These hot-air balloons float because they are filled with air at high temperature and are surrounded by denser air at a lower temperature. The buoyant force is supporing these balloons and other floating objects.

Meccanica dei fluidi

Con il termine **fluidi** si intendono in genere liquidi e gas,anche se i primi rispetto ai secondi sono caratterizzati dall'incompressibilità. La massa di un fluido è distribuibile con continuità in tutto il suo volume , la densità **ρ** di un fluido è definita come rapporto tra massa e volume:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow [\rho] = \frac{M}{L^3} \Rightarrow \frac{kg}{m^3}$$

Tab. 1 Densità di alcuni liquidi

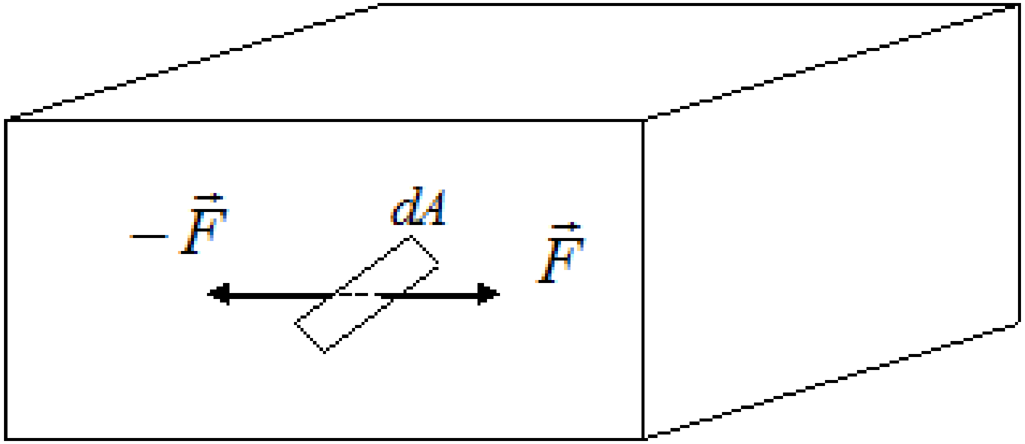
Liquido	ρ kg/m3
Etere	736
Alcool etilico	791
Acetone	792
Benzolo	809
Alcool metilico	810
Acqua	1000
Mercurio	13600

Sostanza ρ **(kg/m^3)**

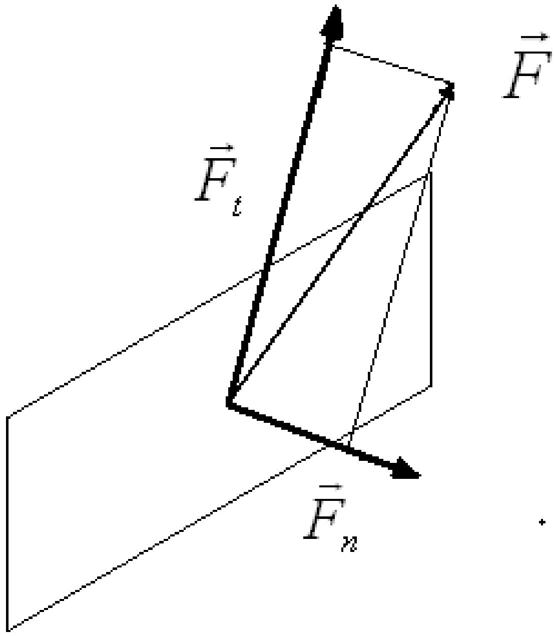
Air 1.29
Aluminum 2.70 $\times 10^3$
Benzene 0.879 $\times 10^3$
Copper 8.92 $\times 10^3$
Ethyl alcohol 0.806 $\times 10^3$
Fresh water 1.00 $\times 10^3$
Glycerin 1.26 $\times 10^3$
Gold 19.3 $\times 10^3$
Helium gas 1.79 $\times 10^{-1}$
Hydrogen gas 8.99 $\times 10^{-2}$

Sostanza ρ **(kg/m$_3$)**

Ice 0.917 $\times 10^3$
Iron 7.86 $\times 10^3$
Lead 11.3 $\times 10^3$
Mercury 13.6 $\times 10^3$
Oak 0.710 $\times 10^3$
Oxygen gas 1.43
Pine 0.373 $\times 10^3$
Platinum 21.4 $\times 10^3$
Seawater 1.03 $\times 10^3$
Silver 10.5 $\times 10^3$

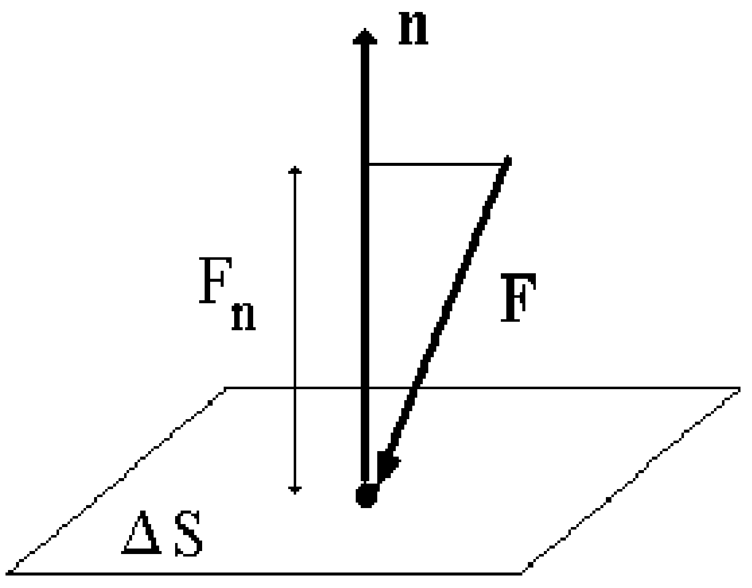


A causa degli urti molecolari su ogni faccia di una superficie ideale si esercita una forza, ma poiché il fluido è in equilibrio,
la forza totale agente su *dA* è nulla (Principio di solidificazione).



Questa forza può essere scomposta in una componente normale e una componente tangenziale.

Si definisce
PRESSIONE
La componente normale divisa per l'elemento di superficie



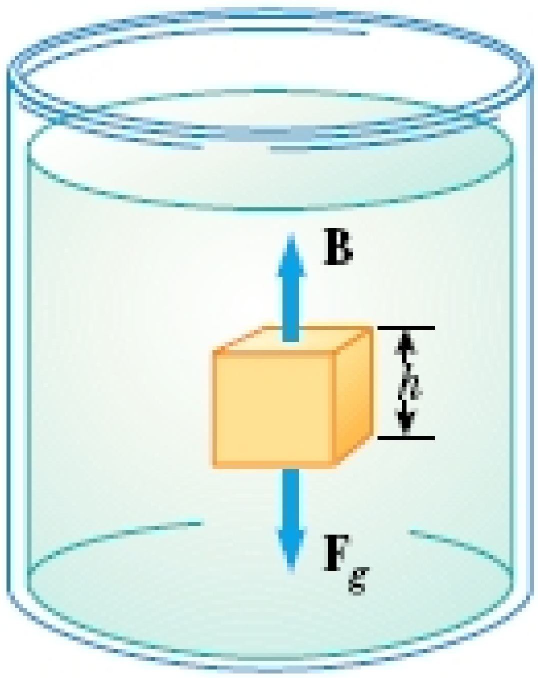
$$P = \frac{F \cdot n}{\Delta S} = \frac{Fn}{\Delta S}$$

$$\frac{newton}{m^2} = Pascal$$

$$\frac{dyne}{cm^2} = barie$$

1 atm = 1.013×10^5 Pa

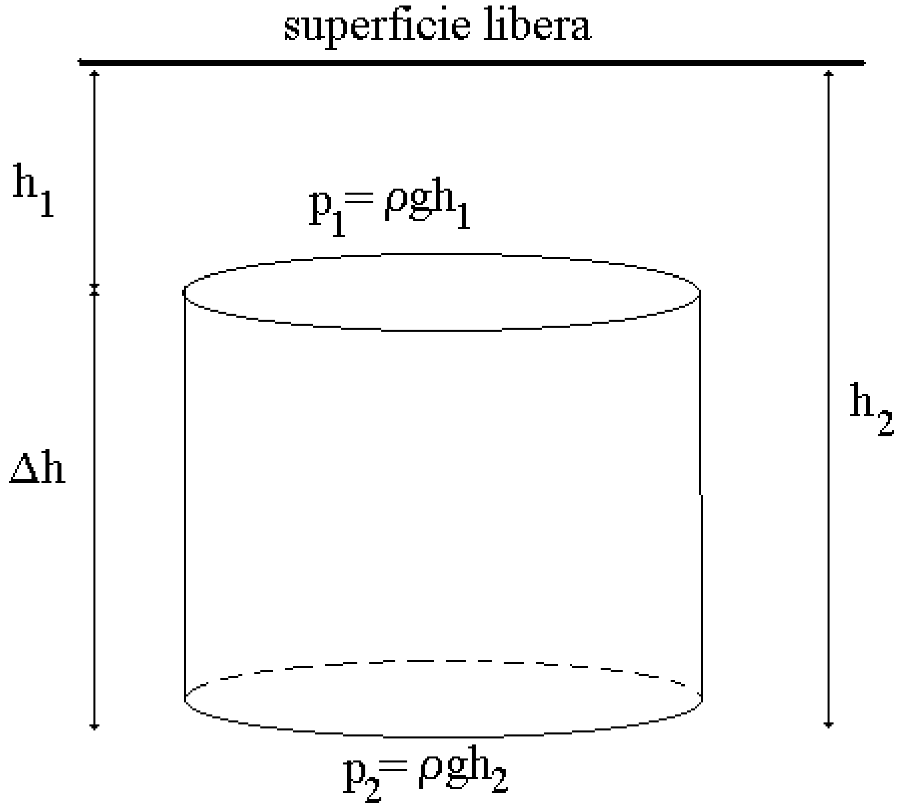
1 barie = 10^{-1} Pa



The external forces
acting on the cube of liquid are the gravitational force F*g* and the buoyant force B. Under equilibrium conditions, *B* = *Fg* .

