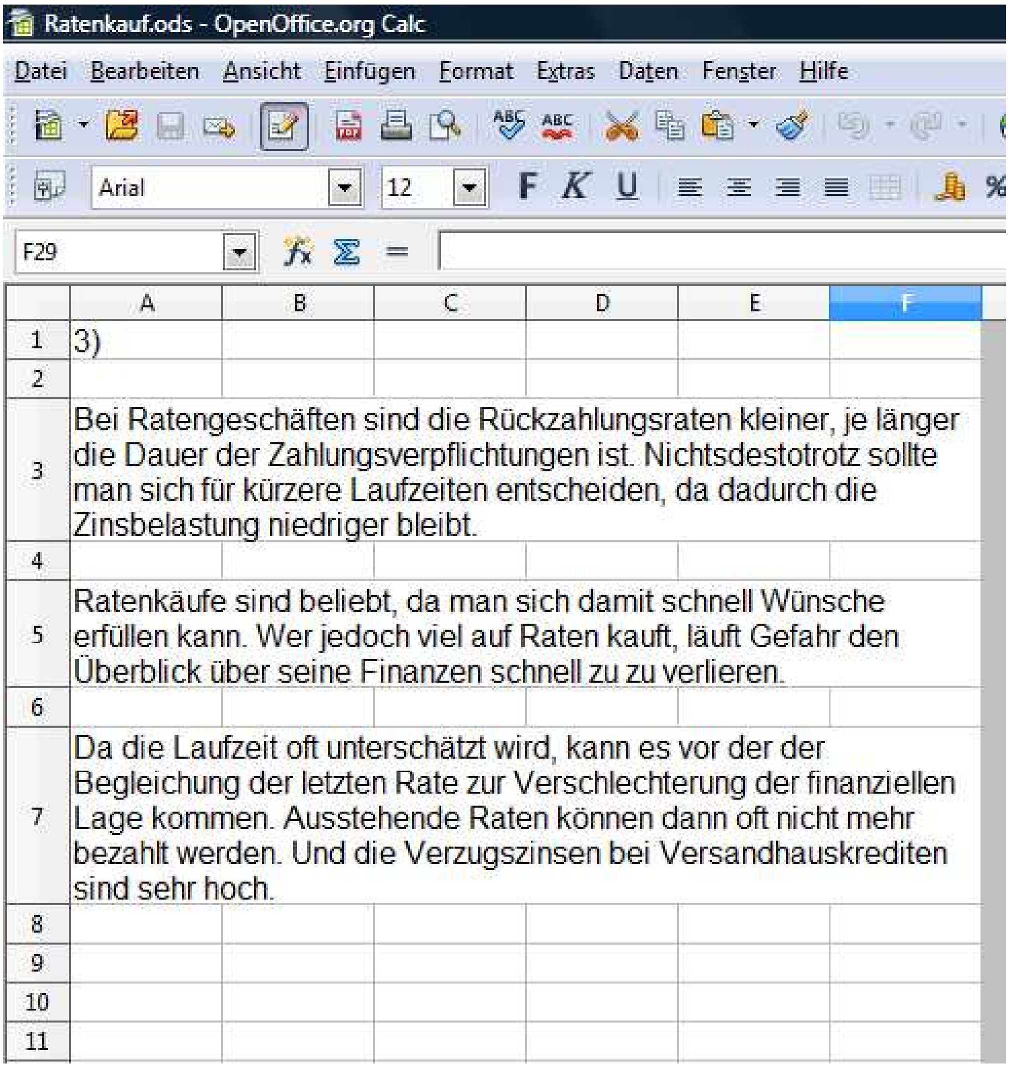


Tabelle A 4: Ratenkauf - Antworten

ad 5.3: Zinsänderungsrisiko - Lösungsvorschlag mit OpenOffice.org Calc

Zinsrisikobeispiel.ods - OpenOffice.org Calc

Datei Bearbeiten Ansicht Einfügen Format Extras Daten Fenster Hilfe

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Zinsänderungsrisiko**						
2							
3	Kredit	bw	200.000				
4	Zinssatz	i	5%				
5		q	1,05				
6	Laufzeit in M	Zzr	240		Jahre	20	
7	Annuität	rmz	-€ 1.319,91		Annuität J.	-€ 16.048,52	
8	Monat						
9							
10	Jahresbelastung d.		€ 15.838,94		Differenz Annuität pro Jahr,		
11	Monatsraten				pro Monat		
12						€ 209,58	
13	**Nach 5 Jahren steigt der Zins an**						
14	**Wie hoch sind die Schulden nach 5 Jahren?**						
15							
16	Lösung mit der Formel Kumkapital						
17							
18	Kumkapital =		33.421,88	= Summe der Kapitaltilgungen			
19		=-KUMKAPITAL(C4;C6/12;C3;1;5;0)					
20							
21	Restkredit demnach		166.578,12		166.578,12	166.578,12	
22							
23	**Jetzt steigen die Zinsen um**						
24			**1%**		**2%**	**3%**	
25							
26	Neuer Zinssatz		6%		7%	8%	
27	Restliche Laufzeit		180		180	180	
28	Die Gesamtlaufzeit des Kredites bleibt unverändert						
29							
30	Neue Monatsrate demnach						
31		RMZ	-€ 1.405,68		-€ 1.497,25	-€ 1.591,91	
32							
33	Bei gleicher Laufzeit ergibt sich ein Ratenanstieg um						
34							
35			-€ 85,77		-€ 177,34	-€ 272,00	
36							
37	**Alternativer Ansatz - die Rate bleibt gleich, die Laufzeit wird**						
38	**verlängert**						
39							
40	Neue LZ in Monaten		200		229	277	
41			=ZZR(C21/12;C7;C18;0;0)				
42							
43	Damit steigt die ursprüngliche Laufzeit in Monaten um						
44							
45		Monate	20		49	97	
46		Jahre	1,7		4,1	8,1	
47	LZ Verlängerung in %		8,3%		20,5%	40,5%	

Tabelle A 5: Zinsänderungsrisiko

ad 5.4: Leasing versus Kredit - Lösungsvorschlag mit OpenOffice.org Calc

Leasing_bsp_(2).ods - OpenOffice.org Calc

Datei Bearbeiten Ansicht Einfügen Format Extras Daten Fenster Hilfe

Arial 12 F K U

F1

	A	B	C	D	F
1	**Finanzierungsmöglichkeit 1 - Restwertleasing**				
2					
3	Anschaffungswert		€ 28.500,00		
4	Restwert		€ 10.004,92		
5	Laufzeit (Monat)		60		
6	Zinssatz (p.a.)		4%		
7	Zinssatz (p.m.)		0,33%		
8	Bearbeitungsgebühr		€ 150,00		
9					
10	**Höhe der Rate berechnen**				
11	Um die Leasingraten zu berechnen, muss man den Barwert des Restwertes				
12	berechnen.				
13	Anschließend kann man auf Basis der Differenz der Anschaffungskosten und				
14	des Barwertes die Leasingraten ermitteln:				
15					
16	Barwert		€ 8.194,06	€ 8.194,06	
17					
18	zu tilgender Betrag		€ 20.305,94		
19					
20	vorschüssige Rate		-€ 372,72		
21					
22	**Effektivverzinsung unter Berücksichtigung der Bearbeitungsgebühr**				
23	**und der Rechtsschaffensgebühr**				
24	Rechtsgeschäfftsgebühr ⇒		€ 149,25		
25					
26	Unter Tilgungsäquivalenz versteht man jenen Betrag, der mittels Raten zu tilgen				
27	ist. In diesem Fall berechnet man, indem man den Restwert vom Kaufpreis				
28	abzieht:				
29					
30	Tilgungsäquivalenz		€ 18.495,08		
31					
32	durchschnittliche Höhe des offenen Leasingbetrages:				
33			€ 19.252,46		
34					
35	Leasingkosten der Finanzierung:			60*Monatsraten	€ 22.363,34
36			€ 4.167,51		
37					
38	Effektivzinssatz:				
39			4,33%		
40					
41	**Wie groß ist die Gesamtbelastung? Um wie viel Prozent beträgt sie**				
42	**mehr als der Kaufpreis?**				
43	60* Monatsrate		€ 22.363,34		
44	Restwert		€ 10.004,92		
45	Bearbeitungsgebühr		€ 150,00		
46	Rechtsgeschäftsgebühr		€ 149,25		
47	Gesamtbelastung		€ 32.667,51		
48					
49	Prozentsatz		14,62%		

Tabelle A 6: Leasing versus Kredit - Restwertleasing

Leasing_bsp_(2).ods - OpenOffice.org Calc

	A	B	C	D	E	F
1	**Finanzierungsmöglichkeit 2 - Full-Pay-Out-Leasing**					
2						
3	Anschaffungswert		€ 28.500,00			
4	Laufzeit (Monat)		60			
5	Zinssatz (p.a.)		4%			
6	Zinssatz (p.m.)		0,33%			
7	Bearbeitungsgebühr		€ 150,00			
8						
9	**Höhe der Rate berechnen**					
10						
11	vorschüssige Rate		-€ 523,13			
12						
13						
14	**Effektivverzinsung unter Berücksichtigung der Bearbeitungsgebühr**					
15	**und der Rechtsschaffensgebühr**					
16	Rechtsgeschäftsgebühr=		€ 208,81			
17						
18	Unter Tilgungsäquivalenz versteht man jenen Betrag, der durch die Raten zu					
19	tilgen ist.					
20	In diesem Fall entspricht dieser Wert dem Kaufpreis.					
21						
22	durchschnttliche Höhe des offenen Leasingbetrags:					
23			€ 14.250,00			
24						
25	Leasingkosten der Finanzierung:			60*Monatsraten		€ 31.387,63
26			€ 3.246,44			
27						
28	Effektivzinssatz:					
29			4,56%			
30						
31						
32	**Wie groß ist die Gesamtbelastung? Um wie viel Prozent beträgt sie**					
33	**mehr als der Kaufpreis?**					
34						
35	60*Monatsrate		€ 31.387,63			
36	Bearbeitungsgebühr		€ 150,00			
37	Rechtsgeschäftsgebühr		€ 208,81			
38	Gesamtbelastung		€ 31.746,44			
39						
40						
41	Prozentsatz=		11,39%			
42						
43						
44						
45						
46						
47						

Aufgabenstellung / Restwertleasing / **Full-Pay-Out-Leasing** / Kreditfinanzierung / Vergleich

Tabelle 3 / 5 | PageStyle_Full-Pay-Out-Leasing

Tabelle A 7: Leasing versus Kredit – Full-Pay-Out-Leasing

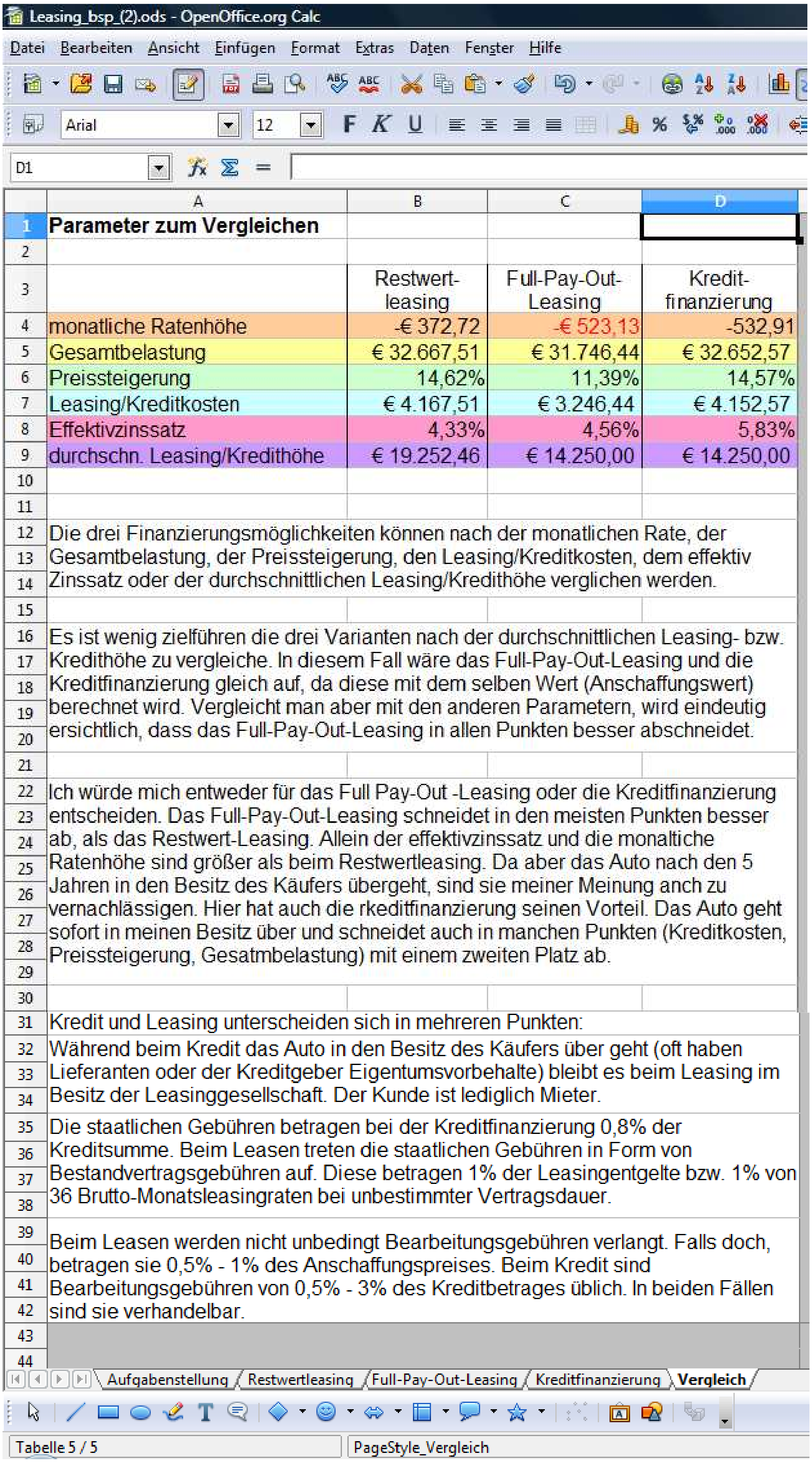
Leasing_bsp_(2).ods - OpenOffice.org Calc

