



DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

Sinnstiftende Aufgaben für den Mathematikunterricht

angestrebter akademischer Grad

Magister der Naturwissenschaften (Mag.rer.nat)

Verfasser: Daniel Antony De Silva
Matrikel-Nummer: 9601037
Studienrichtung
(lt. StudienBlatt): A 406 412
Betreuer: Dr. Andreas Ulovec

Wien, am 10. Oktober 2008

Danksagung

Für die Möglichkeit diese Arbeit zu schreiben möchte ich meinem Diplomarbeitbetreuer Herrn Dr. Andreas Ulovec sehr herzlich danken. Er hat mich von Anfang an für dieses Thema begeistern können und mich immer sehr motiviert. Ohne seine Unterstützung, Flexibilität und sein Interesse an meiner Arbeit wäre es mir sehr viel schwerer gefallen diese neben meinem Beruf fertigzustellen.

Außerdem möchte ich meinen Eltern Martha und Damian, meinen Geschwistern Michael und Philip sowie meiner Schwiegermutter Heidi danken, dass sie mir immer zugeredet haben, mein Studium nach der langen Unterbrechung doch noch abzuschließen. Susi und Matthias danke ich sehr für die Idee zu einer sinnstiftenden Aufgabe.

Ganz besonders danken möchte ich meiner Frau Loli, dass sie mich in dieser intensiven Zeit immer unterstützt und angespornt hat. Ihr Verständnis und ihre Ermutigungen bedeuten mir sehr viel.

Kurzzusammenfassung

Bei vielen Schülerinnen und Schülern ist der Mathematikunterricht nicht besonders beliebt, und auch seine Sinnhaftigkeit ist für die Lehrenden oft schwer vermittelbar. Viele Schülerinnen und Schüler haben den Eindruck, dass sie Mathematik im späteren Leben nie wieder brauchen werden. Dabei schult das Beschäftigen mit der Mathematik das analytische Denken im ganz allgemeinen Sinn und übt dadurch einen entscheidenden Einfluss auf das Erkennen von Zusammenhängen und die Beschreibung von Problemen, sowie auf exaktes Argumentieren und Auffinden von Lösungsansätzen aus.

In dieser Arbeit werden als Anregung für Lehrende besondere Beispiele vorgestellt, welche in den Mathematikunterricht mehr Abwechslung und Motivation für die Schülerinnen und Schüler bringen können. Solche *sinnstiftenden* Aufgaben zeichnen sich dadurch aus, dass sie einen direkten Einblick in ein bestimmtes Anwendungsgebiet der Mathematik oder in einen Beruf geben, wo mathematische Methoden unerlässlich sind. Hauptaugenmerk bei diesen Beispielen liegt in der formalen Beschreibung des Problems, und dem kreativen Auffinden eines Lösungsweges.

Neben einer Zusammenstellung von sinnstiftenden Aufgaben aus unterschiedlichsten Bereichen bietet diese Arbeit auch eine allgemeine Darstellung von deren Eigenschaften und Einsatzmöglichkeiten, und möchte Lehrende dadurch motivieren auf dieser Basis immer wieder neue sinnstiftende Aufgaben zu entwickeln.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	7
1.1	Warum Mathematik wichtig ist	7
1.2	Was der Lehrplan für den Mathematikunterricht vorsieht	8
1.3	Wie der Mathematikunterricht wahrgenommen wird und was verbessert werden könnte	10
1.4	Ziel dieser Arbeit	12
2	Allgemeines über sinnstiftende Aufgaben und ihre Verwendung im Unterricht	15
2.1	Kriterien für sinnstiftende Aufgaben	15
2.2	Wie können sinnstiftende Aufgaben in den Unterricht eingebaut werden?	16
2.3	Entwicklung von sinnstiftende Aufgaben	18
3	Beispiele für sinnstiftende Aufgaben	19
3.1	Einführung	19
3.2	Treibstoffberechnung	19
3.3	Flugzeuglandung 1	23
3.4	Flugzeuglandung 2	28
3.5	Kreditrisiko	36
3.6	Kreditportfolio 1	39
3.7	Kreditportfolio 2	40
3.8	Durchstarten 1	43
3.9	Durchstarten 2	46

3.10	Heiße Bremsen	51
3.11	Einkommenssteuer	58
3.12	Architektur	60
3.13	Stahlband - Walzgerüst	61
4	Weitere Aufgaben, die den Mathematikunterricht auflockern sollen	65
4.1	Schätzaufgaben	65
4.2	Eignungstest - mathematisches Denken I	68
4.3	Eignungstest - mathematisches Denken II	70
4.4	Eignungstest - technisches Verständnis	72
4.5	Eignungstest - Kurzzeitgedächtnis	80
4.6	Eignungstest - Logik	82
4.7	Eignungstest - Konzentration	84
4.7.1	Beobachten	84
4.7.2	Tabellen - Konzentration	87
4.7.3	Buchstaben-/ Zahlenkombinationen	88
4.7.4	Schätzaufgaben	90
4.7.5	Rechentest	92

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Warum Mathematik wichtig ist

Mathematik gehört neben der Philosophie zu den ältesten Auseinandersetzungen des Menschen mit seinem Geist. Die Mathematik half bei einfachen Alltagsproblemen zu einer Lösung zu finden und war gleichzeitig auch eine Methode Naturphänomene und Beobachtungen zu beschreiben. Das mathematische Wissen wurde seitdem kontinuierlich erweitert, und hat in jeder Periode in der schulischen Ausbildung eine wichtige Rolle gespielt. Heute sind mathematische Methoden vielen Bereichen des Lebens etabliert. Gerade diese große Anzahl der Anwendungsbereiche stellt für die Schule eine große Herausforderung dar, Mathematik adäquat zu vermitteln. Im Hinblick auf diese komplexe Aufgabenstellung nennt der österreichische Lehrplan verschiedene Aspekte der Mathematik.

Aspekte der Mathematik¹

Schöpferisch - kreativer Aspekt

Mathematik hilft die analytischen Fähigkeiten und das Denken im Allgemeinen zu schulen und erlaubt mit ihren Methoden eigenständig an neue Probleme heranzugehen und kreative Lösungsansätze zu finden.

¹Lehrplan Mathematik (2008) Seite 1,2

Sprachlicher Aspekt

Mathematik ist eine exakte Sprache, mit deren Hilfe eindeutige Schlussfolgerungen gemacht und Aussagen überprüft werden können. Durch den genauen sprachlichen Ausdruck ermöglicht sie auch bei nicht-mathematischen Sachverhalten folgerichtig zu argumentieren und Zusammenhänge zu beurteilen.

Erkenntnistheoretischer Aspekt

Die mathematische Darstellung eines realen Problems erlaubt durch Abstraktion ein besseres Verständnis und oft einen Erkenntnisgewinn.

Pragmatisch anwendungsorientierter Aspekt

Mathematische Methoden finden in unterschiedlichsten Disziplinen Anwendung und bilden daher auch für viele Studien und Berufsfelder eine wichtige Grundlage.

Autonomer Aspekt

Die Mathematik bildet ein eigenes Gedankengebäude mit streng bewiesenen Aussagen, die losgelöst von allen Bereichen des menschlichen Lebens ihre universelle Gültigkeit besitzen.

Kulturell - historischer Aspekt

Durch das Einhergehen von neuen mathematischen Erkenntnissen und der Entwicklung des europäischen Kultur- und Geisteslebens gehört die Mathematik zu einem wesentlichen Bestandteil der Allgemeinbildung.

1.2 Was der Lehrplan für den Mathematikunterricht vorsieht

'Im Mathematikunterricht soll verständnisvolles Lernen als individueller, aktiver und konstruktiver Prozess im Vordergrund stehen. Die Schülerinnen und Schüler sollen durch eigene Tätigkeiten Einsichten gewinnen und so mathematische Be-

*griffe und Methoden in ihr Wissenssystem einbauen.'*²

Um diesem Ziel gerecht zu werden, werden im Lehrplan eine Reihe von didaktischen Grundsätzen aufgelistet und beschrieben. Der erstgenannte dieser didaktischen Grundsätze steht in direktem Bezug zum Fokus der vorliegenden Arbeit und lautet wie folgt (auf die weiteren didaktischen Grundsätze, wie Lernen in Phasen, Lernen im sozialen Umfeld, Lernen mit medialer Unterstützung, usw., wird hier nicht näher eingegangen, da sie in keinem direkten Zusammenhang mit dieser Arbeit stehen):

'Lernen in anwendungsorientierten Kontexten:

*Anwendungsorientierte Kontexte verdeutlichen die Nützlichkeit der Mathematik in verschiedenen Lebensbereichen und motivieren dazu, neues Wissen und neue Fähigkeiten zu erwerben. Vernetzungen der Inhalte innerhalb der Mathematik und durch geeignete fächerübergreifende Unterrichtssequenzen sind anzustreben. Die minimale Realisierung besteht in der Thematisierung mathematischer Anwendungen bei ausgewählten Inhalten, die maximale Realisierung in der ständigen Einbeziehung anwendungsorientierter Aufgaben- und Problemstellungen zusammen mit einer Reflexion des jeweiligen Modellbildungsprozesses hinsichtlich seiner Vorteile und seiner Grenzen.'*³

Dieser im Lehrplan genannte didaktische Grundsatz betont die Wichtigkeit und Nützlichkeit von mathematischen Fähigkeiten in verschiedensten Zusammenhängen. Er zeigt deutlich, dass eines der Ziele des Mathematikunterrichts sein muss, durch mathematische Beschreibung und Modellbildung an neue und lebensnahe Inhalte heranzugehen, und die erlernten mathematischen Fähigkeiten über verschiedenste Anwendungsbereiche selbstständig und kreativ zu vernetzen. In diesem Sinn steht die vorliegende Arbeit, welche *sinnstiftende* Aufgaben zusammenstellt, in bestem Einklang mit den Zielsetzungen des österreichischen Lehr-

²Lehrplan Mathematik, Didaktische Grundsätze (2008) Seite 2

³Lehrplan Mathematik, Lernen in anwendungsorientierten Kontexten (2008) Seite 2

plans.

Für die Lehrenden stellt es eine große Herausforderung dar, diesem Auftrag des Lehrplans im Schulalltag zu entsprechen. Neben den standardisierten Schulbuchaufgaben und dem zeitlich dichten Rahmen bedarf es eines besonderen Engagements seitens der Lehrenden Raum für neue und kreative Aufgaben zu finden. Die vorliegende Arbeit soll in diesem Sinne die Lehrenden auch motivieren diesen ambitionierten Weg im Unterricht einzuschlagen um das Verständnis und die Begeisterung der Schüler für die Mathematik zu fördern.

1.3 Wie der Mathematikunterricht wahrgenommen wird und was verbessert werden könnte

Oft erleben Schülerinnen und Schüler den Mathematikunterricht positiv, weitaus häufiger jedoch zählt er aus verschiedenen Gründen zu den unbeliebten Schulfächern. In diesem Abschnitt werden einige der gängigsten negativen Urteile über den Mathematikunterricht festgehalten. Zu jedem dieser Statements werden mögliche Ursachen für diese Wahrnehmungen beleuchtet und Möglichkeiten aufgezeigt, wie man den Mathematikunterricht ansprechender gestalten könnte. Bei all diesen Vorschlägen spielen sinnstiftende Aufgaben die entscheidende Rolle.

'Mathematik ist fad'

Um die Inhalte eines Stoffgebietes zu festigen haben viele Aufgaben aus Schulbüchern repetitiven Charakter. Dabei kann es passieren, dass der Ausblick auf das eigentliche Anwenden des Erlernten durch ständiges Üben und Wiederholen verstellt wird. Sehr oft wird in diesem Zusammenhang auch von Kochrezepten gesprochen. Schüler haben dann oft das Gefühl, dass die Aufgabe der Mathematik darin besteht, aus den 'Zutaten' eines Beispiels nur noch auf das richtige Rezept schließen zu müssen. Ein selbstständiger und kreativer Zugang zu einer Aufgabe wird so kaum gefördert.

Sinnstiftende Aufgaben sind abwechslungsreich und zeigen dem Schüler, dass das gerade erlernte in verschiedensten Problemfällen kreativ eingesetzt werden kann. Wenn sinnstiftende Aufgaben nicht immer zum aktuellen Stoffgebiet, sondern beispielsweise am Anfang einer Unterrichtsstunde mit Bezug zu bereits weiter zurück liegenden Themen gebracht werden, erhalten sie den Charakter einer Denksportaufgabe und können so Neugier und Ehrgeiz wecken. Das kann auch dazu dienen bereits erlernte Fähigkeiten zu wiederholen und zu festigen.

'Das brauch ich nie wieder'

Viele Schüler haben das Gefühl, dass man mathematische Fähigkeiten im Alltag normalerweise nicht braucht. Sie sind überzeugt, dass die einfachen Rechenoperationen für alle mathematischen Probleme im täglichen Leben ausreichen. Dabei werden zwei wesentliche Aspekte übersehen. Einerseits verkennen Schüler, die Mathematik so wahrnehmen, dass die Auseinandersetzung mit Mathematik das systematische Denken und Abstrahieren schult, und dadurch die Basis für Problembeschreibung und Entscheidungen losgelöst von jedem mathematischen Bezug bildet. Andererseits sind die realen Anwendungen der Mathematik so vielfältig, dass sie eine wichtige Grundlage für unterschiedlichste Berufsgruppen und Studienrichtungen bilden. Wie allgemein bekannt reicht das Spektrum von naturwissenschaftlichen und technischen Bereichen über Wirtschaft, Finanz und Versicherung, statistische Anwendungen in Medizin und Politik bis hin zur Kostenrechnung eines jeden selbstständigen Unternehmers.

Ursache für diese Wahrnehmung ist neben der Vielfalt mathematischer Themen im Lehrplan sicher auch eine manchmal fehlende Aufklärung seitens des Lehrpersonals. Sinnstiftende Aufgaben fördern eigenständiges und kreatives Denken und zeigen mit ihrer konkreten Anwendungssituation ganz deutlich den Bezug zu verschiedenen Berufsgruppen; sie werden also beiden oben genannten Aspekten gleichzeitig gerecht.

'Mathematik ist uncool'

Leider wird in der Öffentlichkeit noch immer zu wenig transparent dargestellt, dass mathematisch-analytisches Denken in unterschiedlichsten Berufssparten oft der Schlüssel zum Erfolg ist. Somit fehlen den Schülerinnen und Schülern teilweise direkte 'mathematische' Vorbilder, obwohl es genügend davon gäbe. Viele von diesen Vorbildern haben nicht die Mathematik zu ihrer Ausbildung gemacht sondern wissen ihr mathematisches und logisches Grundverständnis auf ihre spezifischen Problemstellungen anzuwenden.

Sinnstiftende Aufgaben können auch hier zur Aufklärung beitragen, indem sie auf Berufsgruppen und deren mathematische Problemstellungen aufmerksam machen.

1.4 Ziel dieser Arbeit

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, mathematische Aufgaben aus den unterschiedlichsten Anwendungsbereichen und Berufssparten zu sammeln, und sie so darzustellen, dass sie direkt in den Mathematikunterricht übernommen werden können. Bei der Entwicklung dieser Aufgaben wurde insbesondere auf die im Lehrplan genannten Aspekte der Mathematik sowie auf den didaktischen Grundsatz des Lernens in anwendungsorientierten Kontexten eingegangen (siehe Kapitel 1.1 und 1.2). Diese Problemstellungen werden als *sinnstiftende Aufgaben* bezeichnet und sollen dazu beitragen die oftmals negativen Wahrnehmungen des Mathematikunterrichts seitens der Schüler (Kapitel 1.3) in eine positive und interessierte Einstellung zu verwandeln.

Um das Verwenden dieser Beispiele im Schulalltag zu erleichtern, wird vor jeder Aufgabe kurz auf die Thematik und auf die zur Lösung der Aufgaben notwendigen Kenntnisse eingegangen. Die Lösungen sind ebenfalls angegeben.

Diese Beispielsammlung soll die Lehrenden nicht nur anregen sie zu verwenden, sondern auch motivieren weitere sinnstiftende Aufgaben zu entwickeln. In

diesem Sinne hofft der Autor, dass diese Arbeit dazu beiträgt mehr Abwechslung und Spannung in den Mathematikunterricht zu bringen und so das Interesse an der Mathematik allgemein zu fördern.

Kapitel 2

Allgemeines über sinnstiftende Aufgaben und ihre Verwendung im Unterricht

Sinnstiftende Aufgaben sind mathematische Aufgaben mit Alltagsbezug. Sie sollen einen kreativen und eigenständigen Zugang zur Mathematik fördern indem sie vermitteln, dass das im Mathematikunterricht gelernte Methodenwissen in unterschiedlichsten Lebensbereichen verwendet wird. Sinnstiftende Aufgaben fördern analytisches Denken, ein besseres Problemverständnis und das Aufspüren von Lösungswegen.

Dieses Kapitel listet verschiedene Kriterien auf, welche sinnstiftende Aufgaben zu erfüllen haben, und stellt dar, wie solche Aufgaben in den Mathematikunterricht eingebaut werden können. Am Ende des Kapitels finden sich Ideen und Anregungen für Lehrende, welche selbst sinnstiftende Aufgaben entwickeln wollen.

2.1 Kriterien für sinnstiftende Aufgaben

- Kurzer Einblick in eine Berufs- oder Lebenssituation
Sinnstiftende Aufgaben führen mit einer kurzen Einleitung in eine spezi-

fische Thematik eines bestimmten Anwendungsgebietes ein ohne dabei zu ausführlich zu werden oder größeres Vorwissen zu verlangen.

- **Verdeutlichung der Vielfalt mathematischer Anwendungsmöglichkeiten**
Die Begeisterung der Schülerinnen und Schüler für die Mathematik soll durch sinnstiftende Aufgaben gefördert werden indem unterschiedliche Berufssparten aufgezeigt werden, in denen mathematische Techniken zum realen Arbeitsalltag gehören.
- **Angemessener Zeitaufwand**
Für die Einführung in die Thematik und das Erarbeiten des Lösungsweges soll ein vernünftiger Zeitrahmen gewählt werden.
- **Auffinden des Lösungsweges als Fokus**
Sinnstiftende Aufgaben verlangen von Schülerinnen und Schülern eigenständig das Problem mathematisch zu formulieren und einen Lösungsweg zu finden. Dieser Teil der Aufgabe bildet die Hauptschwierigkeit, während auf dem Ausrechnen der Lösung selber ein geringerer Fokus liegt.
- **Abgrenzung von standardisierten Übungsaufgaben**
Durch den anwendungsorientierten Charakter sinnstiftender Aufgaben fließen in den Lösungsweg oft unterschiedliche mathematische Themenbereiche ein. Dadurch heben sie sich von Aufgaben ab, welche den Fokus auf eine Rechenmethode legen. Durch diesen methodenübergreifenden Aspekt und die anderen oben angeführten Kriterien unterscheiden sich sinnstiftende Aufgaben von standardisierten Übungsaufgaben.

2.2 Wie können sinnstiftende Aufgaben in den Unterricht eingebaut werden?

Sinnstiftende Aufgaben bieten engagierten Lehrenden die Möglichkeit den Mathematikunterricht aufzulockern und das kreative und analytische Denkvermögen der Schülerinnen und Schüler besser kennenzulernen und zu fördern. Sie können

in jeder Schulstufe und unabhängig vom aktuellen Stoffgebiet in den Unterricht eingebaut werden. Sie können dazu dienen ein soeben erlerntes Stoffgebiet zu festigen oder eine Motivation für die neuen Methoden zu liefern. Wenn das zur Lösung notwendige Vorwissen bereits früher erlernt wurde, können sinnstiftende Aufgaben dazu dienen bereits erlerntes in Erinnerung zu rufen und zu wiederholen. So kann beispielsweise am Anfang einer Unterrichtsstunde mit einer sinnstiftenden Aufgabe begonnen werden um Abwechslung in den Mathematikunterricht zu bringen und das Interesse der Schüler auf eine Art zu wecken, wie es sonst Denksportaufgaben vermögen. Hier ist dann nicht gefragt in eine bekannte Lösungsformel möglichst rasch einzusetzen. Die Schülerinnen und Schüler müssen sich zuerst mit einem neuen Inhalt und dem Wesen des Problems, sowie einer mathematischen Beschreibung auseinandersetzen, und selbstständig einen Lösungsansatz finden.