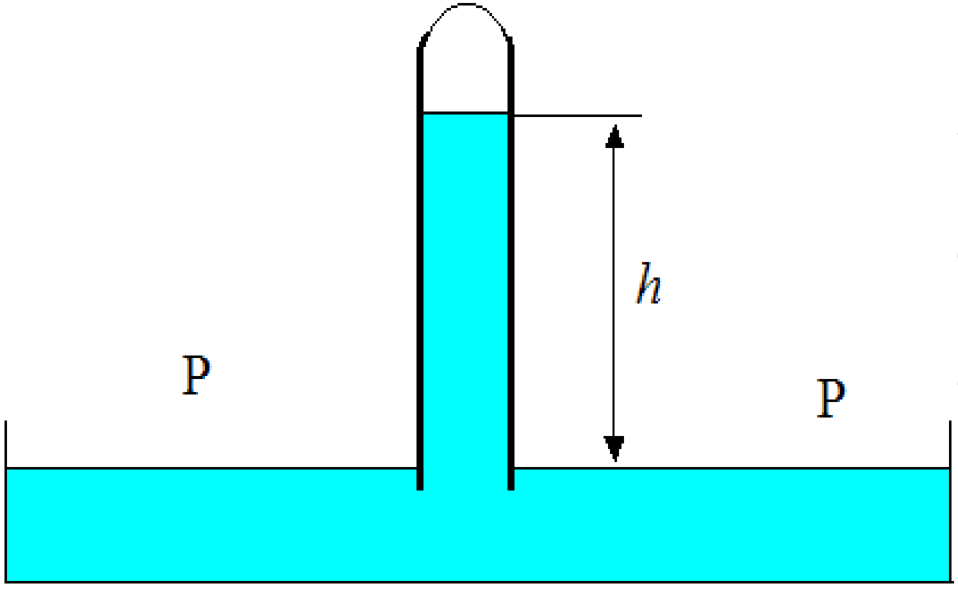
The pressure *Pb* at the bottom of the cube is greater than the pressure
Pt at the top by an amount $ fluid*gh*, where *h* is the height of the cube and $fluid is the density of the fluid. The pressure at the bottom of the cube causes an *upward* force equal to
PbA, where *A* is the area of the bottom face.

$$B = (P_b - P_t)A = (\rho_{\text{fluid}} gh)A = \rho_{\text{fluid}} gV$$



$$S_A = P_2 S - P_1 S = \rho g h_2 S - \rho g h_1 S = \rho g S(h_2 - h_1) = \rho g V = m_L g$$

$$S_A = V\rho\, g$$



Capovolgendo un tubo pieno di mercurio in una vaschetta, all'equilibrio il mercurio raggiunge un'altezza superiore di h cm a quella del mercurio nella vaschetta. P è la pressione atmosferica esterna (h=760 mm)

$$PA = m_{Hg}\, g$$

mHg= ρ volume= ρ Ah

$$PA = \rho A h g \Rightarrow P = \rho g h$$

$$P = 13600\,\frac{kg}{m^3} \times 9.81\,\frac{m}{s^2} \times 760 \times 10^{-3}\, m \cong 133\,\frac{N}{m^2} = 133\; Pa$$

Gas ideali

Quando un gas si trova in equilibrio, il suo stato può essere descritto assegnandone la pressione, il volume e la temperatura.
I valori di queste tre grandezze all'equilibrio, non variano nel tempo e non sono indipendenti fra di loro. Esiste una relazione che consente, note due di esse, di calcolare la terza. Tale relazione si chiama "equazione di stato" e ogni sistema termodinamico in equilibrio ne possiede una.
Si chiama "gas ideale" o "gas perfetto" un gas i cui stati di equilibrio siano descritti dall'equazione:

$$PV = nRT$$

$$R = 8.31 \frac{J}{mole \cdot K}$$

$$\lim_{P \to 0} PV = nRT$$

Miscele di gas e pressioni parziali

l’unico elemento che può differenziare un gas dall’altro è $n = \frac{m}{M}$

, in quanto gas diversi hanno diversi pesi molecolari, ma a parità di numero di moli, due gas ideali diversi hanno identico comportamento

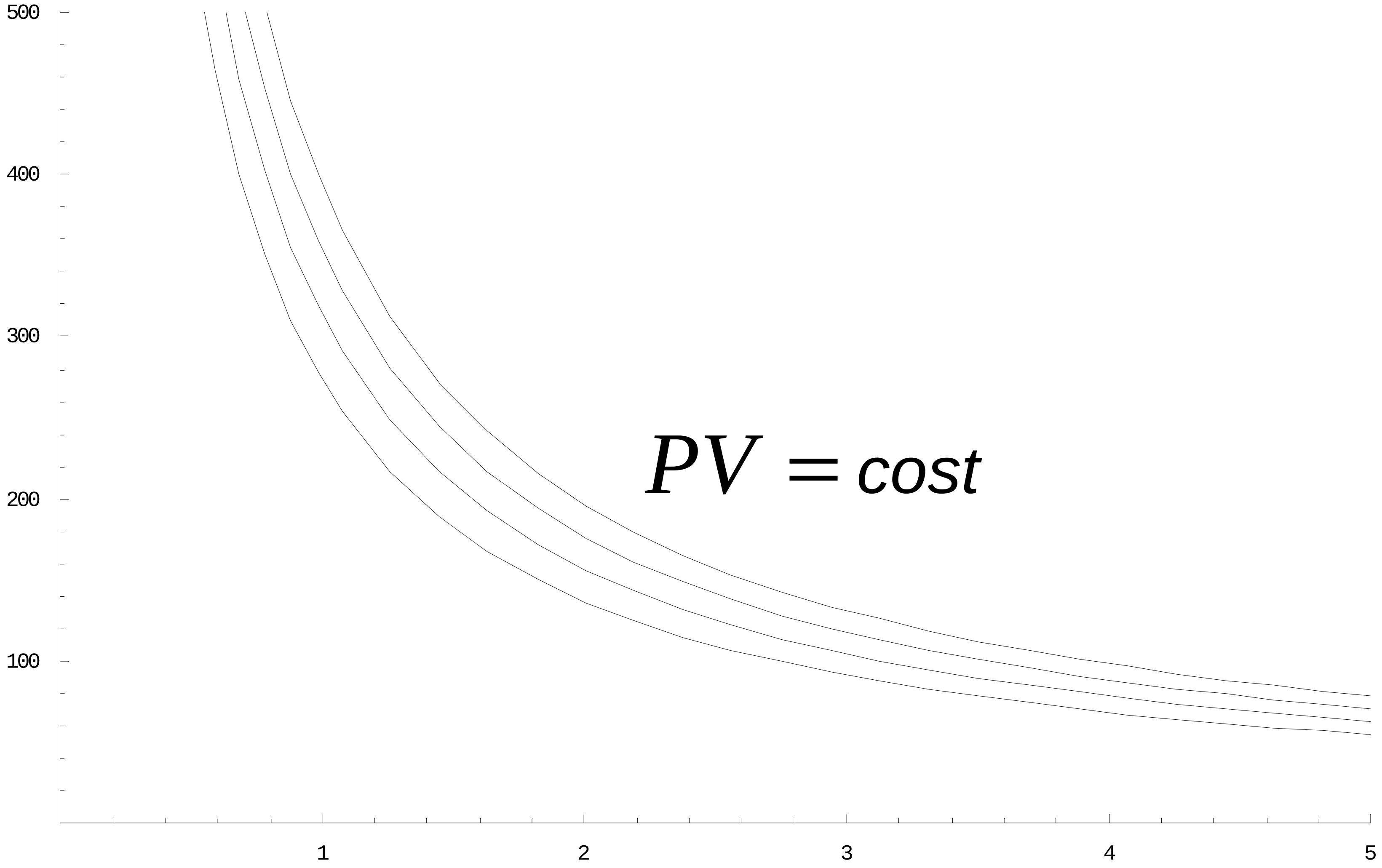
$$\boldsymbol{n} = \boldsymbol{n}_1 + \boldsymbol{n}_2$$

$$PV = (n_1 + n_2)RT = n_1RT + n_2RT \Rightarrow P = \frac{n_1RT}{V} + \frac{n_2RT}{V}$$

$$P_1 = \frac{n_1RT}{V};\ P_2 = \frac{n_2RT}{V} \Rightarrow P = P_1 + P_2 \qquad P = \sum_{i=1}^{N} P_i$$

pressioni parziali

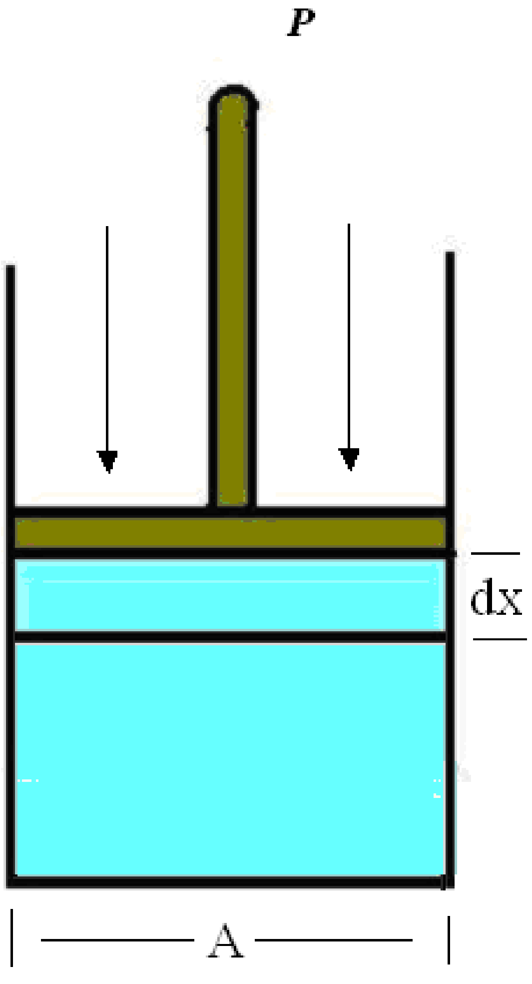
Isoterme di un gas ideale: nRT= costante



$$PV = cost$$

Quattro isoterme di gas ideale a temperature T0, T1, T2, T3, con T0< T1< T2<T3 T=273+40n

