

# Zur Strom-Phasen-Relation diffusiver Supraleiter/Normalleiter/Supraleiter Josephson-Kontakte

Dissertation  
zur Erlangung des Doktorgrades der Naturwissenschaften  
(Dr. rer. nat.)  
der naturwissenschaftlichen Fakultät II – Physik  
der Universität Regensburg

vorgelegt von  
Johannes Bentner  
aus Parsberg

November 2004

Die Arbeit wurde von Prof. Dr. Ch. Strunk angeleitet.  
Das Promotionsgesuch wurde am 23.11.2004 eingereicht.  
Das Kolloquium fand am 28.01.2005 statt.

Prüfungsausschuß: Vorsitzender: Prof. Dr. J. Keller  
1. Gutachter: Prof. Dr. Ch. Strunk  
2. Gutachter: Prof. Dr. W. Schoepe  
weiterer Prüfer: Prof. Dr. W. Wegscheider



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1	Supraleitung und Josephson-Effekt . . . . .	3
2.1.1	Das mikroskopische Bild der Supraleitung . . . . .	3
2.1.2	Der Josephson-Effekt an einer Tunnelbarriere . . . . .	7
2.2	Proximity-Effekt und Andreev-Reflektion . . . . .	9
2.3	Supraleiter/Normalleiter Josephson-Kontakte . . . . .	12
2.4	Die Strom-Phasen-Relation hochtransparenter SNS-Kontakte . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Meßmethode und experimenteller Aufbau</b>	<b>21</b>
3.1	Das Mikro-Hall-Magnetometer . . . . .	22
3.1.1	Das zweidimensionale Elektronengas (2DEG) . . . . .	22
	Halbleiterheterostrukturen . . . . .	22
	Die Eigenschaften eines 2DEG . . . . .	23
3.1.2	Hall-Magnetometrie . . . . .	26
3.2	Kontrolle der Phasendifferenz . . . . .	27
3.2.1	Fluxoidquantisierung in einem supraleitenden Ring . . . . .	28
3.2.2	Der Josephson-Kontakt im supraleitenden Ring . . . . .	29
3.3	Meßmethode mit externem Magnetfeld . . . . .	32
3.3.1	Das Feld einer rechteckigen Leiterschleife . . . . .	33
3.3.2	Einfluß des Füllfaktors . . . . .	36
3.3.3	Möglichkeiten zur Abschätzung des Füllfaktors . . . . .	37
3.4	Meßmethode mit kontaktierten Ringen . . . . .	42
3.5	Fehlerquellen . . . . .	45
3.6	Dimensionierung der Probenparameter . . . . .	48
3.7	Beschreibung des Meßaufbaus . . . . .	49

<b>4</b>	<b>Herstellung der Proben</b>	<b>55</b>
4.1	Der Hall-Sensor . . . . .	56
4.1.1	Die Auswahl des Materials . . . . .	56
4.1.2	Die Sondenherstellung . . . . .	58
4.2	Strukturierung der SNS-Ringe . . . . .	60
4.2.1	Schattenmasken aus Polymer . . . . .	61
4.2.2	Temperaturstabile Schattenmasken . . . . .	62
<b>5</b>	<b>Meßergebnisse und Diskussion</b>	<b>67</b>
5.1	Phasenkontrolle mit externem Feld . . . . .	67
5.1.1	Al/Au Kontakte . . . . .	71
5.1.2	Al/Ag Kontakte . . . . .	78
5.1.3	Al/Cu Kontakte . . . . .	82
	Messung des elektrischen Transports . . . . .	82
	Die Ring-Proben . . . . .	86
5.1.4	Kapitelzusammenfassung . . . . .	91
5.2	Magnetisierungsmessungen mit kontaktierten Ringen . . . . .	93
5.2.1	Nb/Ag Kontakte . . . . .	96
	Bestimmung der Probenparameter . . . . .	98
	Die Strom-Phasen-Relation . . . . .	102
	Die nichtkontaktierten Ringe . . . . .	110
5.2.2	Al/Ag Kontakte . . . . .	113
5.2.3	Kapitelzusammenfassung . . . . .	120
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>121</b>
	<b>Anhang</b>	<b>125</b>
A.1	Herstellung der Serie P104E . . . . .	125
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>129</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Im Jahr 1962 wurde von Brian Josephson ein Cooper-Paar Tunneleffekt theoretisch vorausgesagt [1], der zu einem spannungslosen Stromtransport über eine isolierende Barriere zwischen zwei Supraleitern führt und später nach ihm benannt wurde. Der Suprastrom wird vom Phasengradienten der supraleitenden Wellenfunktion getrieben, welcher über der Tunnelbarriere entsteht. Für die Strom-Phasen-Beziehung dieser Cooper-Paar Tunnelkontakte sagte Josephson ein sinusförmiges Verhalten voraus. Bereits ein Jahr später wurde der Josephson-Effekt experimentell an einer supraleitenden Probe mit Zinnoxid-Barriere nachgewiesen [2]. Seit dieser Zeit wurden große Fortschritte, sowohl in der Theorie der Supraleitung, als auch der experimentellen Untersuchung des Josephson-Effekts gemacht. Der Josephson-Effekt erlangte auch große technologische Bedeutung und ist aus vielen Bereichen nicht mehr wegzudenken. Die bekanntesten Anwendungen sind dabei SQUID<sup>1</sup>-Magnetometer, die mit ihrer außerordentlich hohen Empfindlichkeit ein breites Spektrum von Einsatzmöglichkeiten besitzen.

Im Zuge der Forschung auf dem Gebiet der Supraleitung und des Josephson-Effekts zeigte sich auch schon bald, daß dieser Effekt nicht nur an einer isolierenden Tunnelbarriere zwischen zwei Supraleitern auftritt. Es genügt zwei Supraleiter schwach zu koppeln, wie zum Beispiel durch eine einfache Einschränkung des Querschnitts zu einem Punktkontakt, oder auch einem Normalmetall zwischen zwei Supraleitern. Bei dem letztgenannten System wurde schnell erkannt, daß der Suprastrom über die Schwachstelle nicht einem Tunneln von Cooper-Paaren zuzuschreiben ist, sondern dem Proximity-Effekt [3].

Der mikroskopische Mechanismus, der zum Proximity-Effekt und damit zu einem Suprastromtransport über die normaleleitende Schwachstelle führt, ist die sogenann-

---

<sup>1</sup>Superconducting **Q**uantum **I**nterference **D**evice

te Andreev-Reflektion [4]. Dieser Prozeß konvertiert ein Cooper-Paar, welches in den Normalleiter eindringen will, in ein korreliertes Elektron-Loch Paar. Bleibt die Korrelation dieser Elektron-Loch Paare genügend lange erhalten, können kohärente multiple Andreev-Reflektionen (MAR) im Kontakt auftreten. Diese MAR-Prozesse führen in mesoskopischen Supraleiter/Normalleiter/Supraleiter (SNS)-Kontakten zu einem Abweichen von der sinusförmigen Strom-Phasen-Relation [5], wie sie Josephson für die schwach gekoppelten Tunnelkontakte vorausgesagt hatte.

In einer Arbeit von Dubos et al. [6] wurden bei Mikrowellenbestrahlung eines hochtransparenten SNS-Kontaktes nichtinteger Shapiro-Stufen gefunden. Diese wurden als ein Hinweis auf die Existenz dieses mikroskopischen Prozesses der kohärenten MAR gewertet, wobei Details jedoch unverstanden blieben. Der direktere Weg wäre, die Strom-Phasen-Relation zu messen und damit die Auswirkungen der kohärenten MAR auf den Suprastromtransport im SNS-Kontakt. In den üblichen Experimenten, in denen der elektrische Transport über einen Josephson-Kontakt gemessen wird, ist die Form der Strom-Phasen-Relation leider prinzipiell nicht detektierbar. Es kann lediglich deren Amplitude gemessen werden, also der maximale Suprastrom, der über den Kontakt fließen kann. Ziel dieser Arbeit ist es deshalb, eine Methode zu entwickeln, mit der die Strom-Phasen-Relation von mesoskopischen SNS-Kontakten direkt gemessen werden kann, um die Vorhersagen der quasiklassischen Theorie zu bestätigen [5]. Neu an der hier verwendeten Methode ist der Einsatz von Mikro-Hall-Sensoren. Deren größter Vorteil gegenüber Mikro-SQUIDs ist der größere Temperatureinsatzbereich und der lineare Zusammenhang zwischen Magnetfeld und ausgelesener Hall-Spannung.

Diese Arbeit ist wie folgt aufgebaut: Nach einer kurzen Einführung in die Grundlagen der Supraleitung und des Josephson-Effekts in SNS-Kontakten (Kapitel 2), wird die Meßmethode und die Meßtechnik in Kapitel 3 erklärt. Darauf aufbauend wird dann im Kapitel 4 die Herstellung der Proben erläutert. Schließlich werden im Kapitel 5 die Meßergebnisse für die untersuchten Materialsysteme Al/Au, Al/Ag, Al/Cu und Nb/Ag vorgestellt und diskutiert.

# Kapitel 2

## Grundlagen

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen der vorliegenden experimentellen Arbeit zusammengefaßt. Neben ein paar einführenden Worten zur mikroskopischen Theorie der Supraleitung und des Josephson-Effekts liegt der Schwerpunkt hauptsächlich auf den untersuchten Supraleiter/Normalleiter/Supraleiterstrukturen (SNS-Strukturen). Für den Suprastromtransport über diese Strukturen gibt es theoretische Vorhersagen, die im Detail von denen der üblichen, schwach gekoppelten Tunnel-Josephson-Kontakten abweichen. Dies gilt insbesondere für die Form der Strom-Phasen-Relation, in der unter gewissen Umständen höhere Harmonische auftauchen.

### 2.1 Supraleitung und Josephson-Effekt

In diesem Abschnitt werden kurz die wichtigsten Grundzüge der Supraleitung und des Josephson-Effekts an isolierenden Tunnelbarrieren beschrieben. Weiterführende Details können den Monographien [7, 8, 9] entnommen werden, die als Vorlage dienen.

#### 2.1.1 Das mikroskopische Bild der Supraleitung

Betrachtet man ein normalleitendes Metall bei der Temperatur  $T = 0\text{K}$ , so erhält man den Grundzustand, indem man die zur Verfügung stehenden Zustände im  $\vec{k}$ -Raum sukzessive zu höheren Energien mit den Valenzelektronen besetzt. Im einfachsten Fall, dem freier Elektronen, beschreiben die besetzten Zustände eine Kugel, deren Radius durch  $k_F$ , den Betrag des Fermi-Wellenvektors, gegeben ist. Die

Energie der Elektronen in der äußersten Schale dieser Kugel wird dementsprechend als Fermi-Energie  $E_f$  bezeichnet. Es läßt sich nun zeigen, daß dieser Grundzustand des Normalmetalls, welcher auch als Fermi-See bezeichnet wird, nicht mehr der bevorzugte Grundzustand des Systems ist, wenn eine auch noch so kleine attraktive Wechselwirkung zwischen zwei Elektronen möglich ist. In der einfachsten Näherung wird diese attraktive Wechselwirkung durch eine skalare Konstante  $-V$  beschrieben, welche für die Elektronen, die außerhalb des Energieintervalls  $\hbar\omega_c$  um  $E_f$  liegen, den Wert Null annehmen soll ( $\hbar = h/2\pi \approx 1,054 \times 10^{-34}$  Js ist die Planck-Konstante). Das negative Vorzeichen steht für den anziehenden Charakter der Wechselwirkung und die *Cut-off*-Frequenz  $\omega_c$  ist ein vom Material abhängiger Parameter. Dabei ist  $\omega_c$  so bemessen, daß  $\hbar\omega_c$  sehr viel kleiner als die Fermi-Energie ist. Für die Energie eines Elektronenpaares in den Zuständen  $+\vec{k}$  und  $-\vec{k}$  und antiparalleler Spinausrichtung ergibt sich dann:

$$E \approx 2E_f - 2\hbar\omega_c e^{-2/(N(0)V)}. \quad (2.1)$$

Man erhält also einen Zustand, dessen Energie kleiner ist als  $2E_f$ , was die minimale Energie zweier ungepaarter Elektronen oberhalb der Fermi-Kante darstellt. Dieser neue Paarzustand ist nicht als gebundener Zustand zu verstehen, welcher unabhängig vom Fermi-See existieren kann, denn seine Energie ist nicht negativ. Es findet nur eine Energieabsenkung relativ zur Fermi-Kante statt.  $N(0)$  bezeichnet die Zustandsdichte an der Fermi-Kante und ist ein für die Supraleitung wichtiger Parameter. Die Details der Wechselwirkung, die zur Anziehung zweier Elektronen führen, spielen eine untergeordnete Rolle: Bei den sogenannten konventionellen Supraleitern ist ein Austausch von Phononen für die Paarung und damit letztendlich für die Supraleitung verantwortlich. Der mittlere Abstand, über den eine Paarkorrelation über Phononenaustausch möglich ist, wird mit  $\xi_0$  bezeichnet. Er liegt im Bereich von ca. 100 – 1000 nm und wird als BCS<sup>1</sup>-Kohärenzlänge bezeichnet. Die gepaarten Elektronen werden in der Literatur häufig als Cooper-Paare bezeichnet.

Der Grundzustand im Supraleiter ist ein gemeinsamer Zustand aller Cooper-Paare, wobei die Paare als quasi voneinander unabhängig angesehen werden und so eine Überlagerung der Wellenfunktionen der einzelnen Paare möglich ist. Der Grundzustand  $\Psi$  lautet:

$$|\Psi\rangle = \prod_k (u_k |0\rangle_k + v_k |1\rangle_k) \quad (2.2)$$

---

<sup>1</sup>Die Abkürzung BCS steht für die Namen Bardeen, Cooper und Schrieffer, den Begründeren dieser mikroskopischen Theorie der Supraleitung, welche auch unter dem Namen BCS-Theorie bekannt ist.



Dabei bezeichnet  $|0\rangle_k$  den unbesetzten Paarzustand und  $|1\rangle_k$  den besetzten, d. h. die Paarzustände in einem gewissen Intervall um die Fermi-Energie sind gleichzeitig mit einer Wahrscheinlichkeit  $u_k$  unbesetzt und mit einer Wahrscheinlichkeit  $v_k$  besetzt. Die Parameter  $u$  und  $v$  werden bestimmt, indem man den Erwartungswert des System-Hamiltonians in  $|\Psi\rangle$  ausrechnet und diesen dann bezüglich  $u$  und  $v$  minimiert. Man erhält dann für  $|v_k|^2$ :

$$|v_k|^2 = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{\epsilon_k - E_f}{\sqrt{|\Delta|^2 + (\epsilon_k - E_f)^2}} \right], \quad (2.3)$$

wobei  $\epsilon_k$  die Energie der einzelnen Elektronen bei Abwesenheit einer attraktiven Wechselwirkung bezeichnet. Die Größe  $\Delta$  wird als Paarpotential bezeichnet und ist gegeben durch  $\Delta = -V \sum_k v_k u_k (1 - 2f(\epsilon_k))$ . Dabei ist  $f(\epsilon)$  die Fermi-Dirac Verteilungsfunktion. Das Paarpotential ist gewissermaßen ein Maß für die Fähigkeit zur Elektron-Paarbildung. Es ist wie die Wechselwirkung  $V$  nur im Intervall  $\hbar\omega_c$  um die Fermi-Energie von Null verschieden und im allgemeinen eine komplexe Zahl, die mit der reellen Amplitude  $\Delta_0$  als  $\Delta = \Delta_0 e^{i\varphi}$  dargestellt werden kann. Da sich die Wahrscheinlichkeiten, daß ein Paarzustand besetzt bzw. unbesetzt ist, zu eins addieren muß ergibt sich:  $|u_k|^2 = 1 - |v_k|^2$ .

Weit unterhalb von  $E_f$  gilt  $|v_k|^2 = 1$ , d. h. alle Paare im Zustand  $\vec{k}$  sind besetzt. Im umgekehrten Falle, wenn  $\epsilon_k \gg E_f$ , dann ist  $|u_k|^2 = 1$ , d. h. alle Paare sind unbesetzt. Dies bedeutet noch keinen Unterschied zu einem Elektronensystem ohne einer attraktiven Wechselwirkung. In einem Intervall  $\Delta_0$  um  $E_f$  jedoch weichen die beiden Wahrscheinlichkeitsamplituden stark von Null bzw. Eins ab. Der Energiegewinn des neuen Grundzustandes (Gl. 2.2) wird auch als Kondensationsenergie bezeichnet und ist gegeben durch:  $E_{kon} = -N(0) \Delta_0^2/2$ . Offensichtlich fällt der Energiegewinn besonders groß aus, wenn  $N(0)$  groß ist, denn dann befinden sich viele Elektronen nahe der Fermi-Kante und liegen damit im Einflußbereich der attraktiven Wechselwirkung. Das Besondere an diesem neuen Grundzustand ist das kollektive Verhalten der gepaarten Elektronen. Dies zeigt sich darin, daß das Paarpotential  $\Delta = -V \sum_k v_k u_k (1 - 2f(\epsilon_k))$  über das Produkt  $v_k u_k$  von allen Zuständen abhängt. Im Normalleiter wäre immer entweder  $u_k$  oder  $v_k$  Null und damit auch  $\Delta$ . Der supraleitende Grundzustand stellt einen sogenannten makroskopischen Quantenzustand mit der Wellenfunktion  $\Psi = F e^{i\varphi}$  dar. Dies macht sich besonders dadurch bemerkbar, daß die Cooper-Paardichte  $\rho$  durch den Betrag der Wellenfunktion  $\rho = \Psi^* \Psi$  gegeben ist und somit eine Größe mit physikalischer Bedeutung darstellt.

Die elementaren Anregungen aus dem supraleitenden Grundzustand bestehen darin, die Paare aufzubrechen und zwei unabhängige Elektronen zu erzeugen. Diese

elementaren Anregungen werden als Quasiteilchen bezeichnet. Da für die Energie eines ungepaarten Elektrons gilt  $E_k = \sqrt{(\epsilon_k - E_f)^2 + \Delta_0^2}$ , muß mindestens die Energie  $2\Delta_0$  aufgebracht werden, um ein Paar aufzubrechen.  $\Delta_0$  wird als supraleitende Energielücke bezeichnet und stellt eine Zone um die Fermi-Energie dar, in der keine Quasiteilchenzustände existieren. Zwischen  $\Delta_0$  und der kritischen Temperatur  $T_c$ , unterhalb der sich der supraleitende Zustand ausbildet, besteht folgender einfacher Zusammenhang [10]:

$$2\Delta_0 (T = 0) = 3,8k_bT_c. \quad (2.4)$$

Dabei bezeichnet  $k_b \approx 1,38 \times 10^{-23}$  J/K die Boltzmann-Konstante.

Die eben dargestellte Theorie ist unter dem Namen BCS-Theorie bekannt und gültig für homogene Supraleiter, d. h. das Paarpotential ist nicht ortsabhängig. Hat man es mit inhomogenen Systemen zu tun, bei denen das Paarpotential vom Ort abhängt, wie es insbesondere bei Supraleiter/Normalleitersystemen (SN-System) der Fall ist, muß man die sogenannten Bogoliubov-de Gennes Gleichungen verwenden [11]:

$$Eu(\vec{r}) = H_e u(\vec{r}) + \Delta(\vec{r})v(\vec{r}) \quad (2.5a)$$

$$Ev(\vec{r}) = \Delta^*(\vec{r})u(\vec{r}) - H_e^* v(\vec{r}) \quad (2.5b)$$

Diese Gleichungen werden oft in Matrixform geschrieben und die Zustände als Spaltenvektoren im Partikel-Lochraum, der auch als Nambu-Raum bezeichnet wird. Die Komponenten des Spaltenvektors sind ortsabhängige Funktionen, welche die Elektron-/Lochüberlagerung des Zustandes beschreiben. Der Hamiltonian  $H_e = \frac{1}{2m} \left( \frac{\hbar}{i} \nabla - e\vec{A} \right) + U(\vec{r}) - \mu$  enthält ein Potential  $U(\vec{r})$ , welches das Gitterpotential und das Coulomb-Wechselwirkungspotential beschreibt.  $\mu$  ist das chemische Potential. Das Paarpotential  $\Delta$  wird selbstkonsistent bestimmt aus den Eigenlösungen des Gleichungssystems 2.5a und 2.5b:

$$\Delta(\vec{r}) = V \langle \psi_\uparrow(\vec{r}) \psi_\downarrow(\vec{r}) \rangle = V \sum_j v_j^*(\vec{r}) u_j(\vec{r}) (1 - 2f(E_j)). \quad (2.6)$$

Hier ist  $\psi_\sigma(\vec{r})$  der Vernichtungsoperator eines Elektrons am Ort  $\vec{r}$ . Die Vermischung eines Zustandes im Nambu-Raum aus Elektron- und Lochcharakter wird vom Paarpotential  $\Delta(\vec{r})$  hervorgerufen. Im Falle eines Normalleiters, wo  $\Delta(\vec{r}) = 0$  gilt, entkoppelt das Gleichungssystem und es liegen reine Elektron- und Lochzustände vor. Ist das Paarpotential konstant, erhält man die Anregungsenergien und Quasiteilchen eines homogenen Supraleiters wie durch die BCS-Theorie beschrieben. SN-Kontakte

werden üblicherweise durch ein stufenförmiges Paarpotential modelliert, d. h. im Normalleiter ist das Paarpotential 0 und im Supraleiter nimmt es einen endlichen konstanten Wert an.

Es hat sich außerordentlich bewährt Vielteilchen-Probleme, zu denen insbesondere auch die Supraleitung zählt, durch quantenfeldtheoretische Methoden in Gestalt von Greenschen Funktionen zu beschreiben. Observablen, wie Zustandsdichte und Stromdichte, können aus den Greenschen Funktionen abgeleitet werden. Ausgangspunkt dabei ist die Gor'kov Gleichung [12], die das Analogon zu den Bogoliubov-de Gennes Gleichungen für Greensche Funktionen darstellt [13]. Da diese Gleichung in der Regel schwer zu lösen ist, verwendet man oft die sogenannte quasiklassische Approximation: Die Lösungen der Gor'kov Gleichung als eine Funktion der relativen Ortskoordinate oszillieren mit einer Wellenlänge der Größenordnung  $\lambda_f$ . Die charakteristischen Längenskalen im Supraleiter sind jedoch wesentlich größer, so daß es genügt die Abhängigkeit der Greenschen Funktionen von der Schwerpunktskoordinate zu kennen. Die über die Energie integrierten, quasiklassischen Greenschen Funktionen erfüllen dann die Eilenberger Gleichungen [14]. Die Eilenberger Gleichungen finden Anwendung im ballistischen Limit, d. h. wenn die mittlere freie Weglänge größer ist als alle anderen relevanten Größen. Im diffusiven Regime dagegen sind die Greenschen Funktionen isotrop und die Eilenberger Gleichungen können weiter vereinfacht werden. Man verwendet dann die sogenannten Usadel Gleichungen [15]. Ein Überblick über die quasiklassische Approximation findet sich beispielsweise in [16, 17].

## 2.1.2 Der Josephson-Effekt an einer Tunnelbarriere

Fügt man zwischen zwei Supraleiter eine isolierende Tunnelbarriere ein, so können die Cooper-Paare spannungslos tunneln und so einen Suprastrom über die Barriere hinweg aufrechterhalten. Dabei tunneln die Paare jedoch nicht als Einheit, sondern werden vorher aufgebrochen. Die beiden Elektronen tunneln dann nacheinander und bilden auf der anderen Seite wieder ein Paar. Aufgrund der Wechselwirkung zwischen den beiden, ist die Tunnelwahrscheinlichkeit für diesen Doppelprozeß ungefähr gleich der eines einzelnen Quasiteilchens [8]. Getrieben werden die Paare von der eichinvarianten Phasendifferenz  $\Delta\varphi$  [7, 18]:

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi^* + \frac{2\pi}{\Phi_0} \int \vec{A} d\vec{l}, \quad (2.7)$$

wobei das Integral von der einen Elektrode des Kontaktes zur anderen Elektrode läuft.  $\Delta\varphi^*$  ist die Phasendifferenz der supraleitenden Wellenfunktionen in den bei-

den Elektroden und  $\Phi_0 \approx 2,07 \times 10^{-15}$  Vs das elementare Flußquantum. Gilt für das magnetische Vektorpotential  $\vec{A} = 0$ , ist die eichinvariante Phasendifferenz der einfachen Phasendifferenz  $\Delta\varphi^*$  gleichzusetzen. Der Zusammenhang zwischen der Phase  $\Delta\varphi$  und dem Cooper-Paarstrom über den Kontakt ist gegeben durch [1]:

$$I(\Delta\varphi) = I_c \sin(\Delta\varphi) . \quad (2.8)$$

Dabei ist  $I_c$  der maximale kritische Strom, der über die Tunnelbarriere fließen kann. Dieser Cooper-Paar Tunnelprozeß ist unter dem Namen dc-Josephson-Effekt bekannt. Der Josephson-Effekt ist nicht auf die spezielle Beschaffenheit der Barriere festgelegt. Egal ob man die beiden Supraleiter mit einer Tunnelbarriere (SIS) oder einer normaleitenden Schicht (SNS) schwach koppelt, die sinusförmige Abhängigkeit des Suprastroms von der Phasendifferenz behält ihre Gültigkeit, solange die Transparenz der Grenzflächen sehr viel kleiner als eins ist. Abweichungen vom sinusförmigen Verhalten des Josephson-Stroms treten jedoch auf, wenn die Transparenz des Josephson-Kontaktes groß wird. Bei SIS Kontakten hoher Transparenz beispielsweise führt die starke Kopplung zu einer Unterdrückung des Paarpotentials in den supraleitenden Reservoiren. Der Paarbrechungseffekt verstärkt sich mit steigender Suprastromdichte [19, 20], wodurch die Strom-Phasen-Relation so beeinflusst wird, daß der maximale Suprastrom schon bei Werten von  $\Delta\varphi < \pi/2$  erreicht wird. Bei diffusiven SNS Kontakten hoher Transparenz dagegen treten zusätzlich zur fundamentalen Periode von  $2\pi$  höhere Harmonische mit den Perioden  $2\pi/2, 2\pi/3, 2\pi/4, \dots$  auf, die zu einer Verschiebung des Maximums der Strom-Phasen-Relation zu Werten  $\Delta\varphi > \pi/2$  führen [10, 5, 6]. Wie dies im Detail aussieht, ist Thema des Abschnitts 2.4 ab Seite 16.

Die Beschaffenheit der Barriere beeinflusst bei Tunnelkontakten mit verschwindender Transparenz im wesentlichen nur den Vorfaktor  $I_c$  und dabei insbesondere dessen Temperaturverhalten. So wird die Abhängigkeit des kritischen Stroms von der Temperatur durch die sogenannte Ambegaokar-Baratoff-Relation beschrieben:

$$I_c R_n = \frac{\pi}{2e} \Delta_0(T) \tanh\left(\frac{\Delta_0(T)}{2k_b T}\right) \quad (2.9)$$

Hier ist  $R_n$  der Widerstand der Barriere und  $e$  die Elementarladung. Diese Relation gilt für direktes Tunneln und identische konventionelle Supraleiter auf beiden Seiten der Tunnelbarriere. Bemerkenswert ist, daß  $I_c R_n$  nur von der Energielücke abhängt und nicht von der Dicke der Tunnelbarriere. Dies liegt daran, daß vorausgesetzt wurde, daß gepaarte und ungepaarte Elektronen auf gleiche Art und Weise tunneln.

Bei Vergrößerung der Barrierendicke nimmt deshalb der Normalwiderstand  $R_n$  im gleichen Maße zu, wie der kritische Strom  $I_c$  abnimmt.

## 2.2 Proximity-Effekt und Andreev-Reflektion

Genau wie ein Ferromagnet stellt ein Supraleiter ein geordnetes System dar. Der Ordnungsgrad wird dabei von einem Ordnungsparameter beschrieben, welcher im ungeordneten Fall verschwindet und einen endlichen Wert annimmt, wenn das System in eine geordnete Phase wechselt. Beim Ferromagnet ist dieser Parameter die Magnetisierung des Materials, beim Supraleiter die Anzahl der gepaarten Elektronen. Diese Ordnungsparameter sind in der Regel kontinuierliche, ortsabhängige Funktionen, die sich nur auf einer Skala, gegeben durch die jeweilige Kohärenzlänge signifikant ändern können. Beim Supraleiter ist das die sogenannte Ginzburg-Landau Kohärenzlänge  $\xi_{GL}$  (s. [7, 8, 9]), die nicht mit der BCS-Kohärenzlänge  $\xi_0$  zu verwechseln ist. Letztere gibt nämlich an über welche Distanz die Paarkorrelation wirksam ist.

Bringt man nun einen Supraleiter in guten metallischen Kontakt mit einen Normalleiter, so kann die Cooper-Paardichte am Übergang nicht sprunghaft auf Null gehen. Das Paarpotential tut dies, denn das Wechselwirkungspotential  $V(\vec{r})$  ist im Normalleiter Null. Die supraleitende Korrelation, die in den Normalleiter hineingetragen wird bzw. die Cooper-Paardichte klingen exponentiell mit dem Abstand  $d$  von der Grenzfläche ab:

$$\Psi^* \Psi = \rho \propto e^{-d/\xi_n} \quad (2.10)$$

Die Reichweite der supraleitenden Korrelation in den Normalleiter hinein beträgt bei den hier untersuchten Proben einige 100 nm für  $T \approx 0,2$  K. Sie ist gegeben durch die thermische Kohärenzlänge  $\xi_n$  im Normalmetall, welche für den ballistischen und diffusiven Fall jeweils unterschiedlich definiert ist:

Ist die mittlere freie Weglänge  $l$  größer als die Paarkorrelationslänge  $\xi_0$  und die Abmessung der Probe, dann gilt:

$$\xi_n = \frac{\hbar v_f}{2\pi k_b T}. \quad (2.11)$$

Dabei ist  $v_f$  die Fermi-Geschwindigkeit im Normalleiter. Im entgegengesetzten Fall, wenn der Normalleiter diffusiv ist, gilt für  $\xi_n$  2.11:

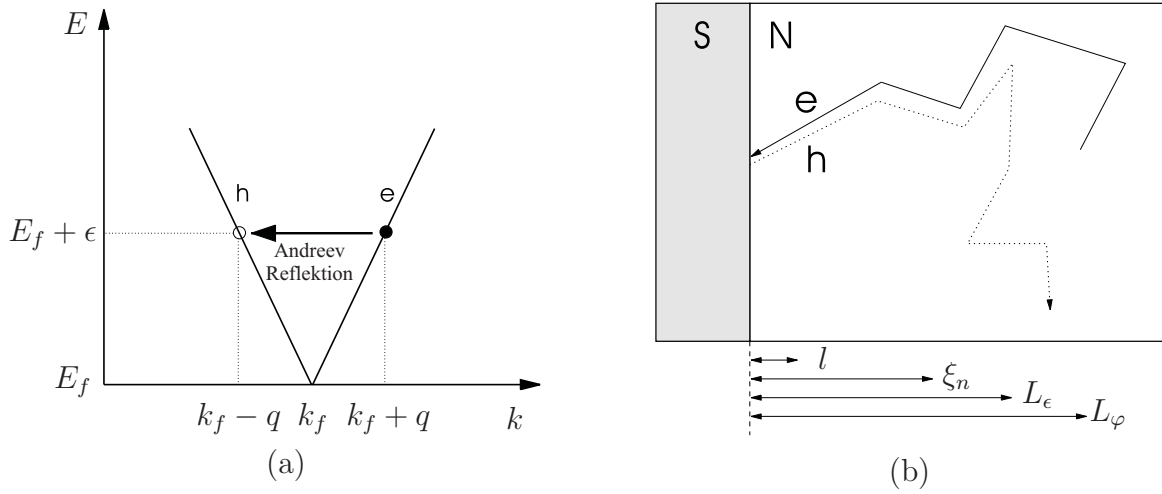
$$\xi_n = \sqrt{\frac{\hbar v_f l}{6\pi k_b T}} = \sqrt{\frac{\hbar D}{2\pi k_b T}}. \quad (2.12)$$

Hier wurde die Diffusionskonstante  $D = (1/3)v_f l$  verwendet.

Diese Induktion von supraleitenden Eigenschaften im Normalleiter wird als Proximity-Effekt bezeichnet [8, 21]. Dabei wird die Leitfähigkeit im Normalmetall [22], sowie die Zustandsdichte auf der Normalleiterseite geändert, d. h. eine Pseudoenergielücke induziert [23]. Im Gegenzug wird auf der Seite des Supraleiters die Cooper-Paardichte und die Energielücke reduziert, was die Supraleitung abschwächt und die kritische Temperatur stark unterdrücken kann [8, 24]. Hier spricht man vom inversen Proximity-Effekt.

Ein mikroskopisches Bild für die Konvertierung eines Suprastroms in einen Normalstrom ist durch den Prozeß der Andreev-Reflektion [4] gegeben. Betrachtet man ein Cooper-Paar, welches im Supraleiter auf die Grenzfläche zuläuft, dann kann es in den Normalleiter eindringen, indem ein korreliertes Elektron-Loch-Paar im Normalleiter erzeugt wird. Die Korrelation des Elektron-Loch-Paares im Normalleiter läßt sich verstehen da das Paar durch eine kohärente Wellenfunktion beschrieben werden kann. D. h. das Elektron-Loch-Paar trägt noch die Korrelation des Cooper-Paars. Es werden also die supraleitenden Eigenschaften in den Normalleiter getragen, obwohl dort das Paarpotential Null ist. Warum dieser Vorgang als Reflektion bezeichnet wird, läßt sich jedoch am Besten einsehen, wenn man den Prozeß aus der Sicht des Normalmetalls betrachtet. Läuft ein Elektron mit der Energie  $\epsilon < \Delta_0$  auf die Grenzfläche zu, kann es nicht in den Supraleiter eindringen, da keine Zustände vorhanden sind. Der triviale Prozeß ist einfach eine spiegelnde Reflektion. Die zweite Möglichkeit ist aber, daß das Elektron als Loch reflektiert wird und umgekehrt ein Loch als ein Elektron. Welche der beiden Reflektionen (spiegelnd oder Andreev) wahrscheinlicher ist, hängt dabei von der Transparenz der Kontaktfläche und dem Einfallswinkel des Quasiteilchens ab [25]. Ist die Grenzfläche ideal metallisch und fällt das Quasiteilchen senkrecht zur Grenzfläche ein, findet Andreev-Reflektion mit einer Wahrscheinlichkeit von 1 statt.

Bei der Andreev-Reflektion wird nicht nur wie bei der spiegelnden Reflektion die zur Grenzfläche orthogonale Komponente des Impulses invertiert, sondern alle drei Komponenten. Das reflektierte Elektron bzw. Loch läuft also den zeitumgekehrten Pfad des ursprünglich eingefallenen Teilchens ab. Dies ist jedoch strenggenommen nur richtig für Elektronen mit der Energie  $E_f$  [26]. Betrachtet man ein Elektron mit der Energie  $E_f + \epsilon$ , also knapp oberhalb der Fermi-Kante, so hat es einen Impulsbetrag von  $k_f + q$ . Das reflektierte Loch hat dann einen Impuls mit dem Betrag  $k_f - q$  (s. Abb. 2.1 (a)). Der Unterschied der Impulskomponente von Elektron und Loch



**Abbildung 2.1:** Die Andreev-Reflektion (nach [26]): (a) Ein einfallendes Elektron mit der Energie  $\epsilon$  oberhalb der Fermi-Kante trifft die Grenzfläche zwischen Supraleiter und Normalleiter auf der Normalleiter Seite. Das reflektierte Loch hat einen um  $2q$  geänderten Wellenvektor. (b) Aufgrund des leicht unterschiedlichen Impulses laufen das Loch und das Elektron nach einer Energie abhängigen Kohärenzlänge  $L_\epsilon$  auseinander und verlieren deshalb ihre Korrelation. Das relative Größenverhältnis verschiedener relevanter Längenskalen zueinander ist im unteren Bereich der Abbildung skizziert.

senkrecht zur Grenzfläche ist dann  $\delta k = 2q = k_f \frac{\epsilon}{E_f}$  und führt zu einer wachsenden Phasendifferenz zwischen den beiden Partikeln. Im Teilchenbild und im allgemeinen Fall eines beliebigen Einfallswinkels des Elektrons, äußert sich  $\delta k$  darin, daß der Austrittswinkel des Loches leicht vom Einfallswinkel des Elektrons abweicht. D. h. die Retroreflektion ist bei endlicher Energie nicht perfekt und die Trajektorien des Elektrons und des Loches laufen auseinander (s. Abb. 2.1 (b)). Nach einem bestimmten Abstand von der Grenzfläche hat sich zwischen Elektron und Loch eine Phasendifferenz von  $\pi$  eingestellt und die Korrelation der beiden zerbricht. Dies ist im diffusiven Normalmetall nach der Kohärenzlänge

$$L_\epsilon = \sqrt{\frac{\hbar D}{\epsilon}} \quad (2.13)$$

geschehen. Gleichzeitig ist der räumliche Abstand der beiden Teilchen auf einen Wert angewachsen, der in etwa der Fermi-Wellenlänge  $\lambda_f$  entspricht. Ist  $\epsilon = 2\pi k_b T$ , so stimmt der Ausdruck 2.13 mit Gleichung 2.12 für die thermische Kohärenzlänge  $\xi_n$  überein.  $\xi_n$  ist relevant, wenn sich das System im thermischen Gleichgewicht befindet, was zum Beispiel beim dc-Josephson-Effekt der Fall ist. Geht  $\epsilon$  bzw.  $T$  gegen Null, divergieren die Kohärenzlängen  $L_\epsilon$  bzw.  $\xi_n$ . Ausschlaggebend ist dann die



Phasenkohärenzlänge  $L_\varphi$ , nach der das Elektron bzw. das Loch ihr Phasengedächtnis verloren haben und ihre Korrelation in jedem Fall zerbricht.

## 2.3 Supraleiter/Normalleiter Josephson-Kontakte

Wie im vorangegangenen Abschnitt beschrieben, werden durch den Proximity-Effekt die Eigenschaften eines Supraleiters in einen Normalleiter übertragen, wenn sich beide in gutem Kontakt zueinander befinden. Bringt man nun einen Normalleiter zwischen zwei supraleitende Reservoirs, so kann ein Suprastrom über den normalleitenden Bereich fließen. Wegen der relativ großen Kohärenzlänge des Proximity-Effekts kann schon bei recht großen Dicken  $s$  der normalleitenden Schicht von der Größenordnung eines Mikrometers ein Cooper-Paar-Strom nachgewiesen werden.

Es wurde bereits früh erkannt [3, 11, 27], daß der maximale kritische Strom in SNS Josephson-Kontakten im wesentlichen durch den Engpaß in der Mitte des Kontaktes gegeben ist, wo die Cooper-Paardichte am kleinsten ist. Wegen des exponentiellen Abklingens der Cooper-Paardichte von beiden Grenzflächen her (Gleichung 2.10), gilt näherungsweise für den kritischen Strom bei konstanter Temperatur:  $I_c R_n \propto s e^{-s/\xi_n}$ , wenn  $s \gg \xi_n$  gilt. Diese starke Abhängigkeit des  $I_c R_n$  Produktes von der Dicke der Normalleiterschicht steht in starkem Gegensatz zur Beziehung 2.9 für Tunnel-Josephson-Kontakte. Hier hebt sich der exponentielle Anstieg des Widerstandes mit dem exponentiellen Abfall des maximalen Suprastromes gerade auf, so daß keine Abhängigkeit von der Dicke der Tunnelbarriere bleibt. Bei SNS Kontakten jedoch können sich die lineare Abhängigkeit des Widerstandes und der exponentielle Abfall des Suprastromes nicht kompensieren und es ergibt sich die starke Abhängigkeit von der Kontaktlänge. Diese Betrachtung des Josephson-Stroms im Rahmen der Ginzburg-Landau Theorie ist jedoch grundsätzlich nicht in der Lage das Verhalten bei tiefen Temperaturen zu beschreiben.

Im mikroskopischen Bild wird ein Suprastrom über eine normalleitende Brücke durch ein Spektrum von Zuständen getragen, den sogenannten gebundenen Andreev-Zuständen [19, 28, 29]. Im ballistischen Grenzfall läßt sich das Spektrum recht einfach herleiten und weist auch einige Eigenschaften auf, welche im diffusiven Regime erhalten bleiben. Dafür stelle man sich eine eindimensionale SNS-Struktur mit unendlich ausgedehnten, supraleitenden Reservoirs und ideal transparenten Grenzflächen vor, an der eine Phasendifferenz von  $\Delta\varphi$  anliege (s. [5, 13]). Ein an der rechten Grenzfläche reflektiertes Quasi-Elektron läuft zurück zur linken Grenzfläche, wo es Andreev-reflektiert wird und ein Quasiloche läuft wieder zur rechten Grenzfläche. Ist nun die Gesamtphase, die vom Quasiteilchenpaar aufgesammelt wird, ein ganz-



zahliges Vielfaches von  $2\pi$ , so bildet sich ein gebundener Andreev-Zustand aus. Die Gesamtphase setzt sich zusammen aus der dynamischen Phase und der Phasenänderung bei der Andreev-Reflektion [13]:

$$\varphi_{total} = (k_+(E) - k_-(E))s - 2 \arccos(E_j^\pm/\Delta_0) \pm \Delta\varphi = 2\pi j; \quad j = 0, \pm 1, \dots \quad (2.14)$$

Diese transzendente Gleichung kann für die Fälle  $s = 0$  bzw.  $s \rightarrow \infty$  einfach gelöst werden. Wobei im zweiten Fall genauer gelten sollte  $s \gg \xi_0$  aber  $s < \xi_n$ . Ist  $s=0$  enthält das System nur einen gebundenen Andreev-Zustand:

$$E(\Delta\varphi) = \Delta_0 \cos\left(\frac{1}{2}\Delta\varphi\right). \quad (2.15)$$

Im zweiten Fall eines langen Kontaktes kann man  $\arccos(E/\Delta_0) = \pi/2$  setzen und  $k_+(E) - k_-(E) \approx k_f E/E_f$ . Es ergeben sich dann folgende Energieniveaus:

$$E_j^\pm = \frac{\hbar v_f}{2s} (\pi(2j+1) \pm \Delta\varphi). \quad (2.16)$$

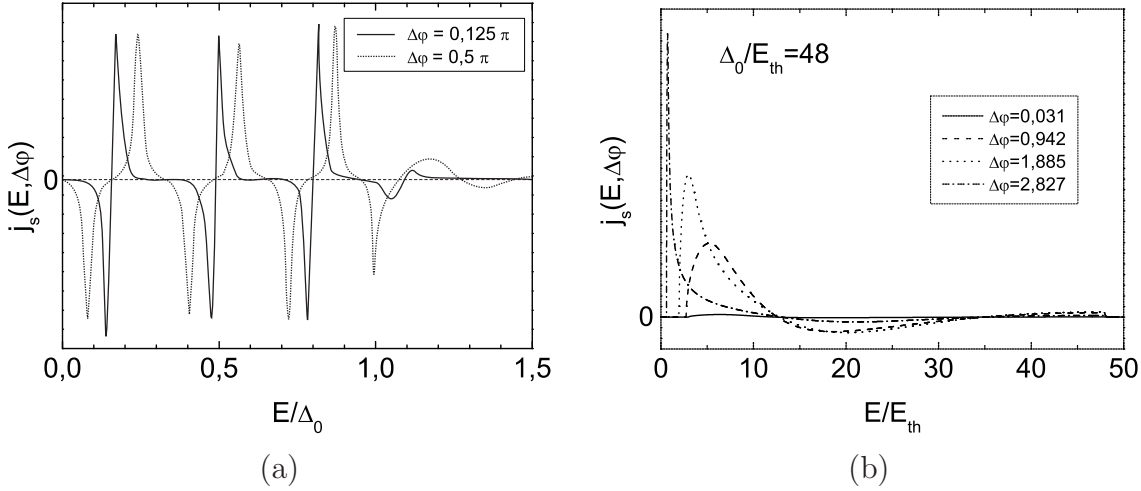
In diesen Gleichungen korrespondiert die Energie  $E_j^-$  zu einem gebundenen Zustand, der Strom von rechts nach links transportiert. D. h. das Quasielektron bewegt sich nach links und das Quasiloche nach rechts. Der Zustand  $E_j^+$  trägt den Suprastrom von links nach rechts. Ist die Phasendifferenz  $\Delta\varphi$  über dem SNS-Kontakt Null, so sind die Niveaus für den nach links bzw. nach rechts transportierten Strom bei festem  $j$  entartet. Für die spektrale Stromdichte  $j_s(E, \Delta\varphi)$ , welche die Größe des pro gebundenen Andreev-Zustand transportierten Stroms ausdrückt, gilt [5]:

$$j_s(E, \Delta\varphi) \propto \sum_{j, \alpha=\pm} \frac{\partial E_j^\alpha}{\partial \Delta\varphi} \delta(E - E_j^\alpha). \quad (2.17)$$

Man erhält also ein Spektrum von positiven ( $E = E_j^+$ ) und negativen ( $E = E_j^-$ ) *Peaks*. In der Abb. 2.2 (a) ist für zwei Werte der Phasendifferenz  $\Delta\varphi$  das Spektrum eines ballistischen SNS-Kontakts skizziert [30]. Die Verbreiterung der *Peaks* resultiert aus einer endlichen Ankopplung des betrachteten eindimensionalen Halbleiterkontaktes an ein halbleitendes Reservoir. Wird die Ankoppelung auf Null gesetzt ergäbe sich das  $\delta$ -*Peak* Spektrum der Gleichung 2.17.

Mit zunehmender Zahl von elastischen Streuern variieren die Längen der Trajektorien zwischen zwei sukzessiven Andreev-Reflektionen über einen immer größer werdenden Bereich. Das Resultat ist die Verbreiterung des Andreev-Spektrums, bis schließlich im diffusiven Grenzfall ein kontinuierlicher spektraler Strom vorliegt [5, 31].

Aber auch dieses kontinuierliche Spektrum enthält immer noch Energieintervalle, welche zu einem rechts- bzw. linksgerichteten Stromfluß korrespondieren, wie man der Abb. 2.2 (b) entnehmen kann [5, 31, 32].



**Abbildung 2.2:** Spektraler Suprastrom in einem SNS-Kontakt: (a) Das Spektrum eines ballistischen Josephson-Kontaktes besteht aus relativ scharf definierten Peaks, welche oberhalb der Energielücke stark unterdrückt sind (entnommen aus [30]). Die Verbreiterung der *Peaks* resultiert aus einer endlichen Ankopplung des N Kanals an ein halbleitendes Reservoir (s. Text). (b) Der spektrale Suprastrom eines langen diffusiven Kontaktes ( $\Delta_0/E_{th} \gg 1$ ) ist kontinuierlich. Aber auch dieses Spektrum enthält noch positive und negative Beiträge zum Suprastrom. Die Einhüllende klingt exponentiell ab.

Um nun sowohl im ballistischen als auch im diffusiven Limit den meßbaren Suprastrom  $I(\Delta\varphi)$  zu berechnen, muß man über das Spektrum  $j_s(E, \Delta\varphi)$  integrieren, wobei nach der Besetzung  $f_L$  der korrelierten Elektron-Loch-Paare gewichtet wird. Dabei ist die thermische Verteilung der Elektronen durch die Fermi-Funktion  $f(E)$  gegeben und für die Verteilungsfunktion der Löcher gilt:  $f_h(E) = 1 - f(E)$ . Damit ergibt sich insgesamt die Gewichtungsfunktion  $f_L(E) = 1 - (f_h(-E) + f(E)) = f(-E) - f(E) = \tanh(E/2k_bT)$  [5] und der meßbare Strom  $I$  ist gegeben durch:

$$I = \frac{E_{th}}{2eR_n} \int_{-\infty}^{\infty} dE' j_s(E', \Delta\varphi) f_L(E'). \quad (2.18)$$

Dabei ist  $E_{th} = \frac{\hbar D}{s^2}$  die Thouless-Energie und stellt eine wichtige charakteristische Energieskala für SNS-Kontakte dar, wie im folgenden noch deutlich wird. Die Gleichung 2.18 zeigt, daß der Josephson-Strom die Summe von Teilströmen ist, wobei die Teilströme von den Andreev-Zuständen getragen werden. Da die Besetzung der Zustände durch eine Verteilungsfunktion geregelt wird, gibt es zwei Möglichkeiten

den gesamten Josephson-Strom zu ändern. Zum einen kann man durch Variation des Materials oder der Geometrie des Normalleiters das Spektrum beeinflussen. Zum anderen kann man die Besetzung der Zustände durch die Verteilungsfunktion verändern. Im thermischen Gleichgewicht läßt sich das durch Änderung der Temperatur bewerkstelligen. Man kann aber auch durch einen Quasiteilchenstrom eine Nichtgleichgewichtsverteilungsfunktion erzwingen. So gelang es in einigen Arbeiten, lange diffusive SNS-Kontakte in den sogenannten  $\pi$ -Zustand überzuführen, indem die niederenergetischen positiven Beiträge zum Suprastrom im Spektrum ausgeblendet wurden [33, 34, 35]. Durch die Ausblendung der positiven Beiträge wird dabei das Vorzeichen des Sinustermes in der Gleichung 2.8 umgekehrt, was einer Verschiebung der Strom-Phasen-Relation um  $\pi$  entspricht, woher auch der Name  $\pi$ -Zustand folgt.

In der Arbeit [5] wird detailliert das Suprastromspektrum diffusiver SNS-Kontakte beschrieben. Die Berechnung der Spektren geschieht dabei durch Lösung der Usadel Gleichung mit Hilfe von Greenschen Funktionen im Keldysh-Formalismus. Es wird zwischen zwei verschiedenen Regimes unterschieden, die sich jeweils durch eine charakteristische Energieskala auszeichnen: Ist der Kontakt kurz ( $s \ll \xi_0$ ), so ist das Suprastromspektrum schmal und nur wenige gebundene Andreev-Zustände tragen zum Stromtransport bei. Wenn der Kontakt lang ist ( $s \gg \xi_0$ ), dann ist das Spektrum weit und viele Zustände tragen bei. Die Länge des Kontaktes kann auch durch den Vergleich von  $\Delta_0$  und  $E_{th}$  charakterisiert werden. Handelt es sich um einen langen Kontakt gilt  $E_{th} \ll \Delta_0$  und wenn  $E_{th} \gg \Delta_0$  spricht man von einem kurzen Kontakt.

Im Grenzfall sehr kurzer Kontakte erhält man eine analytische Lösung für den spektralen Strom, ebenso wie für den meßbaren Suprastrom  $I(\Delta\varphi)$ . Zum spektralen Strom tragen nur die gebundenen Andreev-Zustände bei, deren Energie im Intervall  $[\Delta_0 |\cos(\Delta\varphi/2)|, \Delta_0]$  liegt. Für den observablen Suprastrom  $I$  bei  $T = 0$  K findet man [10]:  $R_n I_c \approx 1,326\pi\Delta_0/2e$  für einen Wert der Phasendifferenz  $\Delta\varphi = 1,25\pi/2 = 0,625\pi$ . D. h. die Strom-Phasen-Relation weicht von einem sinusförmigen Verhalten ab. Der maximale kritische Strom  $I_c(T = 0)$  ist limitiert durch das Minimum von Thouless-Energie  $E_{th}$  und Energielücke  $\Delta_0$ .

Für alle anderen Kontaktlängen müssen die Suprastromspektren numerisch berechnet werden. Freundlicherweise wurde uns von den Autoren der Arbeit [5] ein Fortran Code überlassen, der dies leistet. In der Abb. 2.2 (b) ist das numerisch berechnete Spektrum eines langen diffusiven Kontaktes ( $\Delta_0/E_{th} = 48$ ) für verschiedene Phasendifferenzen  $\Delta\varphi$  dargestellt. Der spektrale Strom steigt oberhalb einer phasenabhängigen Energielücke steil an und oszilliert dann mit einer exponentiell abfallenden Einhüllenden. Im Extremfall sehr langer Kontakte ( $\Delta_0 \gg E_{th}$ ) ergibt sich für den Wert des maximalen kritischen Stromes bei  $T = 0$  [10]:  $eR_n I_c(T = 0) =$

10,  $82E_{th}$  für einen Wert der Phasendifferenz  $\Delta\varphi = 1,27\pi/2 = 0,635\pi$ . Also auch in diesem Grenzfall ist die Abhängigkeit des Suprastroms von der Phasendifferenz  $\Delta\varphi$  nicht mehr durch einen sinusförmigen Zusammenhang gegeben.

Die Temperaturabhängigkeit von  $R_n I_c$  für Temperaturen  $k_b T \gg E_{th}$  und beliebiger Kontaktlänge ist gegeben durch [10, 36]:

$$R_n I_c = \frac{64\pi k_b T}{e} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{s}{s_{\omega_j}} \frac{\Delta_0^2 \exp(-s/s_{\omega_j})}{\left[ \omega_j + \Omega_j + \sqrt{2(\Omega_j^2 + \omega_j \Omega_j)} \right]^2}. \quad (2.19)$$

Dabei sind  $\omega_j = (2j+1)\pi k_b T$  die Matsubara Frequenzen und  $\Omega_j = \sqrt{\Delta_0^2 + \omega_j^2}$  bzw.  $s_{\omega_j} = \sqrt{\hbar D/2\omega_j}$ . Bei tieferen Temperaturen muß auf numerische Lösungsverfahren zurückgegriffen werden. Ist  $k_b T > 5E_{th}$ , so kann bei einem Fehler von 3 % die Summe in Gl. 2.19 auf den 1. Term reduziert werden. Damit ist  $\omega_0 = \pi k_b T$  und  $s_{\omega_0} = \xi_n$ . Eine weitere Vereinfachung der Gleichung 2.19 ergibt sich im Grenzfall  $\Delta_0/E_{th} \rightarrow \infty$  und man erhält:

$$R_n I_c = \frac{32E_{th}}{(3 + 2\sqrt{2})e} \left( \frac{s}{\xi_n} \right)^3 e^{-s/\xi_n}. \quad (2.20)$$

## 2.4 Die Strom-Phasen-Relation hochtransparenter SNS-Kontakte

Einen guten Überblick über die Strom-Phasen-Relation in den verschiedensten Realisierungen von Josephson-Kontakten bietet der Übersichtsartikel [19]. Wie bereits im letzten Abschnitt angedeutet, weicht die Abhängigkeit des maximalen Suprastroms von der Phasendifferenz über einen SNS Josephson-Kontakt von einem sinusförmigen Zusammenhang ab, wie ihn Gl. 2.8 beschreibt, wo das sinusförmige Verhalten einem unkorrelierten Transport von Cooper-Paaren zuzuschreiben ist [5]. Hat man jedoch einen SNS Josephson-Kontakt, bei dem die Transmissionswahrscheinlichkeit endlich ist, so können durch  $j$  Andreev-Reflektionszyklen  $j$  korrelierte Cooper-Paare über den Kontakt transportiert werden. Eine andere Sichtweise wäre, daß  $j$  Cooper-Paare mit einer Phase von  $j\Delta\varphi$  über den Kontakt transportiert werden und jede Gruppe trägt einen Suprastrom, der proportional zu  $\sin(j\Delta\varphi)$  ist. Diese multiplen Andreev-Reflektionen (MAR), welche zu dem gleichzeitigen Transfer mehrerer Cooper-Paare führen, sind nur dann kohärent über die gesamte Normalleiterlänge  $s$ , wenn für ihre Energie  $E < E_{th}$  gilt [37]. Deshalb werden die Beiträge höherer Ordnung zum Suprastrom unterdrückt, wenn die Temperatur die Thouless-Temperatur  $T_{th} = E_{th}/k_b$

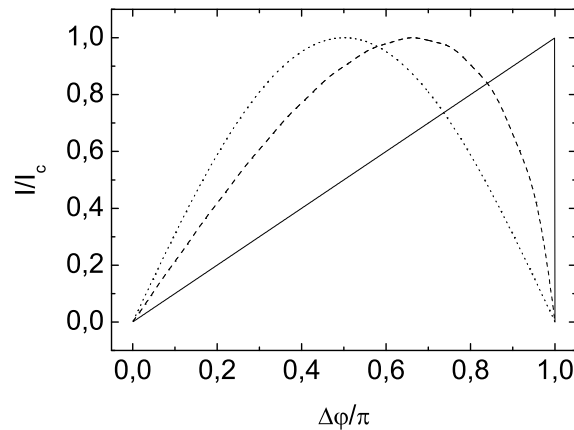
überschreitet, und die Form der Strom-Phasen-Relation ist bei  $T \gg T_{th}$  wieder sinusförmig.

