A cosa può servire la FISICA negli STUDI MEDICI?

Ecco almeno tre motivi per cui lo studio della fisica può essere utile:

1-Il funzionamento dei sistemi biologici si basa anzitutto sui principi della fisica e della chimica:

Fisica $\Leftrightarrow$Fisiologia

.

2-La Fisica entra oggi nella pratica clinica attraverso svariate tecnologie e dispositivi utili per:

Diagnosi

Terapia

3-La Fisica è una disciplina di base, propedeutica a qualunque altra disciplina scientifica; è inoltre utile per la formazione scientifica, in quanto rappresenta, per eccellenza, un modello di riferimento per il metodo scientifico

Fisiologia $\Leftrightarrow$ Fisica

Esempi:

Apparato muscolo-scheletrico Cinematica-Meccanica

Respirazione Fisica dei gas
Leggi della diffusione
Tensione superficiale

Circolazione sanguigna Meccanica dei fluidi (emodinamica)

Funzione renale	**Filtrazione** **Pressione osmotica**
Metabolismo	**Termodinamica**
Conduzione nervosa	**Elettricità**
Organi di senso	**Ottica (occhio)** **Acustica (orecchio)**
Processi biochimici e molecolari	**Fisica delle molecole** **Biofisica**

Applicazioni della FISICA in campo clinico

Esempi:

Diagnostica:

-Tecniche di analisi di laboratorio
-Tecniche radiologiche
(Radiografia, TAC, NMR ecc.)
Tecniche strumentali varie
(es. EEG, ECG)
- Tecniche di MEDICINA NUCLEARE
(uso di traccianti radioattivi,
"imaging" con traccianti ecc.)
-Ecografia (ultrasuoni)
-.........

Terapia:

-Terapie fisiche (diatermia, UV ecc.)

-Tecniche utilizzanti radiazioni ionizzanti

(cobalto-terapia, X-terapia, ecc.)

-LASER

-...........

Elementi di Biofisica

- **Cibernetica e Teoria dell’informazione**
- **Elaborazione Biologica dell’Informazione**
- **Bioprocessing**

- **Forme biologiche**
- **Allometria e leggi di scala**
- **Aggregati semplici e complessi (Network)**

- **Molecole Biologiche**

- **Radiobiologia**

Fisica Medica

- **Tecniche di misura**
- **Tecniche di analisi dati (Statistica Biomedica)**

- **Tecniche di Imaging**
- **Elaborazione dell’Informazione**

FISICA Scienza sperimentale

Concetto di esperimento (Galilei)

Esperimento

Induzione

Legge

deduzione

caso particolare

(Particolare)

deduzione

(Generale)

Esperimento come verifica di un'ipotesi

Metodo ipotetico-deduttivo

METODO QUANTITATIVO

Carattere *intersoggettivo* della scienza

Prevalente carattere *quantitativo* della Fisica.

Quantitativo come *oggettivo* indicante la ricerca di un'espressione matematica delle leggi fisiche.

Per raggiungere questo scopo occorre associare ai concetti della fisica la possibilità di una misura *oggettiva* (o *intersoggettiva*).

Un ente misurabile viene chiamato:

Grandezza Fisica

Grandezze fisiche

La distanza fra due punti, il peso dell'acqua contenuta in un recipiente, il tempo che intercorre tra l'inizio di due distinti fenomeni sono esempi di

grandezze fisiche

Due grandezze fisiche della stessa specie (**omogenee**) possono essere paragonate fra loro e quindi **misurate**

Misurare una grandezza significa

paragonarla con un'altra grandezza della stessa specie (unità di misura) e ricavare il numero (intero o decimale) che esprime quante volte l'unità di misura (o una sua parte) è contenuta nella grandezza data.

Ogni misura è affetta da un errore legato alla sensibilità dello strumento, agli errori casuali e agli errori sistematici.