	A	B	C	D
1	**Finanzierungsmöglichkeit 3 - Kreditfinanzierung**			
2				
3	Anschaffungswert		€ 28.500,00	
4	Laufzeit (Monat)		59	
5	Zinssatz (p.a.)		4%	
6	Zinssatz (p.m.)		0,33%	
7	Bearbeitungsgebühr		€ 100,04	
8	Ausfertigungsgebühr		€ 50,00	
9	Kontoführungsgebühr (p.a.)		€ 60,00	
10	Kontoschließungsgebühr		€ 6,68	
11				
12	**Höhe der Rate berechnen**			
13	nachschüssige Rate		-€ 532,91	
14				
15	**Wie hoch ist der ausgezahlte Kredit? Welche Nebenkosten werden sofort abgezogen?**			
16	Rechtsgeschäftsgebühr (0,8%)		€ 228,00	
17				
18	Auszahlungsbetrag		€ 28.121,96	
19				
20	A: Bei der Kreditvariante stellt sich das Problem, dass vom angeforderten Betrag noch die Bearbeitungs-, die Rechtsgeschäfts-, sowie die Ausfertigungsgebühr abgezogen werden.			
21				
22	**Effektivverzinsung**			
23	durchschnittliche Höhe des offenen Kreditbetrags:			
24			€ 14.250,00	
25				
26			60*Monatsraten	€ 31.974,53
27				
28	Kreditkosten der Finanzierung		€ 4.152,57	
29				
30	Effektivzinssatz:		5,83%	
31				
32	**Wie groß ist die Gesamtbelastung? Um wie viel Prozent beträgt sie mehr als der Kaufpreis?**			
33	60*Monatsrate		€ 31.974,53	
34	Bearbeitungsgebühr		€ 100,04	
35	Rechtsgeschäftsgebühr		€ 228,00	
36	Ausfertigungsgebühr		€ 50,00	
37	Kontoführungsgebühr		€ 300,00	
38	Gesamtbelastung		€ 32.652,57	
39				
40	Prozentsatz=		14,57%	

Aufgabenstellung / Restwertleasing / Full-Pay-Out-Leasing / **Kreditfinanzierung**

Tabelle 4 / 5 | PageStyle_Kreditfinanzierung

Tabelle A 8: Leasing versus Kredit - Kreditfinanzierung



	A	B	C	D
1	**Parameter zum Vergleichen**			
2				
3		Restwert-leasing	Full-Pay-Out-Leasing	Kredit-finanzierung
4	monatliche Ratenhöhe	-€ 372,72	-€ 523,13	-532,91
5	Gesamtbelastung	€ 32.667,51	€ 31.746,44	€ 32.652,57
6	Preissteigerung	14,62%	11,39%	14,57%
7	Leasing/Kreditkosten	€ 4.167,51	€ 3.246,44	€ 4.152,57
8	Effektivzinssatz	4,33%	4,56%	5,83%
9	durchschn. Leasing/Kredithöhe	€ 19.252,46	€ 14.250,00	€ 14.250,00

Die drei Finanzierungsmöglichkeiten können nach der monatlichen Rate, der Gesamtbelastung, der Preissteigerung, den Leasing/Kreditkosten, dem effektiv Zinssatz oder der durchschnittlichen Leasing/Kredithöhe verglichen werden.

Es ist wenig zielführen die drei Varianten nach der durchschnittlichen Leasing- bzw. Kredithöhe zu vergleiche. In diesem Fall wäre das Full-Pay-Out-Leasing und die Kreditfinanzierung gleich auf, da diese mit dem selben Wert (Anschaffungswert) berechnet wird. Vergleicht man aber mit den anderen Parametern, wird eindeutig ersichtlich, dass das Full-Pay-Out-Leasing in allen Punkten besser abschneidet.

Ich würde mich entweder für das Full Pay-Out -Leasing oder die Kreditfinanzierung entscheiden. Das Full-Pay-Out-Leasing schneidet in den meisten Punkten besser ab, als das Restwert-Leasing. Allein der effektivzinssatz und die monaltiche Ratenhöhe sind größer als beim Restwertleasing. Da aber das Auto nach den 5 Jahren in den Besitz des Käufers übergeht, sind sie meiner Meinung anch zu vernachlässigen. Hier hat auch die rkeditfinanzierung seinen Vorteil. Das Auto geht sofort in meinen Besitz über und schneidet auch in manchen Punkten (Kreditkosten, Preissteigerung, Gesatmbelastung) mit einem zweiten Platz ab.

Kredit und Leasing unterscheiden sich in mehreren Punkten:

Während beim Kredit das Auto in den Besitz des Käufers über geht (oft haben Lieferanten oder der Kreditgeber Eigentumsvorbehalte) bleibt es beim Leasing im Besitz der Leasinggesellschaft. Der Kunde ist lediglich Mieter.

Die staatlichen Gebühren betragen bei der Kreditfinanzierung 0,8% der Kreditsumme. Beim Leasen treten die staatlichen Gebühren in Form von Bestandvertragsgebühren auf. Diese betragen 1% der Leasingentgelte bzw. 1% von 36 Brutto-Monatsleasingraten bei unbestimmter Vertragsdauer.

Beim Leasen werden nicht unbedingt Bearbeitungsgebühren verlangt. Falls doch, betragen sie 0,5% - 1% des Anschaffungspreises. Beim Kredit sind Bearbeitungsgebühren von 0,5% - 3% des Kreditbetrages üblich. In beiden Fällen sind sie verhandelbar.

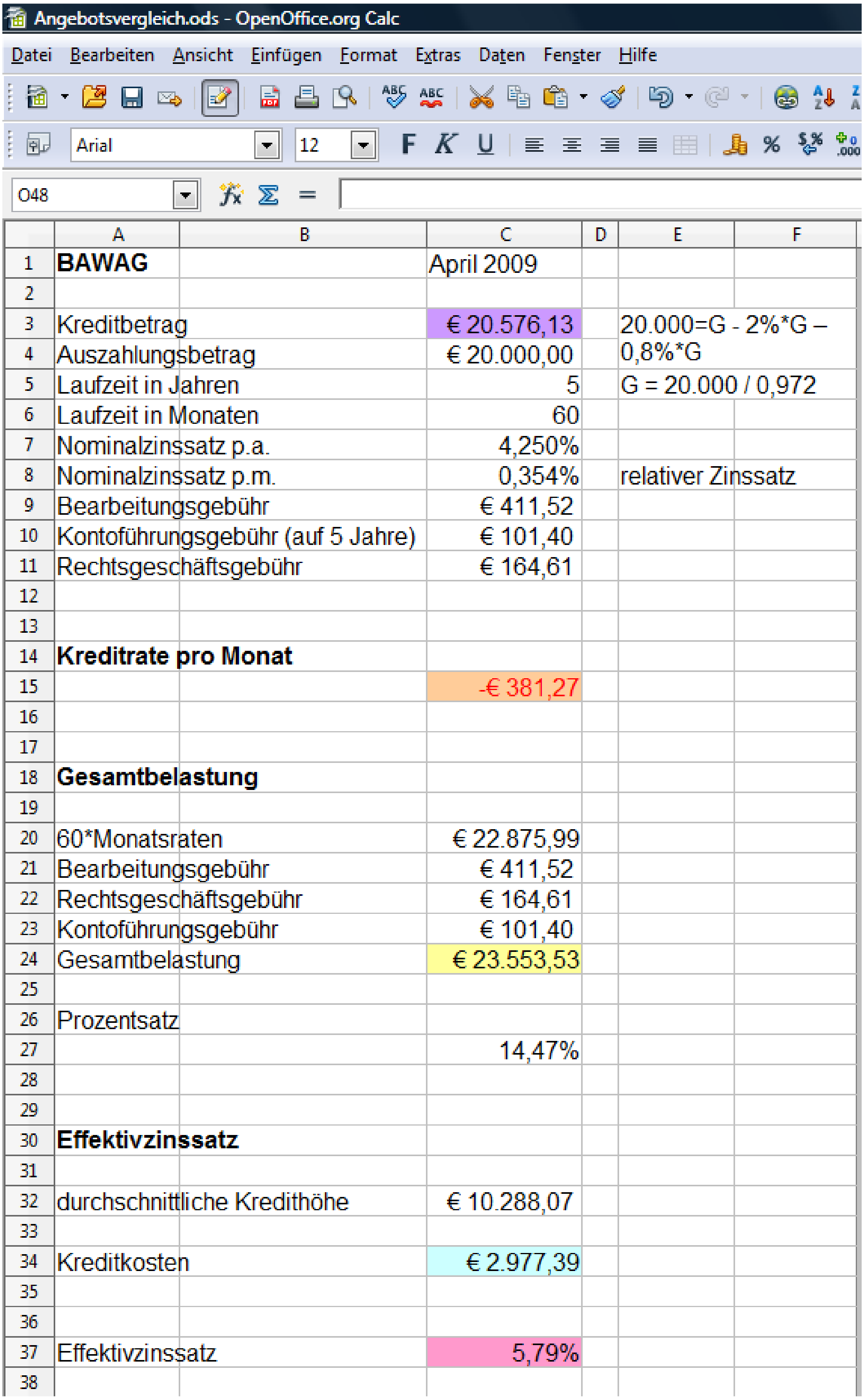
Tabelle A 9: Leasing versus Kredit - Vergleich

ad 5.5: Angebotsvergleich - Lösungsvorschlag mit OpenOffice.org Calc

Angebotsvergleich.ods - OpenOffice.org Calc

	A	B	C	D	E	F
1	**BKS Bank AG**		April 2009			
2						
3	Kreditbetrag		€ 20.366,60		20.000 = G - 1%*G –	
4	Auszahlungsbetrag		€ 20.000,00		0,8%*G	
5	Laufzeit in Jahren		5		G = 20.000 / 0,982	
6	Laufzeit in Monaten		60			
7	Nominalzinssatz p.a.		4,125%			
8	Nominalzinssatz p.m.		0,34%		relativer Zinssatz	
9	Bearbeitungsgebühr		€ 203,67			
10	Kontoführungsgebühr (auf 5 Jahre)		€ 214,20			
11	Rechtsgeschäftsgebühr		€ 162,93			
12						
13						
14	**Kreditrate pro Monat**					
15			-€ 376,23			
16						
17						
18	**Gesamtbelastung**					
19						
20	60*Monatsraten		€ 22.573,91			
21	Bearbeitungsgebühr		€ 203,67			
22	Rechtsgeschäftsgebühr		€ 162,93			
23	Kontoführungsgebühr		€ 214,20			
24	Gesamtbelastung		€ 23.154,71			
25						
26	Prozentsatz					
27			13,69%			
28						
29						
30	**Effektivzinssatz**					
31						
32	durchschnittliche Kredithöhe		€ 10.183,30			
33						
34	Kreditkosten		€ 2.788,11			
35						
36						
37	Effektivzinssatz		5,48%			
38						

