

Analisi Matematica T1 - A.A.2011-2012 - prof.G.Cupini
CdL Ingegneria Edile – Università di Bologna

REGISTRO DELLE LEZIONI

(Grazie agli studenti del corso che comunicheranno omissioni o errori)

27 SETTEMBRE 2011

3 ore: 9.30-12.30

Centro Congressi

Insiemi e operazioni tra insiemi. Numeri naturali, interi, razionali, reali. Proprietà dei numeri razionali e reali. Assioma di completezza. \mathbb{Q} non soddisfa l'assioma di completezza. La radice quadrata di 2 non è razionale (con dimostrazione). Maggioranti e minoranti. Insiemi limitati superiormente o inferiormente, insiemi limitati. Massimi e minimi.

29 SETTEMBRE 2011

3 ore: 9.30-12.30

Centro Congressi

Estremo superiore e inferiore: definizione e proprietà. Esercizi su estremo superiore e inferiore, massimi e minimi. Definizione di funzione. Dominio, codominio, immagine. Funzioni suriettive. Grafico di una funzione.

4 OTTOBRE 2011

3 ore: 9.30-12.30

Centro Congressi

Funzioni iniettive, invertibili. Funzione inversa. Funzioni limitate, pari e dispari, crescenti, decrescenti, strettamente crescenti, strettamente decrescenti, monotone, strettamente monotone. Operazioni tra funzioni: somma, sottrazione, prodotto, rapporto, composizione. Funzioni costanti, funzione identità, funzione valore assoluto.

5 OTTOBRE 2011

2 ore: 9.30-11.30

Aula Magna

Funzioni potenza e loro grafici e proprietà. Funzione esponenziale.

6 OTTOBRE 2011

3 ore: 9.30-12.30

Centro Congressi

Funzioni esponenziali e logaritmiche. Esercizi sulle disequazioni esponenziali e irrazionali. Funzioni trigonometriche: seno, coseno, arcoseno e arcocoseno. Definizioni e proprietà.

11 OTTOBRE 2011

3 ore: 9.30-12.30

Centro Congressi

Funzione tangente e arcotangente. Funzioni seno iperbolico e coseno iperbolico. Trasformazioni elementari di grafici. Studio del dominio di una funzione. Esempi ed esercizi.

12 OTTOBRE 2011

2 ore: 9.30-11.30

Aula Magna

Intorno, intorno destro, intorno sinistro. Punto di accumulazione e punto di accumulazione bilatero. Definizione di limite e suo significato. Limite da destra e da sinistra.

13 OTTOBRE 2011

3 ore: 9.30-12.30

Centro Congressi

Legame tra limite, limite destro e limite sinistro. Esempi di non esistenza dei limiti. Teorema di unicità del limite (con dimostrazione). Aritmetica di infinito. Forme indeterminate. Algebra dei limiti: limite della somma, differenza, prodotto e rapporto di funzioni. Legame tra limite di $f(x)$ e limite di $|f(x)|$ (con dimostrazione nel caso di limite uguale a 0). Teorema dei due carabinieri. Teorema del confronto. $|\sin x| \leq |x|$ (con dimostrazione). Limite $\sin x$ per x che tende a 0 è uguale a 0 (con dimostrazione).

18 OTTOBRE 2011

3 ore: 9.30-12.30

Centro Congressi

Limite $\cos x$ per x che tende a 0 è uguale a 1 (con dimostrazione). Limite $\sin x/x$ per x che tende a 0 è uguale a 1 (con dimostrazione). Funzione infinitesima. Funzione infinitesima per funzione limitata è una funzione infinitesima (con dimostrazione), con esempi. Teorema del cambiamento di variabile nel calcolo dei limiti. Esercizi. Limiti notevoli $(1-\cos x)/x^2$ e $(1-\cos x)/x$ per x che tende a 0 (con dimostrazione). Definizione di continuità di una funzione. Le funzioni elementari sono continue. Classificazione dei punti di discontinuità.