Lavoro per cambiare il volume di un fluido



$$dL = |F||dx| = PA|dx|$$

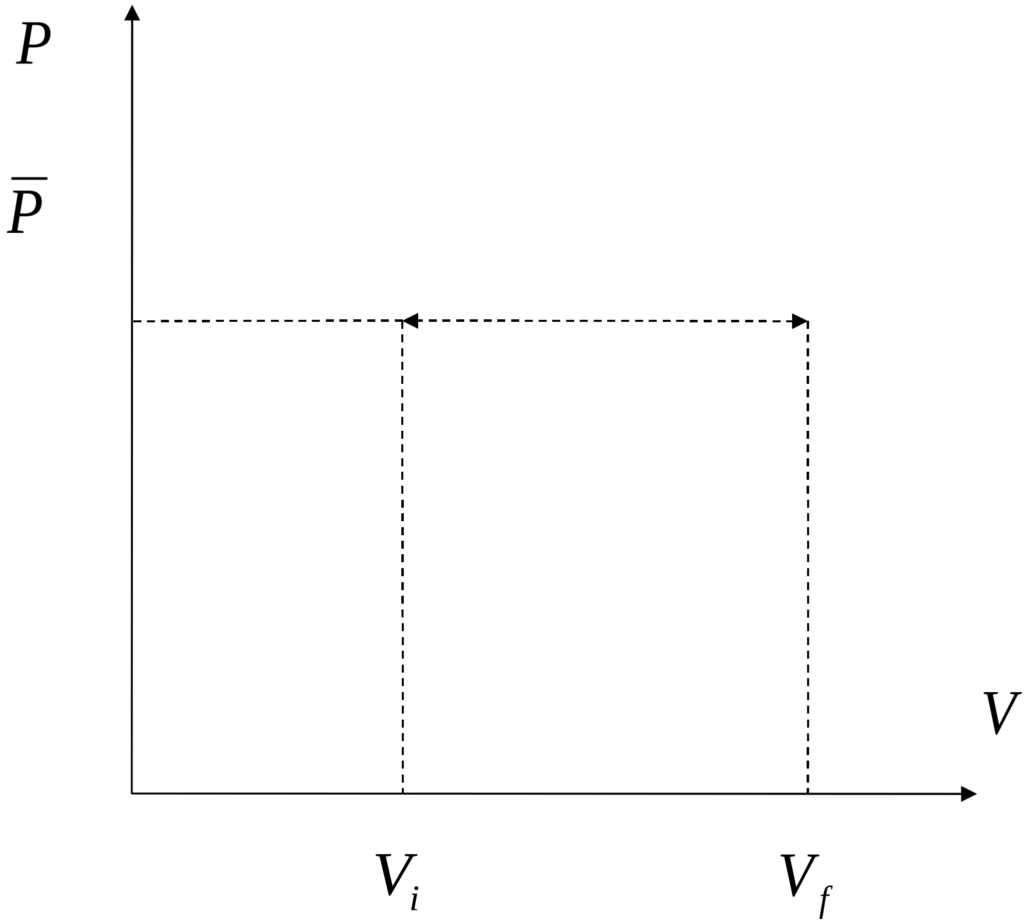
$$dL = P|dV|$$

essendo dV<0 (il volume diminuisce)

$$|dV| = -dV \Rightarrow dL = -PdV$$

$$L = -\int_{V_i}^{V_f} P(V)\,dV$$

Se la pressione resta costante durante la trasformazione



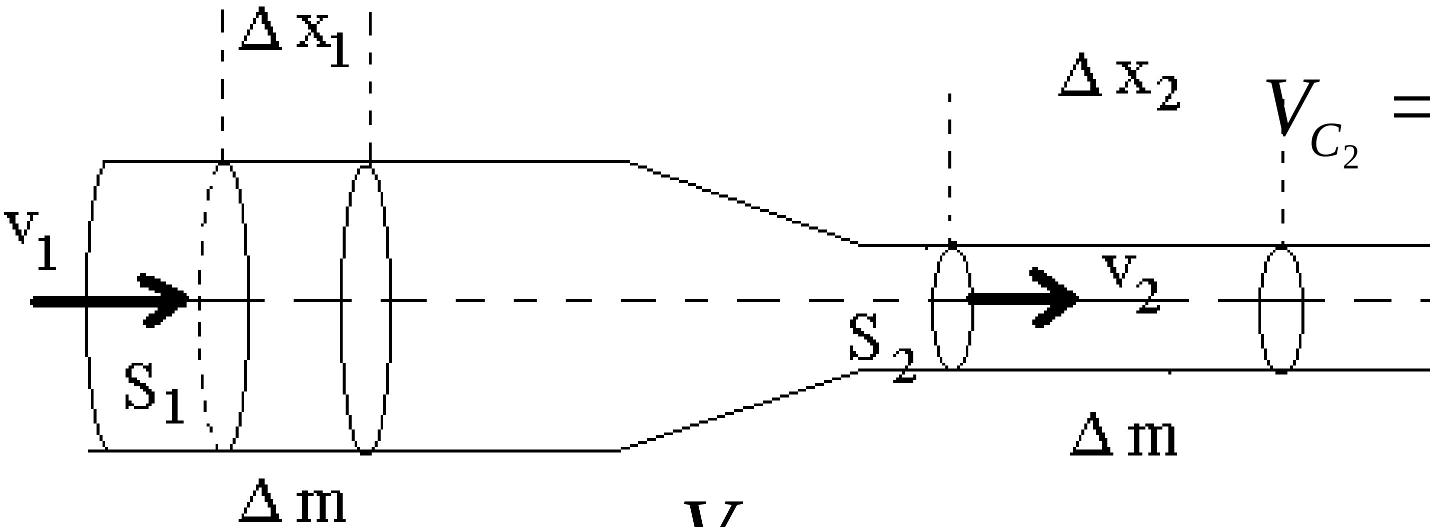
$$L = -P\left(V_f - V_i\right)$$

positivo per *Vi* > *Vf*
compressione
negativo per *Vi* < *Vf*
espansione

Moto dei fluidi (moto laminare)

<u>Moto di un fluido ideale </u>(equazione di continuità)

fluido incomprimibile e privo di attrito interno



$$V_{C_2} = S_2 v_2 \Delta t$$

$$m_1 = \rho C_1$$

$$m_2 = \rho C_2$$

$$V_{C_1} = S_1 v_1 \Delta t$$

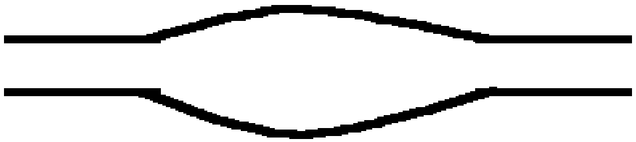
$$\frac{V}{\Delta t} = Portata$$

Se il condotto non ha perdite
la massa si conserva

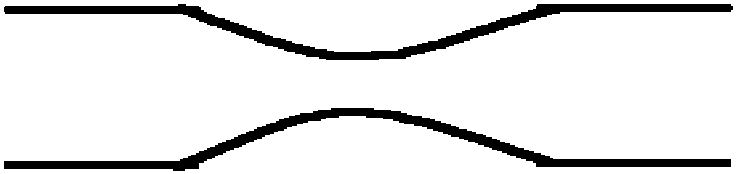
$$m_1 = m_2 \Rightarrow S_1 v_1 = S_2 v_2$$

$S \cdot V$ **PORTATA**

Un fluido ideale in moto in un condotto a pareti
rigide, mantiene costante la propria portata

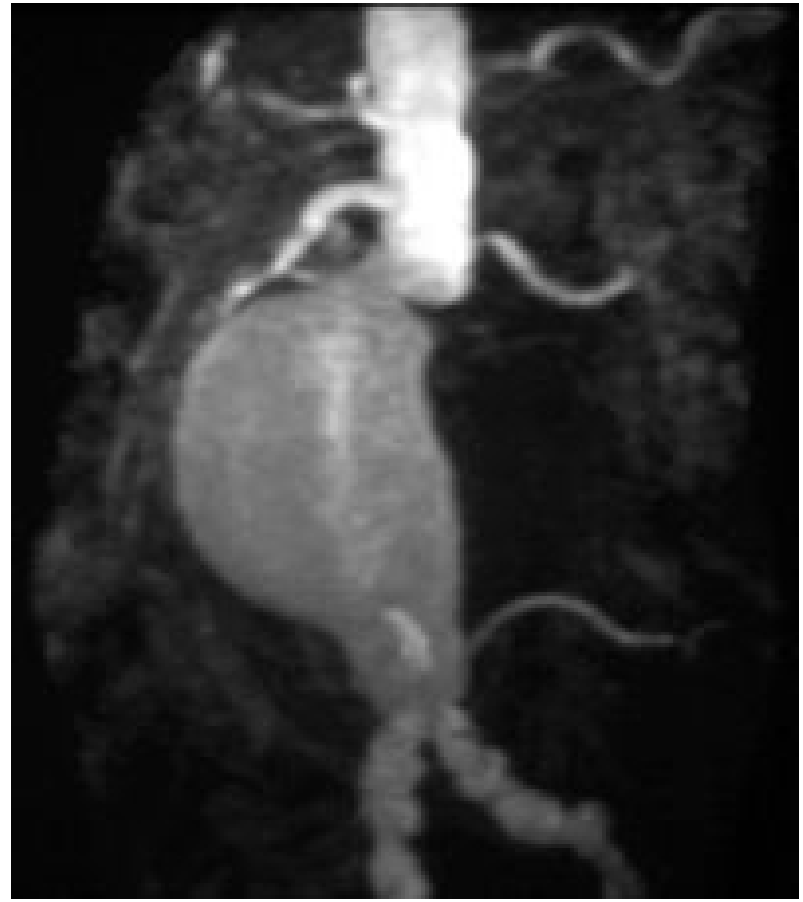


Stenosi: restringimento di un vaso.
Aneurisma: allargamento di un vaso.



Se il condotto diminuisce di sezione, la velocità aumenta e la pressione diminuisce.
Se il condotto aumenta di sezione la velocità diminuisce e la pressione aumenta.


