

Prima prova parziale

COMPL. DI ANALISI MATEMATICA ED ELEMENTI DI PROBABILITA' (L-Z) Modulo di probabilità (C.d.L. Ing. Civile)

Università di Bologna - A.A. 2009/2010 - 24 Aprile 2010 - Prof. G.Cupini

MATRICOLA:

COGNOME:

NOME:

#□◇▽

Esercizio 1. (Punti 3) Si lancia un dado due volte. Si considerino gli eventi:

A = il prodotto dei numeri usciti è pari.

B = esce almeno un numero dispari.

Dire se A e B sono eventi indipendenti.

Soluzione.

A^c = escono due numeri dispari

B^c = escono due numeri pari

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{3^2}{6^2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$P(B) = 1 - P(B^c) = 1 - \frac{3^2}{6^2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$A \cap B$ = esce un numero dispari e uno pari

$$P(A \cap B) = 2 \frac{3^2}{6^2} = \frac{1}{2}$$

A e B non sono indipendenti poiché $P(A)P(B) \neq P(A \cap B)$.

Esercizio 2. (Punti 7) Anna e Bruno sono invitati a una festa e hanno avuto l'incarico di portare delle bottiglie di vino. Anna porta 3 bottiglie di vino rosso e 2 di bianco, Bruno 2 bottiglie di vino rosso e 1 di bianco. Le poggiano sul tavolo.

- (Punti 2) Viene stappata una sola bottiglia. E' di vino rosso. Qual è la probabilità che sia stata acquistata da Bruno?
- (Punti 2) Vengono stappate tre bottiglie. Qual è la probabilità che Anna e Bruno abbiano entrambi la soddisfazione di vedere almeno una delle loro bottiglie aperte?
- (Punti 3) Vengono stappate due bottiglie. X è la variabile aleatoria che conta il numero delle bottiglie di vino rosso aperte. Determinare la media di X .

Soluzione.

(a)

Modifico lo spazio degli esiti possibili, restringendolo all'insieme delle sole bottiglie rosse: sono 5 di cui 2 di Bruno. Dunque: $\frac{2}{5}$.

Altro modo: uso Bayes.

r=la bottiglia stappata è di vino rosso

A=la bottiglia stappata è stata acquistata da Anna

B=la bottiglia stappata è stata acquistata da Bruno

$$P(A) = \frac{5}{8}, \quad P(B) = \frac{3}{8}, \quad P(r/B) = \frac{2}{3}, \quad P(r/A) = \frac{3}{5},$$

$$P(B/r) = \frac{P(r/B)P(B)}{P(r/B)P(B) + P(r/A)P(A)} = \frac{2}{5}$$

(b)

L'evento C di cui si cerca la probabilità è l'unione di due eventi:

A2= due delle bottiglie stappate sono di Anna e una di Bruno B2= due delle bottiglie stappate sono di Bruno e una di Anna

$$P(C) = P(A2) + P(B2) = \frac{\binom{5}{2} \binom{3}{1} + \binom{5}{1} \binom{3}{2}}{\binom{8}{3}} = \frac{\frac{5!}{2!3!} 3 + 5 \cdot 3}{\frac{8!}{3!5!}} = \frac{45}{56}$$

(c)

Il range di X è $\{0, 1, 2\}$ dunque

$$E(X) = 0P(X = 0) + 1P(X = 1) + 2P(X = 2) = P(X = 1) + 2P(X = 2)$$

Siccome $P(X = 1)$ è la probabilità di stappare una bottiglia di vino rosso e una di bianco si ha

$$P(X = 1) = \frac{\binom{5}{1} \binom{3}{1}}{\binom{8}{2}} = \frac{15}{28}.$$

Analogamente $P(X = 2)$ è la probabilità di stappare due bottiglie di vino rosso e nessuna di bianco per cui

$$P(X = 2) = \frac{\binom{5}{2} \binom{3}{0}}{\binom{8}{2}} = \frac{\frac{5!}{2!3!}}{\frac{8!}{2!6!}} = \frac{10}{28}.$$

$$\text{Dunque } E(X) = \frac{15}{28} + \frac{20}{28} = \frac{35}{28} = \frac{5}{4}.$$

Prima prova parziale

COMPL. DI ANALISI MATEMATICA ED ELEMENTI DI PROBABILITA' (L-Z)
Modulo di probabilità (C.d.L. Ing. Civile)

Università di Bologna - A.A. 2009/2010 - 24 Aprile 2010 - Prof. G.Cupini

MATRICOLA:

COGNOME:

NOME:

□#◇▽

Esercizio 1. (Punti 7) Anna e Bruno sono invitati a una festa e hanno avuto l'incarico di portare delle bottiglie di vino. Anna porta 2 bottiglie di vino rosso e 1 di bianco, Bruno 3 bottiglie di vino rosso e 2 di bianco. Le poggiano sul tavolo.