Der totale Suprastrom über den Kontakt in Abhängigkeit der Phasendifferenz läßt sich als Fourier-Reihe schreiben [5]:

$$I(\Delta\varphi) = \sum_{j=1}^{\infty} I_c^j \sin(j\Delta\varphi) . \quad (2.21)$$

Die Tatsache, daß in dieser Reihe nur Sinus- und keine Cosinusterme vorkommen, resultiert direkt aus der Zeitumkehrinvarianz des Josephson-Stromes.

Bei einem langen ballistischen SNS Kontakt, wenn also die Transmissionswahrscheinlichkeit für Cooper-Paare nahe 1 liegt, fallen die Amplituden  $I_c^j$  mit der Ordnung  $j$  bei  $T = 0$  ab wie [5, 13, 30]:  $I_c^j \propto -(-1)^j/j$ . Mit dieser Abhängigkeit der höheren Harmonischen von der Ordnung  $j$  beschreibt Gl. 2.21 ein Sägezahnmuster (durchgezogene Linie in Abb. 2.3). Der Suprastrom steigt linear mit der Phasendifferenz an und wechselt bei  $\Delta\varphi = m\pi$  (mit  $m = 1, 3, 5, \dots$ ) schlagartig sein Vorzeichen, um dann abermals linear anzusteigen.



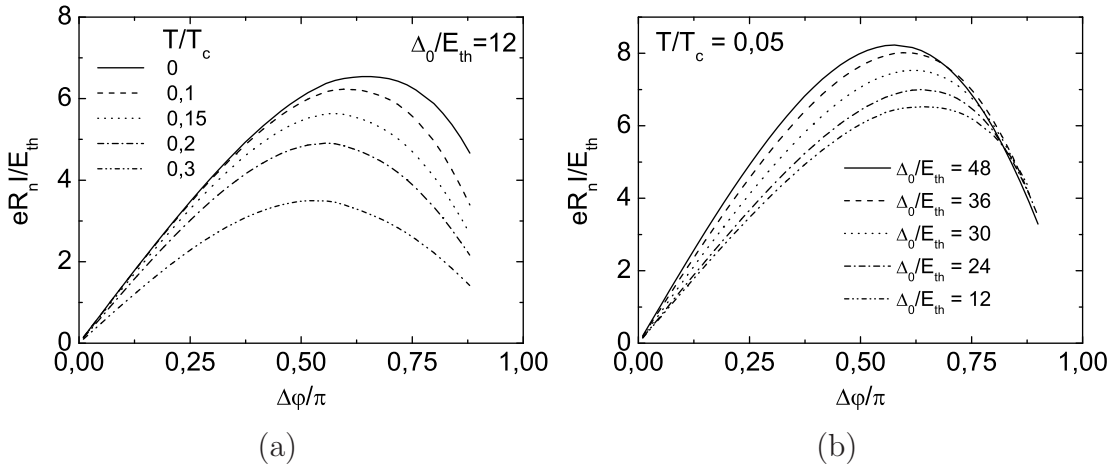
**Abbildung 2.3:** Vergleich der Strom-Phasen-Relationen eines ballistischen (durchgezogene Linie) und eines diffusiven (gestrichelt) SNS-Kontakts mit der eines Tunnel-Josephson-Kontakts (gepunktet).

Die diffusiven Kontakte haben Transmissionswahrscheinlichkeiten, die weit verteilt zwischen 0 und 1 liegen [5, 38]. Eine numerische Berechnung der Beiträge der höheren Harmonischen zum Suprastrom in einem langen Kontakt ergibt, daß sie sich bei  $T = 0$  K annähern lassen durch [5]:  $I_c^j \propto -(-1)^j/j^2$ . Dieser Zusammenhang ist in Abb. 2.3 mit der gestrichelten Linie gezeichnet. Im Grenzfall kurzer diffusiver SNS Kontakte kann man die höheren Harmonischen analytisch auswerten und erhält für  $T = 0$  K [5]:

$$I_c^j = -\frac{(-1)^j e \Delta_0}{R_j (4j^2 - 1)}. \quad (2.22)$$

Ersetzt man in dieser Gleichung die Energielücke  $\Delta_0$  durch die Thouless-Energie  $E_{th}$  und skaliert um einen Faktor von etwa 33, werden auch die Amplituden von langen diffusiven Kontakten grob reproduziert.

In der Abb. 2.4 finden sich theoretische Strom-Phasen-Relationen, die aus numerisch berechneten Suprastromspektren erzeugt wurden. Die Spektren wurden für verschiedene Kontaktlängen (Parameter  $\Delta_0/E_{th}$ ) und jeweils verschiedene Phasengradienten  $\Delta\varphi$  berechnet. Die Strom-Phasen-Relation  $I(\Delta\varphi)$  erhält man dann mit Hilfe der Gleichung 2.18, wobei für alle 5 untersuchten Kontaktlängen eine identische Diffusionskonstante  $D$  im Normalmetall vorausgesetzt wurde. Im Teilbild (a) ist die Strom-Phasen-Relation für die feste Kontaktlänge  $\Delta_0/E_{th} = 12$  bei verschiedenen Temperaturen dargestellt. Man erkennt, daß für  $T/T_c = 0$  der kritische Strom  $I_c$  des Kontaktes bei einem Wert von  $\Delta\varphi \approx 0,64\pi$  erreicht wird. Mit steigender Temperatur werden die höheren Harmonischen unterdrückt. Der Hauptteil ist oberhalb der Thouless-Temperatur  $T_{th} = E_{th}/k_b$  verschwunden, was in diesem Beispiel etwa der Temperatur  $T/T_c = 0,16$  entspricht.



**Abbildung 2.4:** (a) Die Strom-Phasen-Relation eines diffusiven SNS Kontaktes enthält höhere Harmonische, welche mit steigender Temperatur unterdrückt werden. Die charakteristische Energieskala ist die Thouless Energie und für  $T > T_{th} = E_{th}/k_b$  ist ein Großteil der höheren Harmonischen unterdrückt, was hier  $T/T_c = 0,16$  entspricht. (b) Auch mit steigender Länge des Kontaktes bei fester Temperatur  $T/T_c > 0$  werden die höheren Harmonischen unterdrückt.

Im Teilbild (b) ist die Strom-Phasen-Relation für verschiedene Kontaktlängen bei einer festen Temperatur von  $T/T_c = 0,05$  dargestellt (Das Spektrum von  $\Delta_0/E_{th} =$

48 für einige Werte der Phasendifferenz ist in der Abb. 2.2 (b) abgebildet.). Man kann erkennen, daß mit größer werdendem Parameter  $\Delta_0/E_{th}$  ebenfalls die höheren Harmonischen unterdrückt werden, da ja bei sinkender Thouless-Energie auch die Temperatur  $T_{th}$  sinkt. Beim längsten Kontakt ( $\Delta_0/E_{th} = 48$ ) entspricht  $T_{th}$  etwa der reduzierten Temperatur  $T/T_c = 0,04$ . Der Wert der Amplitude  $eR_n I_c$  strebt mit steigender Kontaktlänge, wie bereits im letzten Abschnitt erwähnt, dem Wert  $10,82E_{th}$  zu, der allerdings nur für  $T/T_c = 0$  erreicht wird.

Das Auftreten von niederenergetischen kohärenten MAR Prozessen, welche zu der nichtsinusförmigen Strom-Phasen-Relation diffusiver SNS Kontakte führen, wird experimentell in der Arbeit [6] beobachtet. Es werden subharmonische Shapiro-Stufen bei den Werten  $m = 1/2$  und  $m = 1/3$  gemessen, welche dem Transfer zweier bzw. dreier kohärenter Cooper-Paare zugeschrieben werden. Allerdings werden diese Beiträge 2. bzw. 3. Ordnung zum Suprastrom nicht nur bei Temperaturen  $T > T_{th}$  beobachtet, sondern übertreffen letztendlich den Beitrag 1. Ordnung, was nicht mit dem mikroskopischen Bild des Suprastromtransportes in SNS-Kontakten erklärt werden kann. Der Ursprung des in dieser Arbeit beobachteten Effekts ist deshalb letztendlich noch unklar.

Der direkteste Weg, die Vorhersagen der mikroskopischen Theorie zu prüfen, wäre letztendlich die Messung der Strom-Phasen-Relation diffusiver SNS Kontakte. Die in dieser Arbeit herangezogene Methode, um die Strom-Phasen-Relation zu messen, ist Thema des folgenden Kapitels.





# Kapitel 3

## Meßmethode und experimenteller Aufbau

Um die Strom-Phasen-Relation eines Josephson-Elements aufzunehmen, muß die Phasendifferenz  $\Delta\varphi$  der supraleitenden Wellenfunktion über dem Kontakt eingestellt werden und als Antwort der Strom über den Josephson-Kontakt gemessen werden. Die Phasendifferenz ist jedoch nicht direkt einstellbar, wie dies zum Beispiel mit der elektrischen Spannungsdifferenz bei einem ohmschen Leiter der Fall ist. Hier kann man einfach mit einer Spannungsquelle eine definierte Spannung an den zu untersuchenden Leiter anlegen und mit einem Strommeßgerät den Strom messen. Da für die Phasendifferenz keine vergleichbare Methode existiert, muß ein anderer Weg gefunden werden, um den Phasengradienten zu kontrollieren. Dazu wird der Josephson-Kontakt in einen supraleitenden Ring eingebaut und ein Magnetfeld senkrecht zur Ringebene angelegt. Das Magnetfeld dient dabei der Einstellung der Phasendifferenz über dem Josephson-Kontakt, wobei das Prinzip der Flußquantisierung die Grundlage bildet (Abschnitt 3.2). Die Induktivität des Rings  $L$  muß dabei wesentlich kleiner sein als die sogenannte Fluktuationsschwelle welche bei 4,2K im Bereich von etwa 1nH liegt (Details dazu finden sich im Abschnitt 3.5). Aufgrund der durch den magnetischen Fluß im Ring eingestellten Phasendifferenz wird ein zirkulierender Suprastrom im Ring angeworfen, welcher mit einer geeigneten Methode detektiert werden kann.

In den Arbeiten [39, 40, 41, 42] wird dazu die supraleitende Schleife induktiv an einen LC-Schwingkreis hoher Güte gekoppelt (s. auch [19]). Gemessen wird dann die Änderung der Wechselstromimpedanz dieses Schwingkreises, während die Phase des Josephson-Elements mit dem externen Magnetfeld durchgeföhren wird. Aus diesen Daten kann dann die Strom-Phasen-Relation des Josephson-Kontaktes rekonstruiert werden. Mit dieser Methode konnten Josephson-Kontakte wie zum Beispiel

Nb/ $\text{AlO}_x$ /Nb oder Nb/ $\text{AlO}_x$ /Al/ $\text{AlO}_x$ /Nb erfolgreich charakterisiert werden. Der Hauptnachteil dieser Technik ist, daß  $LI_c < \Phi_0/2\pi$  gelten muß, damit die Strom-Phasen-Relation aus den Meßdaten rekonstruiert werden kann. Diese Bedingung impliziert bei typischen Induktivitäten von mikrostrukturierten Ringen, daß der kritische Strom kleiner als etwa  $20\mu\text{A}$  bleiben muß. Dies ist für hochtransparente SNS-Kontakte, wie sie in dieser Arbeit untersucht werden sollen jedoch meist nicht gegeben und wird um ein Vielfaches übertroffen.

Die andere, etwas direktere Möglichkeit ist mit Hilfe eines Mikro-Magnetometers den Fluß zu messen, welcher vom zirkulierenden Supraström im Ring aufgrund seiner Induktivität erzeugt wird. Aus der Messung des Gesamtflusses im Ring in Abhängigkeit des externen Flusses  $\Phi$  ( $\Phi_{ext}$ ) kann die Strom-Phasen-Relation abgeleitet werden, wie schon in den Arbeiten [43, 44, 45] gezeigt wurde. Diese Methode soll in dieser Arbeit herangezogen werden und wie sie im Detail funktioniert ist Gegenstand des Abschnitts 3.2. Zunächst aber sollen im folgenden Abschnitt die, für diese Technik notwendigen Mikro-Magnetometer, näher beschrieben werden.

## 3.1 Das Mikro-Hall-Magnetometer

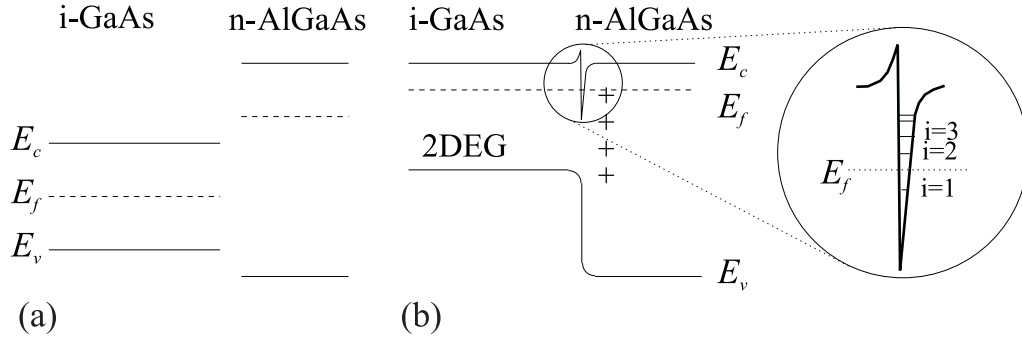
Wie bereits angedeutet wird der zirkulierende Supraström im Ring indirekt über den erzeugten magnetischen Fluß gemessen. Dazu sind Mikro-Magnetfeld-Sensoren notwendig, welche in dieser Arbeit durch Hall-Sensoren realisiert wurden. Sie basieren auf einer Halbleiter-Heterostruktur, die ein zweidimensionales Elektronengas (2DEG) unter der Oberfläche trägt. Im folgenden wird knapp auf die Physik des 2DEG eingegangen (den Quellen [46, 47, 48] entnommen) und danach wie Hall-Magnetometer eingesetzt werden können.

### 3.1.1 Das zweidimensionale Elektronengas (2DEG)

#### Halbleiterheterostrukturen

Unter einer Halbleiterheterostruktur versteht man ein Schichtsystem aus unterschiedlichen Halbleitern. Um in einem solchen Schichtsystem an der Grenzfläche ein 2DEG zu formieren, benötigt man zwei Halbleiter mit unterschiedlicher Bandlücke und unterschiedlicher Elektronenaffinität. Häufig verwendet wird deshalb z. B. GaAs und  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ , da für die Bandabstände gilt:  $E_G(\text{GaAs}) = 1.42\text{eV}$ ,  $E_G(\text{AlGaAs}) = 1.80\text{eV}$ . Aufgrund dieser unterschiedlichen Eigenschaften, bildet sich an der Grenzfläche zwischen den beiden Halbleitern eine Diskontinuität im Valenz- und Leitungs-

band aus. Die Diskontinuität im Leitungsband hat die Form einer dreieckigen Potentialmulde (s. Abb. 3.1). Da die AlGaAs Schicht n-dotiert ist, diffundieren Elektronen in die intrinsische GaAs Schicht und bleiben im Potentialtopf gefangen. Durch korrekte Einstellung der Dotierung wird erreicht, daß nur das unterste Niveau im Potentialtopf besetzt wird. Es bildet sich also eine leitende zweidimensionale Schicht parallel zur Grenzfläche zwischen den beiden Halbleitern aus — das 2DEG.



**Abbildung 3.1:** (a) Unmittelbar nach dem Zusammenfügen haben die beiden Halbleiter unterschiedliche Bandlücken und Fermi-Niveaus. (b) Deshalb fließen Elektronen vom n-dotierten AlGaAs zum intrinsischen GaAs und lassen Donatorrümpfe zurück. Durch das entstehende elektrostatische Potential werden die Bänder verbogen. Es entsteht ein Potentialtopf in dem sich das 2DEG ausbildet.

Da die Elektronen im Potentialtopf räumlich von ihren Donatoren getrennt sind, ist die Streuung am Potential der Donatorenrümpfe reduziert. Außerdem ist die AlGaAs-GaAs-Grenzfläche wegen der Herstellung des Systems durch Molekularstrahlepitaxie atomar glatt. Beides führt zu einer hohen Beweglichkeiten der Elektronen parallel zur Grenzfläche.

### Die Eigenschaften eines 2DEG

Die Energiedispersion des 2DEG ist parabolisch für die Ebene, in der sich die Elektronen frei bewegen können. Die starke Quantisierung in  $z$ -Richtung führt zu den diskreten Energieniveaus  $E_i$ , womit sich für die Gesamtenergie

$$E = E_i + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m^*} \quad (3.1)$$

ergibt. Dabei ist  $m^* = 0.067 m_e$  die effektive Masse der Elektronen im Leitungsband. Sie trägt dem Einfluß des periodischen Kristallpotentials Rechnung.

Für jedes Subband  $i$  ist die Zustandsdichte konstant und beträgt:

$$N(E) = \frac{m^*}{\pi \hbar^2}. \quad (3.2)$$

Bei tiefen Temperaturen tragen nur die Elektronen an der Fermi-Kante zum Transport bei. Deshalb können die elektronischen Eigenschaften eines 2DEG gut durch die Fermi-Geschwindigkeit  $v_f$ , die Fermi-Wellenlänge  $\lambda_f$  und der Fermi-Energie  $E_f$  charakterisiert werden. Diese Größen sind wie folgt mit der Ladungsträgerdichte  $n$  verknüpft:

$$v_f = \frac{\hbar\sqrt{2\pi n}}{m^*}, \quad (3.3a)$$

$$\lambda_f = \sqrt{\frac{2\pi}{n}}, \quad (3.3b)$$

$$E_f = \frac{\hbar^2\pi n}{m^*}. \quad (3.3c)$$

Ein typischer Wert für die Ladungsträgerdichte einer, in dieser Arbeit verwendeten unbelichteten Halbleiterheterostruktur bei 4,2 K ist  $n = 2,26 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$ . Damit ergibt sich für die Fermi-Geschwindigkeit  $v_f \approx 2,1 \times 10^5 \text{ ms}^{-1}$ , für die Fermi-Wellenlänge  $\lambda_f \approx 53 \text{ nm}$  und für die Fermi-Energie  $E_f \approx 8,1 \text{ meV}$ .

Im Rahmen der Drude Theorie erhält man für die Driftgeschwindigkeit der Elektronen in Richtung des angelegten elektrischen Feldes:

$$\vec{v}_d = \frac{e\tau}{m^*} \vec{E} = \mu \vec{E}. \quad (3.4)$$

Dabei ist  $\mu = e\tau/m^*$  die Beweglichkeit der Elektronen. Die mittlere freie Weglänge ist die Strecke, welche die Elektronen während der Zeit  $\tau$  zwischen zwei Stößen zurücklegen:

$$l = \tau v_F = \frac{\hbar}{e} \sqrt{2\pi n} \mu. \quad (3.5)$$

Ein typischer Wert für die Beweglichkeit einer unbelichteten Probe bei 4,2 K ist  $\mu = 1,13 \times 10^2 \text{ m}^2/\text{Vs}$ . Damit ergibt sich zusammen mit der oben angegebenen Ladungsträgerdichte  $n$  für die mittlere freie Weglänge  $l \approx 9 \mu\text{m}$  und für die Streuzeit  $\tau \approx 42 \text{ ps}$ .

Im Grenzfall kleiner elektrischer und magnetischer Felder ist das elektrische Feld der Stromdichte proportional:

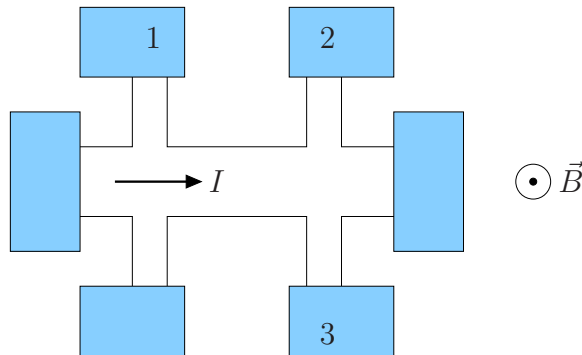
$$\vec{E} = \rho \vec{j}. \quad (3.6)$$

Für die Tensor Komponenten des spezifischen Widerstandes gilt, wenn ein homogenes Magnetfeld senkrecht zur 2DEG Ebene angelegt ist:

$$\rho_{xy} = -\rho_{yx} = -\frac{B}{en}, \quad (3.7a)$$

$$\rho_{xx} = \rho_{yy} = \frac{1}{en\mu}. \quad (3.7b)$$

Der Längswiderstand  $\rho_{xx}$  zeigt dabei keine Abhängigkeit vom Magnetfeld, wohingegen der Querwiderstand  $\rho_{xy}$  linear mit dem Magnetfeld ansteigt. Dies ist der sogenannte Hall-Effekt, der aus der Ablenkung der Elektronen im Magnetfeld resultiert. In Abb. 3.2 ist skizziert wie dieser Sachverhalt experimentell zugänglich ist. Die Hall-Spannung, die aufgrund des Hall-Widerstandes  $\rho_{xy}$  und des Stromes  $I$  hervorgerufen wird, kann zwischen den Kontakten 2 und 3 gemessen werden.



**Abbildung 3.2:** Bei der typischen Geometrie für eine Hall-Messung wird der Strom  $I$  in Längsrichtung geschickt. Die Hall-Spannung kann an den Kontakten 2 und 3 gemessen werden. Die im Grenzfalle kleiner Magnetfelder konstante Längsspannung wird zwischen Kontakten 1 und 2 gemessen. Das Magnetfeld liegt senkrecht zu der Ebene, die von den Strom- und Spannungspfaden aufgespannt wird.

Die Proportionalitätskonstante zwischen  $\rho_{xy}$  und  $B$  ist der Hall-Koeffizient  $R_H$ :

$$R_H = \frac{d\rho_{xy}}{dB} = \frac{1}{en} \quad (3.8)$$

Da die Ladungsträgerdichte im Nenner steht, ist es erstrebenswert 2DEG Systeme mit geringer Ladungsträgerdichte zum Bau von Hall-Magnetometern zu verwenden. Mit dem oben angegebenen Wert für die Ladungsträgerdichte beträgt  $R_H \approx 3125 \Omega/T$ . Dieser Wert soll etwas konkretisiert werden, indem die zu erwartende Magnetfeldauflösung abgeschätzt wird. Bei typischen Sondenströmen von 1 bis 10  $\mu\text{A}$  und einem Vorverstärker Spannungsrauschen von ca.  $1,4 \text{ nV}/\sqrt{Hz}$  kann eine Magnetfeldauflösung von etwa  $500 \text{ nT}/\sqrt{Hz}$  bis  $50 \text{ nT}/\sqrt{Hz}$  erreicht werden.

### 3.1.2 Hall-Magnetometrie

Wegen des linearen Zusammenhangs zwischen der Hall-Spannung und dem Magnetfeld, erscheinen Hall-Sonden als interessante Kandidaten zum Messen von magnetischen Feldern. Durch die Fortschritte in der Mikrostrukturierung, wurde auch die Charakterisierung von magnetischen Partikeln im sub-Mikrometer Bereich experimentell zugänglich. Auf mikrostrukturierte Hall-Magnetometer lassen sich, mittels Elektronenstrahlolithographie und *Lift-off* Verfahren, nahezu beliebige metallische Teilchen präzise plazieren. So wurde die Hall-Magnetometrie zu einer leistungsfähigen Methode entwickelt, um das Schaltverhalten von Nanomagneten zu untersuchen [49]. Aber auch zur Untersuchung von Supraleitern ist die Hall-Magnetometrie ein vorzügliches Verfahren. So konnten in der Vergangenheit, z. B. individuelle Vortices in Pb Filmen detektiert werden [50], oder die Ummagnetisierung einzelner Al Scheiben und Ringe von nur einigen Mikrometern untersucht werden [51, 52, 53]. All diesen Experimenten ist jedoch gemein, daß die Hall-Spannung nicht von einem homogenen, sondern von einem stark inhomogenen lokalen Magnetfeld hervorgerufen wird.

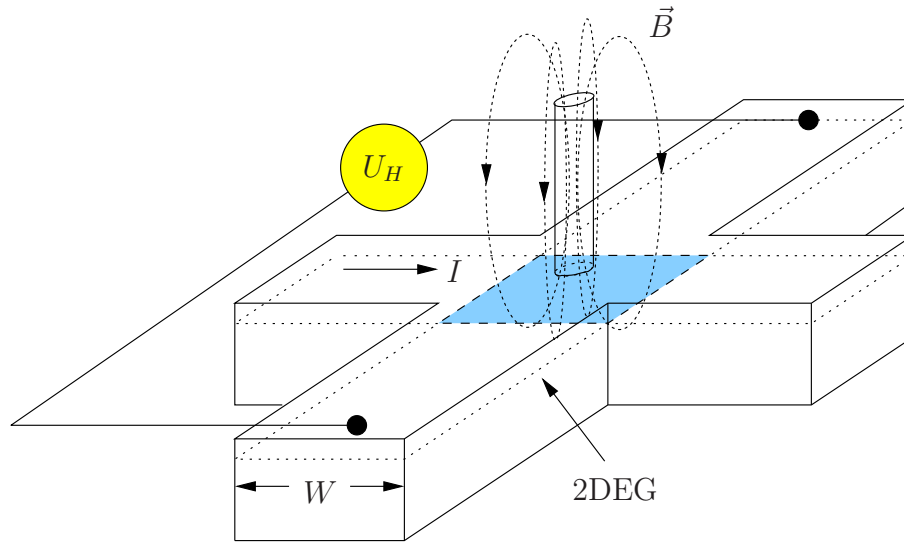
In den Arbeiten von Peeters et al. [54] und Li et al. [55] wurde die Bewegung von Elektronen in einer Hall-Geometrie, unter dem Einfluß eines inhomogenen Magnetfeldes numerisch untersucht. Es wird davon ausgegangen, daß sich das System im ballistischen Regime befindet, d. h. die mittlere freie Weglänge (einige  $\mu\text{m}$ ) ist größer oder vergleichbar zu den Abmessungen der Kreuzgeometrie. Den Berechnungen liegt das Billard Modell [56] zugrunde, bei dem sich die Elektronen auf klassischen Trajektorien bewegen und spiegelnd an den Grenzflächen der Struktur reflektiert werden. Dies ist dann gerechtfertigt, wenn die Fermi-Wellenlänge (üblicherweise einige 10 nm) sehr viel kleiner ist als die geometrischen Abmessungen, der untersuchten Struktur. Das Hauptergebnis dieser numerischen Berechnungen resultiert in einer einfachen Beziehung zwischen der gemessenen Hall-Spannung und dem mittleren Magnetfeld, das vom untersuchten Partikel erzeugt wird [51, 57]:

$$U_H = \alpha \frac{\langle B \rangle I}{ne}. \quad (3.9)$$

Hierbei steht  $\langle B \rangle$  für das mittlere Magnetfeld, welches die quadratische Kreuzfläche durchsetzt.  $I$  ist der Sondenstrom und  $n$  bzw.  $e$  sind die Ladungsträgerdichte und die Elementarladung. Der skalare Faktor  $\alpha$  ist der geometrische Füllfaktor. Er gibt an, welcher Anteil des inhomogenen magnetischen Flusses tatsächlich die sensitive Fläche der Sonde durchdringt und zur Hall-Spannung beiträgt. Deshalb kann er maximal den Wert 1 annehmen. Bei tatsächlichen Messungen liegt er zwischen 0,05 und 0,5. Da für  $\langle B \rangle$  gilt:

$$\langle B \rangle = \frac{1}{S} \int_S \int \vec{B} dx dy = \frac{\Phi}{S}, \quad (3.10)$$

kann die Hall-Sonde als Flußdetektor ähnlich einem SQUID angesehen werden. Dabei ist  $S = W^2$  die Fläche der Kreuzung (s. Abb. 3.3) und wird als aktive Fläche bezeichnet.



**Abbildung 3.3:** Schematische Zeichnung einer Hall-Sonde auf deren aktiver Fläche (schattierter Bereich) ein Stabmagnet mit Dipolfeld sitzt. Wenn das inhomogene Dipolfeld nicht zu stark ist (s. Text), dann wird das Streufeld über die aktive Fläche gemittelt.

Gleichung 3.9 ist allerdings nur für kleine Magnetfelder richtig. Präziser ausgedrückt müssen die magnetischen Streufelder so klein sein, daß der Zyklotronradius der Elektronen größer ist als die geometrischen Abmessungen des Systems. Ist dies nicht gegeben können starke Abweichungen von der Gleichung 3.9 auftreten. Der Grund ist, daß in großen inhomogenen Magnetfeldern die Elektronenbahnen so stark abgelenkt werden können, daß die Elektronen den zentralen Teil der Sensorfläche nicht mehr abtasten. Die Folge ist ein negativer Hall-Effekt [58]. Auch verrundete Ecken der aktiven Fläche können zu Abweichungen von Beziehung 3.9 führen. Wie aber die Berechnungen aus [54] zeigen, ist der Einfluß auf das Hall-Signal sehr gering, solange der Eckenradius kleiner ist als  $0,1W$ .

## 3.2 Kontrolle der Phasendifferenz

Wesentlich für die Kontrolle der Phasendifferenz über den Josephson-Kontakt ist die Eindeutigkeit der supraleitenden Wellenfunktion, welche zur Fluxoid- bzw. Fluß-

quantisierung in einem rein supraleitenden Ring führt und Thema des folgenden Abschnittes ist. Dieses Konzept wird danach auf das interessierende System eines supraleitenden Ringes mit einem Josephson-Kontakt erweitert. Man erhält dann einen einfachen Zusammenhang zwischen der Phasendifferenz und dem magnetischen Fluß, welcher den Ring durchsetzt. Die im Folgenden erläuterten Grundlagen zum Meßprinzip sind hauptsächlich den Quellen [18, 43, 45, 59] entnommen.

### 3.2.1 Fluxoidquantisierung in einem supraleitenden Ring

Der supraleitende Zustand ist charakterisiert durch das Vorhandensein eines Cooper-Paarkondensats, welches durch eine Wellenfunktion beschrieben wird. Hierbei handelt es sich um einen sogenannten makroskopischen Quantenzustand. Die Wellenfunktion besitzt die Form:  $\Psi(\vec{r}) = F(\vec{r}) e^{i\varphi}$ , wobei  $\rho(\vec{r}) = \Psi^* \Psi$  die Cooper-Paardichte am Ort  $\vec{r}$  bezeichnet. Die Phase  $\varphi$  der supraleitenden Wellenfunktion ist mit dem Vektor Potential  $\vec{A}$  und der Suprastromdichte  $\vec{j}_s$  verknüpft:

$$\nabla\varphi = \frac{2\pi}{\Phi_0} \left( \vec{A} + \frac{m}{2e^2\rho} \vec{j}_s \right). \quad (3.11)$$

Da die Wellenfunktion eindeutig sein muß, um physikalisch Sinn zu machen, darf sich die Phase nur um ein ganzzahliges Vielfaches des Wertes  $2\pi$  ändern, wenn man ein geschlossenes Pfadintegral entlang eines supraleitenden Ringes ausführt, d. h.  $2\pi j = \oint \nabla\varphi d\vec{l}$ , wobei  $j$  eine ganze Zahl ist. Führt man dieses Integral aus, ergibt sich aus der Gleichung 3.11:

$$\int_S \int \vec{B} d\vec{A} + \frac{m}{2e^2\rho} \oint \vec{j}_s d\vec{l} = j\Phi_0. \quad (3.12)$$

Hier steht  $\vec{B}$  für das Magnetfeld, welches vom Vektorpotential  $\vec{A}$  hervorgerufen wird und den Ring durchsetzt. Das Flächenintegral wird über die Fläche  $S$ , die vom Integrationspfad eingeschlossen wird, ausgeführt. Der linke Teil der Gleichung 3.12 wird als Fluxoid bezeichnet und es ist in Einheiten des Flußquantums quantisiert. Ist der Supraleiterquerschnitt wesentlich dicker als die magnetische Eindringtiefe  $\lambda$ , so kann man den Integrationspfad so wählen, daß immer gilt  $\vec{j}_s = 0$ . In diesem Fall ist der Beitrag der Suprastromdichte zum Phasengradienten in Gleichung 3.11 zu vernachlässigen und Gleichung 3.12 vereinfacht sich zu:

$$\int_S \int \vec{B} d\vec{A} = j\Phi_0. \quad (3.13)$$



Diese Gleichung sagt aus, daß der magnetische Fluß innerhalb des supraleitenden Ringes nur ganzzahlige Vielfache von  $\Phi_0$  annehmen kann. Wenn man also einen supraleitenden Ring im Nullfeld unter die kritische Temperatur abkühlt und dann ein Magnetfeld anlegt, wird ein Abschirmstrom angeworfen, der den geometrischen Fluß durch den Ring konstant hält. Dieser Ringstrom ist natürlich mit einem Anstieg der freien Energie verbunden. Wenn nun das Magnetfeld weiter erhöht wird und damit der Abschirmstrom steigt, wird die freie Energie des Rings irgendwann gleich dem Wert der freien Energie im Normalzustand sein. An diesem Punkt kann dann magnetischer Fluß in den Ring eindringen. Der Fluß im Inneren des Rings hat dann einen Wert von  $j\Phi_0$  (mit  $j \neq 0$ ) und die freie Energie liegt wieder unter der des Normalzustandes. Mißt man also den magnetischen Fluß innerhalb des Rings in Abhängigkeit des extern angelegten Feldes wird man einen in Stufen ansteigenden Zusammenhang erhalten [60, 61].

### 3.2.2 Der Josephson-Kontakt im supraleitenden Ring

Nach diesen Vorbetrachtungen an einer rein supraleitenden Schleife, soll nun das eigentlich interessante System eines Josephson-Kontaktes in einem supraleitenden Ring betrachtet werden. Im Folgenden soll der Einfachheit halber davon ausgegangen werden, daß die Strom-Phasen-Relation dieses Kontaktes sinusförmig ist, d. h. es gilt:  $I(\Delta\varphi) = I_c \sin(\Delta\varphi)$ . Des weiteren soll der Querschnitt des Supraleiters größer sein als die magnetische Eindringtiefe  $\lambda$ , so daß sich das System im Regime der Flußquantisierung befindet.

Auch in diesem System gilt die Eindeutigkeit der supraleitenden Wellenfunktion. Wenn man also das Pfadintegral über den Ring mit Josephson-Kontakt durchführt und über den Kontakt hinweg schließt erhält man [18]:

$$\Delta\varphi = 2\pi j - 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} . \quad (3.14)$$

Diese Beziehung verbindet die eichinvariante Phasendifferenz über den Kontakt mit dem effektiven magnetischen Fluß im supraleitenden Ring. Wenn man den Ring einem externen Magnetfeld  $\vec{B}$  aussetzt, dann ergibt sich ein geometrischer Fluß innerhalb des Rings:  $\Phi_{ext} = \int_S \vec{B} d\vec{A}$ . Weil der Fluß innerhalb des Rings nur quantisierte Werte annehmen kann, wird der Ring einen Abschirmstrom  $I$  generieren, welcher zusammen mit der Induktivität  $L$  des Rings seinerseits einen magnetischen Fluß erzeugt. Der Gesamtfluß im Ring ergibt sich dann zu:

$$\Phi = \Phi_{ext} + LI(\Delta\varphi) . \quad (3.15)$$

Zusammen mit dem sinusförmigen Zusammenhang des Suprastroms von der Phasendifferenz über dem Josephson-Kontakt und Gleichung 3.14 ergeben sich die zwei folgenden Relationen, welche den Gesamtfluß  $\Phi$  im Ring beziehungsweise den Abschirmstrom  $I$  in Abhängigkeit des geometrischen Flusses  $\Phi_{ext}$  beschreiben:

$$\Phi = \Phi_{ext} - \frac{\beta}{2\pi} \Phi_0 \sin\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \quad (3.16a)$$

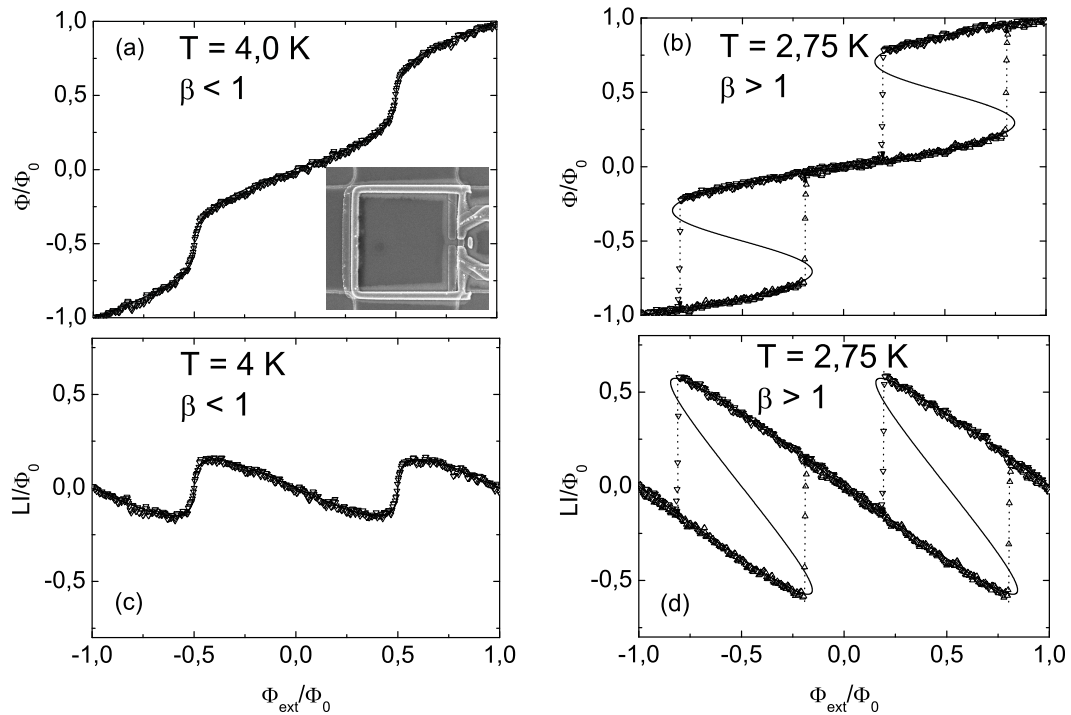
$$LI = -LI_c \sin\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) = -LI_c \sin\left(2\pi \frac{\Phi_{ext}}{\Phi_0} + \beta \frac{I}{I_c}\right). \quad (3.16b)$$

Der Parameter  $\beta = 2\pi LI_c/\Phi_0$  ist der sogenannte Abschirmparameter. Er ist ein Maß dafür, ob der maximale Suprastrom des Kontaktes ausreicht, um den Fluß im Ring zu quantisieren oder nicht, wie im folgenden deutlich wird.

Das Zustandekommen der Gleichung 3.16a kann auch verstanden werden, indem man die Trajektorie des Systems in einer Energielandschaft verfolgt, welche sich aus der magnetischen Energie und der Josephson-Kopplungsenergie zusammensetzt (s. dazu Abschnitt 3.5 und speziell Abb. 3.12 (a)).

In der Abb. 3.4 (a)–(d) sind die Zusammenhänge für  $\Phi(\Phi_{ext})$  und  $I(\Phi_{ext})$  graphisch für zwei verschiedene Werte von  $\beta$  dargestellt. Die durchgezogenen Linien sind theoretische Kurven und die offenen Symbole die Meßwerte eines Nb/Ag SNS-Kontaktes. Dabei handelt es sich um die Probe NbAg540, die im Bildeinsatz von Abb. 3.4 (a) abgebildet ist. Die Zuleitungen links und rechts des SNS-Kontaktes dienen der experimentellen Bestimmung von  $L$  und  $I_c$ . Dies ist jedoch Thema der Kapitel 3.4 und 5.2 und soll hier nicht näher ausgeführt werden. An dieser Stelle ist nur wichtig zu wissen, daß die theoretischen Kurven mit den Meßwerten für  $L$  und  $I_c$  bei den Temperaturen  $T = 4,0\text{K}$  bzw.  $T = 2,75\text{K}$  erzeugt wurden. Es gibt also keinerlei Anpassungsparameter. Wie man erkennen kann (s. auch Gleichung 3.15), erhält man die Funktion  $LI(\Phi_{ext})$  einfach, indem man den linearen Hintergrund  $\Phi = \Phi_{ext}$  von  $\Phi(\Phi_{ext})$  subtrahiert.

Für den Fall  $\beta < 1$  ist die Funktion  $\Phi(\Phi_{ext})$  eindeutig, d.h.  $\Phi$  steigt mit  $\Phi_{ext}$  kontinuierlich an. Im Gegensatz dazu ist die Funktion mehrdeutig wenn  $\beta > 1$  gilt. In diesem Fall ist der Fluß  $\Phi$  innerhalb des Rings quantisiert und es können nur die Teile der Kurve mit positiver Steigung durchlaufen werden. Im Fall  $\beta > 1$  fällt auf, daß die gemessene Kurve vorzeitig auf den nächsten Ast springt, d.h. die Hystereseöffnung mit Mittelpunkt um  $\Phi_{ext} = j\frac{\Phi_0}{2}$  (mit  $j = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$ ) ist schmaler als die Theorie verlangt. Die Gründe hierfür werden im Abschnitt 3.5 ab Seite 45 genauer erläutert.



**Abbildung 3.4:** Totaler Fluß  $\Phi$  und Abschirmstrom  $I$  im Ring als Funktion des extern angelegten magnetischen Flusses. Die Symbole sind Meßkurven eines Nb/Ag-Rings (s. Bildeinsatz (a) und Text). Die durchgezogenen Linien sind theoretische Kurven, welche mit den Meßwerten für  $I_c$  und  $L$  und den Gleichungen 3.16a und 3.16b erzeugt wurden. Im Fall  $\beta > 1$  ist der Fluß innerhalb des Rings quantisiert.

Sind in der Strom-Phasen-Relation höhere Harmonische enthalten, verringert sich der Wert von  $\beta$ , bei dem die Funktion  $\Phi(\Phi_{ext})$  bzw.  $I(\Phi_{ext})$  in das hysteretische Regime wechselt. Im Extremfall einer sägezahnförmigen Strom-Phasen-Relation ist das System stets hysteretisch.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß die Phasendifferenz  $\Delta\varphi$  eines Josephson-Kontaktes mittels eines extern angelegten Flusses  $\Phi_{ext}$  durchgestimmt werden kann, wenn man den Kontakt in einen supraleitenden Ring integriert. Der erzeugte magnetische Fluß  $\Phi$  läßt sich mit einem lokalen Magnetometer messen. Aus dem gemessenen Abschirmstrom, als Funktion des Flusses, läßt sich die Strom-Phasen-Relation des SNS-Kontaktes jedoch nicht ohne weiteres extrahieren, da der Selbsterregungsterm  $\beta \frac{I}{I_c}$  im Argument der Strom-Phasen-Relation in Gleichung 3.16b im Allgemeinen nicht zu vernachlässigen ist. Nur wenn  $\beta \ll 1$  gilt, ist der Abschirmstrom identisch mit der Strom-Phasen-Beziehung und man erhält die Strom-Phasen-Relation durch Subtraktion der Identitätsgerade  $\Phi = \Phi_{ext}$  von  $\Phi(\Phi_{ext})$ . Um die Strom-Phasen-Relation im allgemeinen Fall zu extrahieren, muß die Umkehrfunktio-

on der Gleichung 3.16a gebildet werden und die Identitätsgerade  $\Phi_{ext} = \Phi$  abgezogen werden:

$$\Phi_{ext}(\Phi) - \Phi = \Phi + LI_c \sin\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) - \Phi = LI_c \sin\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right). \quad (3.17)$$

In der Praxis würde das bedeuten, daß die Achsen des gemessenen Zusammenhangs  $\Phi$  ( $\Phi_{ext}$ ) vertauscht werden und dann der lineare Hintergrund subtrahiert wird.

Um ein externes Magnetfeld an das System anzulegen, gibt es zwei Möglichkeiten, die zur Messung der Strom-Phasen-Relation in dieser Arbeit herangezogen werden. Zum einen kann das Magnetfeld durch eine externe, supraleitende Spule erzeugt werden, welche am Probenort ein homogenes Feld erzeugt. Und zum anderen kann der Ring mit elektrischen Zuleitungen versehen werden, um einen externen Strom zu schicken. Dann erzeugt der supraleitende Ring, aufgrund seiner Induktivität  $L$ , selbst einen magnetischen Fluß, der dann dazu dient die Phasendifferenz zu kontrollieren. Die Details dieser beiden Möglichkeiten sind Thema der folgenden beiden Abschnitte.

### 3.3 Meßmethode mit externem Magnetfeld

Die einfachste Möglichkeit, um einen externen Fluß am Probenort zu generieren, ist eine lange Magnetspule, in deren Zentrum die Probe angebracht wird und wurde für die ersten Messungen verwendet. Der Vorteil ist, daß zum einen die Herstellung der Proben noch relativ einfach ist und der Josephson-Kontakt sich aufgrund fehlender Kontaktierung sicher im Gleichgewicht befindet. Der Nachteil dieser Meßmethode besteht darin, daß das inhomogene Magnetfeld des Rings und das homogene externe Magnetfeld unterschiedlich gut vom Hall-Sensor erfaßt werden. Diese unterschiedliche Einkopplung des magnetischen Signals läßt sich durch verschiedene geometrische Füllfaktoren  $\alpha$  ausdrücken. Dieser Unterschied im Füllfaktor für beide Beiträge zum Gesamtfluß erschwert jedoch die Extraktion der Strom-Phasen-Relation aus dem gemessenen Signal.

Im folgenden soll zunächst die Einkopplung des Ringsignals in das Hall-Magnetometer quantitativ abgeschätzt werden. Danach wird diskutiert, wie das gemessene Signal durch diese nicht perfekte Einkopplung beeinflusst wird und wie es gelingt die Strom-Phasen-Relation aus den Meßdaten zu extrahieren.

### 3.3.1 Die Einkopplung einer rechteckigen Leiterschleife

Um ein möglichst großes Meßsignal zu erhalten, sollte der Hall-Sensor möglichst stark vom Magnetfeld des im Ring zirkulierenden Stromes durchsetzt werden, d. h. der Fluß durch die aktive Fläche des Sensors muß maximiert werden. Um dies zu erreichen ist anschaulich leicht einzusehen, daß der supraleitende Ring durch eine quadratische Leiterschleife realisiert werden sollte, da dann die ebenfalls quadratische, aktive Fläche des Hall-Magnetometers bestmöglichst ausgefüllt wird. In diesem Abschnitt soll theoretisch abgeschätzt werden wie sich die Einkopplung verhält, wenn man das Verhältnis der Kantenlängen von Leiterschleife und Hall-Sensor variiert, aber auch wie sich die Signalausbeute ändert, wenn sich das 2DEG näher, bzw. tiefer von der Oberfläche der Halbleiterheterostruktur ausbildet.

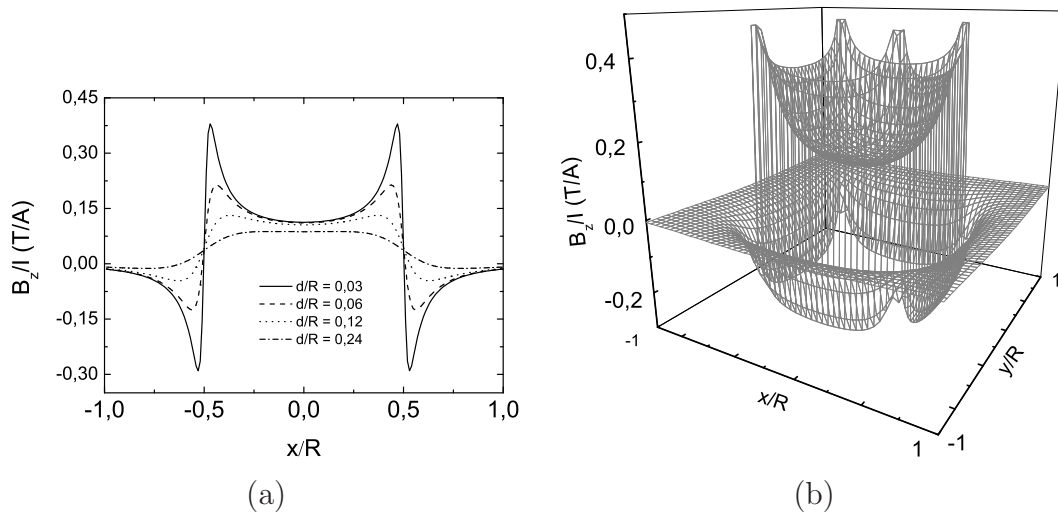
Dazu soll der supraleitende SNS-Ring durch eine quadratische Leiterschleife mit nur einem Stromfaden angenähert werden. Dies entspricht dem realen System zwar nur in grober Näherung, vermittelt aber qualitativ durchaus einen Eindruck davon, wie die Probe zu gestalten ist, um die Signalausbeute zu maximieren. Die Schleife soll in der  $x,y$ -Ebene liegen und der Mittelpunkt liege im Ursprung des Koordinatensystems. Die Kantenlänge der Schleife soll mit  $R$  und die Hallkreuzbreite mit  $W$  bezeichnet werden. Mit Hilfe des Gesetzes von Biot-Savart kann dann das Magnetfeld in jedem Punkt  $(x, y, z)$  in Abhängigkeit des zirkulierenden Stromes  $I$  berechnet werden.

Da der Sensor nur auf die Feldkomponente senkrecht zur aktiven Fläche sensitiv ist, reicht es die  $z$ -Komponente des  $\vec{B}$ -Feldes zu berechnen:

$$B_z(x, y, z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{Ring} \left[ \frac{r_y}{r^3} dl_x - \frac{r_x}{r^3} dl_y \right]. \quad (3.18)$$

Dabei bezeichnet  $\vec{r} = (r_x, r_y, r_z)$  den Vektor vom Punkt  $(x, y, z)$  zum Ort des Leiterelements  $d\vec{l} = (dl_x, dl_y, dl_z)$ . Die Auswertung des Integrals ist analytisch möglich, doch wird aus Gründen der Übersichtlichkeit und des Platzbedarfes darauf verzichtet das Ergebnis abzudrucken.

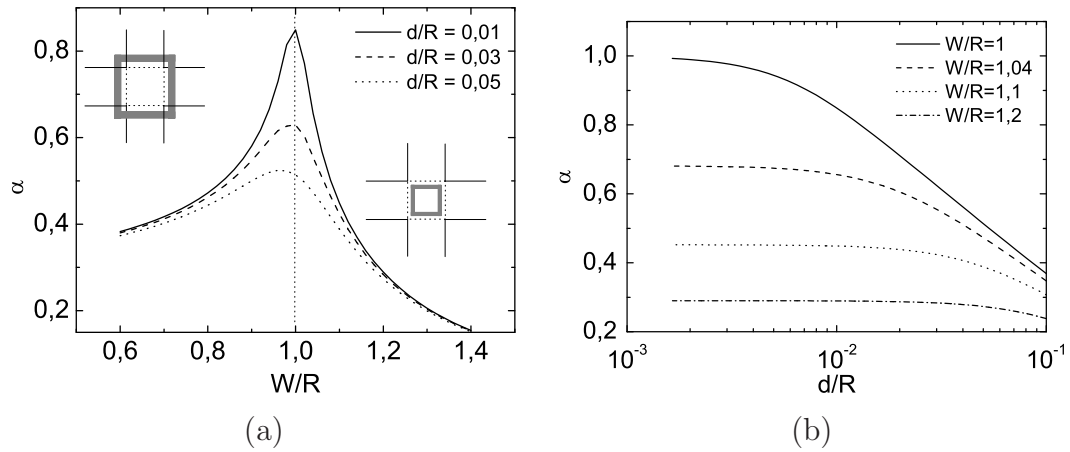
In der Abb. 3.5 ist  $B_z/I$  in Abhängigkeit des Ortes dargestellt, wobei die Ortskoordinate in Einheiten von  $R$  aufgetragen ist. Auffällig ist, daß das Feld im Zentrum des Rings anfangs relativ schwach von der Entfernung  $d$  der Leiterschleife vom 2DEG abhängt. Das ändert sich erst, wenn  $d$  in die Größenordnung von  $R/4$  gelangt. Da das Hall-Magnetometer das mittlere magnetische Feld also den Fluß gemittelt über die Sensorfläche mißt, kann man erkennen, daß für eine optimale Einkopplung  $W/R = 1$  gelten sollte, denn dann ist das Flächenintegral  $\int_S \vec{B} dx dy$  maximal.



**Abbildung 3.5:** Magnetfeld einer rechteckigen Leiterschleife mit Kantenlänge  $R$  in Einheiten des zirkulierenden Stromes  $I$ . (a) Die  $z$ -Komponente  $B_z$  des magnetischen Feldes entlang der  $x$ -Achse für  $y = 0$  und verschiedene Abstände  $d$  der Leiterschleife vom 2DEG. (b) Dreidimensionaler Plot von  $B_z$  für einen Abstand von  $d/R = 0,03$  zwischen dem Ring und dem 2DEG.

In der Abb. 3.6 (a) ist dargestellt, wie sich die Einkopplung  $\alpha$  in Abhängigkeit des Verhältnisses  $W/R$  verhält. Dabei ist der Abstand des Rings zum 2DEG  $d/R$  konstant gehalten. Wie man erkennen kann besitzt  $\alpha$  ein Maximum, wenn die Leiterschleife die Sensorfläche genau abdeckt ( $W/R = 1$ ) und  $d$  klein gegenüber  $R$  ist. Wird die Sensorfläche größer als der Ring, dann fällt  $\alpha$  schneller ab, als im gegenteiligen Fall, wenn der Ring größer als der Sensor ist. Wird der Abstand  $d$  größer, ist das Maximum bei  $W/R = 1$  weniger betont, das generelle Verhalten bleibt jedoch gleich. Wie  $\alpha$  vom Abstand zwischen Ring und 2DEG abhängt ist in Abb. 3.6 (b) dargestellt, wobei gelten soll  $W/R = \text{konst.}$  Die Einkopplung fällt mit größer werdendem Abstand  $d$  anfangs schwach ab. Ab einem gewissen Wert für den Abstand  $d$  sinkt  $\alpha$  mit steigendem  $d$  dann logarithmisch ab. Der genaue Wert für  $d$ , ab dem die Einkopplung schneller absinkt, steigt mit steigendem Verhältnis  $W/R$  an. Wenn der Ring nicht optimal auf den Sensor eingepaßt ist, sättigt also  $\alpha$  bereits bei größeren Abständen und eine weitere Annäherung bringt keine wesentlich größere Signalausbeute mit sich.

Typische Abmessungen von Sensoren sind  $W = 10 \mu\text{m}$  und für die Tiefe des 2DEG  $d_{2\text{DEG}} = 0,2 \mu\text{m}$ . Die Ringe haben außen eine Kantenlänge von  $R_{\text{außen}} = 10 \mu\text{m}$  und innen  $R_{\text{innen}} = 9,2 \mu\text{m}$ . Die Schichtdicke des Supraleiters beträgt ca. 200 nm oder auch 400 nm. Der mittlere Abstand des Rings zum 2DEG kann dann mit  $d = 300 \text{ nm}$ , also  $d/R = 0,03$  bzw.  $d/R = 0,05$  für die größere Schichtdicke angesetzt werden. Für die Al/Ag SNS-Ringe (Schichtdicke 400 nm), im Abschnitt 5.2 ab Seite 93, wird eine



**Abbildung 3.6:** (a) Die Einkopplung  $\alpha$  in Abhängigkeit des Verhältnisses von Sensorbreite  $W$  zur Kantenlänge  $R$  des Rings für einen konstanten Abstand  $d/R = 0,03$  des Rings vom 2DEG. Die beiden Bildeinsätze deuten die Größenverhältnisse zwischen Ring und Magnetometer im Bereich  $W/R < 1$  und  $W/R > 1$  an. (b)  $\alpha$  als Funktion des Abstandes  $d$  zwischen Ring und Sensor wenn gilt  $W/R = \text{konst.}$

Einkopplung von ca. 0,5 erreicht. Dies stimmt recht gut mit den hier abgeschätzten Werten überein. Bei den Nb/Ag SNS-Schleifen, bei denen die Schichtdicke ca. 200 nm beträgt wird eine Einkopplung von nur 0,35–0,4 erreicht, obwohl hier  $d/R$  kleiner ist. Die Abweichung läßt sich wohl mit der größeren Eindringtiefe  $\lambda$  bei Nb erklären, was zu einer weniger örtlich konzentrierten Stromverteilung führt. D. h. ein eindimensionaler Stromfaden ist bei der Stromverteilung von Nb eine schlechtere Näherung als bei Al. Ferner wird der Ansatz eines Stromfadens generell bei kleinem Abstand  $d$  ein schlechteres Ergebnis liefern, als bei größerem Abstand.