Tabelle A 10: Angebotsvergleich – BKS Bank AG



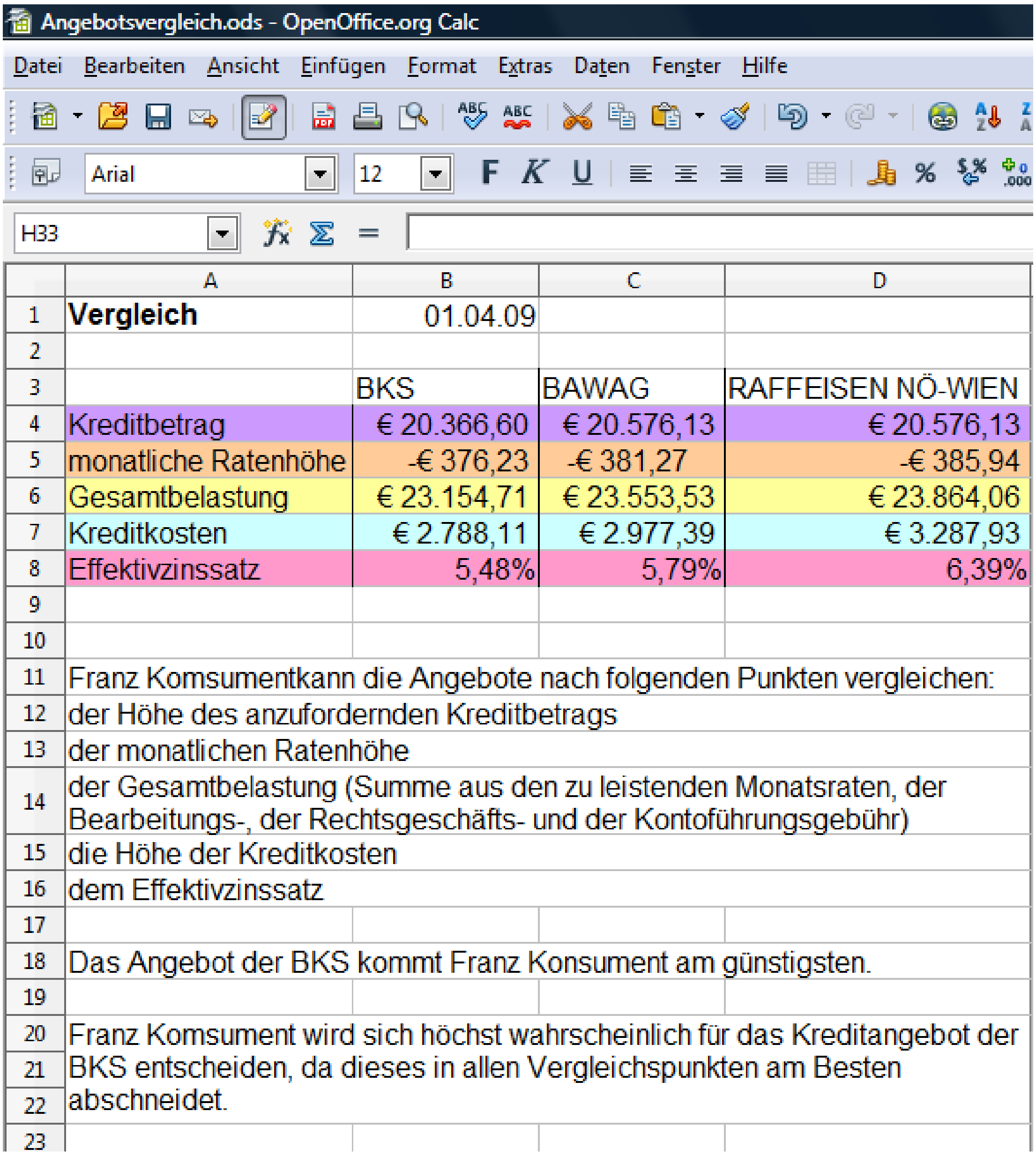
	A	B	C	D	E	F
1	**BAWAG**		April 2009			
2						
3	Kreditbetrag		€ 20.576,13		20.000=G - 2%*G –	
4	Auszahlungsbetrag		€ 20.000,00		0,8%*G	
5	Laufzeit in Jahren		5		G = 20.000 / 0,972	
6	Laufzeit in Monaten		60			
7	Nominalzinssatz p.a.		4,250%			
8	Nominalzinssatz p.m.		0,354%		relativer Zinssatz	
9	Bearbeitungsgebühr		€ 411,52			
10	Kontoführungsgebühr (auf 5 Jahre)		€ 101,40			
11	Rechtsgeschäftsgebühr		€ 164,61			
12						
13						
14	**Kreditrate pro Monat**					
15			-€ 381,27			
16						
17						
18	**Gesamtbelastung**					
19						
20	60*Monatsraten		€ 22.875,99			
21	Bearbeitungsgebühr		€ 411,52			
22	Rechtsgeschäftsgebühr		€ 164,61			
23	Kontoführungsgebühr		€ 101,40			
24	Gesamtbelastung		€ 23.553,53			
25						
26	Prozentsatz					
27			14,47%			
28						
29						
30	**Effektivzinssatz**					
31						
32	durchschnittliche Kredithöhe		€ 10.288,07			
33						
34	Kreditkosten		€ 2.977,39			
35						
36						
37	Effektivzinssatz		5,79%			
38						

Tabelle A 11: Angebotsvergleich - BAWAG

Angebotsvergleich.ods - OpenOffice.org Calc

	A/B	C	D	E/F
1	**RAIFFEISEN NÖ - WIEN**	April 2009		
2				
3	Kreditbetrag	€ 20.576,13		20.000=G - 2%*G –
4	Auszahlungsbetrag	€ 20.000,00		0,8%*G
5	Laufzeit in Jahren	5		G = 20.000 / 0,972
6	Laufzeit in Monaten	60		
7	Nominalzinssatz p.a.	4,75%		
8	Nominalzinssatz p.m.	0,40%		relativer Zinssatz
9	Bearbeitungsgebühr	€ 411,52		
10	Kontoführungsgebühr (auf 5 Jahre)	€ 131,25		
11	Rechtsgeschäftsgebühr	€ 164,61		
12				
13				
14	**Kreditrate pro Monat**			
15		-€ 385,94		
16				
17				
18	**Gesamtbelastung**			
19				
20	60*Monatsraten	€ 23.156,68		
21	Bearbeitungsgebühr	€ 411,52		
22	Rechtsgeschäftsgebühr	€ 164,61		
23	Kontoführungsgebühr	€ 131,25		
24	Gesamtbelastung	€ 23.864,06		
25				
26	Prozentsatz			
27		15,98%		
28				
29				
30	**Effektivzinssatz**			
31				
32	durchschnittliche Kredithöhe	€ 10.288,07		
33				
34	Kreditkosten	€ 3.287,93		
35				
36				
37	Effektivzinssatz	6,39%		
38				

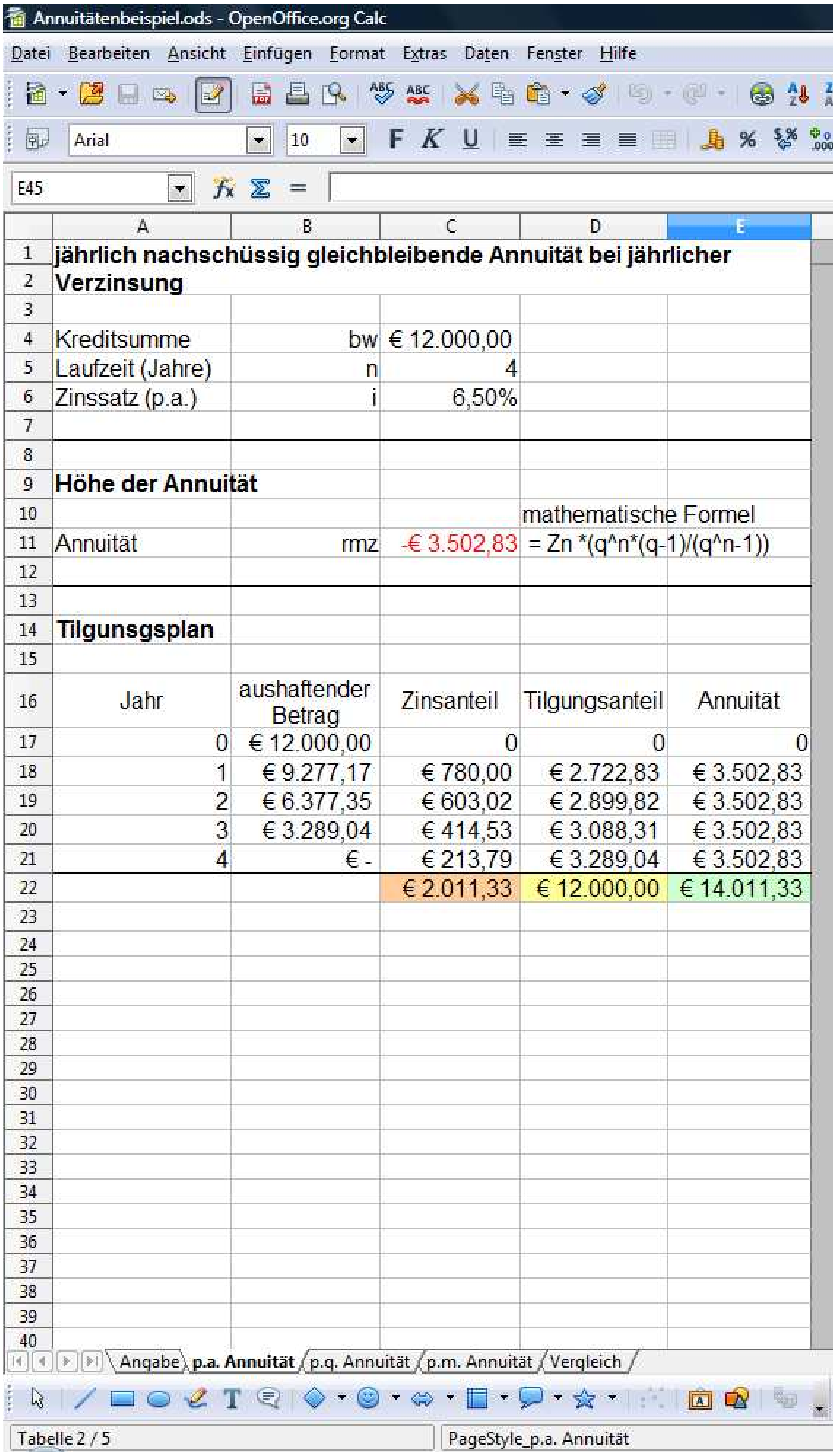
Tabelle A 12: Angebotsvergleich – Raiffeisen NÖ - Wien



	A	B	C	D
1	**Vergleich**	01.04.09		
2				
3		BKS	BAWAG	RAFFEISEN NÖ-WIEN
4	Kreditbetrag	€ 20.366,60	€ 20.576,13	€ 20.576,13
5	monatliche Ratenhöhe	-€ 376,23	-€ 381,27	-€ 385,94
6	Gesamtbelastung	€ 23.154,71	€ 23.553,53	€ 23.864,06
7	Kreditkosten	€ 2.788,11	€ 2.977,39	€ 3.287,93
8	Effektivzinssatz	5,48%	5,79%	6,39%
9				
10				
11	Franz Komsumentkann die Angebote nach folgenden Punkten vergleichen:			
12	der Höhe des anzufordernden Kreditbetrags			
13	der monatlichen Ratenhöhe			
14	der Gesamtbelastung (Summe aus den zu leistenden Monatsraten, der Bearbeitungs-, der Rechtsgeschäfts- und der Kontoführungsgebühr)			
15	die Höhe der Kreditkosten			
16	dem Effektivzinssatz			
17				
18	Das Angebot der BKS kommt Franz Konsument am günstigsten.			
19				
20–22	Franz Komsument wird sich höchst wahrscheinlich für das Kreditangebot der BKS entscheiden, da dieses in allen Vergleichspunkten am Besten abschneidet.			
23				