Così una lunghezza sarà espressa da un numero che esprime il rapporto di essa rispetto ad un'altra presa come unità di misura (**metri** o **centimetri**) **±** un errore

.

es. l = 34,5m ± 0,2 m

Errori nelle misure fisiche

Poiché tutte le misure fisiche sono affette da errori, occorre riferirsi ai dati sperimentali, non come a dati certi ma come a dati attendibili corredati dal loro grado di incertezza. Allo scopo di ridurre l'errore il più possibile, é conveniente ripetere più volte la stessa misura e poi calcolare ad esempio la media aritmetica ed il relativo errore.

Una grandezza fisica per essere tale deve essere misurabile.

Misura

Una procedura che permetta di confrontare una grandezza con un'altra ad essa omogenea (lunghezza-lunghezza, tempo-tempo, ecc.) ottenendo un rapporto di tale grandezza rispetto all'altra presa come unità di misura.

Campioni di misura

Costituiscono il riferimento per costruire le unità di misura.

Tempo

Si fa oggi riferimento a un'oscillazione particolare, quella di una radiazione emessa dall'atomo di Cesio.

1 secondo = 9192631770 oscillazioni

Lunghezza

Riferimento: lunghezza d'onda relativa a una radiazione (luce rosso-arancione) emessa dal Kripton 86

1 metro=1650763.73 volte la lunghezza d' onda del Kr 86

Oggi si definisce il metro partendo dalla velocita' della luce:

1 metro=lunghezza percorsa dalla luce nel vuoto in un tempo pari a

$$\frac{1}{299792458} \cong \frac{1}{3 \times 10^{8}} \ \sec$$

Quantita’ di sostanza

Si usa la mole, un numero puro che esprime il numero di atomi contenuti in 12 gr dell`isotopo 12 del carbonio

Corrente elettrica

L`ampere e’ definito come quella quantita’ di corrente che produce in due conduttori infinitamente lunghi una forza di 2 x 10^{-7} Newton per metro di lunghezza

Grandezza Fisica	Unità di misura	Abbreviazione
Lunghezza	metro	m
Massa	chilogrammo	kg
Tempo	secondo	s
Corrente elettrica	ampere	A
Temperatura	Kelvin	°K
Intensità luminosa	candela	cd
Quantita'di sostanza	mole	mole

Sistemi di Misura

Sistemi che assumono alcune grandezze come fondamentali e che esprimono, rispetto a quelle, le altre come derivate.

Sistema Internazionale (SI) (o M.K.S.A).

Prende come fondamentali le grandezze:

Lunghezza	(L) misurata in metri M
Massa	(M) misurata in kilogrammi kg
Tempo	(T) misurato in secondi s
Corrente elettrica	(I) misurata in Ampere A

Sistema centimetro-grammo-secondo (CGS)

non più utilizzato, o, perlomeno, non raccomandato

Unità Fondamentali LMT

(L)	massa (M)	tempo (T)
centimetri (cm)	grammi (g)	secondi (s).

Esempi di grandezze derivate nel SI

Velocita' $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ Accelerazione $\frac{\Delta v}{\Delta t}$

Grandezze Derivate	S.I.	C.G.S	sistemi pratici
Volume	m^3	cm^3	litro
Densita'	**kg m^{-3}**	**g cm^{-3}**	
Forza	kg m s^{-2} (Newton)	g cm s^{-2} (dyna)	

Velocità	m s^{-1}	cm s^{-1}	km ora^{-1}
Pressione	newton m^{-2}	dyna cm^{-2}	atmosfera
	Pascal	(baria)	mm Hg cm H_2O
Lavoro	kg m^2 s^{-2}	g cm^2 s^{-2}	
Energia	(joule)	(erg)	
Calore			caloria
Carica elettrica	ampere s	u.e.s.	
		(coulomb)	

Le leggi fisiche sono in genere espresse da relazioni algebriche che esprimono la <u>proporzionalità</u> di una grandezza rispetto a una combinazione di altre.
La proporzionalità può essere **diretta** o **inversa** mentre l'uguaglianza viene introdotta attraverso una costante di proporzionalità che dipende dal sistema di misura adottato.

$$y = hx$$

$$y = \frac{h}{x}$$

In generale vale un principio di omogeneità per cui i termini di un'equazione devono avere tutti e due le stesse unità di misura.

$$F = G\frac{M_1 M_2}{r^2} \Rightarrow G = \frac{Fr^2}{M_1 M_2} \Rightarrow [G] = \frac{Nm^2}{kg^2}$$

$$[G] = [M^{\alpha}][L^{\beta}][T^{\lambda}]$$

α , β , γ numeri qualunque.