Für gute Schüler können solche sinnstiftenden Aufgaben eine besondere Herausforderung darstellen und Ehrgeiz wecken. Da bei sinnstiftenden Aufgaben i.A. weder besonders spezielle mathematische Methoden verwendet werden, noch eine hohe Rechengeschwindigkeit von großer Bedeutung ist, bieten diese Aufgaben auch schwächeren Schülern eine Chance sich zu profilieren und ihr Denkvermögen unter Beweis zu stellen.

Sinnstiftende Aufgaben eignen sich besonders für ambitionierte Lehrende, welche die im Mathematikunterricht aufgezeigten Anwendungsaspekte noch erweitern wollen. Das Präsentieren einer Aufgabe mit Alltagsbezug verlangt von den Lehrenden, dass sie ihre Schüler auch inhaltlich durch eine sinnstiftende Aufgabe begleiten. Eine kleine Hilfestellung für Lehrende ist hier die am Anfang jeder Aufgabe angegebene Zusammenfassung.

Der Zeitaufwand für eine sinnstiftende Aufgabe sollte nicht unterschätzt werden, da sich die Schüler möglicherweise näher für das Anwendungsgebiet der Aufgabe interessieren. Auch sollte genug Zeit gelassen werden um den Lösungsweg ausführlich zu besprechen, sodass für alle Schülerinnen und Schüler der Lerneffekt möglichst groß ist. Umfangreichere Aufgaben können unter Umständen in höheren Schulstufen auch in Form einer Gruppenarbeit erarbeitet werden.

2.3 Entwicklung von sinnstiftende Aufgaben

Wer mit offenen Augen durchs Leben geht, wird immer wieder Anregungen für sinnstiftende Aufgaben finden. Themen und Probleme aus dem Alltag, Naturphänomene, spezifische Aufgabenstellungen in diversen Berufssparten und Ähnliches können Ideengeber für solche besondere Übungsbeispiele sein. Um aus diesen Ideen sinnstiftende Aufgaben zu generieren, sollte auf die Kriterien in Kapitel 2.1 geachtet werden.

In den höheren Schulstufen ist es für die Schülerinnen und Schüler sicher besonders attraktiv, mithilfe von sinnstiftenden Aufgaben Einblicke in Problemstellungen aus verschiedenen Berufen zu liefern. Dadurch kann die Nützlichkeit und Anwendbarkeit des Mathematikunterrichts verdeutlicht, und eventuell sogar zu einem Mathematikstudium motiviert werden. Sinnstiftende Aufgaben erfüllen dann ihren Zweck, wenn sie Schüler für den Mathematikunterricht begeistern können und dazu beitragen analytisches Denken und logisches Schlussfolgern zu schulen. In diesem Sinn möchte der Autor alle Lehrenden dazu motivieren immer wieder neue sinnstiftende Aufgaben zu entwickeln und in den Unterricht einzubauen.

Kapitel 3

Beispiele für sinnstiftende Aufgaben

3.1 Einführung

In diesem Kapitel werden Beispiele von sinnstiftenden Aufgaben präsentiert. Jede Aufgabe beginnt mit einer kurzen überblicksartigen Einführung in das Anwendungsgebiet. Danach werden die notwendigen Kenntnisse angeführt und zu jedem Beispiel schließlich auch die Lösung angegeben. Je nach Präferenz des Lehrenden können die sinnstiftenden Aufgaben von den Schülerinnen und Schülern allein oder in Gruppen gelöst werden.

3.2 Treibstoffberechnung

Überblick

Die notwendige Menge an Treibstoff für ein Passagierflugzeug setzt sich aus verschiedenen Teilen zusammen. Diese werden vor jedem Flug berechnet. Durch geeignete Wahl der Flughöhe und Geschwindigkeit kann während des Fluges noch Treibstoff gespart werden. In diesem Beispiel werden neben Treibstoffmengen auch Flugzeiten und Betankungsdauer berechnet.

Notwendige Kenntnisse

- Komplexen Sachverhalt erfassen
- Umrechnen von Einheiten
- Prozentrechnung

Während der Planung für einen Flug einer Boeing 737-800 von Wien nach Dubai muss eine Treibstoffberechnung durchgeführt werden. Die Mindestmenge an Treibstoff setzt sich aus verschiedenen Teilen zusammen:

- Treibstoff zum Rollen von der Parkposition zur Startbahn (pauschal 200kg)
- Treibstoff für die Strecke Wien - Dubai (Erhöhter Verbrauch für Ab- und Anflugverfahren plus Durchstarten und neuerlicher Landeanflug sind in der Länge der Flugstrecke berücksichtigt)
- 5% davon (von Punkt 2) als Streckenreserve (als Kompensation für eventuell falsche Windprognosen, niedrigere Flughöhe, Umwege aufgrund von Gewittern,...)
- Treibstoff für den Flug vom Zielflughafen zum Ausweichflughafen (wegen Schlechtwetter, blockierter Landebahn,...). Berechnung ohne Wind bei einer Geschwindigkeit von 380kts (Knoten...nautische Meilen pro Stunde)
- Mindesttreibstoffmenge im Tank (nach der Landung muss noch Treibstoff für 30min Reiseflug im Tank sein)

Die Länge der Flugstrecke Wien - Dubai beträgt 2 450NM (nautische Meilen). Der Ausweichflughafen Muscat (Oman) liegt 160NM von Dubai entfernt. Das Flugzeug fliegt durchschnittlich mit einer Geschwindigkeit von 400kts gegenüber der umliegenden Luft. An diesem Tag herrscht voraussichtlich eine durchschnittliche Rückenwindkomponente von 34kts. Das Flugzeug verfügt über 2 Triebwerke, die jeweils 1 200kg Treibstoff pro Stunde verbrauchen.

Aufgaben

- a) Wie lange dauert der Flug Wien - Dubai voraussichtlich?
- b) Wie viel kg Treibstoff müssen für diesen Flug mindestens getankt werden?
Achtung: angefangene Liter werden immer auf den nächsten vollen Liter aufgerundet!
- c) Auf großen Flughäfen wird Kerosin normalerweise durch unterirdische Leitungen über ein Tankfahrzeug in die Flugzeuge gepumpt. Diese Art der Betankung nennt man Unterflurbetankung. Dabei wird die Treibstoffmenge in Volumen (Durchflußmenge) und nicht nach Gewicht gemessen. Wie viel Liter Treibstoff müssen für diesen Flug mindestens getankt werden, wenn die Dichte des Treibstoffs bei der aktuellen Temperatur $0,79\text{kg/l}$ beträgt?
- d) Wie lange dauert die Betankung bei einer Durchflußmenge der Unterflurbetankung von 14 Liter/Sekunde , wenn sich vor der Betankung $3,2\text{ Tonnen}$ Treibstoff im Tank befinden?
- e) Die Piloten stellen die Überlegung an, tiefer als geplant zu fliegen, da die Rückenwindkomponente $4\ 000\text{ Fuß}$ tiefer um 25 Knoten stärker ist. Ist diese Option treibstoffsparend, wenn man pro $1\ 000\text{ Fuß}$ tiefer 1% mehr Treibstoffverbrauch pro Stunde berücksichtigt (Wie viel Mehr/Wenigerverbrauch ist zu erwarten)?
- f) Die Piloten überlegen während dem Flug, ob sie die Fluggeschwindigkeit reduzieren sollten um Treibstoff zu sparen (ausgehend von der ursprünglichen Angabe). In Frage kommt eine Reduktion um bis zu 3% . Wie stark können sie die Geschwindigkeit reduzieren, wenn die Flugzeit maximal $5\text{ Stunden } 46\text{ Minuten}$ dauern darf (da sie sonst verspätet ankommen) und wie viel Treibstoffersparnis können Sie erwarten (1% langsamer bedeutet 1% weniger Treibstoffverbrauch)?

Lösung

Teile der Mindestmenge an Treibstoff:

- 200kg Treibstoff
 - Strecke Wien - Dubai: $2\,450 / 434 = 5,645$, das entspricht 5 Stunden 39 Minuten, das ergibt 13 548,4kg Treibstoff
 - 5% von 13 548,4kg sind 677,4kg Treibstoff
 - Dubai - Muscat: $160\text{NM} / 380\text{kts} = 0,42$ Stunden, das sind 25,3 Minuten, das ergibt 1 010,5kg Treibstoff
 - Treibstoff für 30min Reiseflug sind 1 200kg
- a) $2\,450\text{ NM} / 434\text{ kts} = 5,645$ Stunden. Das sind 5 Stunden und 39 Minuten.
- b) $200\text{kg} + 13\,549\text{kg} + 678\text{kg} + 1\,011\text{kg} + 1\,200\text{kg} = 15\,608\text{kg}$
Für diesen Flug müssen mindestens 15 608kg Treibstoff getankt werden.
- c) $15\,608\text{kg} / 0,79\text{kg/l} = 19\,757$ Liter Treibstoff
- d) $15\,608\text{kg} - 3\,200\text{kg} = 12\,408\text{kg}$;
 $12\,408\text{kg} / 0,79\text{kg/l} = 15\,706,331$
 $15\,706,331 / 141\text{/s} = 1\,121,88\text{s}$, das sind 18,69min
Die Betankung dauert 18 Minuten 42 Sekunden
- e) $2\,450\text{NM} / 459\text{kts} = 5,34\text{h}$.
 $5,34 * 2\,400 * 1,04 = 13\,322,9$
Dafür werden 13 322,9kg Treibstoff benötigt. Das ergibt eine Treibstoffersparnis von 225,5kg.
- f) $2450 / 430 = 5,7$ (Reduktion um 1% ergibt 430kts, da die Geschwindigkeit gegenüber der umliegenden Luft um 1% reduziert wird und die Rückenwindkomponente gleich bleibt: $400 * 0,99 + 34 = 430$)
1% langsamer ergibt eine Flugzeit von 5 Stunden 42 Minuten und eine

Treibstoffersparnis von $13548,4\text{kg} * 0,01 = 135,5\text{kg}$

2% langsamer ergibt eine Flugzeit von 5 Stunden 45,1 Minuten und eine Treibstoffersparnis von 271kg

3% langsamer ergibt eine Flugzeit von 5 Stunden 48,3 Minuten und eine Treibstoffersparnis von 406,5kg

Die Geschwindigkeit kann um 2% reduziert werden und die erwartete Treibstoffersparnis beträgt 271kg

3.3 Flugzeuglandung 1

Überblick

Die Länge der Landestrecke eines Passagierflugzeuges setzt sich aus verschiedenen Parametern zusammen. Vor jedem Flug wird die voraussichtliche Landestrecke berechnet und gegebenenfalls während des Fluges aktualisiert. In diesem Beispiel wird das voraussichtliche Landegewicht eines Passagierflugzeuges sowie die Landestrecken unter Zuhilfenahme unterschiedlicher technischer Hilfsmittel berechnet.

Notwendige Kenntnisse

- Lesen von Tabellen
- Prozentrechnung

Während der Flugvorbereitung berechnen die Piloten ob unter den momentanen Bedingungen die Länge der Landebahn des Zielflughafens für das geplante Landegewicht ausreicht. Vor jeder Landung werden diese Berechnungen aktualisiert falls sich die Parameter geändert haben. Die Landestrecke ist von folgenden Parametern abhängig:

- Aktuelles Gewicht des Flugzeuges: Summe aus Flugzeuggewicht, geschätztes Gewicht der Passagiere (Frauen werden mit 76kg, Männer mit 84kg an-

genommen), tatsächliches Gewicht des Gepäcks, Fracht, geplantes Gewicht des Treibstoffs bei der Landung

- Seehöhe des Flughafens
- Wind
- Neigung der Landebahn (Slope)
- Umgebungstemperatur
- Geschwindigkeit des Flugzeuges beim Aufsetzen
- Schubumkehr
- Oberflächenbeschaffenheit der Landebahn
- Stellung der Landeklappen (Flaps)

Aus diesen Parametern wird die tatsächlich benötigte Landedistanz berechnet. Zu dieser Distanz werden bei trockener Landebahn 15%, bei nasser 65% addiert um Ungenauigkeiten zu kompensieren (spätes Aufsetzen, höhere Geschwindigkeit, rutschige Oberfläche,...) und einen Sicherheitspuffer zu schaffen. Das ergibt die benötigte Landestrecke.

Anbei finden Sie eine Tabelle für eine Boeing 737-800. Die Landung ist in Innsbruck mit Landeklappen 40 (maximale Landeklappen für minimale Geschwindigkeit) Richtung Westen geplant. Das Gewicht des Flugzeuges beträgt 35 160kg. Im Flugzeug befinden sich 95 Frauen und 80 Männer. Das Gewicht des Reisegepäcks beträgt 3 300kg, es wird keine Fracht mitgeführt. Das Gewicht des Treibstoffs bei der Landung beträgt 2 600kg. Gelandet wird mit automatisch aktivierten Bremsen - AUTOBREAK 3, Anfluggeschwindigkeit 10 Knoten über der Mindestgeschwindigkeit bei Klappen 40 ($v_{ref} 40 + 10$), die Schubumkehr wird nicht benutzt (NO REV).

Landebahn Innsbruck:

Trocken (dry runway), Good Reported Braking Action (wählen Sie die zugehörige Tabelle aus!)

Seehöhe 2 000ft (Airport Pressure Altitude in Fuß)

10 Knoten Wind aus Westen (Headwind)

Neigung der Landebahn 0% (Slope) - keine Korrektur der Landedistanz notwendig.

Temperatur 11°C

das entspricht der ISA (Icao Standard Atmosphere - Normaltemperatur der Standardatmosphäre). Temperaturkorrektur braucht also nicht vorgenommen werden.

Aufgaben

Benutzen Sie Abbildung. 3.1 für folgende Fragestellungen!

- a) Berechnen Sie das voraussichtliche Landegewicht des Flugzeugs!
- b) Berechnen Sie die benötigte Landestrecke!
- c) Kann eine Landung in Innsbruck überhaupt durchgeführt werden (Länge der Landebahn in Innsbruck ist 1 960m, oder muss zum Ausweichflughafen (in der Regel ist das München) geflogen werden?)
- d) Wie lang ist die benötigte Landestrecke, wenn man MAX AUTO Bremsen wählt? Kann unter diesen Voraussetzungen eine Landung in Innsbruck durchgeführt werden?

Legende zu Tabelle PI.52.3

Normal Configuration Landing Distances

Alle Angaben in Meter

REF DIST: Reference Distance

WT ADJ: Weight Adjustment

ALT ADJ: Altitude Adjustment

ADJ Adjustment

VREF: Referenzgeschwindigkeit (Geschwindigkeit des Flugzeuges gegenüber der

umliegenden Luft)

REVERSE THRUST: Schubumkehr

ADVISORY INFORMATION

Normal Configuration Landing Distances
Flaps 40
Dry Runway

BRAKING CONFIGURATION	LANDING DISTANCE AND ADJUSTMENT (M)											
	REF DIST	WT ADJ	ALT ADJ	WIND ADJ PER 10 KTS		SLOPE ADJ PER 1%		TEMP ADJ PER 10°C		VREF ADJ	REVERSE THRUST ADJ	
	60000 KG LANDING WEIGHT	PER 5000 KG ABOVE/BELOW 60000 KG	PER 1000 FT ABOVE SEA LEVEL	HEAD WIND	TAIL WIND	DOWN HILL	UP HILL	ABV ISA	BLW ISA	PER 10 KTS ABOVE VREF40	ONE REV	NO REV
MAX MANUAL	860	55/-45	15	-30	110	10	-10	15	-15	65	15	30
MAX AUTO	1070	60/-55	20	-40	135	5	-5	25	-25	95	0	0
AUTOBRAKE 3	1485	100/-95	35	-65	225	5	-5	40	-40	160	0	0
AUTOBRAKE 2	1910	140/-135	55	-90	315	25	-30	50	-50	175	35	35
AUTOBRAKE 1	2115	165/-160	65	-105	370	50	-60	60	-60	160	155	205

Good Reported Braking Action

MAX MANUAL	1375	90/-85	35	-60	220	35	-25	35	-35	110	70	155
MAX AUTO	1495	95/-85	35	-60	225	35	-25	35	-35	115	75	165
AUTOBRAKE 3	1745	115/-105	40	-75	265	15	-10	50	-40	185	10	20
AUTOBRAKE 2	2200	165/-155	65	-100	365	30	-35	60	-55	200	40	40

Medium Reported Braking Action

MAX MANUAL	1855	135/-125	55	-95	365	90	-60	45	-45	140	185	445
MAX AUTO	1930	135/-130	55	-95	365	90	-60	45	-45	140	185	445
AUTOBRAKE 3	1955	140/-130	55	-100	370	70	-45	50	-50	185	155	420
AUTOBRAKE 2	2255	170/-160	65	-115	410	60	-50	55	-60	205	90	215

Poor Reported Braking Action

MAX MANUAL	2395	190/-175	75	-130	570	205	-130	65	-60	165	385	1020
MAX AUTO	2490	190/-175	75	-150	570	205	-130	65	-60	165	385	1020
AUTOBRAKE 3	2490	190/-175	75	-150	570	205	-130	65	-60	170	385	1025
AUTOBRAKE 2	2570	200/-190	75	-155	590	180	-115	70	-65	200	315	915

Reference distance is for sea level, standard day, no wind or slope, VREF40 approach speed and two engine detent reverse thrust.
 Max manual braking data valid for auto speedbrakes. Autobrake data valid for both auto and manual speedbrakes.

Abbildung 3.1: Normal Configuration Landing Distances (aus Boeing 737 Quick Reference Handbook, Performance Inflight (29. September 2005) PI.52.3

Lösung

- a) $35\,160\text{kg} + 95 \cdot 76\text{kg} + 80 \cdot 84\text{kg} + 3\,300\text{kg} + 2\,600\text{kg} = 55\,000\text{kg}$
- b) Tabelle für Good Reported Braking Action, Zeile Autobrake 3: REF DIST: 1.745m, Korrektur für 5 000kg: -105m, Korrektur für die Meereshöhe des Flughafens: $2 \cdot 40\text{m}$, Korrektur für die Gegenwindkomponente: -75m, keine Korrektur für Neigung der Landebahn und die Umgebungstemperatur, Korrektur für die Anfluggeschwindigkeit: 185m, Korrektur für nicht verwendete Schubumkehr: 20m. Ergibt eine Landedistanz von: $(1.745\text{m} - 105\text{m} + 2 \cdot 40\text{m} - 75\text{m} + 185\text{m} + 20\text{m}) \cdot 1,15 = 2.127,5\text{m}$
- c) Die Landebahn ist zu kurz.
- d) Tabelle für Good Reported Braking Action, Zeile Autobrake MAX
Analog zu b): $(1.495\text{m} - 85\text{m} + 2 \cdot 35\text{m} - 60\text{m} + 115\text{m} + 165\text{m}) \cdot 1,15 = 1\,955\text{m}$.
Die Landebahn ist lang genug.

3.4 Flugzeuglandung 2

Überblick

Die Länge einer Landebahn, deren Beschaffenheit und technische Hilfsmittel eines Passagierflugzeuges bestimmen das maximal mögliche Gewicht dieses Flugzeuges für die Landung. In diesem Beispiel wird das maximal mögliche Landegewicht für eine bestimmte Landebahn unter verschiedensten Bedingungen berechnet.

Notwendige Kenntnisse

- Komplexen Sachverhalt erfassen
- Lesen und Interpretieren von Tabellen

- Interpolieren

Als kleine Veranschaulichung, wie ausschlaggebend die Pistenbedingungen und die technischen Hilfsmittel eines Flugzeuges bei einer Landung sind, berechnen wir das maximale Gewicht (Landing Field Limit Weight) einer Boeing 737-600 für eine Landung in Bristol bei verschiedenen Bedingungen.