Tabelle A 13: Angebotsvergleich - Vergleich

ad 5.6: Annuitätenbeispiel - Lösungsvorschlag mit OpenOffice.org Calc



jährlich nachschüssig gleichbleibende Annuität bei jährlicher Verzinsung

Kreditsumme	bw	€ 12.000,00		
Laufzeit (Jahre)	n	4		
Zinssatz (p.a.)	i	6,50%		

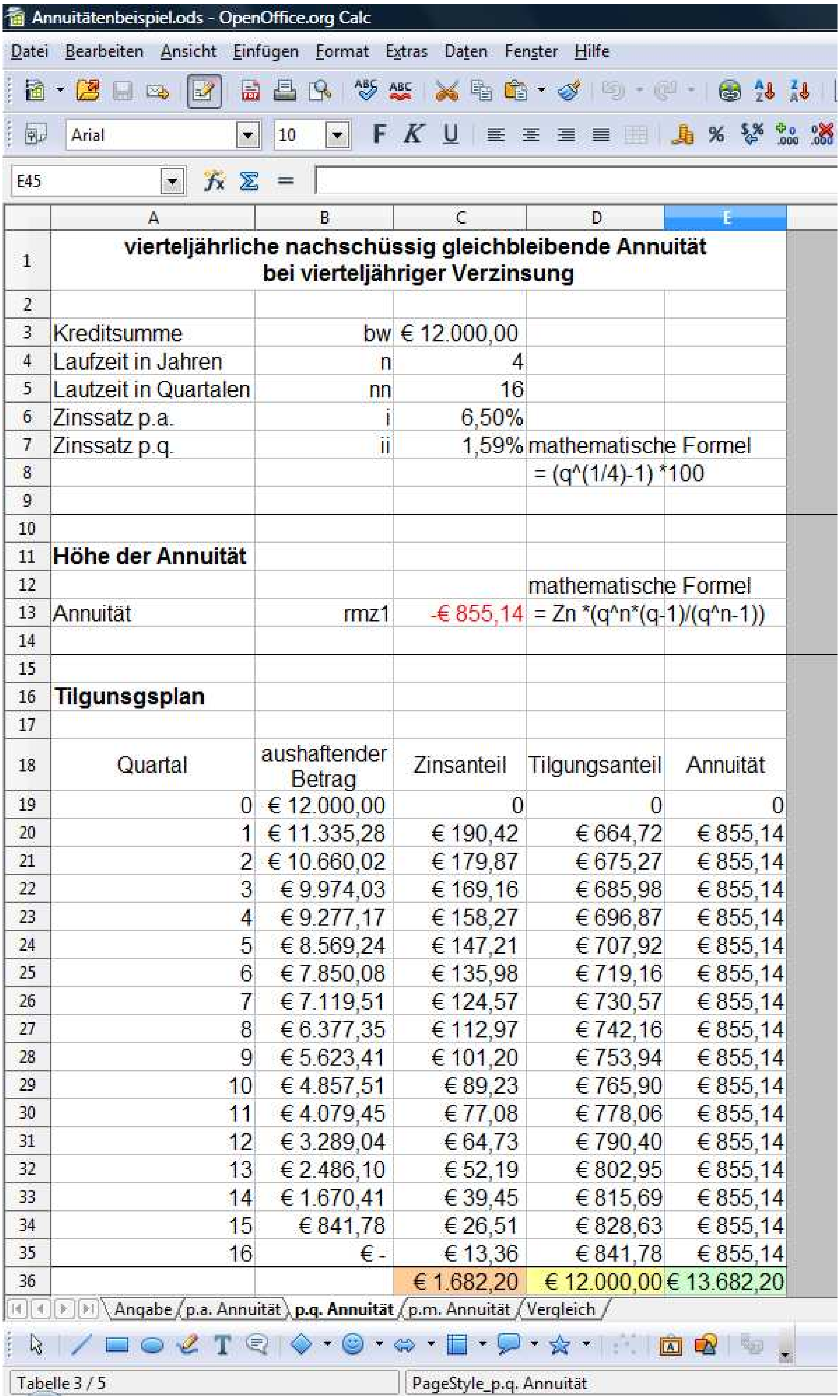
Höhe der Annuität

			mathematische Formel	
Annuität	rmz	-€ 3.502,83	= Zn *(q^n*(q-1)/(q^n-1))	

Tilgungsgsplan

Jahr	aushaftender Betrag	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität
0	€ 12.000,00	0	0	0
1	€ 9.277,17	€ 780,00	€ 2.722,83	€ 3.502,83
2	€ 6.377,35	€ 603,02	€ 2.899,82	€ 3.502,83
3	€ 3.289,04	€ 414,53	€ 3.088,31	€ 3.502,83
4	€ -	€ 213,79	€ 3.289,04	€ 3.502,83
		€ 2.011,33	€ 12.000,00	€ 14.011,33

Tabelle A 14: Annuitätenbeispiel – jährlich Annuitätentilgung



	A	B	C	D	E
1	**vierteljährliche nachschüssig gleichbleibende Annuität bei vierteljähriger Verzinsung**				
2					
3	Kreditsumme	bw	€ 12.000,00		
4	Laufzeit in Jahren	n	4		
5	Lautzeit in Quartalen	nn	16		
6	Zinssatz p.a.	i	6,50%		
7	Zinssatz p.q.	ii	1,59%	mathematische Formel	
8				= (q^(1/4)-1) *100	
9					
10					
11	**Höhe der Annuität**				
12				mathematische Formel	
13	Annuität	rmz1	-€ 855,14	= Zn *(q^n*(q-1)/(q^n-1))	
14					
15					
16	**Tilgunsgsplan**				
17					
18	Quartal	aushaftender Betrag	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität
19	0	€ 12.000,00	0	0	0
20	1	€ 11.335,28	€ 190,42	€ 664,72	€ 855,14
21	2	€ 10.660,02	€ 179,87	€ 675,27	€ 855,14
22	3	€ 9.974,03	€ 169,16	€ 685,98	€ 855,14
23	4	€ 9.277,17	€ 158,27	€ 696,87	€ 855,14
24	5	€ 8.569,24	€ 147,21	€ 707,92	€ 855,14
25	6	€ 7.850,08	€ 135,98	€ 719,16	€ 855,14
26	7	€ 7.119,51	€ 124,57	€ 730,57	€ 855,14
27	8	€ 6.377,35	€ 112,97	€ 742,16	€ 855,14
28	9	€ 5.623,41	€ 101,20	€ 753,94	€ 855,14
29	10	€ 4.857,51	€ 89,23	€ 765,90	€ 855,14
30	11	€ 4.079,45	€ 77,08	€ 778,06	€ 855,14
31	12	€ 3.289,04	€ 64,73	€ 790,40	€ 855,14
32	13	€ 2.486,10	€ 52,19	€ 802,95	€ 855,14
33	14	€ 1.670,41	€ 39,45	€ 815,69	€ 855,14
34	15	€ 841,78	€ 26,51	€ 828,63	€ 855,14
35	16	€ -	€ 13,36	€ 841,78	€ 855,14
36			€ 1.682,20	€ 12.000,00	€ 13.682,20

Tabelle A 15: Annuitätenbeispiel – vierteljährliche Annuitätentilgung

Annuitätenbeispiel.ods - OpenOffice.org Calc

Datei Bearbeiten Ansicht Einfügen Format Extras Daten Fenster Hilfe

Arial 12

A42 23

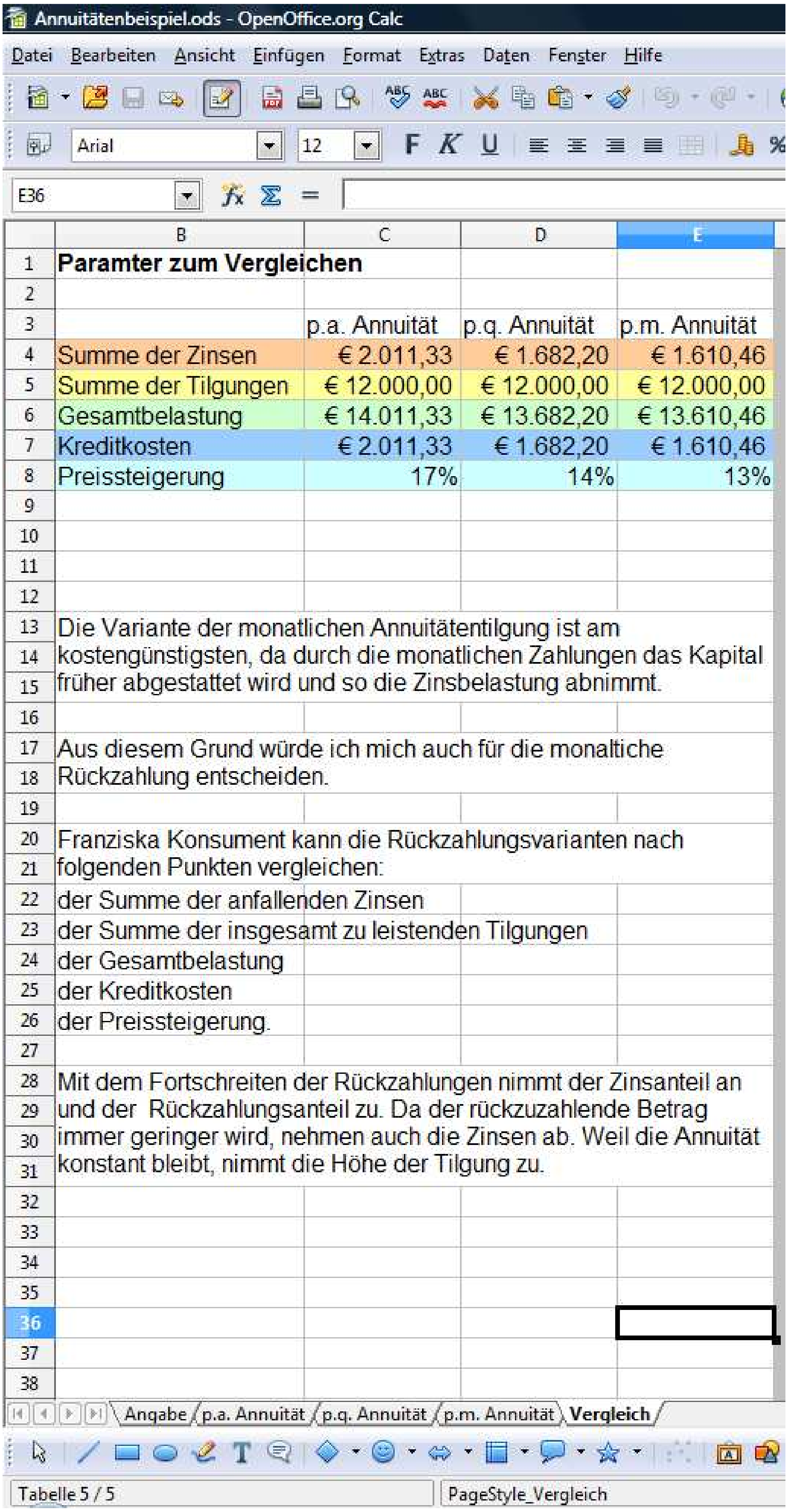
	A	B	C	D	E
1	**monatliche nachschüssig gleichbleibende Annuität bei monatlicher Verzinszung**				
2					
3	Kreditsumme	bw	€ 12.000,00		
4	Laufzeit in Jahren	n	4		
5	Lautzeit in Monaten	nnn	48		
6	Zinssatz p.a.	i	6,50%		
7	Zinssatz p.m.	iii	0,53%	mathematische Formel	
8				= (q^(1/12-1) *100	
9					
10					
11	**Höhe der Annuität**				
12				mathematische Formel	
13	Annuität	rmz2	-€ 283,55	= Zn *(q^n*(q-1)/(q^n-1))	
14					
15					
16	**Tilgungsplan**				
17					
18	Monat	aushaftender Betrag	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität
19	0	€ 12.000,00	0	0	0
20	1	€ 11.779,59	€ 63,14	€ 220,41	€ 283,55
21	2	€ 11.558,02	€ 61,98	€ 221,57	€ 283,55
22	3	€ 11.335,28	€ 60,81	€ 222,74	€ 283,55
23	4	€ 11.111,37	€ 59,64	€ 223,91	€ 283,55
24	5	€ 10.886,29	€ 58,46	€ 225,09	€ 283,55
25	6	€ 10.660,02	€ 57,28	€ 226,27	€ 283,55
26	7	€ 10.432,55	€ 56,09	€ 227,46	€ 283,55
27	8	€ 10.203,90	€ 54,89	€ 228,66	€ 283,55
28	9	€ 9.974,03	€ 53,69	€ 229,86	€ 283,55
29	10	€ 9.742,96	€ 52,48	€ 231,07	€ 283,55
30	11	€ 9.510,68	€ 51,26	€ 232,29	€ 283,55
31	12	€ 9.277,17	€ 50,04	€ 233,51	€ 283,55
32	13	€ 9.042,43	€ 48,81	€ 234,74	€ 283,55
33	14	€ 8.806,46	€ 47,58	€ 235,97	€ 283,55
34	15	€ 8.569,24	€ 46,34	€ 237,21	€ 283,55
35	16	€ 8.330,78	€ 45,09	€ 238,46	€ 283,55
36	17	€ 8.091,06	€ 43,83	€ 239,72	€ 283,55
37	18	€ 7.850,08	€ 42,57	€ 240,98	€ 283,55
38	19	€ 7.607,84	€ 41,30	€ 242,25	€ 283,55
39	20	€ 7.364,32	€ 40,03	€ 243,52	€ 283,55
40	21	€ 7.119,51	€ 38,75	€ 244,80	€ 283,55
41	22	€ 6.873,42	€ 37,46	€ 246,09	€ 283,55
42	23	€ 6.626,04	€ 36,17	€ 247,39	€ 283,55
43	24	€ 6.377,35	€ 34,86	€ 248,69	€ 283,55
44	25	€ 6.127,35	€ 33,56	€ 250,00	€ 283,55
45	26	€ 5.876,04	€ 32,24	€ 251,31	€ 283,55
46	27	€ 5.623,41	€ 30,92	€ 252,63	€ 283,55