Costante	Simbolo	valore	unita' di misura
Velocità della luce nel vuoto	c	3×10^{8}	ms^{-1}
Carica dell'elettrone	e	1.6×10^{-19}	C
Massa dell`elettrone	m	9.1×10^{-31}	Kg
Massa del protone	M	1.67×10^{-27}	Kg
Costante di Planck	h	6.6×10^{-34}	Js
Numero di Avogadro	N_o	6.02×10^{23}	$mole^{-1}$
Costante dei gas perfetti	R	8.3	$JK^{-1}mole^{-1}$
Costante di Boltzmann	$k=R/N_o$	1.38×10^{-23}	JK^{-1}
Costante di Faraday	$F=N_oe$	96487	$C\ mole^{-1}$
Costante dielettrica del vuoto	ε_o	8.86×10^{-12}	$C^2N^{-1}m^{-2}$
Costante gravitazionale	G	6.67×10^{-11}	Nm^2kg^{-2}
Permeabilita' magnetica del vuoto	μ_o	1.256×10^{-6}	$kg\ m\ C^{-2}$
Costante di Stefan-Boltzmann	σ	5.67×10^{-8}	$Watt\ m^{-2}K^{-4}$
Costante di Wien	k_w	2.897×10^{-3}	m K
Equivalente meccanico	J	4.18	joule $caloria^{-1}$

Fisica Applicata - Fisica Medica

Testoni Zannoli : Fisica - I Fenomeni Naturali E La Loro Descrizione ed Esculapio

Borsa Scannicchio Fisica ed Unicopli

Duncan Fisica per scienze biomediche ed Ambrosiana

Castellani-Verondini Fisica Biomedica dispense in preparazione

Biofisica

Cellular Biophysica MIT press

Statistica-Biomatematica-Bioinformatica

M.Motta Biomatematica

Ottaviano, Camussi et al Metodi statistici per la sperimentazione biologica

Modalità di accertamento
Esami
(verifiche intermedie e finale)