Die Landebahn liegt 500ft (Fuß) über dem Meeresspiegel und ist 1 850m lang. Die Umgebungstemperatur beträgt 14°C, entspricht somit der Standardatmosphäre und kann vernachlässigt werden. Gelandet wird mit maximalen Landeklappen 40 bei 10 Knoten Gegenwind. Die Anfluggeschwindigkeit beträgt $v_{ref}40 + 10\text{kts}$ ($v_{ref}40$ ist die Geschwindigkeit des Flugzeugs gegenüber der umliegenden Luft bei Landeklappen 40). Dieses Flugzeug verfügt über ein umfangreiches Anti-Blockiersystem (anti-skid), das nach der Landung bei mindestens 60kts (ca. 110km/h) Reifengeschwindigkeit aktiviert wird. Zusätzlich gibt es auf der Oberseite der Tragflächen Speedbrakes, die Auftrieb zerstören und nach der Landung dafür sorgen, dass das Gewicht des Flugzeugs auf den Reifen lastet, und somit eine bessere Bremsleistung gewährleisten. Wenn das automatische Ausfahren dieser Speedbrakes nicht funktioniert muss das manuell durchgeführt werden, was im Normalfall etwa eine Sekunde länger dauert. Benutzen Sie die Tabellen vom Flugzeughersteller Boeing im Anhang.

Aufgaben

Interpolieren Sie wenn notwendig für die jeweils gegebenen Bedingungen, und runden Sie das Ergebnis auf ganze kg!

- a) Trockene Landebahn, anti-skid operative & automatic speedbrakes. Berechnen Sie das Landing Field Limit Weight! (Abbildung. 3.2)

Anleitung: Bestimmen Sie zuerst das Wind Corrected Field Length und mit diesem Wert in der zweiten Tabelle das Field Limit Weight.

Hinweis: Nehmen Sie für den fehlenden Eintrag bei 2 000m Wind Corrected Field Length und 0 Fuß Airport Pressure Altitude einen Wert von 74,0 an.

- b) Trockene Landebahn, anti-skid inoperative & manual speedbrakes. Berechnen Sie das Landing Field Limit Weight! (Abbildung. 3.3) Wie interpretieren Sie die Tabelle?
- c) Nasse Landebahn, anti-skid operative & automatic speedbrakes. Berechnen Sie das Landing Field Limit Weight! (Abbildung. 3.4)
- d) Nasse Landebahn, anti-skid inoperative & manual speedbrakes. Berechnen Sie das Landing Field Limit Weight unter der Annahme, dass die Landebahn um 1 150m länger ist, also 3 000m! (Abbildung. 3.5)
- e) Das Gewicht des Flugzeuges mit Treibstoff beträgt 53 000kg. Wie viel Prozent mehr Payload (gewinnbringend transportiertes Gewicht: Passagiere, Gepäck und Fracht) kann nach Bristol geflogen werden, wenn nach Ende eines Regenschauers die Landebahn wieder aufrocknet?
- f) Was passiert mit der Payload, wenn anti-skid ausfällt und die speedbrakes manuell betätigt werden müssen?

Performance Dispatch
Landing

Chapter PD
Section 12

Landing Field Limit Weight - Dry Runway

Flaps 40

Based on anti-skid operative and automatic speedbrakes

Wind Corrected Field Length (M)

FIELD LENGTH AVAILABLE (M)	WIND COMPONENT (KTS)							
	-15	-10	-5	0	10	20	30	40
1000		800	900	1000	1070	1140	1200	1280
1200	900	990	1090	1200	1270	1350	1420	1500
1400	1070	1170	1280	1400	1480	1560	1640	1720
1600	1250	1360	1470	1600	1680	1770	1860	1950
1800	1430	1550	1660	1800	1890	1980	2080	2170
2000	1610	1730	1860	2000	2090	2180	2290	2390
2200	1780	1920	2050	2200	2290	2390	2510	2620
2400	1960	2110	2240	2400	2500	2600	2730	
2600	2140	2290	2430	2600	2700			
2800	2320	2480	2620	2800				

Field Limit Weight (1000 KG)

WIND CORR'D FIELD LENGTH (M)	AIRPORT PRESSURE ALTITUDE (FT)					
	0	2000	4000	6000	8000	10000
1000	36.8					
1200	47.5	44.6	42.0	39.4	36.9	
1400	57.4	54.8	51.7	48.6	45.6	42.7
1600	66.2	62.7	59.7	56.8	54.1	50.7
1800	72.5	70.8	67.4	63.6	60.5	57.5
2000		72.5	72.5	70.7	67.2	63.4
2200				72.5	72.5	69.7

Decrease field limit weight by 4450 kg when using manual speedbrakes.

74.0

Abbildung 3.2: Landing Field Limit Weight - Dry Runway, based on anti-skid operative and automatic speedbrakes (aus Boeing 737 Operations Manual Part B, Volume 1 (29.März 2004), PD.12.1)

Landing Field Limit Weight - Dry Runway

Flaps 40

Based on anti-skid inoperative and manual speedbrakes

Wind Corrected Field Length (M)

FIELD LENGTH AVAILABLE (M)	WIND COMPONENT (KTS)							
	-15	-10	-5	0	10	20	30	40
1800				1800	1940	2100	2250	2420
2000			1760	2000	2140	2310	2470	2650
2200		1700	1950	2200	2350	2520	2690	2870
2400	1650	1890	2150	2400	2560	2740	2910	3100
2600	1830	2070	2340	2600	2760	2950	3130	3320
2800	2010	2260	2530	2800	2970	3160	3340	3530
3000	2190	2450	2720	3000	3180	3370	3560	3780
3200	2370	2630	2910	3200	3380	3580	3780	4000
3400	2550	2820	3100	3400	3590	3800	4000	4230
3600	2730	3000	3290	3600	3800	4010	4220	4450
3800	2910	3190	3490	3800	4000	4220	4440	4680
4000	3090	3380	3680	4000	4210	4430	4660	4900
4200	3260	3560	3870	4200	4420	4640	4880	5130
4400	3440	3750	4060	4400	4620	4860	5100	5360
4600	3620	3930	4250	4600	4830	5070	5310	
4800	3800	4120	4440	4800	5040	5280		
5000	3980	4310	4630	5000	5240			
5200	4160	4490	4830	5200				
5400	4340	4680	5020	5400				
5600	4520	4860	5210					

Field Limit Weight (1000 KG)

WIND CORR'D FIELD LENGTH (M)	AIRPORT PRESSURE ALTITUDE (FT)					
	0	2000	4000	6000	8000	10000
2000	36.8					
2200	42.0	39.5	37.1			
2400	47.2	44.4	41.7	39.0	36.3	
2600	52.5	49.4	46.4	43.4	40.5	37.6
2800	57.7	54.3	51.1	47.9	44.6	41.5
3000	62.9	59.2	55.7	52.2	48.8	45.3
3200	68.6	64.1	60.3	56.4	52.7	49.1
3400	72.5	69.4	64.8	60.6	56.7	52.8
3600		72.5	69.7	64.9	60.6	56.5
3800			72.5	69.5	64.5	60.2
4000				72.5	68.9	63.8
4200					72.5	68.0
4400						71.6

Abbildung 3.3: Landing Field Limit Weight - Dry Runway, based on anti-skid inoperative and manual speedbrakes (aus Boeing 737 Operations Manual Part B, Volume 1 (27.September 2004), PD.12.2)

Landing Field Limit Weight - Wet Runway

Flaps 40

Based on anti-skid operative and automatic speedbrakes

Wind Corrected Field Length (M)

FIELD LENGTH AVAILABLE (M)	WIND COMPONENT (KTS)							
	-15	-10	-5	0	10	20	30	40
1000				1000	1080	1150	1220	1300
1200		970	1080	1200	1280	1360	1440	1520
1400	1050	1150	1270	1400	1490	1570	1650	1750
1600	1230	1340	1460	1600	1690	1780	1870	1970
1800	1400	1530	1650	1800	1890	1990	2090	2190
2000	1580	1710	1850	2000	2100	2200	2310	2420
2200	1760	1900	2040	2200	2300	2410	2530	2640
2400	1940	2090	2230	2400	2510	2620	2750	2860
2600	2110	2270	2420	2600	2710	2830	2960	3090
2800	2290	2460	2610	2800	2910	3030	3180	
3000	2470	2650	2810	3000	3120			
3200	2650	2830	3000					

Field Limit Weight (1000 KG)

WIND CORR'D FIELD LENGTH (M)	AIRPORT PRESSURE ALTITUDE (FT)					
	0	2000	4000	6000	8000	10000
1200	39.1	36.7				
1400	48.4	45.5	42.8	40.2	37.7	
1600	57.1	54.4	51.3	48.2	45.3	42.3
1800	64.5	61.3	58.5	55.6	52.6	49.3
2000	71.9	68.5	64.8	61.6	58.6	55.7
2200	72.5	72.5	71.4	67.9	64.1	60.8
2400			72.5	72.5	69.9	66.3
2600					72.5	71.5

Decrease field limit weight by 4450 kg when using manual speedbrakes.

Abbildung 3.4: Landing Field Limit Weight - Wet Runway, based on anti-skid operative and automatic speedbrakes (aus Boeing 737 Operations Manual Part B, Volume 1 (27.September 2004), PD.12.3)

737 Flight Crew Operations Manual

Landing Field Limit Weight - Wet Runway

Flaps 40

Based on ~~anti-skid inoperative~~ and manual speedbrakes

Wind Corrected Field Length (M)

FIELD LENGTH AVAILABLE (M)	WIND COMPONENT (KTS)							
	-15	-10	-5	0	10	20	30	40
1800					1950	2130	2290	2480
2000				2000	2150	2340	2510	2700
2200			1930	2200	2360	2550	2730	2930
2400			2120	2400	2570	2760	2950	3160
2600		2020	2310	2600	2770	2980	3170	3380
2800	1940	2210	2510	2800	2980	3190	3390	3610
3000	2110	2390	2700	3000	3190	3400	3610	3830
3200	2290	2580	2890	3200	3390	3610	3820	4060
3400	2470	2770	3080	3400	3600	3820	4040	4290
3600	2650	2950	3270	3600	3810	4040	4260	4510
3800	2830	3140	3460	3800	4010	4250	4480	4740
4000	3010	3320	3650	4000	4220	4460	4700	4960
4200	3190	3510	3850	4200	4430	4670	4920	5190
4400	3370	3700	4040	4400	4630	4880	5140	5410
4600	3550	3880	4230	4600	4840	5100	5360	5640
4800	3730	4070	4420	4800	5050	5310	5580	5870
5000	3910	4250	4610	5000	5250	5520	5790	6090
5200	4090	4440	4800	5200	5460	5730	6010	
5400	4270	4630	4990	5400	5670	5940		
5600	4440	4810	5190	5600	5870	6160		

Field Limit Weight (1000 KG)

WIND CORR'D FIELD LENGTH (M)	AIRPORT PRESSURE ALTITUDE (FT)					
	0	2000	4000	6000	8000	10000
2400	39.1	36.7				
2600	43.6	41.0	38.5	36.0		
2800	48.1	45.3	42.5	39.8	37.0	
3000	52.7	49.6	46.6	43.6	40.6	37.7
3200	57.3	53.9	50.7	47.5	44.3	41.1
3400	61.8	58.2	54.7	51.2	47.9	44.5
3600	66.8	62.4	58.7	54.9	51.4	47.8
3800	71.3	67.1	62.6	58.6	54.8	51.1
4000	72.5	71.2	66.9	62.3	58.2	54.3
4200		72.5	70.8	66.2	61.6	57.5
4400			72.5	70.0	65.2	60.6
4600				72.5	68.9	63.8
4800					72.3	67.5
5000					72.5	70.7
5200						72.5

Abbildung 3.5: Landing Field Limit Weight - Wet Runway, based on anti-skid inoperative and manual speedbrakes (aus Boeing 737 Operations Manual Part B, Volume 1 (29.März 2004), PD.12.4)

Lösung

- a) Wind Corrected Field Length: 1 940m
Field Limit Weight: 73 160kg

1 800		1 890
1 850		1 940
2 000		2 090

	0	500	2.000
1 800	72 500		70 800
1 940	73 550	73 160	71 990
2 000	74 000		72 500

- b) Wind Corrected Field Length: 1 990m; Corrected Field Length für Field Limit Weight beginnt erst bei 2 000m. Bei geringerer Länge ist eine Landung überhaupt nicht möglich.
- c) Wind Corrected Field Length: $1\,890 + 0,25 * (2\,100 - 1\,890) = 1\,942,5$ m;
Field Limit Weight: $64.500 + (142,5 / 200) * (71\,900 - 64\,500) = 69\,772,5$ kg
 $61\,300 + (142,5 / 200) * (68\,500 - 61\,300) = 66\,430$ kg
 $69\,772,5 - 0,25 * (69\,772,5 - 66\,430) = 68\,937$ kg

1 800		1 890
1 850		1 942,5
2 000		2 100

- d) Wind Corrected Field Length: 3 190 m
Field Limit Weight: 56 078kg

	0	500	2 000
2 400	39 100		36 700
3 190	56 874	56 077.5	53 685
2 600	43 600		41 000

e) mögliche Payload aus c) 15 937kg, mögliche Payload aus a) 20 160kg.
Es können 26,5% mehr Payload transportiert werden.

f) Die Landung kann nicht in Bristol erfolgen.

3.5 Kreditrisiko

Überblick

Um das Ausfallrisiko von Krediten zu beurteilen, werden Firmen von Ratingagenturen in verschiedene Ratingklassen eingeteilt, welche über die Bonität des Kreditnehmers Auskunft geben. Die geschätzten, möglichen Ratingveränderungen nach Ablauf eines Jahres werden in einer Migrationsmatrix zusammengefasst.

Notwendige Kenntnisse

- Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung
- Matrizen als Tabellen verstehen
- einfache Matrixrechnung

Wenn Banken Kredite an Firmen oder Kunden vergeben, müssen sie damit rechnen, dass unter Umständen am Ende nicht die ganze Kreditsumme zurückgezahlt wird weil der Kreditnehmer zahlungsunfähig geworden ist oder sich im Konkurs befindet. In diesem Fall spricht man von einem Kreditausfall. Um das Risiko

für einen solchen Ausfall abzuschätzen teilen Banken ihre Kunden in sogenannte Ratingklassen ein. Jede Ratingklasse entspricht dann einer bestimmten Ausfallswahrscheinlichkeit.

Die Banken können bei der Einteilung in Ratingklassen entweder ihre eigenen Ratingmethoden verwenden, oder sich auf die Information von großen Ratingagenturen (Standard&Poors, Moody's, Fitch) verlassen, die für große Firmen eine solche Einteilung in Ratingklassen vornehmen. Standard&Poors unterscheidet beispielsweise zwischen 8 verschiedenen Ratingklassen AAA (die höchste Bonität oder Kreditwürdigkeit, kleinste Ausfallswahrscheinlichkeit), AA, A, BBB, BB, B, CCC und Default. CCC ist somit die Klasse an Unternehmen mit der höchsten Ausfallswahrscheinlichkeit und der geringsten Bonität, die Klasse Default sind jene Unternehmen die bereits im Ausfall sind.

Anhand von historischen Daten erstellen die Ratingagenturen Migrationsmatrizen, welche die Wahrscheinlichkeit angeben, dass ein Kreditnehmer, abhängig von seinem aktuellen Rating, sich nach Ablauf eines Jahres in einer anderen Ratingstufe befindet (oder wieder der gleichen) ¹.

Das Element in der i-ten Zeile und j-ten Spalte einer Migrationsmatrix gibt dabei die Wahrscheinlichkeit an, dass ein Unternehmen welches sich aktuell in der i-ten Ratingklasse befindet nach einem Jahr in die j-te Ratingklasse gestuft wird. Eine vereinfachte Migrationsmatrix, wo nur zwischen 4 Klassen unterschieden wird, könnte so aussehen:

Von / nach	A	B	C	D
A	89%	8%	2%	1%
B	7%	78%	12%	3%
C	3%	21%	70%	6%
D	0%	0%	0%	100%

¹siehe z. B. Schönbucher (2003) Kapitel 8

Aufgaben

- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Firma aus der Ratingklasse A im folgenden Jahr schlechter eingestuft wird?
- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Unternehmen, das in Ratingklasse C eingestuft ist, im nächsten Jahr mindestens gleich gut eingestuft wird?
- Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein Unternehmen der besten Ratingklasse nach 2 Jahren ausgefallen ist (unter der Annahme dass die Migrationsmatrix gleich bleibt)!
- Berechne unter der Annahme, dass sich die einjährige Migrationsmatrix nicht ändert die zweijährige Migrationsmatrix!

Lösung

- $8\% + 2\% + 1\% = 11\%$
- $3\% + 21\% + 70\% = 94\%$
- $1 + 0,89 + 0,08 * 0,03 + 0,02 * 0,06 = 1,8936\%$
- Die zweijährige Migrationsmatrix entspricht dem Matrixprodukt $A * A$.

$$A * A = \begin{pmatrix} 0,7983 & 0,1378 & 0,0414 & 0,0225 \\ 0,1205 & 0,6392 & 0,179 & 0,0613 \\ 0,0624 & 0,3132 & 0,5158 & 0,1086 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ausgedrückt in Prozent und gerundet:

$$A * A = \begin{pmatrix} 80 & 14 & 4 & 2 \\ 12 & 64 & 18 & 6 \\ 6 & 31 & 52 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 100 \end{pmatrix}$$

3.6 Kreditportfolio 1

Überblick

Da Banken üblicherweise große Portfolien aus unterschiedlichen Krediten haben, spielen die Korrelationen im Kreditportfolio eine entscheidende Rolle. Mit verschiedenen Ansätzen versucht man, die möglichen Verluste zu modellieren. Im Fall von unabhängigen Krediten kann die Verlustverteilung mittels Binomialverteilung beschrieben werden.

Notwendige Kenntnisse

- Binomialverteilung

Ein Kreditportfolio ist eine Menge von mehreren einzelnen Krediten, die oft ganz unterschiedlich ausgestaltet sein können. Banken sind bei Krediten immer mit dem Risiko konfrontiert, dass Kreditnehmer ihre Raten oder den gesamten Kredit nicht vollständig zurückzahlen können. Das kann z.B. der Fall sein, wenn eine Firma, die einen Firmenkredit aufgenommen hat, plötzlich eine schlechtere Auftragslage hat, oder ein Privater seinen Hausbaukredit nicht mehr zahlen kann weil er seinen Job verloren hat. Dieses Ausfallrisiko müssen Banken versuchen einzuschätzen, damit nicht die Solvenz (Zahlungsfähigkeit) und damit die Existenz der Bank selber gefährdet ist. Eine besonders große Rolle spielen bei Kreditportfolios natürlich Abhängigkeiten (Korrelationen) zwischen einzelnen Krediten: wenn viele Firmenkredite an eine bestimmte Branche vergeben wurden, und die gesamte Branche in Schwierigkeiten gerät, kann das für die Bank durch eine große Anzahl an gleichzeitigen Kreditausfällen fatale Folgen haben. Wenn

das Portfolio gut diversifiziert (gestreut) ist, ist die Wahrscheinlichkeit so hohe Verluste zu erleiden viel geringer. Ein Extremfall ist dabei ein vollkommen unabhängiges Kreditportfolio:

Beispiel: unabhängiges Kreditportfolio - Binomialverteilung

Ein Kreditportfolio besteht aus 75 einzelnen Krediten mit einer Ausfallswahrscheinlichkeit von jeweils 4,5 Prozent. Die Kredite werden als voneinander unabhängig betrachtet. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dass a) genau 3 Kredite und b) mehr als 3 Kredite ausfallen?

Lösung

Nach der Formel für die Binomialverteilung - die Ausfälle der unabhängigen Kredite entsprechen genau einem Bernoulli Experiment.

$$\text{a) } P[X = 3] = \frac{75!}{(3!72!)} 0,045^3 0,955^{72} = 22,35\%$$

$$\text{b) } P[X > 3] = 1 - P[X = 0] - \dots - P[X = 3] = 66,16\%$$

3.7 Kreditportfolio 2

Überblick

Um Korrelationen in einem Kreditportfolio zu beschreiben, wurde von der Ratingagentur Moody's die Einführung von Diversity Scores vorgeschlagen. Diese schätzen die Anzahl unabhängiger Kreditnehmer in einem homogenen Vergleichsportfolio.