In dieser Arbeit wurde versucht, daß die Ringe die aktive Fläche immer möglichst gut ausfüllen. Aufgrund des Maximums bei  $W/R = 1$  (s. Abb. 3.6 (a)) reichen deshalb schon kleine Änderungen von  $R$  aus um  $\alpha$  kleiner werden zu lassen. Es ist also zu erwarten, daß mit der Temperaturabhängigkeit von  $\lambda$  und der einhergehenden Änderung der Stromverteilung auch der Füllfaktor  $\alpha$  temperaturabhängig wird, was sich auch in den Messungen bestätigt.

Ferner muß auch beachtet werden, daß sich  $W/R$  immer im Bereich größer 1 bewegen dürfte, da die äußere Kantenlänge der quadratischen Ringe nicht größer sein kann als die Hall-Kreuz Breite  $W$ . Es ist deshalb zu erwarten, daß selbst für extrem oberflächennahe 2DEGs ( $d/R=0,01$ ) keine wesentlich bessere Einkopplung als  $\alpha = 0,65$  erreicht werden kann, wie man in Abb. 3.6 (a) beispielsweise für den Wert  $W/R = 1,06$  nachvollziehen kann.

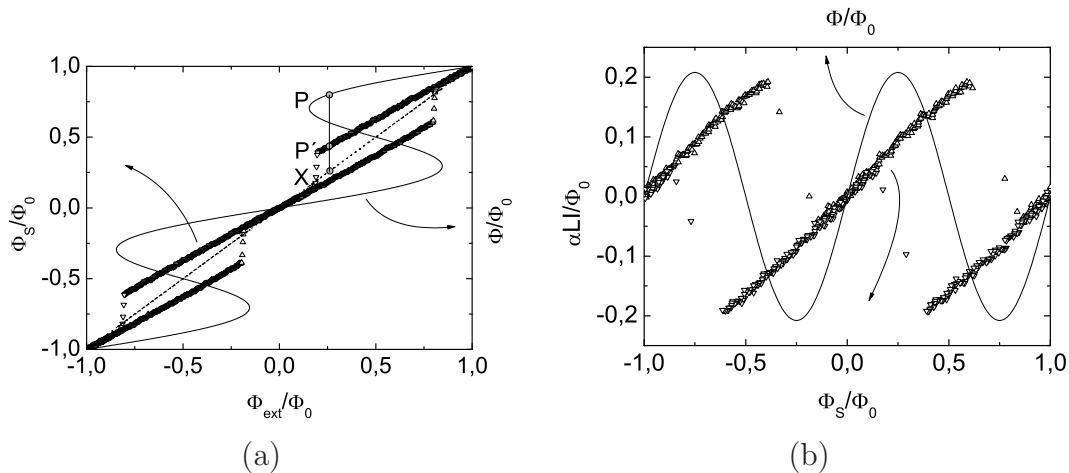


### 3.3.2 Einfluß des Füllfaktors

Wie erläutert erfaßt der Sensor also einen Bruchteil  $\alpha < 1$  des vom Ring erzeugten mittleren magnetischen Feldes  $\langle B_z \rangle$  in senkrechter Richtung zur Sensorebene. Im Gegensatz dazu ist das extern angelegte Magnetfeld, das benutzt wird um die Phasendifferenz durchzustimmen, ein homogenes Feld. Für ein homogenes Feld ist leicht einzusehen, daß es voll vom Sensor erfaßt wird. In der Gleichung 3.16a koppelt also der erste Term, welcher den linearen Hindergrund von  $\Phi(\Phi_{ext})$  beschreibt mit  $\alpha = 1$  ein. Der zweite Term dagegen beschreibt den inhomogenen Beitrag der vom zirkulierenden Ringstrom erzeugt wird. Der vom Sensor gemessene Fluß  $\Phi_S$  wird deshalb durch folgende Gleichung 3.19 beschrieben. Der Fluß  $\Phi$ , der die Phase des SNS-Kontakts bestimmt, ist jedoch weiterhin durch Gleichung 3.16a gegeben.

$$\Phi_S = \Phi_{ext} - \alpha \frac{\beta}{2\pi} \Phi_0 \sin\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \quad (3.19)$$

Die verminderte Einkoppelung des Ringsignals hat zur Folge, daß eine andere Phasendifferenz  $\Delta\varphi_S = -2\pi\Phi_S/\Phi_0$  gemessen wird, als in Wirklichkeit am SNS-Kontakt anliegt. Für letztere gilt weiterhin  $\Delta\varphi = -2\pi\Phi/\Phi_0$ .



**Abbildung 3.7:** (a) Vergleich des theoretisch erwarteten Signals (durchgezogene Linie) mit den Rohdaten (offene Symbole) eines Nb/Ag Rings. Aufgrund der verminderten Einkoppelung wird die Modulation bezüglich der Identitätsgeraden  $\Phi = \Phi_{ext}$  gestaucht (s. Text für Details). (b) Würde man die Strom-Phasen-Relation aus den Rohdaten extrahieren, ohne die verminderte Einkoppelung des Ringsignals zu beachten, würde die gemessene Strom-Phasen-Relation stark verzerrt erscheinen.

In Abb. 3.7 (a) ist dieser Sachverhalt graphisch dargestellt. Die durchgezogene Linie ist das theoretische Signal eines supraleitenden Rings mit Josephson-Kontakt mit



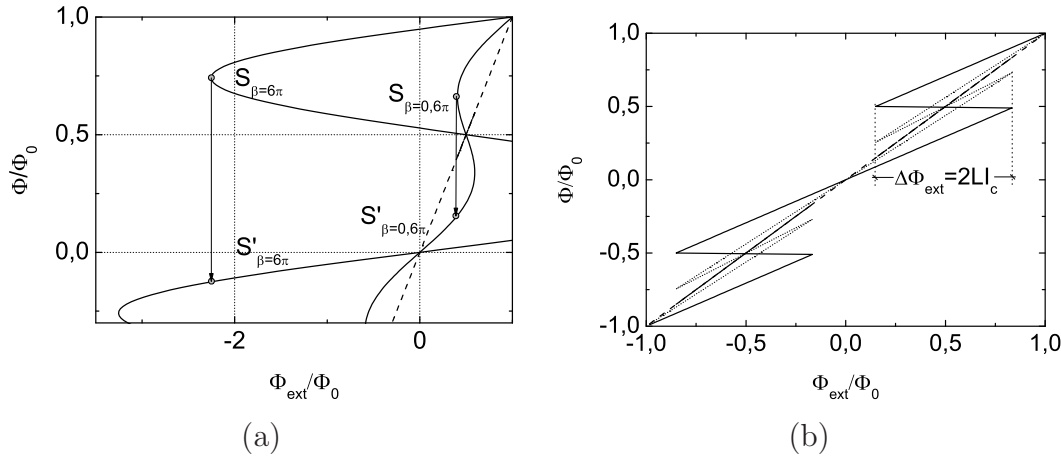
sinusförmiger Strom-Phasen-Relation bei voller Einkopplung beider Terme (Gleichung 3.16a). In diesem Fall ist  $\Phi_S = \Phi$ . Die offenen Symbole stellen die Rohdaten eines Nb/Ag Rings dar. Es handelt sich dabei um die gleiche Probe, deren aufbereiteten Daten bei 2,75 und 4,0 K schon in der Abb. 3.4 gezeigt wurde. Der Einfluß des Füllfaktors besteht nun darin, daß die Modulation, die der Ring in Bezug auf die  $\Phi = \Phi_{ext}$ -Gerade (gestrichelte Linie) erzeugt, in der Amplitude abnimmt. Im Detail wandert ein beliebiger Punkt P im Abstand  $\overline{PX}$  in Richtung der  $\Phi$ -Achse auf die Identitätsgerade zu, so daß für den neue Abstand  $\overline{P'X}$  gilt:  $\overline{P'X} = \alpha \overline{PX}$ . Die Folge ist, daß  $\Phi_S \neq \Phi$  und damit  $\Delta\varphi_S \neq \Delta\varphi$  gilt.

Wenn man die unterschiedliche Einkopplung von Ring und  $\Phi_{ext}$  nicht beachtet, ist die nach Gleichung 3.17 extrahierte Strom-Phasen-Relation aufgrund des Füllfaktors stark verzerrt wie man in der Abb. 3.7 (b) erkennen kann. Um diese Verzerrung rückgängig zu machen und die wahre Form der Strom-Phasen-Relation zu erhalten, muß die Einkoppelkonstante  $\alpha$  bekannt sein. Im nun folgenden Unterabschnitt sollen einige mögliche Verfahren zur Abschätzung des Füllfaktors diskutiert werden.

### 3.3.3 Möglichkeiten zur Abschätzung des Füllfaktors

Eine grobe Abschätzung für den Füllfaktor kann über die Bedingung der Flußquantisierung ( $\beta \gg 1$ ) durchgeführt werden. Die Sprunghöhe  $\overline{S_\beta S'_\beta}$  in Abb. 3.8 strebt dann mit steigendem  $I_c$  bzw.  $\beta$  dem Wert eines Flußquantums  $\Phi_0$  zu. Da durch einen Einkopplungsfaktor  $\alpha < 1$  die Modulation des SNS-Rings auf dem linearen Hintergrund um  $\alpha$  reduziert ist, wird auch die Sprunghöhe  $\overline{S_\beta S'_\beta}$  um  $\alpha$  herabgesetzt. Vergleicht man also die Größe des Sprungs von  $S_\beta$  nach  $S'_\beta$  mit  $\Phi_0$  erhält man einen Wert  $\alpha_{FQ}$  für die Einkopplung:  $\alpha_{FQ} = \alpha \overline{S_\beta S'_\beta} / \Phi_0 < \alpha$ .  $\alpha_{FQ}$  stellt also eine untere Schranke für  $\alpha$  dar und liegt um so dichter bei  $\alpha$ , je tiefer man sich im Regime der Flußquantisierung befindet, also desto größer  $\beta$  ist.

Eine obere Schranke für  $\alpha$  erhält man, wenn für die Strom-Phasen-Relation eine Sägezahnfunktion angesetzt wird:  $I(\Delta\varphi) = \sum_j I_c^j \sin(j 2\pi \Delta\varphi)$ , mit  $I_c^j \propto -(-1)^j / j$ . Setzt man diese Form der Strom-Phasen-Relation in die Beziehung 3.16a ein, erkennt man, daß die Öffnung der Hysterese  $\Delta\Phi_{ext}$  durch  $\Delta\Phi_{ext} = 2LI_c$  gegeben ist. Dies ist in der Abb. 3.8 (b) dargestellt und wie man der Abbildung außerdem entnehmen kann, bleibt  $\Delta\Phi_{ext}$  vom Einfluß des Füllfaktors unbeeinflusst. Die Amplitude  $LI_c$  der Strom-Phasen-Relation läßt sich also einfach an der  $\Phi_{ext}$ -Achse ablesen. Wie bereits geschildert (Abb. 3.4), läßt sich der vom Ring erzeugte Fluß  $LI(\Phi_{ext})$  berechnen, indem man von  $\Phi(\Phi_{ext})$  die Identität  $\Phi = \Phi_{ext}$  subtrahiert. Die Amplitude dieser Relation ist  $\alpha LI_c$ , da das Ringsignal um  $\alpha$  vermindert in den Sensor einkoppelt. Aus dem Quotienten dieser beiden Amplituden läßt sich ein  $\alpha_{saw}$  gewinnen, welches dann



**Abbildung 3.8:** (a) Mit zunehmenden  $\beta$  nähert sich die Sprunghöhe  $\overline{S_\beta S'_\beta}$  dem Flußquantum  $\Phi_0$  an. Ist  $\beta \gg 1$  kann  $\alpha$  durch einen Vergleich der gemessenen Sprunghöhe mit  $\Phi_0$  abgeschätzt werden (s. Text). (b) Bei einer sägezahnförmigen Strom-Phasen-Relation kann aus der Hystereseseffnung  $\Delta\Phi_{ext}$  direkt der Wert  $2LI_c$  abgelesen werden.

eine obere Schranke für den Füllfaktor darstellt. Eine obere Schranke deshalb, weil die Messung von  $\Delta\Phi_{ext}$  den Wert  $2LI_c$  unterschätzt, falls die wahre Strom-Phasen-Relation weniger höhere Harmonische besitzt als eine sägezahnförmige.

Nach einem ähnlichen Muster läßt sich auch unter der Voraussetzung einer sinusförmigen Strom-Phasen-Relation ein Füllfaktor berechnen. Die Schwierigkeit hierbei besteht darin, daß sich  $LI_c$  nicht so einfach ablesen läßt, wie es bei einer sägezahnförmigen Strom-Phasen-Relation der Fall ist. Aber genauso wie die Breite der Hystereseseffnung bleibt auch der Abstand  $\Delta\Phi_{AB}$  (s. Abb. 3.9) von der Wirkung des Füllfaktors unbeeinflusst. Dabei bezeichnet  $\Delta\Phi_{AB}$  den Abstand zwischen einem Minimum und dem darauffolgenden Maximum der Strom-Phasen-Relation auf der  $\Phi_{ext}$ -Achse.  $\Delta\Phi_{CD}$  ist der Abstand eines Minimums und des darauffolgenden Maximums der Strom-Phasen-Relation auf der  $\Phi$ -Achse. Für sehr große Amplituden  $LI_c$  strebt dessen Wert gegen  $0,5\Phi_0$ . Da beide Achsen gleich skaliert sind, taucht dieser Abstand auch an der  $\Phi_{ext}$ -Achse auf. Es ist dann leicht einzusehen, daß sich  $\Delta\Phi_{AB}$  aus  $\Delta\Phi_{CD}$  und zweimal den Wert der Strom-Phasen-Relation an der Stelle  $\Phi = \Delta\Phi_{CD}/2$  multipliziert mit der Induktivität  $L$  zusammensetzt:

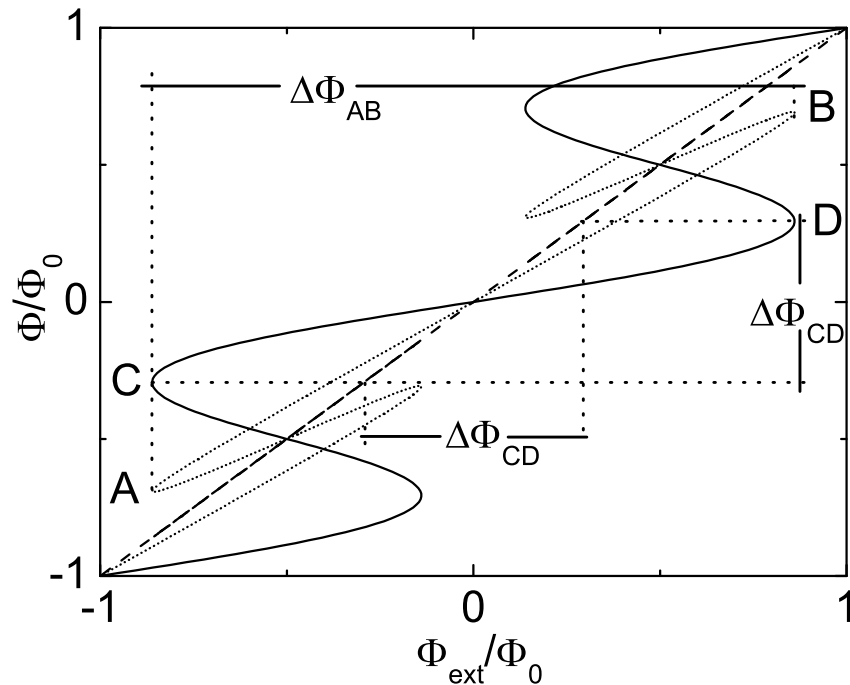
$$\Delta\Phi_{AB} = \Delta\Phi_{CD} + 2LI_c \sin\left(\pi \frac{\Delta\Phi_{CD}}{\Phi_0}\right) \Leftrightarrow LI_c = \frac{1}{2} \frac{\Delta\Phi_{AB} - \Delta\Phi_{CD}}{\sin\left(\pi \frac{\Delta\Phi_{CD}}{\Phi_0}\right)}. \quad (3.20)$$

Aus dieser Beziehung läßt sich der Wert der Amplitude  $LI_c$  ableiten. Dabei ist  $\Delta\Phi_{CD}$  gegeben durch zweimal den Wert der Nullstelle der Funktion  $\frac{d\Phi_{ext}}{d\Phi}(\Phi)$  im Intervall

$\Phi = [0; \Phi_0/2]$  und befolgt folgende Gleichung:

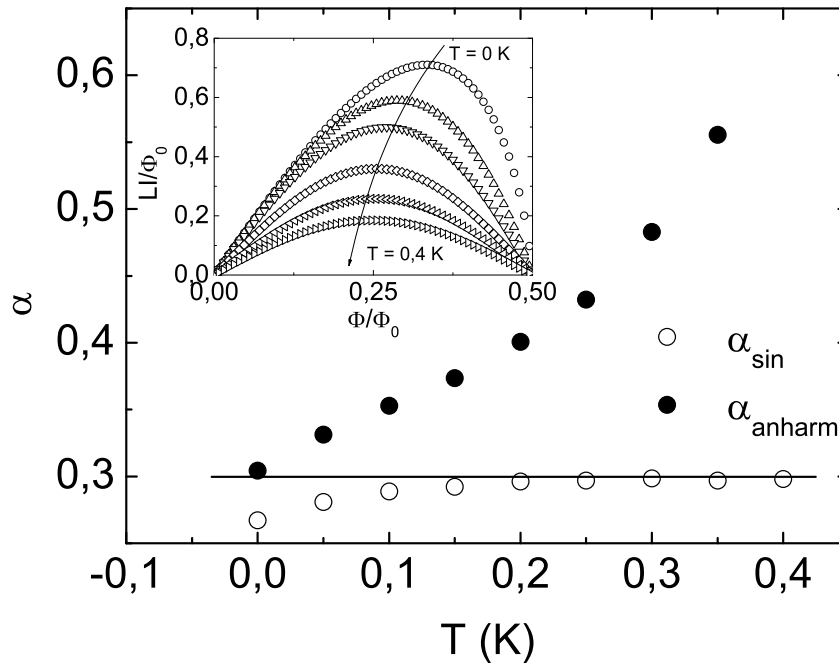
$$\Delta\Phi_{CD} = \frac{\Phi_0}{\pi} \arccos\left(-\frac{\Phi_0}{2\pi LI_c}\right). \quad (3.21)$$

Da  $\Delta\Phi_{CD}$  seinerseits vom Wert der Amplitude  $LI_c$  abhängt, muß das Gleichungssystem 3.20 und 3.21 iterativ gelöst werden. Mit dem so berechneten  $LI_c$  und dem gemessenen  $\alpha LI_c$  kann der Füllfaktor durch Quotientenbildung bestimmt werden. Dieses Verfahren funktioniert auch mit Strom-Phasen-Relationen, die höhere Harmonische enthalten, wie zum Beispiel die eines diffusiven SNS-Kontaktes bei  $T = 0\text{ K}$ , welche durch Gleichung 2.21 auf Seite 17 beschrieben werden kann.



**Abbildung 3.9:** Die Distanz  $\Delta\Phi_{AB}$  bleibt von der Verzerrung des Füllfaktors unbeeinflusst und kann zur Berechnung von  $LI_c$  herangezogen werden. Der Abstand  $\Delta\Phi_{CD}$  taucht wegen der gleichen Skalierung der beiden Achsen auch an der  $\Phi_{ext}$ -Achse auf (s. Text).

Man kann also unter Annahme einer bestimmten Strom-Phasen-Relation einen Füllfaktor berechnen. Was passiert aber wenn man die falsche Strom-Phasen-Relation bei der Berechnung voraussetzt? Setzt man einen zu großen Beitrag höherer Harmonischer voraus als tatsächlich vorhanden ist, wird der Füllfaktor überschätzt. Denn bei gleichem  $\Delta\Phi_{AB}$  ist die Amplitude einer anharmonischen Strom-Phasen-Relation kleiner als die einer rein sinusförmigen Strom-Phasen-Relation. Im umgekehrten Falle wird er unterschätzt. Da die Anharmonizitäten der Strom-Phasen-Relation eines



**Abbildung 3.10:** Das unterschiedliche Temperaturverhalten der beiden berechneten Füllfaktoren  $\alpha_{sin}$  und  $\alpha_{anharm}$  kann detektiert werden, ob eine Strom-Phasen-Relation bei tiefen Temperaturen höhere Harmonische enthält, welche dann bei höheren Werten unterdrückt werden (s. Text). **Bildeinsatz:** Einige der simulierten Strom-Phasen-Relationen für welche die Füllfaktoren im Hauptbild berechnet sind.

SNS-Kontaktes nach der Theorie mit steigender Temperatur abgeschwächt werden und die Strom-Phasen-Relation in eine sinusförmige Beziehung übergeht, besteht die Möglichkeit einer Anpassungsprozedur. Unter der Voraussetzung, daß der Füllfaktor im betrachteten Temperatur Intervall konstant sei, könnte ein bestimmtes Verhalten der berechneten Füllfaktoren Aufschluß darüber geben, ob höhere Harmonische im Signal vorhanden sind und mit der Temperatur verschwinden. Dies ist in der Abb. 3.10 veranschaulicht. Hier ist anhand simulierter Strom-Phasen-Relationen (im Bildeinsatz) dargestellt, wie sich mit verschiedenen Annahmen berechnete Füllfaktoren mit der Temperatur verhalten. Die bei  $T = 0\text{ K}$  angesetzte Strom-Phasen-Relation ist die eines diffusiven SNS-Kontaktes. Die Amplituden der höheren Harmonischen, verlaufenderen deshalb mit der Ordnung  $j$  wie:  $I_c^j \propto -(-1)^j/j^2$ . Der Anteil der höheren Harmonischen schwächt sich dann kontinuierlich mit steigender Temperatur ab. An den im Bildeinsatz dargestellten Strom-Phasen-Relationen erkennt man dies daran, daß sich das Maximum der Relationen nach  $\Phi = \Phi_0/4$  verschiebt. Die Einkopplung wurde auf  $\alpha = 0,3$  gesetzt. Es wurde dann für jede Temperatur mit Hilfe der Gleichungen 3.20 und 3.21 ein Füllfaktor  $\alpha_{sin}$  unter der Annahme einer sinusförmigen Strom-Phasen-Relation und ein Füllfaktor  $\alpha_{anharm}$  unter der Annahme

me einer anharmonischen Strom-Phasen-Relation (wie bei  $T = 0\text{K}$  angesetzt) berechnet. Bei  $T = 0\text{K}$  ist die Annahme der anharmonischen Strom-Phasen-Relation richtig und  $\alpha_{an harm}$  liegt auf dem richtigen Wert von 0,3. Mit Abschwächung der höheren Harmonischen überschätzt  $\alpha_{an harm}$  zunehmend den Wert des Füllfaktors  $\alpha$ .  $\alpha_{sin}$  dagegen unterschätzt anfangs den richtigen Wert der Einkopplung solange die Strom-Phasen-Relation noch nicht sinusförmig ist. Erst bei  $T > 0,2\text{K}$  liegt  $\alpha_{sin}$  auf dem richtigen Niveau. Aus diesem Verhalten der beiden berechneten Füllfaktoren kann nun geschlossen werden, daß die Strom-Phasen-Relation bei niedrigen Temperaturen höhere Harmonische enthält und in eine Sinus-Funktion übergeht. Wäre die Strom-Phasen-Relation bei allen Temperaturen sinusförmig, wäre  $\alpha_{sin}$  konstant auf 0,3 für alle Werte von  $T$ .

Im Grenzfall  $\beta \gg 1$  jedoch, also im Regime der Flußquantisierung ist das mögliche Fenster des Füllfaktors sehr klein. D. h. die Untergrenze für  $\alpha$  bestimmt aus der Flußquantisierungsbedingung und die Obergrenze, welche aus der Zugrundelegung einer sägezahnförmigen Strom-Phasen-Relation resultiert, liegen sehr dicht beieinander. Gleich welche Voraussetzung man in die Berechnung von  $\alpha$  einfließen läßt, alle Werte streben mit steigendem  $\beta$  dem Füllfaktor  $\alpha_{FQ}$  zu, welcher sich für die vollausgeprägte Flußquantisierung ergibt. Deshalb wird aber auch die Form der aus dem gemessenen  $\Phi(\Phi_{ext})$  Zusammenhang extrahierten Strom-Phasen-Relation sehr sensitiv auf den genauen Wert des Füllfaktors, wie im Folgendem erläutert werden soll:

Um eine sinusförmige Strom-Phasen-Relation von einer anharmonischen, wie sie ein diffusiver SNS-Kontakt bei  $T = 0\text{K}$  besitzt (s. Gl. 2.21), zu unterscheiden muß die Position der Maxima bzw. der Minima hinreichend genau aufgelöst werden können. Das Maximum der anharmonischen Strom-Phasen-Relation eines diffusiven SNS-Kontakts liegt um  $0.0676\Phi_0$  verschoben von dem der sinusförmigen. Der absolute Fehler bei der Reskalierung der Rohdaten durch das berechnete  $\alpha$  sollte also kleiner sein als  $0,03\Phi_0$ . Genauer gesagt die Bestimmung von  $\overline{PX}$  aus den gemessenen Werten für  $\alpha$  und  $\overline{P'X}$  muß mit einem absoluten Fehler  $\Delta\overline{PX} < 0,03\Phi_0$  geschehen (s. Abb. 3.7 auf Seite 36). Der Fehler berechnet sich wie folgt:

$$\Delta\overline{PX} = \frac{\Delta\alpha}{\alpha}\overline{PX} + \frac{\Delta\overline{P'X}}{\overline{P'X}}\overline{PX}. \quad (3.22)$$

Wie man in der Abb. 3.7 erkennen kann wandert der Punkt  $P$  auf einer Horizontalen nach links, wenn die Amplitude der Strom-Phasen-Relation bzw.  $\beta$  größer wird. Dabei wird auch die Strecke  $\overline{PX}$  viel größer als das Flußquant  $\Phi_0$  wenn  $\beta \gg 1$  ist. Damit nun der absolute Fehler  $\Delta\overline{PX}$  konstant bleibt, müssen mit wachsenden  $\overline{PX}$  der Füllfaktor und die Meßpunkte  $P'$  immer genauer bekannt sein. Ist beispielsweise

$\alpha$  und  $\overline{PX}$  jeweils mit einem relativen Fehler von 0,5 % bekannt, darf  $\overline{PX}$  nicht größer als  $3\Phi_0$  sein. Andernfalls würden sich die berechneten Werte von  $\alpha_{sin}$  und  $\alpha_{anharm}$  im Rahmen des Fehlers nicht unterscheiden lassen. Dies ist bei einer Induktivität von  $L = 35 pH$  schon bei kritischen Strömen von mehr als  $177 \mu A$  der Fall und wird bei hochtransparenten Nb/Ag bzw. Al/Ag SNS-Kontakten leicht überboten.

Die eben beschriebene Anpassungsprozedur über die Temperaturabhängigkeit der berechneten Einkopplungswerte wird also nur in Spezialfällen funktionieren, nämlich dann wenn  $LI_c$  hinreichend klein und  $\alpha$  noch unabhängig von  $T$  ist. Ferner läßt sich damit nur aussagen, ob die Strom-Phasen-Relation sinusförmig ist oder nicht. Der genaue Anteil der höheren Harmonischen läßt sich nicht bestimmen, da hierfür die Messung der Relation bei  $T = 0 K$  notwendig wäre.

### 3.4 Meßmethode mit kontaktierten Ringen

Bei der Methode mit dem externen Magnetfeld zur Steuerung der Phasendifferenz ist (wie im vorangegangenen Abschnitt beschrieben) der genaue Wert des geometrischen Füllfaktors notwendig, um die korrekte Strom-Phasen-Relation aus dem gemessenen Signal zu extrahieren. Da dies nur in Einzelfällen möglich ist und insbesondere bei hochtransparenten Kontakten mit entsprechend großem kritischem Strom nicht hinreichend genau möglich ist, wäre es erstrebenswert eine Meßmethode zu haben, bei der eine Einkopplung  $\alpha < 1$  nicht zu einer Verzerrung der gemessenen Strom-Phasen-Relation führt. Dies wäre dann der Fall, wenn auch das Magnetfeld zur Phasenkontrolle mit dem gleichen Füllfaktor  $\alpha$  einkoppeln würde. Dann würde nämlich nicht die Modulation alleine relativ zur Identität  $\Phi = \Phi_{ext}$  umskaliert, sondern die gesamte  $\Phi$ -Achse würde einfach gestaucht. Dies würde aber das Verhältnis zwischen Modulation und linearem Hintergrund nicht beeinflussen und deshalb nicht zu einer Verzerrung der Strom-Phasen-Relation führen.

Eine gleiche Einkopplung von beiden Beiträgen in der Gleichung 3.16a kann erreicht werden, wenn zur Erzeugung des externen Magnetfeldes der supraleitende Ring selbst verwendet würde. In der Arbeit von Frolov et al. [62] wird diese Meßmethode verwendet, um die Strom-Phasen-Relation eines ferromagnetischen  $\pi$ -Josephson-Kontakts am Übergang vom 0 zum  $\pi$ -Zustand zu vermessen.

In der Abb. 3.11 (a) ist schematisch skizziert wie die Messung funktioniert. Der Ring wird links und rechts des SNS Kontaktes mit Stromzuleitungen versehen. Legt man nun einen Strom  $I$  an die Struktur an, spaltet er sich auf in einen Anteil  $I(\Delta\varphi)$ , der über den SNS-Kontakt fließt und einen Anteil  $I_L$ , der über den Ring fließt. Dabei erzeugt  $I_L$  den Fluß  $\Phi = LI_L$ , welcher die Phasendifferenz über dem SNS-Kontakt

steuert. Es entsteht damit folgender Zusammenhang, wobei der Einfachheit halber wieder eine sinusförmige Strom-Phasen-Relation vorausgesetzt werden soll:

$$I = I(\Delta\varphi) + I_L = I_c \sin\left(\frac{2\pi\Phi}{\Phi_0}\right) + I_L. \quad (3.23)$$

Der vom Ring erzeugte Fluß  $\Phi$  in Abhängigkeit des angelegten Stromes wird durch folgende Gleichung beschrieben:

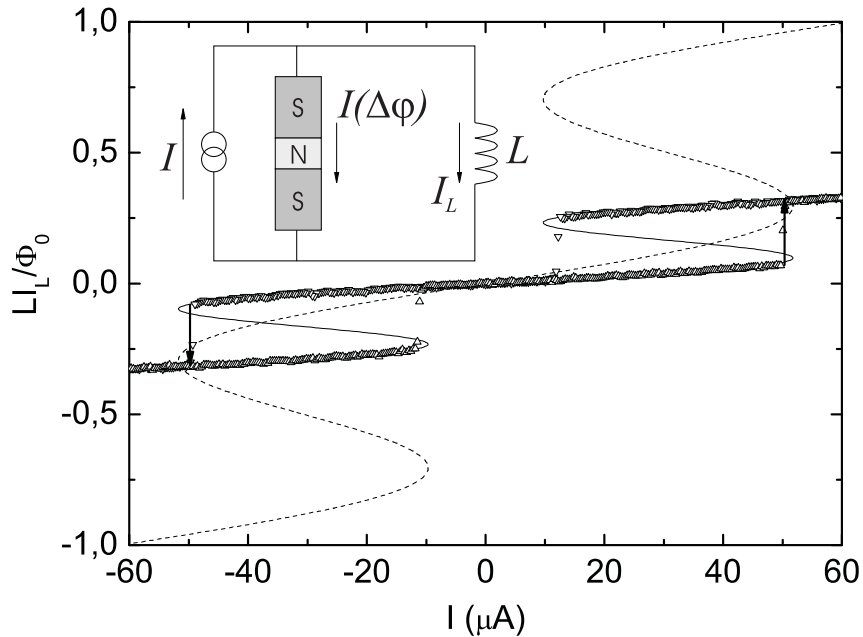
$$\Phi(I) = LI - LI_c \sin\left(\frac{2\pi\Phi}{\Phi_0}\right). \quad (3.24)$$

Diese implizite Gleichung ähnelt der Gl. 3.16a und ist in der Abb. 3.11 (b) gezeichnet. Die gestrichelte Linie ist das theoretisch erwartete Signal entsprechend Gl. 3.24, die durchgezogene Linie entspricht dem gemessenen Signal  $\Phi_S = \alpha\Phi(I)$  bei einer Einkopplung von  $\alpha = 0,33$  und die Symbole sind Meßwerte für die Probe NbAg540 bei  $T = 2,75$  K (Daten dieser Probe wurden schon in den Abb. 3.4 und 3.7 gezeigt). Deutlich ist der Effekt der nicht optimalen Einkopplung zu erkennen. Der vom Hall-Sensor gemessene Fluß ist der um  $\alpha = 0,33$  herabgesetzte Fluß  $\Phi(I)$ . Die **gesamte**  $\Phi$ -Achse wird reskaliert und nicht nur die Modulation des SNS-Kontaktes relativ zum linearen Hintergrund. Dies liegt daran, daß beide Beiträge zum Gesamtfluß durch die Induktivität  $L$  des supraleitenden Ringes generiert werden.

Genauso wie bei der Meßmethode mit dem externen Magnetfeld zur Kontrolle der Phasendifferenz, gibt es auch bei dieser Methode abhängig vom maximalen kritischen Strom des SNS-Kontaktes hysteretische und nichthysteretische Meßkurven. Bei Kontakten mit großem kritischen Strom  $I_c$  ist es also wieder nur möglich die Teile der Strom-Phasen-Relation mit positiver Steigung zu messen.

Die Strom-Phasen-Relation kann durch das Bilden der Umkehrfunktion  $I(\Phi)$  und Subtraktion des linearen Hintergrundes extrahiert werden. Neben der verzerrungsfreien Messung der Strom-Phasen-Relation hat diese Methode weitere Vorteile. Zum einen läßt sich  $\alpha$  exakt bestimmen, denn die Wirkung von  $\alpha$  ist ein simples Zusammenstauchen der Periode der Strom-Phasen-Relation von  $\Phi_0$  auf  $\alpha\Phi_0$ . Details dazu finden sich im Zusammenhang mit den Messungen im Abschnitt 5.2.1 ab Seite 96. Außerdem läßt sich die Induktivität des Rings über die Steigung des linearen Hintergrundes bestimmen, denn die ist einfach  $L$  beim Zusammenhang  $\Phi(I)$  bzw.  $1/L$  bei der Umkehrfunktion  $I(\Phi)$ . Außerdem wird  $I(\Delta\varphi)$  und nicht, wie bei der Meßmethode mit dem externen Magnetfeld, das Produkt  $LI(\Delta\varphi)$  gemessen. Bei der Methode mit dem externen Magnetfeld ist  $L$  experimentell nicht zugänglich, sondern muß über die Ringgeometrie abgeschätzt werden.





**Abbildung 3.11:** Der gemessene Gesamtfluß  $\Phi = LI_L$  in Abhängigkeit des angelegten Stroms  $I$ . Die gestrichelte Linie zeigt das theoretische Signal bei einer Einkopplung von  $\alpha = 1$  und die durchgezogene bei einer Einkopplung von  $\alpha < 1$ . Die Symbole sind wieder Meßwerte der Probe NbAg540 bei  $T = 2,75$  K. **Bildeinsatz:** Schaltbild eines kontaktierten SNS-Rings. Ein Teil des angelegten Gesamtstroms  $I$  fließt über den SNS-Kontakt, der andere Teil erzeugt zusammen mit der Induktivität  $L$  des supraleitenden Rings einen geometrischen Fluß  $\Phi$  in der Schleife, welcher die Phase des SNS-Kontakts steuert.

Bei dem Design der Proben ist wichtig, daß die Stromzuleitungen möglichst nahe am SNS-Kontakt angebracht werden. Ist dies nicht der Fall, hat auch der Anteil des Rings, über den der Josephson-Strom  $I(\Delta\varphi)$  fließt, eine nennenswerte Induktivität  $L_{SNS}$  verglichen zur Gesamtinduktivität  $L$  des Rings. Der Fluß, der die Phase kontrolliert, wäre dann nicht mehr einfach durch den Zusammenhang  $\Phi = LI_L$  gegeben. Vielmehr würde sich der Fluß aus zwei Anteilen zusammensetzen, nämlich  $\Phi = LI_L - L_{SNS}I(\Delta\varphi)$ . Die zwei Beiträge zum Fluß entstehen an unterschiedlichen Stellen des Rings und wenn die Ortsauflösung des Hall-Magnetometers nicht absolut homogen ist, könnte auch dieser Sachverhalt, bei hohen kritischen Strömen des Josephson-Kontaktes, zu einer Abweichung der gemessenen Strom-Phasen-Relation von der des Kontaktes führen. Dies soll aber an dieser Stelle nicht weiter ausgeführt werden, sondern genauer im Zusammenhang mit den Messungen im Abschnitt 5.2.1 ab Seite 96 diskutiert werden.



## 3.5 Fehlerquellen

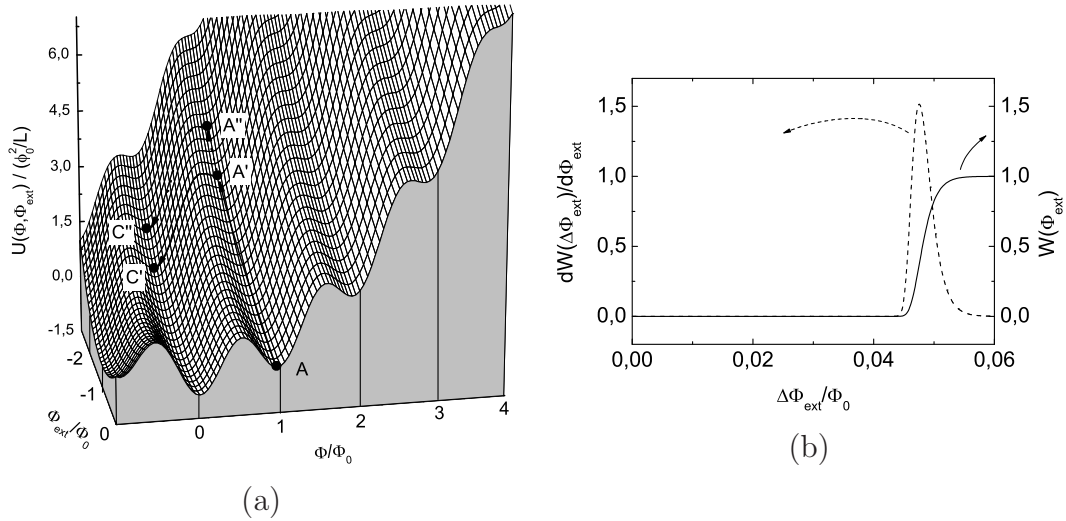
In diesem Abschnitt soll der Einfluß der intrinsischen thermischen Fluktuation auf den gemessenen Fluß  $\Phi$  untersucht werden. Im wesentlichen sind dazu zwei Arten von Einflüssen zu nennen. Zum einen wird es im Falle  $\beta > 1$  zu einem verfrühten Sprung des Systems in den nächsten Flußzustand kommen, zum anderen wird ein über die Zeit gemittelter Fluß  $\langle \Phi \rangle$  gemessen, welcher unter gewissen Umständen stark vom Gleichgewichtswert  $\Phi$  abweichen kann. Die Mittelung des gemessenen Flusses kommt dadurch zustande, daß die thermischen Fluktuationen auf einer wesentlich kleineren Zeitskala stattfinden, als die Mittelungszeit des Hall-Magnetometermeßaufbaus, welcher auf Lock-in Technik basiert. In den Arbeiten [43, 63, 64] wurde der Einfluß der thermischen Fluktuationen quantitativ untersucht und die Ergebnisse sollen hier kurz zusammengefaßt werden.

Der Zusammenhang zwischen  $\Phi$  und  $\Phi_{ext}$ , wie in Abb. 3.4 (a) und (b) auf Seite 31, kann im Falle starker Dämpfung  $\eta = 1/R_n C$  verstanden werden ( $C$  ist die Kapazität des Kontakts), indem man die Trajektorie des Systems im Potential

$$U(\Phi, \Phi_{ext}) = \frac{(\Phi - \Phi_{ext})^2}{2L} + \frac{I_c \Phi_0}{2\pi} \left[ \cos\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) + 1 \right] \quad (3.25)$$

betrachtet. Die Energielandschaft, welche dieses Potential beschreibt, ist in der Abb. 3.12 (a) wiedergegeben. In der Ausgangssituation befindet sich das System im Zustand A, d. h. bei einem externen Fluß von  $\Phi_{ext} = 0$  befindet sich der Ring im ersten angeregten Zustand mit  $\Phi$  knapp unterhalb  $\Phi_0$ . Erhöht man nun den externen Fluß in negativer Richtung, steigt die Energie des Rings im Zustand A an, da ein Abschirmstrom angeworfen werden muß. Gleichzeitig erniedrigt sich die Barriere zum nächst niedrigeren Potentialminimum. In Abwesenheit von thermischen Fluktuationen würde das System erst beim kompletten Verschwinden der Barriere bei A'' in den Zustand C'' übergehen. Da aber die Fluktuationen schon bei einer niedrigen Barriere bei A' ausreichen das System in den Zustand C' überzuführen, erfolgt der Übergang in den nächsten Flußzustand grundsätzlich verfrüht.

Um die Wahrscheinlichkeit zu berechnen, daß ein Sprung bei A' auftritt wenn man also mit  $\Phi_{ext}$  noch um  $\Delta\Phi_{ext} = \Phi_{ext}^{A''} - \Phi_{ext}^{A'}$  vom Gleichgewichtssprungpunkt A'' entfernt liegt, muß zunächst einmal die Fluktuationsfrequenz abgeschätzt werden. Im wesentlichen ist die Frequenz gegeben durch die Krümmung des Potentials und der Kapazität des Josephson-Kontaktes. Bei starker Dämpfung  $\eta$  liegt die Größenordnung der Fluktuationsfrequenz bei  $\omega_0 = R/L$ , was üblicherweise sehr viel größer ist als die Änderungsrate des externen Flusses  $\frac{d}{dt}\Delta\Phi_{ext}$ . Für die Lebensdauer des Systems im Zustand A' gilt  $\frac{1}{\tau} \propto e^{-\Delta U/k_b T}$ , wobei  $\Delta U(\Delta\Phi_{ext}) = U_0 \left(\frac{2\pi\Delta\Phi_{ext}}{\Phi_0}\right)^{(3/2)}$  die



**Abbildung 3.12:** (a) Das Verhalten des Systems im Limit starker Dämpfung  $\eta$  ergibt sich, wenn man die Trajektorie in der Energielandschaft  $U(\Phi, \Phi_{ext})$  verfolgt. (b) Die Wahrscheinlichkeit  $W$ , daß noch kein Sprung aufgetreten ist fällt schnell auf Null, wenn  $\Delta\Phi_{ext} < 0,047\Phi_0$  ist.

Höhe der Potentialbarriere ist, die überwunden werden muß, um Zustand  $C'$  zu erreichen. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Übergang nach  $C'$  noch nicht stattgefunden hat, ist gegeben durch:

$$W = \exp\left(-Xe^{-u^{(3/2)}}\right). \quad (3.26)$$

Dabei ist  $u = \left(\frac{U_0}{k_b T}\right)^{2/3} \frac{2\pi\Delta\Phi_{ext}}{\Phi_0}$  und für  $X$  gilt:

$$X = \frac{\Phi_0}{3\pi \frac{d}{dt} \Delta\Phi_{ext}} \frac{R}{2\pi L} \frac{k_b T}{U_0} \quad (3.27)$$

In der Abb. 3.12 (b) ist für ein typisches System mit den Parametern  $L = 33$  pH,  $I_c(T = 0,5\text{K}) = 500 \mu\text{A}$  und  $R = 0,5 \Omega$  die Wahrscheinlichkeit, daß noch kein Sprung stattgefunden hat und die zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung in Abhängigkeit des Abstandes vom Gleichgewichtssprungpunkt aufgetragen. Daraus kann man ablesen, daß der Sprung im Abstand von  $0,047\Phi_0$  sicher schon vollzogen sein wird. Dies deckt sich auch quantitativ mit den experimentellen Beobachtungen wie man zum Beispiel in der Abb. 3.4 (b) ablesen kann. Um diesen Effekt des vorzeitigen Sprunges zu minimieren, müßte die Änderungsrate  $\frac{d}{dt} \Delta\Phi_{ext}$  und die Fluktuationsfrequenz  $\omega_0$  in die gleiche Größenordnung gebracht werden. Da  $L$  auf ca. 20-50 pH beschränkt ist (s. Kapitel 3.6) und damit  $\omega_0$  im Bereich von GHz liegt, ist dies leider nicht erreichbar.

In der Arbeit [43] wurde ferner genau untersucht, welche Wirkung die thermischen Fluktuationen auf das gemessene Signal  $\langle\Phi\rangle$  im Falle  $\beta < 1$  haben. Es wurde da-

bei festgestellt, daß im Allgemeinen  $|\langle\Phi\rangle - \Phi_{ext}| < |\Phi - \Phi_{ext}|$  gilt. Dabei ist die Abweichung an den Stellen am größten, wo die Strom-Phasen-Relation die größte Krümmung aufweist, also in der Nähe der Maxima und Minima. Die Wirkung ist dabei so, daß die gemessene Strom-Phasen-Relation mehr höhere Harmonische aufweist, als sie eigentlich besitzt. Generell wird der Effekt am größten, wenn  $\beta$  nicht viel kleiner als Eins wird.

Dieser Einfluß der thermischen Fluktuationen ist wie folgt zu verstehen: Nach der Gleichung 3.25 setzt sich das Potential, durch welches sich das System bewegt, aus einem Parabelterm und einem oszillierendem Term zusammen. Wenn  $\beta < 1$  ist, ist der oszillierende Term genügend klein, so daß das Potential  $U$  nur ein Minimum besitzt. Sehr wohl führt der  $\cos$ -Term aber dazu, daß das Minimum, in dem sich das System befindet, abhängig von  $\Phi_{ext}$  und von  $\beta$  mal mehr und mal weniger stark asymmetrisch verformt wird. D.h. die Potentialwand links und rechts vom Minimum steigt unterschiedlich steil an. Betrachtet man ein thermisch oszillierendes Teilchen in einer solch asymmetrischen Potentialmulde, so wird der Mittelwert  $\langle\Phi\rangle$  vom Gleichgewichtswert  $\Phi$  abweichen, da die Aufenthaltszeiten links und rechts von  $\Phi$  unterschiedlich sind.

Die Fluktuationen werden minimiert, wenn die Gesamtenergie  $\Phi^2/L$  groß gegenüber der thermischen Energie wird. Als Bedingung hierfür wird oft angegeben, daß gelten muß  $\Phi_0^2/4\pi^2 L k_b T \gg 1$ . Dies bedeutet, daß die Induktivität  $L$  der supraleitenden Schleife sehr viel kleiner sein muß als die Fluktuationsschwelle  $L_f = \Phi_0^2/4\pi^2 k_b T$ . Bei 4,2K wäre die Schwelle bei  $L_f = 1,9\text{nH}$  und etwa 40 mal größer als die typische Induktivität der untersuchten Proben. Dieser Sachverhalt soll noch mit einigen Beispielwerten veranschaulicht werden: Es soll eine sinusförmigen Strom-Phasen-Relation mit einem kritischen Strom  $I_c$  zugrundegelegt werden, so daß gilt  $\beta = 0,1\pi \approx 0,314$ .  $\langle\Phi\rangle$  läßt sich berechnen, indem  $\Phi$  im Potential  $U$  nach der Boltzmann-Verteilung gewichtet wird [43]. Man erhält dann statt der angesetzten sinusförmigen Strom-Phasen-Relation eine anharmonische mit den beiden ersten Fourier Termen  $I_c^{j=1} = 0,98I_c$  und  $I_c^{j=2} = 0,004I_c$ , wenn  $L_f/L = 20$  ist. Beträgt dieser Wert nur etwa 2,5 ist  $I_c^{j=1} = 0,82I_c$  und  $I_c^{j=2} = 0,02I_c$ . Es liegt also eine starke Verzerrung der Strom-Phasen-Relation vor. In den untersuchten Proben beträgt  $L_f/L = 58$  bei  $T = 4,2\text{K}$  und steigt mit sinkender Temperatur an bis 477 bei  $T = 0,5\text{K}$ . Es ist also für  $\beta < 1$  keine nennenswerte Beeinträchtigung durch thermisches Flußrauschen zu erwarten.

Im Falle  $\beta > 1$  kann der Einfluß des thermischen Flußrauschens auf die Abweichung  $\langle\Phi\rangle$  von  $\Phi$  nicht so leicht quantitativ abgeschätzt werden, da dann das Potential  $U$  viele und zum Teil entartete Minima aufweist (s. Abb. 3.12 (a)). Mit steigender Josephson-Kopplungsenergie gewinnt jedoch der oszillierende Term des

Potentials  $U$  immer mehr Gewicht. Damit sind die Minima, welche sich bei niedrigen Energien befinden - also das thermische Rauschen noch vergleichsweise groß ist - sehr symmetrisch. Die Minima bei hohen Energien sind zwar recht asymmetrisch und werden zunehmend asymmetrischer kurz bevor das System in den nächsten Flußzustand wechselt, jedoch ist hier das thermische Rauschen klein gegenüber der potentiellen Energie. D. h. wenn die Josephson-Energie vergleichsweise groß ist  $E_j = I_c \Phi_0 / 2\pi > k_b T$ , sind auch im Falle  $\beta > 1$  keine nennenswerte Verzerrungen der gemessenen Strom-Phasen-Relation zu erwarten. Nur wenn gilt  $\beta \approx 1$  ist der Einfluß der Fluktuationen vergleichsweise groß, konnte aber im Rahmen der Meßgenauigkeit nicht beobachtet werden.

Neben dem intrinsischen Flußrauschen gibt es natürlich auch externe Quellen, die ein magnetisches Störfeld produzieren. Grundsätzlich gilt, daß solche externen Störquellen den gleichen Effekt auf das Meßsignal haben wie das intrinsische Rauschen. Da bei der gewählten Probengröße einem Flußquant etwa  $20 \mu\text{T}$  entsprechen, ist es wichtig diese Störfelder effektiv abzuschirmen. Nur um eine Vorstellung der Größenordnung zu geben sei das Erdmagnetfeld mit einer Flußdichte von ca.  $50 \mu\text{T}$  oder das allgemeine Hintergrundrauschen mit einem Bereich von  $0,01$  bis  $1 \mu\text{T}$  genannt [8]. In diesem Zusammenhang sollte auch darauf hingewiesen werden, daß natürlich auch der Hall-Sensor in Probennähe ein magnetisches Feld erzeugt. Dieses wird hervorgerufen vom Strom, der durch den Sensor fließt, damit eine Hall-Spannung gemessen werden kann. Wenn der Strom  $5 \mu\text{A}$  beträgt, so ist das Magnetfeld parallel zur 2DEG Ebene im Abstand von  $300 \text{ nm}$  ca.  $300 \text{ nT}$  groß. Das Feld senkrecht zur 2DEG Ebene und damit das, welches den Ring beeinflusst, erreicht die gleiche Größe. Allerdings ist diese Komponente antisymmetrisch bezüglich des Sensor Zentrums, so daß der Fluß durch Ring und Sensor Null ergibt. Im wesentlichen sollte also der störende Einfluß des Sensors vernachlässigbar sein und könnte aufgrund der Größenordnung auch nicht von den intrinsischen Fluktuationseffekten unterschieden werden.

### 3.6 Dimensionierung der Probenparameter

Bei der Dimensionierung der Proben sind die ausschlaggebenden Parameter die Induktivität  $L$  des supraleitenden Rings und der kritische Strom der SNS-Kontakte. Sie müssen gewisse Randbedingungen einhalten, so daß das Flußrauschen wie im Abschnitt 3.5 erläutert nicht zur Verfälschung des Meßergebnis führen. Des weiteren wäre es wünschenswert, wenn der Abschirmparameter  $\beta$  gleichzeitig so eingestellt werden könnte, daß die Phase eindeutig eingestellt werden kann und die gesamte Strom-Phasen-Relation meßbar ist. Beide Randbedingungen verlangen also, daß die Induktivität möglichst klein gehalten werden sollte. Da die kritischen Ströme der un-

tersuchten SNS-Kontakte bei tiefen Temperaturen jedoch bis zu 0,5 mA und mehr betragen können, müßte die Induktivität kleiner sein als 0,7 pH, damit sich das System im nichthysteretischen Regime befindet. Die Abmessungen einer rechteckigen Leiterschleife mit  $L = 0,7 \text{ pH}$  lassen sich grob abschätzen [65] und man erhält eine Kantenlänge von weniger als  $1 \mu\text{m}$ . Dies läßt sich mit der verwendeten Schattenmaschentechnologie zur Herstellung der supraleitenden Schleifen leider nicht realisieren (s. Abschnitt 4.2 ab Seite 60). Denn die Ausdehnung der Unterhöhlung unter der Maske wäre so groß, daß die Maske instabil werden würde. Außerdem sollte bei den Messungen mit den kontaktierten Ringen die Induktivität des Abschnitts zwischen den Stromzuleitungen sehr viel kleiner sein als die der supraleitenden Schleife. Da ein gewisser Abstand von ca.  $1,0 \mu\text{m}$  zwischen den Stromzuleitungen nötig ist, um den SNS-Kontakt unterzubringen, sollte der Umfang der supraleitenden Schleife um ein Vielfaches größer sein.

Die Obergrenze für die Abmessungen des supraleitenden Ringes mit dem SNS-Kontakt wird durch die maximale Größe des Hall-Magnetometers vorgegeben. Damit die Sonde einen einfachen Zusammenhang zwischen der Hall-Spannung und dem magnetischen Fluß wie in Gl. 3.9 auf Seite 26 liefert, muß die mittlere freie Weglänge im 2DEG annähernd so groß sein, wie die Abmessungen des Hall-Kreuzes. Für die verwendeten Materialien liegt die mittlere freie Weglänge im Bereich  $l \approx 9 \mu\text{m}$ , so daß eine maximale Sondengröße von  $W = 10 \mu\text{m}$  vorgegeben ist.

Da diese Größe am besten mit den genannten Randbedingungen und der Strukturierungstechnik in Einklang zu bringen ist, wurden Ringe von eben dieser Größe verwendet. Dabei liegt die Induktivität  $L$  im Bereich von 20–50 pH je nach den Details der Stromverteilung, welche von der Eindringtiefe  $\lambda$  abhängt. Mit diesen Werten ist die Bedingung für die Minimierung des Flußrauschens hinreichend erfüllt und auch das Verhältnis zwischen dem Umfang des Rings und der Länge des SNS-Kontaktes zwischen den Stromzuleitungen bei den kontaktierten Schleifen ist maximiert. Lediglich der Abschirmparameter  $\beta$  kann bei tiefen Temperaturen und demzufolge hohen kritischen Strömen deutlich über 1 liegen, so daß nur die Teile der Strom-Phasen-Relation mit positiver Steigung meßbar sind. Dies sollte aber genügen um eine Verschiebung der Position der Minima und Maxima beim Auftreten von höheren Harmonischen in der Strom-Phasen-Relation zu detektieren.