Ddue verifiche intermedie scritte

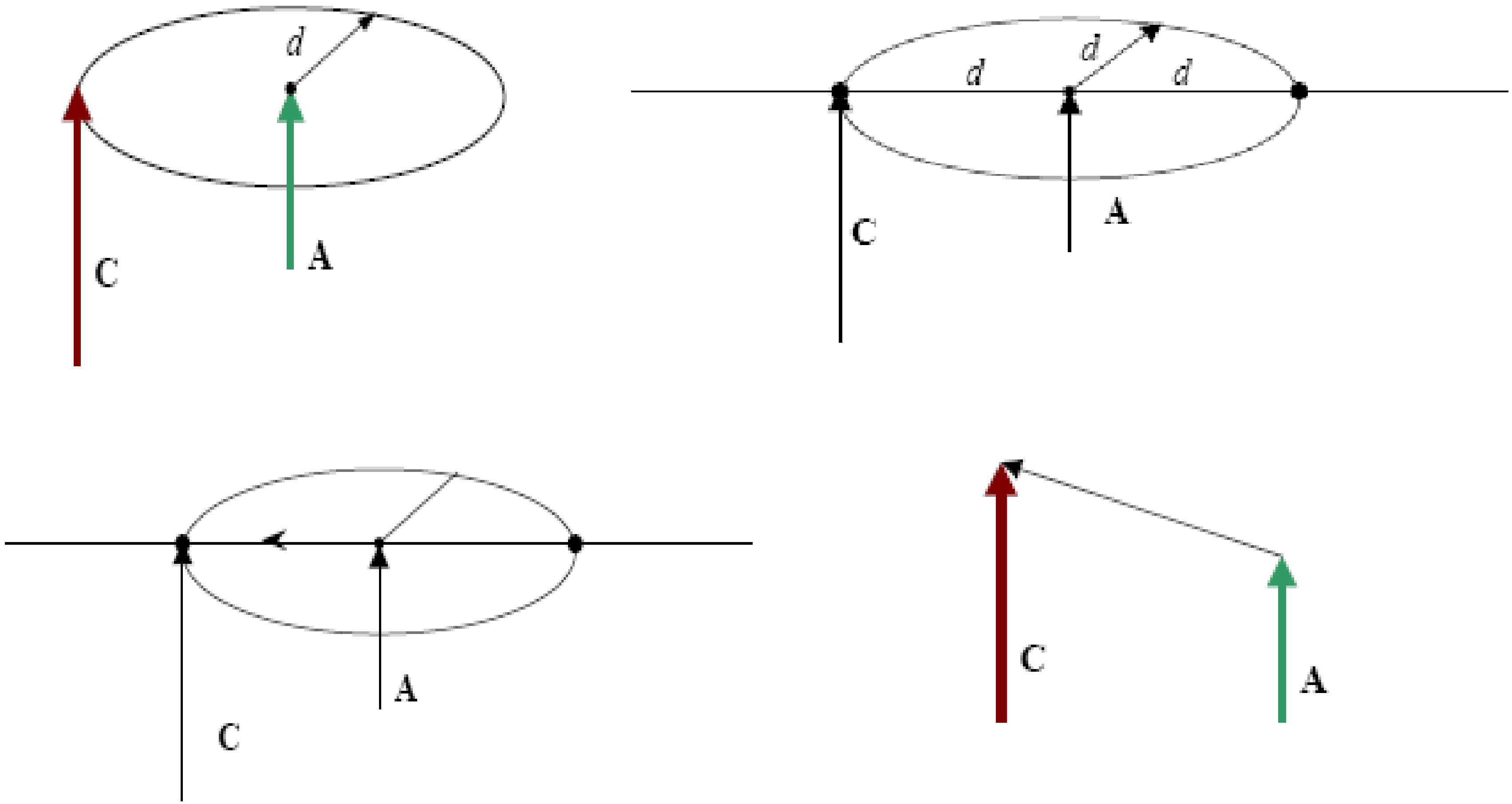
Meccanica-Fluidi-Termodinamica-Onde
Ottica-Elettromagnetismo-Fisica Moderna

Uuna verifica finale orale

Grandezze vettoriali e grandezze scalari

Lo spostamento è una grandezza vettoriale

(grandezza-direzione-verso)



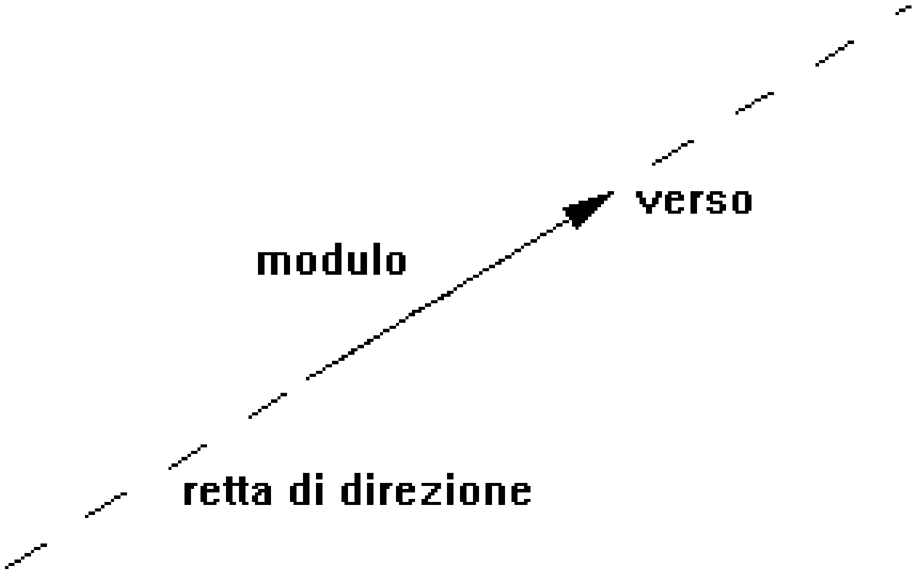
Le grandezze come lo spostamento che richiedono, per essere completamente definite, la specificazione di intensità, direzione e verso vengono dette <u>grandezze vettoriali</u> o <u>vettori</u>.