20 OTTOBRE 2011

3 ore: 9.30-12.30

Centro Congressi

Esercizi sulla continuità e sulla classificazione dei punti di discontinuità. Somma, prodotto, rapporto e composizione di funzioni continue sono funzioni continue. Infiniti. Somma di un infinito e di una funzione limitata è un infinito (con dimostrazione). Confronto tra infiniti. Principio di sostituzione degli infiniti. Limite di un rapporto di polinomi per x che tende a infinito. Gerarchia degli infiniti. Funzioni asintotiche.

25 OTTOBRE 2011

3 ore: 9.30-12.30

Centro Congressi

Confronto tra infinitesimi. Principio di sostituzione degli infinitesimi. Limiti notevoli. Esercizi sul calcolo della parte principale di funzioni. Esercizi sul calcolo dei limiti. Metodo di razionalizzazione.

26 OTTOBRE 2011

2 ore: 9.30-11.30

Aula Magna

Esercizi sul calcolo dei limiti e sullo studio della continuità, con applicazione dei limiti notevoli.

27 OTTOBRE 2011

3 ore: 9.30-12.30

Centro Congressi

Esercizi sul calcolo dei limiti. Teoremi di permanenza del segno (Teorema 3.24 (i) con

dimostrazione, teorema 3.24 (ii) senza dimostrazione, teorema 3.55 con dimostrazione; i riferimenti sono al libro di testo adottato). Punti e valori di massimo/minimo assoluti: definizioni e proprietà. Esercizi per dedurli dal grafico di una funzione. Teorema di Weierstrass. Teorema di esistenza degli zeri e sue varianti. Esempi e controesempi. Teorema di esistenza dei valori intermedi. L'immagine di un intervallo mediante una funzione continua è un intervallo.

2 NOVEMBRE 2011

3 ore: 9.30-12.30

Aula Magna

Teorema di continuità della funzione inversa. Massimi e minimi relativi: definizione ed esercizi di riconoscimento dal grafico. Rapporto incrementale: definizione, interpretazione geometrica e cinematica. Derivata: definizione, interpretazione geometrica e cinematica. Funzione differenziabile: definizione. Retta tangente al grafico. Calcolo di derivate usando la definizione (con dimostrazione): seno, esponenziale di base e , potenza.

3 NOVEMBRE 2011

3 ore: 9.30-12.30

Centro Congressi

Funzione segno. Calcolo di derivate usando la definizione (con dimostrazione): valore assoluto, funzione costante, costante per funzione, radice cubica. Continuità non implica derivabilità. Derivata di una somma, differenza, prodotto, rapporto di funzioni. Derivata della funzione composta. Derivata della funzione inversa e applicazione al calcolo della derivata della funzione arcoseno. Derivate delle funzioni elementari. Esercizi di calcolo delle derivate. Esercizio sulla determinazione dell'equazione della retta tangente al grafico.

8 NOVEMBRE 2011

3 ore: 9.30-12.30

Centro Congressi

Esercizi sul calcolo delle derivate usando la definizione e usando le regole di derivazione. Derivata da destra e da sinistra. Derivabilità implica continuità (con dimostrazione). Teorema di Fermat (con dimostrazione). Esercizio di calcolo di limite.

9 NOVEMBRE 2011

2 ore: 9.30-11.30

Aula Magna

Punti critici. Teorema di Rolle (con dimostrazione) e teorema di Lagrange (con dimostrazione). Esercizi sul teorema di Lagrange.

10 NOVEMBRE 2011

3 ore: 9.30-12.30

Aula Magna

Formula 4.18 del libro di testo (con dimostrazione). Test di monotonia (con dimostrazione). Teorema sul legame esistente tra funzione costante e funzione con derivata nulla se definite in un intervallo (con dimostrazione) e sua applicazione. Funzioni strettamente monotone e segno della derivata. Legame tra limite della derivata e limite del rapporto incrementale. Studio di funzione: esercizio.