Notwendige Kenntnisse

- Komplexen Sachverhalt verstehen und formal beschreiben

Eine Möglichkeit, Korrelationen in einem Kreditportfolio zu beschreiben, ist die Verwendung von Diversity Scores². Der Diversity Score und die Binomial Expansion Technique sind von einer der großen Ratingagenturen Moody's entwickelt worden und basiert auf der Idee, anstatt die Verlustverteilung des ursprünglichen Kreditportfolios zu berechnen, ein homogenes Vergleichsportfolio zu konstruieren: in diesem künstlichen Portfolio sind alle Nominalbeträge der Kredite, alle Ausfallswahrscheinlichkeiten usw. gleich (die Kredite sind also alle gleich ausgestattet); zusätzlich wird unterstellt, dass die Kredite unabhängig sind. Der entscheidende Parameter bei diesem Modell ist die Anzahl n von Krediten in diesem Vergleichsportfolio. Diese Anzahl n misst also die Diversifizierung im Kreditportfolio und wird deshalb auch Moody's Diversity Score genannt. Die anderen Parameter wie Nominale, Ausfallswahrscheinlichkeit werden aus den Kreditdaten gemittelt.

Berechnung des Diversity Scores

Der Diversity Score eines Portfolios gibt an, aus wie vielen unabhängigen Krediten das Vergleichsportfolio besteht. Ausgangspunkt für die Berechnung des Diversity Score ist die Zugehörigkeit der einzelnen Unternehmen (es geht hier meist um Unternehmenskredite) zu verschiedenen Industriegruppen. Es wird angenommen, dass Kredite aus unterschiedlichen Industriegruppen unabhängig voneinander sind. Je mehr Unternehmen in einer Industriegruppe sind, desto geringer der Diversity Score im Vergleich zur Anzahl an Unternehmen. Nachfolgende Graphik gibt an wie hoch der Diversity Score ist, wenn das Kreditportfolio aus einer gewissen Anzahl an Firmen in der gleichen Industrie besteht (bei mehr als 10 Unternehmen muss eine Fallunterscheidung gemacht werden):

Das bedeutet, dass sich z.B. 3 Unternehmen aus einer Industriegruppe nur wie 2 unabhängige Kredite verhalten, und dass sich 6 Unternehmenskredite aus einer Industrie wie 3 unabhängige verhalten. Die Diversity Scores bei verschiedenen Industriegruppen im Portfolio können dann einfach addiert werden.

²siehe z. B. Schönbucher (2003) Kapitel 10

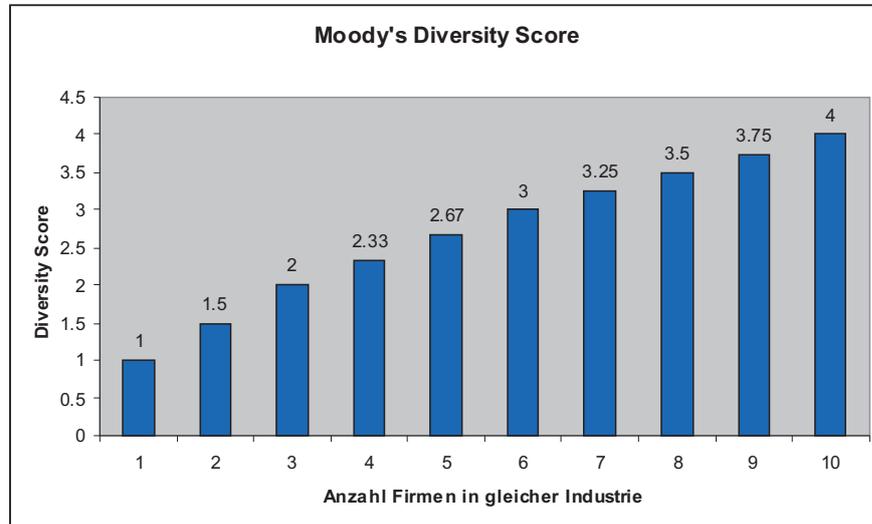


Abbildung 3.6: Diversity Score nach Moody's (siehe Moody's Investors Service)

Aufgabe

In einem Kreditportfolio befinden sich 13 Kredite, wobei 8 Kredite der Industrie 'Transportation' und 5 Kredite der Industrie 'Leisure' zuzuordnen sind. Wie groß ist der Diversity Score dieses Portfolios?

Lösung

Diversity Score der Transportation Kredite: $D(8) = 3.5$

Diversity Score der Leisure Kredite: $D(5) = 2.67$

Insgesamt ergibt sich ein Diversity Score von $3.5 + 2.67 = 6.17$.

Das Portfolio aus 13 Krediten verhält sich also so wie ein homogenes Portfolio aus 6.17 Krediten.

3.8 Durchstarten 1

Überblick

Bei der Landung eines Passagierflugzeuges ist das Gesamtgewicht des Flugzeuges nicht nur für die eigentliche Landung, sondern auch für ein eventuelles Durchstarten ein limitierender Faktor. Dieses Gewichtslimit kann durch verschiedene Maßnahmen verändert werden. In diesem Beispiel wird das maximal mögliche Gewicht eines Passagierflugzeuges unter verschiedenen Voraussetzungen berechnet.

Notwendige Kenntnisse

- Lesen und Interpretieren von Tabellen
- Interpolieren

Für ein eventuelles Durchstarten beim Landeanflug (z.B. aufgrund blockierter Landebahn, schlechter Sicht,...) muss das maximal mögliche Gewicht (landing climb limit weight) ermittelt werden, bei dem ein ausreichend großer Steiggradient erreicht werden kann. Für jede Anflugart auf jede Landebahn wird ein Manöver entwickelt und eine Entscheidungshöhe zum Durchstarten festgelegt, sodass man mit genügend Sicherheitsabstand zu Hindernissen genügend Höhe gewinnen kann um einen neuen Anflug zu starten oder zu einem Ausweichflughafen fliegen zu können. Ein Triebwerksausfall zum ungünstigsten Zeitpunkt wird dabei berücksichtigt.

Wir planen einen Instrumentenanflug auf Nürnberg in westlicher Richtung. Die Temperatur beträgt 12°C , der Flughafen liegt 1 000ft über dem Meeresspiegel (Airport Pressure Altitude). Die Klimaanlage bleibt für die Landung eingeschaltet (engine bleed for packs on), die Enteisung für die Vorderkante der Triebwerke bzw. der Tragflächen wird nicht benötigt (engine anti-ice off, wing anti-ice off).

Aufgaben

- a) Ermitteln Sie aus Abbildung. 3.7 das Landing Climb Limit Weight!
- b) Wie hoch ist das Landing Climb Limit Weight, wenn man die Klimaanlage ausschaltet?
Hinweis: Beachten Sie die Fußnoten im Anschluss an die Tabelle!
- c) Wie hoch ist das Landing Climb Limit Weight, wenn während des Fluges durch eiskritische Zonen geflogen wurde und die Temperatur in Nürnberg unter 10°C liegt?
- d) Wie hoch ist das Landing Climb Limit Weight, wenn während des Fluges durch eiskritische Zonen geflogen wurde, die Temperatur in Nürnberg unter 10°C liegt und zusätzlich Engine anti-ice und Wing anti-ice für die Landung eingeschaltet werden müssen?

Landing Climb Limit Weight

Valid for approach with Flaps 15 and landing with Flaps 40
 Based on engine bleed for packs on and anti-ice off

AIRPORT OAT (°C)	LANDING CLIMB LIMIT WEIGHT (1000 KG)						
	AIRPORT PRESSURE ALTITUDE (FT)						
	-2000	0	2000	4000	6000	8000	10000
54	56.7	54.1					
52	57.8	55.2					
50	59.0	56.3	52.7				
48	60.2	57.5	53.8				
46	61.4	58.6	54.8	51.2			
44	62.6	59.8	55.9	52.2			
42	63.9	60.9	57.0	53.2	49.1		
40	65.2	62.1	58.1	54.2	50.1		
38	66.5	63.4	59.3	55.3	51.1	46.3	
36	67.7	64.7	60.5	56.4	52.2	47.2	
34	69.0	66.0	61.6	57.5	53.2	48.2	44.3
32	69.0	67.3	62.8	58.6	54.2	49.1	45.2
30	69.1	68.5	64.0	59.7	55.1	50.1	46.1
28	69.2	68.6	65.1	60.7	56.1	51.0	47.0
26	69.2	68.7	66.3	61.8	57.2	51.9	47.9
24	69.3	68.7	66.4	63.0	58.2	52.8	48.8
22	69.4	68.8	66.4	64.1	59.3	53.9	49.7
20	69.4	68.8	66.5	64.2	60.3	54.9	50.6
18	69.5	68.9	66.5	64.2	61.3	56.1	51.5
16	69.5	68.9	66.6	64.2	61.3	57.4	52.4
14	69.6	69.0	66.6	64.3	61.4	58.5	53.5
12	69.6	69.0	66.6	64.3	61.4	58.6	54.7
10	69.7	69.1	66.7	64.4	61.4	58.6	55.7
-40	70.2	69.5	67.2	64.9	61.9	59.0	56.0

With engine bleed for packs off, increase weight by 1050 kg.

With engine anti-ice on, decrease weight by 200 kg.

With engine and wing anti-ice on, decrease weight by 800 kg.

When operating in icing conditions during any part of the flight with forecast landing temperature below 10°C, decrease weight by 4550 kg.

Abbildung 3.7: Landing Climb Limit Weight (aus Boeing 737 Operations Manual Part B, Volume 1 (29.März 2004), PD.12.5)

Lösung

a) $(69\,000 + 66\,600) / 2 = 67\,800\text{kg}$

b) $67\,800\text{kg} + 1\,050\text{kg} = 68\,850\text{kg}$

c) $67\,800\text{kg} - 4\,550\text{kg} = 63\,250\text{kg}$

d) $67\,800\text{kg} - 4\,550\text{kg} - 800 = 62\,450\text{kg}$

3.9 Durchstarten 2

Überblick

Ein Passagierflugzeug muss für den Fall, dass es während eines Landeanfluges durchstarten muss, einen bestimmten Mindeststeiggradienten schaffen um Hindernisse sicher zu überfliegen. In diesem Beispiel werden Steiggradienten eines Flugzeuges unter verschiedenen Voraussetzungen berechnet. Anhand dieser Gradienten ergeben sich verschiedene Szenarien für einen Landeanflug.

Notwendige Kenntnisse

- Erfassen komplexer Aufgabenstellung
- Lesen und Interpretieren von Tabellen
- Interpolieren
- Prozentrechnung
- Kreative Lösungen finden

Für jede Anflugart auf jede Landebahn wird ein Manöver entwickelt und eine Entscheidungshöhe zum Durchstarten (Go-Around) festgelegt, sodass man mit genügend Sicherheitsabstand zu Hindernissen genügend Höhe gewinnen kann um einen neuen Anflug zu starten oder zu einem Ausweichflughafen fliegen zu

können. Ein Triebwerksausfall zum ungünstigsten Zeitpunkt wird dabei berücksichtigt. Wir betrachten einen Fall, bei dem bereits ein Triebwerk ausgefallen ist (Engine Inop) und die Landung mit nur einem Triebwerk erfolgen muss. Für einen eventuellen Go-Around beim Landeanflug (z.B. aufgrund blockierter Landebahn, schlechter Sicht,...) muss der Gradient bestimmt werden, den das Flugzeug im Steigflug schafft (Go-Around Climb Gradient) um sicher gehen zu können, dass Hindernisse (ansteigendes Gelände, Antennen, Berge,...) mit genügend Sicherheitsabstand überflogen werden können. Sollte dieser berechnete Gradient für die gegebene Landschaft zu gering sein, kann die Entscheidungshöhe für den Go-Around angehoben werden. Reicht das noch immer nicht aus, kann eine Landung auf diesem Flughafen mit diesem Gewicht nicht erfolgen und es muss zum Ausweichflughafen geflogen werden.

Im Anschluss finden Sie Tabellen vom Flugzeughersteller Boing mit Werten einer 737. Mit dem erhaltenen Wert aus einer Tabelle geht man in die nächste und ermittelt den Korrekturfaktor. Beachten Sie auch die Fußnoten unter der dritten Tabelle!

Wir planen einen Instrumentenanflug auf Salzburg (ILS 16) in südöstlicher Richtung (Abbildung. 3.8). Die Temperatur beträgt 22°C (OAT...Outside Air Temperature), der Flughafen liegt 1 400ft über dem Meeresspiegel (Airport Pressure Altitude), das Gewicht des Flugzeugs beträgt 60 000kg und die Landung erfolgt mit einer Geschwindigkeit von $V_{ref} 40+5$ (Speed). Die Klimaanlage bleibt für die Landung eingeschaltet (engine bleed for packs on), die Enteisung für die Vorderkante der Triebwerke bzw. der Tragflächen wird nicht benötigt (engine anti-ice off, wing anti-ice off). Aus der Anflugkarte ist abzulesen, dass die Entscheidungshöhe für einen Go-Around in 2 000 Fuß liegt, wenn das Flugzeug einen Steiggradient von mindestens 3% schafft. Liegt der Steiggradient zwischen 2,5% und 3%, so liegt die Entscheidungshöhe in 2 190 Fuß. Liegt er darunter kann nicht in Salzburg gelandet werden.

Aufgaben

- a) Ermitteln Sie aus Tabelle PD.12.6 den Go-Around Climb Gradient!
Anleitung: Ermitteln Sie zuerst den Go-Around Climb Gradient bei der angegebenen Umgebungstemperatur und Meereshöhe des Flughafens in der ersten Tabelle. Mit dem erhaltenen Wert führen Sie nun zuerst eine Gewichtskorrektur und danach eine Geschwindigkeitskorrektur durch. Das ergibt den genauen Go-Around Climb Gradient.
- b) Kann unter den gegebenen Voraussetzungen ein Landeanflug in Salzburg erfolgen? Falls ja, wie hoch ist die Entscheidungshöhe?
Hinweis: Verwenden Sie Abbildung. 3.8! Auf der Anflugkarte finden Sie verschiedene Entscheidungshöhen in Abhängigkeit des Steiggradienten des Flugzeuges (schafft das Flugzeug zum Beispiel einen Steiggradienten von 2.8%, so benutzt man den Wert von 2.5%, schafft es 3% oder mehr benutzt man den Wert von 3%). Angegeben finden Sie den Steiggradienten, darunter die Kategorie des Flugzeuges und darunter die Entscheidungshöhe. Eine Boeing 737 ist ein Flugzeug der Kategorie C.
- c) Kann ein Landeanflug unter obigen Bedingungen, jedoch bei einem Flugzeuggewicht von 65 000kg erfolgen? Wenn ja, wie hoch ist die Entscheidungshöhe?
- d) Kann ein Landeanflug unter obigen Bedingungen, jedoch bei Verwendung der Enteisung der Vorderkante der Triebwerke und Tragflächen (engine and wing anti-ice on) erfolgen? Wenn ja, wie hoch ist die Entscheidungshöhe?
Hinweis: Beachten Sie die Fußnoten im Anschluss an die Tabelle!
- e) Wie könnte man möglichst einfach unter den Voraussetzungen aus d) eine Entscheidungshöhe von 2 100 Fuß erreichen?
- f) Was könnte man machen um bei Bedingungen aus c) doch einen Landeanflug machen zu können?

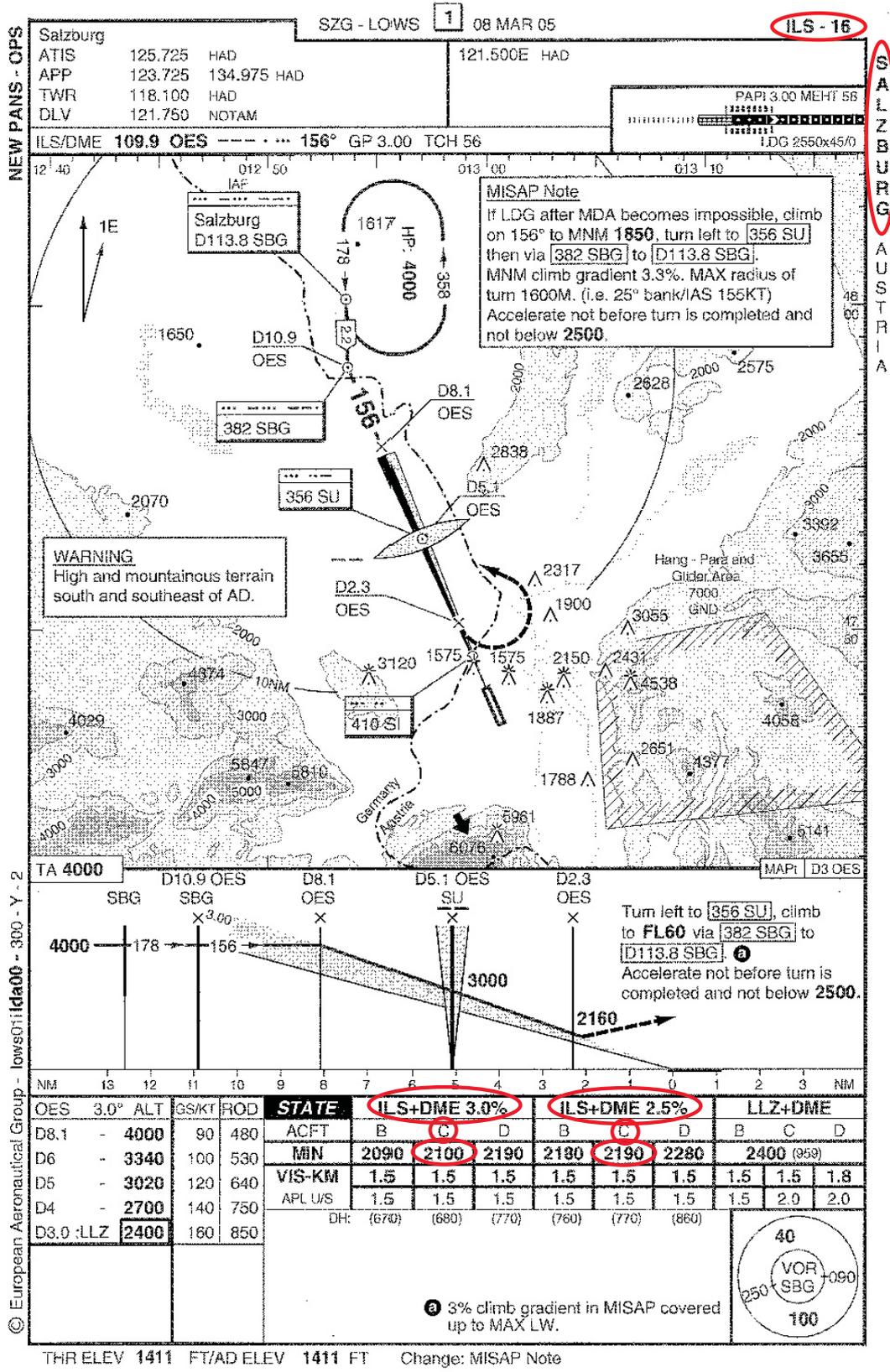


Abbildung 3.8: Anflugblatt ILS 16 in Salzburg (aus European Aeronautical Group (8.März 2005), Salzburg ILS 16)

ENGINE INOP

Go-Around Climb Gradient

Flaps 15

Based on engine bleed for packs on and anti-ice off

OAT (°C)	REFERENCE GO-AROUND GRADIENT (%)					
	PRESSURE ALTITUDE (FT)					
	0	2000	4000	6000	8000	10000
54	2.76					
50	3.30	2.41				
46	3.87	2.93	2.04			
42	4.43	3.46	2.52	1.56		
38	5.03	4.02	3.05	2.03	0.87	
34	5.65	4.60	3.59	2.53	1.32	
30	6.27	5.17	4.11	3.00	1.79	0.84
26	6.31	5.72	4.63	3.49	2.22	1.27
22	6.33	5.74	5.19	4.02	2.69	1.70
18	6.36	5.77	5.21	4.51	3.25	2.13
14	6.38	5.79	5.23	4.53	3.85	2.63
10	6.41	5.81	5.25	4.54	3.87	3.19

Gradient Adjustment for Weight (%)

WEIGHT (1000 KG)	REFERENCE GO-AROUND GRADIENT (%)							
	0	1	2	3	4	5	6	7
65	-2.35	-2.53	-2.84	-3.11	-3.36	-3.61	-3.86	-4.08
60	-1.72	-1.84	-2.06	-2.25	-2.43	-2.61	-2.79	-2.96
55	-0.93	-1.01	-1.13	-1.24	-1.34	-1.44	-1.53	-1.62
50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
45	1.12	1.24	1.36	1.48	1.61	1.74	1.87	2.01
40	2.53	2.84	3.09	3.36	3.65	3.96	4.24	4.60

Gradient Adjustment for Speed (%)

SPEED (KIAS)	WEIGHT ADJUSTED GO-AROUND GRADIENT (%)											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
VREF40	-0.33	-0.34	-0.35	-0.36	-0.36	-0.36	-0.36	-0.36	-0.36	-0.36	-0.36	-0.36
VREF40+5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
VREF40+10	0.17	0.18	0.18	0.19	0.19	0.19	0.18	0.18	0.18	0.18	0.18	0.17
VREF40+15	0.28	0.29	0.29	0.29	0.28	0.27	0.26	0.25	0.24	0.24	0.24	0.22
VREF40+20	0.32	0.33	0.32	0.30	0.27	0.25	0.23	0.22	0.21	0.20	0.19	0.18
VREF40+25	0.31	0.29	0.25	0.21	0.18	0.15	0.13	0.11	0.09	0.08	0.06	0.04
VREF40+30	0.24	0.19	0.12	0.05	-0.02	-0.06	-0.08	-0.09	-0.11	-0.13	-0.17	-0.19

With engine bleed for packs off, increase gradient by 0.3%.
 With engine anti-ice on, decrease gradient by 0.1%.
 With engine and wing anti-ice on, decrease gradient by 0.3%.
 When operating in icing conditions during any part of the flight with forecast landing temperatures below 10°C, decrease gradient by 0.6%.