<u>modulo</u> (Intensità) e <u>direzione orientata</u> (direzione e verso)

Esempi: velocità, accelerazione, forza etc.
Le grandezze completamente definite dalla loro intensità si dicono <u>grandezze scalari</u> o semplicemente, <u>scalari</u>.
Esempi di grandezze scalari sono la temperatura, la massa, l'energia, etc.

Per indicare che una grandezza ha carattere vettoriale si utilizza un simbolo sormontato da una freccia ($\vec{a}$) ovvero un simbolo in grassetto $\boldsymbol{a}$.
Il modulo di una grandezza vettoriale è denotato da $|\boldsymbol{a}|$ o a.

Graficamente, una grandezza vettoriale è rappresentata da una freccia (proprio come lo spostamento) la cui lunghezza misura l’intensità, la retta di appartenenza la direzione e la punta il verso

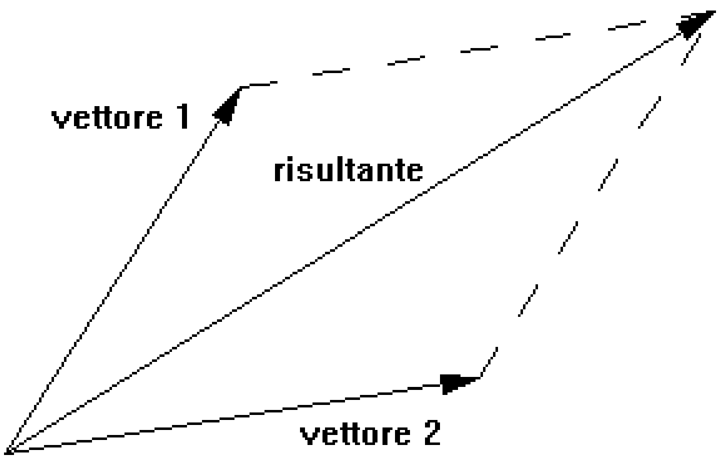


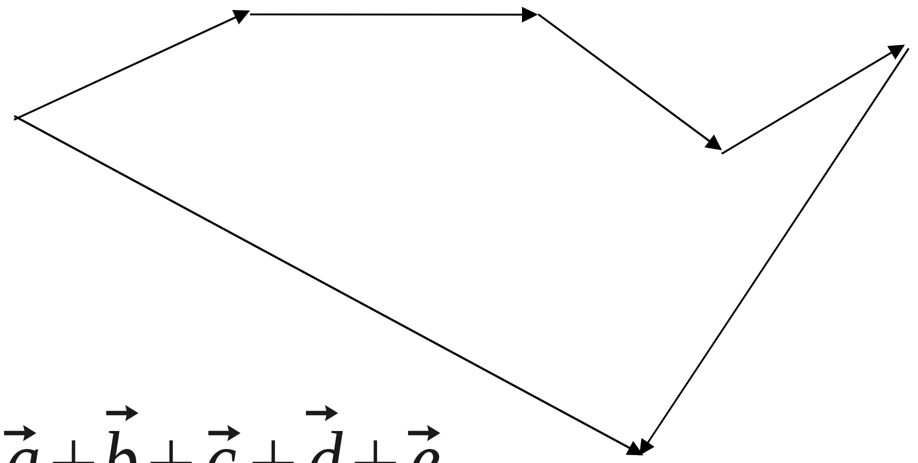
Operazioni fra vettori

Sui vettori possono essere svolte delle operazioni analoghe a quelle possibili fra i numeri:**somma, sottrazione e prodotto**