46	27	€ 5.623,41	€ 30,92	€ 252,63	€ 283,55
47	28	€ 5.369,45	€ 29,59	€ 253,96	€ 283,55
48	29	€ 5.114,15	€ 28,25	€ 255,30	€ 283,55
49	30	€ 4.857,51	€ 26,91	€ 256,64	€ 283,55
50	31	€ 4.599,51	€ 25,56	€ 257,99	€ 283,55
51	32	€ 4.340,16	€ 24,20	€ 259,35	€ 283,55
52	33	€ 4.079,45	€ 22,84	€ 260,71	€ 283,55
53	34	€ 3.817,36	€ 21,46	€ 262,09	€ 283,55
54	35	€ 3.553,90	€ 20,09	€ 263,47	€ 283,55
55	36	€ 3.289,04	€ 18,70	€ 264,85	€ 283,55
56	37	€ 3.022,80	€ 17,31	€ 266,25	€ 283,55
57	38	€ 2.755,15	€ 15,91	€ 267,65	€ 283,55
58	39	€ 2.486,10	€ 14,50	€ 269,05	€ 283,55
59	40	€ 2.215,63	€ 13,08	€ 270,47	€ 283,55
60	41	€ 1.943,74	€ 11,66	€ 271,89	€ 283,55
61	42	€ 1.670,41	€ 10,23	€ 273,32	€ 283,55
62	43	€ 1.395,65	€ 8,79	€ 274,76	€ 283,55
63	44	€ 1.119,44	€ 7,34	€ 276,21	€ 283,55
64	45	€ 841,78	€ 5,89	€ 277,66	€ 283,55
65	46	€ 562,66	€ 4,43	€ 279,12	€ 283,55
66	47	€ 282,07	€ 2,96	€ 280,59	€ 283,55
67	48	-€ 0,00	€ 1,48	€ 282,07	€ 283,55
68			€ 1.610,46	€ 12.000,00	€ 13.610,46
69					
70					
71					
72					

Angabe / p.a. Annuität / p.q. Annuität / **p.m. Annuität** / Vergleich

Tabelle 4 / 5 PageStyle_p.m. Annuität

Tabelle A 16: Annuitätenbeispiel – monatliche Annuitätentilgung



Paramter zum Vergleichen

	p.a. Annuität	p.q. Annuität	p.m. Annuität
Summe der Zinsen	€ 2.011,33	€ 1.682,20	€ 1.610,46
Summe der Tilgungen	€ 12.000,00	€ 12.000,00	€ 12.000,00
Gesamtbelastung	€ 14.011,33	€ 13.682,20	€ 13.610,46
Kreditkosten	€ 2.011,33	€ 1.682,20	€ 1.610,46
Preissteigerung	17%	14%	13%

Die Variante der monatlichen Annuitätentilgung ist am kostengünstigsten, da durch die monatlichen Zahlungen das Kapital früher abgestattet wird und so die Zinsbelastung abnimmt.

Aus diesem Grund würde ich mich auch für die monaltiche Rückzahlung entscheiden.

Franziska Konsument kann die Rückzahlungsvarianten nach folgenden Punkten vergleichen:
der Summe der anfallenden Zinsen
der Summe der insgesamt zu leistenden Tilgungen
der Gesamtbelastung
der Kreditkosten
der Preissteigerung.

Mit dem Fortschreiten der Rückzahlungen nimmt der Zinsanteil an und der Rückzahlungsanteil zu. Da der rückzuzahlende Betrag immer geringer wird, nehmen auch die Zinsen ab. Weil die Annuität konstant bleibt, nimmt die Höhe der Tilgung zu.

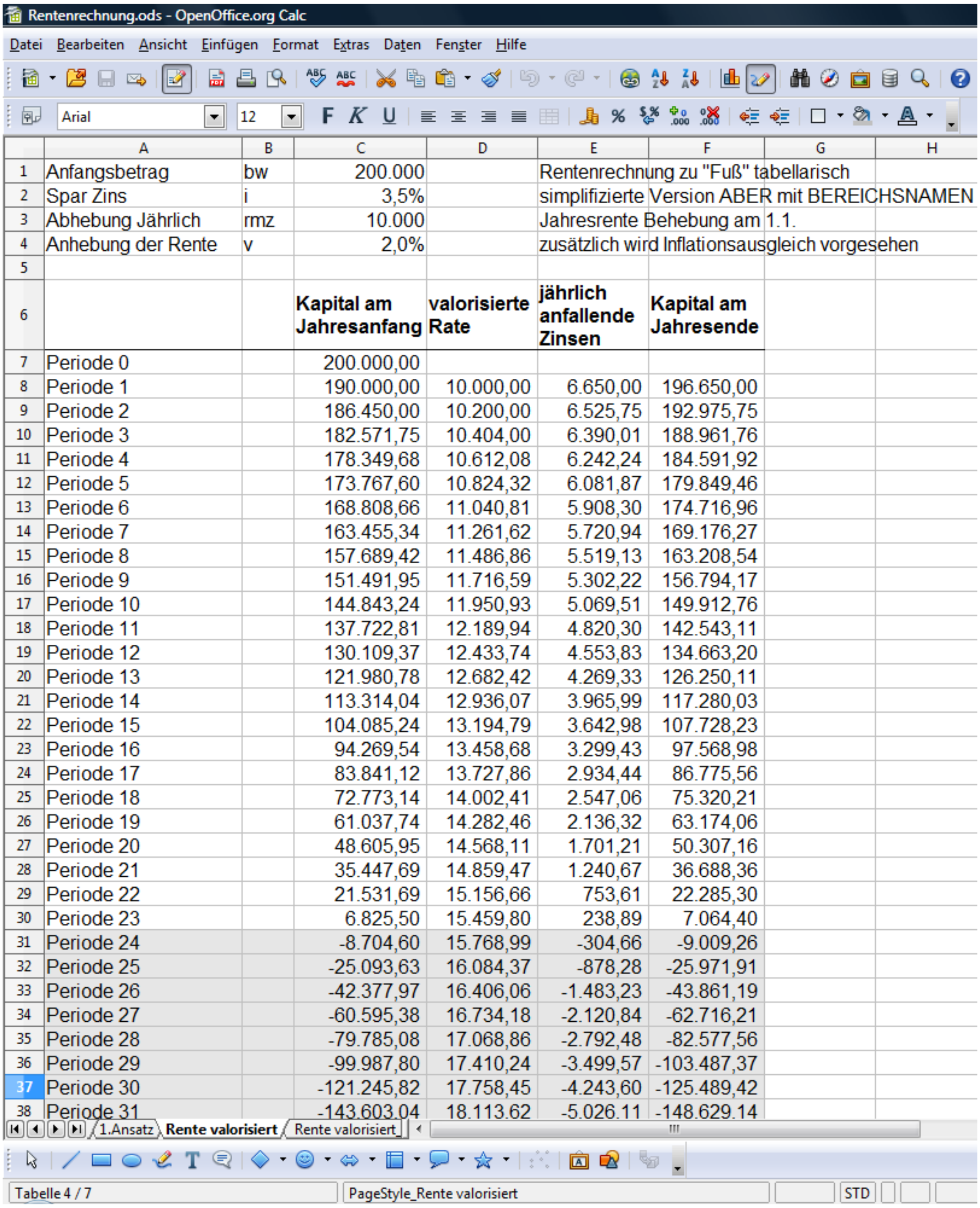
Tabelle A 17: Annuitätenbeispiel - Vergleich

ad 5.7: Rentenrechnung - Lösungsvorschlag mit OpenOffice.org Calc

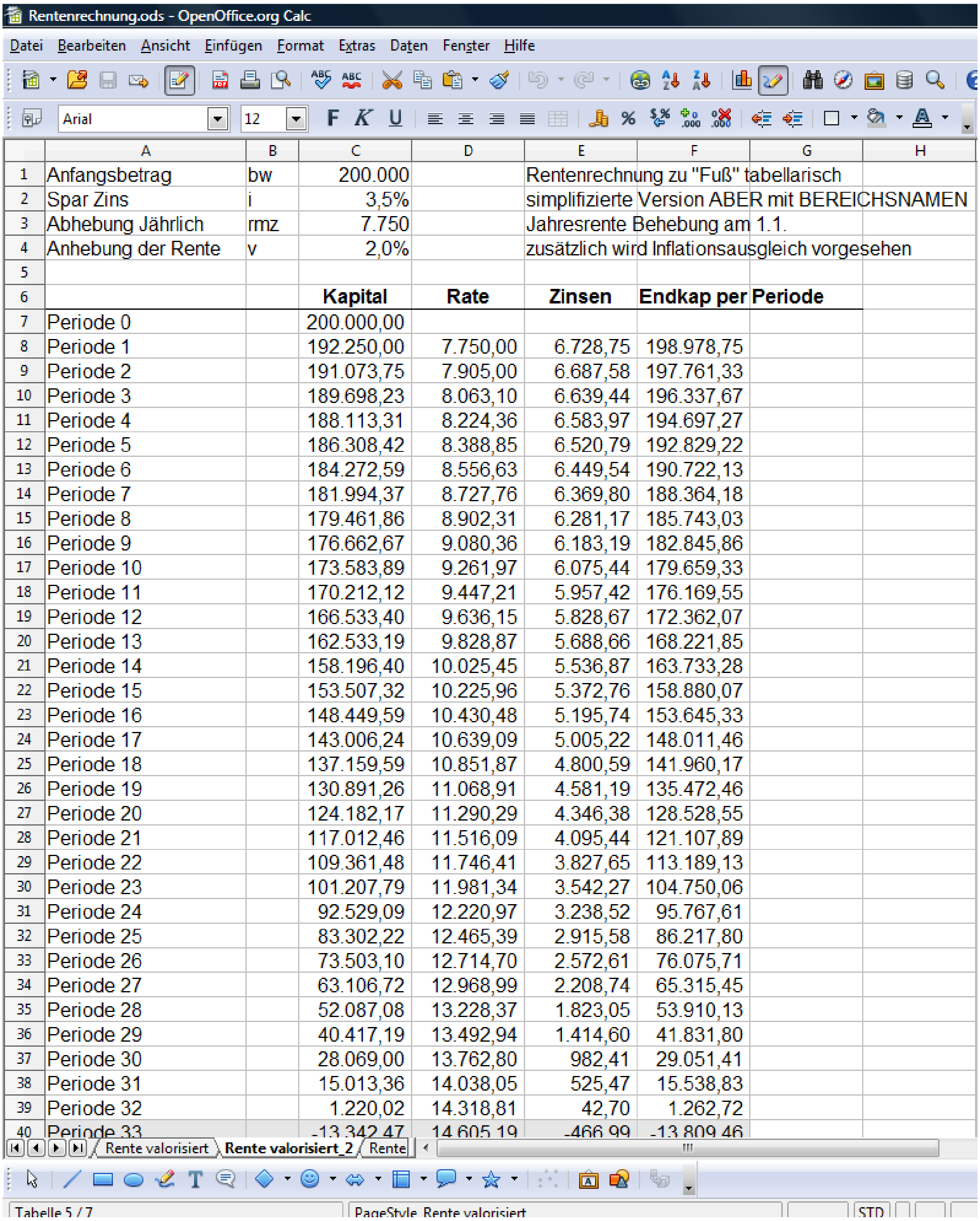
Rentenrechnung.ods - OpenOffice.org Calc