L



Energia cinetica: Energia posseduta da un punto materiale in moto

$$L = F \cdot s = ma \cdot s$$

Ricordando il moto uniformemente accelerato

$$V = at \Rightarrow t = \frac{V}{a} \qquad s = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow s = \frac{V^2}{2a}$$

Quindi il lavoro dovuto al moto di un punto materiale
di massa m può essere scritto come

$$L = \frac{1}{2}mV^2$$

$$v = at + v_0 \qquad x = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2$$

$$t = \frac{v - v_0}{a} \qquad x = v_0 \frac{(v - v_0)}{a} + \frac{1}{2}\, a \frac{(v - v_0)^2}{a^2}$$

$$2ax = 2v_0 v - 2v_0^2 + v^2 - 2v_0 v + v_0^2 \qquad v^2 = v_0^2 + 2ax$$

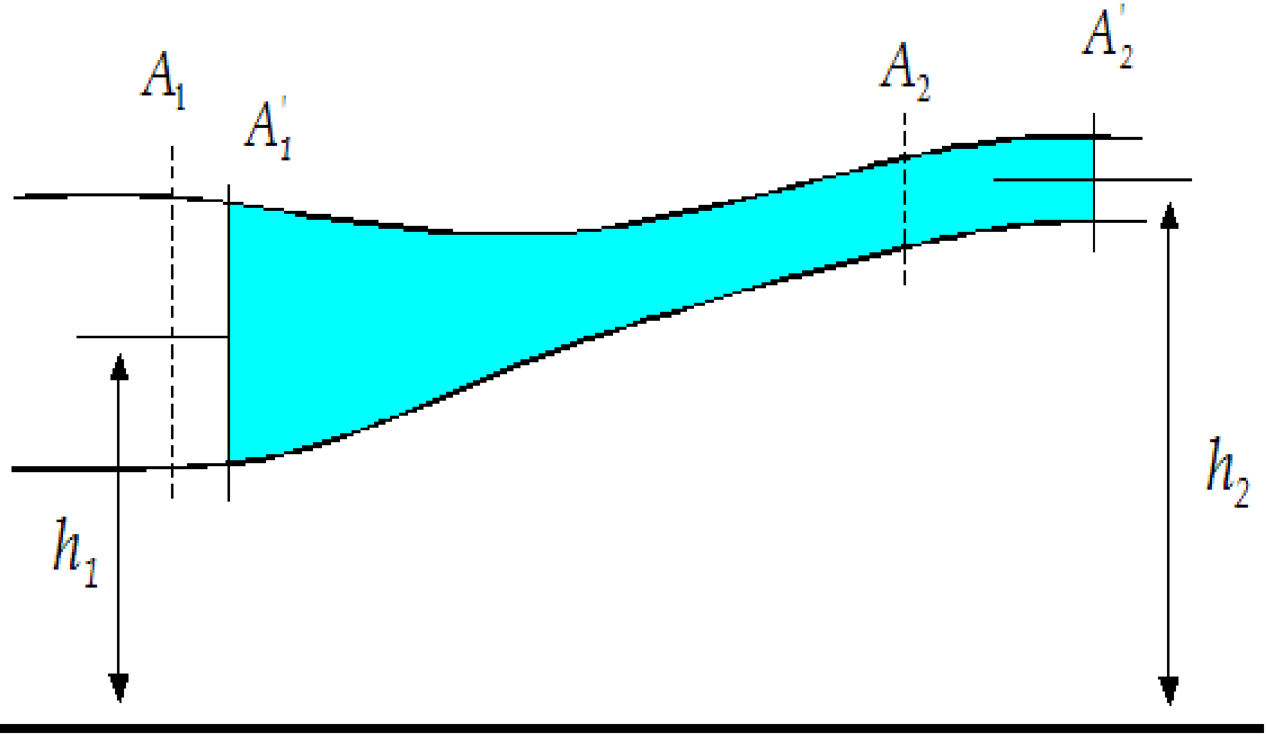
$$a = F/m \qquad v^2 = v_0^2 + \frac{2Fx}{m} \qquad W = Fx.$$

$$\boxed{W = \tfrac{1}{2}\, mv^2 - \tfrac{1}{2} mv_0^2}$$

Teorema di Bernoulli

Se un fluido ideale si muove in regime stazionario, si ha che : **$Q = Sv$ =cost.**

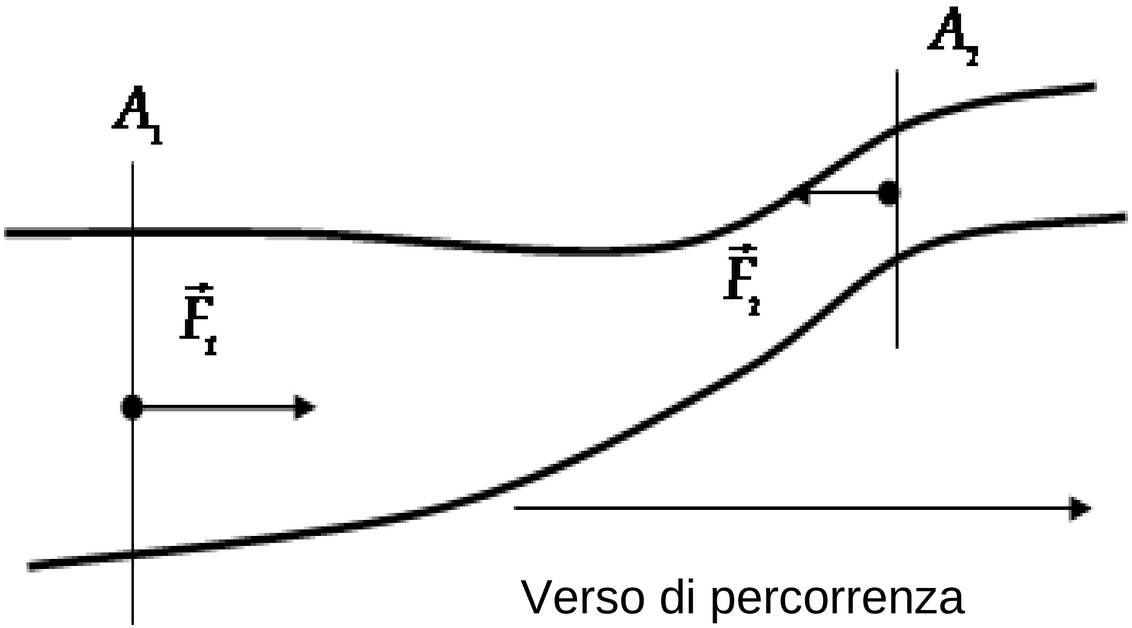
La superficie A_1 si sposta di $v_1 dt$ Mentre la A_2 di $v_2 dt$



Dal teorema delle forze vive

$$\Delta L = T_2 - T_1$$

$$= m\frac{v_2^2}{2} - m\frac{v_1^2}{2}$$



$$\vec{F}_1 = P_1 A_1$$

$$F_2 = P_2 A_2$$

La forza e la velocità hanno lo stesso verso nella sezione A_1 e sono opposte in A_2

$$\mathrm{dL}_1 = \vec{F}_1 \cdot \vec{v}_1 dt = F_1 \cdot v_1 dt = P_1 A_1 v_1 dt$$

$$\mathrm{dL}_2 = F_2 \cdot v_2 dt = -F_2 \cdot v_2 dt = -P_2 A_2 v_2 dt$$

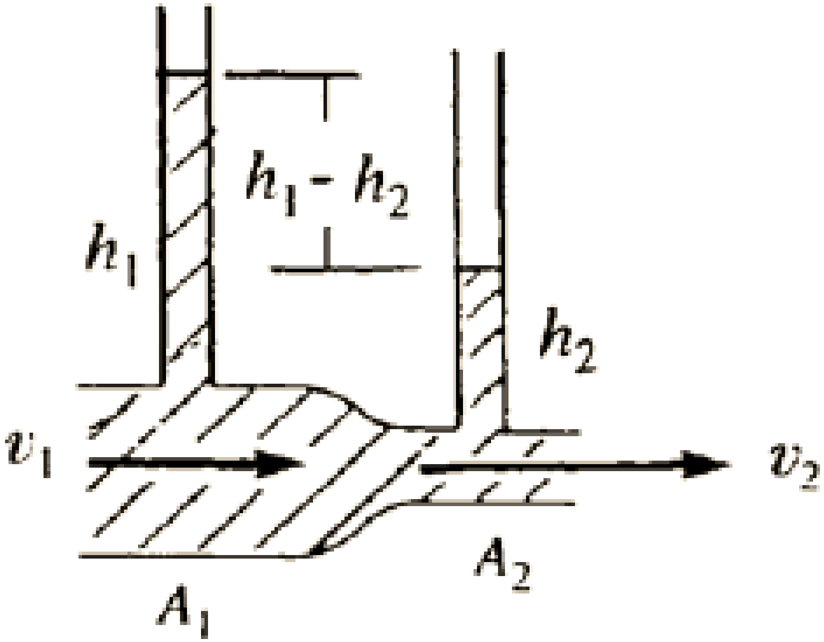
$$dV = A_1 v_1 dt = A_2 v_2 dt \qquad dV = \frac{dm}{\rho}$$

$$dL = \left(P_1 - P_2\right)\frac{dm}{\rho} = dmgh_2 - dmgh_1 + \frac{1}{2}dmv_2^2 - \frac{1}{2}dmv_1^2$$

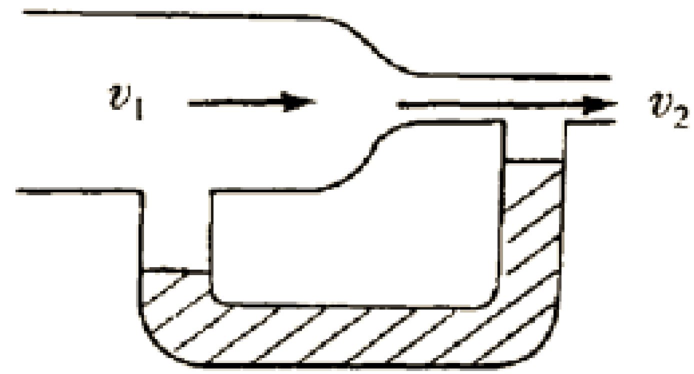
$$\frac{P_1}{\rho} + gh_1 + \frac{1}{2}v_1^2 = \frac{P_2}{\rho} + gh_2 + \frac{1}{2}v_2^2$$

$$P + \rho gh + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{costante}$$

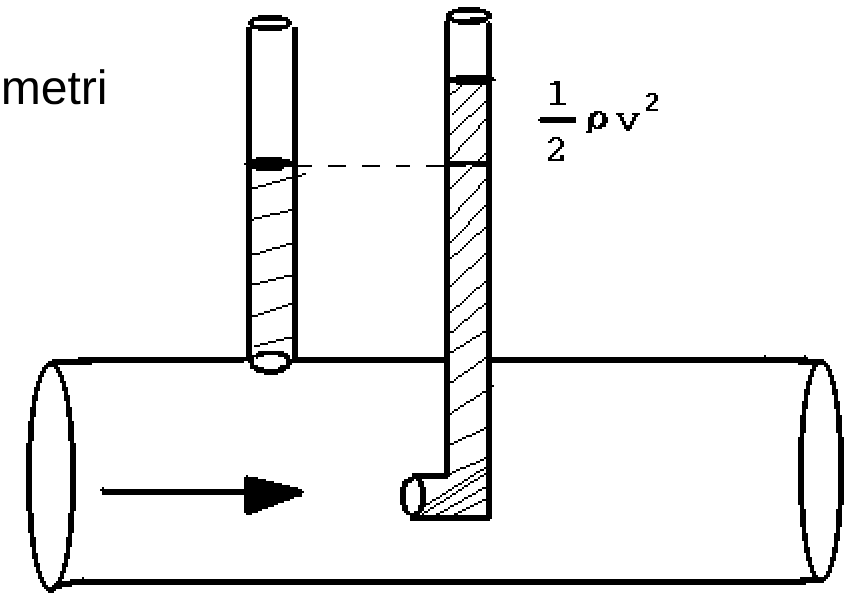
$$P_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$