Abbildung 3.9: Go-around Climb Gradient (aus Boeing 737 Operations Manual Part B, Volume 1 (28.März 2005), PD.12.6)

Lösung

- a) $6,33 - (6,33 - 5,74) / 2000 * 1400 = 5,917$
 $5,917\% - 2,775\% + 0\% = 3,142\%$
- b) Landeanflug kann erfolgen, Entscheidungshöhe 2 100 Fuß.
- c) $5,917\% - 3,839\% + 0\% = 2,078\%$; Landeanflug kann nicht erfolgen.
- d) $5,917\% - 2,775\% + 0\% - 0,3\% = 2,842\%$ Landeanflug kann erfolgen, Entscheidungshöhe 2 190 Fuß.
- e) Erhöhung der Anfluggeschwindigkeit um 5 Knoten $V_{ref} 40+10 \Rightarrow + 0,19\%$
 $5,917\% - 2,775\% + 0,19\% - 0,3\% = 3,032\% \Rightarrow$ Landeanflug kann erfolgen, Entscheidungshöhe 2.100 Fuß.
- f) Anfluggeschwindigkeit um 5 Knoten erhöhen ($V_{ref} 40+10$) $\Rightarrow + 0,188\%$
 und Klimaanlage ausschalten $\Rightarrow + 0,3\% \Rightarrow 5,917\% - 3,839\% + 0,188\% + 0,3\% = 2,566\%$; Landeanflug kann erfolgen, Entscheidungshöhe 2 190 Fuß.

3.10 Heiße Bremsen**Überblick**

Die Bremsen eines Flugzeuges müssen nach jeder Landung auskühlen. Die Länge der Mindestauskühlzeit ist von verschiedenen Faktoren abhängig. In diesem Beispiel werden Mindestkühlzeiten unter verschiedenen Voraussetzungen berechnet und so Rückschlüsse auf die Stärke des Einflusses dieser Faktoren gewonnen.

Notwendige Kenntnisse

- Lesen und Interpretieren von Tabellen
- Interpolieren

Nach der Landung eines Flugzeugs auf einer kurzen Landebahn kann es passieren, dass die Bremsen durch die starke Beanspruchung eine zu hohe Temperatur für einen sofortigen Start haben. (Die Bremsen hätten im Falle einer Notbremsung beim Start nicht die volle Bremsleistung). Deshalb muss berechnet werden, wie lange das Flugzeug am Boden stehen bleiben muss bevor es wieder abheben darf. Die Erwärmung der Bremsen ist abhängig von verschiedenen Faktoren:

- Gewicht des Flugzeuges
- Geschwindigkeit gegenüber dem Boden beim Aufsetzen
- Umgebungstemperatur
- Meereshöhe der Landebahn
- Betätigen der Schubumkehr (oder nicht)
- Intensität der Bremsbetätigung

Um zu berechnen wie lange die Bremsen abkühlen müssen bevor wieder gestartet werden kann finden Sie im Anhang 3 Tabellen vom Flugzeughersteller Boeing mit Daten einer 737. In der ersten Tabelle finden Sie die von den Bremsen aufgenommene Bremsenergie (in Millions of Foot Pounds). Auf der Y - Achse finden Sie das Flugzeuggewicht in Tonnen und die Umgebungstemperatur in °C. Auf der X - Achse finden Sie die Aufsetzgeschwindigkeit in Knoten (KIAS) und die Meereshöhe der Landebahn (Pressure Altitude). Interpolieren Sie gegebenenfalls!

Mit dem so berechneten Wert gehen Sie in die 2. Tabelle.

Wählen Sie die zugehörige Tabelle: wenn keine Schubumkehr benutzt wird: Tabelle No Reverse Thrust, wenn sie benutzt wird: Two Engine Reverse Thrust. Auf der Y - Achse finden Sie die Bremsintensität. Mit diesem Wert gehen Sie in die dritte Tabelle (Cooling Time) und bestimmen wie lange das Flugzeug am Boden stehen muss (Ground) bevor die Bremsen wieder voll einsatzfähig sind.

Wir betrachten eine Landung in Korfu, Griechenland. Das Gewicht des Flugzeuges beträgt 70 000kg. Korfu liegt genau auf Meereshöhe und die Umgebungstemperatur beträgt 20°C bei Windstille. Aufgesetzt wird mit einer Geschwindigkeit von 140 Knoten. Gebremst wird mit automatischen Bremsen (AUTOBREAK 2) unter Verwendung der Schubumkehr.

Aufgaben

- a) Welcher der oben genannten Faktoren glauben Sie, wirkt sich am meisten auf die benötigte Cooling Time aus?
- b) Berechnen Sie die Cooling Time unter den gegebenen Voraussetzungen!
- c) Berechnen Sie die Cooling Time unter den gegebenen Voraussetzungen, wenn die Schubumkehr nicht benutzt wird!
- d) Berechnen Sie die Cooling Time unter den obigen Voraussetzungen, jedoch bei einem Gewicht von 75 000kg!
- e) Berechnen Sie die Cooling Time unter den obigen Voraussetzungen, jedoch bei einer Außentemperatur von 30°C!
- f) Berechnen Sie die Cooling Time unter den obigen Voraussetzungen, jedoch bei einer Aufsetzgeschwindigkeit von 160 Knoten!
- g) Berechnen Sie die Cooling Time unter den obigen Voraussetzungen, jedoch unter der Annahme, dass sich die Landebahn auf einer Meereshöhe von 5 000 Fuß befindet!
- h) Berechnen Sie die Cooling Time unter den obigen Voraussetzungen, jedoch bei Verwendung manueller Bremsen (MAX MAN)!

ADVISORY INFORMATION

Recommended Brake Cooling Schedule
Reference Brake Energy Per Brake (Millions of Foot Pounds)

WEIGHT (1000 KG)		OAT (°C)		WIND CORRECTED BRAKES ON SPEED (KIAS)																	
				80			100			120			140			160			180		
				PRESSURE ALTITUDE (1000 FT)																	
		0	5	10	0	5	10	0	5	10	0	5	10	0	5	10	0	5	10		
80	0	15.1	16.9	19.1	22.3	25.3	29.0	30.7	35.1	40.4	40.1	46.0	53.1	50.4	57.8	66.7	60.5	69.2	79.9		
	10	15.6	17.4	19.7	23.1	26.2	30.0	31.8	36.3	41.8	41.5	47.5	54.9	52.1	59.7	68.9	62.5	71.5	82.5		
	15	15.8	17.7	20.0	23.4	26.6	30.4	32.3	36.9	42.5	42.2	48.3	55.8	53.0	60.7	70.1	63.5	72.7	83.8		
	20	16.0	17.9	20.2	23.8	27.0	30.9	32.8	37.4	43.1	42.9	49.1	56.7	53.8	61.7	71.1	64.5	73.8	85.0		
	30	16.3	18.3	20.7	24.3	27.6	31.7	33.6	38.4	44.3	44.0	50.4	58.2	55.2	63.3	73.1	66.2	75.8	87.4		
	40	16.5	18.5	21.0	24.7	28.1	32.2	34.2	39.1	45.1	44.8	51.4	59.4	56.3	64.6	74.6	67.6	77.5	89.3		
50	16.6	18.7	21.2	24.9	28.3	32.5	34.5	39.5	45.6	45.3	52.0	60.2	57.1	65.6	75.9	68.7	78.8	91.0			
70	0	13.7	15.3	17.2	20.1	22.7	26.0	27.5	31.4	36.1	35.8	41.0	47.3	44.9	51.4	59.4	54.3	62.2	71.8		
	10	14.1	15.7	17.7	20.8	23.5	26.8	28.4	32.4	37.3	37.0	42.3	48.9	46.4	53.1	61.3	56.1	64.2	74.1		
	15	14.3	16.0	17.9	21.1	23.9	27.3	28.9	32.9	37.9	37.6	43.1	49.7	47.1	54.0	62.4	57.0	65.3	75.3		
	20	14.5	16.2	18.2	21.4	24.2	27.7	29.3	33.5	38.5	38.2	43.7	50.5	47.9	54.9	63.3	57.9	66.3	76.5		
	30	14.8	16.5	18.6	21.9	24.8	28.3	30.0	34.3	39.5	39.2	44.9	51.8	49.1	56.3	65.0	59.5	68.1	78.6		
	40	15.0	16.7	18.8	22.2	25.2	28.8	30.6	34.9	40.2	39.9	45.7	52.8	50.1	57.4	66.4	60.7	69.6	80.3		
50	15.1	16.8	19.0	22.4	25.4	29.1	30.8	35.3	40.6	40.3	46.3	53.5	50.7	58.2	67.4	61.5	70.6	81.7			
60	0	12.4	13.7	15.3	17.9	20.2	22.9	24.3	27.6	31.7	31.4	35.9	41.4	39.2	44.9	51.8	47.6	54.6	63.1		
	10	12.7	14.1	15.7	18.5	20.8	23.7	25.1	28.5	32.7	32.5	37.1	42.8	40.5	46.4	53.6	49.2	56.4	65.2		
	15	12.9	14.3	16.0	18.8	21.1	24.1	25.5	29.0	33.3	33.0	37.7	43.5	41.2	47.2	54.5	50.1	57.4	66.2		
	20	13.0	14.4	16.2	19.0	21.4	24.4	25.9	29.4	33.8	33.5	38.3	44.2	41.9	47.9	55.3	50.9	58.3	67.3		
	30	13.3	14.7	16.5	19.4	21.9	25.0	26.5	30.2	34.6	34.4	39.3	45.3	42.9	49.2	56.8	52.2	59.8	69.1		
	40	13.4	14.9	16.7	19.7	22.3	25.4	26.9	30.7	35.3	35.0	40.0	46.2	43.7	50.1	57.9	53.2	61.0	70.5		
50	13.5	15.0	16.8	19.9	22.4	25.6	27.2	31.0	35.6	35.3	40.5	46.7	44.3	50.8	58.8	53.9	61.9	71.7			
50	0	11.0	12.1	13.4	15.7	17.6	19.9	21.1	23.9	27.3	27.0	30.8	35.4	33.5	38.3	44.2	40.6	46.5	53.7		
	10	11.3	12.4	13.8	16.2	18.2	20.5	21.8	24.6	28.2	27.9	31.8	36.6	34.6	39.6	45.7	41.9	48.0	55.4		
	15	11.5	12.6	14.0	16.4	18.4	20.9	22.1	25.0	28.6	28.4	32.3	37.2	35.2	40.3	46.4	42.6	48.8	56.4		
	20	11.6	12.7	14.1	16.6	18.7	21.1	22.4	25.4	29.1	28.8	32.8	37.8	35.8	40.9	47.2	43.3	49.6	57.3		
	30	11.8	13.0	14.4	17.0	19.1	21.6	22.9	26.0	29.8	29.5	33.7	38.7	36.7	42.0	48.4	44.4	50.9	58.8		
	40	11.9	13.1	14.6	17.2	19.4	21.9	23.3	26.4	30.3	30.0	34.3	39.4	37.3	42.7	49.3	45.3	51.9	60.0		
50	12.0	13.2	14.7	17.3	19.5	22.1	23.5	26.7	30.6	30.3	34.6	39.9	37.7	43.2	50.0	45.8	52.6	60.8			
40	0	9.7	10.5	11.6	13.5	15.0	16.9	17.8	20.1	22.8	22.6	25.6	29.4	27.7	31.6	36.3	33.1	37.8	43.6		
	10	10.0	10.8	11.9	13.9	15.5	17.4	18.4	20.7	23.6	23.3	26.5	30.3	28.6	32.7	37.6	34.2	39.1	45.0		
	15	10.1	11.0	12.0	14.1	15.7	17.7	18.7	21.0	23.9	23.7	26.9	30.8	29.1	33.2	38.2	34.7	39.7	45.8		
	20	10.2	11.1	12.2	14.3	15.9	17.9	18.9	21.3	24.3	24.1	27.3	31.3	29.6	33.7	38.8	35.3	40.3	46.5		
	30	10.3	11.2	12.4	14.6	16.2	18.3	19.3	21.8	24.9	24.6	28.0	32.1	30.3	34.6	39.8	36.2	41.4	47.7		
	40	10.4	11.4	12.5	14.7	16.4	18.5	19.6	22.2	25.3	25.0	28.4	32.6	30.8	35.2	40.5	36.8	42.1	48.6		
50	10.5	11.4	12.6	14.8	16.6	18.7	19.8	22.3	25.5	25.2	28.7	33.0	31.1	35.5	41.0	37.2	42.6	49.3			

To correct for wind, enter table with the brakes on speed minus one half the headwind or plus 1.5 times the tailwind. If ground speed is used for brakes on speed, ignore wind and enter table with sea level, 15°C.

Abbildung 3.10: Recommended Brake Cooling Schedule 1 (aus Boeing 737 Quick Reference Handbook, Performance Inflight (27.September 2004), PI.32.12)

ADVISORY INFORMATION

**Recommended Brake Cooling Schedule
 Adjusted Brake Energy Per Brake (Millions of Foot Pounds)
 No Reverse Thrust**

EVENT		REFERENCE BRAKE ENERGY PER BRAKE (MILLIONS OF FOOT POUNDS)								
		10	20	30	40	50	60	70	80	90
RTO MAX MAN		10	20	30	40	50	60	70	80	90
LANDING	MAX MAN	5.5	15.6	25.4	35.0	44.6	54.6	64.9	75.7	86.9
	MAX AUTO	5.0	14.7	24.1	33.3	42.7	52.5	62.9	73.7	85.1
	AUTOBRAKE 3	4.3	13.4	21.8	29.7	37.7	46.6	56.4	67.1	78.7
	AUTOBRAKE 2	3.7	12.1	19.7	26.4	33.2	41.0	49.8	59.6	70.4
AUTOBRAKE 1		3.1	10.9	17.8	23.6	29.2	35.8	43.1	51.2	60.2

Two Engine Reverse Thrust

EVENT		REFERENCE BRAKE ENERGY PER BRAKE (MILLIONS OF FOOT POUNDS)								
		10	20	30	40	50	60	70	80	90
LANDING	MAX MAN	5.1	14.5	23.6	32.5	41.3	50.5	60.0	69.9	80.0
	MAX AUTO	3.7	11.9	20.0	28.1	36.4	45.5	55.3	65.8	77.0
	AUTOBRAKE 3	1.4	7.3	12.9	18.4	24.3	31.2	39.1	47.9	57.7
	AUTOBRAKE 2		4.0	7.8	11.3	15.1	19.9	25.7	32.5	40.3
AUTOBRAKE 1			2.1	4.6	6.6	8.7	11.6	15.3	19.7	25.0

Cooling Time (Minutes)

		EVENT ADJUSTED BRAKE ENERGY (MILLIONS OF FOOT POUNDS)								
		16 & BELOW	17	20	23	25	28	32	33 TO 48	49 & ABOVE
INFLIGHT GEAR DOWN	NO SPECIAL PROCEDURE		1	2	3	4	5	6	CAUTION	FUSE PLUG MELT ZONE
GROUND	REQUIRED		10	20	30	40	50	60		

Observe maximum quick turnaround limit.

Table shows energy per brake added by a single stop with all brakes operating. Energy is assumed to be equally distributed among the operating brakes. Total energy is the sum of residual energy plus energy added.

Add 1.0 million foot pounds per brake for each taxi mile.

When in caution zone, wheel fuse plugs may melt. Delay takeoff and inspect after one hour.

When in fuse plug melt zone, clear runway immediately. Unless required, do not set parking brake. Do not approach gear or attempt to taxi for one hour. Tire, wheel and brake replacement may be required.

Abbildung 3.11: Recommended Brake Cooling Schedule 2 (aus Boeing 737 Quick Reference Handbook, Performance Inflight (27.September 2004), PI.32.13)

Lösung

- a) Manuelle Bremsen, keine Schubumkehr, hohe Geschwindigkeit,...
- b) Tabelle 1: 38,2 Millions of Foot Pounds (Abbildung. 3.12)
Tabelle 2: (Two Engine Reverse Thrust); AUTOBREAK 2: $7,8 + (11,3 - 7,8) * 8,2 / 10 = 10,67$
Tabelle 3: Cooling Time: No Special Procedure Required (< 10 min)
- c) Tabelle 1: 38,2 Millions of Foot Pounds,
Tabelle 2: (No Reverse Thrust) AUTOBREAK 2: 25,194
Tabelle 3: Cooling Time: 40,65 Minuten
- d) Tabelle 1: 43,7 Millions of Foot Pounds,
Tabelle 2: (Two Engine Reverse Thrust) AUTOBREAK 2: 12,706
Tabelle 3: Cooling Time: No Special Procedure (< 10 min)
- e) Tabelle 1: 39,2 Millions of Foot Pounds,
Tabelle 2: (Two Engine Reverse Thrust); AUTOBREAK 2: 11,02
Tabelle 3: Cooling Time: No Special Procedure Required (< 10 min)
- f) Tabelle 1: 47,9 Millions of Foot Pounds,
Tabelle 2: (Two Engine Reverse Thrust) AUTOBREAK 2: 14,302
Tabelle 3: Cooling Time: No Special Procedure Required (< 10 min)
- g) Tabelle 1: 43,7 Millions of Foot Pounds,
Tabelle 2: (Two Engine Reverse Thrust) AUTOBREAK 2: 12,706
Tabelle 3: Cooling Time: No Special Procedure Required (< 10 min)
- h) Tabelle 1: 38,2 Millions of Foot Pounds,
Tabelle 2: (Two Engine Reverse Thrust) MAX MAN: 30,898
Tabelle 3: Cooling Time: 57,245 Minuten

737 Flight Crew Operations Manual

ADVISORY INFORMATION

Recommended Brake Cooling Schedule

Reference Brake Energy Per Brake (Millions of Foot Pounds)