### 3.7 Beschreibung des Meßaufbaus

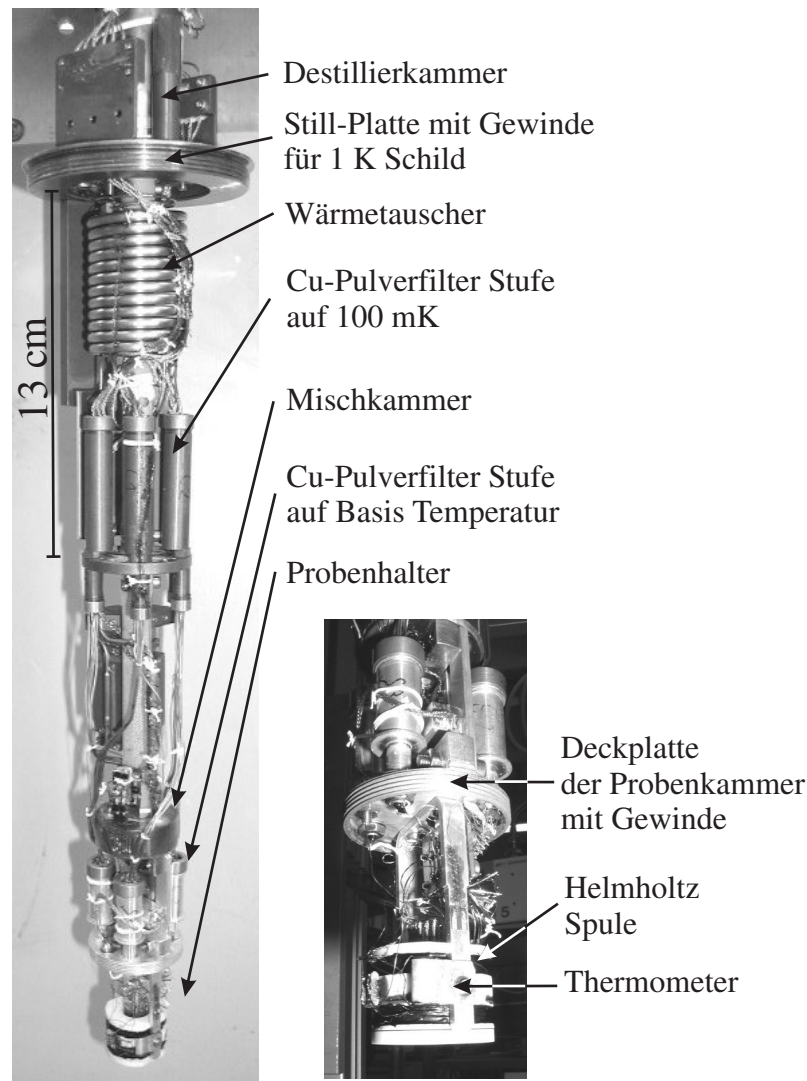
Alle Messungen wurden in einem Mischungs-Kryostaten des Typs *MiniDil OD 70* der Firma *Air Liquide* mit einer erreichbaren Endtemperatur von ca. 20 mK durch-

geführt. Die Probe ist dabei nicht mit der flüssigem  $^3\text{He}/^4\text{He}$  Mischung in Kontakt, sondern befindet sich im Vakuum und wird indirekt über die Zuleitungen und den thermischen Kontakt zum Chipsockel gekühlt. In der Abb. 3.13 ist eine Photographie des Kryostateneinsatzes abgebildet. Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Probenhalter, welcher an der Mischkammer angebracht ist, zusammen mit der Verkabelung einschließlich der Filterstufen gefertigt. Im *Chip*-Sockel ist ein Helmholtz-Spulenpaar integriert, das verwendet werden kann um kleine magnetische Wechselfelder zu erzeugen. Damit diese Wechselfelder aufgrund von Wirbelströmen nicht zu einem Aufheizen der Probe führen, ist der Sockel aus einer Keramik gefertigt. Die Probenkammer wird hochfrequenzdicht verschlossen, indem eine Silberbüchse über den *Chip*-Halter gestülpt und auf das Gewinde des Kammerdeckels aufgeschraubt wird. In der gleichen Weise wird der 1 K-Schild angebracht, welcher auf dem Gewinde unterhalb der Destillierkammer aufgeschraubt wird. Er hält die 4,2 K-Wärmestrahlung vom Inneren des Kryostateneinsatzes fern.

Der Kryostat ist mit 3  $\text{RuO}_2$ -Thermometern ausgestattet, welche für den Temperaturbereich von 20 mK bis ca. 2 K geeignet sind. Eines davon befindet sich innerhalb der Probenkammer direkt am *Chip*-Sockel zur Messung der Proben temperatur, weshalb dessen Meßleitungen gefiltert sind (für die Details der Filterung s. unten). Die beiden anderen Thermometer sind an der Mischkammer bzw. an der Destillierkammer angebracht. Für den Temperaturbereich von 1,6 K bis 10 K ist ein *Cernox*-Sensor außerhalb der Probenkammer auf deren Deckel angebracht.

Der Meßaufbau ist schematisch in der Abb. 3.14 gezeichnet. Alle 20 Zuleitungen (nur 6 sind gezeichnet) sind mit verschiedenen Filterstufen ausgestattet. Die Filterung ist notwendig, um die Temperatur der Elektronen niedrig zu halten, denn durch Mikrowelleneinstrahlung könnte sie weit von der Badtemperatur abweichen. Außerdem würden die Josephson-Kontakte bei den kontaktierten Ringen durch die Hochfrequenzeinstrahlung aus dem Gleichgewicht getrieben. Bei Raumtemperatur am Kryostatenkopf befinden sich deshalb kommerzielle PI-Filter mit einer Kapazität von 5,5 nF. Sie weisen bei 100 MHz eine Dämpfung von 55 dB auf, die dann auf 70 dB im Bereich von 1 GHz bis 10 GHz ansteigt. Sie dienen dazu, den Radio- und Fernsehfrequenzbereich zu filtern. Bei tiefen Temperaturen befinden sich jeweils Cu-Pulverfilter [66] an der 100 mK Platte und an der Mischkammer. Diese Filter bestehen aus einem lackisolierten Draht, der in Cu-Pulver eingebettet ist. Die Dämpfung entsteht dabei durch Wirbelströme im Cu-Pulver. Dieses bildet wegen der Korngröße von ca.  $30 \mu\text{m}$  und der nativen Oxidschicht, welche zur elektrisch Isolation der Körner untereinander führt, eine sehr große Fläche. Die Filter erreichen bei Frequenzen von ca. 5 GHz eine Dämpfung von ca. 80 dB. Die Trennfrequenz sinkt mit steigender Drahtlänge. Die Filterstufe auf der 100 mK-Stufe besitzt eine





**Abbildung 3.13:** Das Innenleben des Mischungs-Kryostaten.

Drahtlänge von 3 m, die unterhalb der Mischkammer 1,2 m.

Zur Abschirmung von magnetischen Streufeldern besitzt der Meßaufbau eine doppelwandige  $\mu$ -Metalltonne, in der sich der gesamte Kryostat befindet. Der Abschirmfaktor in axialer Richtung ist dabei 78 und 430 in radialer Richtung. Zur Erzeugung von magnetischen Feldern an der Probe enthält der Meßaufbau eine supraleitende Spule im He Bad, mit der Felder bis 8 T erzeugt werden können. Bei voller Ausnutzung des Magneten kann jedoch die  $\mu$ -Metalltonne nicht weiter verwendet werden.

Die Messung erfolgt mit Standard Lock-in Technik. Dabei wird ein Wechselstrom mit einer Frequenz von ca. 100–400 Hz durch den Strompfad der Hall-Sonde geschickt. Der Effektivwert des Stromsignals wurde meist auf  $5 \mu\text{A}$  eingestellt, was einen guten Kompromiß zwischen Meßauflösung und Heizeffekt darstellt. Der Heizeffekt wird

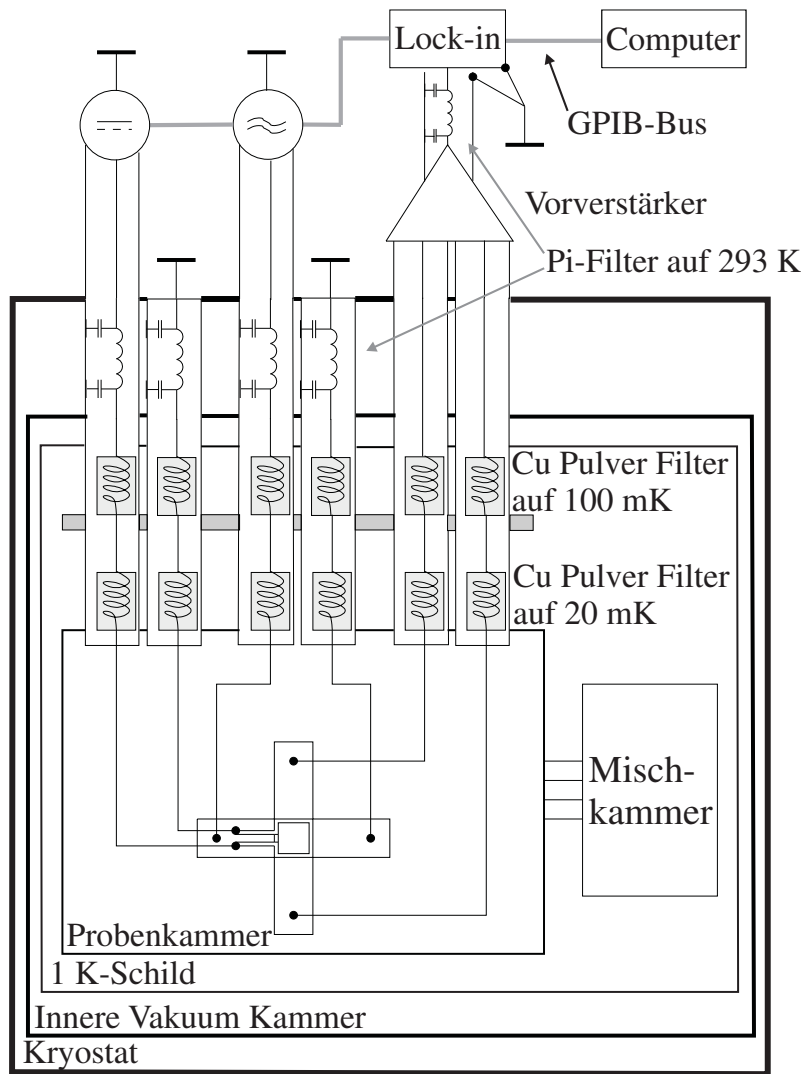


Abbildung 3.14: Schematische Zeichnung des Meßaufbaus.

durch den Widerstand der Hall-Sonde hervorgerufen, welcher bei tiefen Temperaturen im Bereich von  $500 - 1000 \Omega$  liegt. Bei Temperaturen unter  $400 - 500 \text{ mK}$  mußten, abhängig vom 2DEG Material und damit dem Sondenwiderstand, Ströme im Bereich von  $2 - 3 \mu\text{A}$  verwendet werden. Die Hallspannung wird mit einem batteriebetriebenen, rauscharmen ( $1,2 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  bei  $1000 \text{ Hz}$ ) Vorverstärker (Typ *LI-75 A* von *Arstec*) um den Faktor 100 vorverstärkt. Um die Bandbreite nicht zu stark einzuschränken, sind die Vorverstärker samt Batterien in einem hochfrequenzdichten Gehäuse eingebaut und mit starren SMA Leitungen mit dem Meßaufbau verbunden. Die PI-Filter sind erst am Ausgang der Vorverstärker angebracht, wie in Abb. 3.14 zu sehen ist. Die vorverstärkte Hallspannung wird mit einem Lock-in Verstärker (Typ *SR830* von *Stanford Research Instruments*) gemessen. Das externe Magnetfeld, bzw. der Strom durch den supraleitenden Ring wurde kontinuierlich mit einer Gleich-



stromquelle (Typ 7651 von *Yokogawa*) durchfahren. Abhängig von der Meßmethode wird dabei das Magnetfeld im Bereich von ca.  $-100 - 100 \mu\text{T}$  bzw. der Strom durch die kontaktierte SNS-Schleife im Bereich von ca.  $-700 - 700 \mu\text{A}$  durchgeföhren. Die Änderungsrate des Magnetfeldes, bzw. des Stromes wird so gewählt, daß die gesamte Messung, bestehend aus einem Herunter- und Heraufföhren des Gleichstroms, ca. 1 – 2 Stunden pro Temperaturschritt beträgt. Die Meßfrequenz liegt üblicherweise bei ca. 1 – 2 Meßpunkten pro Sekunde ,bei einer Lock-in Integrationszeit von 0,3 – 1 s. Die Temperatur Regelung wird von einer Meßbrücke des Typs *TRMC2* der Firma *Cybernetix - Barras Provence* durchgeföhrt. Die erreichte Stabilität liegt bei  $< 1 \text{ mK}$  im Bereich von 20–1000 mK.

Das Programm mit dem Namen *MeasureXP*, welches die Steuerung des gesamten Meßaufbaus durchföhrt, wurde im Rahmen der Arbeit entwickelt und mit Hilfe der *LabWindows CVI* Entwicklungsumgebung von *National Instruments* implementiert. Das Programm kann unabhängig voneinander 4 Meßinstrumente (Lock-in Verstärker, Digitalmultimeter, usw.) auslesen, während bis zu zwei Parameter gleichzeitig variiert werden. Die zur Verfügung stehenden Parameter zur Variation sind Temperatur, Magnetfeld, Spannung und Strom. Der gesamte Meßvorgang kann durch *Scripte* gesteuert werden, so daß die Messung des  $\Phi(\Phi_{ext}, T)$ - bzw.  $\Phi(I, T)$ -Zusammenhangs der supraleitenden Ringe vollautomatisch durchgeföhrt werden kann.



# Kapitel 4

## Herstellung der Proben

Nach der eher theoretischen Darstellung der Meßmethode und der Probengestaltung soll hier nun die konkrete Realisierung der untersuchten Strukturen beschrieben werden. Die Herstellung der Proben umfaßt eine Vielzahl von Standardprozessen. In diesem Kapitel soll deshalb nur grob umrissen werden, wie die Proben hergestellt werden.

Der erste Schritt ist die Herstellung der Hall-Sensoren. Dies soll im ersten Abschnitt dieses Kapitels beschrieben werden. Details zur Herstellung finden sich in den Arbeiten [67, 68, 69, 70, 71], in denen die Magnetfeld-Sonden verwendet werden, um das Streufeld kleiner Ni Nanomagnete zu untersuchen. Des weiteren wird exemplarisch der Lebenslauf einer Probe im Anhang A.1 detailliert beschrieben.

Im zweiten Schritt werden dann die eigentlichen SNS-Ringe mittels Elektronenstrahlolithographie und einer Schattenverdampfungstechnik auf dem Sensor plaziert. Die Schattenverdampfungstechnik ist notwendig, um transparente Kontaktflächen zwischen dem Supraleiter und dem Normalleiter zu erzielen. Bei dieser Technik können beide Metalle in einem Vakuumschritt aufgebracht werden, um die Oxidation und Verschmutzung zu verhindern, die bei zwei aufeinander folgenden *Lift-off* Schritten unvermeidlich wären. Im Laufe dieser Arbeit wurden, abhängig von der konkreten Anwendung, zwei verschiedene Lacksysteme verwendet, um Schattenmasken herzustellen. Das erste System ist ein Polymer Lacksystem, bestehend aus 2 Schichten. Die beide Polymere basieren auf unterschiedlicher Chemie und können deshalb unabhängig voneinander entwickelt werden. Der andere Typ von Schattenmasken ist in drei Schichten aufgebaut. Aus einer Polymeropferschicht, einer anorganischen Maskenschicht und einer Polymerschicht zur Strukturierung der Maskenschicht.

## 4.1 Der Hall-Sensor

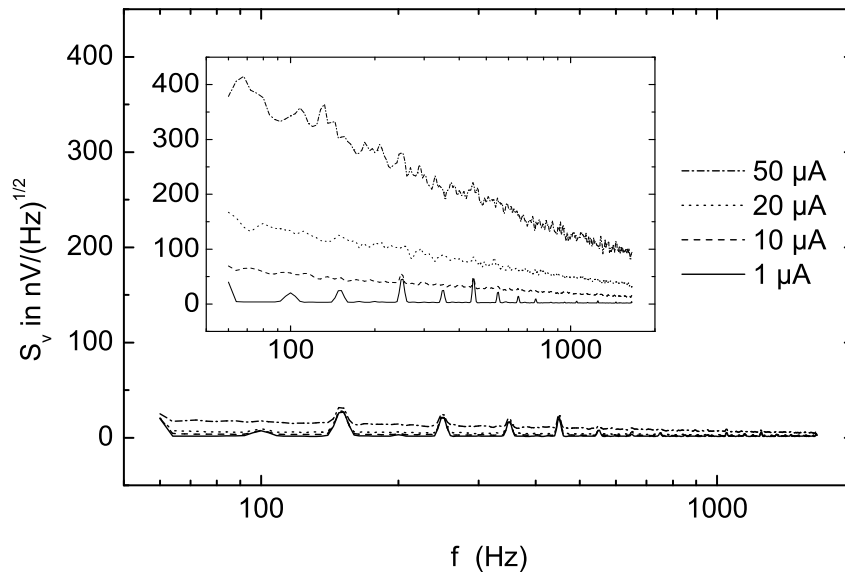
In dieser Arbeit werden Mikro-Hall-Sensoren verwendet, die auf GaAs/AlGaAs Heterostrukturen basieren. Diese Heterostrukturen bilden an der Grenzfläche zwischen den beiden Halbleitermaterialien ein 2DEG aus. Das Material wurde von der Gruppe von *Prof. Dr. W. Wegscheider* an der Universität Regensburg hergestellt. Der Transport und der lokale Hall-Effekt wurden bereits im Kapitel 3.1.1 und 3.1.2 ab Seite 22 beschrieben. In der nachfolgenden Tabelle ist eine Übersicht über die in dieser Arbeit erprobten und verwendeten Materialien gegeben, zusammen mit den wichtigsten Eckdaten bei einer Temperatur von 4,2 K und ohne Beleuchtung.

**Die Daten der Halbleiterheterostrukturen**

SerienNr.	Ladungsträgerdichte $n$ [ $10^{15}\text{m}^{-2}$ ]	Beweglichkeit $\mu$ [ $\frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$ ]	Tiefe $d$ [nm]	freie Weglänge $l$ [ $\mu\text{m}$ ]
C021009C	2,659	745388	190	6
07-10-00.2	3,19	205000	37	2
D040115A	2,6	1500000	120	13
C021106	2,26	1130000	190	9

### 4.1.1 Die Auswahl des Materials

Damit möglichst viel magnetischer Fluß der Probe vom Hall-Sensor aufgefangen wird, sollte die Deckschicht möglichst dünn ausfallen. Damit wäre das 2DEG relativ nahe an der Oberfläche und würde maximal von den magnetischen Feldlinien durchsetzt (s. dazu Abschnitt 3.3.1 ab Seite 33). Es hat sich allerdings gezeigt, daß oberflächennahe 2DEGs zunehmend durch den SN-Partikel mechanisch beeinflusst und sogar zerstört werden können. Dies ist auf Materialverspannungen zurückzuführen, welche auch gezielt dazu benutzt werden können, 2DEGs piezoelektrisch zu modulieren [72], um Kommensurabilitätsoszillationen zu beobachten. In der Hall-Magnetometrie macht sich die starke piezoelektrische Modulation bei den flachen 2DEGs durch sehr große Nullfeld-*Offsets* in der Hall-Spannung bemerkbar. D. h. obwohl das Magnetfeld abgeschaltet ist, wird schon eine sehr große Hall-Spannung gemessen, welche proportional mit dem Sonden-Strom ansteigt. Außerdem ist das Meßsignal stark verrauscht. In der Abbildung 4.1 ist die spektrale Rauschleistung einer leeren Hall-Sonde vom Typ 07-10-00.2 in Abhängigkeit der Frequenz bei verschiedenen Gleichströmen gezeigt. Bei geringen Strömen ist das Rauschspektrum



**Abbildung 4.1:** Das Rauschspektrum einer leeren Hall-Sonde basierend auf der Halbleiterheterostruktur vom Typ 07-10-00.2 ist bei geringen Sondenströmen weiß und liegt auf einem Niveau von  $1,4 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ , was dem Eingangsruschen der Vorverstärker entspricht. Bei höheren Strömen entsteht ein  $1/f$ -Hintergrund. **Bildeinsatz:** Das Spektrum einer Sonde der gleichen Serie, auf deren aktiver Fläche eine Au/Pb Doppelschicht der Gesamtdicke 400 nm plaziert ist. Das Rauschniveau ist hier deutlich höher und deutet auf eine starke Beeinflussung des 2DEG durch ein verspannungsinduziertes elektrostatisches Potential hin. Zur besseren Vergleichbarkeit wurden beide Graphen gleich skaliert.

weiß und liegt auf einem Niveau von ca.  $1,4 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  was dem Vorverstärkerrauschen entspricht. Erst bei höheren Strömen ( $50 \mu\text{A}$ ) entsteht ein  $1/f$ -Hintergrund. Im Bildeinsatz ist die spektrale Rauschleistung für eine Hall-Sonde gezeigt, auf deren aktiver Fläche eine Au/Pb Zweifachschicht der Gesamtdicke 400 nm liegt. Man kann deutlich erkennen, daß die Rauschdichte bei gleichem Sondenstrom um einen Faktor von mehr als 10 höher liegt. Dies ist ein starker Hinweis darauf, das der Partikel durch Verspannungen das 2DEG Material piezoelektrisch moduliert. Das gleiche Verhalten zeigte sich auch bei dem Material der Serie D040115A, bei dem das 2DEG immerhin 120 nm unter der Oberfläche liegt. Auch wenn der störende Effekt des Partikels hier geringer ausfällt, konnte das Material für die hochauflösende Magnetometrie nicht verwendet werden. Bei den beiden Materialien der Serien C021009C und C021106, die das 2DEG jeweils 190 nm unter der Oberfläche tragen, konnte dagegen keine nennenswerte Beeinflussung des 2DEG durch die aufgetragenen SN-Hybride festgestellt werden.

Für die Magnetfeldsensitivität der Sonden ist, wie im Kapitel 3.1.1 bereits erwähnt,

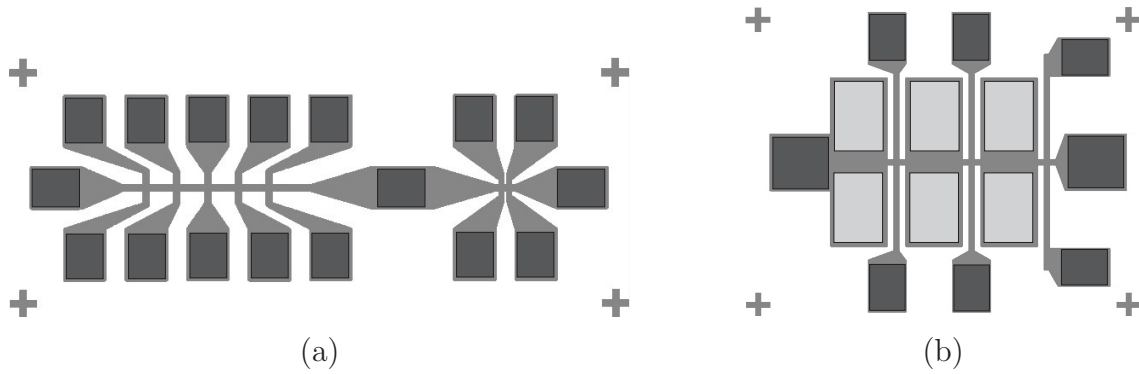
im wesentlichen die Ladungsträgerdichte des Materials verantwortlich. Mit dem Standardverfahren zur lithographischen Kontaktierung des 2DEG, wie es im folgenden Abschnitt beschrieben ist, sind allerdings nur solche 2DEG Materialien zuverlässig zu kontaktieren, deren unbeleuchtete Ladungsträgerdichte größer ist als etwa  $1,0 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$ . Halbleiterheterostrukturen mit geringerer Ladungsträgerdichte lassen sich nur mit Indium zuverlässig kontaktieren. Da dies recht aufwendig ist und große Proben voraussetzt, wurden Materialien mit Ladungsträgerdichte  $> 1,0 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$  verwendet.

Das dritte Kriterium bei der Auswahl der richtigen Parameter ist die mittlere freie Weglänge der Elektronen. Die vorliegenden Photomasken haben Kreuze mit der Breite  $W = 10 \mu\text{m}$  und auch für die SNS-Ringe selbst erscheint eine Kantenlänge von  $R = 10 \mu\text{m}$  der beste Kompromiß zu sein (s. Abschnitt 3.6 auf Seite 48). Damit sich die Sonde im ballistischen Regime befindet, muß die mittlere freie Weglänge von der gleichen Größenordnung wie die Sondengröße sein. Das setzt dann nach Gleichung 3.5 auf Seite 24 bei gegebener Ladungsträgerdichte eine entsprechend hohe Beweglichkeit voraus.

### 4.1.2 Die Sondenherstellung

Mit einem Photolithographie-Schritt wurden die Mesa Strukturen definiert. In der Abbildung 4.2 sind die zwei verwendeten Mesa Designs abgebildet. Die verwendeten Strom- bzw. Hall-Pfadbreiten betragen  $10 \mu\text{m}$ . Die Mesa (b) bietet zwei Vorteile gegenüber der Mesa (a). Erstens ist der Strompfad nur an den Stellen der Hall-Kreuze eingengt, was zu einer Minimierung des Widerstandes der Hall-Sonde führt. Dies ist nötig, um Heizeffekte, hervorgerufen durch den Hall-Sondenstrom, gering zu halten. Zweitens können auf der Mesa, wo der Strompfad aufgeweitet ist, Kontakt-Pads angebracht werden, die elektrisch vom 2DEG isoliert sind. Sie dienen der elektrischen Kontaktierung der SNS-Ringe auf dem Hall-Kreuz. Es wird so vermieden, Leitungen über die Mesakante zu legen, die besonders bei den Mesas mit dem tiefen 2DEG und demzufolge hohen Mesakanten sehr leicht abreißen würden.

Der verwendete Lack für den Ätzschritt war ein *Shiplay S1805*. Das eigentliche Ätzen geschah naßchemisch mit Essigsäure. Dazu wurde die Probe erst 30 s in ein Bad aus Wasser und Salzsäure gelegt um die native Oxidschicht zu entfernen. Dadurch wird sichergestellt, daß die Essigsäure gleichmäßig am Material angreift und keine allzu inhomogene Ätzung entsteht. Daraufhin wird die Probe mit einem *ARP-374* Photolack bedeckt. Dieser Lack ist wesentlich dicker als der *Shiplay*, was in einem besserem *Lift-off* Verhalten resultiert. Danach werden Kontakt-Pads belichtet, die eine Kammstruktur besitzen. Die Kammstruktur ist notwendig, um Metall - Halblei-



**Abbildung 4.2:** Die für die Definition der Hall-Magnetometer verwendeten Masken: (a) Das Standard Design aus [67] mit dem sogenannten AB-Teil auf der rechten Seite, der in dieser Arbeit nicht genutzt wurde. (b) Dieses Design wurde eingeführt, um die SNS-Ringe mit den Kontakten (hellgrau), die auf dem zwischen den Kreuzen aufgeweiteten Strompfad liegen, kontaktieren zu können.

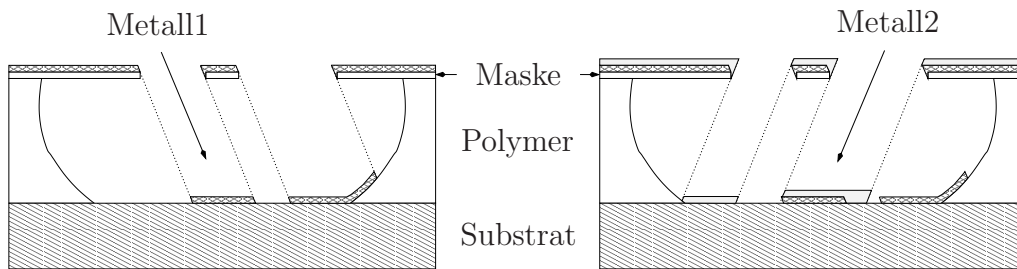
tergrenzflächen in allen möglichen Kristallrichtungen zu haben: Die Kontaktierung des 2DEGs funktioniert nur in der Richtung [011] zuverlässig [73]. Die um 90° gedrehte Grenzfläche liefert schlechtere Ergebnisse. Nach dem Entwickeln wird eine Legierung aus 88 Gewichtsprozent Au und 12 Gewichtsprozent Ge und nachfolgend eine Schicht Ni durch thermisches Verdampfen abgeschieden. Das Ni soll die Oberflächenspannung und damit die Tröpfchenbildung der Au/Ge Legierung beim späteren Aufschmelzen reduzieren. Die Schichtdicken richten sich nach der Tiefe des zu kontaktierenden 2DEGs. Die Standarddicke für ein 110 nm tiefes 2DEG ist 160 nm Au/Ge und 40 nm Ni. Ist das 2DEG tiefer, werden die Schichtdicken mit einem Faktor  $s$  skaliert [73]:

$$s = \frac{d_{2\text{DEG}} + 30\text{nm}}{110\text{nm}} \quad (4.1)$$

Nach dem *Lift-off* wird das aufgebrachte Metall in einem Legierofen bei einer Temperatur von 430 - 450 °C für 50 s einlegiert. Dabei schmilzt die Metallegierung und diffundiert in den Halbleiter und stellt so einen ohmschen Kontakt zum 2DEG her. Damit die einlegierten Kontakte zuverlässig *gebondet* werden können, wird mit einem zweiten *Lift-off* Schritt eine Schicht von 5 nm Cr und 200 nm Au aufgebracht, wobei das Cr als Haftvermittler dient.

## 4.2 Strukturierung der SNS-Ringe

Nach der Fertigstellung der Magnetometer müssen die zu untersuchenden SNS-Strukturen auf die Kreuze plaziert werden. Um dabei möglichst transparente Grenzflächen zwischen dem Supraleiter und der normalleitenden Brücke zu erhalten, ist es notwendig die beiden Metalle in einem Vakuumschritt abzuschneiden. Hierfür kamen Schattenmasken zum Einsatz. Der schematische Ablauf der Abscheidung ist in der Abbildung 4.3 skizziert. Zwischen der Maske und dem Substrat befindet sich eine Polymerschicht, welche an der Stelle, wo die SNS-Struktur entstehen soll, ausgehöhlt wird. So wird die Maskenschicht freitragend, wobei der Abstand zum Substrat üblicherweise  $1\ \mu\text{m}$  beträgt. Die beiden Metalle werden dann unter zwei Winkeln aufgedampft, indem das Substrat relativ zu den Metallquellen verkippt wird. Nach dem Abscheidungsprozeß kann dann mit einem geeigneten Lösungsmittel die Maske mit dem überflüssigen Metall auf ihr abgelöst werden. Auf dem Substrat bleibt der SNS-Kontakt zurück, zusammen mit den beiden Schattenbildern der Struktur links und rechts vom eigentlichen Kontakt.



**Abbildung 4.3:** Die schematische Skizze zeigt das Prinzip der Schattenverdampfung unter zwei symmetrischen Winkeln. Im Gegensatz zu zwei aufeinanderfolgenden *Lift-off*-Prozessen können sehr transparente Kontaktflächen zwischen Metall 1 und Metall 2 erreicht werden, weil die Abscheidung in einem Vakuumschritt erfolgt.

Die Abscheidung der Metalle erfolgte in einer Ultra-Hochvakuum-Kammer (UHV-Kammer) deren Basisdruck  $p = 2 \times 10^{-11}$  mbar beträgt. Diese Anlage ist ausgestattet mit einem Elektronenstrahlverdampfer, mit dem die Metalle Au, Al und Nb abgeschieden wurden. Das verwendete Ag wurde, ebenso wie das Cu, aus einer Effusionszelle verdampft. Die Reinheiten der verwendeten Metalle sind in folgender Tabelle aufgelistet:

Metall	Reinheit in Prozent	Quelle
Au	99,99	Elektronenstrahl
Ag	99,9999	Effusionszelle



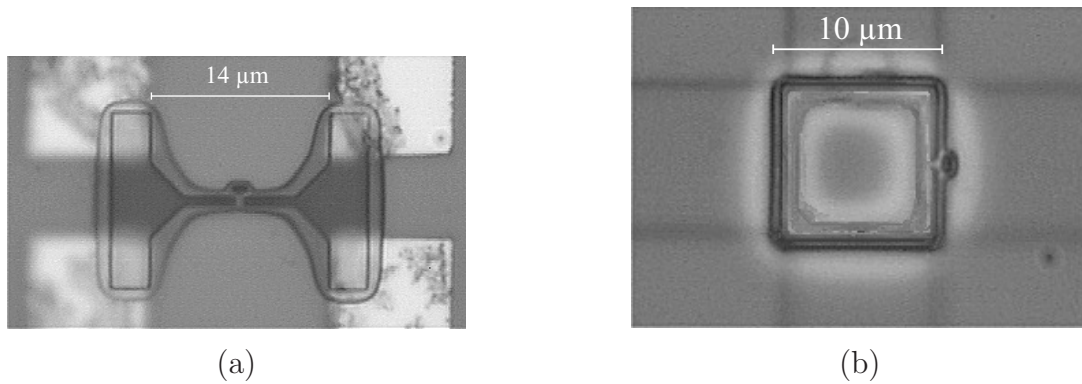
Cu	99,9999	Effusionszelle
Al	99,999	Elektronenstrahl
Nb	99,9	Elektronenstrahl

Der um zwei Achsen frei kippbare Probenhalter ist mit einer Kupferlitze thermisch relativ gut an einem kleinem Flüssigkeits-Reservoir angekoppelt. Bei Bedarf kann dieses Reservoir mit flüssigem Stickstoff befüllt werden und so der Manipulator auf Temperaturen bis zu ca.  $-100^{\circ}\text{C}$  gekühlt werden.

### 4.2.1 Schattenmasken aus Polymer

Alle verwendeten Materialien außer Nb, welches einen sehr hohen Schmelzpunkt besitzt, werden bei nicht allzu großen Temperaturen verdampft. Die Maske wird darum keinen hohen thermischen Belastungen ausgesetzt. Deshalb wurde als Maskensystem oft ein zweischichtiges Polymersystem gewählt, da dies leicht herzustellen und gut kontrollierbar ist. Dazu wird auf das Substrat zuerst eine Schicht Polymethylglutarimid (PMGI) der Firma *Microchem* aufgeschleudert. Die erreichbare Schichtdicke der verwendeten Verdünnung liegt bei ca.  $1\ \mu\text{m}$ . Der Hauptvorteil dieses Lackes ist, daß er sich nicht mit dem verwendeten Elektronenstrahlolithographielack Polymethylmethacrylat (PMMA) vermischt, welcher in einem zweiten Schleudervorgang aufgebracht wird. Daraufhin wird mittels Elektronenstrahlithographie die Struktur in die PMMA-Schicht geschrieben. Nach dem Belichten kann der PMMA mit Ethylenglycolmonoethylether (ETX) entwickelt werden, ohne daß die PMGI-Schicht davon in Mitleidenschaft gezogen wird. In einem zweiten Entwicklungsschritt mit einem basischen Entwickler (DEV 101) kann dann der PMGI unter den geöffneten PMMA-Fenstern herausgelöst werden, ohne die PMMA-Maske anzugreifen. Der Vorteil dieses ganzen Verfahrens ist die gute Kontrollierbarkeit, denn die Aushöhlung des PMGI unter der PMMA-Maske kann bequem im Lichtmikroskop begutachtet werden. Falls die Größe der Aushöhlung nach dem Entwickeln des PMGI noch nicht ausreicht, kann man den DEV 101 Schritt wiederholen, bis das Ergebnis zufriedenstellend ist.

Abb. 4.4 zeigt zwei Beispiele für Masken dieses Typs. Im Teilbild (a) ist eine Maske zur Strukturierung eines SNS-Kontaktes für elektrische Transportmessungen in Vierpunkt-Geometrie abgebildet. Unterhalb der transparenten Polymerschicht sind die Au Zuleitungen zu erkennen, welche die supraleitenden Reservoirs kontaktieren. Es ist deutlich durch die PMMA-Schicht hindurch die Aushöhlung der PMGI Opferschicht zu erkennen. Besonders wichtig ist, daß der zentrale Bereich, wo der SNS-Kontakt entstehen soll, komplett freitragend ist. Andernfalls war der normalleitende Steg nach dem Abscheiden häufig unterbrochen. Im Bildteil (b) ist die Maske



**Abbildung 4.4:** In der lichtmikroskopischen Aufnahme ist deutlich die Unterhöhlung der PMMA-Maske zu erkennen, da beide Polymerschichten transparent sind. Bild (a) zeigt eine Maske zur Erzeugung einer SNS-Probe, bei der mittels Vierpunktmessung die Transporteigenschaften ermittelt werden können. Bild (b) zeigt eine Maske zur Herstellung eines supraleitenden Ringes, der einen SNS-Kontakt enthält. Im Hintergrund ist der Hall-Sensor schwach zu erkennen, auf dem die Struktur nach dem Aufdampfen zu liegen kommt.

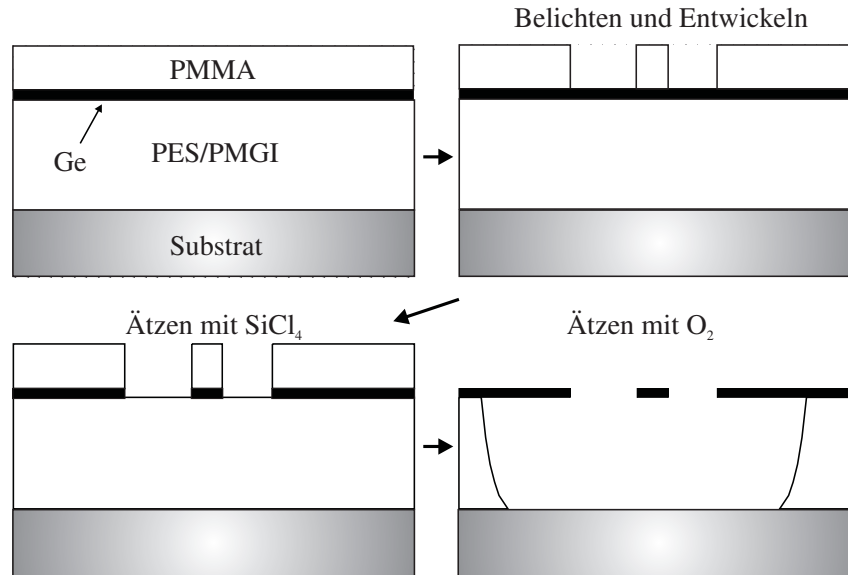
für einen supraleitenden Ring mit einem SNS-Kontakt abgebildet. Da der Ring exakt auf dem Hall-Sensor, den man schwach durch die Polymer Schicht erkennen kann, zu liegen kommen soll, ist die Maske um ca. 500 nm nach links versetzt. Dies soll die Translation der Struktur ausgleichen, die bei der Schattenverdampfung unter zwei symmetrischen Winkeln entsteht.

### 4.2.2 Temperaturstabile Schattenmasken

Ein Nachteil der oben beschriebenen Polymermasken ist unter anderem die mechanische bzw. thermische Stabilität der oberen Polymerschicht. Damit die freitragenden Teile sich nicht verformen, muß die PMMA-Schicht 300–400 nm dick sein, was etwa einem Drittel des Abstandes der Maske vom Substrat entspricht. Wenn aber große Translationen (etwa 500 nm) erreicht werden sollen, muß die Maske relativ stark gegen die Metallquelle verkippt werden. Wenn die Strukturen in der Maske jedoch klein sind, wie zum Beispiel die Breite des supraleitenden Ringes von ca. 600 nm, kann es leicht passieren, daß die Maskenöffnung zugeklopft wird, wenn hohe Schichtdicken angestrebt werden. Diesem Nachteil kann man mit dreilagigen Masken entgegenwirken. Bei diesem System besteht die eigentliche Maskenschicht aus einem anorganischen Material wie Ge,  $\text{Si}_3\text{N}_4$  oder Si [74, 75, 76]. Diese Materialien sind mechanisch stabiler als PMMA und es können freitragende Strukturen mit einer Dicke von nur 30–70 nm realisiert werden. Der Vorteil solch dünner Maskenschichten ist die schwächere Verzerrung der aufgetragenen Strukturen auch bei großen

Verkippwinkeln.

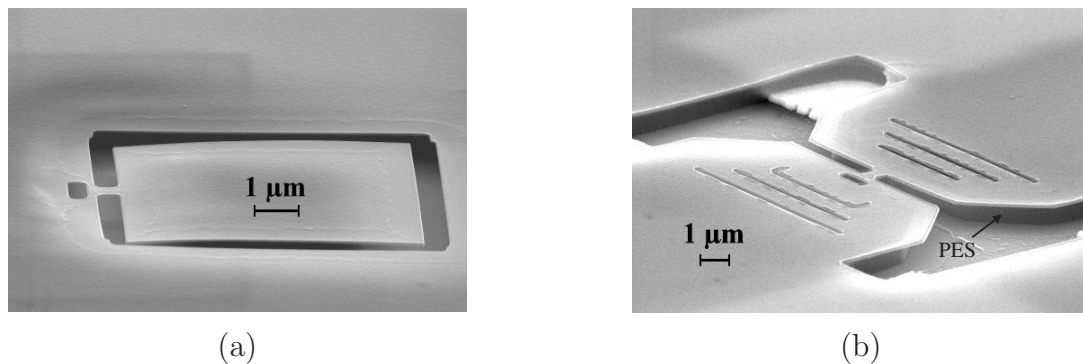
Blieben die Schichtdicken der einzelnen Metalle jeweils unter ca. 200 nm, wurden zweilagige Polymermasken verwendet. Bei höheren Schichtdicken kamen Masken mit dünner anorganischer Maskenschicht zum Einsatz.



**Abbildung 4.5:** Diese Skizze veranschaulicht den Herstellungsprozess einer Schattenmaske mit anorganischer Maskenschicht. Auf das Substrat wird die Opferschicht (PES oder PMGI), die Maske (Ge, Si oder  $Si_3N_4$ ) und eine PMMA-Schicht aufgebracht. Mit ESL wird die Struktur in den PMMA geschrieben und die Lackfenster geöffnet. Durch diese Fenster wird die Maske geätzt und in einem abschließenden  $O_2$ -Plasma Schritt sowohl der PMMA entfernt als auch die Unterhöhlung in die Opferschicht geätzt.

Ein weiterer Vorteil ist die hohe Temperaturstabilität dieser anorganischen Maskenschicht. Bei der Verwendung einer ebenfalls temperaturstabilen Opferschicht können dann auch Materialien wie Nb abgeschieden werden. Da Nb erst bei hohen Temperaturen schmilzt, würde eine konventionelle Polymermaske so stark erhitzt, daß die Maske schmelzen und festbacken würde. Außerdem würde PMMA so stark ausgasen, daß die aufgebraute Nb Struktur verunreinigt und damit die kritische Temperatur stark reduziert würde. Aus diesen Gründen wurde ein Maskensystem verwendet [74, 75], welches aus einer thermisch belastbaren Opferschicht und einer Ge-Maske besteht.

Den eben genannten Vorteilen steht ein aufwendigerer Herstellungsprozess und eine schwierigere Prozeßkontrolle gegenüber. Da die anorganische Maskenschicht nicht transparent ist, kann im Lichtmikroskop nicht überprüft werden, ob die Unterhöhlung schon ausreichend ist. Mit Hilfe des Raster-Elektronen-Mikroskops (REM) kann die

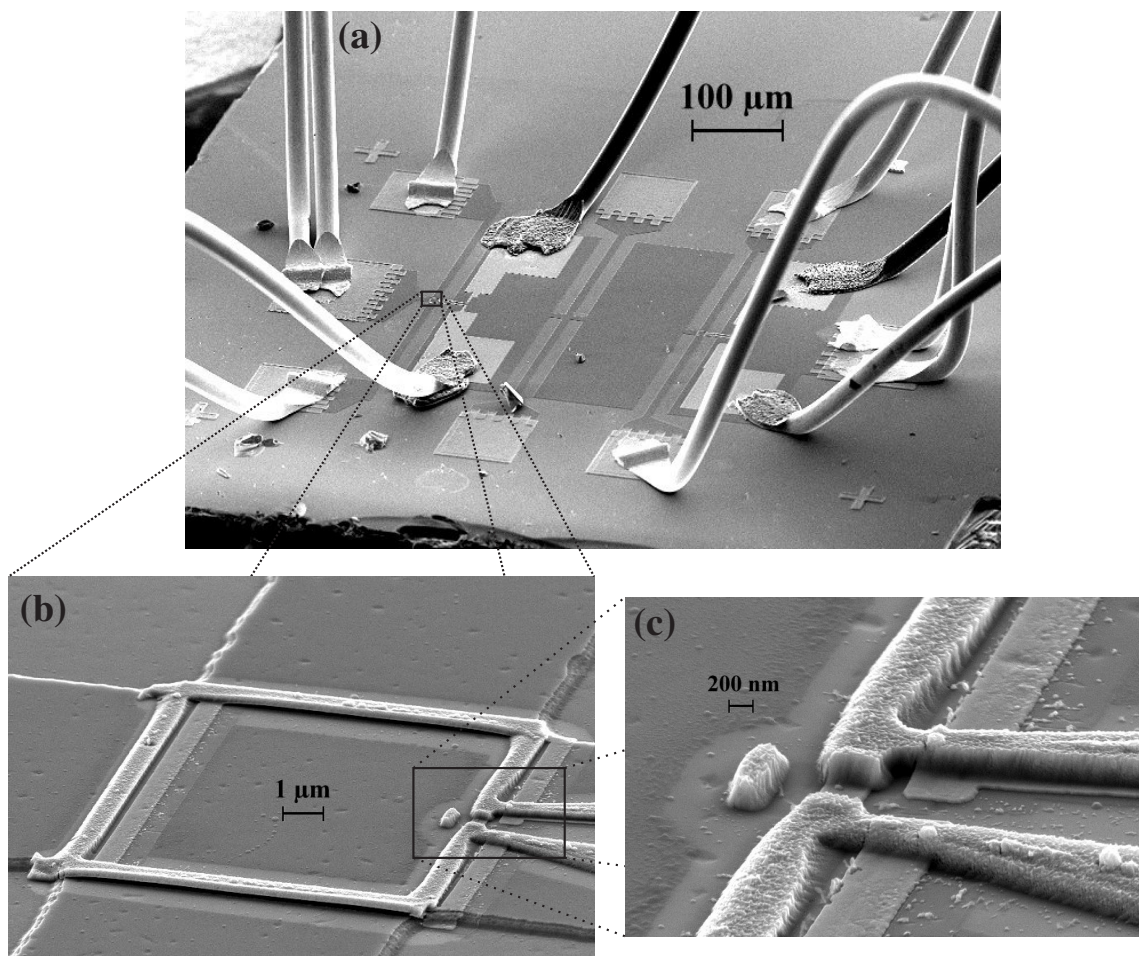


**Abbildung 4.6:** Die elektronenmikroskopischen Aufnahmen zeigen Ge Schattenmasken vor dem Abscheiden der beiden Metalle. Im Bild (a) ist eine Maske zur Herstellung eines SNS-Rings gezeigt. Im Teilbild (b) ist eine Maske zur Strukturierung eines SNS-Kontaktes in Vierpunkt-Geometrie abgebildet. Die Schlitze links und rechts vom SNS-Kontakt dienen dem Abbau von thermischen Verspannungen während des Plasmaätzens und des Abscheidens. Ohne sie könnte der Steg in der Mitte der Struktur brechen. In dieser Abbildung ist auch sehr schön die Unterhöhnung der Ge-Schicht erkennbar.

Maske zwar begutachtet und beurteilt werden, allerdings wird sie durch den Elektronenstrahl festgebacken, so daß kein *Lift-off* mehr möglich ist. Man muß sich daher auf die Reproduzierbarkeit der im folgenden beschriebenen Prozeßschritte verlassen.

Die Herstellung einer anorganischen Maske wird in der Abb. 4.5 erläutert. Auf das Substrat wird zuerst wieder eine Polymerschicht aufgebracht. Für nicht hochschmelzende Materialien ist dies wiederum PMGI, bei temperaturstabilen Masken für die Nb-Abscheidung besteht sie aus Polyethersulfon (PES). Dies besitzt eine vergleichsweise hohe Glasübergangstemperatur von ca. 225 °C, im Gegensatz zu 121 °C bei PMMA und 190 °C bei PMGI. Der PES Lack wird aus 20 Gewichtsprozent Granulat und 80 Gewichtsprozent 1-Methyl-2-pyrrolidon (NMP) angesetzt. Bei dieser Verdünnung wird eine Schichtdicke von ca. 800 nm erreicht (Für Details zur PES Verarbeitung s. [74]). Der Nachteil des PES ist eine schwierigere Verarbeitung und eine schlechtere Lagerungsfähigkeit beschichteter Proben, da PES stark hydrophil ist. Auf die Polymerschicht wird dann eine anorganische Maskenschicht, bestehend aus 50–70 nm Ge aufgedampft. Zum Schluß folgt eine Schicht PMMA, der zur lithographischen Strukturierung des Ge eingesetzt wird. Nach der Elektronenstrahlolithographie wird der PMMA entwickelt und durch die geöffneten Fenster die Ge Schicht mittels eines Plasmaätzverfahrens ( $\text{SiCl}_4$ ) in einer Reaktivionen-Ätzanlage (RIE) abgetragen. In einem zweiten, dem Ge gegenüber selektiven und isotropen Sauerstoffätzschritt wird dann die Unterhöhnung in den PES geätzt. Nebenbei wird dabei auch die restliche PMMA-Schicht auf der Ge Maske entfernt.

In der Abb. 4.6 sind zwei REM-Aufnahmen von fertigen Masken abgebildet. Dabei zeigt Teilbild (a) eine Struktur, die zur Herstellung eines supraleitenden Rings mit einem SNS-Kontakt dient. Die Ge-Schicht ist nur etwa 70 nm dick und die Unterhohlung des Ge reicht etwa 800 – 900 nm tief unter die Ge-Schicht. Das REM-Bild (b) zeigt eine Maske zur Strukturierung einer Probe zur Messung des elektrischen Transports in Vierpunktgeometrie. Hier ist deutlich der Polymer unter der Ge-Schicht zu erkennen. Links und rechts vom zentralen Teil der Maske sind Schlitz angebracht, die dazu dienen, thermische Verspannungen abzufangen, die während des Plasmaätzens des PES bzw. PMGI auftreten. Sind diese Schlitz nicht vorhanden, kommt es oft vor, daß der schmale Steg bricht, der die beiden supraleitenden Reservoire trennt.



**Abbildung 4.7:** Die elektronenmikroskopischen Aufnahmen zeigen einen kontaktierten Nb/Ag Ring nach dem Abscheiden und *Lift-off* auf einer Hall-Sonde. Es handelt sich dabei um die Probe NbAg410b der Serie P104D (Details zu dieser Probe sind in Abschnitt 5.2.1 ab Seite 96 zu finden). In den Detailaufnahmen (b) und (c) sind deutlich die parasitären Schatten-Abscheidungen des Nb (links) und des Ag (rechts) von dem eigentlichen SNS-Übergang zu sehen.



Beim Abscheiden von Nb bei einer Leistung von 2,2kW steigt die Manipulator-temperatur während des Aufdampfens einer ca. 180nm dicken Schicht auf rund 100°C. Die Maskenoberfläche ist dabei durch die starke Wärmestrahlung vermutlich noch höheren Temperaturen ausgesetzt, was zu Sprüngen und Wölbungen in der Ge-Schicht führte. Dies erforderte eine Ge-Schichtdicke von mindestens 70nm. Außerdem wurde beim Verdampfen von Nb der Manipulator mit flüssigem Stickstoff gekühlt. Die Temperatur beim gekühlten Probenhalter steigt während des Abscheidungsprozeß von ca. -50°C bis +5°C an, da er thermisch nur relativ schlecht an den Stickstoffbehälter gekoppelt ist, um den Verkippmechanismus nicht zu behindern. Durch diese Prozedur kann die Beschädigung der Maske verhindert werden.

In der Abb. 4.7 ist ein fertiger SNS-Ring abgebildet. Er liegt auf einem Hall Sensor mit einer aktiven Fläche von  $10 \times 10 \mu\text{m}$ . Er wurde hergestellt, indem erst unter einem Winkel von 29,7° 30nm Ag und unter einem Winkel von ebenfalls 29,7° 210nm Nb verdampft wurden. Im Teil (a) ist eine Übersicht wiedergegeben, in der man erkennen kann, daß es sich um einen kontaktierten Ring handelt. Mit dieser Meßanordnung wird der magnetische Fluß zur Phasenkontrolle, wie im Abschnitt 3.4 beschrieben, vom Ring selbst und nicht von einem externen Magnetfeld erzeugt.

# Kapitel 5

## Meßergebnisse und Diskussion

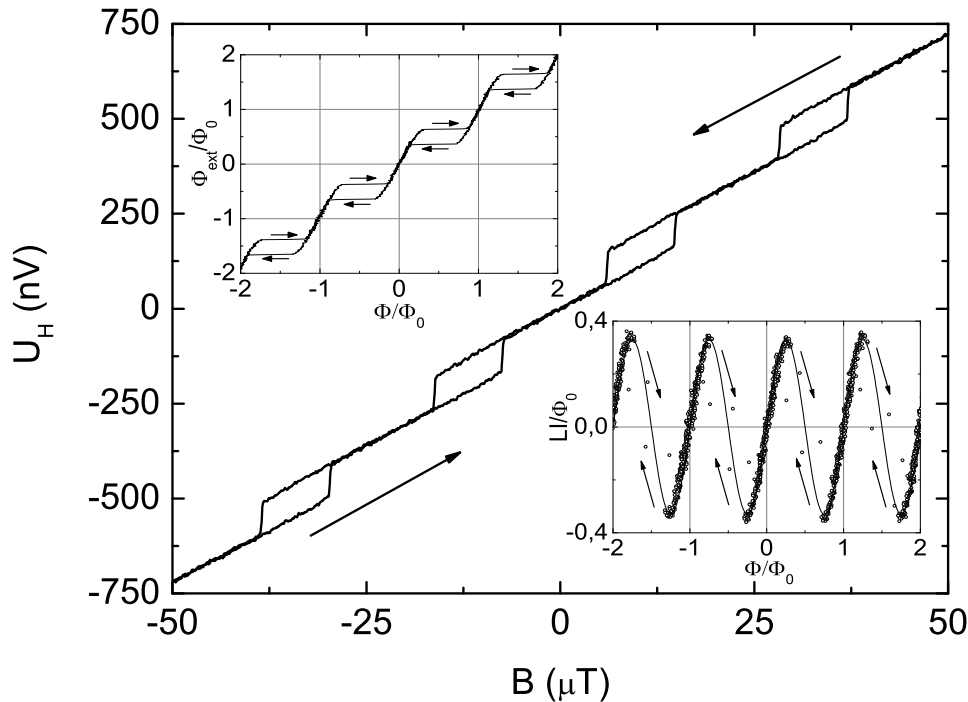
Dieses Kapitel faßt nun die Ergebnisse zusammen, die bei der Messung der Strom-Phasen-Relation von verschiedenen SNS-Systemen erzielt wurden. Bei den untersuchten Systemen wurde als Supraleiter entweder Al oder Nb verwendet. Als Normalleiter kamen Au, Ag und Cu zum Einsatz. Die im folgenden verwendete Bezeichnung der Proben setzt sich zusammen aus dem Materialsystem und dem Abstand der beiden supraleitenden Reservoire in Nanometer, wie zum Beispiel NbAg540. Der erste Teil dieses Kapitels handelt von den Messungen, bei denen die Phase des Josephson-Kontaktes mit Hilfe eines extern angelegten Magnetfeldes gesteuert wird. Wegen der Verzerrung der gemessenen Strom-Phasen-Relationen durch die nicht perfekte Signaleinkoppelung in den Hall-Sensor (s. Abschnitt 3.3 ab Seite 32), ist es oft recht schwierig, die erhaltenen Meßergebnisse richtig zu interpretieren. Deshalb sind diese Messungen nur als Vorexperimente zu verstehen, durch die allerdings wichtige Erfahrungen gesammelt werden konnten. Diese Erfahrungen flossen dann in die Messungen ein, welche Thema des zweiten Kapitelteils sind. Hierbei handelt es sich um die Messungen mit kontaktierten Ringen (s. Abschnitt 3.4 ab Seite 42). Da es bei dieser Methode weniger Unbekannte gibt (die Einkopplung  $\alpha$  und die Ringinduktivität  $L$  können gemessen werden) ist es hier einfacher, die gemessenen Strom-Phasen-Relationen zu interpretieren.