Flussimetri per la misura della velocità dei gas nei condotti

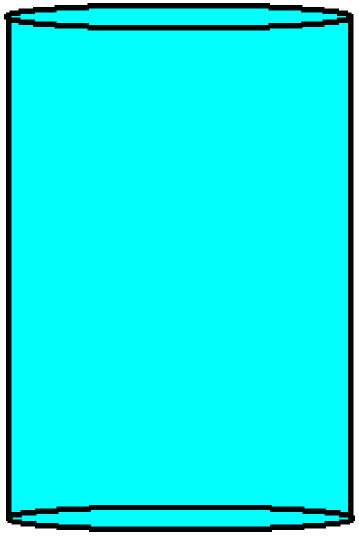


Manometri e flussimetri



Conseguenze del teorema di Bernoulli

Liquido fermo in un condotto verticale



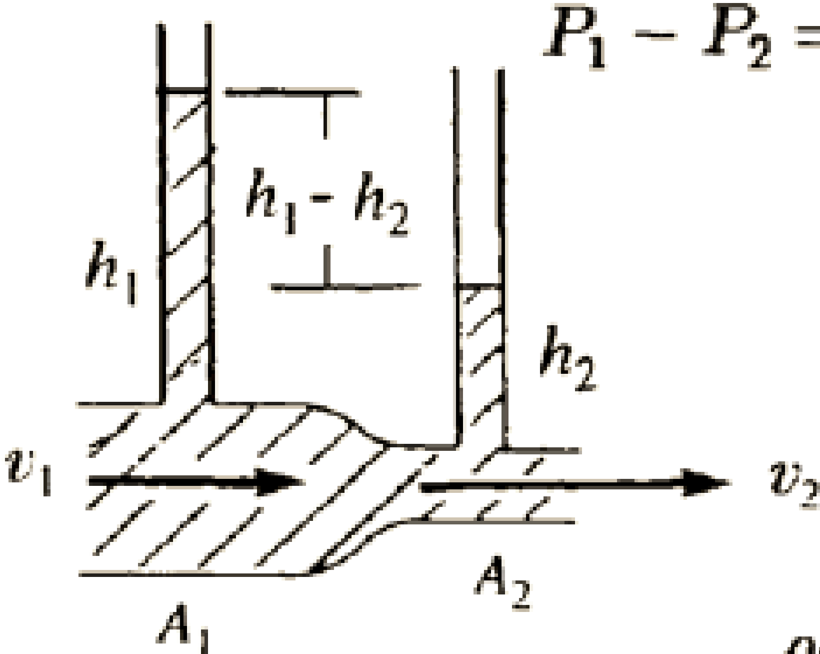
$$v_1 \equiv v_2 \equiv 0 \qquad \frac{1}{2}\rho v^2 = 0$$

$$\boldsymbol{p_1 + \rho g h_1 = p_2 + \rho g h_2}$$

$$p_2 - p_1 = \rho g (h_1 - h_2) = \rho g h$$

$$\Delta p = \rho g h$$ Teorema di Stevino

Conseguenze del teorema di Bernoulli
Liquido in moto in un condotto orrizzontale



$$P_1 - P_2 = \rho g h_1 - \rho g h_2.$$

Altezza h costante

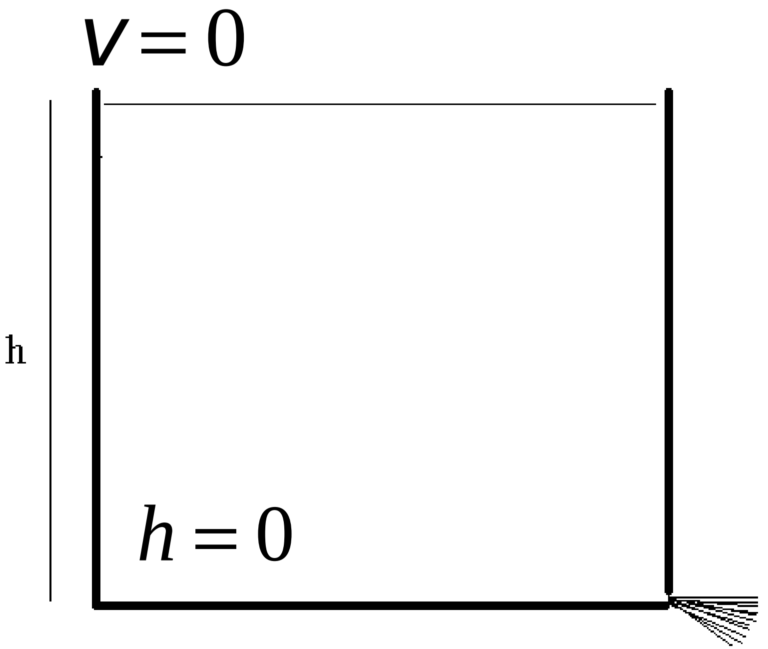
$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho\left(\frac{A_2}{A_1}v_2\right)^2 = \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$v_2 = A_1\sqrt{\frac{2\rho g(h_1 - h_2)}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}}$$

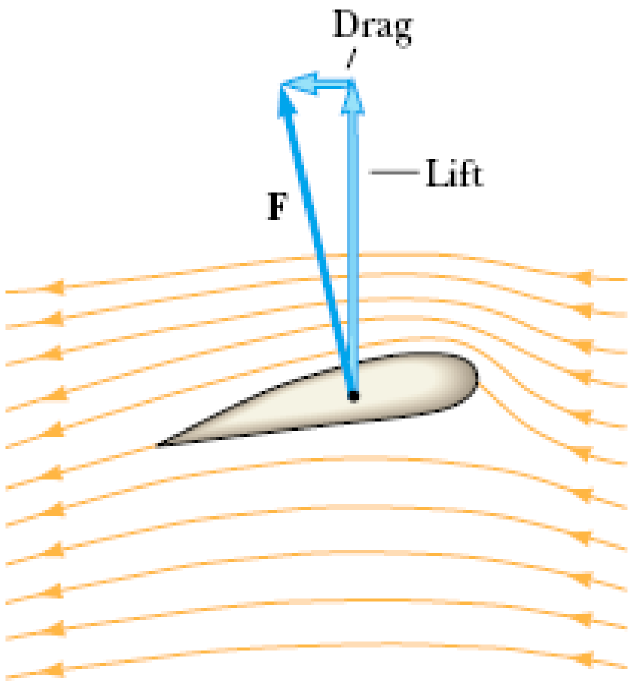
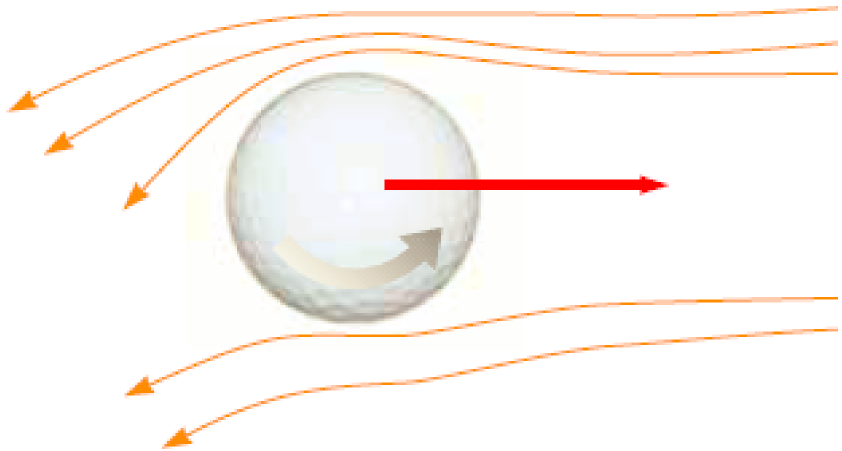
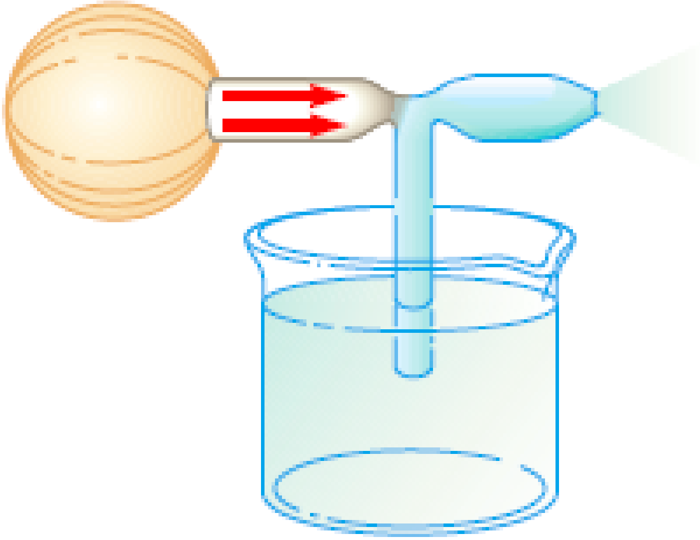
Teorema di Torricelli



Se in un recipiente contenente un liquido si pratica un foro ad una profondità h dalla superficie libera, la velocità con cui l'acqua fuoriesce dal foro è data da:

$$\rho g h = \frac{1}{2}\rho v^2$$

$$v = \sqrt{2gh}$$


Drag
Lift
F



Fluidi viscosi

Il teorema di Bernoulli non è direttamente applicabile al flusso dei liquidi reali poiché non tiene conto dell’attrito interno.