- (a) (Punti 2) Vengono stappate tre bottiglie. Qual è la probabilità che Anna e Bruno abbiano entrambi la soddisfazione di vedere almeno una delle loro bottiglie aperte?
- (b) (Punti 2) Viene stappata una sola bottiglia. E' di vino rosso. Qual è la probabilità che sia stata acquistata da Anna?
- (c) (Punti 3) Vengono stappate due bottiglie. X è la variabile aleatoria che conta il numero delle bottiglie di vino rosso aperte. Determinare la media di X .

Esercizio 2. (Punti 3) Si lancia un dado due volte. Si considerino gli eventi:

A = esce almeno un numero dispari.

B = il prodotto dei numeri usciti è pari.

Dire se A e B sono eventi indipendenti.

Prima prova parziale

COMPL. DI ANALISI MATEMATICA ED ELEMENTI DI PROBABILITA' (L-Z)
Modulo di probabilità (C.d.L. Ing. Civile)

Università di Bologna - A.A. 2009/2010 - 24 Aprile 2010 - Prof. G.Cupini

MATRICOLA:

COGNOME:

NOME:

□◇#▽

Esercizio 1. (Punti 3) Si lancia un dado due volte. Si considerino gli eventi:

A = esce almeno un numero dispari.

B = il prodotto dei numeri usciti è pari.

Dire se A e B sono eventi indipendenti.

Esercizio 2. (Punti 7) Anna e Bruno sono invitati a una festa e hanno avuto l'incarico di portare delle bottiglie di vino. Anna porta 3 bottiglie di vino bianco e 2 di rosso, Bruno 2 bottiglie di vino bianco e 1 di rosso. Le poggiano sul tavolo.

- (a) (Punti 2) Vengono stappate tre bottiglie. Qual è la probabilità che Anna e Bruno abbiano entrambi la soddisfazione di vedere almeno una delle loro bottiglie aperte?
- (b) (Punti 2) Viene stappata una sola bottiglia. E' di vino bianco. Qual è la probabilità che sia stata acquistata da Bruno?
- (c) (Punti 3) Vengono stappate due bottiglie. X è la variabile aleatoria che conta il numero delle bottiglie di vino bianco aperte. Determinare la media di X .

Prima prova parziale

COMPL. DI ANALISI MATEMATICA ED ELEMENTI DI PROBABILITA' (L-Z)
Modulo di probabilità (C.d.L. Ing. Civile)

Università di Bologna - A.A. 2009/2010 - 24 Aprile 2010 - Prof. G.Cupini

MATRICOLA:

COGNOME:

NOME:

□◇▽‡

Esercizio 1. (Punti 7) Anna e Bruno sono invitati a una festa e hanno avuto l'incarico di portare delle bottiglie di vino. Anna porta 2 bottiglie di vino bianco e 1 di rosso, Bruno porta 3 bottiglie di vino bianco e 2 di rosso. Le poggiano sul tavolo.

- (a) (Punti 2) Viene stappata una sola bottiglia. E' di vino bianco. Qual è la probabilità che sia stata acquistata da Anna?
- (b) (Punti 2) Vengono stappate tre bottiglie. Qual è la probabilità che Anna e Bruno abbiano entrambi la soddisfazione di vedere almeno una delle loro bottiglie aperte?
- (c) (Punti 3) Vengono stappate due bottiglie. X è la variabile aleatoria che conta il numero delle bottiglie di vino bianco aperte. Determinare la media di X .

Esercizio 2. (Punti 3) Si lancia un dado due volte. Si considerino gli eventi:

A = il prodotto dei numeri usciti è pari.

B = esce almeno un numero dispari.

Dire se A e B sono eventi indipendenti.