### 5.1 Phasenkontrolle mit externem Feld

Bei diesen Experimenten war der Supraleiter immer Al und der Josephson-Kontakt wurde mit Au, Ag und Cu realisiert. Zuerst soll allgemein erläutert werden, wie die relevanten Daten aus der Rohmessung extrahiert werden. In separaten Unterabschnitten wird dann speziell auf die jeweiligen Systeme näher eingegangen und die

Ergebnisse diskutiert.

In der Abb. 5.1 ist der Zusammenhang zwischen der Hall-Spannung und dem extern angelegten Magnetfeld dargestellt. Um die relevanten Daten aus dieser Kurve zu extrahieren, wird zunächst die Hall-Spannungsachse und die Magnetfeldachse jeweils in Einheiten des Flußquantums skaliert. Dazu wird die Magnetfeldachse mit dem Wert  $\Delta B_{\Phi_0} = \Phi_0/R^2$  kalibriert, welcher direkt aus der Periodizität der Sprünge abgelesen werden kann. Die Hall-Spannungsachse wird mit dem Wert  $\Delta U_{\Phi_0} = \frac{\Delta B_{\Phi_0} I}{ne}$  kalibriert, wobei die Ladungsträgerdichte  $n$  durch einen linearen Fit an den  $U(B)$ -Zusammenhang ermittelt wird.



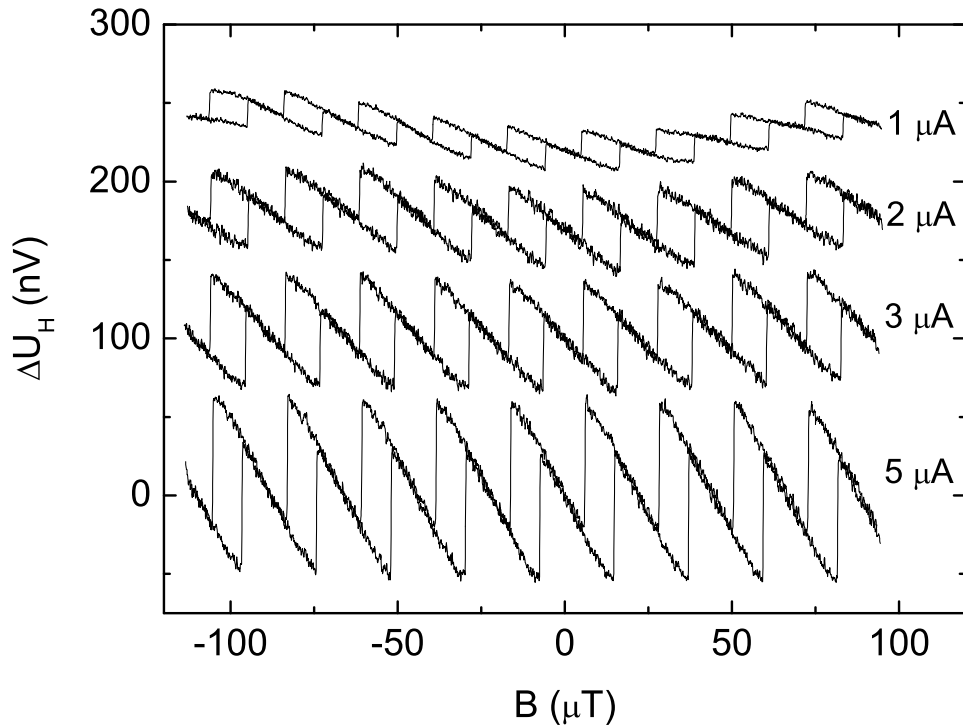
**Abbildung 5.1:** Um aus den Rohdaten eines Al/Cu-Rings (Probe AlCu470 bei  $T = 0,4\text{K}$ , Details s. Abschnitt 5.1.3) die Strom-Phasen-Relation zu extrahieren, werden zunächst beide Achsen in Einheiten des Flußquantums kalibriert. **Bildeinsatz oben links:** Nachdem die Verzerrung durch den geometrischen Füllfaktor rückgängig gemacht wurde, wird die Umkehrfunktion gebildet. **Bildeinsatz unten rechts:** Durch Subtraktion des linearen Hintergrunds erhält man die Strom-Phasen-Relation multipliziert mit der Ringinduktivität  $L$ .

Um die geometrische Einkopplung  $\alpha$  zu ermitteln, wird für jeden Temperaturschritt der Abstand  $\Delta\Phi_{AB}$  zwischen einem Minimum und einem Maximum der Strom-Phasen-Relation entlang der  $\Phi_{ext}$ -Achse abgelesen (s. dazu Abschnitt 3.3.3 und speziell Abb. 3.9 auf Seite 39). Der Meßfehler dabei ist gegeben durch die *Sampling*-Rate, d. h. bei einer *Sampling*-Rate von üblicherweise 1s und einer Änderungsge-



schwindigkeit des externen Magnetfeldes von ca.  $0,003\Phi_0/s$  ergibt sich ein Ablesefehler von  $0,003\Phi_0$ . Jedoch ist der systematische Fehler, der durch das Flußrauschen entsteht und zu einem verfrühten Sprung des Systems in den nächsten Flußzustand führt, ca. 10 mal größer (Abschnitt 3.5 ab Seite 45). Um die Amplitude  $\alpha LI_c$  der Modulation abzulesen, wird von der Meßkurve die Identität  $\Phi = \Phi_{ext}$  subtrahiert. Der Ablesefehler ist hier im wesentlichen durch das Vorverstärkerrauschen bestimmt. Bei einer Lock-in Integrationszeit von ca. 1 s und einer Ausgangsfiltersteilheit von 12 dB/Okt, ergibt sich mit dem Vorverstärkerrauschen von  $1,4 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  ein mittleres Spitze-Spitze Spannungsrauschen von etwa  $2,5 - 3 \text{ nV}$ . Dies entspricht bei einem Sondenstrom von 2 bzw.  $5 \mu\text{A}$  einer Auflösbarkeit von ca.  $0,023$  bzw.  $0,009\Phi_0$ . Da dieser Fehler, zusammen mit dem Fehler des ermittelten Füllfaktors  $\alpha$ , die Position der Minima bzw. Maxima der Strom-Phasen-Relation bestimmt, ist der Fehler bei einem Sondenstrom von  $2 \mu\text{A}$  eigentlich schon am Limit, um eine sinusförmige von einer anharmonischen Strom-Phasen-Relation der Form 2.21 zu unterscheiden (s. dazu auch Abschnitt 3.3.3). Durch Mittelung über mehrere Oszillationen kann der Fehler weiter minimiert werden. Erschwerend bei den niedrigen Sondenströmen kommen die universellen Leitwertfluktuationen (UCF) der Hall-Spannung hinzu [77]. Bei den höheren Meßströmen sind sie unterdrückt, da sie thermisch ausgemittelt werden. Wie man in der Abb. 5.2 erkennen kann, ist für kleine Ströme ein verlässliches Ablesen der Amplitude nur schwer möglich. Lediglich  $\Delta\Phi_{AB}$  kann problemlos abgelesen werden.

Mit Hilfe der Gleichungen 3.20 und 3.21 auf Seite 38 kann aus dem Meßwert  $\Delta\Phi_{AB}$  nun die, vom Einkopplungsfaktor  $\alpha$  unbeeinflusste Amplitude  $LI_c$  der Strom-Phasen-Relation berechnet werden. Dabei muß eine bestimmte Form der Strom-Phasen-Relation vorausgesetzt werden und aus einem bestimmten Temperaturverhalten der so berechneten Einkoppelfaktoren kann dann abgeschätzt werden, ob die Annahme richtig war oder nicht (Diese Vorgehensweise wird in Abschnitt 3.3.3 beschrieben). Der hauptsächliche Fehler bei der Berechnung von  $\alpha$  resultiert dabei im wesentlichen aus dem systematischen Fehler von  $\Delta\Phi_{AB}$  (s. Abschnitt 3.5 auf Seite 45), was immer dazu führen wird, daß ein zu kleiner Wert für  $\Delta\Phi_{AB}$  gemessen wird und  $\alpha$  deshalb überschätzt wird, denn ein zu kleiner Wert von  $\Delta\Phi_{AB}$  ergibt auch einen zu kleinen Wert für  $LI_c$ . Ist beispielsweise die Amplitude einer sinusförmigen Strom-Phasen-Relation  $LI_c = 2\Phi_0$  und die Einkopplung sei  $\alpha = 0,3$ . Dann wird aufgrund des um ca.  $0,04\Phi_0$  verfrühten Sprungs für  $\alpha LI_c = 0,5955\Phi_0$  statt  $0,6\Phi_0$  gemessen und für  $\Delta\Phi_{AB}$  erhält man  $4,4327\Phi_0$  statt  $4,5127\Phi_0$ . Aus diesen Werten berechnet sich eine Einkopplung von  $\alpha = 0,304$ . Beträgt die Amplitude dagegen nur  $LI_c = 0,5\Phi_0$ , liegt der berechnete Füllfaktor bereits bei  $\alpha = 0,327$ . Der systematische Fehler, der aus dem verfrühten Übergang in den nächsten Flußzustand resultiert, wirkt sich also nur für kleine Amplituden  $LI_c$  aus.



**Abbildung 5.2:** Gezeigt sind Rohdaten der Probe AlCu470 bei  $T = 400 \text{ mK}$  und verschiedenen Hall-Sondenströmen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit ist von den Kurven das linear Hintergrundsignal  $U_H(\Phi_{ext})$  abgezogen und sie sind entlang der Spannungsachse verschoben gezeichnet. Es ist deutlich zu erkennen, daß mit sinkendem Strom das Ring-Signal abnimmt und die UCFs zunehmen.

Ist der Füllfaktor bekannt, kann in den Rohdaten die Stauchung der Modulation bezüglich des linearen Hintergrundes wieder rückgängig gemacht werden. Die Strom-Phasen-Relation erhält man, wenn man  $\Phi_{ext}$  als Funktion von  $\Phi$  zeichnet und den linearen Hintergrund abzieht (s. Bildeinsätze in Abb. 5.1). Um die Streuung der Meßpunkte zu minimieren, werden dann mehrere Perioden der gemessenen Strom-Phasen-Relation übereinandergelegt und die Meßpunkte gemittelt. Bei den Messungen mit geringen Sondenströmen sind dabei jedoch die UCF hinderlich, so daß die Mittelung oft nicht oder nur über 2-3 Perioden durchführbar ist.

### 5.1.1 Al/Au Kontakte

Das erste untersuchte System sind Al/Au Josephson-Kontakte. Die Kantenlänge der Ringe beträgt  $10\ \mu\text{m}$  und die Strukturbreite des Al ca.  $600\text{--}700\ \text{nm}$ . Die geometrischen Abmessungen des Au-Steges sind in der Tabelle 5.1 zusammengefasst. Die zur Strukturierung der SNS-Ringe herangezogene Maske war eine reine Polymer-Schattenmaske bestehend aus PMGI und PMMA (s. Abschnitt 4.2.1 ab Seite 61). Sowohl das Au als auch das Al wurde mit Hilfe eines Elektronenstrahlverdampfers bei einem Druck von ca.  $2 \times 10^{-7}$  mbar bei Au und  $7 \times 10^{-8}$  mbar bei Al abgeschieden. Der Manipulator wurde mit flüssigem Stickstoff gekühlt, um die thermische Einwirkung vor allem während der Au Abscheidung möglichst gering zu halten. Die Temperatur betrug etwa  $-40^\circ\text{C}$ , aber trotzdem verformte sich die PMMA Maskenschicht aufgrund der thermischen Belastung. Dadurch wurden die Strukturen leicht verrundet (s. Abb. 5.3) und es entstand eine relativ große Streuung in den geometrischen Abmessungen wie man z. B. an der Normalleiterbreite  $b$  in der Tabelle 5.1 nachvollziehen kann. Das Material, welches zum Bau der Hall-Magnetometer verwendet wurde, entstammt der Serie C021009C. Die Maske zur Definition der Sensoren ist das Standard Design in Abb. 4.2 (a) auf Seite 59.

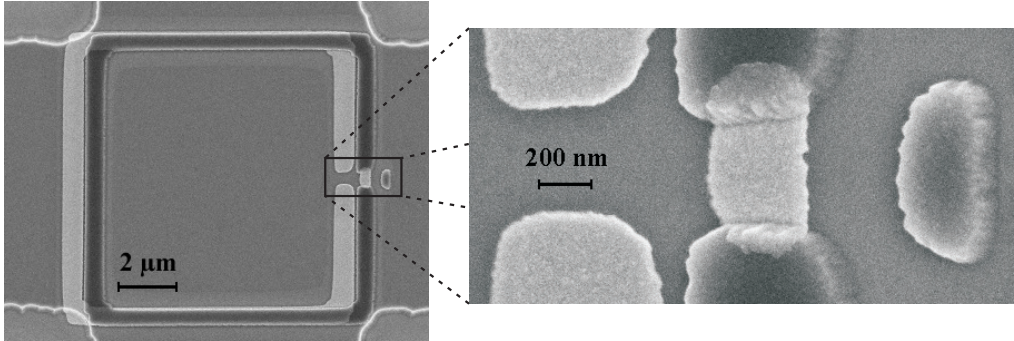
**Die Daten der Al/Au Serie P47A**

Proben	$s_{total}$ [nm]	$s$ [nm]	$b$ [nm]	$d_{Au}$ [nm]	$d_{Al}$ [nm]	$E_{th}$ [ $\mu\text{eV}$ ]	$\Delta_0/E_{th}$
AlAu410	750	410	390	40	150	39	4,5
AlAu620	1260	620	480	40	150	17	10,3
AlAu730	1390	730	450	40	150	12	14,6
AlAu810	1120	810	470	40	150	10	17,5
AlAu920	1230	920	450	40	150	8	21,9

**Tabelle 5.1:**  $s_{total}$  bezeichnet die gesamte Länge des Normalleiters, wohingegen  $s$  der Abstand zwischen den beiden supraleitenden Elektroden ist.  $b$  ist die Breite des Au-Steges und  $d$  ist die Schichtdicke des jeweiligen Materials. Die Thouless-Energien wurden aus experimentell gewonnenen Daten für die Diffusionskonstante  $D$  gewonnen (s. Text) und für die Energielücke  $\Delta_0$  wurde der Literaturwert von  $175\ \mu\text{eV}$  verwendet.

Die Messung an den verschiedenen Proben wurde im Temperaturbereich von  $50\text{--}1000\ \text{mK}$  durchgeführt. Dabei wurde bei Temperaturen unterhalb  $400\ \text{mK}$  mit einem Hall-Sondenstrom von  $2\ \mu\text{A}$  gemessen, bei Temperaturen von  $400\text{--}600\ \text{mK}$  mit  $5\ \mu\text{A}$  und die höheren Temperaturen mit  $10\ \mu\text{A}$ . Das Intervall, in dem das exter-

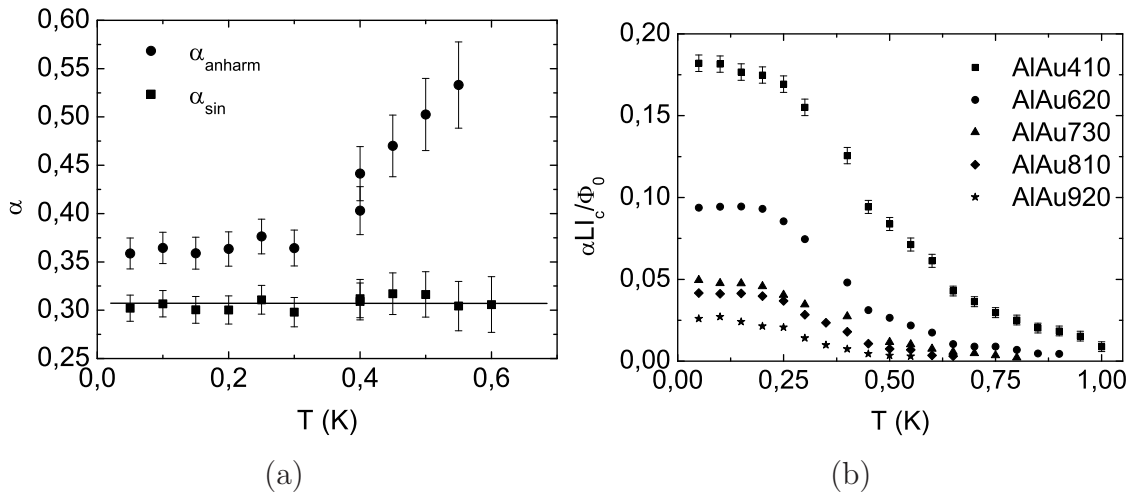
ne Magnetfeld zur Phasenkontrolle verändert wurde, wurde so gewählt, daß etwa 3 aufeinanderfolgende Perioden der Strom-Phasen-Relation erfaßt wurden. Die im folgenden präsentierten Meßdaten für die Amplitude der Strom-Phasen-Relation und der Verlauf der Strom-Phasen-Relation selbst wurden dann über diese 3 Perioden gemittelt. Bei dieser Probenserie stand noch keine  $\mu$ -Metallabschirmung des Kryostaten-Systems zur Verfügung.



**Abbildung 5.3:** Die REM-Aufnahme der Probe AlAu410 zeigt eine leichte Verrundung der Strukturen, was aus der thermische Belastung der PMMA-Maske während des Abscheidens von Au resultiert.

In der Abb. 5.4 (a) sind die Füllfaktoren für die Probe AlAu410 in Abhängigkeit der Temperatur dargestellt. Die Füllfaktoren wurden nach der Methode in Abschnitt 3.3.3 mit Hilfe der Gleichungen 3.20 und 3.21 bestimmt. Dabei wurde einmal die Annahme einer sinusförmigen Strom-Phasen-Relation verwendet und die resultierenden Werte sind im Graphen mit  $\alpha_{sin}$  bezeichnet. Zum anderen wurde der Berechnung die Strom-Phasen-Relation, wie sie diffusive SNS-Kontakte bei  $T = 0\text{K}$  aufweisen, zugrundegelegt. Die höheren Harmonischen  $I_c^j$  dieser Strom-Phasen-Relation klingen mit der Ordnungszahl  $j$  ab wie:  $(-1)^j/j^2$ . Der mit dieser Annahme gewonnene Einkoppelfaktor soll in diesem und folgenden Abschnitten immer mit  $\alpha_{an harm}$  bezeichnet werden.

Die Berechnung von  $\alpha_{sin}$  und  $\alpha_{an harm}$  ist bis hinauf bis zu 600 mK möglich. Bei höheren Temperaturen ist der kritische Strom des Josephson-Kontakts so klein, daß die Meßkurve nicht mehr hysteretisch ist. Der Füllfaktor  $\alpha_{an harm}$  steigt mit  $T$  von  $\alpha_{sin} = 0,36$  immer schneller an und erreicht bei 600 mK einen Wert von über 0,6. Dieser rapide Anstieg legt nahe, daß der Ansatz einer anharmonischen Strom-Phasen-Relation auf jeden Fall im  $T$ -Bereich des starken Anstiegs falsch ist. Denn diese falsche Annahme führt bei kleiner werdender Amplitude der Strom-Phasen-Relation zu einer immer größeren Überschätzung des Füllfaktors. Dies liegt daran, daß eine anharmonische Strom-Phasen-Relation, bei gleicher Hysterese im  $\Phi$  ( $\Phi_{ext}$ )-Zusammenhang eine kleinere Amplitude  $LI_c$  besitzt als eine sinusförmige, wie bereits im Abschnitt 3.3.3 erläutert wurde.



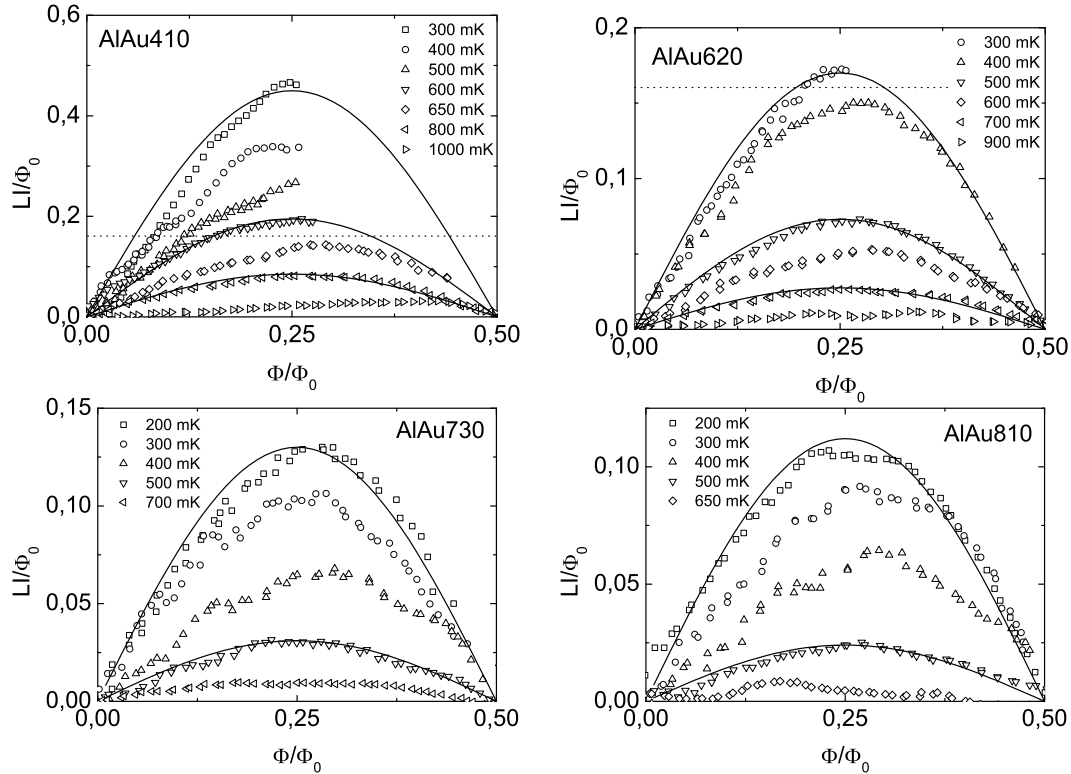
**Abbildung 5.4:** (a) Das Verhalten der berechneten Füllfaktoren der Probe AlAu410 mit der Temperatur, unter der Annahme einer sinusförmigen Strom-Phasen-Relation ( $\alpha_{sin}$ ), bzw. einer anharmonischen ( $\alpha_{an harm}$ ). Der Verlauf der Kurven legt nahe, daß der Kontakt eine sinusförmige Strom-Phasen-Relation besitzt. (b) Der kritische Strom der fünf untersuchten SNS-Kontakte sättigt für Temperaturen unterhalb 200 mK. Dies liegt daran, daß die Proben­temperatur aufgrund des Heizeffekts durch den Hall-Sondenstrom nicht weiter erniedrigt werden kann. Der Fehler ist exemplarisch nur für die Probe AlAu410 eingezeichnet.

Das Verhalten des Füllfaktors  $\alpha_{sin}$  ist gänzlich anders. Im Rahmen des Meßfehlers bleibt er für  $50 \text{ mK} < T < 600 \text{ mK}$  konstant auf einen Wert von 0,307. Der Temperaturwert, unterhalb dem die höheren Harmonischen auftreten sollten, liegt bei ca.  $T_{th} = E_{th}/k_b$ , was bei dieser Probe etwa 450 mK entspricht. In diesem Temperaturbereich ist jedoch bei  $\alpha_{sin}$  keine Änderung zu erkennen. Dies legt nahe, daß die Annahme einer sinusförmigen Strom-Phasen-Relation richtig ist.

Im Teilbild (b) der Abb. 5.4 ist für alle fünf vermessenen Kontakt­längen die Amplitude  $\alpha LI_c$  in Abhängigkeit der Temperatur gezeichnet. Man kann erkennen, daß der kritische Strom der Kontakte unterhalb einer Temperatur von ca. 200 mK zu sättigen scheint. Dies ist einem Heizeffekt zuzuschreiben, der durch den Hall-Sondenstrom hervorgerufen wird. Dies schlägt sich auch im Verhalten von  $\alpha_{an harm}$  im Teilbild (a) nieder. Die ersten vier Meßpunkte unterscheiden sich nur sehr geringfügig. Dies bedeutet, das die Meßpunkte unterhalb 200 mK nicht zur Beurteilung des Verhaltens von  $\alpha_{sin}$  und  $\alpha_{an harm}$  herangezogen werden können, da sie eigentlich zur nahezu selben Proben­temperatur gehören.

Bei dem nächstlängeren Kontakt AlAu620 ist der kritische Strom so klein, daß schon

bei Temperaturen oberhalb 300 mK keine Hysterese mehr vorliegt. Da die Meßpunkte unterhalb 200 mK sättigen, liegen also nur die berechneten Werte für  $\alpha_{sin}$  und  $\alpha_{anharm}$  bei den Temperaturen 200, 250 und 300 mK vor. Auch hier zeigt sich ein ähnliches Verhalten wie bei der Probe AlAu410.  $\alpha_{anharm}$  steigt von ca. 0,58 bis auf 0,75 an, wohingegen  $\alpha_{sin}$  mit steigender Temperatur konstant auf einem Wert von 0,36 bleibt.



**Abbildung 5.5:** Die ermittelte Strom-Phasen-Relation für die Proben AlAu410, AlAu620, AlAu730 und AlAu810. Zu beachten ist der stark abfallende maximale Suprastrom  $I_c$  mit der Kontaktlänge, was in der unterschiedlichen Skalierung der vertikalen Achsen zum Ausdruck kommt. Die gepunkteten Linien kennzeichnen den theoretischen Wert  $LI_c \approx 0,16$ , oberhalb dem die Kurven hysteretisch werden, falls eine sinusförmige Strom-Phasen-Relation vorliegt.

Die gemessenen Strom-Phasen-Relationen für die vier kürzeren SNS-Kontakte sind in der Abb. 5.5 zusammengefaßt. Zur Reskalierung der Daten wurde bei der Probe AlAu410 in Teilbild (a) ein Füllfaktor von  $\alpha = \alpha_{sin} = 0,307$  verwendet und bei AlAu620 in Teilbild (b)  $\alpha = \alpha_{sin} = 0,36$ . Bei den Proben AlAu730, AlAu810 und AlAu920<sup>1</sup> wurde ein mittlerer Wert von ca.  $\alpha = 0,33$  benutzt, da es bei ihnen nicht möglich ist, einen Füllfaktor zu berechnen, denn die Meßkurven sind für alle Temperaturen nichthysteretisch.

<sup>1</sup>Die Strom-Phasen-Relation dieser Probe ist aus Platzgründen nicht in der abgebildet.



Bei allen Proben ergibt sich im Rahmen der Meßgenauigkeit eine sinusförmige Strom-Phasen-Relation. Bei ausgewählten Temperaturen ist eine Sinushalbwellenlinie mit-ingezeichnet, deren Amplitude dem gemessenen Wert für  $LI_c$  entspricht. In den Teilbildern (a) und (b) ist der Wert für  $LI_c$ , bei dem  $\beta = 1$  gilt, durch eine gestrichelte Linie gekennzeichnet. Ist die Amplitude oberhalb dieser Linie, ist nur der Teil der Strom-Phasen-Relation mit positiver Steigung meßbar. Ist die Amplitude kleiner, erhält man die Relation über die volle Periode (s. Kapitel 3.2.2 ab Seite 29). Enthielte die Strom-Phasen-Relation höhere Harmonische läge dieser Wert weitaus niedriger, abhängig vom Grad der Anharmonizität. Bei den niedrigen Temperaturen, bei denen mit einem Hall-Magnetometerstrom von  $2\mu\text{A}$  gemessen wurde, ist deutlich eine größere Streuung der Meßpunkte zu erkennen. Dies kommt zum einen von der geringeren Meßauflösung und zum anderen auch durch die bereits vorhandenen UCFs, die das Übereinanderlegen und Mitteln der Kurven erschweren.

Allein aus dem Verhalten der berechneten Füllfaktoren läßt sich zwar eine sinusförmige Strom-Phasen-Relation vermuten, es kann aber im Rahmen des Fehlers nicht sicher entschieden werden, welche Form die Strom-Phasen-Relation der Probe AlAu410 besitzt. Eine anharmonische Strom-Phasen-Relation bei den längeren Proben läßt sich ausschließen, denn es wären mit steigender Kontaktlänge, beginnend bei AlAu620 mit  $\alpha_{an harm}(T = 0, 2\text{K}) = 0,58$ , immer größere Füllfaktoren nötig. So große und von Probe zu Probe stark ansteigende Füllfaktoren sind nicht plausibel.

Ein weiteres Indiz für die sinusförmige Strom-Phasen-Relation der Probe AlAu410 und der damit einhergehenden herabgesetzten Transparenz des SNS-Kontakts, liefert der Zusammenhang des maximalen kritischen Stromes mit der Temperatur: Eine Abschätzung der Induktivität mit einer Formel für eine rechteckige Leiterschleife mit kreisförmigem Leiterquerschnitt, entnommen aus [65], ergibt einen Wert für die Induktivität der untersuchten Ringe von ca.  $L = 33\text{pH}$ . Zusammen mit dem ermittelten  $\alpha_{sin}$  ergibt sich für AlAu410, bei einer Temperatur von  $200\text{mK}$  ein kritischer Strom von nur  $I_c = 36\mu\text{A}$ , was vergleichsweise gering wäre für einen transparenten SNS-Kontakt dieser Abmessungen. Denn eine Anpassung der Formel 2.19 auf Seite 16 an die Meßdaten<sup>2</sup>, wobei der Anpassungsparameter die Diffusionskonstante  $D$  ist, ergibt einen Wert für diese von  $0,004 - 0,005\text{m}^2\text{s}^{-1}$ . Würde man  $\alpha_{an harm}$  bei der Ermittlung von  $I_c(T)$  aus den Meßwerten von  $\alpha LI_c(T)$  zugrundelegen, wäre  $D$  noch etwas kleiner. Die mittlere freie Weglänge des Au ergibt sich bei der ermittelten Diffusionskonstante zu etwa  $10\text{nm}$ . Bei dünnen Filmen sollte die mittlere freie Weglänge aufgrund der maximal möglichen Kristallitgröße in der Größenordnung der Schichtdicke liegen. Der berechnete Wert beträgt jedoch nur ein Viertel

---

<sup>2</sup>Details zur Anpassungsprozedur finden sich im Unterabschnitt 5.1.3 über die Al/Cu-Proben zur Messung des elektrischen Transports ab Seite 82

davon. Dies legt die Vermutung nahe, daß der Widerstand nicht alleine vom Normalmetall kommt, sondern daß auch ein Grenzflächenwiderstand vorhanden ist. Die herabgesetzte Transparenz des Kontaktes würde die Unterdrückung der höheren Harmonischen erklären und damit die vermutete reine Sinusform untermauern.

Ein Aspekt, der die schlechte Qualität der Grenzfläche zwischen Al und Au stützt, ist die Beobachtung, daß die Al/Au-Kontakte innerhalb von wenigen Tagen degenerieren. Es war notwendig, die Proben unmittelbar nach dem Abscheiden in den Kryostaten einzubauen, bzw. in flüssigem Stickstoff aufzubewahren. Andernfalls war es nicht mehr möglich, einen Suprastrom über die SNS-Kontakte nachzuweisen. In der Tat bilden Au und Al leicht intermetallische Verbindungen [78]. Dabei gibt es 5 verschiedene Phasen:  $\text{Au}_5\text{Al}_2$ ,  $\text{Au}_2\text{Al}$ ,  $\text{AuAl}_2$ ,  $\text{AuAl}$  und  $\text{Au}_4\text{Al}$ . Am bekanntesten sind  $\text{AuAl}_2$ , das wegen seiner purpurnen Farbe häufig als *purpurne Pest* bezeichnet wird und die Verbindung  $\text{Au}_2\text{Al}$ , welches eine bräunliche Färbung besitzt. Diese Interdiffusion der beiden Metalle an der Grenzfläche führt zu einer Herabsetzung der Transparenz der Kontakte und die höheren Harmonischen in der Strom-Phasen-Relation sind damit effektiv unterdrückt.

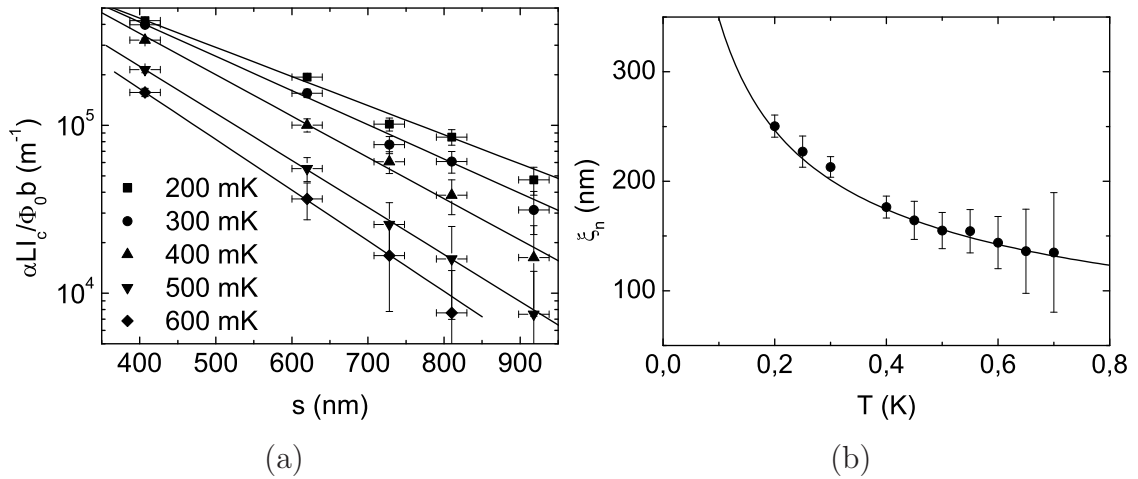
Um diese Annahme weiter zu stützen, wäre es interessant, die Diffusionskonstante der Au Kontakte durch eine unabhängige Methode zu ermitteln, bei welcher der Grenzflächenwiderstand keine Rolle spielt. Im Abschnitt 2.3 auf Seite 12 wurde erläutert, daß für große Kontaktlängen  $s \gg \xi_n$  gilt:  $I_c R_n \propto s e^{-s/\xi_n}$ . Trägt man also  $I_c R_n$  als Funktion der Länge  $s$  der Kontakte auf, kann man  $\xi_n$  ermitteln und daraus dann die Diffusionskonstante berechnen. Diese Vorgehensweise funktioniert allerdings nur dann, wenn der Grenzflächenwiderstand zwischen Al und Au bei allen Proben der Serie vergleichbar ist. Da die Proben absolut gleich behandelt wurden, scheint diese Voraussetzung gegeben zu sein. Um der Streuung der Normalleiterbreite Rechnung zu tragen, wird der Meßwert  $\alpha L I_c$  auf die Breite  $b$  normiert, denn es gilt  $\alpha L I_c R_n \propto \alpha L I_c s / b$  unter der Voraussetzung, daß die Schichtdicke  $t$  und der spezifische Widerstand  $\rho_{\text{Au}}$  des Au sich nicht von Probe zu Probe unterscheiden. Man erhält dann folgende Proportionalität:

$$\frac{\alpha L I_c}{b} \propto e^{-s/\xi_n} \quad (5.1)$$

In der Abb. 5.6 (a) ist für einige Temperaturen dieser Zusammenhang halblogarithmisch aufgetragen. Aus den ermittelten Geradensteigungen kann dann die Kohärenzlänge  $\xi_n$  ermittelt werden.

Die erhaltenen Werte für  $\xi_n$  sind im Teilbild (b) in Abhängigkeit der Temperatur dargestellt. Zusätzlich ist die theoretische Kurven für einen diffusiven Normalleiter ( $\xi_n^{\text{dirty}}$ ) eingezeichnet (nach der Formel 2.12 auf Seite 10). Der Anpassungsparameter



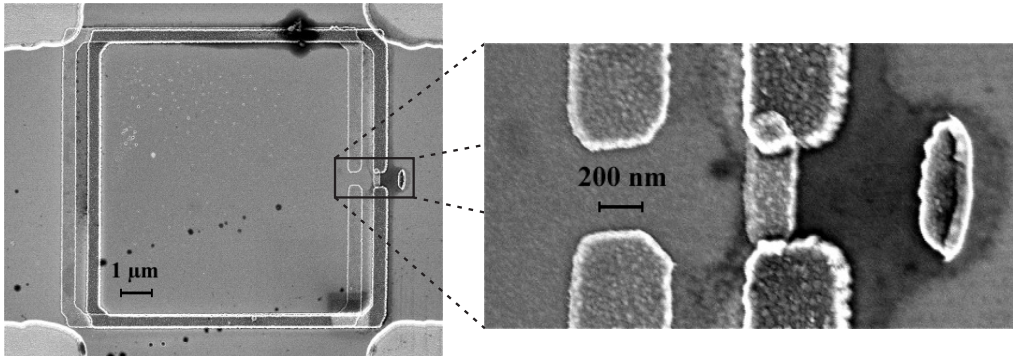


**Abbildung 5.6:** (a) Die auf die Normalleiter-Breite normierte Amplitude der Strom-Phasen-Relation logarithmisch aufgetragen über der Temperatur ergibt einen linearen Zusammenhang. Aus der Geradensteigung kann die Kohärenzlänge  $\xi_n$  in Au ermittelt werden. (b) Die extrahierten Werte für  $\xi_n$  in Abhängigkeit der Temperatur. Eine Anpassung mit der Theorie ist nur im diffusiven Grenzfall  $\xi_n^{\text{dirty}}$  möglich.

ist die Diffusionskonstante. Die Anpassung paßt sehr gut zu den gemessenen Werten, wenn  $D = 0,01 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$  eingestellt wird. Mit dieser Diffusionskonstante ergibt sich für die mittlere freie Weglänge ein Wert von ca. 20 nm, was immerhin die Hälfte der Au Schichtdicke ist. Möglicherweise ist die Unordnung in der Schicht etwas erhöht, da die Probe während des Abscheidens auf  $-40^\circ\text{C}$  gekühlt wurde. Auch die relativ geringe Reinheit von 99,99% des Ausgangsmaterials mag eine Rolle spielen. Die berechneten Werte der Thouless-Energie in der Tabelle 5.1 wurden mit  $D = 0,01 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$  und der jeweiligen geometrischen Länge  $s$  berechnet. Aus dem Vergleich mit der Energielücke des supraleitenden Al erkennt man, daß sich diese Proben eher im Regime der langen diffusiven SNS-Kontakte befinden. Nur die kürzeste liegt im Zwischenbereich.

### 5.1.2 Al/Ag Kontakte

Weil sich die Al/Au-Grenzflächen wie erläutert als recht problematisch herausstellten, war der nächste Schritt einen anderen Normalleiter zu verwenden. Dafür bot sich Ag an, denn es ist in der UHV Anlage mit einer Effusionszelle von *Createc* thermisch abzuscheiden. Zur Strukturierung wurden wieder reine Polymermasken verwendet. In der Abb. 5.7 ist eine REM-Aufnahme der Probe AlAg400 abgebildet. Im direkten Vergleich mit der Probe AlAu410 der Al/Au Serie (Abb. 5.3) ist zu erkennen, daß die Struktur deutlich schmaler und auch weniger verrundet ist. Dies liegt an der geringeren Wärmeabstrahlung der Ag Effusionszelle im Vergleich zum Elektronenstrahlverdampfer, so daß die Maske weniger hohen Temperaturen ausgesetzt ist und sich deshalb auch nicht verformt. Auch der etwas geringere Schmelzpunkt des Ag könnte dabei eine Rolle spielen. Der Manipulator wurde während des Abscheidens von Ag auf nur  $-10^{\circ}\text{C}$  gekühlt und während des Verdampfens von Al aus dem Elektronenstrahlverdampfer auf  $-40^{\circ}\text{C}$ . Die Hall-Sonden sind aus dem gleichen Material gefertigt wie die der Al/Au Serie. Auch das Design der Sonden ist hier dasselbe.



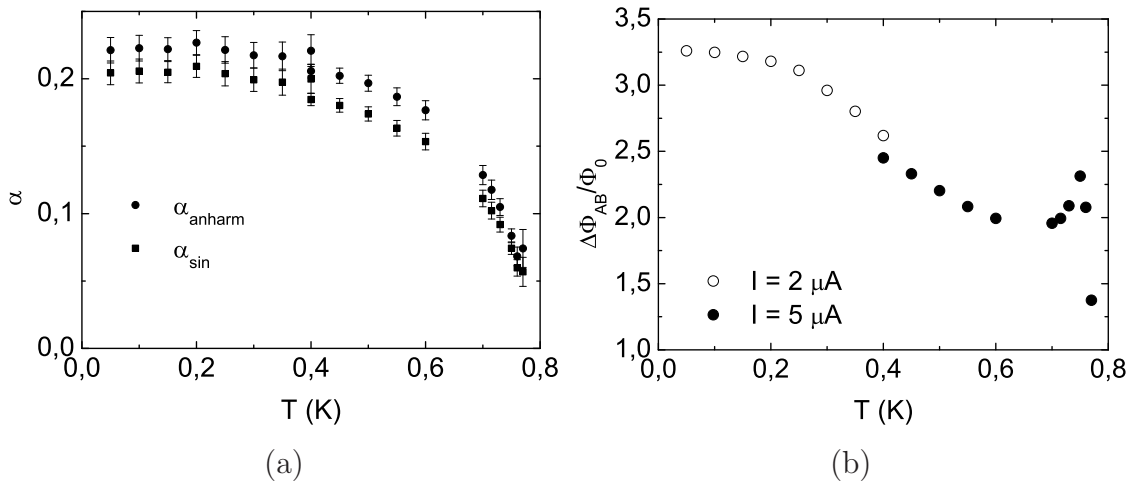
**Abbildung 5.7:** Die REM-Aufnahme der Probe SNS200 zeigt keine Verbreiterungen und nur sehr leichte Verrundungen der Strukturen. Die thermische Belastung der PMMA Maske während des Abscheidens von Ag ist also viel geringer als beim Au, zumal der Probenhalter weniger gekühlt wurde.

Von den insgesamt 4 strukturierten Kontakten dieser Serie funktionierte leider nur die Probe AlAg400, welche folgende Daten besitzt:  $s_{total} = 670\text{ nm}$ ,  $s = 400\text{ nm}$ ,  $b = 250\text{ nm}$ ,  $d_{Ag} = 40\text{ nm}$ ,  $d_{Al} = 150\text{ nm}$  und  $R = 10\text{ }\mu\text{m}$ . Warum die drei anderen Proben kein Signal lieferten, war aus den REM-Aufnahmen der Proben ersichtlich. Stellenweise ist entweder das Al oder Ag unterbrochen und an manchen Stellen bildete sich eine schwarze, schwammartige Struktur (in lichtmikroskopischen Bildern zu erkennen). Der Grund für diese häufigen Unterbrechungen der Ringe blieb unbekannt, und ob die schwarzen Strukturen durch eine Vermischung des Al und Ag gebildet werden, oder einfach nur Lackreste sind, konnte ebenfalls nicht beurteilt

werden. Jedenfalls können die Ringe wegen dieser Unterbrechungen keinen zirkulierenden Suprastrom tragen. Es stellte sich lediglich in einem späteren Versuch mit kontaktierten Al/Ag-Ringen heraus (s. Abschnitt 5.2.2), daß eine starke Manipulatorkühlung während des Abscheidens von Ag Abhilfe zu schaffen scheint. Hier wurden dann keinerlei Ausfälle mehr registriert.

Die Messung erfolgte bei Temperaturen von 50–800 mK. Dabei wurde unterhalb von 400 mK ein Strom von  $2\ \mu\text{A}$  und für höhere Temperaturen ein Strom von  $5\ \mu\text{A}$  verwendet. Das externe Magnetfeld wurde in einem Intervall von ca.  $\pm 100\ \mu\text{T}$  variiert. Damit sind, je nach der Amplitude der Strom-Phasen-Relation, bis zu 9 Perioden der Strom-Phasen-Relation erfassbar.

In der Abb. 5.8 (a) sind die Füllfaktoren  $\alpha_{sin}$  und  $\alpha_{anharm}$  über der Temperatur dargestellt. Beide wurden wie bei den Al/Au-Ringen unter der Annahme verschiedener Formen der Strom-Phasen-Relation (sinusförmig bzw. die eines diffusiven SNS-Kontaktes bei  $T = 0\text{K}$ .) aus den Meßwerten für  $\alpha LI_c$  und  $\Delta\Phi_{AB}$  berechnet (s. Abschnitte 3.3.3 bzw. 5.1.1). Da der  $\Phi$  ( $\Phi_{ext}$ )-Zusammenhang nahezu über den ganzen Temperaturbereich, in dem ein zirkulierender Ringstrom nachweisbar ist, einen hysteretischen Charakter besitzt, ist die Füllfaktorberechnung über einen größeren Bereich als bei der Probe AlAu410 der Al/Au Serie möglich.



**Abbildung 5.8:** (a) Die berechneten Füllfaktoren  $\alpha_{sin}$  und  $\alpha_{anharm}$  als Funktion der Temperatur. Das Verhalten, speziell nahe  $T_c = 800\text{mK}$  gibt keinerlei Aufschluß über die Form der Strom-Phasen-Relation. (b) Die Größe  $\Delta\Phi_{AB}$ , die in direkter Verbindung zu der Amplitude der Strom-Phasen-Relation steht, verhält sich nicht monoton mit steigender Temperatur.

Es ist deutlich zu erkennen, daß für Temperaturen oberhalb 400 mK beide Füllfaktoren immer schneller kleiner werden. Dies würde bedeuten, daß keiner der beiden

berechneten Einkopplungsfaktoren  $\alpha$  wesentlich überschätzt, wie es z. B. in Abb. 5.4 für  $\alpha_{anharm}$  bei der Probe AlAu410 der Fall war. Ferner behalten die beiden Füllfaktoren  $\alpha_{sin}$  und  $\alpha_{anharm}$  mit steigender Temperatur ihren relativen Abstand zueinander nahezu bei. Nahe 800 mK, wo die Strom-Phasen-Relation auf jeden Fall rein sinusförmig sein sollte, führt die Annahme einer anharmonischen Strom-Phasen-Relation zu keiner wesentlichen Überschätzung des Füllfaktors  $\alpha$ .

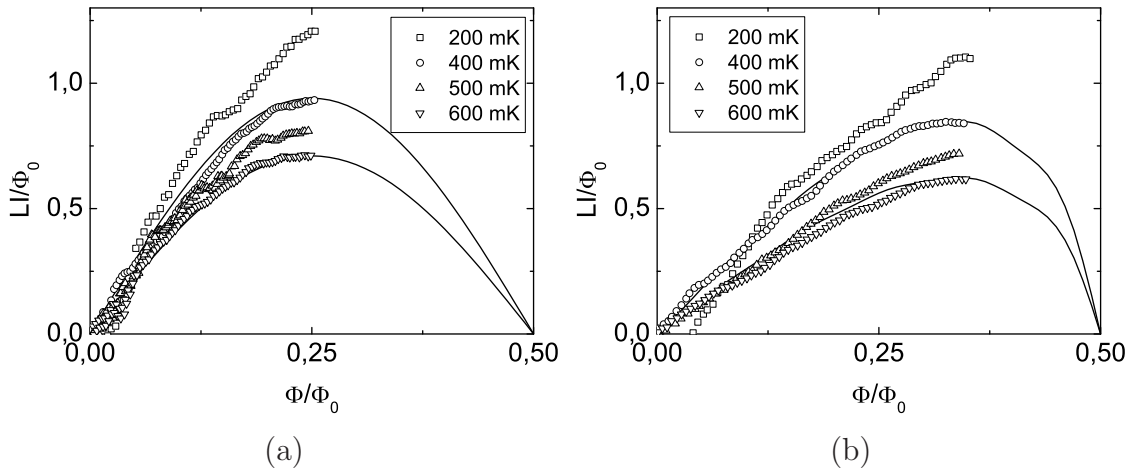
Betrachtet man den Verlauf von  $\Delta\Phi_{AB}$  mit der Temperatur in Abb. 5.8 (b), so fällt auf, daß  $\Delta\Phi_{AB}$  ab 700 mK ansteigt, um dann bei 750 mK wieder scharf abzufallen. Für dieses Verhalten sind zwei Gründe möglich. Entweder verhält sich der kritische Strom  $I_c(T)$  wie  $\Delta\Phi_{AB}(T)$ , oder der Anteil höherer Harmonischer nimmt rapide mit steigender Temperatur zu. Dies würde bei nicht allzu schnell fallender Amplitude der Strom-Phasen-Relation zu dem beobachteten Verhalten von  $\Delta\Phi_{AB}(T)$  führen. Daß der kritische Strom mit der Temperatur ansteigt, läßt sich getrost ausschließen. Aber auch die Verstärkung der höheren Harmonischen mit steigender Temperatur scheint auf den ersten Blick sehr abwegig zu sein. Ein möglicher Grund für dieses sonderbare Verhalten könnte jedoch im temperaturbedingten Anstieg der magnetische Eindringtiefe  $\lambda$  nahe  $T_c$  liegen. Würde  $\lambda$  zu groß werden, wäre die Bedingung der Flußquantisierung nicht mehr erfüllt, welche die Grundlage für die Phasenkontrolle über das extern angelegte Magnetfeld bildet (s. Kapitel 3.2 ab Seite 27).

Zunächst einmal läßt sich schon aus der Hystereseeöffnung der Rohdaten schließen, daß der kritische Strom des Al/Ag-Kontaktes ca. 2 mal größer ist als bei der kürzesten Al/Au-Probe. Und das, obwohl der Normalleiter um die Hälfte schmaler ist und deshalb auch einen größeren Normalwiderstand besitzt. Dies ist ein Indiz dafür, daß die Kontaktflächen der Al/Ag-Probe wesentlich transparenter sind, was auch das Ziel war. Durch transparente Kontakte wird aber nicht nur der Proximity-Effekt begünstigt, sondern auch der sogenannte inverse Proximity-Effekt. Darunter versteht man die Abschwächung der Paarkorrelation im Supraleiter in der Nähe der Kontaktfläche zum Normalmetall. Dieser Effekt führt zur Abschwächung der Supraleitung und damit zu einer Reduktion der kritischen Temperatur einer SN-Schicht (s. Abschnitt 2.2 ab Seite 9). Da die SNS-Ringe mit Hilfe von Schattenmasken definiert werden, besteht die Hälfte des Rings aus einer SN Zweifachschicht. In diesen Bereichen des Rings ist die Supraleitung offensichtlich stark durch das Ag beeinflusst, denn anders als die Al/Au-Proben trägt das Al/Ag-System oberhalb von 800 mK keinen Suprastrom mehr. Dies wurde auch mit Magnetisierungsmessungen an Al/Ag-Zweifachschichten verifiziert, welche im gleichen Prozeßschritt wie die Ring Proben hergestellt wurden.

Durch die Paarbrechung an der SN-Grenzfläche in der Zweifachschicht wird nun auch die magnetische Eindringtiefe erhöht. Deshalb ist, besonders im oberen Temperatur-

bereich, die reine Flußquantisierung beim untersuchten SNS-Ring nicht mehr erfüllt, denn man findet keinen Integrationspfad mehr, entlang dessen die Suprastromdichte verschwindet. Dies bedeutet, daß die durch den geometrischen Fluß  $\Phi$  im Ring scheinbar angelegte Phase nicht mehr der wahren Phasendifferenz über dem SNS Kontakt entspricht und die Strom-Phasen-Relation scheint verzerrt was zu einem größer werdendem  $\Delta\Phi_{AB}$  führt. Dieses Verhalten, daß nämlich die Strom-Phasen-Relation aufgrund der ansteigenden Eindringtiefe verzerrt erscheint, bestätigt sich auch bei den Messungen der Al/Cu Kontakte nahe  $T_c$  im nächsten Abschnitt.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß mit den vorliegenden Meßdaten nicht entschieden werden kann, ob die Strom-Phasen-Relation bei tiefen Temperaturen höhere Harmonische aufweist oder nicht. Bei tiefen Temperaturen ist der Fehler der berechneten Füllfaktoren zu groß und ihrer Fehlerbalken überlappen. Bei den höheren Temperaturen sind die berechneten Füllfaktoren sicher falsch, da wie erläutert, die Flußquantisierung nicht mehr erfüllt ist. In der Abb. 5.9 sind Strom-Phasen-Relationen dargestellt, die mit  $\alpha_{sin}$  bzw.  $\alpha_{anharm}$  extrahiert wurden. Man kann erkennen, daß die gemessene Strom-Phasen-Relation genau die Form annimmt, die man zur Berechnung des jeweiligen Füllfaktors angesetzt hat.



**Abbildung 5.9:** Die Strom-Phasen-Relation extrahiert mit den Füllfaktoren  $\alpha_{sin}$  (Teilbild (a)) und  $\alpha_{anharm}$  (Teilbild (b)). Die Kurve bei 200 mK ist mit einem Strom von  $2\mu\text{A}$  gemessen und deshalb relativ stark von UCFs beeinflusst.

### 5.1.3 Al/Cu Kontakte

Nachdem auch die Ag/Al Kontakte bei der Herstellung Probleme zu machen schienen, sollte als Normalleiter Cu verwendet werden. Cu ist ebenfalls in der UHV Anlage vorhanden und wird aus einem von A. Bauer [74] aufgebauten Effusionszellen-*Cluster* verdampft, der insgesamt 4 Quellen enthält. Zudem sollte die Schichtdicke von Al im Vergleich zum Normalleiter drastisch erhöht werden, um den Einfluß des inversen Proximity-Effekts zu minimieren. Dies hat zur Folge, daß reine Polymermasken nicht mehr einzusetzen sind, denn die 300–400 nm dicke PMMA Maskenschicht würde, bei den üblichen Verkippwinkeln von ca. 20–30°, zu starke Verzerrungen erzeugen und sich möglicherweise auch während des Abscheidens verschließen. Statt dessen wurden nun Ge-Masken mit einer Opferschicht aus dem Polymer PMGI verwendet (Details s. Abschnitt 4.2.2 ab Seite 62). Da Proben zur Messung des elektrischen Transportes schneller und einfacher herzustellen sind, wurde das neue Materialsystem zuerst mit Hilfe von Transportmessungen charakterisiert. Ferner kann bei diesen Messungen der kritische Strom des SNS-Kontaktes direkt und unverfälscht von Füllfaktor und Induktivität gemessen werden.