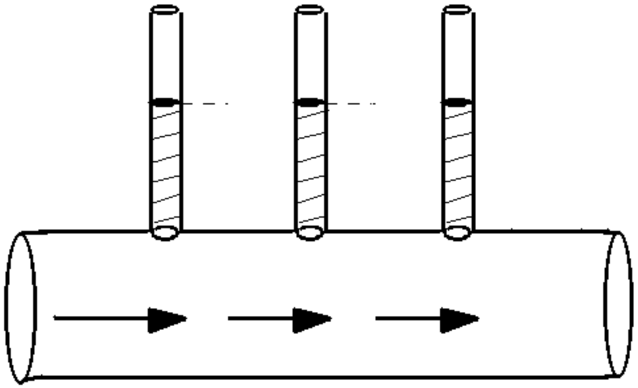
Se consideriamo un condotto orizzontale a sezione costante, allora per il teorema di Bernoulli, se la velocità del fluido fosse la stessa in ogni punto anche la pressione dovrebbe essere costante in ogni punto lungo il condotto.

Considerando però che un liquido dissipa energia per attrito, il teorema di Bernoulli non è più valido e la somma delle tre altezze non si conserva più lungo il condotto;si può così definire una resistenza del condotto R.

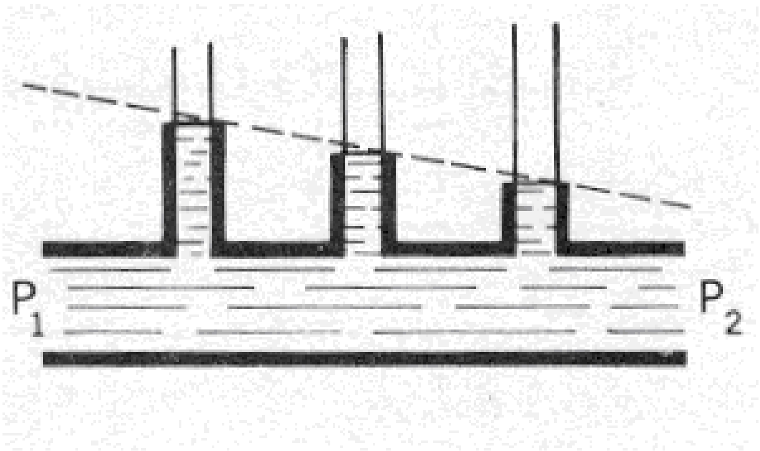
La diminuzione di pressione è dovuta alla perdita di energia per attrito: l’energia meccanica si trasforma in calore.

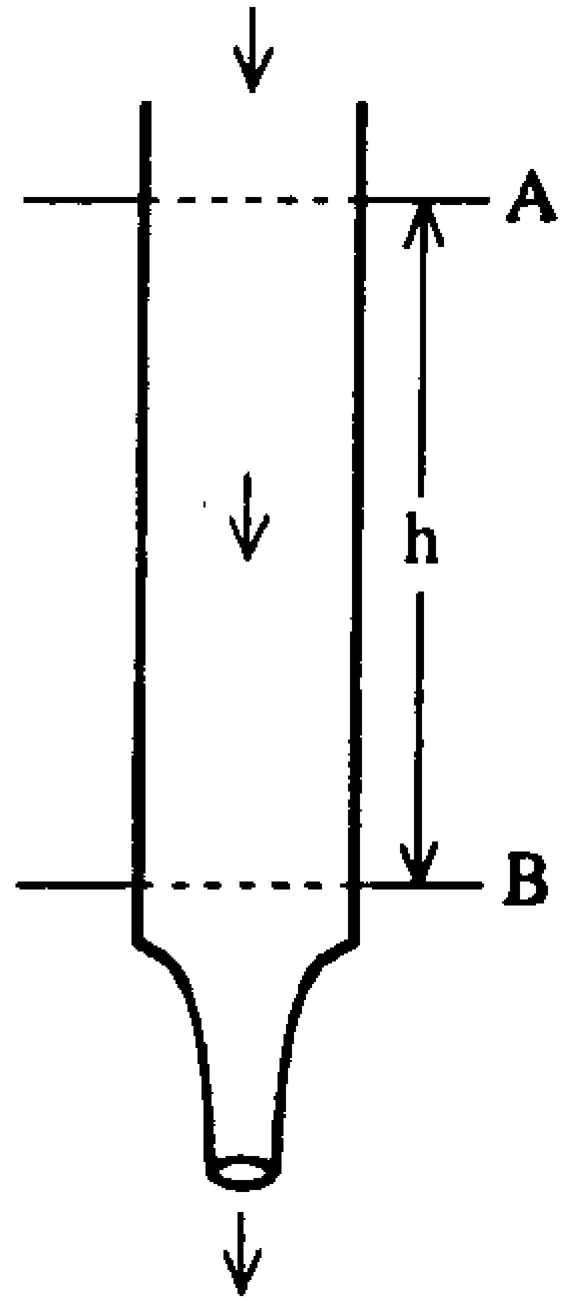
Per mantenere in moto il liquido occorre mantenere una differenza di pressione nel tempo (es. mediante una pompa).

fluido ideale (BERNOULLI)



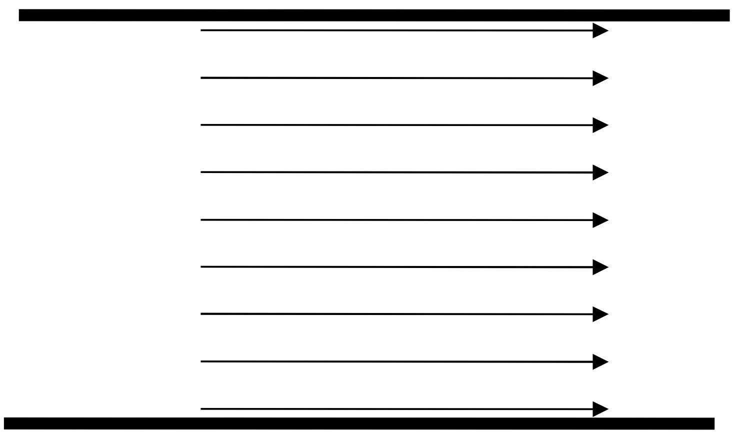
Fluido reale
(BERNOULLI+Energia dissipata)



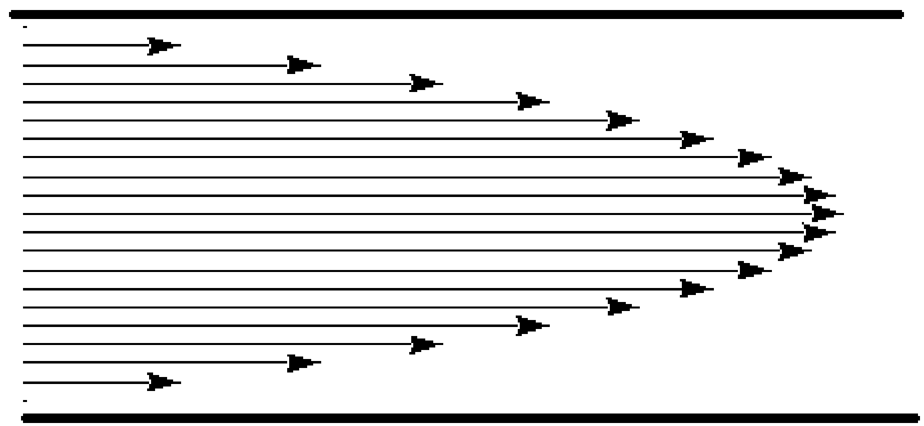

A
h
B

Moto laminare

Liquidi ideali



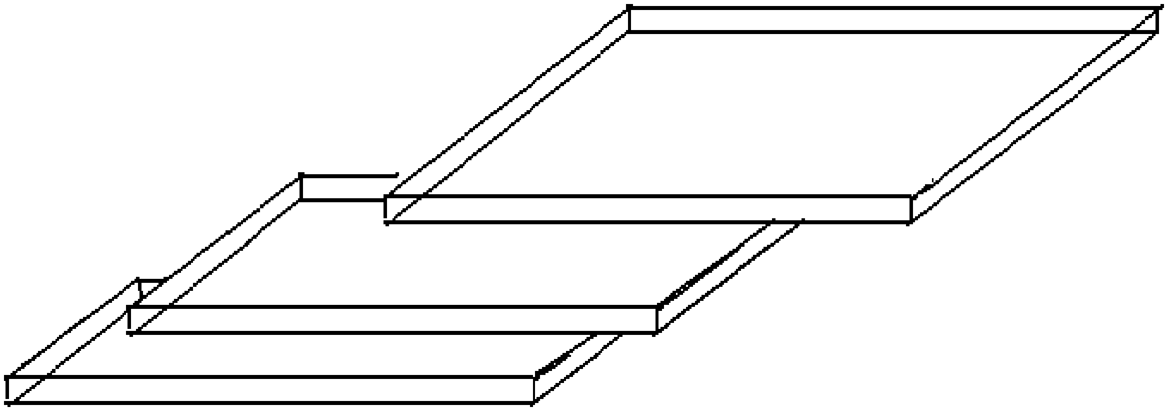
Liquidi reali



Liquidi reali

Sono caratterizzati dalla viscosità, ovvero l'attrito interno.