	A	B	C	D	E	F	G
1	Anfangsbetrag	200.000		Rentenrechnung zu "Fuß" tabellarisch			
2	Zins	3,5%		simplifizierte Version			
3	Abhebung Jährlich	10.000,00		Sparbuch wird zu x verzinst, jährlich wird am Jahresbeginn der Betrag x abgehoben			
4							
5	**Zahlungsperiode**	**Kapital am Jahresanfang**	**jährlich anfallende Zinsen**	**Kapital am Jahresende**			
6	Periode 0	200.000,00	0	200.000,00			EUR 10.133,62
7	Periode 1	190.000,00	6.650,00	196.650,00			=-RMZ(3,5%;32;200000;0;1)
8	Periode 2	186.650,00	6.532,75	193.182,75			Mit der Formel RMZ ergibt sich für 32 Jahre
9	Periode 3	183.182,75	6.411,40	189.594,15			eine Jahresrate von 10.133,62
10	Periode 4	179.594,15	6.285,80	185.879,94			
11	Periode 5	175.879,94	6.155,80	182.035,74			Kontrollrechung
12	Periode 6	172.035,74	6.021,25	178.056,99			Bei dem glatten Betrag von jährlich 10.000
13	Periode 7	168.056,99	5.881,99	173.938,98			bleibt im 32.Jahr ein Rest von EUR 7.929,42
14	Periode 8	163.938,98	5.737,86	169.676,85			übrig
15	Periode 9	159.676,85	5.588,69	165.265,54			
16	Periode 10	155.265,54	5.434,29	160.699,83			
17	Periode 11	150.699,83	5.274,49	155.974,33			
18	Periode 12	145.974,33	5.109,10	151.083,43			
19	Periode 13	141.083,43	4.937,92	146.021,35			
20	Periode 14	136.021,35	4.760,75	140.782,10			
21	Periode 15	130.782,10	4.577,37	135.359,47			
22	Periode 16	125.359,47	4.387,58	129.747,05			
23	Periode 17	119.747,05	4.191,15	123.938,20			
24	Periode 18	113.938,20	3.987,84	117.926,03			
25	Periode 19	107.926,03	3.777,41	111.703,45			
26	Periode 20	101.703,45	3.559,62	105.263,07			
27	Periode 21	95.263,07	3.334,21	98.597,27			
28	Periode 22	88.597,27	3.100,90	91.698,18			
29	Periode 23	81.698,18	2.859,44	84.557,61			
30	Periode 24	74.557,61	2.609,52	77.167,13			
31	Periode 25	67.167,13	2.350,85	69.517,98			
32	Periode 26	59.517,98	2.083,13	61.601,11			
33	Periode 27	51.601,11	1.806,04	53.407,15			
34	Periode 28	43.407,15	1.519,25	44.926,40			
35	Periode 29	34.926,40	1.222,42	36.148,82			
36	Periode 30	26.148,82	915,21	27.064,03			
37	Periode 31	17.064,03	597,24	17.661,27			
38	Periode 32	7.661,27	268,14	7.929,42			

Tabelle A 18: Rentenrechnung – tabellarische Lösung



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Anfangsbetrag	bw	200.000		Rentenrechnung zu "Fuß" tabellarisch			
2	Spar Zins	i	3,5%		simplifizierte Version ABER mit BEREICHSNAMEN			
3	Abhebung Jährlich	rmz	10.000		Jahresrente Behebung am 1.1.			
4	Anhebung der Rente	v	2,0%		zusätzlich wird Inflationsausgleich vorgesehen			
5								
6			**Kapital am Jahresanfang**	**valorisierte Rate**	**jährlich anfallende Zinsen**	**Kapital am Jahresende**		
7	Periode 0		200.000,00					
8	Periode 1		190.000,00	10.000,00	6.650,00	196.650,00		
9	Periode 2		186.450,00	10.200,00	6.525,75	192.975,75		
10	Periode 3		182.571,75	10.404,00	6.390,01	188.961,76		
11	Periode 4		178.349,68	10.612,08	6.242,24	184.591,92		
12	Periode 5		173.767,60	10.824,32	6.081,87	179.849,46		
13	Periode 6		168.808,66	11.040,81	5.908,30	174.716,96		
14	Periode 7		163.455,34	11.261,62	5.720,94	169.176,27		
15	Periode 8		157.689,42	11.486,86	5.519,13	163.208,54		
16	Periode 9		151.491,95	11.716,59	5.302,22	156.794,17		
17	Periode 10		144.843,24	11.950,93	5.069,51	149.912,76		
18	Periode 11		137.722,81	12.189,94	4.820,30	142.543,11		
19	Periode 12		130.109,37	12.433,74	4.553,83	134.663,20		
20	Periode 13		121.980,78	12.682,42	4.269,33	126.250,11		
21	Periode 14		113.314,04	12.936,07	3.965,99	117.280,03		
22	Periode 15		104.085,24	13.194,79	3.642,98	107.728,23		
23	Periode 16		94.269,54	13.458,68	3.299,43	97.568,98		
24	Periode 17		83.841,12	13.727,86	2.934,44	86.775,56		
25	Periode 18		72.773,14	14.002,41	2.547,06	75.320,21		
26	Periode 19		61.037,74	14.282,46	2.136,32	63.174,06		
27	Periode 20		48.605,95	14.568,11	1.701,21	50.307,16		
28	Periode 21		35.447,69	14.859,47	1.240,67	36.688,36		
29	Periode 22		21.531,69	15.156,66	753,61	22.285,30		
30	Periode 23		6.825,50	15.459,80	238,89	7.064,40		
31	Periode 24		-8.704,60	15.768,99	-304,66	-9.009,26		
32	Periode 25		-25.093,63	16.084,37	-878,28	-25.971,91		
33	Periode 26		-42.377,97	16.406,06	-1.483,23	-43.861,19		
34	Periode 27		-60.595,38	16.734,18	-2.120,84	-62.716,21		
35	Periode 28		-79.785,08	17.068,86	-2.792,48	-82.577,56		
36	Periode 29		-99.987,80	17.410,24	-3.499,57	-103.487,37		
37	Periode 30		-121.245,82	17.758,45	-4.243,60	-125.489,42		
38	Periode 31		-143.603,04	18.113,62	-5.026,11	-148.629,14		



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Anfangsbetrag	bw	200.000		Rentenrechnung zu "Fuß" tabellarisch			
2	Spar Zins	i	3,5%		simplifizierte Version ABER mit BEREICHSNAMEN			
3	Abhebung Jährlich	rmz	7.750		Jahresrente Behebung am 1.1.			
4	Anhebung der Rente	v	2,0%		zusätzlich wird Inflationsausgleich vorgesehen			
5								
6			Kapital	Rate	Zinsen	Endkap per Periode		
7	Periode 0		200.000,00					
8	Periode 1		192.250,00	7.750,00	6.728,75	198.978,75		
9	Periode 2		191.073,75	7.905,00	6.687,58	197.761,33		
10	Periode 3		189.698,23	8.063,10	6.639,44	196.337,67		
11	Periode 4		188.113,31	8.224,36	6.583,97	194.697,27		
12	Periode 5		186.308,42	8.388,85	6.520,79	192.829,22		
13	Periode 6		184.272,59	8.556,63	6.449,54	190.722,13		
14	Periode 7		181.994,37	8.727,76	6.369,80	188.364,18		
15	Periode 8		179.461,86	8.902,31	6.281,17	185.743,03		
16	Periode 9		176.662,67	9.080,36	6.183,19	182.845,86		
17	Periode 10		173.583,89	9.261,97	6.075,44	179.659,33		
18	Periode 11		170.212,12	9.447,21	5.957,42	176.169,55		
19	Periode 12		166.533,40	9.636,15	5.828,67	172.362,07		
20	Periode 13		162.533,19	9.828,87	5.688,66	168.221,85		
21	Periode 14		158.196,40	10.025,45	5.536,87	163.733,28		
22	Periode 15		153.507,32	10.225,96	5.372,76	158.880,07		
23	Periode 16		148.449,59	10.430,48	5.195,74	153.645,33		
24	Periode 17		143.006,24	10.639,09	5.005,22	148.011,46		
25	Periode 18		137.159,59	10.851,87	4.800,59	141.960,17		
26	Periode 19		130.891,26	11.068,91	4.581,19	135.472,46		
27	Periode 20		124.182,17	11.290,29	4.346,38	128.528,55		
28	Periode 21		117.012,46	11.516,09	4.095,44	121.107,89		
29	Periode 22		109.361,48	11.746,41	3.827,65	113.189,13		
30	Periode 23		101.207,79	11.981,34	3.542,27	104.750,06		
31	Periode 24		92.529,09	12.220,97	3.238,52	95.767,61		
32	Periode 25		83.302,22	12.465,39	2.915,58	86.217,80		
33	Periode 26		73.503,10	12.714,70	2.572,61	76.075,71		
34	Periode 27		63.106,72	12.968,99	2.208,74	65.315,45		
35	Periode 28		52.087,08	13.228,37	1.823,05	53.910,13		
36	Periode 29		40.417,19	13.492,94	1.414,60	41.831,80		
37	Periode 30		28.069,00	13.762,80	982,41	29.051,41		
38	Periode 31		15.013,36	14.038,05	525,47	15.538,83		
39	Periode 32		1.220,02	14.318,81	42,70	1.262,72		
40	Periode 33		-13.342,47	14.605,19	-466,99	-13.809,46		

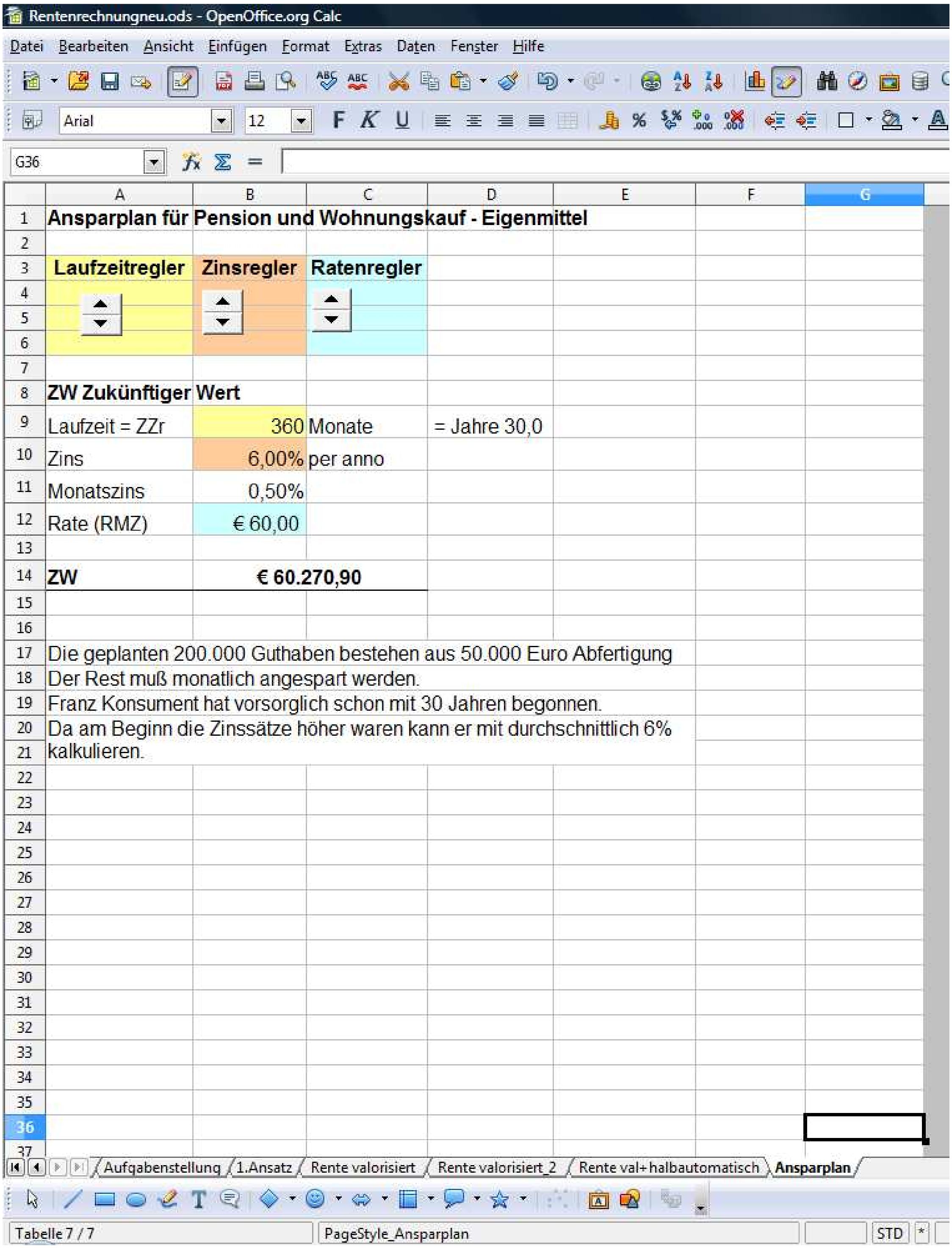
Tabelle A 19: Rentenrechnung – Rente valorisiert