#### Messung des elektrischen Transports

Die Daten der Al/Cu Transport-Proben SNS27d

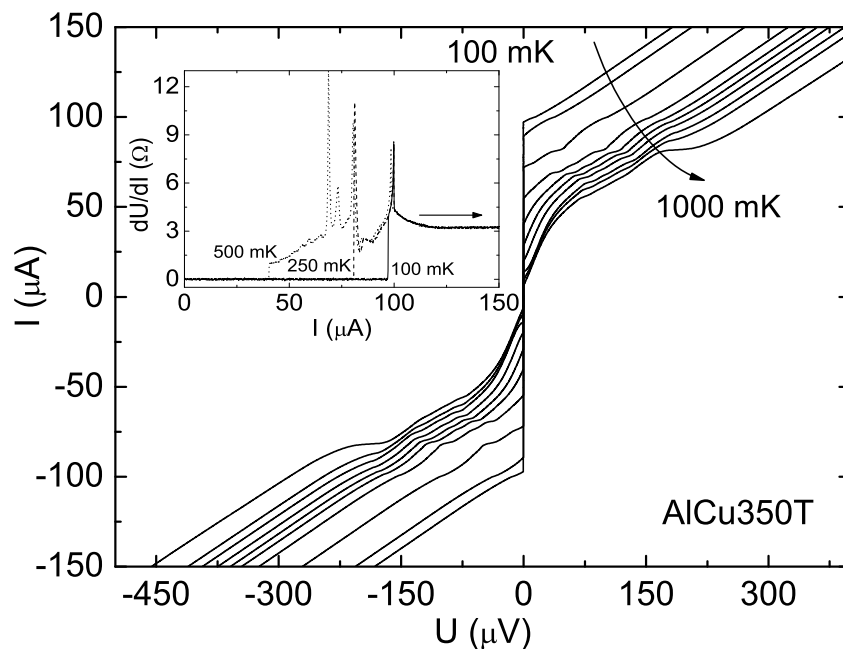
Probe	$s_{total}$ [nm]	$s$ [nm]	$b$ [nm]	$E_{th}$ [ $\mu\text{eV}$ ]	$\Delta_0/E_{th}$	$R_n$ [ $\Omega$ ]	$D$ [ $\text{m}^2\text{s}^{-1}$ ]	$T_c$ [K]
AlCu350T	850	350	350	16	12,4	1,0	0,009	1,32
AlCu450T	950	450	350	12	16,7	1,16	0,009	1,32
AlCu650T	1150	650	350	8	28,6	1,44	0,009	1,4

**Tabelle 5.2:**  $s_{total}$  bezeichnet die gesamte Länge des Normalleiters, wohingegen  $s$  der Abstand zwischen den beiden supraleitenden Elektroden ist.  $b$  ist die Breite des Normalleiters. Die Schichtdicke des Cu beträgt für alle Proben 50 nm und die des Al 400 nm. Die Energielücke  $\Delta_0$  wurde mit Hilfe von Gleichung 2.4 und den Meßwerten von  $T_c$  bestimmt. Die Thouless-Energie bzw. Diffusionskonstante ergibt sich aus einer Anpassung der Beziehung 2.19 an die Meßdaten (s. Text).

Die Daten der strukturierten und gemessenen Proben sind in der Tabelle 5.2 zusammengefaßt. Die Streuung der geometrischen Abmessungen ist hier wesentlich geringer als bei den Al/Au-Proben, welche mit reinen Polymermasken hergestellt

wurden. Die Dicke der Ge-Maskenschicht betrug nur 50 nm. Die Probe AlCu350T nach dem *Lift-off* ist in der Abb. 5.12 (a) zu sehen. Der eigentliche Kontakt ist sauber definiert und aufgrund der hohen Schichtdicke des Al und der Verkipfung ist die obere Flanke der Al-Schicht zu erkennen.

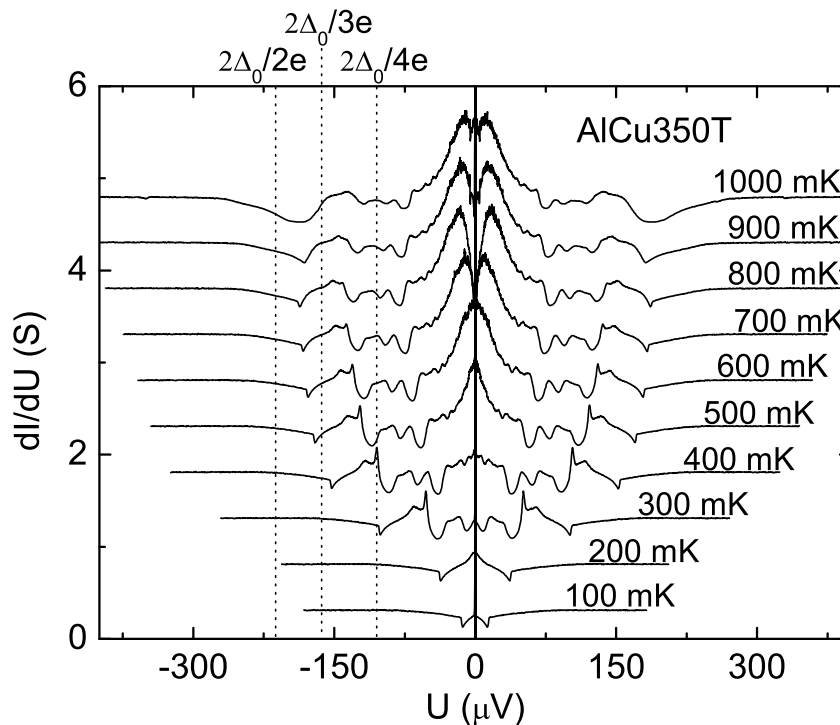
Die Messung des differentiellen Widerstandes wurde im Mischungs-Kryostaten im Temperaturbereich von 30 – 1300 mK durchgeführt. Dabei wurde der Gleichstrom kontinuierlich durchgeföhren und mit Hilfe von Standard Lock-in Technik der differentielle Widerstand gemessen (s. Bildeinsatz in 5.10). Durch numerische Integration wurden die  $I(U)$ -Kennlinien erzeugt, die für die Temperaturen 100 – 1000 mK in 100 mK Schritten für die kürzeste Probe AlCu350T in der Abb. 5.10 dargestellt sind. SNS-Kontakte sind intrinsisch durch den Widerstand des Normalmetalls  $R_n$  *geschuntet* [10], deshalb sind die Kennlinien nicht hysteretisch, wie das z. B. bei Tunnel-Josephson-Kontakten der Fall sein kann. Für die Messungen bei tieferen Temperaturen wurde allerdings eine Hysterese beobachtet. Wenn der Strom vom normalleitenden Zustand kommend erniedrigt wird geht das System aufgrund von Heizeffekten nicht abrupt in den supraleitenden Zustand über. Es finden dann mehrere Teilübergänge statt. Erst bei höheren Temperaturen und damit kleinerem  $I_c$  sind sie nichthysteretisch.



**Abbildung 5.10:** Die  $I(U)$ -Kennlinien für SNS-Kontakte sind nicht hysteretisch, da die Kontakte überdämpft sind. Für die höheren Temperaturen treten Strukturen im normalleitenden Teil der Kennlinien auf. **Bildeinsatz:** Die Rohdaten für die Temperaturen  $T=100, 250$  und  $500$  mK. Der Pfeil gibt die Änderungsrichtung des Stromes an.



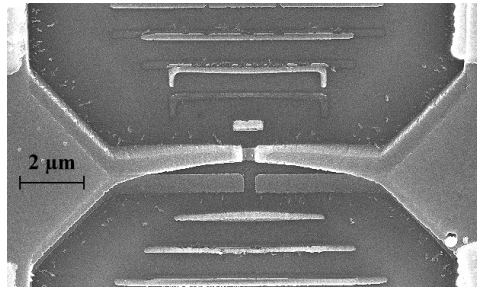
In der Abb. 5.11 ist der differentielle Leitwert  $dI/dU$  als Funktion der *Bias*-Spannung dargestellt. Es sind deutlich *subgap*-Strukturen in den Kurven zu erkennen. Hochtransparente SNS-Kontakte sollten subharmonische *subgap*-Strukturen aufweisen, die mit der Energielücke im Supraleiter in Verbindung stehen: Sie treten bei den Werten der angelegten Spannung auf, bei denen ein Elektron ( $j+1$ ) Andreev Reflexionen durchlaufen hat, um einen erlaubten Zustand in der gegenüberliegenden Elektrode zu erreichen. Die angelegte Spannung hat dann gerade den Wert  $2\Delta_0/(je)$  ( $j = 1, 2, 3, 4, \dots$ ). In den Graphen wurden die Spannungswerte für die Positionen  $j = 2, 3$  und 4 eingezeichnet. Dabei wurde die supraleitende Energielücke mit Hilfe der Gleichung 2.4 auf Seite 6 berechnet. Es fällt sofort auf, daß die gefundenen Strukturen nicht mit den Werten  $2\Delta_0/(je)$  übereinstimmen. Ferner sind mit sinkender Temperatur die Strukturen in der differentiellen Leitfähigkeit zu kleineren Werten der Spannung verschoben statt umgekehrt, denn die Energielücke wird ja mit steigender Temperatur kleiner. Die gefundenen *subgap*-Strukturen können deshalb nicht mit einem MAR Prozeß erklärt werden. Wo diese Strukturen ihren Ursprung haben, konnte leider im Rahmen dieser Arbeit nicht geklärt werden.



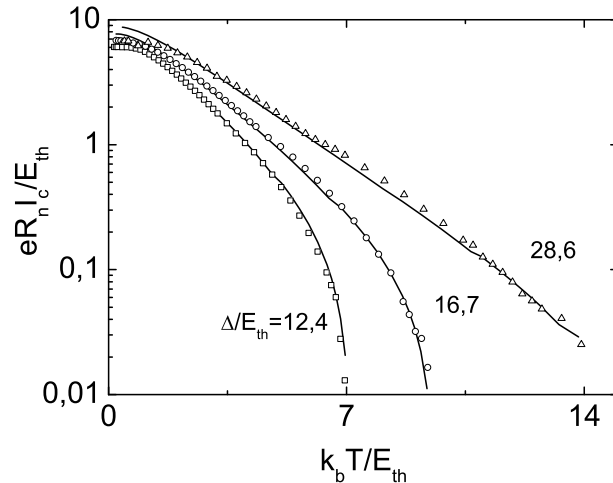
**Abbildung 5.11:** Betrachtet man die differentielle Leitfähigkeit in Abhängigkeit der *Bias*-Spannung sieht man, daß die gefundenen *subgap*-Strukturen nicht mit der supraleitenden Energielücke in Verbindung stehen. Ferner ist die Temperaturabhängigkeit der Positionen der gefunden Strukturen entgegengesetzt zu der der Energielücke.



Der kritische Strom über der Temperatur ist zusammen mit den theoretischen Werten der Beziehung 2.19 in der Abb. 5.12 (b) wiedergegeben. Die Achsen sind in Einheiten der Thouless-Energie skaliert. Da der Normalwiderstand direkt nicht meßbar ist, weil die supraleitenden Reservoire in Reihe liegen, wurde er mit Hilfe der Einstein-Relation und den geometrischen Daten des Kontaktes berechnet. Genauer gesagt wird  $R_n$  und  $E_{th}$  in der Gleichung 2.19 substituiert mit:  $R_n = \rho_{Cu} s_{total} / (bd_{Cu}) = s_{total} / (bd_{Cu} e^2 N(0) D)$  bzw. für die Thouless-Energie  $E_{th} = \hbar D / s^2$ . Dabei ist  $\rho_{Cu}$  der spezifische Widerstand, welcher mit Hilfe der Einstein-Relation durch die Diffusionskonstante und die Zustandsdichte an der Fermi-Kante  $N(0) = 3n / (2E_F)$  ausgedrückt wird. Hierbei ist  $n$  die Ladungsträgerdichte und  $E_F$  die Fermi-Energie. Diese Näherung im Bild des freien Elektronengases ist für Ag und Au gut gerechtfertigt. Bei Cu liefert sie Abweichungen von ca. 25% bei der Bestimmung von  $N(0)$  und deshalb wurde auf Meßwerte zurückgegriffen, die aus der Messung der elektronischen spezifischen Wärme resultieren [79]. Nach diesen Substitutionen ist die Diffusionskonstante  $D$  der einzig frei wählbare Parameter in der Gleichung 2.19. Die Energielücke bei  $T = 0K$  des Al wird mit Hilfe der kritischen Temperatur des Al und der Beziehung 2.4 bestimmt. Die kritischen Temperaturen dieser 3 Proben liegen zwischen 1,32 – 1,4K.



(a)



(b)

**Abbildung 5.12:** (a) Das REM-Bild zeigt, daß die mit Ge-Masken hergestellten Kontakte wesentlich besser definiert sind als die mit den reinen Polymermasken strukturierten. (b) Die Temperaturabhängigkeit des  $eR_n I_c$  Produkts zusammen mit den theoretischen Anpassungen. Der einzige Anpassungsparameter ist die Diffusionskonstante  $D$  des Cu.

Damit die Anpassung an die Meßdaten gute Ergebnisse liefert, wurde die mittlere Länge  $s_{mit} = (s_{total} + s) / 2$  des Normalleiters angesetzt. Bei den Al/Au-Proben wurde der Abstand  $s$  zwischen den Al-Reservoiren verwendet. Die ermittelten Werte

für die Thouless-Energie und  $R_n$  sind in der Tabelle 5.2 zusammen mit den benutzten Anpassungsparameter  $D$  wiedergegeben, dem etwa ein Fehler von 10 Prozent anhaftet. Der Fehler setzt sich dabei im wesentlichen aus der Unsicherheit in den geometrischen Abmessungen und dem Spielraum von  $D$  zusammen, innerhalb dessen eine gute Anpassung möglich ist. Die mittlere freie Weglänge, die sich mit der Diffusionskonstante im Cu ergibt, ist  $l = 17$  nm. Dieser Wert ist deutlich niedriger als die Schichtdicke. Über die Längenabhängigkeit des kritischen Stroms bei konstanter Temperatur (s. Kapitel 5.1.1) erhält man für die Diffusionskonstante  $D = 0,012 \text{ ms}^{-2}$  und damit eine freie Weglänge von ca.  $l = 23$  nm. Wegen der geringeren Diskrepanz dieser beiden Werte (verglichen mit den Werten der AlAu Serie), läßt sich schließen, daß zwar der Cu-Film nicht die optimale Qualität erreicht, aber die Grenzflächen scheinen besser zu sein, als dies beim Al/Au-System der Fall war. Für die Temperaturen  $T < T_{th}$  weicht der theoretische Fit von den Meßdaten ab. In diesem Bereich ist die analytische Lösung 2.19 nicht mehr gültig. Statt dessen müßte für die Lösung der Usadel-Gleichungen auf numerische Verfahren zurückgegriffen werden [10].

## Die Ring-Proben

Zur Vermessung der Al/Cu-Ringe kamen Hall-Sensoren zum Einsatz, die auf dem GaAs/AlGaAs-Material C021106 basieren. Die Sensoren sind bereits nach dem neuen Design in Abb. 4.2 (b) gefertigt, welches kontaktierte Ringe erlaubt. Bei diesem ersten Versuch kontaktierte, supraleitende Schleifen herzustellen, sind die Kontakt-Pads separat durch Abscheiden von Au definiert worden. Anschließend wurden die SNS-Strukturen aufgebracht, so daß die Zuleitungen mit den Au Kontakt-Pads überlappen. Aufgrund der scharfen *Lift-off* Ränder der Pads rissen die Zuleitungen jedoch ab (s. Abb. 5.13). Die SNS-Ringe konnten also nur nach der Methode mit dem externen Magnetfeld zur Phasenkontrolle vermessen werden.

Zur Strukturierung wurden, wie bei den Proben zur Transportmessung, Ge-Masken mit einer Opferschicht aus PMGI verwendet. Die Daten der untersuchten Ringe sind in der Tabelle 5.3 wiedergegeben. Für Al und Cu wurden die gleichen Schichtdicken aufgebracht wie bei den Transportproben.

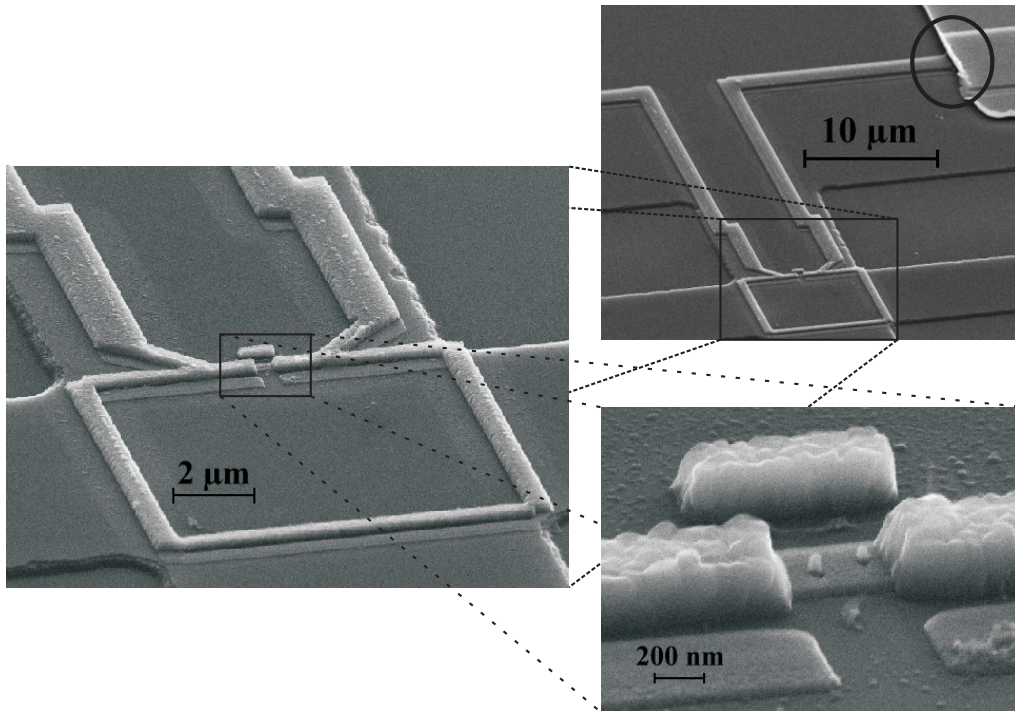
Die Messungen wurden im Temperaturbereich von 50 – 1100 mK durchgeführt. Dabei wurden in aufsteigenden Temperaturbereichen Ströme von 1, 2, 5 und  $10 \mu\text{A}$  zum Betrieb des Hall-Sensors verwendet. Die Messungen mit der geringsten Stromstärke sind jedoch so stark von UCFs überlagert, daß der Meßfehler insbesondere beim Ablesen der Amplitude der Modulation relativ groß ist.

## Die Daten der Al/Cu Serie P102A

Proben	$s_{total}$ [nm]	$s$ [nm]	$b$ [nm]	$d_{Cu}$ [nm]	$d_{Al}$ [nm]	$E_{th}$ [ $\mu\text{eV}$ ]	$\Delta_0/E_{th}$	$R_n$ [ $\Omega$ ]	$D$ [ $\text{m}^2\text{s}^{-1}$ ]
AlCu470	880	470	400	50	400	12,5	17,0	1,0	0,009
AlCu570	990	570	400	50	400	9,5	22,3	1,2	0,009

**Tabelle 5.3:**  $s_{total}$  bezeichnet die gesamte Länge des Normalleiters, wohingegen  $s$  der Abstand zwischen den beiden supraleitenden Elektroden ist.  $b$  ist die Breite des Normalleiters und  $d$  ist die Schichtdicke des jeweiligen Materials. Für die kritische Temperatur des Al wurde in Anlehnung an die Proben zur Messung des elektrischen Transports ein Wert von 1,32 K verwendet, um die Energielücke zu berechnen.  $D$  und  $E_{th}$  wurden durch eine Anpassung der Meßdaten an die Beziehung 2.19 ermittelt.

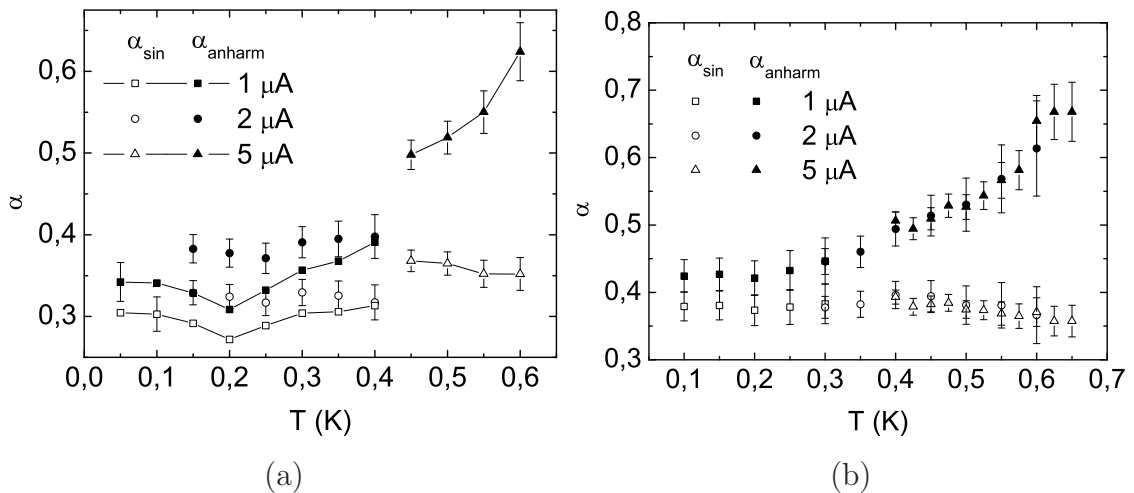
Die Abb. 5.14 zeigt die berechneten Füllfaktoren für die Probe AlCu470. Dabei wurde der Kryostat zwischen den Messungen in den Teilbildern (a) und (b) bis auf 300 K aufgewärmt. Die offenen Symbole gehören zu der Annahme einer sinusförmigen Strom-Phasen-Relation  $\alpha_{sin}$  und die vollen Symbole zu einer Strom-Phasen-Relation mit höheren Harmonischen  $\alpha_{anharm}$  (s. dazu auch die Al/Au-Messungen im Abschnitt 5.1.1). Die mit unterschiedlichen Strömen gemessenen Temperaturintervalle überlappen stark und um den Verlauf des Füllfaktors mit der Temperatur besser kenntlich zu machen, sind zum Teil die Meßpunkte mit Linien verbunden. Zum gleichen Sondenstrom gehören jeweils die Punkte gleicher Form. Im Teilbild (a) scheint der Füllfaktor unter der Annahme einer sinusförmigen Strom-Phasen-Relation gemessen mit  $1\ \mu\text{A}$  erst leicht abzusinken, um dann ab 200 mK anzusteigen. Zwischen 400 und 450 mK wurde der Strom auf  $5\ \mu\text{A}$  erhöht und es erfolgt ein Sprung im Betrag des Füllfaktors. Von 450 mK an bleibt  $\alpha_{sin}$  auf einem konstanten Niveau. Knapp unterhalb dieses Niveaus befindet sich  $\alpha_{anharm}$  bei tiefen Temperaturen und gemessen mit  $1\ \mu\text{A}$ . Auch  $\alpha_{anharm}$  fällt erst leicht ab und steigt dann ab 200 mK stark an. Es erfolgt ebenfalls zwischen 400 und 450 mK ein abrupter Sprung im Betrag von  $\alpha_{anharm}$  bei der Erhöhung auf  $5\ \mu\text{A}$ . Das Verhalten von den  $\alpha_{sin}$  Messungen bei  $1\ \mu\text{A}$  entspricht in etwa dem erwarteten, wenn die Strom-Phasen-Relation bei tiefen Temperaturen höhere Harmonische enthält, die dann mit steigender Temperatur verschwinden (s. Bild 3.10 auf Seite 40). Allerdings nehmen die Meßpunkte, die im gleichen Temperaturbereich mit  $2\ \mu\text{A}$  gemessen wurden einen anderen Verlauf. Auch der Sprung beider Füllfaktoren zwischen 400 und 450 mK bei der Erhöhung auf  $5\ \mu\text{A}$  ist nicht nachvollziehbar. Es scheint, daß sich der Füllfaktor mit dem Strom durch die Hall-Sonde ändert.



**Abbildung 5.13:** Die REM-Aufnahme der Probe AlCu470 zeigt einen Abriß der Zuleitungen an dem *Lift-off* Rand des Au Kontakt-*Pads* (Markiert durch den Kreis.).

Um diesen Sachverhalt genauer zu beleuchten, wurde die Probe nochmals abgekühlt und vermessen, wobei außerdem die Messungen mit unterschiedlichem Sensorstrom  $I$  in stark überlappenden Temperaturintervallen durchgeführt wurden (Teilbild (b) der Abb. 5.14). Es wird nun ein insgesamt deutlich höherer Füllfaktor gemessen, der im Mittel um 0,07 höher ist als im Graphen (b). Die Diskrepanz zwischen den mit unterschiedlichen Strömen gemessenen Werten ist nun innerhalb der Fehlergrenzen und damit vernachlässigbar. Von den Messungen in Teilbild (b) ließe sich nun schließen, daß die Strom-Phasen-Relation sinusförmig ist, denn der Füllfaktor  $\alpha_{sin}$  bleibt im ganzen Bereich von 100 – 650 mK auf einem Niveau von ca. 0,378 nahezu konstant. Wie läßt sich aber nun die Diskrepanz zwischen den beiden Messungen in Abb. 5.14 (a) und (b) erklären?

Daß sich die SNS-Kontakte zwischen den beiden Messungen veränderten, läßt sich ausschließen, denn der Verlauf des kritischen Stromes in Abhängigkeit der Temperatur, der unter Zuhilfenahme des jeweiligen Füllfaktors  $\alpha_{sin}$  und einer berechneten Ringinduktivität von  $L = 26$  pH aus den Daten extrahiert wurde, unterscheidet sich im Rahmen der Fehler nicht. Es scheint also, daß der gemessene Füllfaktor empfindlich von den genauen Umständen des Meßablaufes abhängt. Eine Möglichkeit wäre, daß die genaue Defektverteilung in der sensitiven Fläche des Hall-Sensors und damit



**Abbildung 5.14:** (a) Die ermittelten Füllfaktoren  $\alpha_{sin}$  (offene Symbole) und  $\alpha_{anharm}$  (geschlossene Symbole) in Abhängigkeit der Temperatur für die Probe AlCu470. Die Meßwerte bei unterschiedlichen Sonden-Strömen unterscheiden sich teils stark. (b) Bei einem zweiten Abkühlvorgang ändert sich sowohl der qualitative Verlauf als auch der Wert der beiden Füllfaktoren.

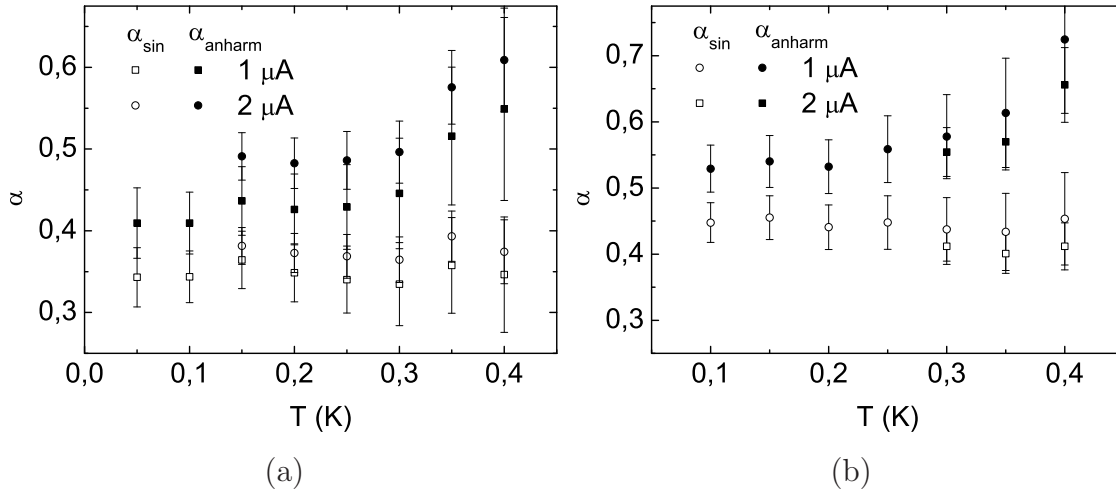
der genaue Verlauf der aktive Fläche beeinflusst werden. Ähnlich wie sich UCF sich von Abkühlvorgang zu Abkühlvorgang unterscheiden und sich mit der Elektronen-temperatur bzw. dem Sondenstrom beeinflussen lassen, könnte die aktive Fläche im Detail und damit der Füllfaktor beeinflusst werden. Ist der SNS-Ring sehr genau in die aktive Fläche des Sensors eingepaßt, wirken sich nämlich minimale Änderungen im Verhältnis  $W/R$  auf den Füllfaktor aus, wie der Abb. 3.6 auf Seite 35 entnommen werden kann. Diese Variabilität des Füllfaktors bei verschiedenen Abkühlvorgängen wird bei den Messungen mit den kontaktierten Al/Ag-Schleifen im nächsten Kapitel nochmals aufgegriffen.

In der Abb. 5.15 ist der Verlauf der Füllfaktoren für die Probe AlCu570 in Abhängigkeit der Temperatur dargestellt. Die Symbole haben wieder die gleiche Bedeutung wie oben. Im Teilbild (a) bleibt  $\alpha_{sin}$  im Rahmen des Meßfehlers konstant auf einem Wert von ca. 0,361. Im Gegensatz dazu steigt der Füllfaktor  $\alpha_{anharm}$  erst langsam und dann immer schneller an.

Bei der zweiten Messung im Teilbild (b) spiegelt sich das gleiche Verhalten wider wie bei der Probe AlCu470. Auch hier steigt der Füllfaktor im Mittel an und zwar um etwa 0,1. Das qualitative Verhalten bleibt aber gleich. Der Überlapp zwischen den Messungen mit unterschiedlichen Strömen liegen bei der Probe AlCu570 bei beiden Abkühlvorgängen im Rahmen des Meßfehlers.

Um die Diffusionskonstante und damit die Thouless-Energie der Kontakte zu ermit-

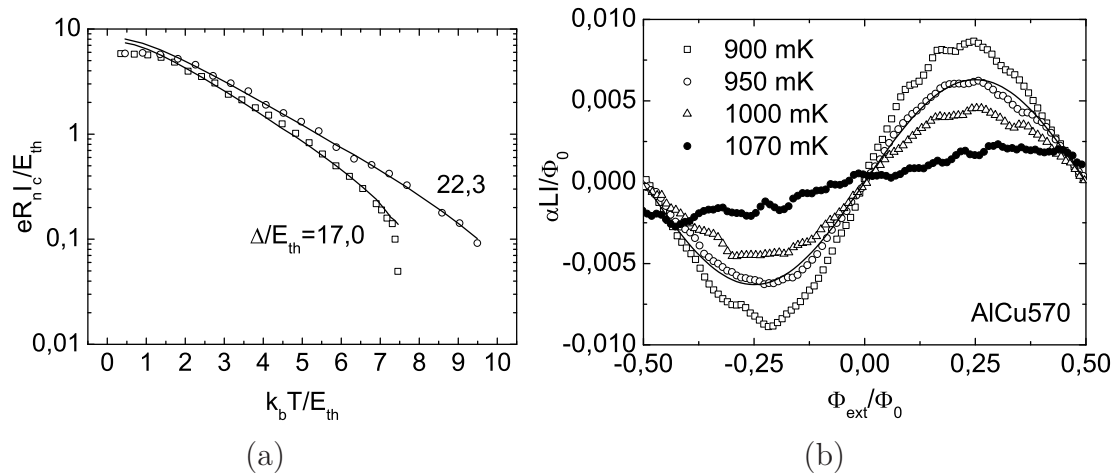




**Abbildung 5.15:** (a) Der Verlauf der Füllfaktoren  $\alpha_{sin}$  (offene Symbole) und  $\alpha_{anharm}$  (geschlossene Symbole) der Probe AlCu570 mit der Temperatur. Es scheint eine sinusförmige Strom-Phasen-Relation im gesamten Bereich der Temperatur vorzuliegen. (b) Beim zweiten Abkühlvorgang blieb der qualitative Verlauf der Füllfaktoren gleich, allerdings steigt der Betrag der Füllfaktoren um ca. 0,1 an.

teln wird an den gemessenen Zusammenhang  $I_c(T)$  die theoretische Beziehung 2.19 angepaßt. Dazu wird  $I_c(T)$  aus den Meßdaten  $\alpha LI_c(T)$  mit Hilfe von  $L = 26$  pH und  $\alpha_{sin}$  berechnet. In der Abb. 5.16 (a) sind die Daten (offene Symbole) zusammen mit den theoretischen Werten (durchgezogene Linie) dargestellt. Die Auftragung ist halblogarithmisch und beide Achsen sind normiert auf die Thouless-Energie. Abweichungen gibt es nur für die Temperaturwerte  $T < T_{th}$ , wie es schon bei den Proben zur Messung des elektrischen Transports der Fall war. Der Grund ist, wie bereits oben erwähnt, die Ungültigkeit der Gleichung 2.19 für  $T < T_{th}$ . Der Anpassungsparameter ist die Diffusionskonstante  $D$  und deckt sich mit Werten von  $0,009 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  gut mit denen aus den Messungen des elektronischen Transports. Bei der Anpassung wurde wieder die mittlere Länge  $s_{mit}$  der Kontakte verwendet.

Aus dem Verhalten der Füllfaktoren läßt sich am wahrscheinlichsten auf eine sinusförmige Strom-Phasen-Relation schließen. In einem schmalen Temperaturbereich kurz vor dem Verschwinden des kritischen Stromes des SNS-Kontaktes ist man jedoch nicht auf die Kenntnis des Füllfaktors angewiesen um die korrekte Form der Strom-Phasen-Relation zu erhalten. Ist nämlich der Abschirmfaktor  $\beta \ll 1$ , kann man in der Gleichung 3.16a auf Seite 30 den totalen Fluß  $\Phi$  im Argument des Sinus-Terms durch den externen Fluß  $\Phi_{ext}$  ersetzen (s. dazu auch [59]):  $\Phi = \Phi_{ext} - \frac{\beta}{2\pi} \Phi_0 I (\Delta\varphi) \approx \Phi_{ext}$ . Unter dieser Voraussetzung erhält man also die Strom-Phasen-Relation multipliziert mit  $\alpha$  und  $L$  direkt durch Subtraktion des linearen



**Abbildung 5.16:** (a) Das Verhalten des kritischen Stromes mit der Temperatur zeigt eine gute Übereinstimmung mit der Theorie. (b) Ist der Abschirmparameter  $\beta \ll 1$  (d. h. bei hohen Temperaturen), kann die korrekte Form der Strom-Phasen-Relation ohne Kenntnis von  $\alpha$  aus den Meßdaten ermittelt werden (s. Text). Nahe der kritischen Temperatur  $T_c$  scheint die Strom-Phasen-Relation höhere Harmonische zu gewinnen (volle Symbole). Die durchgezogene Linie ist eine theoretische, sinusförmige Strom-Phasen-Relation zum Vergleich.

Hintergrundes von dem gemessenen Zusammenhang  $\Phi(\Phi_{ext})$ .

In der Abb. 5.16 (b) ist die Strom-Phasen-Relation multipliziert mit  $\alpha$  und  $L$  der Probe AlCu570 für die Temperaturen 900–1070 mK dargestellt. Für die Temperaturen 900, 950 und 1000 mK hat die Strom-Phasen-Relation klar einen sinusförmigen Charakter, wie erwartet. Bei 1070 mK jedoch scheint die Strom-Phasen-Relation einen großen Anteil höherer Harmonischer zu haben. Bei dieser Temperatur ist die magnetische Eindringtiefe stark vergrößert. Die Bedingung für reine Flußquantisierung ist also nicht mehr erfüllt. Wie schon bei der Messung der Al/Ag-Probe weiter oben, erscheint die Strom-Phasen-Relation verzerrt. Daß dieser Verzerrungseffekt bei den Al/Cu-Proben erst bei höheren Temperaturen auftritt, liegt an dem schwächeren inversen Proximity-Effekt, wobei die Abschwächung des inversen Proximity-Effekts durch ein größeres Schichtdickenverhältnis  $d_{Al}/d_{Cu}$  erreicht wurde.

### 5.1.4 Kapitelzusammenfassung

Im Verlauf dieser ersten Experimente hat sich gezeigt, daß bei der Methode mit einem externen Magnetfeld zur Phasenkontrolle meist nicht entschieden werden kann, wie die konkrete Form der Strom-Phasen-Relation aussieht. Dies liegt daran, daß es nicht möglich ist den richtigen Füllfaktor mit hinreichender Genauigkeit zu bestimm-

men.

Über das Temperaturverhalten von berechneten Füllfaktoren (s. Abschnitt 3.3.3 auf Seite 37) läßt sich nur beurteilen, ob die Strom-Phasen-Relation höhere Harmonische bei tiefen Temperaturen hat oder nicht. Dabei funktioniert diese Methode auch nur in einigen Spezialfällen: Zunächst einmal muß der Übergang von einer anharmonischen zur sinusförmigen Strom-Phasen-Relation in dem Temperaturintervall stattfinden, in dem die Meßkurven noch hysteretisch sind, um überhaupt einen Füllfaktor bestimmen zu können. Erschwerend kommt hinzu, daß der Füllfaktor, wie sich auch bei den Messungen im folgenden Kapitel zeigt, ab einer Temperatur von ca.  $0,3-0,5 T_c$  temperaturabhängig wird und zu sinken beginnt. Es zeigte sich auch, daß der Füllfaktor von den Details der Messung, wie zum Beispiel dem Strom abhängt und außerdem von Abkühlschritt zu Abkühlschritt variieren kann.

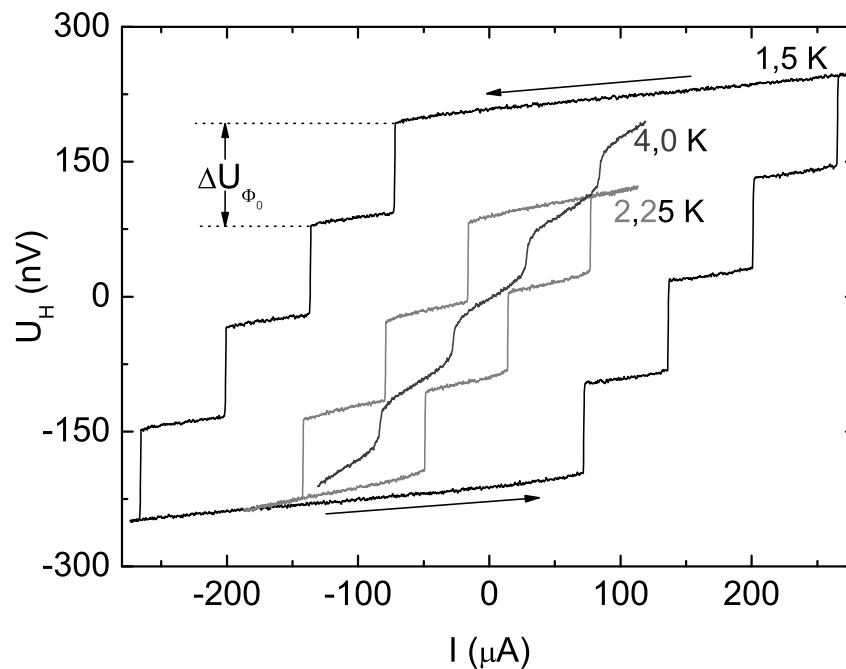
Aufgrund dieser Probleme sind diese Messungen nur als Vorexperimente zu verstehen, die einige Hinweise geben und auch helfen, die verschiedenen Materialsysteme zu charakterisieren. Lediglich bei dem Al/Au-System kann relativ sicher auf einen sinusförmigen Zusammenhang des Stromes mit der Phase geschlossen werden. Es wären sonst recht große und mit steigender Kontaktlänge immer größere Füllfaktoren notwendig um eine anharmonische Strom-Phasen-Relation aus den Meßdaten zu erhalten. Mit einem Füllfaktor  $\alpha_{sin}$ , der für alle fünf Kontaktlängen zwischen 0,3 und 0,35 liegt, erhält man bei allen Proben einen sinusförmigen Zusammenhang.

Letztendlich ist aber eine Meßmethode wünschenswert, bei der ohne Kenntnis des Füllfaktors direkt die Form der Strom-Phasen-Relation extrahiert werden kann.



## 5.2 Magnetisierungsmessungen mit kontaktierten Ringen

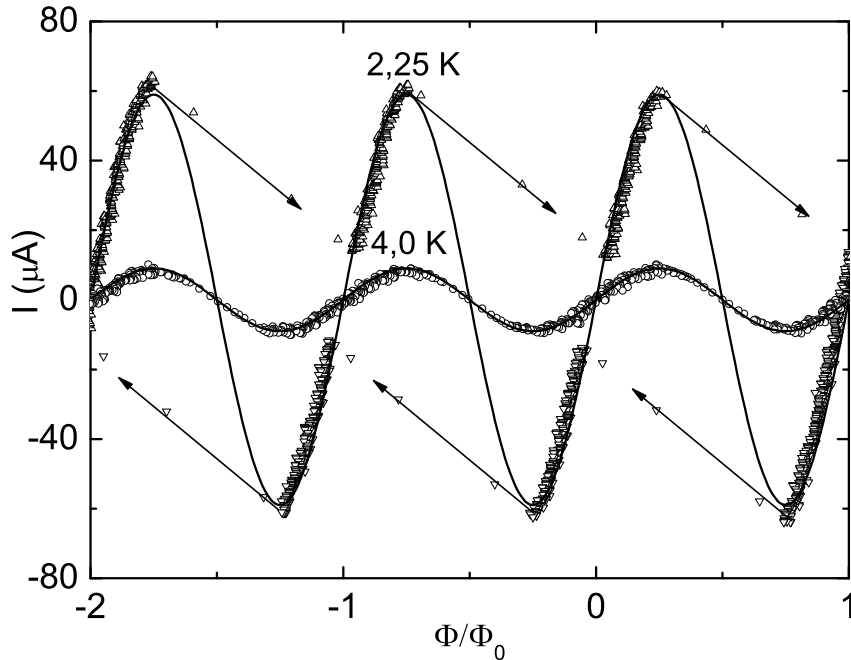
Das Hauptproblem bei den bisherigen Messungen war, daß die genaue Form der Strom-Phasen-Relation stark von der genauen Kenntnis des geometrischen Füllfaktors abhängt. Um den Füllfaktor zu bestimmen, ist aber die Kenntnis der Strom-Phasen-Relation notwendig. Das Problem läuft also im wesentlichen darauf hinaus, daß man eine Gleichung für zwei unbekannte Parameter lösen muß. Um diesem Problem beizukommen, war der nächste Schritt kontaktierte SNS-Ringe herzustellen. Bei dieser Meßmethode erhält man die genaue Form der Strom-Phasen-Relation, ohne auf einen zweiten unbekannt Parameter angewiesen zu sein. Die theoretischen Annahmen darüber wurden bereits im Abschnitt 3.4 ab Seite 42 erläutert. Hier soll nun kurz der technische Ablauf der Messung erklärt werden.



**Abbildung 5.17:** Die Hall-Spannung des Magnetometers in Abhängigkeit des Stroms durch einen kontaktierten Ring, bei verschiedenen Temperaturen. Die Steigung des linearen Hintergrunds variiert leicht mit der Temperatur, da sich die Ladungsträgerdichte des 2DEG etwas mit der Temperatur ändert. Aus der Periode der Sprünge auf der Spannungsachse kann ein Kalibrierungswert  $\Delta U_{\Phi_0}$  für die vertikale Achse abgelesen werden, welcher einem elementaren Flußquantum entspricht.

In der Abb. 5.17 sind Rohdaten der Probe NbAg540 der Probenserie P104E (Detail dazu s. folgender Abschnitt) bei drei verschiedenen Temperaturen dargestellt.

Die Graphen wurden erhalten, indem der Strom  $I$  durch den Ring kontinuierlich hinunter- und wieder heraufgefahren wurde. Die Richtung der Stromänderung ist im Graphen durch die Pfeile angedeutet. Mit dem Hall-Sensor wird der durch die SNS-Schleife generierte magnetische Fluß aufgezeichnet.



**Abbildung 5.18:** Die offenen Symbole sind gemessene Strom-Phasen-Relationen, die aus den Rohdaten der Abb. 5.17 gewonnen wurden (s. Text). Die durchgezogenen Linien sind theoretisch erzeugte sinusförmige Strom-Phasen-Relationen.

Der gemessene Gesamtfluß setzt sich dabei aus zwei Anteilen zusammen: Der lineare Hintergrund entspricht  $LI$  und die Modulation auf diesem Hintergrund wird vom Josephson-Strom durch den SNS-Kontakt hervorgerufen, welcher vom Fluß  $LI_L$  gesteuert wird (s. Gl. 3.24 auf Seite 43). Wie man im Graphen 5.17 erkennen kann, gibt es abhängig vom maximalen kritischen Strom des Kontaktes hysteretische und nichthysteretische Meßkurven. Der Umschaltunkt dieser beiden Regimes ist wieder charakterisiert durch den Abschirmparameter  $\beta$  und liegt bei einer sinusförmigen Strom-Phasen-Relation bei  $\beta = 1$ .

Um die Strom-Phasen-Relation aus den Rohdaten zu extrahieren, muß zuerst die Hall-Spannungsachse in Einheiten des magnetischen Flusses kalibriert werden. Da die Periode der Strom-Phasen-Relation ein elementares Flußquantum beträgt, kann die Hall-Spannung, welche genau einem Flußquantum entspricht, direkt abgelesen werden. Diese Spannungsdifferenz ist im Bild bezeichnet mit  $\Delta U_{\Phi_0}$ . Sie ändert sich mit der Temperatur, weil sich die Ladungsträgerdichte des 2DEG und auch der Füll-

faktor  $\alpha$  mit der Temperatur ändern. Deshalb muß  $\Delta U_{\Phi_0}$  für jede Temperatur neu bestimmt werden. Danach wird die Umkehrfunktion  $I(\Phi)$  gebildet und der lineare Hintergrund subtrahiert (s. Abb. 5.18). Da der lineare Hintergrund gegeben ist durch  $I = L^{-1}\Phi$ , erhält man als Meßwert die Induktivität des Rings. Eine detailliertere Darstellung, wie mit dieser neuen Meßmethode die wichtigsten Probenparameter, wie  $L$  und  $\alpha$  meßtechnisch ermittelt werden können, wird anhand konkreter Beispiele im folgenden Abschnitt erläutert.

In der Abb. 5.18 sind die, nach der beschriebenen Prozedur erhaltenen, Strom-Phasen-Relationen für die Temperaturen 2,25 K und 4 K dargestellt. Um die Qualität der Meßkurven weiter zu erhöhen, wurden im allgemeinen einige Perioden der Strom-Phasen-Relation übereinandergelegt und die Meßpunkte gemittelt, was außerdem zu einer Reduzierung der Meßpunktanzahl führte.

### 5.2.1 Nb/Ag Kontakte

Bei dieser Probenserie wurde anstatt des Al als Supraleiter Nb verwendet. Nb zeichnet sich durch eine wesentlich höhere Sprungtemperatur und eine größere Energielücke aus. Deshalb ist Nb stabiler in Hinblick auf den inversen Proximity-Effekt. Um Nb abzuscheiden, werden jedoch temperaturstabile Schattenmasken benötigt, weshalb ein Lacksystem bestehend aus PES und 70 nm Ge als anorganische Maskenschicht verwendet wurde (s. Abschnitt 4.2.2 ab Seite 62). Während des Abscheidens der Metalle wurde der Manipulator der UHV-Anlage mit flüssigem Stickstoff auf ca.  $-50^\circ\text{C}$  gekühlt. Die Temperatur stieg jedoch während des Abscheidens von Nb auf etwa  $+6^\circ\text{C}$  an, da die thermische Ankopplung des Manipulators an das Stickstoffreservoir relativ schlecht ist, um den Verkippungsmechanismus nicht zu behindern.

Die Daten der Nb/Ag Serien P104E und P104D

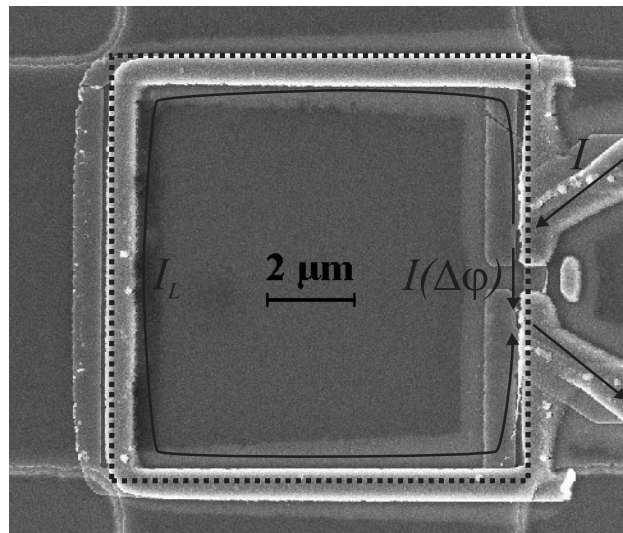
Probe	$s_{total}$ [nm]	$s$ [nm]	$b$ [nm]	$d_{Ag}$ [nm]	$E_{th}$ [ $\mu\text{eV}$ ]	$\frac{\Delta_0}{E_{th}}$	$R_n$ [ $\Omega$ ]	$D$ [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]	$T_c$ [K]
NbAg240	820	240	500	50	78,8	16,9	-	0,034	-
NbAg400	910	400	500	50	51,6	25,9	-	0,034	-
NbAg430	930	430	500	50	47,9	27,9	-	0,034	-
NbAg550	950	550	500	50	39,3	34,0	-	0,034	-
NbAg540	1070	540	560	50	27,4	48,7	0,42	0,027	8,1
NbAg700	1160	700	500	50	25,2	53,0	0,44	0,033	8,2
NbAg410b	760	410	500	30	28,2	48,2	1,29	0,015	8,4
NbAg460b	810	460	500	30	23,0	59,1	1,46	0,014	8,3
NbAg560b	900	560	500	30	-	-	-	-	-

**Tabelle 5.4:**  $s_{total}$  bezeichnet die gesamte Länge des Normalleiters, wohingegen  $s$  der Abstand zwischen den beiden supraleitenden Elektroden ist. Mit  $b$  wird die Breite des Normalmetalls bezeichnet. Die Schichtdicke des Nb ist für alle Proben gleich und beträgt  $d_{Nb} = 210\text{ nm}$ . Die Energielücke  $\Delta_0$  wurde mit den Meßwerten von  $T_c$  und Gleichung 2.4 ermittelt. Die Thouless-Energie ergibt sich durch eine Anpassung der Meßdaten an die Gleichung 2.19, bzw. durch die Längenabhängigkeit des kritischen Stromes (s. Text). Die mit dem Kleinbuchstaben b im Namen gekennzeichneten Proben entstammen der Serie P104D (s. Text).

Die geometrischen Daten der SNS-Ringe sind in der Tabelle 5.4 aufgelistet. Die Streuung der Abmessungen ist hier wieder etwas größer als bei den Al-Proben mit Ge-Maske, was auf Verformungen der Maske, aufgrund der hohen Temperaturbe-

lastung zurückzuführen ist. In der Abb. 5.19 ist eine REM-Aufnahme der Probe NbAg540 dargestellt. Durch die Pfeile ist angedeutet, wie sich der angelegte Strom  $I$  in die Teile  $I(\Delta\varphi)$  und  $I_L$  aufspaltet. Die gestrichelte Linie veranschaulicht die aktive Fläche. Die genaue Lage wird dabei von der Verarmungszone (Breite ca. 100–250 nm) des 2DEG und den Ätzkanten definiert und ist deshalb im Detail unbekannt. Ferner sind auch die genauen Details der Begrenzungslinien unklar, da sich der Hall-Sensor, aufgrund der mittleren freien Weglänge von ca.  $l = 9\ \mu\text{m}$  im quasiballistischen Regime befindet. Ferner kann die Geometrie der aktiven Fläche auch von Defekten gestört werden.

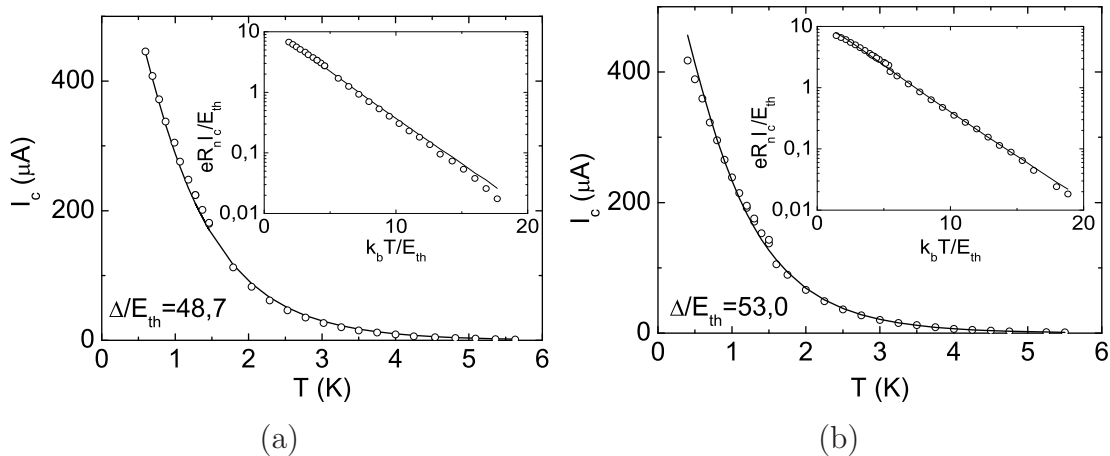
Bei dieser Serie von Proben wurden die Kontakt-*Pads* der Ring-Zuleitungen im gleichen ESL- und Aufdampfschritt hergestellt. Dadurch sollte vermieden werden, daß die Zuleitungen wie bei den Al/Cu Proben an den *Lift-off* Rändern separat aufgebracht Au-*Pads* abreißen (s. Abb. 5.13 auf Seite 88). Da die *Pads* nun aber aus einer Ag/Nb Zweifachschicht bestehen, ergaben sich beim Ultraschall-*Bonden* der Schleifenkontakte Probleme, die auf die geringe Haftung des Ag auf dem GaAs Substrat zurückzuführen sind. Deshalb war es nur möglich, die Proben NbAg540 und NbAg700 als kontaktierte Ringe zu vermessen. Die vier übrigen Proben der Serie P104E konnten nur mit einem externen Feld zur Phasenkontrolle gemessen werden. Die Messungen zu diesen Proben werden am Ende dieses Abschnittes kurz diskutiert.



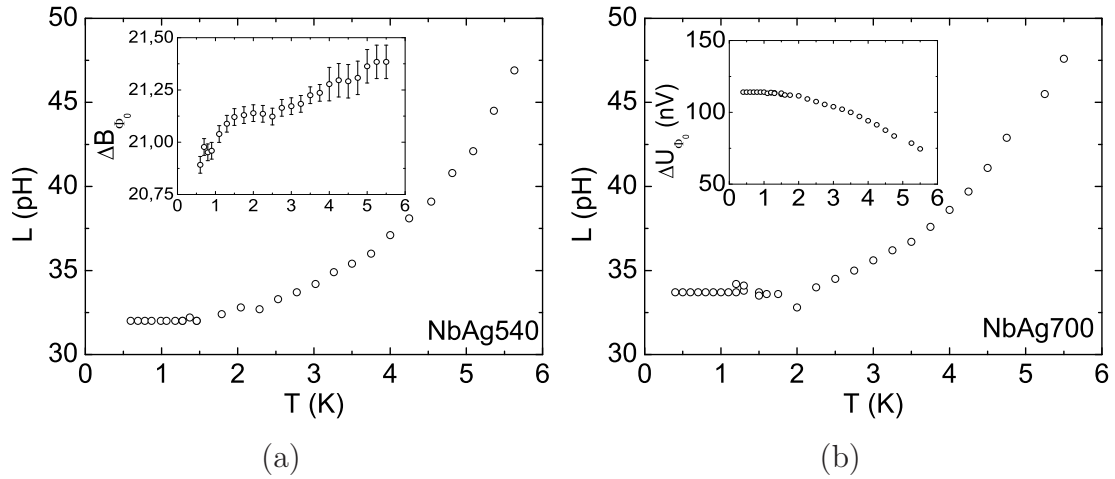
**Abbildung 5.19:** REM-Aufnahme der Probe NbAg540. Mit den Pfeilen ist der Verlauf des Stroms gekennzeichnet. Die gepunktete Linie veranschaulicht die Lage und Form der aktiven Fläche, deren Details aber von der Verarmungszone und vorhandenen Defekten abhängen.