Moto laminare.



$$\frac{\boldsymbol{v}_1 - \boldsymbol{v}_2}{\Delta z} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta z}$$

$$F = \eta A \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta z}$$

Viscosità

$$F = \eta A \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta z} \rightarrow \frac{F}{A} = \eta \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta z} \Rightarrow \eta = \frac{F \Delta z}{A \Delta \boldsymbol{v}}$$

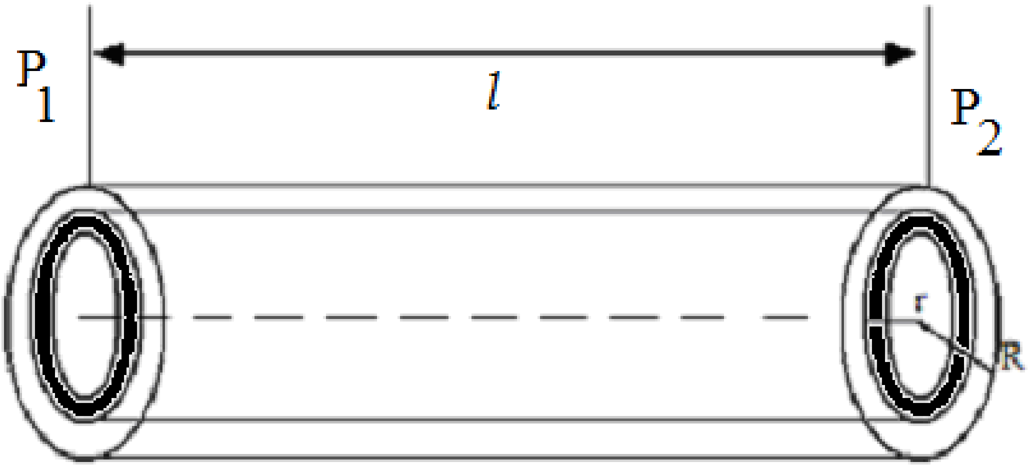
Nel sistema MKS (S. I.) $\quad [\eta] = \frac{N}{m^2} \times s \equiv Pa \times s$ $\quad$ coefficiente di viscosità.

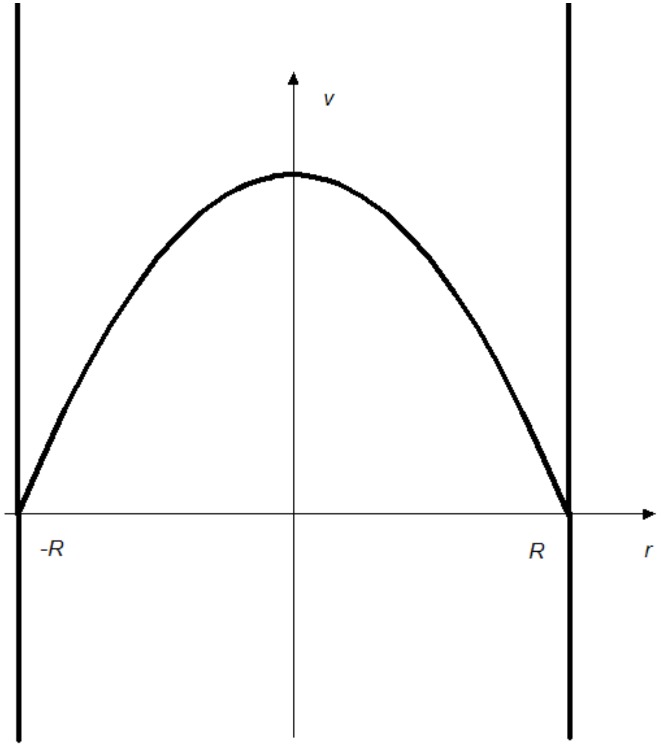
$$[\eta] = ML^{-1}T^{-1}$$

Infatti: $\quad \boldsymbol{\eta} = \frac{\boldsymbol{F}}{\boldsymbol{A}} \times \frac{\Delta \boldsymbol{z}}{\Delta v} \Rightarrow [\boldsymbol{\eta}] = \frac{\boldsymbol{N}}{\boldsymbol{m}^2} \frac{\boldsymbol{m}}{\frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{s}}} \Rightarrow \frac{\boldsymbol{N}}{\boldsymbol{m}^2} \boldsymbol{s} = \boldsymbol{Pa} \times \boldsymbol{s}$

Nel sistema CGS: $\quad [\eta] = g \cdot cm^{-1} s^{-1} = poise(p)$

Legge di Poiseuille

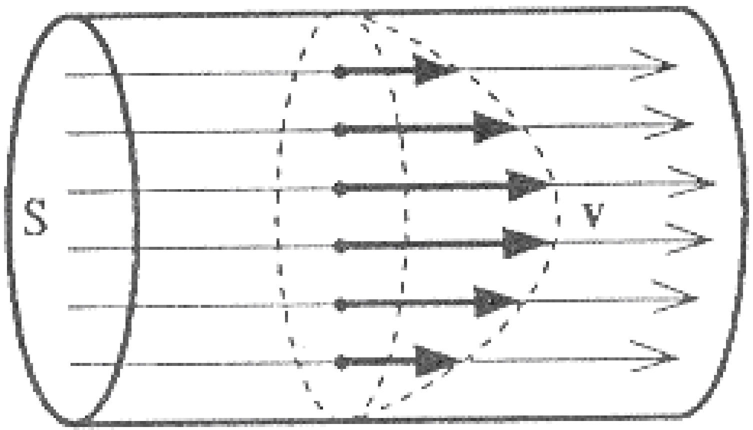




$$\boldsymbol{v}(r) = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{P_1 - P_2}{l}\right]\left(R^2 - r^2\right)$$

Legge di Poiseuille

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{P_1 - P_2}{l}$$



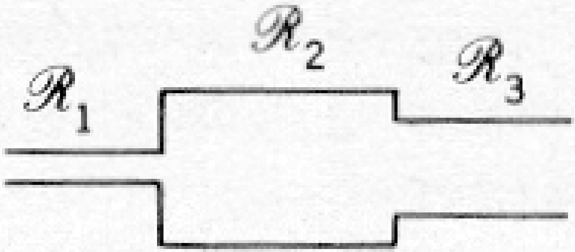
$$\frac{P_1 - P_2}{l} = \Delta P$$

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\eta} \Delta P$$

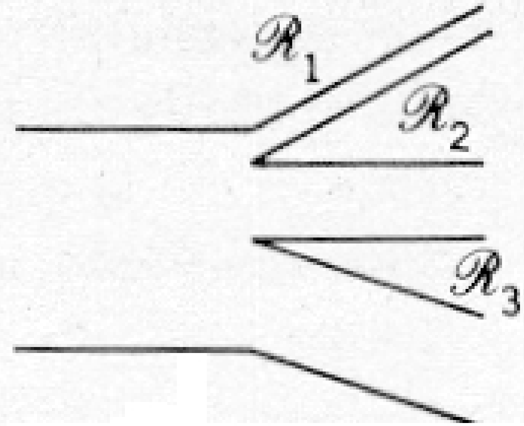
$$R_I = \frac{\Delta P}{Q}$$

R_I resistenza idrodinamica

$$R_I = \frac{8\eta}{\pi R^4}$$



Resistenze in serie



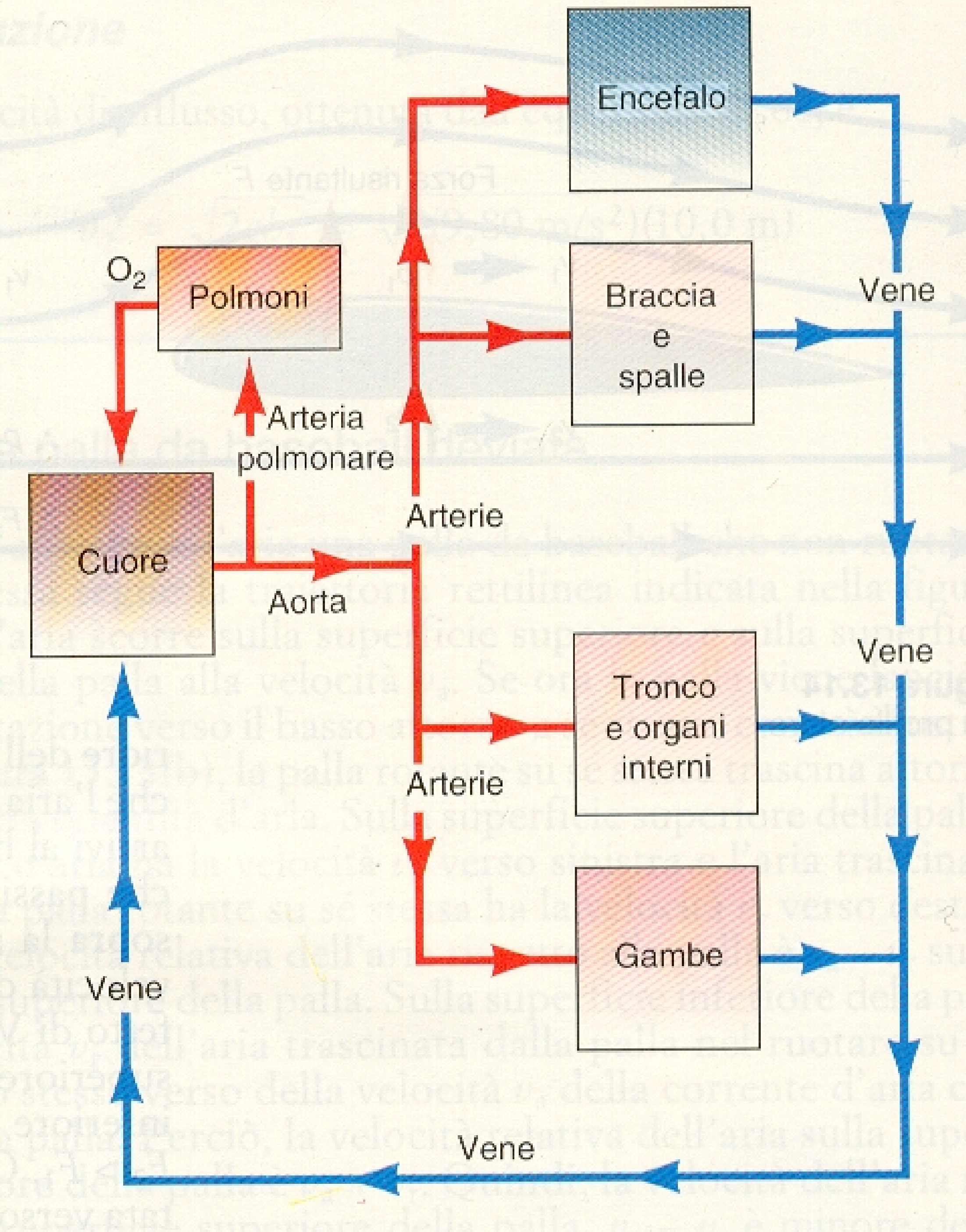
Resistenze in parallelo

$$R_e = R_1 + R_2$$

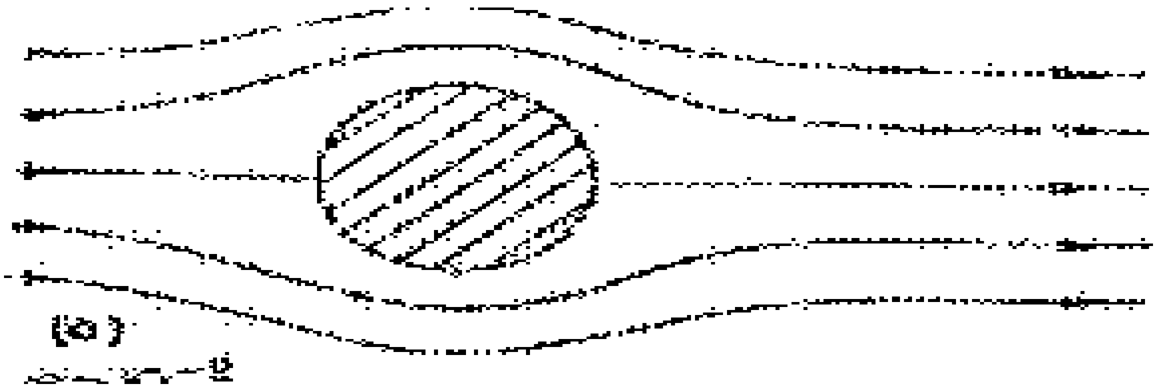
$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Formalmente analoga alla
legge di Ohm: V=RI