WEIGHT (1000 KG)		OAT (°C)		WIND CORRECTED BRAKES ON SPEED (KIAS)																	
				80			100			120			140			160			180		
				PRESSURE ALTITUDE (1000 FT)																	
		0	5	10	0	5	10	0	5	10	0	5	10	0	5	10	0	5	10		
80	0	15.1	16.9	19.1	22.3	25.3	29.0	30.7	35.1	40.4	40.1	46.0	53.1	50.4	57.8	66.7	60.5	69.2	79.9		
	10	15.6	17.4	19.7	23.1	26.2	30.0	31.8	36.3	41.8	41.5	47.5	54.9	52.1	59.7	68.9	62.5	71.5	82.5		
	15	15.8	17.7	20.0	23.4	26.6	30.4	32.3	36.9	42.5	42.2	48.3	55.8	53.0	60.7	70.1	63.5	72.7	83.8		
	20	16.0	17.9	20.2	23.8	27.0	30.9	32.8	37.4	43.1	42.9	49.1	56.7	53.8	61.7	71.1	64.5	73.8	85.0		
	30	16.3	18.3	20.7	24.3	27.6	31.7	33.6	38.4	44.3	44.0	50.4	58.2	55.2	63.3	73.1	66.2	75.8	87.4		
	40	16.5	18.5	21.0	24.7	28.1	32.2	34.2	39.1	45.1	44.8	51.4	59.4	56.3	64.6	74.6	67.6	77.5	89.3		
50	16.6	18.7	21.2	24.9	28.3	32.5	34.5	39.5	45.6	45.3	52.0	60.2	57.1	65.6	75.9	68.7	78.8	91.0			
70	0	13.7	15.3	17.2	20.1	22.7	26.0	27.5	31.4	36.1	35.8	41.0	47.3	44.9	51.4	59.4	54.3	62.2	71.8		
	10	14.1	15.7	17.7	20.8	23.5	26.8	28.4	32.4	37.3	37.0	42.3	48.9	46.4	53.1	61.3	56.1	64.2	74.1		
	15	14.3	16.0	17.9	21.1	23.9	27.3	28.9	32.9	37.9	37.6	43.1	49.7	47.1	54.0	62.4	57.0	65.3	75.3		
	20	14.5	16.2	18.2	21.4	24.2	27.7	29.3	33.5	38.5	38.2	43.7	50.5	47.9	54.9	63.3	57.9	66.3	76.5		
	30	14.8	16.5	18.6	21.9	24.8	28.3	30.0	34.3	39.5	39.2	44.9	51.8	49.1	56.3	65.0	59.5	68.1	78.6		
	40	15.0	16.7	18.8	22.2	25.2	28.8	30.6	34.9	40.2	39.9	45.7	52.8	50.1	57.4	66.4	60.7	69.6	80.3		
50	15.1	16.8	19.0	22.4	25.4	29.1	30.8	35.3	40.6	40.3	46.3	53.5	50.7	58.2	67.4	61.5	70.6	81.7			
60	0	12.4	13.7	15.3	17.9	20.2	22.9	24.3	27.6	31.7	31.4	35.9	41.4	39.2	44.9	51.8	47.6	54.6	63.1		
	10	12.7	14.1	15.7	18.5	20.8	23.7	25.1	28.5	32.7	32.5	37.1	42.8	40.5	46.4	53.6	49.2	56.4	65.2		
	15	12.9	14.3	16.0	18.8	21.1	24.1	25.5	29.0	33.3	33.0	37.7	43.5	41.2	47.2	54.5	50.1	57.4	66.2		
	20	13.0	14.4	16.2	19.0	21.4	24.4	25.9	29.4	33.8	33.5	38.3	44.2	41.9	47.9	55.3	50.9	58.3	67.3		
	30	13.3	14.7	16.5	19.4	21.9	25.0	26.5	30.2	34.6	34.4	39.3	45.3	42.9	49.2	56.8	52.2	59.8	69.1		
	40	13.4	14.9	16.7	19.7	22.3	25.4	26.9	30.7	35.3	35.0	40.0	46.2	43.7	50.1	57.9	53.2	61.0	70.5		
50	13.5	15.0	16.8	19.9	22.4	25.6	27.2	31.0	35.6	35.3	40.5	46.7	44.3	50.8	58.8	53.9	61.9	71.7			
50	0	11.0	12.1	13.4	15.7	17.6	19.9	21.1	23.9	27.3	27.0	30.8	35.4	33.5	38.3	44.2	40.6	46.5	53.7		
	10	11.3	12.4	13.8	16.2	18.2	20.5	21.8	24.6	28.2	27.9	31.8	36.6	34.6	39.6	45.7	41.9	48.0	55.4		
	15	11.5	12.6	14.0	16.4	18.4	20.9	22.1	25.0	28.6	28.4	32.3	37.2	35.2	40.3	46.4	42.6	48.8	56.4		
	20	11.6	12.7	14.1	16.6	18.7	21.1	22.4	25.4	29.1	28.8	32.8	37.8	35.8	40.9	47.2	43.3	49.6	57.3		
	30	11.8	13.0	14.4	17.0	19.1	21.6	22.9	26.0	29.8	29.5	33.7	38.7	36.7	42.0	48.4	44.4	50.9	58.8		
	40	11.9	13.1	14.6	17.2	19.4	21.9	23.3	26.4	30.3	30.0	34.3	39.4	37.3	42.7	49.3	45.3	51.9	60.0		
50	12.0	13.2	14.7	17.3	19.5	22.1	23.5	26.7	30.6	30.3	34.6	39.9	37.7	43.2	50.0	45.8	52.6	60.8			
40	0	9.7	10.5	11.6	13.5	15.0	16.9	17.8	20.1	22.8	22.6	25.6	29.4	27.7	31.6	36.3	33.1	37.8	43.6		
	10	10.0	10.8	11.9	13.9	15.5	17.4	18.4	20.7	23.6	23.3	26.5	30.3	28.6	32.7	37.6	34.2	39.1	45.0		
	15	10.1	11.0	12.0	14.1	15.7	17.7	18.7	21.0	23.9	23.7	26.9	30.8	29.1	33.2	38.2	34.7	39.7	45.8		
	20	10.2	11.1	12.2	14.3	15.9	17.9	18.9	21.3	24.3	24.1	27.3	31.3	29.6	33.7	38.8	35.3	40.3	46.5		
	30	10.3	11.2	12.4	14.6	16.2	18.3	19.3	21.8	24.9	24.6	28.0	32.1	30.3	34.6	39.8	36.2	41.4	47.7		
	40	10.4	11.4	12.5	14.7	16.4	18.5	19.6	22.2	25.3	25.0	28.4	32.6	30.8	35.2	40.5	36.8	42.1	48.6		
50	10.5	11.4	12.6	14.8	16.6	18.7	19.8	22.3	25.5	25.2	28.7	33.0	31.1	35.5	41.0	37.2	42.6	49.3			

To correct for wind, enter table with the brakes on speed minus one half the headwind or plus 1.5 times the tailwind. If ground speed is used for brakes on speed, ignore wind and enter table with sea level, 15°C.

Abbildung 3.12: Recommended Brake Cooling Schedule 1 (aus Boeing 737 Quick Reference Handbook, Performance Inflight (27.September 2004), PI.32.12)

3.11 Einkommenssteuer

Überblick

Die Höhe der zu bezahlenden Einkommensteuer ist abhängig von der Höhe des Einkommens. In diesem Beispiel werden Einkommen sowie die zu bezahlenden Steuern berechnet und die Auswirkungen von Lohnerhöhungen betrachtet.

Notwendige Kenntnisse

- Prozentrechnung

Wir betrachten hier eine gute Näherung zur Berechnung des Nettomonats-einkommens. Um die Einkommensteuer zu ermitteln wird das Jahreseinkommen herangezogen. Für die ersten 10 000 Euro muss keine Einkommensteuer bezahlt werden. Für die nächsten 15 000 Euro müssen 38 1/3% Einkommensteuer bezahlt werden. Für die nächsten 26 000 Euro müssen 43,6% Einkommensteuer bezahlt werden und für das Einkommen über 51 000 Euro muss 50% Einkommensteuer bezahlt werden. Das 13. und 14. Monatsgehalt (Urlaubs- & Weihnachtsgeld) wird weniger besteuert, was wir hier vereinfachen und in gleicher Höhe besteuert betrachten.

Wir betrachten 4 Personen mit verschiedenen Einkommen.

Person A: monatlich 1 000 brutto

Person B: monatlich 2 000 brutto

Person C: monatlich 3 000 brutto

Person D: monatlich 5 000 brutto

Aufgaben

- a) Berechnen Sie das Bruttojahreseinkommen dieser 4 Personen!

- b) Berechnen Sie für jeden der 4 Personen die zu bezahlende Einkommensteuer!
- c) Berechnen Sie das Nettomonatseinkommen der 4 Personen (ohne Berücksichtigung des 13. und 14. Gehalts. Dh. Nettogehalt durch 12 ergibt das Nettomonatseinkommen)! Runden Sie auf ganze Euro!
- d) Wie viel Prozent des Einkommens müssen die 4 Personen an Einkommensteuer bezahlen?
- e) Jeder der 4 Personen bekommt eine Lohnerhöhung von 3%. Berechnen Sie die monatliche Netto - Lohnerhöhung!
- f) Angenommen jeder bekommt eine Lohnerhöhung von 200 EUR brutto pro Monat. Wie viel bleibt jedem einzelnen davon übrig?

Lösung

	Person A	Person B	Person C	Person D
Bruttomonatsgehalt	1 000	2 000	3 000	5 000
Bruttogehalt	14 000	28 000	42 000	70 000
Einkommenssteuer	1 533	7 058	13 162	26 586
Nettomonatsgehalt	890	1 496	2 060	3 101
bezahlte Steuer in Prozent	10,95%	25,21%	31,34%	37,98%
Lohnerhöhung ergibt netto	18,60	33,84	50,76	75
Nettozuwachs für 200EUR brutto	124,00	112,80	112,80	100,00

3.12 Architektur

Überblick

Auf einem Grundstück werden Wohneinheiten sowie eine Tiefgarage gebaut. In diesem Beispiel werden Nutzflächen, Bruttoflächen und Tiefgaragenflächen berechnet sowie deren Kosten.

Notwendige Kenntnisse

- Erfassen komplexer Aufgaben
- Prozentrechnung

Ein Architekt entwirft ein Wohnhaus mit unterirdischer Garage. Das Grundstück ist $3\,500\text{m}^2$ groß und darf auf 25% der Fläche oberirdisch viergeschossig bebaut werden. Unter der Erde darf das Grundstück zu 100% bebaut werden. Es werden Wohnungen mit einer Durchschnittsgröße von 80m^2 Nutzfläche geplant. Pro Wohnung ist ein unterirdischer Stellplatz vorzusehen.

Vor 5 Jahren hatte er ein ähnliches Projekt mit $4\,800\text{m}^2$ Nutzfläche und 60 KFZ-Stellplätzen. Das Verhältnis der Nutzfläche zur Bruttogeschossfläche (Nutzfläche + Mauern, Treppen, Schächte, etc.) betrug damals 0,75. Die Gesamtkosten lagen bei 5 880 000EUR, davon kostete die Garage 600 000EUR. Den Baukostenindex (Preissteigerung) ermittelt er mit 1,12.

Aufgaben

- a) Wie groß ist die Fläche des Grundstückes, die oberirdisch bebaut werden darf?
- b) Wenn man einen Stellplatz mit 2,5m mal 5m plant und pauschal für Zufahrten dieselbe Fläche rechnet, wie groß wird die Tiefgarage für den geplanten Entwurf?
- c) Wie hoch sind die Kosten für einen Stellplatz?

- d) Wie hoch sind die Kosten für die Tiefgarage?
- e) Der Architekt bebaut in seinem Entwurf genau die erlaubte Fläche. Wie hoch sind die Gesamtkosten?

Lösung

- a) $3\,500\text{m}^2 * 0,25 = 875\text{m}^2$
- b) $3\,500\text{m}^2 * 0,25 * 4 \text{ Geschosse} = 3\,500\text{m}^2 \text{ Bruttogeschossfläche} * 0,75 = 2\,800\text{m}^2 \text{ Nutzfläche}$
 $2800/80\text{m}^2 = 35 \text{ Stellplätze} * 2,5\text{m} * 5,0\text{m} * 2 = 875\text{m}^2$
- c) $600\,000\text{EUR} / 60 \text{ Stellplätze} = 10\,000\text{EUR} / \text{Stellplatz}$
 $10\,000 * 1,12 = 11\,200\text{EUR} / \text{Stellplatz}$
- d) bei 35 Stellplätzen: $11\,200 * 35 = 392\,000\text{EUR}$ für die Tiefgarage
- e) $5\,280\,000\text{EUR} / 4\,800\text{m}^2 = 1\,100\text{EUR}/\text{m}^2 * 1,12 = 1\,232\text{EUR}/\text{m}^2$
 $2\,800\text{m}^2 * 1\,232\text{EUR}/\text{m}^2 = 3\,449\,600\text{EUR}$ für die Nutzfläche
Kosten für Nutzfläche + Garage = $3\,449\,600 + 392\,000 = 3\,841\,600\text{EUR}$

3.13 Stahlband - Walzgerüst

Überblick

Ein Stahlband läuft durch ein Walzgerät und dabei wird die Dicke verringert. In diesem Beispiel werden Walzspalte und Dickenreduktionen berechnet.

Notwendige Kenntnisse

- Erfassen komplexer Aufgaben

Der Walzspalt eines Bandstahl-Walzgerüsts wird mittels großer Hydraulikzylinder verstellt. Der tatsächliche Walzspalt kann nicht direkt gemessen werden. Bei

nicht rotierenden Walzen und ohne Walzkraft stellt sich der Zusammenhang vereinfacht folgendermaßen dar: Walzspalt (sog. Leerwalzspalt s_{leer}) = Konstante - Zylinderhub Der tatsächliche Walzspalt (Lastwalzspalt s_{last}) wird allerdings von weiteren Parametern beeinflusst: Die zwei wichtigsten sind die Gerüstdehnung und die Ölfilmdicke in den Gleitlagern.

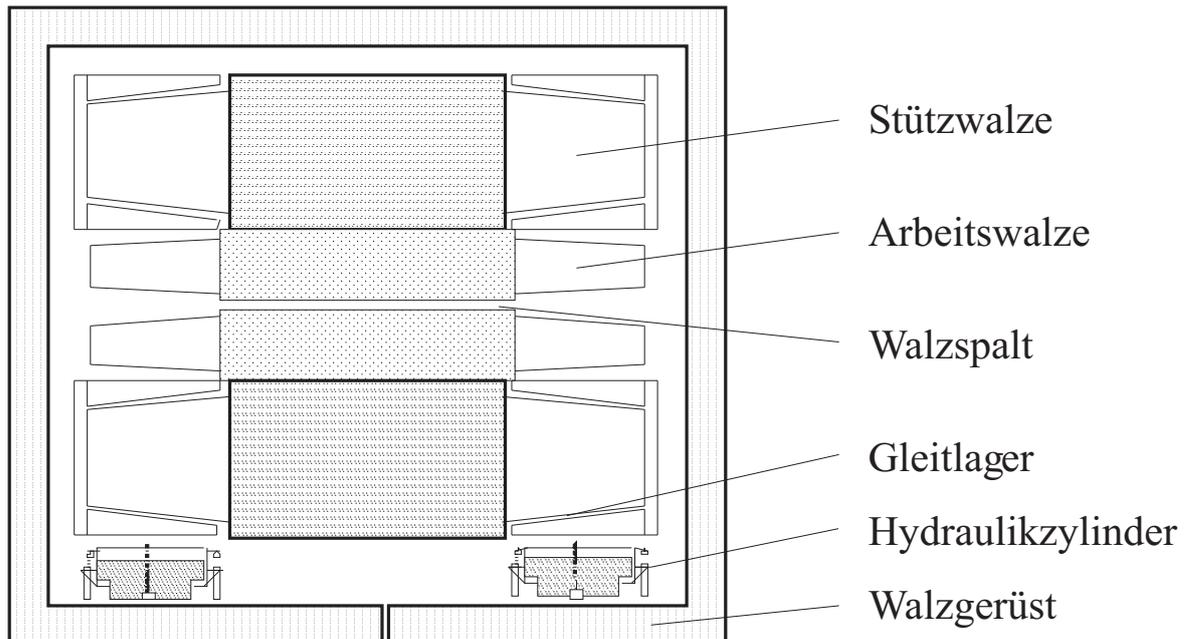


Abbildung 3.13: Walzgerüst

Gerüstdehnung (s_{dehn}): Aufgrund der Walzkraft dehnt sich das Walzgerüst um 0,125 mm pro 1 000 kN Walzkraft (Gerüstkonstante $c_g = 8\ 000\ \text{kN/mm}$). Bei höheren Walzkraften ist also ein größerer Zylinderhub bzw. ein kleinerer Leerwalzspalt notwendig um den gleichen Lastwalzspalt zu erreichen.

Ölfilmdicke ($s_{öl}$): Die Ölfilmdicke in den Gleitlagern der Walzen ist abhängig von der Walzkraft und der Drehzahl bzw. Umfangsgeschwindigkeit der Walzen. Die Ölfilmdicke steigt um 0,005 mm bei Erhöhung der Geschwindigkeit um 1m/s bzw. sinkt um 0,0016 mm bei Erhöhung der Walzkraft um 1 000 kN. Der Zusammenhang wird als linear angenommen, eine höhere Ölfilmdicke verringert den

Walzspalt. $s_{last} = s_{leer} + s_{dehn} - s_{öl}$.

Wird nun ein Stahlband in das Walzgerüst das dicker ist als der Walzspalt, so stellt sich eine Walzkraft ein mit der einerseits die Gerüstdehnung bzw. die Ölfilmstärke beeinflusst wird und andererseits die Materialdicke reduziert wird.

Die Dickenreduktion (ebenfalls vereinfacht als linear angenommen) kann über die Materialkonstante $c \cdot m$ berechnet werden: z.B. $c \cdot m = 5 \text{ kN} / \text{mm}^2 \Rightarrow$ je mm Breite des Materials werden 5 kN für die Reduktion der Banddicke um 1mm benötigt.

Aufgaben

- a) Berechnen Sie den benötigten Leerwalzspalt, um bei einer Walzgeschwindigkeit von 12 m/s und einer erwarteten Walzkraft von 17 000 kN einen Lastwalzspalt von 2,35 mm zu erreichen!
- b) Ein Material mit einer Dicke von 3,5 mm und einer Breite von 1 800 mm soll auf eine Enddicke von 1,1 mm gewalzt werden.
 - i) Wie viele Materialdurchläufe (sog. Stiche) sind mindestens notwendig, um dies zu erreichen wenn die maximale Walzkraft des Gerüsts 35 000 kN beträgt und sich die Materialkonstante $c_m = 12,5 \text{ kN/mm}^2$ nach jedem Stich verdoppelt (Stahl wird durch Verformung härter)?
 - ii) Berechne die notwendigen Leerwalzspalte wenn im 1. Stich mit 18 000 kN, danach mit maximal 27 000 kN gewalzt werden soll! Die Walzgeschwindigkeit beträgt im 1. Stich 8 m/s und wird in jedem weiteren Stich um 3 m/s erhöht. Die Materialkonstante c_m beträgt 10 kN/mm^2 und ver-1,5-facht sich nach jedem Stich.

Lösung

$$\text{a) } s_{leer} = s_{last} - s_{dehn} + s_{öl} = 2,35 - 17000/8000 + 12 \cdot 0,005 - 17 \cdot 0,0016 = 0,2578 \text{ mm}$$

- b) i) 1. Stich : Reduktion = $\text{Walzkraft}/(cm * b) = 35000/(12,5 * 1800) = 1,56mm \rightarrow \text{Dicke} = 1,94mm$
 2. Stich : Reduktion = $35000/(25 * 1800) = 0,78mm \rightarrow \text{Dicke} = 1,16mm$
 3. Stich: Reduktion = $35000/(50 * 1800) = 0,39mm \rightarrow \text{Dicke} = 0,78mm \rightarrow \text{mindestens 3 Stiche.}$
- ii) 1. Stich: Reduktion = $18000/(10 * 1800) = 1,0mm \rightarrow \text{Dicke} = 2,5mm = s_{last}$
 $s_{leer} = s_{last} - s_{dehn} + s_{öl} = 2,5 - 18000/8000 + 8 * 0,005 - 18 * 0,0016 = 0,2612mm$
2. Stich: Reduktion = $27000/(15 * 1800) = 1,0mm \rightarrow \text{Dicke} = 1,5mm = s_{last}$
 $s_{leer} = 1,5 - 27000/8000 + 11 * 0,005 - 27 * 0,0016 = -1,8632mm.$
 (Das Gerüst ist geschlossen und mit einer Kraft vorgespannt bevor das Material eintritt.)
3. Stich: notwendige Reduktion = $0,4mm \rightarrow \text{Walzkraft} = 0,4 * 22,5 * 1800 = 16200kN$
 $s_{leer} = s_{last} - s_{dehn} + s_{öl} = 1,1 - 16200/8000 + 14 * 0,005 - 27 * 0,0016 = -0,8982mm.$

Kapitel 4

Weitere Aufgaben, die den Mathematikunterricht auflockern sollen

Dieses Kapitel bringt eine Reihe von Aufgaben, welche Abwechslung in den Mathematikunterricht bringen, Konzentration fördern und als Vorbereitung für diverse Eignungstests dienen können. Neben einem kurzen Überblick folgt eine Zusammenstellung der notwendigen Kenntnisse. Bis auf die Schätzaufgaben im folgenden Kapitel wurden die Aufgaben von Focus.de übernommen.¹ Aus diesem Grund, und auch weil diese Beispiele nicht allen Kriterien für sinnstiftende Aufgaben entsprechen (siehe Kapitel 2.1) werden sie in diesem gesonderten Kapitel vorgestellt.