## Bestimmung der Probenparameter

Im folgenden sollen zunächst die Meßdaten für die beiden kontaktierten SNS-Schleifen NbAg540 und NbAg700 vorgestellt und diskutiert werden. Ein Vorteil dieser Messungen ist, daß der Amplitude der Strom-Phasen-Relation nicht die Induktivität des Rings und der Füllfaktor anhaften, d. h. man kann direkt den maximalen Suprastrom  $I_c$  des Josephson-Kontakts an der gemessenen Strom-Phasen-Relation ablesen (s. Abb. 5.18). Die Meßwerte von  $I_c$  für die beiden Proben sind als Funktion der Temperatur in der Abb. 5.20 dargestellt. Die Bildeinsätze zeigen die halblogarithmische Darstellung, wobei die beiden Achsen auf die Thouless-Energie der Kontakte normiert sind. Die durchgezogenen Linien sind die Anpassungen der Beziehung 2.19 an die Meßdaten (Details dazu finden sich im Abschnitt 5.1.3 ab Seite 82). Es ergibt sich für die Probe NbAg540 eine Diffusionskonstante von  $D = 0,027 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  und  $D = 0,033 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  für den längeren Kontakt NbAg700. Der relative Fehler dieser beiden Werte liegt bei etwa 10%. Diese Werte stimmen gut mit dem Wert überein, welcher für die übrigen Proben dieser Serie über die Längenabhängigkeit von  $I_c$  ermittelt wurde (s. Seite 110). Um eine gute Übereinstimmung mit der Gleichung 2.19 zu erzielen, wurde die mittlere Länge  $s_{mit}$  der Kontakte verwendet. Die Temperatur wurde für  $T < 1,5 \text{ K}$  und  $T > 1,5 \text{ K}$  mit Thermometern gemessen, die an verschiedenen Orten angebracht sind (s. Abschnitt 3.7 ab Seite 49). Da das Hochtemperaturthermometer nicht direkt am Probenort angebracht werden konnte, ist diese Temperaturmessung weniger präzise.



**Abbildung 5.20:** Der maximale kritische Strom der Proben NbAg540 (Teilbild (a)) und NbAg700 (Teilbild (b)) als Funktion der Temperatur. Die durchgezogene Linie ist eine Anpassung der quasiklassischen Theorie (Formel 2.19) an die Meßdaten. **Bildeinsätze:** Halblogarithmische Auftragung von  $eR_n I_c$  in Abhängigkeit der Temperatur, wobei beide Achsen in Einheiten der Thouless-Energie skaliert sind.



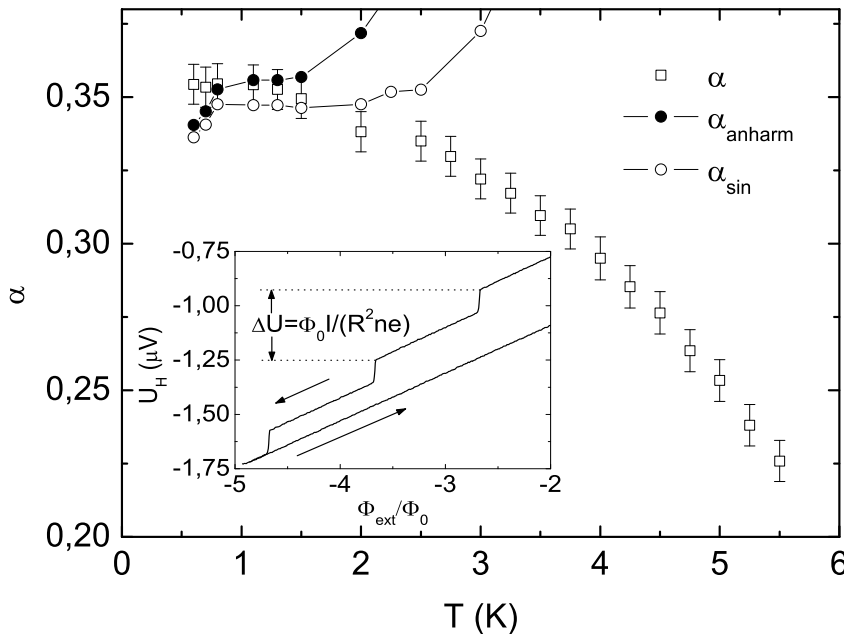
**Abbildung 5.21:** Die gemessenen Induktivitäten der Ringe NbAg540 (Teilbild (a)) und NbAg700 (Teilbild (b)). **Bildeinsatz (a):** Die Flußdichte  $\Delta B_{\Phi_0} = \Phi_0/R^2$  der Probe NbAg540 als Funktion der Temperatur. **Bildeinsatz (b):** Der Kalibrierungswert  $\Delta U_{\Phi_0}$ , der einem Flußquantum entspricht.

Bei der Extraktion der Strom-Phasen-Relation aus den Rohdaten kontaktierter SNS-Ringe wird - quasi als Beiprodukt - die Induktivität des Ringabschnitts extrahiert, über den der Teilstrom  $I_L$  fließt. Ist der Umfang dieses Ringabschnittes sehr viel größer als der Teil, über den der Josephson-Strom  $I(\Delta\varphi)$  fließt (s. Abb. 5.19), kann diese Induktivität der Gesamtinduktivität gleichgesetzt werden. Die Abhängigkeit der Induktivität von NbAg540 und NbAg700 ist in den Graphen 5.21 (a) und (b) gezeigt. Wie man erkennen kann, ist die gemessene Induktivität bei Temperaturen unterhalb von ca. 2K konstant bei 32pH bzw. 33,7pH. Bei beiden Ringen steigt die Induktivität dann auf etwa 47pH bei 5,5K an. Die Änderung der Induktivität kann qualitativ mit dem Anstieg der magnetischen Eindringtiefe erklärt werden. Bei tiefen Temperaturen ist die Stromverteilung stark inhomogen, denn der Strom kann nur innerhalb einer Oberflächenschicht von Null verschieden sein, deren Dicke von der Größenordnung der Eindringtiefe ist. Mit steigender Eindringtiefe kann sich der Strom auf einen größeren Querschnitt verteilen. Die sich ändernde Stromverteilung spiegelt sich auch in der magnetischen Flußdichte  $\Delta B_{\Phi_0} = \Phi_0/R^2$  wieder, welche dem elementaren Flußquantum entspricht. Im Bildeinsatz des Teilbilds (a) in Abb. 5.21 ist der Verlauf dieser Größe als Funktion der Temperatur gezeichnet. Der angegebene Fehler stammt von der Rasterung der Punkte. Bei einer Änderungsrate von ca. 80 nT/s und einer *Sampling*-Rate von 1 s ergibt sich ein Ablesefehler von  $\pm 40$  nT. Man kann erkennen, daß  $\Delta B_{\Phi_0}$  von  $20,9 \mu\text{T}$  auf  $21,4 \mu\text{T}$  ansteigt. Dies entspricht einer Änderung der effektiven Kantenlängen des Rings NbAg540 von  $R = 9,95 \mu\text{m}$  auf  $9,83 \mu\text{m}$ .

Der Bildeinsatz im Teilbild (b) zeigt die Hall-Spannung  $\Delta U_{\Phi_0}$  der Probe NbAg700,

mit der die gemessenen Hall-Spannungswerte in Einheiten des magnetischen Flusses umgerechnet wurden. Diese Kalibrierungsgröße sinkt mit steigender Temperatur. Dies liegt an dem temperaturbedingtem Anstieg der Ladungsträgerdichte  $n$  des Hall-Sensors, bzw. dem Absinken der Einkopplung  $\alpha$ .

Die Einkopplung  $\alpha$  kann bei den kontaktierten SNS-Schleifen aus einer Kombination der zwei Meßverfahren (zur Phasenkontrolle wird ein externes bzw. ein durch den Ring selbst erzeugtes Magnetfeld genutzt) ermittelt werden: Der Bildeinsatz der Abb. 5.22 zeigt eine Messung an der Probe NbAg540 nach der Methode mit dem extern angelegten Fluß zur Phasenkontrolle, bei einer Temperatur von 1,5 K. Hier entspricht die Periodizität  $\Delta U$  der Modulation dem Spannungssignal, welches ein elementares Flußquantum bei einer Einkopplung von  $\alpha = 1$  erzeugt. Dies liegt daran, daß der lineare Hintergrund vollständig einkoppelt. Der entsprechende Spannungswert  $\Delta U_{\Phi_0}$  bei der Meßmethode mit den kontaktierten SNS-Ringen entspricht aber der Spannung, die ein Flußquantum bei einer Einkopplung von  $\alpha < 1$  erzeugt (s. Abb. 5.17 auf Seite 93). Die Einkopplung ergibt sich also aus dem Quotienten dieser beiden Meßwerte:  $\alpha(T) = \frac{\Delta U_{\Phi_0}(T)}{\Delta U(T)}$ .

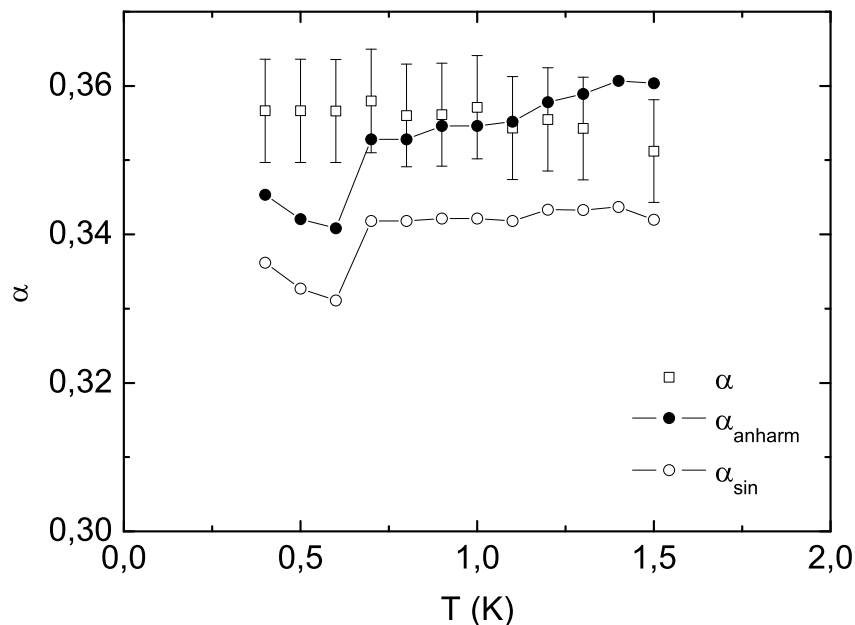


**Abbildung 5.22:** Der aus der Kombination beider Meßmethoden ermittelte Füllfaktor  $\alpha$  der Probe NbAg540 in Abhängigkeit der Temperatur, zusammen mit den berechneten Werten für  $\alpha_{sin}$  und  $\alpha_{anharm}$ . **Bildeinsatz:** Die Spannung  $\Delta U$  entspricht  $\Phi_0$  bei voller Einkopplung, wenn die Phasendifferenz  $\Delta\varphi$  über ein externes Magnetfeld gesteuert wird.

Der Verlauf des gemessenen Füllfaktors mit der Temperatur ist in der Abb. 5.22, zusammen mit den beiden berechneten Füllfaktoren  $\alpha_{sin}$  und  $\alpha_{anharm}$  abgebildet.



Der Berechnung von  $\alpha_{anharm}$  wurde wie bisher die Strom-Phasen-Relation eines diffusiven SNS-Kontaktes bei  $T = 0$  K zugrundegelegt (s. Gl. 2.21 auf Seite 17). Bei  $T < 1$  K ist bei beiden berechneten Füllfaktoren ein steiler Anstieg zu verzeichnen. Davon abgesehen scheint sich bis  $T = 1,5$  K der Verlauf von  $\alpha$  und  $\alpha_{anharm}$  zu decken. Das Absinken der Einkopplung  $\alpha$  vom Niveau von  $\alpha_{anharm}$  auf das von  $\alpha_{sin}$  könnte darauf hindeuten, daß bei tiefen Temperaturen eine anharmonische Strom-Phasen-Relation vorliegt, die dann in eine sinusförmige übergeht, wenn die Temperatur steigt. Allerdings ist die Temperatur, bei der dieser Übergang von  $\alpha_{anharm}$  auf  $\alpha_{sin}$  stattfindet, mit ca. 1,1 K viel größer als die Thouless-Temperatur  $T_{th} = 0,32$  K dieser Probe. D. h. der Übergang sollte bereits bei tieferen Temperaturen stattgefunden haben. Bei weiterer Erhöhung der Temperatur sinkt  $\alpha$  bis auf einen Wert von 0,225, wohingegen die beiden berechneten Füllfaktoren kurz vor dem Verschwinden der Hysterese stark ansteigen. Dieser starke Anstieg ist auf den systematischen Fehler zurückzuführen, der die Hysterese kleiner erscheinen läßt und bei kleiner Hystereseöffnung zu einem starken Überschätzen beider berechneten Füllfaktoren führt. Bei diesem Vergleich wird deutlich, wie schwierig es ist, alleine aus dem Verlauf von  $\alpha_{sin}$  und  $\alpha_{anharm}$  die Form der Strom-Phasen-Relation zu erschließen.



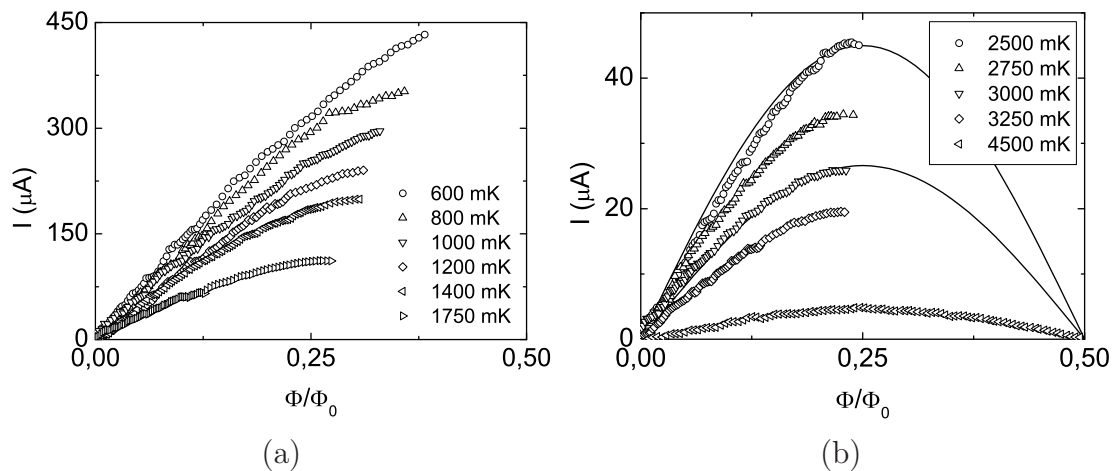
**Abbildung 5.23:** Der aus der Kombination beider Meßmethoden ermittelte Füllfaktor  $\alpha$  der Probe NbAg700 in Abhängigkeit der Temperatur zusammen mit den berechneten Einkopplungsfaktoren  $\alpha_{sin}$  und  $\alpha_{anharm}$ .

Die gemessenen und berechneten Füllfaktoren der Probe NbAg700 sind in Abb. 5.23 dargestellt. Hier liegen leider nur die Werte für den Temperaturbereich von 0,4 – 1,5 K vor. Der aus den beiden Meßverfahren gewonnene Füllfaktor  $\alpha$  liegt auf einem

ähnlichen Niveau wie bei der Probe NbAg540, und es deutet sich ebenfalls bereits bei 1,5K ein Absinken an. Die beiden berechneten Füllfaktoren  $\alpha_{sin}$  und  $\alpha_{anharm}$  steigen zwischen 0,6K und 0,7K abrupt um ca. 0,01 an. Davon abgesehen liegen  $\alpha$  und  $\alpha_{anharm}$  wie bei der Probe NbAg540 auf dem gleichen Niveau. Erst ab einer Temperatur von 1,3K entfernen sich die beiden voneinander. Der Anstieg von  $\alpha_{anharm}$  liegt mit hoher Wahrscheinlichkeit daran, daß die Strom-Phasen-Relation bei diesen Temperaturen nicht mehr anharmonisch ist. Der Füllfaktor  $\alpha_{sin}$  bleibt hingegen noch auf dem gleichen Wert. Der systematische Fehler, welcher  $\Delta\Phi_{AB}$  anhaftet (s. Abschnitt 3.5 ab Seite 45), ist bei diesen Temperaturen noch zu vernachlässigen, denn die Hysterese der Meßkurven verschwindet erst bei  $T = 3,75$  K.

### Die Strom-Phasen-Relation

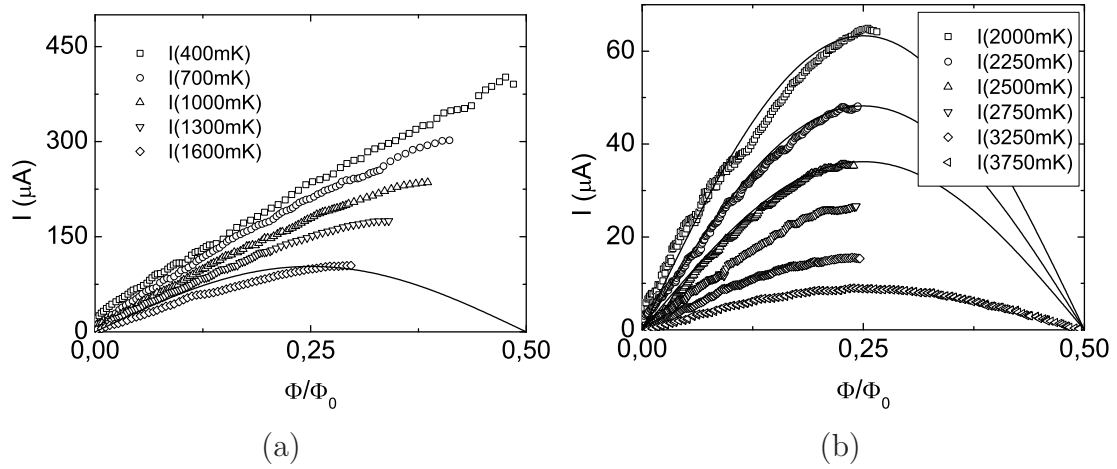
Ein Auszug gemessener Strom-Phasen-Relationen für die Probe NbAg540 ist in der Abb. 5.24 wiedergegeben. Bei den höheren Temperaturen, dargestellt im Teilbild (b), findet sich klar ein sinusförmiges Verhalten, wie es auch von der Theorie gefordert wird (s. Abschnitt 2.4 ab Seite 16). Aber bereits unterhalb einer Temperatur von 2,5K finden sich leichte Abweichungen vom einfachen Sinus. Bei den tieferen Temperaturen sind dann deutlich höhere Harmonische in der Strom-Phasen-Relation zu finden (Teilbild (a)).



**Abbildung 5.24:** Die Strom-Phasen-Relation des Kontakts NbAg540 zeigt bei  $T < 2$  K deutliche Abweichungen vom einfachen sinusförmigen Verhalten.

Die Strom-Phasen-Relation des Josephson-Kontaktes NbAg700 verhält sich ähnlich. Bei höheren Temperaturen liegt ein sinusförmiges Verhalten vor (Abb. 5.25 (b)). Bei tieferen Temperaturen (Abb. 5.25 (a)) zeigen sich dann abermals höhere Harmonische. Allerdings nimmt die Strom-Phasen-Relation bei 0,4K sogar eine Sägezahnform an, wie man es eigentlich für einen ballistischen Kontakt erwarten würde. Die

aus der Diffusionskonstante ermittelte freie Weglänge im Ag liegt jedoch nur bei etwa  $l = 70 \text{ nm}$  und dieser Wert ist ca. um den Faktor 10 kleiner als die Länge des Kontaktes.



**Abbildung 5.25:** Auch die Strom-Phasen-Relation des Kontaktes NbAg700 zeigt bei tiefen Temperaturen deutliche Abweichungen vom einfachen sinusförmigen Verhalten und geht sogar in eine sägezahnförmige Relation über.

Da nun für beide Proben die Strom-Phasen-Relation nicht mit den Ergebnissen der quasiklassischen Theorie [5] in Einklang gebracht werden kann, muß nochmals ein kritischer Blick auf die Meßmethode geworfen werden: Bisher wurde angenommen, daß der Fluß, welcher die Phase steuert, nur vom Teilstrom  $I_L$  über die Induktivität  $L$  generiert wird. Aber auch der kleine Teil des Rings, welcher den SNS-Kontakt enthält, besitzt eine Induktivität, welche mit  $L_{SNS}$  bezeichnet werden soll. Obwohl nun  $L_{SNS}$  viel kleiner sein wird als  $L$ , ist der Beitrag von  $L_{SNS}I(\Delta\varphi)$  zum magnetischen Fluß nicht mehr zu vernachlässigen, denn bei tiefen Temperaturen wird der kritische Strom des SNS-Kontaktes so groß, daß der größte Anteil des von außen aufgeprägten Stromes  $I$  als Josephson-Strom  $I(\Delta\varphi)$  über die Induktivität  $L_{SNS}$  fließt. Man muß also für den Fluß, welcher den Josephson-Strom steuert, ansetzen:  $\Phi = LI_L - L_{SNS}I(\Delta\varphi)$ . Das negative Vorzeichen berücksichtigt den entgegengesetzten Umlaufsinn des Stroms  $I(\Delta\varphi)$  (s. Abb. 5.19). Man erhält dann für  $\Phi(I)$  anstelle von Gleichung 3.24 auf Seite 43, wobei der Einfachheit halber wieder ohne Beschränkung der Allgemeinheit eine sinusförmige Strom-Phasen-Relation angenommen wird:

$$\Phi(I) = LI - (L + L_{SNS}) I_c \sin\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \quad (5.2)$$

Die Umkehrfunktion, aus der man durch Subtraktion des linearen Hintergrundes die Strom-Phasen-Relation erhält, ergibt sich dann zu:

$$I(\Phi) = \frac{\Phi}{L} + \frac{L + L_{SNS}}{L} I_c \sin\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \quad (5.3)$$

Man erkennt, daß durch die Induktivität  $L_{SNS}$  ein systematischer Fehler bei der Bestimmung des kritischen Stroms entsteht. Man mißt nämlich einen um  $\frac{L+L_{SNS}}{L}$  erhöhten Wert für die Amplitude  $I_c$  der Strom-Phasen-Relation. Wie läßt sich aber durch die Berücksichtigung der Induktivität  $L_{SNS}$  die Verzerrung der gemessenen Strom-Phasen-Relationen erklären, die ja offensichtlich mehr höhere Harmonische enthalten als von der Theorie vorausgesagt wird (s. Abschnitt 2.4 ab Seite 16)?

Der magnetische Fluß  $\Phi_S = \alpha\Phi$ , welcher mit dem Hall-Magnetometer gemessen wird, sollte (um den Einkopplungsfaktor herabgesetzt) dem Fluß entsprechen, welcher den Ring durchsetzt und somit zu der Einstellung einer bestimmten Phasendifferenz  $\Delta\varphi = -2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} = -2\pi \frac{1}{\alpha} \frac{\Phi_S}{\Phi_0}$  über den Josephson-Kontakt führt. Der Gesamtfluß  $\Phi$  setzt sich nun aber aus zwei räumlich voneinander getrennten Anteilen zusammen, nämlich  $LI_L$  und  $L_{SNS}I(\Delta\varphi)$ . Wenn nun diese beiden Anteile unterschiedlich gut vom Sensor erfaßt würden, würde ein Fluß  $\Phi'_S = \alpha_L LI_L - \alpha_{SNS} L_{SNS} I(\Delta\varphi) \neq \alpha\Phi$  gemessen, wobei  $\alpha_{SNS}$  die Einkopplung von  $L_{SNS}I(\Delta\varphi)$  beschreibt und  $\alpha_L$  die vom Beitrag  $LI_L$ . Es würde dann eine andere Phasendifferenz  $\Delta\varphi' = -2\pi \frac{1}{\alpha} \frac{\Phi'_S}{\Phi_0}$  gemessen als in Wirklichkeit am Josephson-Kontakt anliegt. Dieser Sachverhalt würde zu einer Verschiebung der Punkte entlang der  $\Phi$ -Achse führen und zwar um:

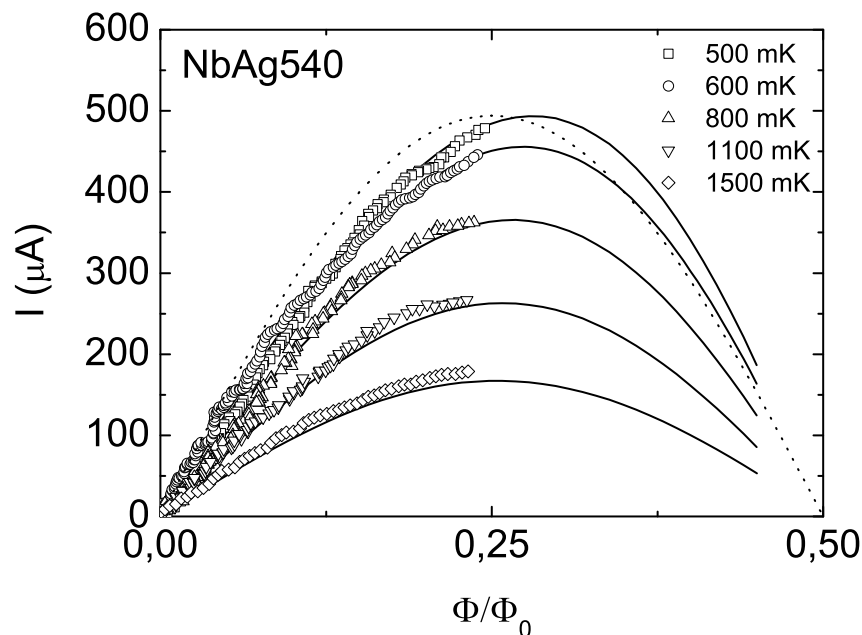
$$\Delta\Phi = \frac{1}{\alpha_L} \left(\Phi_S - \Phi'_S\right) = \left(\frac{\alpha_{SNS}}{\alpha_L} - 1\right) L_{SNS} I(\Delta\varphi) = L'_{SNS} I(\Delta\varphi) . \quad (5.4)$$

Dabei wurde angenommen, daß  $\alpha \approx \alpha_L$  gilt, denn  $\alpha_L$  beschreibt die Einkoppelung nahezu des gesamten Rings, wenn die beiden Stromzuleitungen sehr dicht am SNS-Kontakt liegen. Bei den beiden Messungen für NbAg540 und NbAg700 scheint  $\alpha_{SNS}$  kleiner als  $\alpha_L$  zu sein, was ein negatives Vorzeichen von  $L'_{SNS}$  zur Folge hat.

In der Abb. 5.19 auf Seite 97 ist in einer REM-Aufnahme der Probe NbAg540 die wahrscheinliche Lage der aktiven Fläche zusammen mit dem Verlauf des Stroms skizziert. Wie man erkennen kann, liegt der Josephson-Kontakt schon etwas außerhalb der aktiven Fläche, die anderen drei Kanten der quadratischen Schleife jedoch mehr innerhalb. Aufgrund dieser nicht exakten Ausrichtung des Rings auf das Hall-Magnetometer scheint es plausibel, daß die beiden räumlich getrennten Beiträge zum magnetischen Gesamtfluß unterschiedlich gut vom Sensor aufgefangen werden. Da der SNS-Kontakt eigentlich schon außerhalb der aktiven Fläche ist, scheint sich auch  $\alpha_{SNS} < \alpha_L \approx \alpha$  zu bestätigen.

Bei den Messungen der unkontaktierten Al/Cu-Ringe wurde festgestellt, daß der Füllfaktor mit dem Meßstrom, aber auch bei jedem neuen Abkühlschritt variiert.

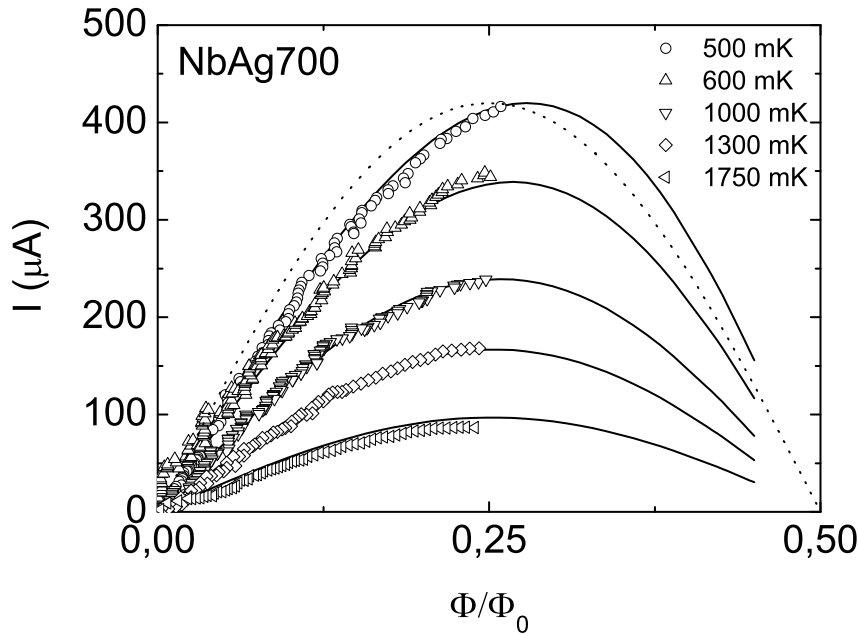
Dies wurde damit begründet, daß sich die aktive Fläche im Detail mit der Verarmungszone und der Defektverteilung ändert. Es sollte sich dann aber auch das Verhältnis zwischen  $\alpha_L$  und  $\alpha_{SNS}$  und damit auch der Anpassungsparameter  $L'_{SNS}$  ändern. Dies ist auch der Fall und wird bei den Messungen der kontaktierten Al/Ag-Ringe im folgenden Abschnitt 5.2.2 ab Seite 113 deutlich. Bei diesen Messungen zeigt sich auch, daß eine Verzerrung der gemessenen Strom-Phasen-Relation in die andere Richtung stattfinden kann, d. h. Maximum bzw. Minimum der gemessenen Kurven erscheinen zu niedrigeren Werten von  $|\Phi/\Phi_0|$  verschoben. Hier ist  $\alpha_{SNS} > \alpha_L$  und deshalb ein positiver Parameter  $L'_{SNS}$  nötig, um die Messungen mit der Theorie zu vergleichen.



**Abbildung 5.26:** Die korrigierten Strom-Phasen-Relationen der Probe NbAg540. Der Anpassungsparameter  $L'_{SNS}$  beträgt  $-0,73$  pH. Die durchgezogenen Linien sind die nach [5] theoretisch berechneten Strom-Phasen-Relationen (s. Abschnitt 2.4 ab Seite 16). Die gepunktete Linie ist eine sinusförmige Relation zum Vergleich.

In der Tat ist es mit der oben geschilderten Korrektur möglich, die gemessenen Daten der beiden SNS-Schleifen NbAg540 und NbAg700 mit den theoretisch berechneten Strom-Phasen-Relationen in Einklang zu bringen. In den Abb. 5.26 und 5.27 sind die in der erläuterten Weise korrigierten Strom-Phasen-Relationen zusammen mit den berechneten Kurven abgebildet. Der Anpassungsparameter  $L'_{SNS}$  beträgt bei der Probe NbAg540 für alle dargestellten Temperaturen  $-0,73$  pH bzw.  $-1,1$  pH bei der Probe NbAg700. Die Meßwerte passen nun gut zum theoretischen Verlauf. Um zu prüfen, ob die gemessenen Strom-Phasen-Relationen wirklich höhere Harmonische

enthalten, wurde auch versucht sie durchgehend für alle Temperaturen mit einer jeweils sinusförmige Strom-Phasen-Relation zu vergleichen. Um dies zu tun, ist es für NbAg540 nötig,  $L'_{SNS} = -0,88$  pH statt  $-0,73$  pH zu setzen. Es deutet sich dann jedoch an, daß die Kurven bei höheren Temperaturen zu stark korrigiert werden, d. h. das Maximum verschiebt sich zu Werten von  $\Phi/\Phi_0 < 0,25$ . Allerdings ist dies so schwach ausgeprägt, daß im Rahmen des Meßfehlers nicht sicher zu entscheiden ist, welche der beiden Anpassungen besser ist. Dies liegt daran, daß die Korrektur  $\Delta\Phi$  der  $\Phi$ -Achse proportional zum Josephson-Strom  $I$  ( $\Delta\Phi$ ) ist, und dadurch werden die gemessenen Strom-Phasen-Relationen natürlich mit zunehmender Temperatur (und damit abnehmenden  $I_c$ ) immer weniger durch die Anpassung verändert. Ferner ist die Annahme, daß der Korrekturfaktor  $L'_{SNS}$  unabhängig von der Temperatur ist, nicht überprüfbar.



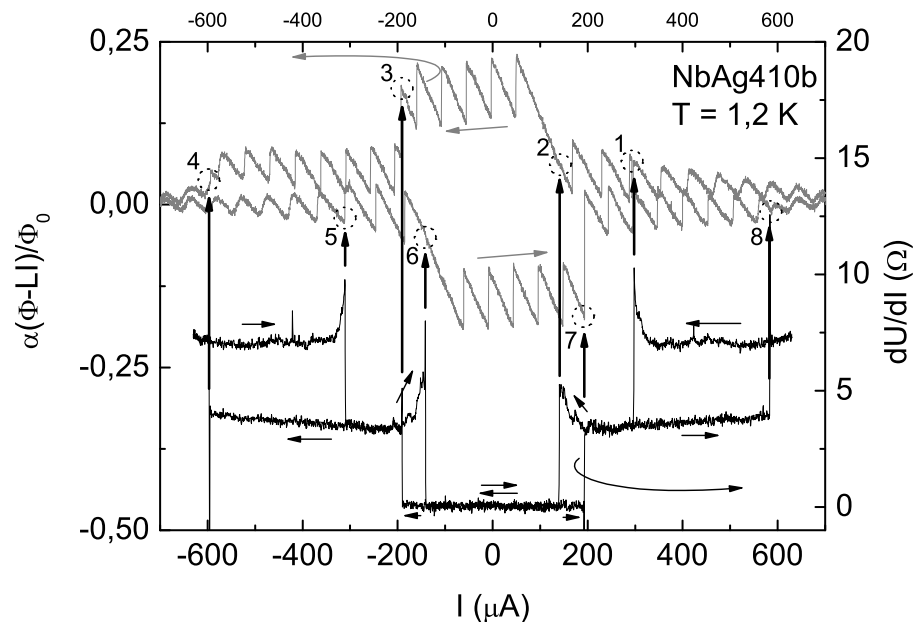
**Abbildung 5.27:** Die korrigierten Strom-Phasen-Relationen der Probe NbAg700. Der Anpassungsparameter  $L'_{SNS}$  beträgt  $-1,1$  pH. Die durchgezogenen Linien sind die nach [5] theoretisch berechneten Strom-Phasen-Relationen (s. Abschnitt 2.4 ab Seite 16). Die gepunktete Linie ist eine sinusförmige Relation zum Vergleich.

Bei der Probe NbAg700 zeigt sich das gleiche Bild. Mit  $L'_{SNS} = -1,35$  pH ist eine Anpassung an sinusförmige Strom-Phasen-Relationen im gesamten Temperaturintervall möglich. Auch hier ist, wie bei der Probe NbAg540, nicht zu entscheiden, ob die Anpassung an die von der quasiklassischen Theorie vorausgesagten Strom-Phasen-Relationen besser ist als die an sinusförmige Strom-Phasen-Relationen.

Es wäre nun schön, wenn der Beitrag von  $L_{SNS}I(\Delta\varphi)$  soweit verringert werden

könnte, daß keine künstliche Verzerrung durch die Messung stattfinden würde. Denn nur dann kann sicher beurteilt werden, ob die gemessenen Strom-Phasen-Relationen die gesuchten höheren Harmonischen enthalten oder nicht.

Um dies zu erreichen existieren zwei Ansatzpunkte. Erstens kann die Induktivität  $L_{SNS}$  weiter minimiert werden, indem die Zuleitungen enger an den SNS-Kontakt gerückt werden (s. Abb. 5.19 auf Seite 97). Zweitens kann man versuchen, den maximalen kritischen Strom des Josephson-Kontaktes zu erniedrigen, indem der Normalwiderstand  $R_n$  erhöht wird. Zu diesem Zweck wurden die kontaktierten Ringe NbAg410b, NbAg460b und NbAg560b der Serie P104D hergestellt (s. Tabelle 5.4). Es wurden die Zuleitungen auf einen Abstand von ca. 1000nm zusammengerückt und senkrecht aus der Schleife herausgeführt (s. dazu Abb. 5.29 (b) und Abb. 4.7 auf Seite 65). Ferner wurden nur 30 nm Ag abgeschieden. Wie man der Tabelle 5.4 entnehmen kann, erhöht sich der Widerstand deutlich, und der Wert der Diffusionskonstanten liegt bei beiden Proben bei etwa  $0,015\text{m}^2\text{s}^{-1}$ . Daraus erhält man eine mittlere freie Weglänge im Ag-Film von 32 nm was sich sehr gut mit der Schichtdicke des Metalls deckt.

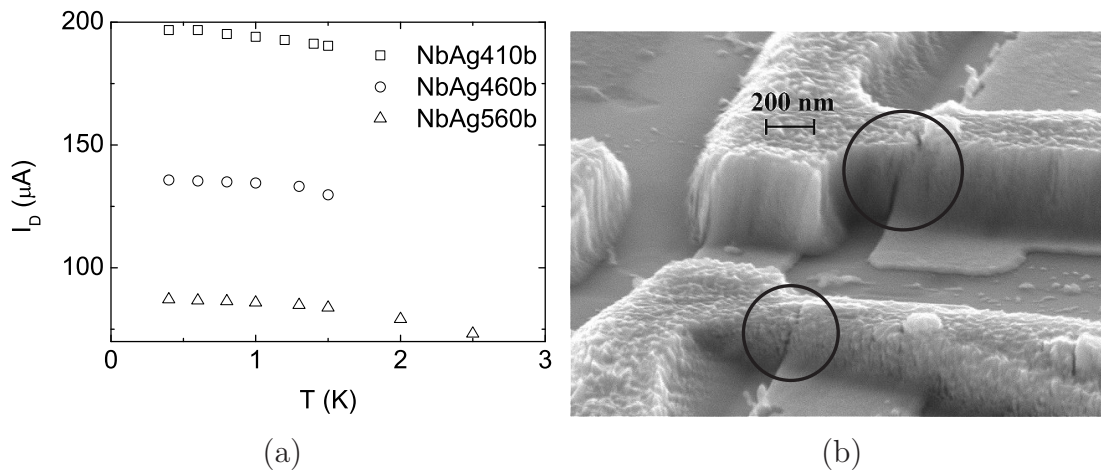


**Abbildung 5.28:** Das Hall-Signal (grau) und der differentielle Widerstand der Probe NbAg410b bei 1,2K (schwarz). Die Stromwerte, bei denen sich  $dU/dI$  erhöht, entsprechen den Positionen der Amplitudenänderungen in der Magnetometer-Messung. Die Pfeile entlang der Kurven geben die Änderungsrichtung des Stroms an. Die Nummern geben die Reihenfolge an in der dissipative Effekte in den Meßkurven auftreten (s. Text).

Beim Vermessen dieser drei Proben traten jedoch reproduzierbar, bei Erreichen bestimmter Stromwerte, sprunghafte Verminderungen des maximalen Suprastroms auf.



Dies ist in Abb. 5.28 dargestellt. Dabei ist die graue Kurve der vom Ring erzeugte Gesamtfluß  $\Phi(I)$ , von dem der lineare Hintergrund abgezogen wurde, damit die Modulation deutlicher zu erkennen ist. Bei weiterer Erhöhung des Stroms wird die Amplitude der gemessenen Strom-Phasen-Relation kontinuierlich kleiner, bzw. treten weitere sprunghafte Verminderungen der Amplitude auf. Dieses Verhalten deutet darauf hin, daß ein Teil der Probe bei Erreichen eines kritischen Stroms  $I_D$  auf einen dissipativen Stromtransport umschaltet. Dies führt zu einem Heizen der Probe und damit zu einer Verminderung des maximalen kritischen Stroms des SNS-Josephson-Kontaktes. In der Tat zeigt der differentielle Widerstand des SNS-Rings, gemessen über die beiden Zuleitungen, an entsprechenden Stellen eine sprunghafte Erhöhung um jeweils ca.  $4\Omega$ . Dies ist in Abb. 5.28 veranschaulicht. Die Pfeile entlang der Kurven geben die Änderungsrichtung des Stroms an und die Nummern bezeichnen die Abfolge der Merkmale, die durch das Heizen im Verlauf der Messung entstehen, wenn man bei  $I = 700\mu\text{A}$  beginnt den Strom zu vermindern und ab  $I = -700\mu\text{A}$  wieder erhöht.

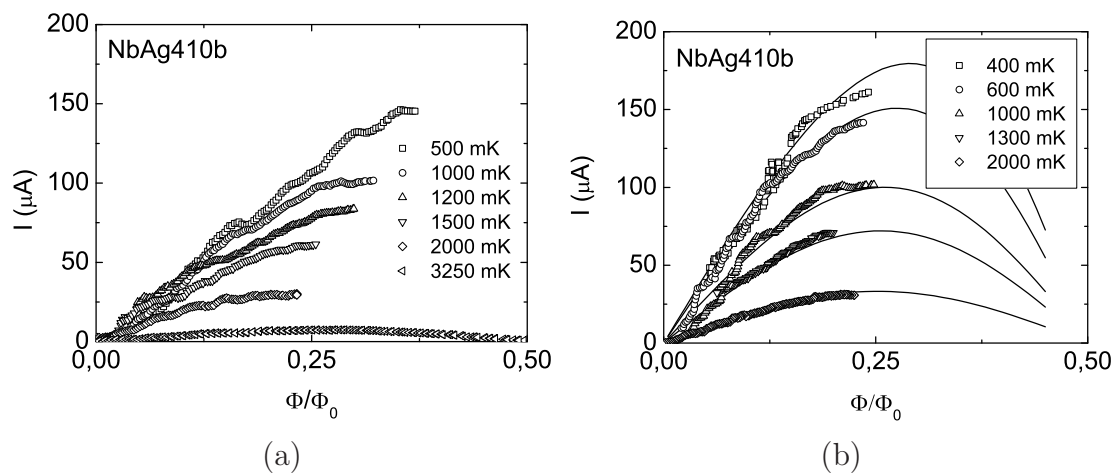


**Abbildung 5.29:** (a) Der kritische Strom  $I_D$ , ab dem das System dissipativ wird, hängt nur schwach von der Temperatur ab. Es scheint aber eine starke Abhängigkeit von der Thouless-Energie des SNS-Kontaktes zu geben. (b) In den Stromzuleitungen der Schleife finden sich Brüche nahe des Josephson-Kontaktes. Sie sind möglicherweise die Schwachpunkte, die den Strom begrenzen.

In der Abb. 5.29 (a) findet sich die Abhängigkeit des Stroms  $I_D$  von der Temperatur für die drei gemessenen Proben. Es zeigt sich, daß das Stromintervall, in dem ein nicht dissipativer Stromfluß stattfinden kann, nur schwach von der Temperatur abhängt. In der REM-Aufnahme 5.29 (b) sind die Stromzuleitungen der Probe NbAg410b abgebildet. Man kann erkennen, daß die Zuleitungen an der Kante des Ag einen Riß aufweisen. Diese Schwachstellen fanden sich auch bei den beiden anderen

Proben. Sie könnten dazu führen, daß die Zuleitungen an diesen Stellen nur einen stark verminderten Suprastrom tragen können. Bei Überschreitung dieses kritischen Stromwertes würde der benachbarte SNS-Kontakt geheizt, und damit scheinbar sein maximaler kritischer Strom vermindert.

Allerdings kann man der Abb. 5.29 (a) auch entnehmen, daß der Strom  $I_D$  mit der Länge des SNS-Kontaktes abnimmt. Dies ist mit der obigen Annahme nicht zu verstehen, könnte aber in Anbetracht nur drei untersuchter Proben ein Zufall sein. Jedenfalls wurden bei der Vermessung der Ringe im externen Magnetfeld keine Heizeffekte beobachtet. Da die Ringe also einen supraleitenden Ringstrom tragen können, scheint die Ursache in den Zuleitungen zu liegen.



**Abbildung 5.30:** (a) Die gemessene Strom-Phasen-Relation der Probe NbAg410b zeigt ebenfalls starke Anharmonizitäten, obwohl sowohl die Induktivität  $L_{SNS}$ , als auch der maximale Suprastrom  $I_c$  begrenzt wurden (s. Text). (b) Für eine Anpassung der Meßkurven an die theoretischen Kurven muß der Parameter  $L'_{SNS} = -1,5$  pH gesetzt werden (s. Text).

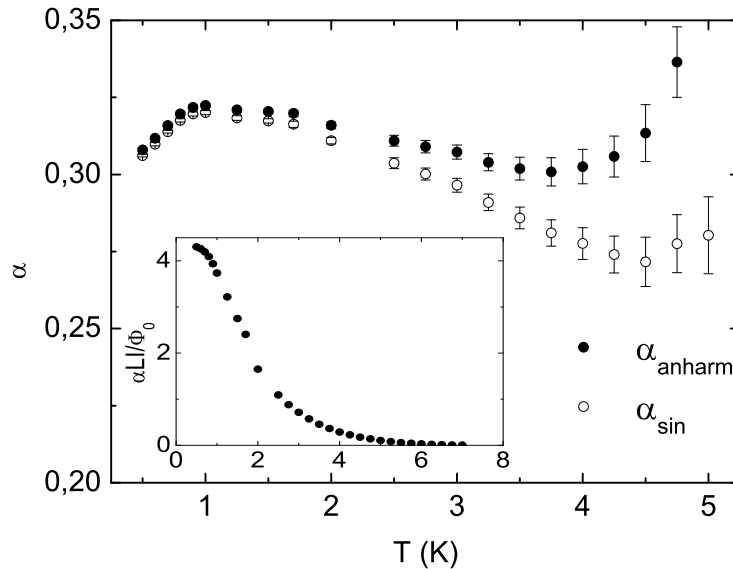
Aufgrund dieser Probleme konnte nur die Strom-Phasen-Relation der kürzesten Probe NbAg410b aus den Meßdaten extrahiert werden. Bei den beiden anderen ist das Stromintervall  $[-I_D; I_D]$  leider zu klein. In der Abb. 5.30 (a) ist die gemessene Strom-Phasen-Relation bei verschiedenen Temperaturen abgebildet. Die Qualität der Kurven ist bei tiefen Temperaturen vergleichsweise schlecht, da aufgrund des begrenzten Stromintervalls nur eine bzw. maximal zwei Perioden der Strom-Phasen-Relation zum Mitteln zur Verfügung stehen. Außerdem verschieben sich die Meßkurven für die Abwärts- und Aufwärtsrichtung mit sinkender Temperatur zunehmend gegeneinander.

Wie man erkennen kann, ist der kritische Strom wesentlich kleiner als bei den Proben NbAg540 und NbAg700. Trotzdem findet man eine starke Anharmonizität bei den

tiefen Temperaturen. Versucht man die Messungen über den Korrekturparameter  $L'_{SNS}$  an die theoretisch berechneten Kurven anzupassen, findet man für diesen einen Wert von  $-1,5\text{pH}$ . Dies würde bedeuten, daß der Unterschied zwischen  $\alpha_{SNS}$  und  $\alpha_L$  hier recht groß sein muß, da ja  $L_{SNS}$  begrenzt wurde.

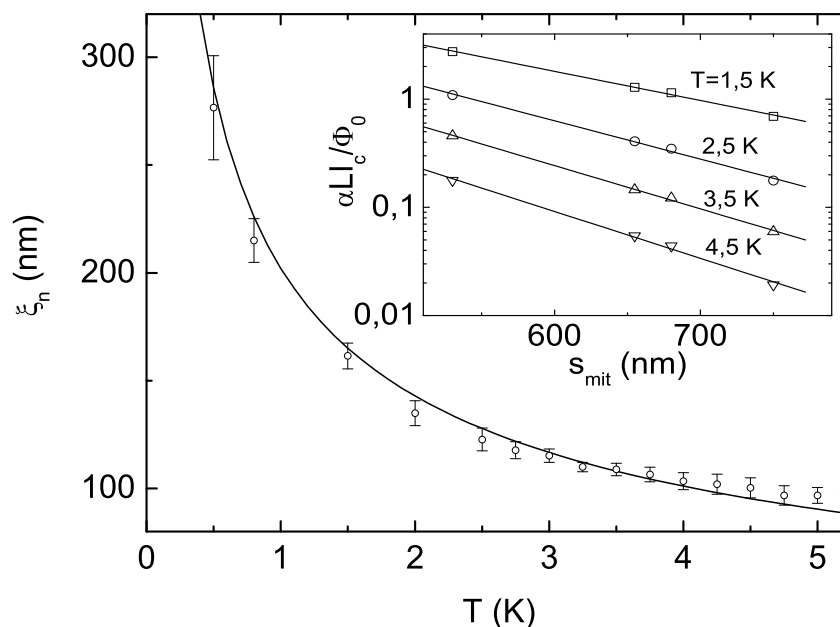
### Die nichtkontaktierten Ringe

Bei diesen vier Proben (NbAg240, NbAg400, NbAg430 und NbAg550) wurde nach der üblichen Vorgehensweise (s. Abschnitte 3.3.3 und 5.1.1) versucht, den Füllfaktor abzuschätzen. Die berechneten Füllfaktoren  $\alpha_{sin}$  und  $\alpha_{anharm}$  der Probe NbAg240 sind in der Abb. 5.31 in Abhängigkeit der Temperatur dargestellt. Der Bildeinsatz zeigt den gemessenen Wert von  $\alpha LI_c$  der Probe NbAg240 als Funktion der Temperatur. Mit dem für die kontaktierten Proben NbAg540 und NbAg700 gemessenen Wert für die Induktivität von  $L = 32\text{pH}$  und dem Füllfaktor von  $\alpha_{sin}$ , läßt sich der kritische Strom des Kontaktes abschätzen. Es ergeben sich rund  $900\mu\text{A}$  bei einer Temperatur von  $500\text{mK}$ . Bei einem solch hohen Wert befindet sich das System weit im Regime der Flußquantisierung ( $\beta \gg 1$ ), und in der Tat unterscheiden sich die berechneten Werte von  $\alpha_{sin}$  und  $\alpha_{anharm}$  bei  $500\text{mK}$  um weniger als  $0,002$  (s. dazu auch Abschnitt 3.3.3 ab Seite 37).



**Abbildung 5.31:** Die berechneten Füllfaktoren  $\alpha_{sin}$  und  $\alpha_{anharm}$  der Probe NbAg240 in Abhängigkeit der Temperatur. Aufgrund des sehr großen kritischen Stroms dieses SNS-Kontaktes konvergieren beide Füllfaktoren bei tiefen Temperaturen gegen den gleichen Wert (nahezu perfekte Flußquantisierung bei  $\beta \gg 1$ ). **Bildeinsatz:** Die Amplitude der Strom-Phasen-Relation multipliziert mit  $L$  und  $\alpha$  als Funktion der Temperatur.

Demzufolge ist dann auch die Form der Strom-Phasen-Relation, die aus den Meßdaten extrahiert werden kann, sehr sensitiv auf den genauen Wert des verwendeten Füllfaktors. Wegen der starken Temperaturabhängigkeit der berechneten Füllfaktoren ist es schwierig zu entscheiden, wie sich der Füllfaktor  $\alpha$  in dem von  $\alpha_{anharm}$  und  $\alpha_{sin}$  vorgegebenen Grenzen mit steigender Temperatur entwickelt und kann nicht mit der notwendigen Genauigkeit extrahiert werden. Das Abfallen der Füllfaktoren ab einer Temperatur von 2 K zeigen alle Proben dieser Serie und wurde insbesondere bei den Messungen von  $\alpha$  der kontaktierten Ringe NbAg540 und NbAg700 gefunden. Erklärt werden kann dieses Absinken der Einkopplung mit der ansteigenden Eindringtiefe bei Erhöhung der Temperatur und der damit verbundenen Änderung der Stromverteilung, bzw. der schlechteren magnetischen Abschirmung des Rings. Der Anstieg der beiden errechneten Füllfaktoren mit der Temperatur, im Bereich unter 1 K wurde schon bei den Proben NbAg540 und NbAg700 beobachtet. Alle anderen Proben zeigten dieses Verhalten bei den berechneten Einkoppelfaktoren nicht. Die Ursache dieses Verhaltens konnte nicht gefunden werden.



**Abbildung 5.32:** Die thermische Kohärenzlänge  $\xi_n$  als Funktion der Temperatur. Die durchgezogene Linie entspricht dem theoretischen Zusammenhang im diffusiven Grenzfall (Gleichung 2.12 auf Seite 10). Der Anpassungsparameter ist die Diffusionskonstante und beträgt  $D = 0,034 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . **Bild-einsatz:** Die Abhängigkeit der Amplitude  $\alpha LI_c$  von der mittleren Länge  $s_{mit} = (s + s_{total}/2)$  des Normalleiters bei verschiedenen Temperaturen.

Um für die nichtkontaktierten Ringe die Diffusionskonstante und die Thouless-Energie abzuschätzen, wurde aus den Meßdaten die thermische Kohärenzlänge  $\xi_n$  ermittelt. Dazu wurde wie bei der Al/Au Serie der kritische Strom (bzw. das  $\alpha LI_c$

Produkt) bei fester Temperatur über der Normalmetalllänge aufgetragen. Damit sich in der halblogarithmischen Darstellung ein linearer Zusammenhang ergibt, mußte wieder die mittlere Kontaktlänge  $s_{mit} = (s + s_{total})/2$  verwendet werden. Im Bild-einsatz von Abb. 5.32 ist  $\alpha LI_c$  für einige Temperaturen zusammen mit den linearen Anpassungsfunktionen als Funktion von  $s_{mit}$  eingezeichnet. Die aus der Steigung dieser Geraden berechneten Werte für  $\xi_n$  sind in Abhängigkeit der Temperatur in der Abb. 5.32 gezeichnet. Ein Vergleich mit der Theorie diffusiver Metalle (durchgezogene Linie) ergibt für die Diffusionskonstante  $D = 0,034 \text{m}^2\text{s}^{-1}$  mit einem relativen Fehler von ca. 10%. Dies deckt sich recht gut mit den ermittelten Werten der kontaktierten Proben NbAg540 und NbAg700.

## 5.2.2 Al/Ag Kontakte

Im Hinblick auf den gefundenen Dissipationseffekt bei dem Nb/Ag System, wurde abschließend noch eine Serie von kontaktierten Al/Ag-Schleifen hergestellt und untersucht. Ferner war bei dem unkontaktierten Al/Ag-Ring der maximale kritische Strom in der Größenordnung von ca.  $100 \mu\text{A}$  (s. Abschnitt 5.1.2 ab Seite 78), was zu einer weiteren Reduktion des störenden Einflusses von  $L_{SNS}I(\Delta\varphi)$  führen würde. Wie man anhand des Parameters  $\Delta_0/E_{th}$  in der Tabelle 5.5 sehen kann, befinden sich diese Proben im Regime zwischen den kurzen und langen SNS Kontakten. Die Proben wurden mit Hilfe einer anorganischen Ge-Maske und einer PMGI-Opferschicht hergestellt. Während des Abscheidens der beiden Metalle wurde der Probenhalter auf ca.  $-60^\circ\text{C}$  gekühlt.