17 NOVEMBRE 2011

3 ore: 9.30-12.30

Centro Congressi

Classificazione dei punti di continuità che non sono punti di derivabilità: punto angoloso, a tangenza verticale, di cuspidi. Metodi per la loro identificazione. Esercizi. Derivate di ordine superiore.

22 NOVEMBRE 2011

3 ore: 9.30-12.30

Centro Congressi

Polinomio di Taylor. Sviluppo di Taylor di ordine k con resto in forma di Peano e di Lagrange. Calcolo del polinomio di Taylor per $\exp(x)$ e $\sin(x)$. Applicazioni al calcolo dei limiti. Teorema di classificazione dei punti stazionari (con dimostrazione).

23 NOVEMBRE 2011

2 ore: 9.30-11.30

Aula Magna

Generalizzazione del teorema di classificazione dei punti stazionari al caso in cui la prima derivata che si annulla non sia la derivata seconda, ma una derivata di ordine $k > 2$.

Esercizi sul teorema di classificazione dei punti stazionari. Definizione di convessità e suo significato geometrico.

24 NOVEMBRE 2011

3 ore: 9.30-12.30

Centro Congressi

Definizione di funzione concava. Caratterizzazione della convessità per funzioni derivabili. Caratterizzazione della convessità per funzioni derivabili fino al secondo ordine (con dimostrazione della seguente implicazione: se f'' è non negativa allora la funzione è convessa). Definizione di punto di flesso. Asintoti orizzontali, verticali, obliqui. Esempi. Studio del grafico di una funzione: esercizio.

29 NOVEMBRE 2011

3 ore: 9.30-12.30

Centro Congressi

Studio del grafico di una funzione: esercizi. Consegna e correzione della prima prova parziale.

1 DICEMBRE 2011

3 ore: 9.30-12.30

Aula Magna

Vettori. Somma di vettori e moltiplicazione per scalari: definizione e proprietà. Norma di un vettore e prodotto scalare tra vettori: definizione e proprietà. Esercizi. Definizione di spazio vettoriale. Definizione di matrice.

6 DICEMBRE 2011

3 ore: 9.30-12.30

Centro Congressi

Somma di matrici. Prodotto righe per colonne: definizione e proprietà. Il prodotto righe per colonne non è commutativo. Matrici quadrate. Matrice identità. Matrici invertibili e matrice inversa. Determinante di una matrice quadrata. Proprietà dei determinanti. Teorema di Laplace (per il calcolo del determinante di una matrice secondo una riga/colonna). Regola di Sarrus (per il calcolo di determinanti di matrici 3×3). Caratterizzazione delle matrici invertibili. Sistemi lineari di n equazioni ed n incognite e loro rappresentazione in forma matriciale. Sottomatrici. Rango.

7 DICEMBRE 2011

2 ore: 9.30-11.30

Aula Magna

Teorema di Rouché-Capelli. Teorema di Cramer e formula di Cramer. Esercizi.

13 DICEMBRE 2011

3 ore: 9.30-12.30

Centro Congressi

Esercizio sulla formula di Cramer e sul Teorema di Rouché-Capelli. Sottospazio vettoriale. Spazio vettoriale generato da vettori. Vettori linearmente indipendenti. Definizione di base di uno spazio vettoriale. Dimensione di uno spazio vettoriale. Il caso di \mathbb{R}^2 e \mathbb{R}^3 . Come stabilire se tre vettori di \mathbb{R}^3 costituiscono una base.

14 DICEMBRE 2011

2 ore: 9.30-11.30

Aula Magna

Prodotto vettoriale di due vettori di \mathbb{R}^3 : definizione e proprietà. Autovalori e autovettori: definizione e metodo di calcolo.

15 DICEMBRE 2010

3 ore: 9.30-12.30

Numeri complessi. Forma algebrica, trigonometrica, esponenziale. Potenze e radici di numeri complessi. Esercizi.

80 ore