4.1 Schätzaufgaben

Überblick

Einfache Schätzaufgaben, die zum Teil auf Allgemeinwissen basieren und das Gespür der Schüler für Größenordnungen schärfen sollen.

¹Focus.de: Test-Training für den Karrieremarathon

Notwendige Kenntnisse

Anschließend finden Sie 9 Aufgaben, bei denen Sie Größenordnungen schätzen sollen.

1. Wie viele Personen haben auf einem Fussballfeld (Europacup Standardgröße ²) platz, wenn jeder eine Fläche von 50 mal 50 cm für sich hat?
 - a) 8 624
 - b) 14 936
 - c) 28 560

2. Das Licht braucht von der Sonne zur Erde zu gelangen etwas mehr als 8 Minuten. Wie lange würde das Licht vom Mond zur Erde brauchen?
 - a) 1.23 Sekunden
 - b) 1.23 Minuten
 - c) Mehr als 8 Minuten

3. Das Licht braucht von der Sonne zur Erde zu gelangen etwas mehr als 8 Minuten. Wie lange braucht das Licht vom erdnächsten Fixstern Proxima Centauri zur Erde ³?
 - a) 42 Minuten
 - b) 42 Tage
 - c) 4.2 Jahre

4. Wie viele Menschen werden durchschnittlich pro Minute weltweit geboren?
 - a) 14.8
 - b) 148
 - c) 1 480

²<http://de.wikipedia.org/wiki/Fu%C3%9Fballfeld#Spielfeld>

³http://de.wikipedia.org/wiki/Proxima_Centauri

5. Wie viel Prozent der Weltbevölkerung leben in Asien (mit Türkei)?⁴
- a) 40.5
 - b) 50.5
 - c) 60.5
6. Wie viel Prozent der Weltbevölkerung leben in Europa (mit Russland)?⁵
- a) 11.1
 - b) 15.6
 - c) 21.3
7. Die Wie vielfache Masse der Erde hat die Sonne ungefähr?
- a) 900
 - b) 12 000
 - c) 330 000
8. Was ist die Wurzel aus 27,3529⁶?
- a) 5,23
 - b) 5,3
 - c) 5,34
 - d) 5,243
 - e) 4,33
9. Ein Schüler wird jeden Tag (Mo-Sa) von seinem Vater zur Schule gefahren und wieder abgeholt. Die Schule ist 5km vom Wohnhaus entfernt, das Auto braucht 10l/100km (1,4 EUR/l). Wie lange würde es dauern bis sich ein Fahrrad (200EUR) bezahlt macht?

⁴http://de.wikipedia.org/wiki/Weltbev%C3%B6lkerung#Historische_Entwicklung_der_Weltbev.C3.B6lkerung
Aktueller Stand nach Kontinenten

⁵http://de.wikipedia.org/wiki/Weltbev%C3%B6lkerung#Historische_Entwicklung_der_Weltbev.C3.B6lkerung
Aktueller Stand nach Kontinenten

⁶<http://www.wer-weiss-was.de/theme50/article4314064.html>

- a) ca. 3 Wochen
- b) ca. 3 Monate
- c) ca. 1,5 Jahre

Lösung

1c, 2a⁷, 3c, 4b⁸, 5c, 6a, 7c⁹, 8a, 9b

Hilfestellung zu 8.

- b) kann es nicht sein, denn $4 * 4 = 16$ (d.h., die letzte Kommastelle im Ergebnis könnte kein 9er sein)
- c) hat zu wenige Dezimalstellen
- d) hat zu viele Dezimalstellen
- e) ist zu klein

4.2 Eignungstest - mathematisches Denken I

Überblick

Einfache Schlussrechnungen, die unter Zeitdruck gerechnet werden sollen sind als Vorbereitung auf Eignungstests mit mathematischem Charakter gedacht.

Notwendige Kenntnisse

- Grundrechnungsarten konzentriert und zügig im Kopf rechnen

Bei sehr vielen Auswahlverfahren für eine Arbeitsstelle muss man verschiedenste Intelligenztests oder Eignungstest für das jeweilige Jobprofil absolvieren. Diese

⁷eigene Berechnung bei einer Entfernung Erde - Mond von 370 000km und einer Lichtgeschwindigkeit von 300 000km/s

⁸Wachstum von 78 Millionen/Jahr aus: <http://de.wikipedia.org/wiki/Weltbev%C3%B6lkerung>

⁹Sonnen- und Erdmasse aus: <http://de.wikipedia.org/wiki/Sonne> & <http://de.wikipedia.org/wiki/Erde>

unterscheiden sich je nach Aufgabengebiet der zu erwartenden Arbeit. Meist beinhalten sie jedoch mathematische Übungen, die sehr unterschiedlicher Natur sein können. Hier sehen Sie ein Beispiel, wie so eine Aufgabe gestellt sein könnte:

Für die 8 Aufgaben haben Sie 10 Minuten Zeit.¹⁰

1. Ein Kaufmann kauft für 1 200EUR Tee. Diesen verkauft er für 1 500EUR. An jedem Sack Tee verdient er 50EUR. Wie viele Säcke hatte er?
2. Zum Beladen eines Bananenschiffs werden 300 Träger gebraucht. Diese können die Arbeit in 16 Stunden bewältigen. Wie viele Träger braucht man, wenn man zum Beladen dieses Schiffs 48 Stunden Zeit zur Verfügung hat?
3. Schüler wollen bei einem Sportfest Softeis verkaufen. Aus einem Softeis-Behälter lassen sich 170 normale Portionen abfüllen. Wie viele Behälter müssen gekauft und auf Vorrat gelegt werden, wenn man mindestens 4 000 Portionen Softeis verkaufen will?
4. Ein Trinkvorrat reicht für 16 Personen 24 Tage aus. Wie viele Tage würde der Vorrat für 8 Personen ausreichen?
5. Zwei Brüder, die sich in ihrem Alter um lediglich sieben Jahre unterscheiden, sind zusammen 39 Jahre alt. Wie alt ist der jüngere Bruder?
6. Zwei Radfahrer begegnen sich um 11 Uhr und fahren in entgegengesetzter Richtung weiter. Wie viele Kilometer sind sie um 12.20 Uhr voneinander entfernt, wenn der eine 7,5 km und der andere 12 km in der Stunde fährt?
7. Eine Beute von 576 Talern soll im Verhältnis von 4:5 auf zwei Raubritter verteilt werden. Wie viele Taler bekommt der Ritter, der den kleineren Anteil erhält?
8. 87kg Äpfel sind in zwei Kisten verpackt. In der einen Kiste sind 11kg Äpfel mehr als in der anderen. Wie viel Kilo Äpfel sind in der kleineren?

¹⁰Aufgabe übernommen von: http://www.focus.de/D/DB/DB19_neu/DB1910/db1910.htm

Lösungen

1: 6, 2: 100, 3: 24, 4: 48, 5: 16, 6: 26, 7: 256, 8: 38

4.3 Eignungstest - mathematisches Denken II

Überblick

In dieser Aufgabe werden Einheiten umgerechnet. Der Zeitdruck soll dafür sorgen, dass die Schüler möglichst konzentriert und effizient arbeiten und dienen als Vorbereitung auf Eignungstests mit mathematischem Charakter.

Notwendige Kenntnisse

- Grundrechnungsarten konzentriert und im Kopf rechnen
- Umrechnen von Einheiten

Für die 6 Übungen haben Sie 4 Minuten Zeit. ¹¹

1. 4 Pfund und 30 Gramm sind Wie viel Gramm?

- a) 430
- b) 4 030
- c) 203
- d) 20,3
- e) 1 844

2. Ein Kanister hat die Innenmaße: Länge 80 cm, Breite 40 cm, Höhe 60 cm.
Wie viele Kubikdezimeter Wasser kann er enthalten?

- a) 0,192

¹¹ Aufgabe übernommen von: http://www.focus.de/D/DB/DB19_neu/DB1909/db1909.htm

- b) 192 000
 - c) 1,92
 - d) 192
 - e) 19,2
3. Ein Pflasterer benötigt für eine Fläche von 50 Quadratmeter Platten, deren Größe 10 mal 20 cm beträgt. Wie viele Platten braucht er?
- a) 500
 - b) 2 500
 - c) 50
 - d) 250
 - e) 5 000
4. Wie viele Stunden und Minuten sind 18 600 Sekunden?
- a) 5 Stunden 10 Minuten
 - b) 3 Stunden 10 Minuten
 - c) 31 Stunden
 - d) 5 Stunden
 - e) 3 Stunden
5. Schreiben Sie 0,55 a als qm.
- a) 550
 - b) 55
 - c) 5 500
 - d) 1 100
 - e) 5,5

Lösung

1e, 2d, 3b, 4a, 5b

4.4 Eignungstest - technisches Verständnis

Überblick

Die Aufgabenstellung in Form von multiple choice behandelt einfache physikalische Gesetzmäßigkeiten. Der Zeitdruck soll dafür sorgen, dass die Schüler möglichst konzentriert und effizient arbeiten und dienen als Vorbereitung auf Eignungstests mit technischem Charakter.

Notwendige Kenntnisse

- grundlegende physikalische Zusammenhänge kennen

Aufgaben zum technischen Verständnis findet man nicht nur für rein technische Berufe sondern auch in vielen anderen Bereichen, in denen man technische Fragen nicht unbedingt vermuten würde.

Für die 10 Aufgaben haben Sie 5 Minuten Zeit.¹²

1. Wie leeren Sie die rechte Füllanzeige aus Abbildung. 4.1?

- a) Ventil 1 und 2 schließen, Ventil 3 öffnen
- b) Ventil 2 schließen, Ventil 1 und 3 öffnen
- c) alle Ventile öffnen

2. Welches der Räder in Abbildung. 4.2 dreht sich am langsamsten?

- a) A
- b) B

¹²Aufgabe übernommen von: http://www.focus.de/D/DB/DB19_neu/DB1911/db1911.htm

- c) C
 - d) D
3. Bewegt sich die Kiste in Abbildung. 4.3 ? Wenn ja: in welche Richtung?
- a) Richtung A
 - b) Richtung B
 - c) Sie bewegt sich nicht.
4. Drei Dosen müssen Wasser lassen (Abbildung. 4.4). Aus dem Schlauch welcher Dose tritt das Wasser mit dem stärksten Druck heraus?
- a) Dose A
 - b) Dose B
 - c) Dose C
 - d) Der Druck ist gleich stark.
5. Welche der Zahnräder drehen sich in die gleiche Richtung wie das Zahnrad 1 (Abbildung. 4.5)?
- a) 6 und 4
 - b) 3 und 5
 - c) 1 und 6
 - d) Die Zahnräder drehen sich überhaupt nicht.
6. Welches der beiden Boote fährt vorwärts (Abbildung. 4.6)?
- a) A
 - b) B
 - c) keines
7. Welche der beiden Spannvorrichtungen ist zweckmäßiger (Abbildung. 4.7)?
- a) A

- b) B
 - c) beide gleich
8. Was zeigt das U-Rohr?(Abbildung. 4.8)
- a) Unterdruck
 - b) Überdruck
 - c) ein Vakuum
9. Von welchem der beiden Heizkörper wird mehr Wärme abgegeben (Abbildung. 4.9)?
- a) A
 - b) B
 - c) beide gleich
10. . Wenn sich der Druck erhöht, bewegt sich der Zeiger in welche Richtung (Abbildung. 4.10)?
- a) Richtung A
 - b) Richtung B
 - c) weder noch

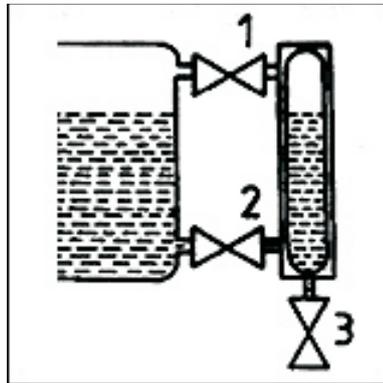


Abbildung 4.1: Ventile

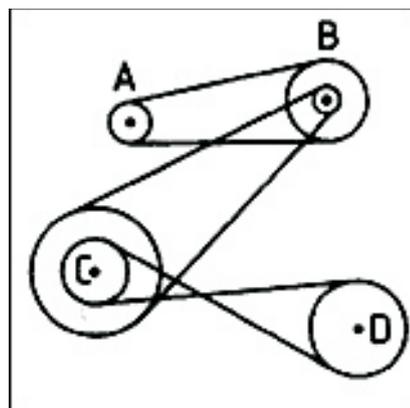


Abbildung 4.2: Räder

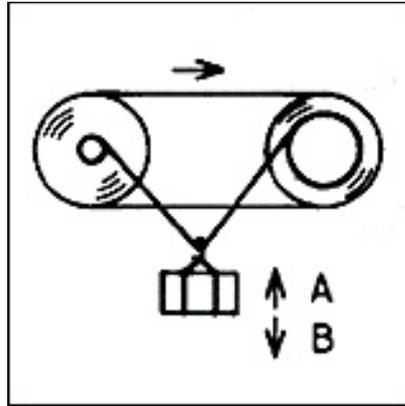


Abbildung 4.3: Kiste

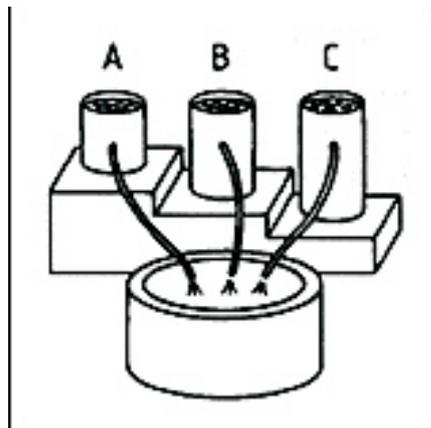


Abbildung 4.4: Dosen

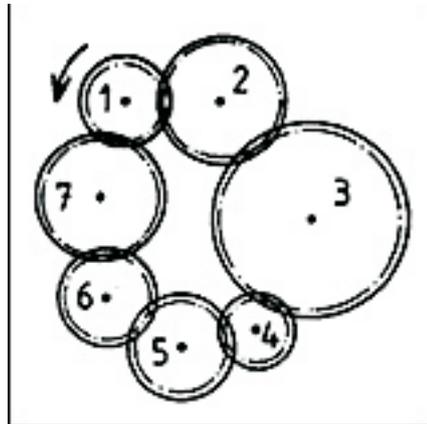


Abbildung 4.5: Zahnräder

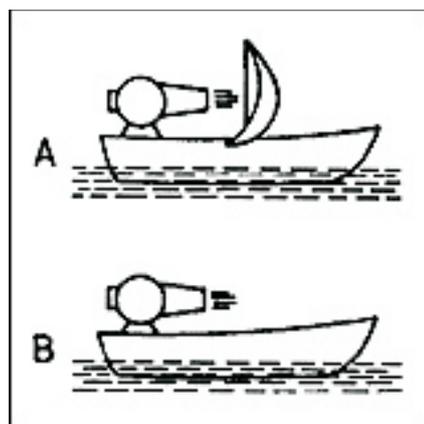


Abbildung 4.6: Boote

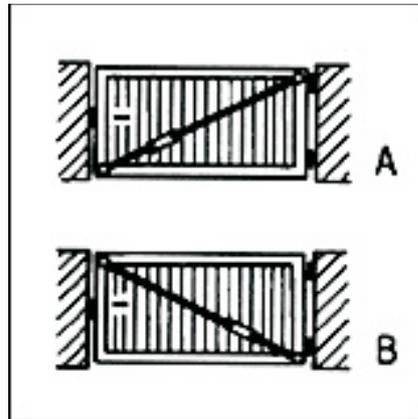


Abbildung 4.7: Gartentor

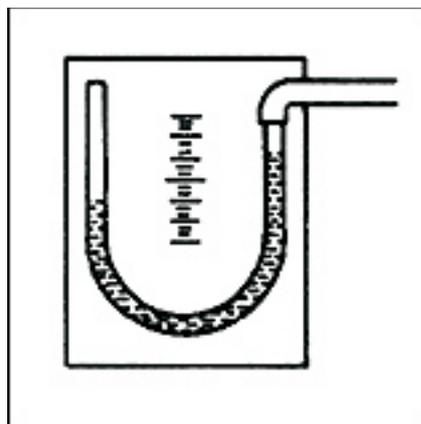


Abbildung 4.8: U-Rohr

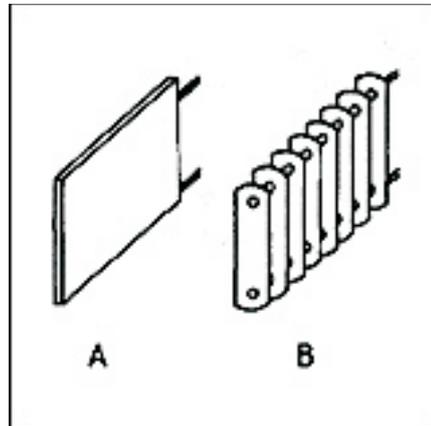


Abbildung 4.9: Heizkörper

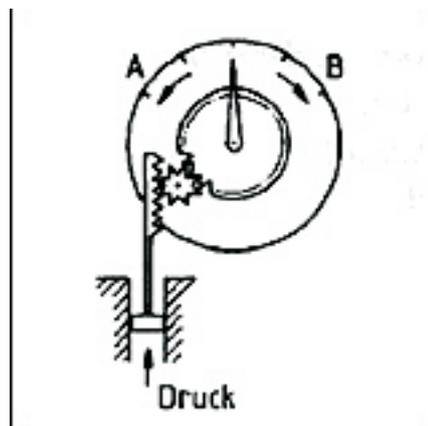


Abbildung 4.10: Zeiger

Lösungen

1b, 2d, 3a, 4d, 5d, 6c, 7a, 8a, 9b, 10a

4.5 Eignungstest - Kurzzeitgedächtnis

Überblick

Fakten, Zahlen oder in diesem Fall Wörter sollen für kurze Zeit gut eingepreßt werden. Danach müssen Fragen beantwortet werden. Der Zeitdruck spielt hier eine wesentliche Rolle.