Rentenrechnung.ods - OpenOffice.org Calc

Datei Bearbeiten Ansicht Einfügen Format Extras Daten Fenster Hilfe

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Anfangsbetrag	bw	200.000		Rentenrechnung zu "Fuß" tabellarisch							
2	Zins	i	3,50%		simplifizierte Version mit Valorisierung der Rate und Umrechnung in Monatsrate							
3	Abhebung Jährlich	rmz	8.000		Sparbuch wird zu x verzinst, jährlich wird am Jahresbeginn der Betrag x abgehoben							
4	Anhebung der Rente	v	2,00%		zusätzlich wird Inflationsausgleich vorgesehen							
5												
6	**Summe RENTENZAHLUNGEN**		**324.544,63**		**"Zinsregler"**	**"Ratenregler"**	**"Valorisierungsregler"**					
7	**Anzahl Perioden**		**30**									
8												
9	Monatsrente		EUR 677,40									
10	Summe Monatsrate 1. Jahr		EUR 8.128,77									
11												
12			**Kapital am Jahresanfang**	**valorisierte Rate**	**jährlich anfallende Zinsen**	**Kapital am Jahresende**			Kontrollrechnung			
13	Periode 0		200.000,00						**Jährlich**	8.000,00	Zinsen = i	Kapital + i
14	Periode 1		192.000,00	8.000,00	6.720,00	198.720,00		Jänner	12	EUR 7.322,60	EUR 21,36	7.343,96
15	Periode 2		190.560,00	8.160,00	6.669,60	197.229,60		Februar	11	EUR 6.666,56	EUR 19,44	6.686,01
16	Periode 3		188.906,40	8.323,20	6.611,72	195.518,12		März	10	EUR 6.008,61	EUR 17,53	6.026,13
17	Periode 4		187.028,46	8.489,66	6.546,00	193.574,46		April	9	EUR 5.348,74	EUR 15,60	5.364,34
18	Periode 5		184.915,00	8.659,46	6.472,02	191.387,02		Mai	8	EUR 4.686,94	EUR 13,67	4.700,61
19	Periode 6		182.554,38	8.832,65	6.389,40	188.943,78		Juni	7	EUR 4.023,21	EUR 11,73	4.034,95
20	Periode 7		179.934,48	9.009,30	6.297,71	186.232,19		Juli	6	EUR 3.357,55	EUR 9,79	3.367,34
21	Periode 8		177.042,70	9.189,49	6.196,49	183.239,20		August	5	EUR 2.689,95	EUR 7,85	2.697,79
22	Periode 9		173.865,92	9.373,28	6.085,31	179.951,23		September	4	EUR 2.020,39	EUR 5,89	2.026,29
23	Periode 10		170.390,49	9.560,74	5.963,67	176.354,16		Oktober	3	EUR 1.348,89	EUR 3,93	1.352,82
24	Periode 11		166.602,20	9.751,96	5.831,08	172.433,28		November	2	EUR 675,43	EUR 1,97	677,40
25	Periode 12		162.486,28	9.946,99	5.687,02	168.173,30		Dezember	1	EUR 0,00	EUR 0,00	
26	Periode 13		158.027,37	10.145,93	5.530,96	163.558,33						
27	Periode 14		153.209,47	10.348,85	5.362,33	158.571,81		ohne Valorisierung ergibt sich eine Monatsrente				
28	Periode 15		148.015,98	10.555,83	5.180,56	153.196,53			EUR 895,48			
29	Periode 16		142.429,59	10.766,95	4.985,04	147.414,62			=-RMZ(i/12;360;bw;0;1)			
30	Periode 17		136.432,34	10.982,29	4.775,13	141.207,47						
31	Periode 18		130.005,54	11.201,93	4.550,19	134.555,73						
32	Periode 19		123.129,76	11.425,97	4.309,54	127.439,30						
33	Periode 20		115.784,81	11.654,49	4.052,47	119.837,28						
34	Periode 21		107.949,70	11.887,58	3.778,24	111.727,94						
35	Periode 22		99.602,61	12.125,33	3.486,09	103.088,70						
36	Periode 23		90.720,87	12.367,84	3.175,23	93.896,10						
37	Periode 24		81.280,90	12.615,19	2.844,83	84.125,73						
38	Periode 25		71.258,24	12.867,50	2.494,04	73.752,27						
39	Periode 26		60.627,43	13.124,85	2.121,96	62.749,39						
40	Periode 27		49.362,04	13.387,34	1.727,67	51.089,71						
41	Periode 28		37.434,62	13.655,09	1.310,21	38.744,83						
42	Periode 29		24.816,64	13.928,19	868,58	25.685,22						
43	Periode 30		11.478,46	14.206,76	401,75	11.880,21						

Tabelle A 20: Rentenrechnung – Rente valorisiert und halbautomatisch



Rentenrechnungneu.ods - OpenOffice.org Calc

	A	B	C	D
1	**Ansparplan für Pension und Wohnungskauf - Eigenmittel**			
3	**Laufzeitregler**	**Zinsregler**	**Ratenregler**	
8	**ZW Zukünftiger Wert**			
9	Laufzeit = ZZr	360	Monate	= Jahre 30,0
10	Zins	6,00%	per anno	
11	Monatszins	0,50%		
12	Rate (RMZ)	€ 60,00		
14	**ZW**	**€ 60.270,90**		
17	Die geplanten 200.000 Guthaben bestehen aus 50.000 Euro Abfertigung			
18	Der Rest muß monatlich angespart werden.			
19	Franz Konsument hat vorsorglich schon mit 30 Jahren begonnen.			
20	Da am Beginn die Zinssätze höher waren kann er mit durchschnittlich 6% kalkulieren.			

Aufgabenstellung / 1.Ansatz / Rente valorisiert / Rente valorisiert_2 / Rente val+halbautomatisch / **Ansparplan**

Tabelle 7 / 7 PageStyle_Ansparplan STD

Tabelle A 21: Rentenrechnung - Ansparplan

8 Verzeichnisse

8.1 Literatur

Akkerboom, H.; Peters, H.: Wirtschaftsmathematik – Übungsbuch. W. Kohlhammer Druckerei GmbH + Co. KG, Stuttgart, 2008.

Arnold, K.-H. u.a.: Standards, Unterrichten zwischen Kompetenzen, zentralen Prüfungen und Vergleichsarbeiten. Friedrich Jahresheft XXIII, Friedrich-Verlag, Seelze, 2005.

Bach, E.-A.; Friedhoff, V.; Qualmann, U.: Die Bank als Gegner – Vorsorge und Gefahrenabwehr gegenüber der eigenen Bank. Business Village GmbH, Göttingen, 2005.

Bauhoff, E.; Wynands, A.; und andere: Welt der Zahl, Band 3. E. Dorner, Wien, 2005.

Bauhoff, E.; Wynands, A.; und andere: Welt der Zahl, Band 4. E. Dorner, Wien, 2006.

Bifie – Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens: Praxishandbuch für „Mathematik". 8. Schulstufe. Leykam, Graz, 2010.

Berndt, T.:OpenOffice.org 3², O'Reilly Verlag, Köln, 2009.

Beyer, S.: Risikomanagement beim Pkw-Leasing. Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH, München/Wien, 1996.

Biermann, B.: Die Mathematik von Zinsinstrumenten – Preise, Kennzahlen, Risikomanagement und Anwendungen von (derivativen) Zinsinstrumenten in der modernen Investmentpraxis². Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH, München/Wien, 2002.

Blum, W.; Drüke-Noe, C.; Hartung, R.; Köller, H. (Hrsg.): Bildungsstandards Mathematik: konkret – Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen. Cornelsen Verlag, Berlin, 2006.

Borchert, M.: Geld und Kredit – Einführung in die Heldtheorie und Geldpolitik – 8., überarb. und erw. Aufl. Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH, München, 2003.

Dörfler, W.; Fischer, R.; Peschek, W.: Wirtschaftsmathematik in Beruf und Ausbildung: Beiträge zum 5. Internationalen Symposium für „Didaktik der Mathematik“ in Klagenfurt vom 29.9 bis 2.10.1986. Öbv, Wien, 1987.

Drieschner, E.: Bildungsstandards praktisch – Perspektiven kompetenzorientierten Lehrens und Lernens. VS Verlag für Sozialwissenschaften, Wiesbaden, 2009.

Fleckenstein, J.; Fricke, W.; Georgi, B.: Excel Das Zauberbuch – Raffinierte Zaubereien für Excel-Kenner. Markt+Technik Verlag, München, 2006.

Fleckenstein, J.; Georgi, B.: Excel das Sparbuch – Finanzen im Griff. Markt+Technik Verlag, München, 2009.

Früholz, G.: Geld borgen – Alles über Kredite, Leasing, Ratenkauf. Verein für Konsumenteninformation, Wien, 1996.

Fuchs, K. ; Scheithauer, M.: Das Kreditwesen in Österreich – Festschrift für Hans Krasensky zum 80. Geburtstag. (Hrsg. Österreichische Bankwissenschaftliche Gesellschaft) – Manzsche Verlags- und Universitätsbuchhandlung, Wien, 1983.

Geretschläger, R.; Griesel, H.; Postel, H.: Elemente der Mathematik, Band 5. E. Dorner, Wien, 2004.

Geretschläger, R.; Griesel, H.; Postel, H.: Elemente der Mathematik, Band 6. E. Dorner, Wien, 2005.

Geretschläger, R.; Griesel, H.; Postel, H.: Elemente der Mathematik, Band 7. E. Dorner, Wien, 2006.

Geretschläger, R.; Griesel, H.; Postel, H.: Elemente der Mathematik, Band 8. E. Dorner, Wien, 2007.

Gischer, H.; Herz, B.; Menkhoff, L.: Geld, Kredit und Banken – Eine Einführung². Springer – Verlag, Berlin, Heidelberg, 2005.

Götz (Hrsg.), S.; Reichel (Hrsg.), H.C.; Müller, R.; Hanisch, G.: Mathematik Lehrbuch, Band 5. Öbv, 2004.

Götz (Hrsg.), S.; Reichel (Hrsg.), H.C.; Müller, R.; Hanisch, G.: Mathematik Lehrbuch, Band 6. Öbvhpt, (Nachdruck) 2007a.

Götz (Hrsg.), S.; Reichel (Hrsg.), H.C.; Müller, R.; Hanisch, G.: Mathematik Lehrbuch, Band 7. Öbv, 2008.

Götz (Hrsg.), S.; Reichel (Hrsg.), H.C.; Müller, R.; Hanisch, G.: Mathematik Lehrbuch, Band 8. Öbv, 2007.

Gstettenbauer, G.: Ideenbörse zum Berufsorientierungsunterricht auf der Mittelstufe: Methodentraining, Stationenbetrieb, Spiele, Rätsel und Fragebögen. Hrsg.: Kammer für Arbeit und Angestellte für Wien „Arbeitswelt und Schule“, Wien, 1996.

Hamm-Beckmann, A.: Kreditpädagogik zur Prävention privater Überschuldung – eine wirtschaftspädagogische Perspektive, Band 33. in: Wirtschafts-, Berufs- und Sozialpädagogische Texte Hrsg.: Prof. Dr. M Twardy; Prof. Dr. H. C. Jongebloed, Botermann & Botermann Verlag, Dissertation, Köln, 2000.

Held, B.: Microsoft Excel 2003 – Formeln und Funktionen. bhv Redlinde GmbH, Heidelberg, 2004.

Heugl, H.; Peschek, W.(Hrsg): Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe. Version 4/07, Klagenfurt, 2007.

Herzberger, J.; Einführung in die Finanzmathematik. Oldenbourg Wissenschaftsverlag, Wien/München, 1999.