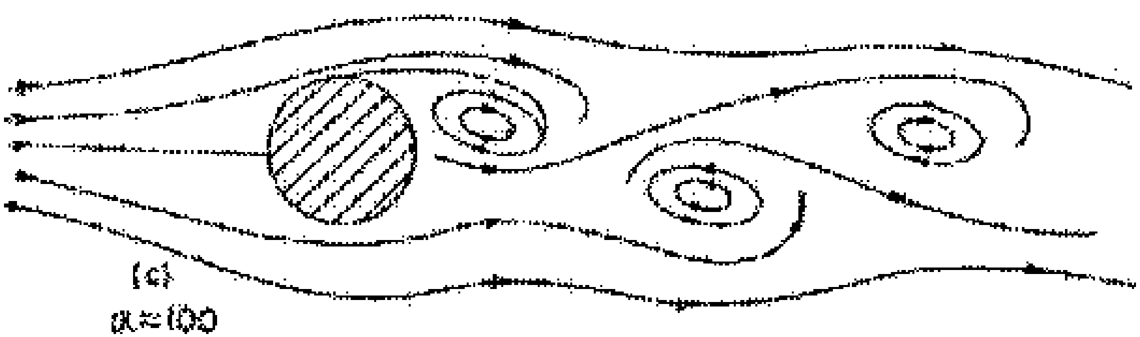
$$R_e = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$


Encefalo
O_2
Polmoni
Braccia e spalle
Vene
Arteria polmonare
Arterie
Cuore
Aorta
Vene
Tronco e organi interni
Arterie
Gambe
Vene
Vene

Moto laminare e moto turbolento: numero di Reynolds



$$R = \frac{\rho}{\eta} vD$$



$$v_C = 2000 \frac{\eta}{\rho D}$$

Legge di Stokes e moto nei fluidi viscosi

Una particella in moto in un fluido viscoso è sottoposta ad una forza d'attrito

$$F = -\beta v$$

β dipende da : η viscosità del fluido, R raggio della particella (sferica)

$$F = -6\pi \eta R \boldsymbol{v}$$

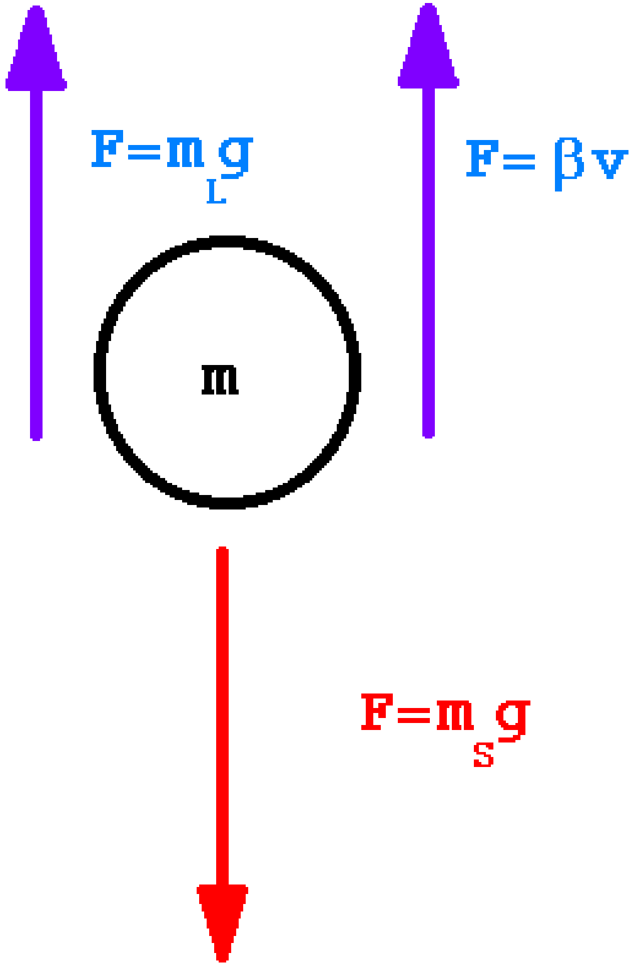
una sfera in moto in un fluido è soggetta a 3 forze

Spinta di Archimede: $$F_A = m_L \cdot g$$

Forza peso: $$F_P = m_S \cdot g$$

Forza viscosa di attrito: $$F_{Att} = -\beta \cdot \boldsymbol{v}$$

sfera che cade in un fluido raggiungerà la sua velocità di regime quando saranno equilibrate le 3 forze agenti su di essa

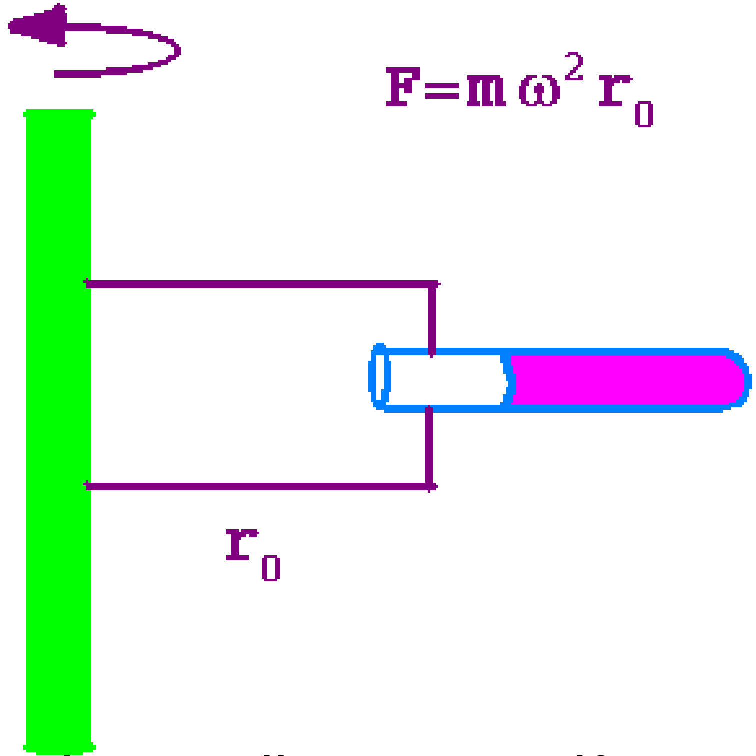


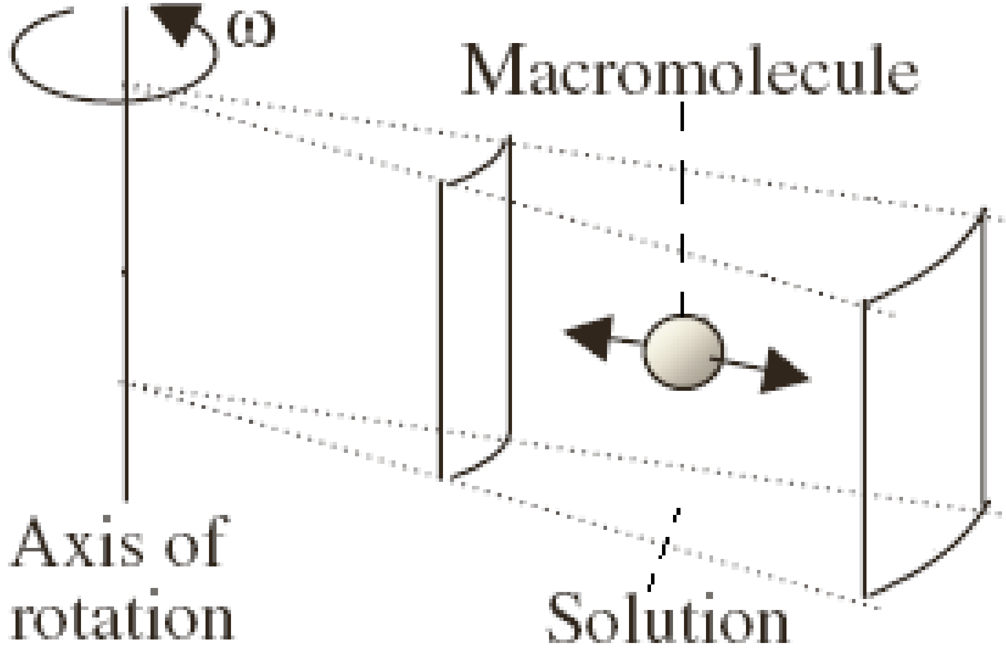
$$F_P = F_A + F_{Att}$$

$$m = \rho V, \quad V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\frac{4}{3} r^3 \pi \rho_s g = \frac{4}{3} r^3 \pi \rho_e g + 6\pi \eta \boldsymbol{v}$$

$$\boldsymbol{v} = \frac{2gr^2\left(\rho_s - \rho_e\right)}{9\eta}$$





Schema di una centrifuga e della forza agente su una macromolecola

$$\boldsymbol{v} = \frac{\omega^2 R 2 r^2 \left(\rho_s - \rho_e\right)}{9\eta}$$