Notwendige Kenntnisse

- Konzentration
- Gutes Kurzzeitgedächtnis

Diese Art der Aufgabenstellung gibt es in verschiedensten Ausführungen. Sehr oft ist die Information zusätzlich in einen Text verpackt, was die Aufgabe erschweren soll. Sinn der Übung ist es möglichst viele Informationen in sehr kurzer Zeit verarbeiten zu müssen. Oft treten dann nur wenige Teile dieser Information in der Fragestellung auf. Hier ein Beispiel, das nicht in einen Text verpackt wurde:

Sie haben drei Minuten Zeit, um sich die folgenden Worte so gut als möglich einzuprägen.¹³

1. Berufe: Eismann - Imker - Nachtwächter - Pfarrer - Uhrmacher
2. Städte: Aachen - Cuxhaven - Oldenburg - Quellbach - York
3. Bauwerke: Funkturm - Jagdhaus - Liederhalle - Scheune - Viadukt
4. Lebensmittel: Butter - Kartoffeln - Reis - Teigwaren - Wurst

¹³Aufgabe übernommen von: http://www.focus.de/D/DB/DB19_neu/DB1907/db1907.htm

5. Sport: Hockey - Golf - Marathonlauf - Degenfechten - Zehnkampf

Für die folgende Aufgabe haben Sie fünf Minuten Zeit:

1. In welche Gruppe gehörte das Wort mit dem Anfangsbuchstaben A?

- a) in die Berufsgruppe
- b) in die Städtegruppe
- c) in die Bauwerkegruppe
- d) in die Lebensmittelgruppe
- e) in die Sportgruppe

2. In welche Gruppe gehörte das Wort mit dem Anfangsbuchstaben B?

- a) in die Berufsgruppe
- b) in die Städtegruppe
- c) in die Bauwerkegruppe
- d) in die Lebensmittelgruppe
- e) in die Sportgruppe

3. In welche Gruppe gehörte das Wort mit dem Anfangsbuchstaben C?

- a) in die Berufsgruppe
- b) in die Städtegruppe
- c) in die Bauwerkegruppe
- d) in die Lebensmittelgruppe
- e) in die Sportgruppe

4. In welche Gruppe gehörte das Wort mit dem Anfangsbuchstaben D?

- a) in die Berufsgruppe
- b) in die Städtegruppe

- c) in die Bauwerkegruppe
- d) in die Lebensmittelgruppe
- e) in die Sportgruppe

5. In welche Gruppe gehörte das Wort mit dem Anfangsbuchstaben E?

- a) in die Berufsgruppe
- b) in die Städtegruppe
- c) in die Bauwerkegruppe
- d) in die Lebensmittelgruppe
- e) in die Sportgruppe

Lösung

1b, 2d, 3b, 4e, 5a

4.6 Eignungstest - Logik

Überblick

Eine Folge von Symbolen soll unter Zeitdruck logisch fortgesetzt werden. Diese Aufgabe dient als Vorbereitung für Eignungstests mit logischem Charakter.

Notwendige Kenntnisse

- Verständnis für Systematik

Meist sind die Aufgaben so gewählt, dass man es in der vorgegebenen Zeit nicht schaffen kann alle zu bewältigen. Wenn man bei einer Aufgabe keine eindeutige Lösung erkennt, ist es besser diese eine Aufgabe zu überspringen als eine Schätzung abzugeben, da es besser ist vom Umfang der bewältigten Aufgaben nicht um jeden Preis ein Maximum zu erreichen, dafür ein hohes Maß an Genauigkeit zu erzielen.

Wählen Sie unter den fünf Symbolen jenes aus, das die Gleichung sinnvoll ergänzt. Für die fünf Aufgaben haben Sie zwei Minuten Zeit.¹⁴



Abbildung 4.11: Logik

¹⁴Aufgabe übernommen von: http://www.focus.de/D/DB/DB19_neu/DB1906/db1906.htm

Lösung

1d, 2e, 3b, 4a, 5e

4.7 Eignungstest - Konzentration

Überblick

Hier müssen Unterschiede in Grafiken gefunden, Zahlen gewissen Buchstaben zugeordnet und einfache Additionen und Subtraktionen durchgeführt werden. Der Zeitdruck und die Art der Aufgabenstellung soll eine Vorbereitung für Eignungstests sein.

Notwendige Kenntnisse

- Gute Konzentrationsfähigkeit

Besonders bei Konzentrationsaufgaben wird entweder der Umfang der zu bewältigenden Aufgaben so hoch gewählt bzw. die dafür zur Verfügung stehende Zeit so kurz gewählt, dass man nicht alle Aufgaben bewältigen kann. So kann man unter den Bewerbern relative Unterschiede besser feststellen. Sinn der Übung ist es möglichst viele der Aufgaben zu bewältigen, jedoch keine Fehler zu machen.

4.7.1 Beobachten

Zwei der drei Gesichter sind jeweils gleich, das dritte unterscheidet sich deutlich - es wurde etwas verändert, hinzugefügt oder weggelassen. Kreuzen Sie jeweils das veränderte Gesicht an. Sie haben dreieinhalb Minuten Zeit für 23 Beispiele (Abbildung. 4.12 und Abbildung. 4.13) ¹⁵ .

¹⁵Aufgabe übernommen von: http://www.focus.de/D/DB/DB19_neu/DB1917/db1917.htm

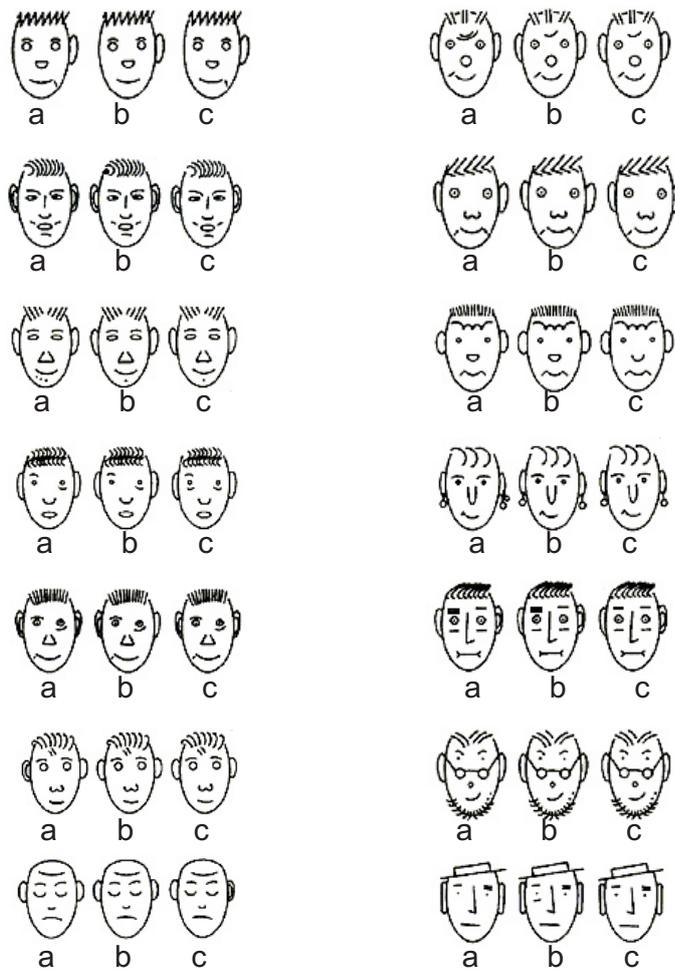


Abbildung 4.12: Gesichter 1

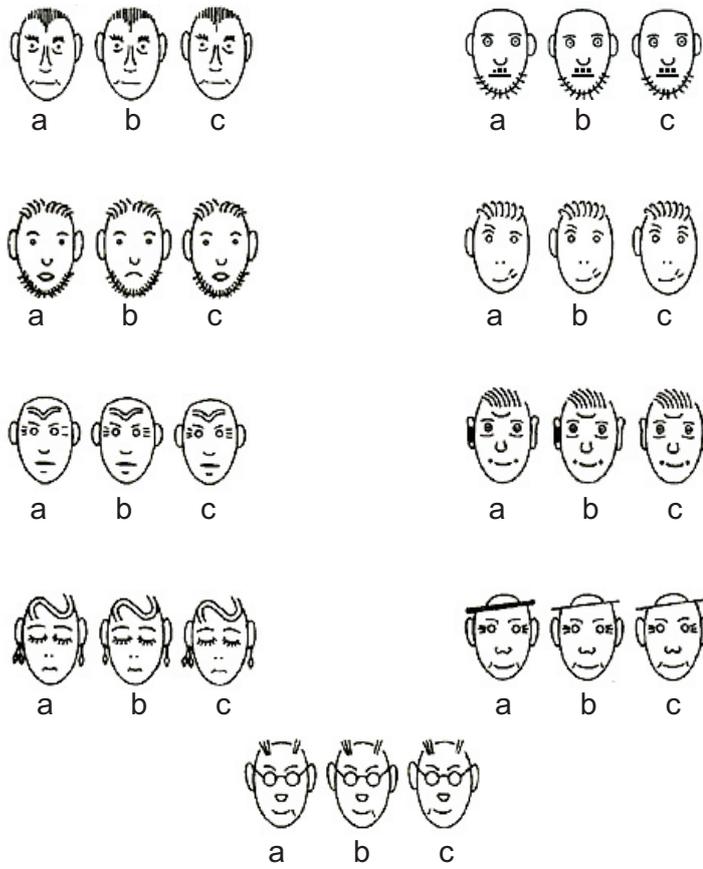


Abbildung 4.13: Gesichter 2

4.7.2 Tabellen - Konzentration

Neun Ausbilder (A, U, S, B, I, L, D, E und R) haben sechs Azubis (a, b, c, d, e und f) mit den Noten 1 bis 6 beurteilt. Die Tabelle zeigt, welcher Ausbilder welchem Azubi welche Note gegeben hat. Sie haben zehn Minuten Zeit, die Fragen zu beantworten ¹⁶.

	1	2	3	4	5	6
A	b	a	c	d	f	e
U	a	f	e	d	c	b
S	d	a	b	c	e	f
B	a	b	c	e	f	d
I	f	e	d	c	b	a
L	d	c	a	b	f	e
D	b	c	a	e	f	d
E	f	b	c	e	a	d
R	a	f	b	d	c	e

1. Welcher Azubi hat den besten Notendurchschnitt?
a , b , c , d , e , f , keiner
2. Welcher hat den schlechtesten Notendurchschnitt?
a , b , c , d , e , f , keiner
3. Welche Ausbilder stimmen mit der Beurteilung des Azubis c (Durchschnitt) am besten überein?
A , U , S , B , I , L , D , E , R , keiner
4. Welcher Ausbilder gibt in der Tendenz die besten Noten?
A , U , S , B , I , L , D , E , R , keiner

¹⁶Aufgabe übernommen von: http://www.focus.de/D/DB/DB19_neu/DB1919/db1919.htm

5. Bei welchem Ausbilder ist es sehr wahrscheinlich, eine schlechte Note zu bekommen?
A , U , S , B , I , L , D , E , R , keinem
6. Wie ist der Notendurchschnitt des Ausbilders A im Vergleich zum Ausbilder R?
besser, schlechter, gleich

4.7.3 Buchstaben-/ Zahlenkombinationen

Ordnen Sie den in Abbildung. 4.15 angegebenen Buchstaben die richtigen Zahlen zu (nach Abbildung. 4.14, allen anderen Buchstaben ordnen Sie x zu). Für die sechs Reihen haben Sie drei Minuten Zeit ¹⁷.

C	I	G	J	A	T	H	L	B	Y	P
4	1	5	0	3	2	8	6	8	9	7

Abbildung 4.14: Buchstaben - Zahlen

¹⁷Aufgabe übernommen von: http://www.focus.de/D/DB/DB19_neu/DB1916/db1916.htm

L K C M P D P N J O B M F D T
□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

R Z A L N H Z R D V J O P S E
□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

J L B C M H O U R W J O P T Z
□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

E R W A D C X Y B G I K O P D
□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

L K H G F D S A O W E R T Z U
□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

I O P K B
□ □ □ □ □

Abbildung 4.15: Buchstaben - Zahlen

4.7.4 Schätzaufgaben

Hier geht es um Auffassungsgeschwindigkeit. Schätzen Sie die wahrscheinlich richtige Lösung. Für die acht Aufgaben haben Sie zwei Minuten Zeit ¹⁸.

¹⁸Aufgabe übernommen von: http://www.focus.de/D/DB/DB19_neu/DB1914/db1914.htm

- 1.) $411 \times 511 + 25.302 =$
a) 235.323
b) 255.401
c) 300.425
d) 195.798
- 2.) $50.384 \times 69.938 =$
a) 8.754.356.872
b) 5.543.742.762
c) 3.523.756.192
d) 1.238.475.432
- 3.) $199^2 =$
a) 39.981
b) 40.001
c) 39.681
d) 39.601
- 4.) $49.371 \frac{1}{7} \times 7 =$
a) 350.167 $\frac{1}{7}$
b) 345.598
c) 335.698 $\frac{1}{7}$
d) 345.597
- 5.) $48.190 \frac{2}{10} \times 10 =$
a) 481.900
b) 481.902
c) 481.902 $\frac{2}{10}$
d) 481.901
- 6.) $3.574.158 : 0,5 =$
a) 1.787.079
b) 7.148.316
c) 1.780.018
d) 6.985.079
- 7.) 11,5% von 9.755 =
a) 998,745
b) 1.320,505
c) 100,925
d) 1.121,825
- 8.) 7,5% von 1.115 =
a) 83,625
b) 79,123
c) 81,013
d) 90,785

Abbildung 4.16: Schätzaufgaben

4.7.5 Rechentest

Rechnen Sie erst die obere Zeile aus und behalten Sie die Zahl im Kopf. Rechnen Sie dann die untere Zeile aus. Dann ziehen Sie die kleinere von der größeren Zahl ab und tragen das Ergebnis in das Feld neben der Aufgabe ein. Zwischendurch dürfen Sie sich keine Notizen machen. Für die zehn Aufgaben haben Sie zwei Minuten Zeit ¹⁹.

In der Realität müssen Sie mehr als 200 Aufgaben dieses Typs in 30 bis 45 Minuten lösen.

1.	$5 + 7 - 4$	6.	$8 - 6 + 5$
	$8 - 5 + 3$		$4 + 9 - 7$
2.	$9 + 6 - 4$	7.	$8 + 4 - 9$
	$2 + 9 + 2$		$3 + 8 - 5$
3.	$4 - 3 + 5$	8.	$9 - 5 + 7$
	$8 - 2 - 5$		$4 + 3 + 6$
4.	$2 + 8 - 7$	9.	$2 + 7 + 9$
	$6 - 5 + 9$		$9 - 3 - 4$
5.	$8 - 3 + 7$	10	$7 + 9 - 3$
	$9 - 5 + 3$		$8 - 5 + 3$

Abbildung 4.17: Rechentest

¹⁹Aufgabe übernommen von: http://www.focus.de/D/DB/DB19_neu/DB1913/db1913.htm

Lösung Beobachten

1b, 2a, 3b, 4c, 5a, 6c, 7c, 8a, 9b, 10c, 11a, 12a, 13c, 14b, 15b, 16a, 17b, 18c, 19a,
20c, 21b, 22a, 23c

Lösung Tabellen Konzentration

1a, 2e, 3ABE, keiner, keinem, gleich

Lösung Buchstaben-/ Zahlenkombination

6 x 4 x 7 x 7 x 0 x 8 x x x 2
 x x 3 6 x 8 x x x x 0 x 7 x x
 0 6 8 4 x 8 x x x x 0 x 7 2 x
 x x x 3 x 4 x 9 8 5 1 x x 7 x
 6 x 8 5 x x x 3 x x x x 2 x x
 1 x 7 x 8

Abbildung 4.18: Lösung

Lösung Schätzaufgaben

1a, 2c, 3d, 4b, 5b, 6b, 7d, 8a

Lösung Rechentest

2, 2, 5, 7, 5, 1, 3, 2, 16, 7

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit sinnstiftenden Aufgaben für den Mathematikunterricht, welche das Interesse am mathematischen Denken besonders fördern und mehr Abwechslung zu den üblichen Beispielen bringen sollen. Als Einleitung beleuchtet Kapitel 1 verschiedene Aspekte des Mathematikunterrichts. Kapitel 2 geht allgemein auf sinnstiftende Aufgaben ein. Es werden Kriterien präsentiert, welche Aufgaben zu erfüllen haben, um als sinnstiftende Aufgaben (im Sinne der vorliegenden Arbeit) gelten zu können. Danach folgen einige Ideen, wie solche Aufgaben in den Unterricht eingebaut werden. Am Schluss des Kapitels wird versucht die Lehrenden zum selbstständigen Entwickeln von neuen sinnstiftenden Aufgaben zu motivieren.

Kapitel 3 präsentiert eine Sammlung von sinnstiftenden Aufgaben. Dabei wird jeweils überblicksartig auf das spezifische Anwendungsgebiet eingegangen, die notwendigen Vorkenntnisse aufgelistet und die Lösung präsentiert. In Kapitel 4 werden noch weitere Aufgaben zusammengetragen, welche sich zur Auflockerung des Mathematikunterrichts eignen, und für Schülerinnen und Schüler eine Vorbereitung für Berufseignungstests sein können. Da diese Beispiele nicht allen Kriterien sinnstiftender Aufgaben entsprechen, bilden sie ein eigenes Kapitel.

Literaturverzeichnis

737 Quick Reference Handbook,

The Boeing Company, September 29, 2005

737 Flight Crew Operations Manual,

The Boeing Company, Revision Number: 0, September 29, 2005

Aerodrome Charts Austria, Anflugblatt Salzburg,

European Aeronautical Group (März 2005)

Lehrplan Mathematik AHS 2007:

http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11859/lp_neu_ahs_07.pdf Abruf am 04.10.2008

Moodys Investors Service: <http://www.moodys.com>

Mathematik und Physik Schätzaufgaben

<http://www.wer-weiss-was.de/theme50/article4314064.html> Abruf am 30.05.2008

Schönbucher P. (2003): *Credit derivatives pricing models*, Wiley Finance

Wikipedia: Bevölkerungsentwicklung

http://de.wikipedia.org/wiki/Weltbev%C3%B6lkerung#Historische_Entwicklung_der_Weltbev.C3.B6lkerung Abruf am 30.05.2008

Wikipedia: Entfernung zu Proxima Centauri

http://de.wikipedia.org/wiki/Proxima_Centauri Abruf am 30.05.2008

Wikipedia: Größe eines Fußballfeldes

<http://de.wikipedia.org/wiki/Fu%C3%9Fballfeld#Spielfeld> Abruf am 19.09.2008

Wikipedia: Weltbevölkerung

<http://de.wikipedia.org/wiki/Weltbev%C3%B6lkerung> Abruf am 30.05.2008

Focus.de: Test-Training für den Karrieremarathon,

http://www.focus.de/D/DB/DB19_neu/db19.htm

Abruf am 05.06.2008

Mathematisches Denken: Textaufgaben: Focus.de: Test-Training für den Karrieremarathon,

http://www.focus.de/D/DB/DB19_neu/DB1910/db1910.htm Abruf am 05.06.2008

Mathematisches Denken: Maße und Gewichte: Focus.de: Test-Training für den Karrieremarathon,

http://www.focus.de/D/DB/DB19_neu/DB1909/db1909.htm Abruf am 05.06.2008

Technisches Verständnis: Focus.de: Test-Training für den Karrieremarathon,

http://www.focus.de/D/DB/DB19_neu/DB1911/db1911.htm Abruf am 05.06.2008

Kurzzeitgedächtnis: Focus.de: Test-Training für den Karrieremarathon,

http://www.focus.de/D/DB/DB19_neu/DB1907/db1907.htm Abruf am 05.06.2008

Logisches Denken: Graphik Analogien: Focus.de: Test-Training für den Karrieremarathon

http://www.focus.de/D/DB/DB19_neu/DB1906/db1906.htm Abruf am 05.06.2008

Beobachten: Focus.de: Test-Training für den Karrieremarathon,
http://www.focus.de/D/DB/DB19_neu/DB1917/db1917.htm Abruf am 11.06.2008

Tabellen Konzentrationstest: Focus.de: Test-Training für den Karrieremarathon,
http://www.focus.de/D/DB/DB19_neu/DB1919/db1919.htm Abruf am 11.06.2008

Buchstaben-/Zahlen-/Kombinationen: Focus.de: Test-Training für den Karrieremarathon,
http://www.focus.de/D/DB/DB19_neu/DB1916/db1916.htm Abruf am 11.06.2008

Schätzaufgaben: Focus.de: Test-Training für den Karrieremarathon,
http://www.focus.de/D/DB/DB19_neu/DB1914/db1914.htm Abruf am 11.06.2008

Rechentest: Focus.de: Test-Training für den Karrieremarathon,
http://www.focus.de/D/DB/DB19_neu/DB1913/db1913.htm Abruf am 11.06.2008

Lebenslauf

Daniel De Silva

Geboren am: 3.9.1977
Staatsbürgerschaft: Österreich
Familienstand: verheiratet

Ausbildung

09/1987 – 06/1995 Realgymnasium Rohrbach (OÖ)
Matura am 17. Juni 1995

10/1996 – 06/2001 Studium Mathematik/Physik Lehramt

05/2000 – 12/2002 Selektion und Ausbildung zum Linienpiloten bei
Austrian Airlines

11/2008 voraussichtlicher Abschluss des Studiums