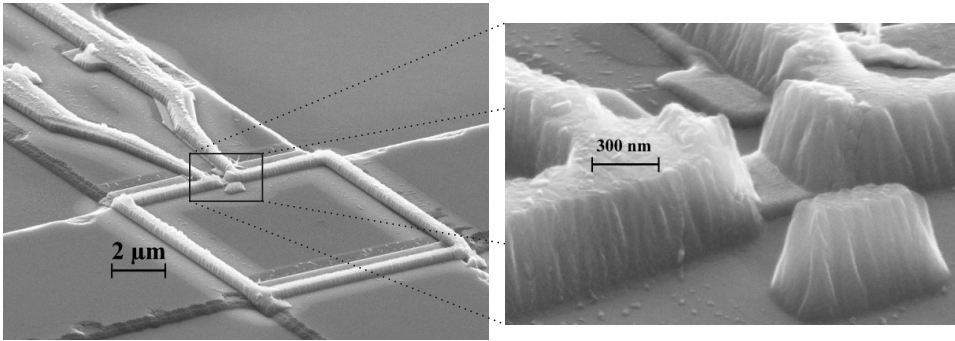
**Die Daten der Al/Ag Serie P105A**

Probe	$s_{total}$ [nm]	$s$ [nm]	$b$ [nm]	$E_{th}$ [ $\mu\text{eV}$ ]	$\frac{\Delta_0}{E_{th}}$	$R_n$ [ $\Omega$ ]	$D$ [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]	$T_c$ [K]
AlAg210k	760	210	465	67,8	2,66	0,34	0,024	1,1
AlAg225k	790	225	480	63,8	2,85	0,33	0,025	1,11
AlAg305k	870	305	480	44,7	4,1	0,41	0,023	1,12

**Tabelle 5.5:**  $s_{total}$  bezeichnet die gesamte Länge des Normalleiters, wohingegen  $s$  der Abstand zwischen den beiden supraleitenden Elektroden ist und  $b$  die Breite des Normalleiters bezeichnet. Die Schichtdicke des Al ist für alle Proben gleich und beträgt  $d_{Al} = 400 \text{ nm}$ . Das Ag ist bei allen Proben  $50 \text{ nm}$  dick. Die Energielücke wurde mit den Meßwerten von  $T_c$  und der Beziehung 2.4 bestimmt. Die Thouless-Energie bzw. die Diffusionskonstante resultieren aus einer Anpassung der Gleichung 2.19 an die Meßdaten.

Wie schon bei den Proben NbAg410b, NbAg460b und NbAg560b der Nb/Ag-Serie wurde bei der Herstellung darauf geachtet, daß der Abstand zwischen den Stromzuleitungen so weit wie möglich minimiert wurde. Eine REM-Aufnahme der Probe AlAg305k ist in der Abb. 5.33 wiedergegeben. Die Al-Zuleitungen zeigen bei diesen Proben keine Risse bzw. sonstige Schwachstellen. Die kritische Temperatur des Al wurde mittels einer Zweipunktmessung an den Stromzuleitungen bestimmt und ist für die drei Proben in der Tabelle 5.5 aufgelistet.

Die Messung wurde für Temperaturen unterhalb von  $400 \text{ mK}$  mit einem Hall-Sensorstrom von  $3,5 \mu\text{A}$  durchgeführt und für alle höheren Temperaturen mit  $5 \mu\text{A}$ . Um die Abhängigkeit der Hall-Sensoren von den verschiedenen Abkühlvorgängen zu verifizieren, wurden die Proben nach vollendeter Messung auf Raumtemperatur erwärmt



**Abbildung 5.33:** REM-Aufnahme der Probe AlAg305k.

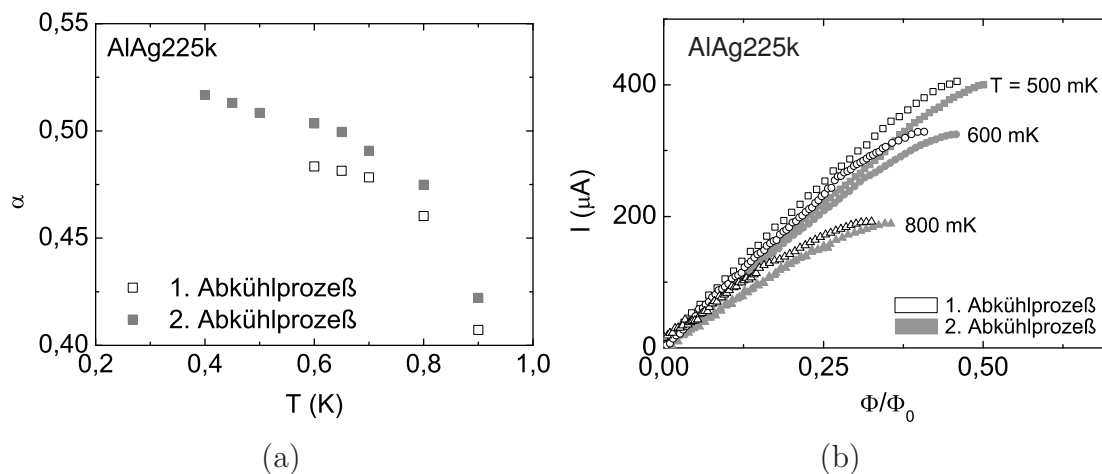
und sofort wieder abgekühlt. Dabei fanden sich die schon beobachteten Änderungen im Hall-Signal (s. die Al/Cu-Ringe im Abschnitt 5.1.3). Im Detail wurde bei allen drei Proben ein veränderter Einkopplungsfaktor festgestellt. In der Abb. 5.34 (a) ist der gemessene Füllfaktor der Probe AlAg225k über der Temperatur für die beiden Messungen aufgetragen. Aber auch das Verhältnis der beiden lokalen Einkopplungsfaktoren  $\alpha_L$  und  $\alpha_{SNS}$ , welches zu einer Verzerrung der gemessenen Strom-Phasen-Relation führt, ändert sich. In Teilbild (b) der Abb. 5.34 ist die gemessene Strom-Phasen-Relation der Probe AlAg225k bei drei Temperaturen für die zwei verschiedenen Abkühlprozesse dargestellt. Die im zweiten Meßvorgang ermittelte Strom-Phasen-Relation ist deutlich anharmonischer als die zuvor ermittelte.

Eine Veränderung der Qualität der SNS-Kontakte selbst läßt sich ausschließen, da sich alle Kenndaten der Proben wie z. B.  $I_c(T)$ ,  $L(T)$  oder  $\Delta B_{\Phi_0}(T)$  im Rahmen der Meßgenauigkeit reproduzieren ließen. Die Änderungen in den Meßwerten sind also alleine auf die Hall-Sonden zurückzuführen.

Damit scheint erwiesen (wie in den vorangegangenen Abschnitten schon vermutet), daß sich die genaue Gestalt der aktiven Fläche der Hall-Magnetometer mit den Details des Abkühlvorgangs ändert. Da zugunsten einer Signalmaximierung die Ringe die aktive Fläche maximal ausfüllen, scheint es plausibel, daß sich selbst bei einer leichten Änderung der aktiven Fläche der Absolutbetrag der Einkopplung, aber auch die räumliche Auflösung der Sensoren ändern, d. h.  $\alpha_L \neq \alpha_{SNS}$ . Daraus kann man aber auch schließen, daß nie der optimale Zustand, nämlich daß die räumliche Auflösung homogen ist, erreicht wird. Dies stützt nun die Annahme, daß die gemessenen Strom-Phasen-Relationen verzerrt wirken und wie im letzten Abschnitt beschrieben mit Hilfe des Anpassungsparameters  $L'_{SNS}$  korrigiert werden können.

Ferner wurde bei der Probe AlAg210k auch der entgegengesetzte Fall zu den bisherigen Messungen, nämlich daß  $\alpha_L$  kleiner als  $\alpha_{SNS}$  ist, gefunden. Hier ist dann ein positiver Korrekturfaktor  $L'_{SNS}$  nötig, um die Messung mit der Theorie in Einklang



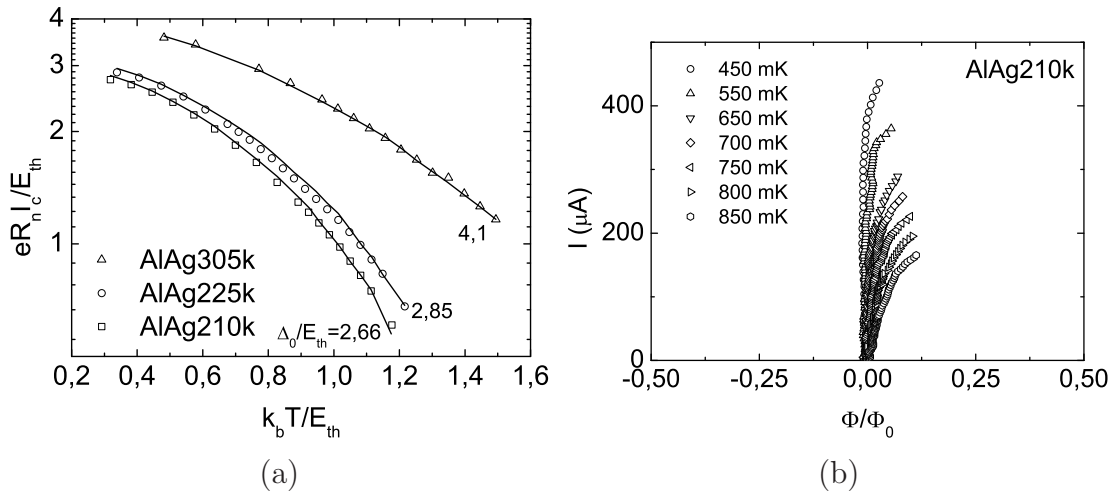


**Abbildung 5.34:** Ein Vergleich des Füllfaktors (Teilbild(a)) und der Strom-Phasen-Relation (Teilbild (b)) der Probe AlAg225k bei zwei Messungen nach zwischenzeitlicher Erwärmung der Probe auf Raumtemperatur zeigt deutliche Veränderungen. Dies ist vermutlich auf eine Änderung der aktiven Fläche des Hall-Sensors aufgrund unterschiedlich eingefrorener Defekte zurückzuführen.

zu bringen. Ein Auszug aus den gemessenen Strom-Phasen-Relationen für die Proben AlAg210k, AlAg225k und AlAg305k findet sich in der Abb. 5.35 (b), 5.36 (a) bzw. 5.36 (b). Bei der Probe AlAg210k ist deutlich die Verschiebung des Maximums der Strom-Phasen-Relation zu Werten kleiner  $\Phi/\Phi_0 = 0,25$  zu erkennen. Im Gegensatz dazu zeigen die beiden anderen Proben eine Verschiebung des Maximums zu größeren Werten der Phase, wie es schon bei den Proben der Nb/Ag Serie der Fall war.

Ein Dissipationseffekt wie bei den Proben der NbAg410b, NbAg460b und NbAg560b der Nb/Ag-Serie wurde hier nicht gefunden. Dies scheint also wirklich eine Eigenheit des Nb zu sein, welches an den Kanten der Ag-Schicht sehr leicht Risse bildet (s. Abb. 5.29 (b)), selbst wenn das Ag sehr viel dünner als das Nb ist.

Die Probenparameter, wie die Diffusionskonstante und der Widerstand  $R_n$  der SNS-Kontakte, können wieder über einen Vergleich der Messung von  $I_c(T)$  mit der Theorie bestimmt werden. In der Abb. 5.35 (a) sind die Meßwerte zusammen mit den aus Gleichung 2.19 berechneten Kurven eingezeichnet. Da die Thouless-Energien der untersuchten Kontakte relativ groß im Vergleich zur Energielücke sind, liegen die Meßpunkte hauptsächlich im Temperaturbereich  $k_b T < 1$ , also dort wo die analytische Beziehung 2.19 zur Überschätzung des kritischen Stromes führt. Deshalb erhält man bei der Anpassung für die Diffusionskonstante und die mittlere freie Weglänge etwas zu kleine Werte. Es wurde wieder die mittlere Kontaktlänge  $s_{mit}$  verwendet. Die mittlere freie Weglänge, die sich aus der bestimmten Diffusionskonstanten er-

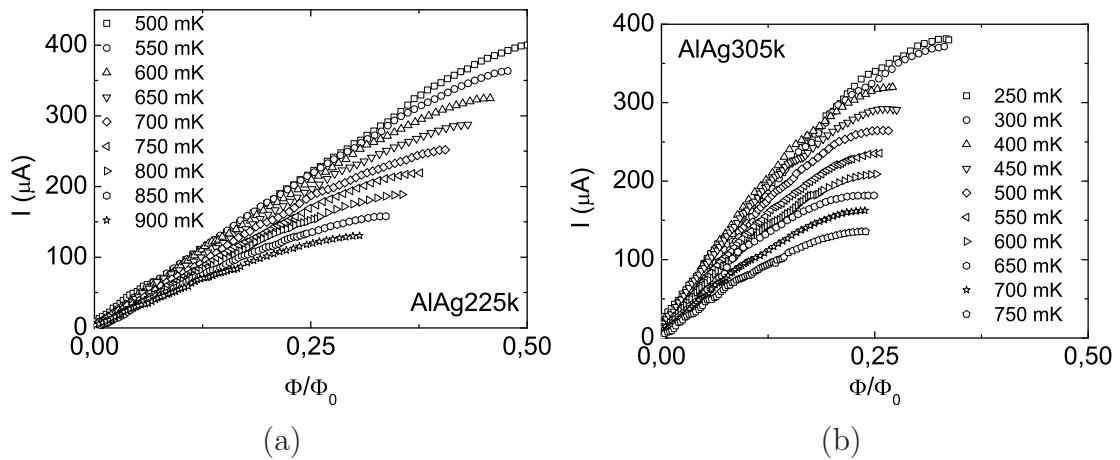


**Abbildung 5.35:** (a) Ein Vergleich des  $I_c(T)$ -Zusammenhangs mit der Theorie liefert die Parameter  $D$  und  $R_n$  der SNS-Kontakte. (b) Die gemessene Strom-Phasen-Relation der Probe AlAg210k zeigt eine deutliche Verschiebung des Maximums zu kleineren Werten. Der Grund ist eine räumlich inhomogene Auflösung des Hall-Sensors, welcher sich durch die lokalen Füllfaktoren  $\alpha_L$  und  $\alpha_{SNS}$  ausdrücken läßt (s. Abschnitt 5.2.1 ab Seite 96).

gibt, beträgt etwa 50 nm, was exakt der Schichtdicke des Ag entspricht. Die Werte des kritischen Stroms  $I_c$  sind überraschend groß und über den gesamten Temperaturbereich sind alle Hall-Magnetometerkennlinien hysteretisch.

Die mit dem Anpassungsparameter  $L'_{SNS}$  korrigierten Strom-Phasen-Relationen für die drei vermessenen Proben sind in den Abbildungen 5.37, 5.38 und 5.39 abgebildet. Die durchgezogenen Linien sind die theoretisch berechneten Strom-Phasen-Relationen mit den in der Tabelle 5.5 angegebenen Werten für die Thouless-Energie und den Normalwiderstand des Ag. Die gestrichelten Kurven stellen einen sinusförmigen Zusammenhang mit den jeweiligen Werten für den kritischen Strom  $I_c$  des SNS-Kontaktes dar. Die verwendeten Werte für die Korrekturinduktivität  $L'_{SNS}$  sind in den jeweiligen Bildunterschriften angegeben.

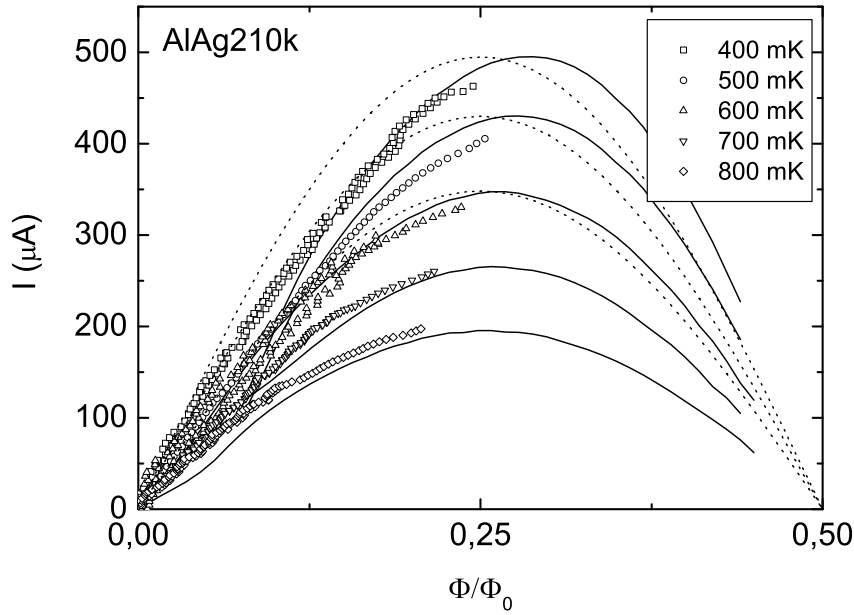
Die Übereinstimmung der Messungen mit den theoretischen Kurven ist besonders bei den beiden längeren Kontakten recht gut. Bei der Probe AlAg210k wäre bei den höheren Temperaturen eigentlich ein betragsmäßig etwas kleinerer Korrekturfaktor nötig, um die Messung gut anzupassen. Dann wären allerdings die Messungen bei tiefen Temperaturen etwas anharmonischer als die theoretische Kurve. Dies könnte nun ein Hinweis sein, daß sich dieser SNS-Kontakt schon im quasiballistischen Regime befindet und die Strom-Phasen-Relation für  $T \rightarrow 0$  sägezahnförmig wird. Allerdings kann nicht ausgeschlossen werden, daß sich das Verhältnis zwischen  $\alpha_L$  und  $\alpha_{SNS}$  nicht temperaturabhängig ändert und so eine künstliche temperaturbe-



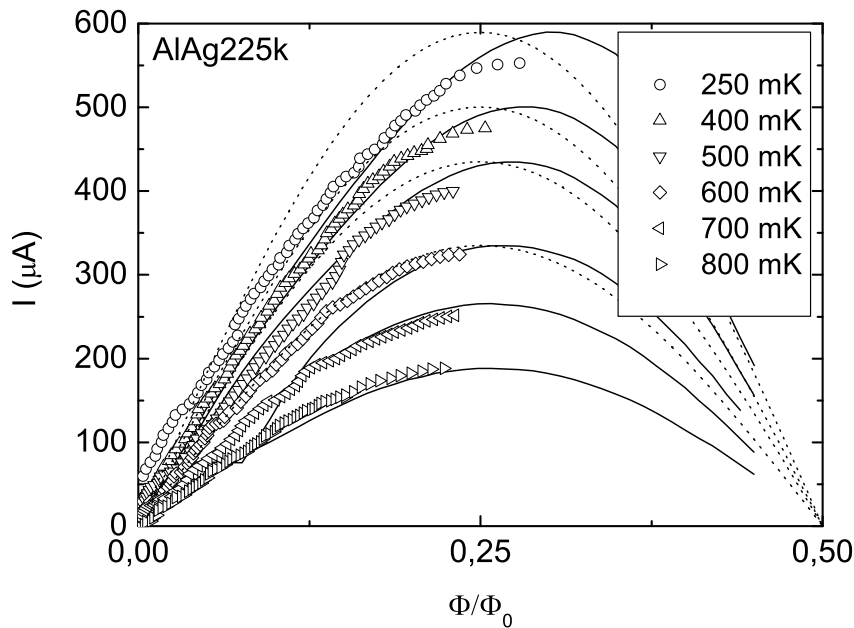
**Abbildung 5.36:** Die Proben AlAg225k (Teilbild (a)) und AlAg305k (Teilbild (b)) zeigen eine Verschiebung des Maximums der Strom-Phasen-Relation zu höheren Werten der Phase  $\Delta\varphi = 2\pi\Phi/\Phi_0$ . Da bei der Probe AlAg305k für  $T < 400\text{ mK}$  mit einem geringeren Hall-Sondenstrom gemessen wurde, zeigen diese Kurven eine andere Verschiebung, da sich das Verhältnis zwischen  $\alpha_L$  und  $\alpha_{SNS}$  ändert (s. Text).

dingte Verzerrung stattfindet.

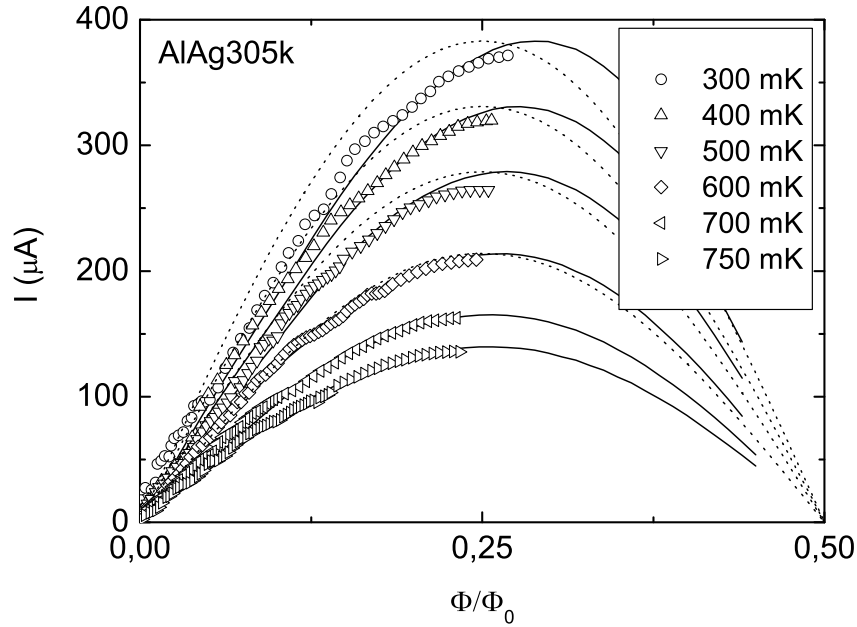
Auch die Strom-Phasen-Relationen für diese drei kontaktierten Ringe wurden versuchsweise an eine sinusförmige Relation angepaßt. In der Abb. 5.40 ist das Ergebnis dieser Prozedur für die Probe AlAg305k abgebildet. Als Anpassungsparameter wurden für  $T = 300\text{ mK}$   $L'_{SNS} = -0,55\text{ pH}$  eingestellt. Für die übrigen Temperaturen, welche mit einem größeren Sensorstrom gemessen wurden, beträgt  $L'_{SNS} = -0,28\text{ pH}$ . Die Übereinstimmung ist auch bei diesen Versuchen recht gut, was bedeutet, daß auch bei den Al/Ag-Proben nicht eindeutig entschieden werden kann, ob die Strom-Phasen-Relationen höhere Harmonische enthalten oder nicht.



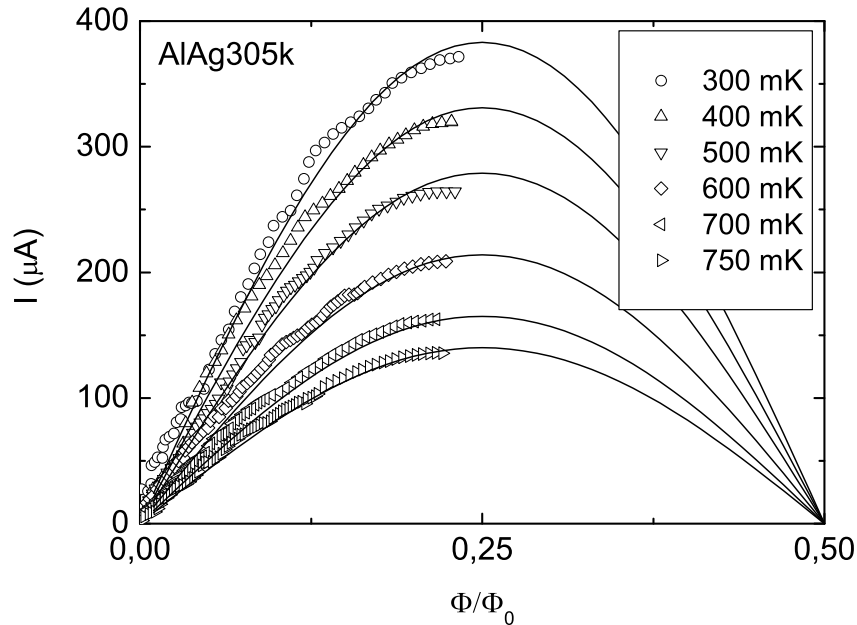
**Abbildung 5.37:** Die Messung der Strom-Phasen-Relation des Rings AlAg210k (offene Symbole) kann mit einem Anpassungsparameter  $L'_{SNS} = 1,05 \text{ pH}$  an die theoretischen Kurven (durchgezogene Linie) angepaßt werden. Die gestrichelten Kurven sind sinusförmige Strom-Phasen-Relationen mit den entsprechenden Werten des kritischen Stroms  $I_c$ .



**Abbildung 5.38:** Bei der Probe AlAg225k ist ein Anpassungsparameter  $L'_{SNS} = -1,9 \text{ pH}$  für  $T < 400 \text{ mK}$  nötig um die Messungen an die Theorie anzupassen. Für alle anderen Temperaturen wurde  $L'_{SNS} = -1,4 \text{ pH}$  verwendet.



**Abbildung 5.39:** Bei der Schleife AlAg305k ist nur ein sehr kleiner Anpassungsparameter nötig. Für  $T < 400$  mK wurde  $L'_{SNS} = -0,35$  pH verwendet und ansonsten  $L'_{SNS} = -0,09$  pH.



**Abbildung 5.40:** Die Meßdaten des Rings AlAg305k können auch an einen sinusförmigen Strom-Phase-Zusammenhang angepaßt werden. Die erforderlichen Parameter betragen für  $T < 400$  mK  $L'_{SNS} = -0,55$  pH bzw.  $L'_{SNS} = -0,28$  pH für die höheren Werte von  $T$ .

### 5.2.3 Kapitelzusammenfassung

Mit der Verwendung von kontaktierten SNS-Ringen können eine Reihe von Verbesserungen erzielt werden. Es ist mit dieser Methode möglich, direkt den kritischen Strom  $I_c$  des SNS-Kontakts zu messen. Ferner ist es möglich, sowohl die Induktivität des Rings, als auch dessen Signaleinkopplung in den Hall-Sensor zu bestimmen. Es gelingt (unter Einhaltung gewisser Bedingungen) die Strom-Phasen-Relation des im Ring integrierten SNS-Kontakts zu messen. Eine Bedingung, die dabei einzuhalten ist, betrifft die Induktivität des Ringabschnitts, welcher den Josephson-Kontakt enthält und zwischen den Stromzuleitungen liegt. Diese ist im Vergleich zur Gesamtinduktivität der Schleife möglichst gering zu halten. Aber auch der maximale kritische Strom  $I_c$  des SNS-Kontakts sollte nicht allzu groß sein. Es zeigte sich, daß bei der vorliegenden Probengeometrie die kritische Grenze von  $I_c$  je nach Probe bei etwa  $50\text{--}100\ \mu\text{A}$  liegt. Blieb die Amplitude der Strom-Phasen-Relation unter diesem Wert, war es möglich die korrekte Form der Strom-Phasen-Relation direkt und verzerrungsfrei zu messen.

Bei den untersuchten Systemen (Nb/Ag und Al/Ag), war der kritische Strom jedoch so groß, daß die gemessenen Strom-Phasen-Relationen verzerrt erschienen. Dies wurde auf eine Inhomogenität der Ortsauflösung der verwendeten Hall-Magnetometer zurückgeführt, die aus einer nicht exakten Ausrichtung des Rings auf der aktiven Sensorfläche resultiert. Unter dieser Annahme ist es möglich, die Messungen mit den Vorhersagen der quasiklassischen Theorie in Einklang zu bringen. Allerdings ist die Korrektur von der Gestalt, daß auch eine Anpassung an eine sinusförmige Strom-Phasen-Relation im Rahmen des Meßfehlers möglich ist. Die Messungen bei höheren Temperaturen, und damit kleinem kritischem Strom, sind eindeutig sinusförmig und damit in Einklang mit der quasiklassischen Theorie.

# Kapitel 6

## Zusammenfassung

Gegenstand dieser Arbeit war die experimentelle Untersuchung der Strom-Phasen-Relation in mesoskopischen, diffusiven Supraleiter/Normalleiter/Supraleiter (SNS) Josephson-Kontakten. Die Theorie sagt für hochtransparente SNS-Kontakte eine Strom-Phasen-Relation voraus, welche höhere Harmonische besitzt. Der maximale kritische Strom wird deshalb erst bei größeren Werten der Phase erreicht, als dies bei der üblichen sinusförmigen Strom-Phasen-Beziehung der Tunnel-Josephson-Kontakte der Fall ist. Die mikroskopische Ursache für das Auftreten der höheren Harmonischen ist ein kohärenter Prozeß multipler Andreev Reflektionen (MAR). Ein wesentlicher Teil dieser Arbeit war eine Methode zu entwickeln, mit der es möglich ist die Strom-Phasen-Relation von mesoskopischen SNS-Kontakten direkt zu messen. Dazu wurden die Kontakte in eine supraleitende Schleife integriert. Mißt man das magnetische Moment eines solchen Systems im externen Magnetfeld, welches der Steuerung der Phasendifferenz über dem Kontakt dient, kann daraus die Strom-Phasen-Relation extrahiert werden. Als Magnetometer wurden Hall-Sensoren verwendet, die aus einer GaAs/AlGaAs Halbleiterheterostruktur hergestellt wurden. Essentiell für das Auftreten des kohärenten MAR-Prozesses, und damit von höheren Harmonischen in der Strom-Phasen-Relation diffusiver SNS-Kontakte, sind hochtransparente Grenzflächen zwischen dem Supra- und Normalleiter. Deshalb wurden die Kontakte mit Hilfe von Schattenmasken im Ultra-Hoch-Vakuum hergestellt, ohne das Vakuum zwischen den beiden Abscheidungsprozessen des Normal- und Supraleiters zu brechen.

In den anfänglichen Experimenten an Al/Au-, Al/Ag- und Al/Cu-Kontakten wurde zur Phasenkontrolle ein externes, durch eine supraleitende Magnetspule erzeugtes, Magnetfeld zur Phasenkontrolle eingesetzt. Aufgrund der unterschiedlichen Signaleinkopplung dieses externen Magnetfeldes und des durch den zirkulierenden Supra-  
strom in der Schleife erzeugten magnetischen Flusses, wird die gemessene Strom-



Phasen-Relation verzerrt. Um diese künstliche Verzerrung rückgängig zu machen, ist die genaue Kenntnis der Signaleinkopplung des supraleitenden Rings in den Hall-Sensor notwendig. Diese ist aber bei dieser Meßmethode nicht direkt bestimmbar. Lediglich bei den Al/Au-Kontakten konnte unter Zuhilfenahme anderer Meßgrößen der Einkopplungsfaktor abgeschätzt werden. Es ergab sich für alle untersuchten Kontaktlängen und Temperaturen eine sinusförmige Strom-Phasen-Relation. Dies wurde auf nichttransparente Grenzflächen zurückgeführt, welche durch eine Vermischung der beiden Metalle hervorgerufen werden und die MAR-Prozesse effektiv unterdrücken. Bei den Al/Ag- und Al/Cu-Kontakten konnte im Rahmen der Meßgenauigkeit nicht entschieden werden, ob die Strom-Phasen-Relation bei tiefen Temperaturen höhere Harmonische enthält oder nicht.

Um unabhängig von der Signaleinkopplung in den Hall-Sensor die korrekte Form der Strom-Phasen-Relation zu messen, wurde der Probenaufbau so verändert, daß die Phase durch einen vom Ring selbst erzeugten Fluß gesteuert werden konnte. Mit dieser verbesserten Meßmethode wurden Nb/Ag und Al/Ag Josephson-Kontakte untersucht. Bei beiden Systemen fanden sich bei tiefen Temperaturen höhere Harmonische in der Strom-Phasen-Relation, die mit steigender Temperatur unterdrückt wurden, wie es die quasiklassische Theorie verlangt [5]. Allerdings wird das Maximum der Strom-Phasen-Relation erst bei größeren Werten der Phase erreicht als von der Theorie vorausgesagt wird. Bei der kürzesten untersuchten Al/Ag-Probe dagegen wird der maximale Strom bei viel niedrigeren Werten erreicht, als dies bei einem sinusförmigen Zusammenhang zwischen Strom und Phase der Fall wäre. Diese beobachteten starken Anharmonizitäten wurden auf eine Inhomogenität in der Ortsauflösung der Hall-Magnetometer zurückgeführt. Diese Inhomogenität resultiert aus einer nicht exakten Ausrichtung der supraleitenden Schleife auf dem Hall-Sensor und wirkt sich besonders stark bei SNS-Kontakten mit großem kritischen Strom aus. Infolgedessen wird eine andere Phasendifferenz gemessen, als in Wirklichkeit am Kontakt anliegt. Unter dieser Annahme konnten die Messungen mit den Vorhersagen der quasiklassischen Theorie in Einklang gebracht werden. Mit der angebrachten Korrektur sind die Meßdaten aber auch mit sinusförmigen Strom-Phasen-Relationen zur Deckung zu bringen, so daß abermals nicht eindeutig der gesuchte Effekt der MAR Prozesse auf die Strom-Phasen-Relation nachgewiesen werden konnte.

Das Hauptresultat der vorliegenden Arbeit ist die Entwicklung einer Meßmethode zur erstmalig direkten experimentellen Untersuchung der Strom-Phasen-Relation von mesoskopischen SNS-Kontakten. Blieb der kritische Strom der Kontakte unter einem Wert von ca.  $50 - 100 \mu\text{A}$ , konnte die Strom-Phasen-Relation der SNS-Kontakte unverfälscht gemessen werden. Leider wurde dieser Wert für den kritischen Strom bei allen untersuchten Proben mit transparenten Grenzflächen schon

---

oberhalb der Thouless-Temperatur  $T_{th} = E_{th}/k_b$  überschritten, so daß die Strom-Phasen-Relation im interessanten Temperaturbereich nicht unverfälscht gemessen werden konnte. Trotzdem hat sich diese Meßmethode als sehr leistungsfähig erwiesen und mit einigen weiterführenden Modifikationen sollte es möglich sein, die Strom-Phasen-Relation auch im interessanten Temperaturregime  $T < T_{th}$  zu vermessen.

Um den Effekt der inhomogenen Ortsauflösung zu minimieren, müßte die supraleitende Schleife exakter in den Hall-Sensor eingepasst werden. Dazu wäre es hilfreich, wenn die Hall-Sensoren mit Hilfe von Elektronenstrahlolithographie und einem anisotropen Ätzprozeß definiert würden, um die Verrundungen des Sensors zu minimieren. Außerdem könnte die Verwendung eines Materials mit höherer Beweglichkeit zu weiteren Verbesserungen führen, denn die Sensoren in dieser Arbeit befanden sich mit  $10\ \mu\text{m}$  Strukturweite im quasiballistischen Regime, zwischen ballistischem und diffusivem. Es ist also nicht sicher gegeben, daß die aktive Fläche wirklich exakt die quadratische Form annimmt, welche bei der Platzierung der Ringe auf den Sensoren vorausgesetzt wird. Ferner sollte der maximale kritische Strom des Kontaktes minimiert werden, indem der normalleitende Steg schmaler strukturiert wird, so daß sich der Normalwiderstand bei gleichbleibender Diffusionskonstante erhöht. Würde es außerdem gelingen 2DEG-Materialien mit niedrigerer Ladungsträgerdichte ( $n < 10^{15}\ \text{m}^{-2}$ ) zuverlässig zu kontaktieren, wäre dies ein einfacher Weg, die Meßauflösung der Hall-Magnetometer weiter zu erhöhen.



# Anhang

## A.1 Herstellung der Serie P104E

Zuerst werden vom schutzbelackten Wafer mit Hilfe eines Diamantritzers geeignete Stücke abgebrochen. Jede so erhaltene Probe bietet Platz für 25 Mesas und hat die Abmessungen  $7 \times 6$  mm. Jede Mesa enthält 3 Kreuzungen, der Strompfad ist zwischen den Kreuzungen aufgeweitet um den Widerstand zu minimieren (s. Abb. 4.2 auf Seite 59). Anhand der Proben Serie P104E soll im folgenden der Herstellungsprozeß in Stichpunkten erläutert werden.

### Photolithographische Herstellung der Hall-Sensoren

#### Ätzen der Mesa

- Standardreinigung
  - 1 min Acetonbad im Ultraschall, anschließend abspritzen mit Aceton
  - ohne daß die Probe trocken wird, dreimal in frisches Acetonbad, dazwischen mit Aceton abspritzen
  - Propanolbad, abspritzen mit Propanol und Trockenblasen
- Aufschleudern des Photolacks *Microposit* 1805
  - $t = 30$  s bei 4500 U/min
  - anschließend 2 min bei  $90^\circ\text{C}$  trocknen
- Belichten der Hall Sensoren im *mask aligner*,  $t = 11,75$  s
- Entwickeln des Photolacks
  - $\text{H}_2\text{O} : \text{NaOH} = 4 : 1$  als Entwickler,  $t = 30$  s
  - Stoppen in deionisiertem Wasser und trockenblasen

- Nachbacken bei 110°C für 3 min
- Naßchemisches Ätzen der Hall Sensoren
  - $\text{H}_2\text{O} : \text{HCL} = 1 : 1, t = 30\text{s}$
  - $\text{H}_2\text{O} : \text{H}_2\text{O}_2 : \text{Essigsäure} = 15 : 3 : 15, t = 50\text{s} \Rightarrow 250\text{nm}$
  - Stoppen in deionisiertem Wasser und trockenblasen
- Entfernen des Photolacks in Aceton (*Strippen*)

### Kontaktierung des 2DEGs

- Standardreinigung
- Belacken mit Photolack ARP 374-0
  - $t = 5\text{s}$  bei 3000 U/min
  - $t = 30\text{s}$  bei 6000 U/min
  - anschließend 5 min bei 90°C trocknen
- Belichten der Kontakt-*Pads* mit Kämmen  $t = 31,51\text{s}$
- Entwickeln des Photolacks
  - $\text{H}_2\text{O} : \text{NaOH} = 3 : 1$  als Entwickler,  $t = 42\text{s}$
  - Stoppen in deionisiertem Wasser und trockenblasen
- $\text{O}_2$ -Plasmaverascher  $t = 5\text{s}$
- Aufdampfen von Au/Ge und Ni
  - Au/Ge im eutektischen Verhältnis 88 : 12,  $d = 376\text{nm}$
  - Ni zur Reduktion der Oberflächenspannung,  $d = 94\text{nm}$
- Ablösen der Metallschicht (*Lift-off*) in warmem Aceton  $T = 56^\circ\text{C}$
- Einlegieren der Kontakte bei  $T = 440^\circ\text{C}$ ,  $t = 50\text{s}$  unter Formiergas
- Testen der Kontakte am Spitzenmeßplatz: typischer Wert  $R \approx 40\text{k}\Omega$  für den Strompfad

### Aufbringen der *Bond-Pads*

- Standardreinigung
- Belacken mit Photolack ARP 374-0
- Belichten der Kontakt-*Pads* ohne Käbme  $t = 31,49\text{s}$
- Entwickeln des Photolacks  $t = 42\text{s}$
- Aufdampfen von Cr/Au
  - Cr als Haftvermittler,  $d = 5\text{ nm}$
  - Au als Bondpad,  $d = 180\text{ nm}$
- *Lift-off* in warmem Aceton  $T = 56^\circ\text{C}$

### Strukturierung der SNS-Strukturen

#### Erstellung des Schattenmasken Schichtsystems

- Standardreinigung
- Belacken mit PES : NMP (20 : 80 Gewichtsanteile)
  - $t = 300\text{s}$  bei 3000 U/min unter  $\text{N}_2$  Atmosphäre
  - anschließend 1 min bei  $275^\circ\text{C}$  trocknen
- Aufdampfen von 70 nm Ge
- Belacken mit PMMA 950k4%
  - $t = 5\text{s}$  bei 3000 U/min
  - $t = 30\text{s}$  bei 6000 U/min
  - anschließend 5 min bei  $150^\circ\text{C}$  trocknen

#### Elektronenstrahlithographie

- Elektronenstrahlithographie (ESL) der Schleifen Dosis  $260\text{ pC/cm}^2$ , Spotsize 6
- ESL der Zuleitungen  $260\text{ pC/cm}^2$ , Spotsize 8
- ESL der Bondpads  $260\text{ pC/cm}^2$ , Spotsize 12
- Entwickeln des PMMA
  - Entwickeln in ETX (Ehylenglycolmonoethylether): Methanol = 3 : 7,  $t = 7\text{s}$
  - Nachentwickeln in Methanol  $t = 10\text{s}$
  - Stoppen in Propanol  $t = 30\text{s}$

## Ätzen der Maske

- Ätzen mit Reaktiver Ionenätzanlage (RIE)
  - Ätzen der Ge Maske mit  $\text{SiCl}_4$ : 20 sccm, 25 mT, 100 W für  $t = 90$  s
  - Unterhöhlung der Maske und Entfernen des PMMA mit  $\text{O}_2$ : 100 sccm, 300 mT, 100 W für  $t = 30$  min
- Kontrolle einer Teststruktur im REM
- Eventuelle Nachbehandlung im  $\text{O}_2$ -Plasma

## Aufbringen der SNS Strukturen

- Ausmessen der PES Dicke im *Stepper*  $\rightarrow d = 675$  nm
- Abscheiden von Ag und Nb im UHV, Substratkühlung  $T = -50^\circ\text{C}$ 
  - Aufdampfen von 50 nm Ag unter  $30,65^\circ \rightarrow 400$  nm Translation
  - Aufdampfen von 180 nm Nb unter  $-30,65^\circ \rightarrow -400$  nm Translation
- *Lift-off* in warmen NMP,  $T = 80^\circ\text{C}$
- Ritzen und Abspalten der einzelnen Proben
- Einkleben in den *Chip Carrier*
- Kontaktieren (*bonding*) der einzelnen Proben
  - Kontaktieren der Hall Sensoren mit Au Draht
  - Kontaktieren der SNS Strukturen mit Al Draht und evtl. Leitsilber



# Literaturverzeichnis

- [1] B. D. Josephson, Phys. Lett. **1**, 251 (1962).
- [2] P. W. Anderson, J. M. Rowell, Phys. Lett. **10**, 230 (1963).
- [3] P. G. de Gennes, Rev. Mod. Phys. **36**, 225 (1964).
- [4] A. F. Andreev, Sov. Phys. JETP **19**, 1228 (1964).
- [5] T. T. Heikkilä, J. Särkkä, F. K. Wilhelm, Phys. Rev. B **66**, 184513 (2002).
- [6] P. Dubos, H. Courtois, O. Buisson, B. Pannetier, Phys. Rev. Lett. **87**, 206801 (2001).
- [7] M. Tinkham: *Introduction to Superconductivity*, McGraw-Hill, New York, (1996).
- [8] W. Buckel, R. Kleiner: *Supraleitung*, 6 Aufl., Wiley-VCH, Weinheim, (2004).
- [9] C. P. Poole, H. A. Farach, R. J. Creswick: *Superconductivity*, Academic Press, San Diego, (1995).
- [10] P. Dubos, H. Courtois, B. Pannetier, F. K. Wilhelm, A. D. Zaikin, G. Schön, Phys. Rev. B **63**, 064502 (2001).
- [11] P. G. de Gennes: *Superconductivity of metals and alloys*, W. A. Benjamin, New York, (1966).
- [12] L. P. Gorkov, Sov. Phys. JETP **7**, 505 (1958).
- [13] A. M. Zagoskin: *Quantum Theory of Many-Body Systems*, 1 Aufl., Springer, New York, (1998).
- [14] G. Eilenberger, Z. Phys. **214**, 195 (1968).
- [15] K. D. Usadel, Phys. Rev. Lett. **25**, 507 (1970).

- 
- [16] W. Belzig, F. K. Wilhelm, C. Bruder, G. Schön, A. D. Zaikin, *Superlatt. Microstruct.* **25**, 1251 (1999).
- [17] J. Rammer, H. Smith, *Rev. Mod. Phys.* **58**, 323 (1986).
- [18] A. Barone, G. Paterno: *Physics and Applications of the Josephson Effect*, Wiley, New York, (1982).
- [19] A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, E. Il'ichev, *Rev. Mod. Phys.* **76**, 411 (2004).
- [20] M. Yu. Kupriyanov, *JETP Lett.* **56**, 399 (1992).
- [21] G. Deutscher, P. G. de Gennes: *Proximity Effect*, in R. D. Parks (Hrsg.): *Superconductivity*, Band 2, Marcel Dekker, New York, (1969).
- [22] P. Charlat, H. Courtois, P. Gandit, D. Mailly, A. F. Volkov, B. Pannetier, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4950 (1996).
- [23] S. Gueron, H. Pothier, N. O. Birge, D. Esteve, M. H. Devoret, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3025 (1996).
- [24] H. Meissner, *Phys. Rev.* **117**, 672 (1960).
- [25] N. A. Mortensen, K. Flensberg, A. -P. Jauho, *Phys. Rev. B* **59**, 10176 (1999).
- [26] H. Cuortis, P. Charlat, Ph. Gandit, D. Mailly, B. Pannetier, *J. Low Temp. Phys.* **116**, 187 (1999).
- [27] J. Clarke, *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **308**, 447 (1969).
- [28] A. F. Andreev, *Sov. Phys. JETP* **22**, 455 (1966).
- [29] J. Bardeen, J. L. Johnson, *Phys. Rev. B* **5**, 72 (1972).
- [30] B. J. van Wees, K.-M. H. Lenssen, C. J. P. M. Harmans, *Phys. Rev. B* **44**, 470 (1991).
- [31] S.-K. Yip, *Phys. Rev. B* **58**, 5803 (1998).
- [32] F. K. Wilhelm, G. Schön, A. D. Zaikin, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1682 (1998).
- [33] J. J. A. Baselmans, B. J. van Wees, T. M. Klapwijk, *Appl. Phys. Lett.* **63**, 094504 (2001).
- [34] J. J. A. Baselmans, T. T. Heikkilä, B. J. van Wees, T. M. Klapwijk, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 207002 (2002).

- [35] J. J. A. Baselmans, B. J. van Wees, T. M. Klapwijk, Phys. Rev. B **65**, 224513 (2002).
- [36] A. D. Zaikin, G. F. Zharkov, Sov. J. Low Temp. Phys. **7**, 184 (1981).
- [37] H. Courtois, Ph. Gandit, D. Mailly, B. Pannetier, Phys. Rev. Lett. **76**, 130 (1996).
- [38] Yu. V. Nazarov, Phys. Rev. Lett. **73**, 134 (1994).
- [39] E. Il'ichev, H. E. Hoenig, H.-G. Meyer, A. B. Zorin, V. V. Khanin, M. Götz, A. B. Pavolotsky, J. Niemeyer, Physica C **352**, 141–143 (2001).
- [40] M. Grajcar, M. Ebel, E. Il'ichev, R. Kürsten, T. Matsuyama, U. Merkt, Physica C **372–376**, 27–30 (2002).
- [41] M. Götz, M. Grajcar, E. Il'ichev, V. V. Khanin, A. B. Zorin, J. Niemeyer, H.-G. Meyer, Phys. Rev. B **62**, 14645–14648 (2000).
- [42] M. Götz, V. V. Khanin, H. Schulze, A. B. Zorin, J. Niemeyer, E. Il'ichev, A. Chwala, H. E. Hoenig, H.-G. Meyer, Appl. Phys. Lett. **77**, 1354–1356 (2000).
- [43] L. D. Jackel, R. A. Buhrman, W. W. Webb, Phys. Rev. B **10**, 2782 (1974).
- [44] L. D. Jackel, M. Warlaumont, T. D. Clark, J. C. Brown, R. A. Buhrman, M. T. Levinsen, Appl. Phys. Lett. **28**, 353 (1976).
- [45] A. H. Silver, J. E. Zimmerman, Phys. Rev. **157**, 317–341 (1967).
- [46] C. W. J. Beenakker, H. van Houten: *Quantum Transport in Semiconductor Nanostructures*, in H. Ehrenreich, D. Turnbull (Hrsg.): Solid State Physics: Advances in Research and Application, Band 44, Academic Press, (1991).
- [47] J. H. Davies: *The physics of low dimensional semiconductors: an introduction*, erste Aufl., Cambridge University Press, Cambridge, (1998).
- [48] S. Datta: *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*, erste Aufl., Cambridge University Press, Cambridge, (1997).
- [49] M. Rahm, J. Biberger, D. Weiss: *Micro-Hall-magnetometry*, in U. Sivan T. Chakraborty, F. Peeters (Hrsg.): Nano-Physics & Bio-electronics: A new Odyssey, Elsevier, (2002).
- [50] S. T. Stoddart, S. J. Bending, A. K. Geim, M. Henini, Phys. Rev. Lett. **71**, 3854–3857 (1993).

- [51] A. K. Geim, I. V. Grigorieva, J. G. S. Lok, J. C. Maan, S. V. Dubonos, X. Q. Li, F. M. Peeters, Yu. V. Nazarov, *Superlattices and Microstructures* **23**, 151–160 (1998).
- [52] D. Y. Vodolazov, F. M. Peeters, S. V. Dubonos, A. K. Geim, *Phys. Rev. B* **67**, 054506 (2003).
- [53] S. Pedersen, G. R. Kofod, J. C. Hollingbery, C. B. Sørensen, P. E. Lindelof, *Phys. Rev. B* **64**, 104522 (2001).
- [54] F. M. Peeters, X. Q. Li, *App. Phys. Lett.* **72**, 572–574 (1998).
- [55] X. Q. Li, F. M. Peeters, A. K. Geim, *J. Phys.: Condens. Matter* **9**, 8065–8073 (1997).
- [56] C. W. J. Beenakker, H. van Houten, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 1857–1860 (1989).
- [57] A. K. Geim, S. V. Dubonos, J. G. S. Lok, I. V. Grigorieva, J. C. Maan, L. T. Hansen, P. E. Lindelof, *Appl. Phys. Lett.* **71**, 2379–2381 (1997).
- [58] S. V. Dubonos, A. K. Geim, K. S. Novoselov, J. G. S. Lok, J. C. Maan, M. Henini, *Physica E* **6**, 746–750 (2000).
- [59] M. C. Koops, G. V. van Duyneveldt, R. de Bruyn Ouboter, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2542–2545 (1996).
- [60] B. S. Deaver, W. M. Fairbank, *Phys. Rev. Lett.* **7**, 43–46 (1961).
- [61] R. Doll, M. Näbauer, *Phys. Rev. Lett.* **7**, 51–52 (1961).
- [62] S. M. Frolov, D. J. van Harlingen, V. A. Oboznov, V. V. Bolginov, V. V. Ryazanov, *Phys. Rev. B* **70**, 144505 (2004).
- [63] L. D. Jackel, W. W. Webb, J. E. Lukens, S. S. Pei, *Phys. Rev. B* **9**, 115 (1974).
- [64] J. Kurkijärvi, *Phys. Rev. B* **6**, 832 (1972).
- [65] F. W. Grover: *Inductance Calculations: Working Formulas and Tables*, Dover Publ. New York, (1962).
- [66] J. M. Martinis, M. H. Devoret, J. Clarke, *Phys. Rev. B* **35**, 4682–4698 (1987).
- [67] H. D. Schuh: *Mikro-Hall-Magnetometrie*, Dissertation, Universität Regensburg, (2000).
- [68] J. Biberger: *Magnetometrie mit Mikro-Hallstrukturen*, Diplomarbeit, Universität Regensburg, (1999).

- 
- [69] M. Rahm: *Herstellung und Charakterisierung ferromagnetischer Nanostrukturen mittels Mikro-Hall-Magnetometrie*, Diplomarbeit, Universität Regensburg, (2000).
- [70] A. Bauer: *Magnetometrie an ferromagnetischen Dot-Arrays*, Diplomarbeit, Universität Regensburg, (2000).
- [71] J. Bentner: *Mikro-Hall-Magnetometrie an magnetischen Nanostrukturen*, Diplomarbeit, Universität Regensburg, (2000).
- [72] W. Breuer, D. Weiss, V. Umansky, *Physica E* **12**, 216–219 (2002).
- [73] Graumann U. Ohmsche Kontakte zu zweidimensionalen Elektronensystemen, persönliches Skript.
- [74] A. Bauer: *Spontaneous supercurrents induced by ferromagnetic  $\pi$  junctions*, Dissertation, Universität Regensburg, (2004).
- [75] P. Dubos, P. Charlat, Th. Crozes, P. Paniez, B. Pannetier, *J. Vac. Sci. Technol. B* **18**, 122–126 (2000).
- [76] T. Hoss, C. Strunk, C. Sürgers, C. Schönenberger, *Physica E* **14**, 341–345 (2002).
- [77] S. Washburn, R. A. Webb, *Rep. Prog. Phys.* **55**, 1383 (1992).
- [78] Semiconductor Packaging Assembly Technology, [http://www.national.com/ms/SE/SEMICONDUCTOR\\_PACKAGING\\_ASSEMBLY\\_TECHNOLOGY-MISC.pdf](http://www.national.com/ms/SE/SEMICONDUCTOR_PACKAGING_ASSEMBLY_TECHNOLOGY-MISC.pdf), (1999).
- [79] N. W. Ashcroft, N. D. Mermin: *Solid State Physics*, International Edition, Philadelphia, (1976).



# Dankeschön

An dieser Stelle möchte ich mich nun bei all jenen bedanken, die durch Taten und moralische Unterstützung zum Entstehen dieser Arbeit beigetragen haben:

*Christoph Strunk* hat mich mit diesem interessanten Thema betraut und nahm sich trotz seines dichten Terminplans immer die Zeit, als die unvermeidlichen Komplikationen auftraten. Er ermöglichte es mir an Konferenzen teilzunehmen und half mir mit wichtigen Persönlichkeiten auf dem Gebiet der mesoskopischen, supraleitenden Systeme Kontakt aufzunehmen. Er stand aber auch immer zur Verfügung wenn Probleme auftraten, die nicht unbedingt physikalischer Natur waren.

*Tero T. Heikkilä* und *Frank K. Wilhelm* unterstützten tatkräftig den theoretischen Teil dieser Arbeit. Über die vielen fruchtbaren Diskussionen hinaus überliesen sie mir einen Fortran Code, der es mir ermöglichte den spektralen Suprastrom der untersuchten SNS-Systeme numerisch zu berechnen.

*Werner Wegscheider*, *Peter Tranitz* und *Matthias Reinwald* versorgten mich mit einem GaAs/AlGaAs Heterostrukturmaterial von hervorragender Qualität, wofür ihnen großer Dank gebührt.

*Martin Furtmeier* war sozusagen der “Scotty” unserer Arbeitsgruppe. Er machte das Unmögliche möglich und fertigte die unzählige Kryostatenum- und anbauten sowie zahlreiche andere (fein-)mechanische Gerätschaften meist schon gestern, statt morgen an.

Bei *Dieter Riedl*, *Norbert Sommer* und *Johann Deinhart* möchte ich mich stellvertretend bei allen Mitarbeitern der Elektronik und Feinmechanikwerkstatt der Universität Regensburg bedanken, die mir oftmals weiterhalfen, wenn es mal wieder etwas zu tun gab.

*Karl Weigert* und *Lothar Rother* versorgten mich mit flüssigem Helium und hatten für mich auch immer eine Kanne in der Hinterhand, wenn die altersschwache Verflüssigungsanlage mal wieder defekt war.

*Fritz Wunsch* möchte ich danken für die prompte Hilfe bei allen Problemen, welche die EDV betreffen.

Ganz besonders möchte ich mich bei allen Mitgliedern des Lehrstuhl Weiss und der Arbeitsgruppe Strunk für das gute Arbeitsklima und das freundschaftliche Verhältnis untereinander danken. Insbesondere nennen möchte ich hier meine Zimmerkollegen *Franziska Rohlfing* und *Andreas Bauer*. Sie waren immer bereit, mir bei Problemen hilfreich zur Seite zu stehen und halfen mir auch zusammen mit *Bernhard Stojetz* und *Martin Fücksle* beim Korrekturlesen dieser Arbeit.



Schließlich möchte ich mich bei meinen *Eltern* bedanken, die mich in vielerlei Hinsicht unterstützten und mir das Studium der Physik überhaupt erst ermöglichten. Den allergrößten Danke jedoch möchte ich *Heidi, Luke* und *Antonio* zukommen lassen. Sie mussten mich nur allzuoft “grantig” ertragen und wieder aufbauen, wenn mal wieder irgendetwas schiefgegangen war. Ihr Beistand, Verständnis und Geduld waren so groß, daß es einfache Worte nicht beschreiben können.