Hülsmann, J, Gamerith, W.; Leopold-Wildburger, U.; Steindl, W.: Einführung in die Wirtschaftsmathematik. Springer Verlag, Berlin/Heidelberg, 1998.

Ihrig, H.; Pflaumer, P.: Finanzmathematik – Intensivkurs^5. Oldenbourg Wissenschaftsverlag, Wien/München, 1997.

Jilleček, P.: Handreichung anlässlich der Informationsveranstaltung: Bildungsstandards Mathematik der Pädagogischen Hochschule Niederösterreich, am 8. Jänner 2010.

Kemmetmüller, W.; Plaschka, G.; Rössl, D.; Schilling, Ch.: Übungsbeispiele zur Kostenrechnung. Service Fachverlag an der Wirtschaftsuniversität Wien, Wien 1989.

Kolberg, M.: OpenOffice.org 3.0 Calc. Markt+Technik Verlag, München, 2008.

Kratzer, J.; Kreuzmair, B.: Leasing in Theorie und Praxis – Leitfaden für Anbieter und Anwender^2. Gabler, Wiesbaden, 2002.

Kuhnle, R.; Kuhnle-Schaden, A.: Leasing^2. Linde Verlag Wien Ges.m.b.H., Wien, 2005.

Kuhnle-Schaden, A.; Kuhnle, R.: Bankgeschäfte nachgerechnet! : Fremdwährung, Girokonto, Wertpapiere, Veranlagung, Finanzierung. Linde Verlag Wien Ges.m.b.H., Wien, 2007.

Leban, K.: Der Fremdwährungskredit ist tot – Finanzmarktaufsicht macht mit der Neuvergabe von Darlehen in Yen, Franken & Co nun endgültig Schluss. Wiener Zeitung am 23. März 2010.

Lewisch, I.: Mathematik – Verstehen Üben Anwenden, Band 1[6]. Oldenbourg, Wien, 2005a.

Lewisch, I.: Mathematik – Verstehen Üben Anwenden, Band 2[6]. Veritas, Wien, 2004 (Nachdruck Wien 2006).

Lewisch, I.: Mathematik – Verstehen Üben Anwenden, Band 3[5]. Oldenbourg, Wien, 2005b.

Lewisch, I.: Mathematik – Verstehen Üben Anwenden, Band 4[6]. Veritas, Wien, 2006

Luderer, B.; Nollau, V.; Vetters, K.: Mathematische Formeln für Wirtschaftswissenschaftler[6]. Teubern Verlag, Wiesbaden, 2008.

Lüscher-Marty, M.: Theorie und Praxis des Bankkredits 1 – Grundlagen und Privatkundenkredite[2]. Compendio Bildungsmedien AG, Zürich, 2009.

Mertens, D.: Schlüsselqualifikationen. Thesen zur Schulung für eine moderne Gesellschaft. – In: Mitteilungen, 7. Jg., Heft 1, 1974.

Meyer, H.: Was ist guter Unterricht?[4]. Cornelsen Verlag Scriptor, Berlin, 2007

Neureither, H.C. u.a.: Standards, Praxishandbuch für „Mathematik“, 8. Schulstufe, Bildungsstandards – für höchste Qualität an Österreichs Schulen; Information für Lehrer/innen. Leykam, Graz, 2010.

Prantner, C.: Machen Sie mehr aus Ihrem Geld – Sparen • Anlegen • Finanzieren. Verlag Kremayr & Scheriau KG, Wien, 2008.

Reichel, H.C.; Humenberger, H. (Hrsg.); Litschauer, D.; Groß, H.; Aue, V.: Das ist Mathematik, Band 1. öbvhpt, Wien, 2007.

Reichel, H.C.; Humenberger, H. (Hrsg.); Litschauer, D.; Groß, H.; Aue, V.: Das ist Mathematik, Band 2. öbvhpt, Wien, 2008.

Reichel, H.C.; Litschauer, D.; Groß, H.: Das ist Mathematik, Band 3^{2}. öbvhpt, Wien, 2001, (Nachdruck Wien 2006).

Reichel, H.C.; Litschauer, D.; Groß, H.: Das ist Mathematik, Band 4^{2}. öbvhpt, Wien, 2002, (Nachdruck Wien 2007).

Renger, K.: Finanzmathematik mit Excel – Grundlagen – Beispiele – Lösungen. Gabler Verlag, Wiesbaden, 2003.

Rinkens, H.D.; Wynands, A.; und anderen: Welt der Zahl, Band 1. E. Dorner, Wien, 2004a.

Rinkens, H.D.; Wynands, A.; und anderen: Welt der Zahl, Band 2. E. Dorner, Wien, 2004b.

Röhrbacher, H.: Finanzierung und Investition (mit Excel und HP) • Finanzplanung mit Cash flow-Statements • Alle Investitionsrechnungsverfahren • Ausführlich kommentierte Beispiele für Excel 2007 und HP12B/HP19B zum Soforteinsatz^{3}. Linde Verlag Wien Ges.m.b.H, Wien 2008.

Rosendorfer, T.: Kinder und Geld – Gelderziehung in der Familie. Reihe Stiftung Der Private Haushalt, Band 36, Campus Verlag, Frankfurt/New York, 2000.

Ruh, S.: Schluss mit dem Geldverschenken! – Die richtige Bank – Das günstigste Konto – Der beste Berater – Die lukrativste Anlage – Der optimale Kredit. Campus Verlag GmbH, Frankfurt/Main, 2002.

Schlesinger, R.; Schotten, A.; Wallner, B.: devisen schulden spesen sparen – Die Praktiken der Banken – Die Chancen der Kunden. Czernin Verlag GmbH, Wien, 2002.

Schmid, H.: Geld, Kredit und Banken – Ein modernes Lehrbuch für Unterricht und Selbststudium[5]. Verlag Paul Haupt, Bern, Stuttgart, Wien, 2001.

Schmidt, J.: Tabellenkalkulation mit OpenOffice.org 3 – Calc[3]. Galileo Press, Bonn, 2009

Schmoll, A.: Handbuch der Kreditüberwachung: Erfolgreiche Risikoreduzierung in der Bankpraxis. Manzsche Verlags- und Universitätsbuchhandlung, Wien, 1990.

Schmoll, A.: Kreditrisiken erfolgreich managen: Risikokontrolle und Risikosteuerung im Firmenkundengeschäft. Manzsche Verlags- und Universitätsbuchhandlung, Wien, 1999.

Schneider, M.: Kalkulation von Lifetime bzw. Reverse Mortgages – Eine kritische Analyse am Beispiel eines US-amerikanischen Home Equity Conversion Mortgage (HECM)-Modells. Gabler GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden, 2009.

Schott, F.; Shaharam A.G.; Kompetenzdiagnostik, Kompetenzmodelle Kompetenzorientierter Unterricht – Zur Theorie und Praxis überprüfbarer Bildungsstandards – ComTrans – ein theoriegeleiteter Ansatz zum Kompetenztransfer als Diskussionsvorlage. Münster: Waxmann, 2008.

Stummvoll, K.; Wallner, J.; Dietrich, G.; Schweiger, K.: Medienpaket „Banken & Versicherungen“. Arbeitsgemeinschaft Wirtschaft und Schule (AWS), Wien, 2009.

Taschner, R.: Mathematik, Band 1. Oldenbourg, Wien, 1998.

Taschner, R.: Mathematik, Band 2. Oldenbourg, Wien, 1999.

Taschner, R.: Mathematik, Band 3. Oldenbourg, Wien, 2000.

Taschner, R.: Mathematik, Band 4. Oldenbourg, Wien, 2001.

Thiel, B.: Führung zur Selbstführung durch Selbstmanagement – Das Gegenwartsphänomen Offener Unterricht als subtile Form der Disziplinierung. Lit Verlag GmbH & Co, KG, Wien, 2007.

Tietze, J.: Einführung in die Finanzmathematik[10]. Vieweg+Teubner GWV Fachverlag GmbH, Wiesbaden 2010.

Tilly, R.(2003): Geld und Kredit in der Wirtschaftsgeschichte. Franz Steiner Verlag Wiesbaden GmbH, Stuttgart.

Ziener, G.: Bildungsstandards in der Praxis: Kompetenzorientiert unterrichten. allmeyersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart, 2008.

8.2 Internetquellen

1. http://aws.m-services.at/angebote/pka7annrm6e1iq4udir4r160a5#art236, Zugriff: 22.2.2010

2. http://www.kreienbuehl.ch/lat/latein/sprichwoerter.html, Zugriff: 29.4.2010

3. Verordnung der Bundesministerin für Bildung, Wissenschaft und Kultur, mit der die Verordnung über die Lehrpläne der allgemein bildenden höheren Schulen geändert wird unter: www.bmukk.gv.at/medienpool/6678/6678_Entw_ahslp.pdf, Zugriff: 22.2.2010

4. http://www.bmukk.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_ahs_unterstufe.xml, Zugriff: 22.11.2009

5. http://www.bmukk.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_ahs_oberstufe.xml, Zugriff: 22.11.2009

6. http://www.staatsschulden.at, Zugriff: 22.11.2009

7. http://www.statistik.at/web_de/statistiken/oeffentliche_finanzen_und_steuern/oeffentliche_finanzen/gebarungen_der_oeffentlichen_rechtstraeger/index.html, Zugriff: 22.11.2009

8. http://www.raiffeisen.at/eBusiness/rai_template1/1006637000974-1006622610903-1006714892632-NA-1-NA.html, Zugriff: 17.11.2009

9. http://www.bifie.at/bildungsstandards, Zugriff: 31.01.2010

10. http://www.bifie.at/sites/default/files/VO_BiSt_2009-01-01.pdf, Zugriff: 21.01.2010.

11. Janssen, J.: Der Weg zur Finanzkrise, Anhang: Chronik der Krise unter: http://www.webinformation.at/material/763-der-weg-zur-finanzkrise_7.pdf, Zugriff: 3.2.2010

12. http://www.kmf.bwl.uni-muenchen.de/aktuelles/aktuell_kmf/ss_08_aktuelles/gutachten_ua_subp.pdf, Zugriff: 3.2.2010

13. http://www.gemeinsamlernen.at/siteVerwaltung/mOBibliothek/Bibliothek/Mathematik_8_Version_3_0_Okt_2004(1).pdf, Zugriff: 20.02.2010

14. http://www.oenb.at, Zugriff: 19.11.2009

15. IDM, Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe: http://www.uni-klu.ac.at/idm/downloads/Standardkonzept_Version_4-07.pdf, Zugriff: 17.6.2010

16. Klieme, E. u.a.: Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards – Eine Expertise, Bildungsforschung Band 1, Bonn, Berlin 2007: http://www.bmbf.de/pub/zur_entwicklung_nationaler_bildungsstandards.pdf, Zugriff: 19.6.2010

17. Österreichische Nationalbank Eurosystem, Einlagen- und Kreditzinssätze – Bestand unter: http://www.oenb.at/isaweb/report.do?lang=DE&report=2.8, Zugriff: 19. 03.2010.

8.3 Abbildungsverzeichnis

8.4 Tabellenverzeichnis

Tabellen im Anhang

Lebenslauf

Strenn Elisabeth

Angaben zur Person
geboren am 9. Februar 1986, Wien
Wohnort: Im Weinberg 15, 2020 Hollabrunn
Österreichische Staatsbürgerin

Ausbildung
Studium an Uni Wien

Fächer	**Mathematik**	WS 04 – SS 10
	Französisch	WS 04 – SS 10
	Spanisch	im 6. Semester
Matura	am BG/BRG Hollabrunn – Europaklasse (Schwer-punkte: Französisch, Italienisch, Latein, Englisch)	Juni 2004

Zusätzliche Ausbildung

Auslands-semester	Avignon (Erasmus)	WS 2007
Auslandssprach-aufenthalte	Valencia	Sommer 2009
	Málaga	Sommer 2008
	Barcelona	Sommer 2007

Beruflicher Werdegang

Coface Austria	Marketing-Abteilung, Empfang	2009
Sommerlernkurs	Kolpingheim St.Pölten Unterrichtsfach Mathematik	2008, 2009
Au pair	Liege, Belgien; Familie Dr. Olivier de Borman und Dr. Nathalie Grégoire, 4 Kinder	2004 bis 2008, in Summe 9 Monate
Nachhilfestunden	Mathematik, Französisch	seit 2004

Sonstige Interessen und Aktivitäten

	Mitglied der Stadtmusikkapelle Hollabrunn (Oboe)	seit 1997
	Oboen- und Gitarrenunterricht an der Musikschule Hollabrunn	seit 1996
	Klettern, Tauchen	
	Reisen	
	Literatur	