Somma di vettori

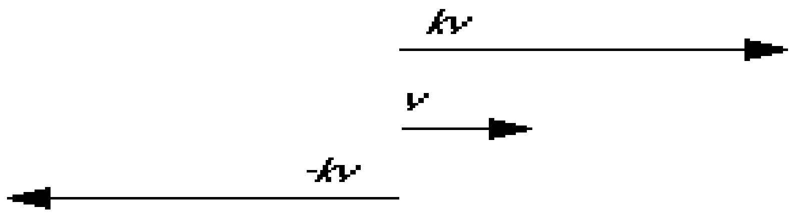
Si effettua con la regola del parallelogramma che puo' essere estesa anche a piu' vettori, il vettore somma viene detto **risultante**





$$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}+\vec{e}$$

Moltiplicazione di uno scalare per un vettore



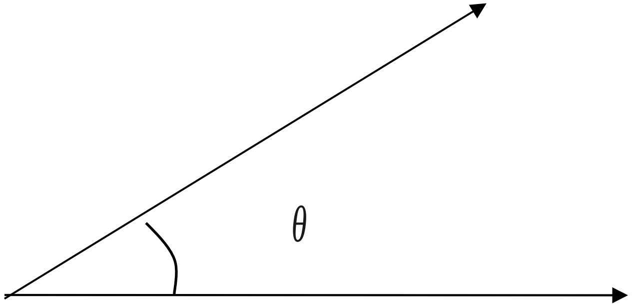
Prodotto scalare

Dati due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ si definisce prodotto scalare la quantità scalare

$$\vec{a}\cdot\vec{b}$$

Dove l'angolo θ compreso fra i due vettori

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cos\left(\theta\right)$$



Si noti che il prodotto scalare può essere nullo anche se nessuno dei vettori e è nullo,
Il prodotto scalare fra due vettori ortogonali è nullo.

$$\cos(\theta) = 0 \Rightarrow \theta = \pi 2$$

Il prodotto scalare è commutativo

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

Versore è un vettore u di modulo unitario

$$|\vec{u}|=1$$

un versore definisce una direzione e un verso.

Dato un ualunque vettore possiamo sempre scomporlo nel prodotto del suo versore per il suo modulo

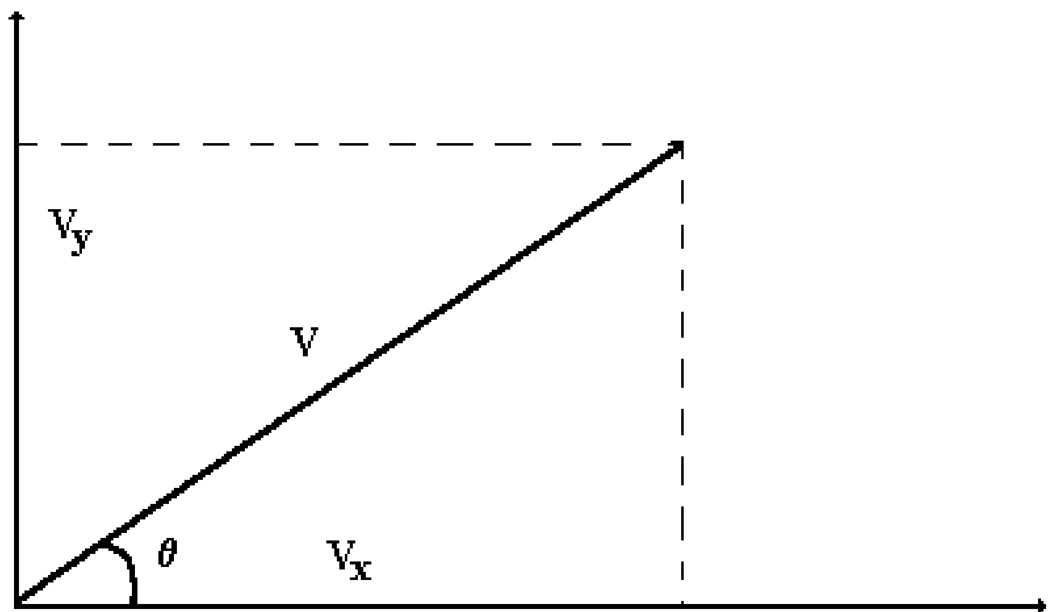
$$\vec{v}=u|\vec{v}|$$

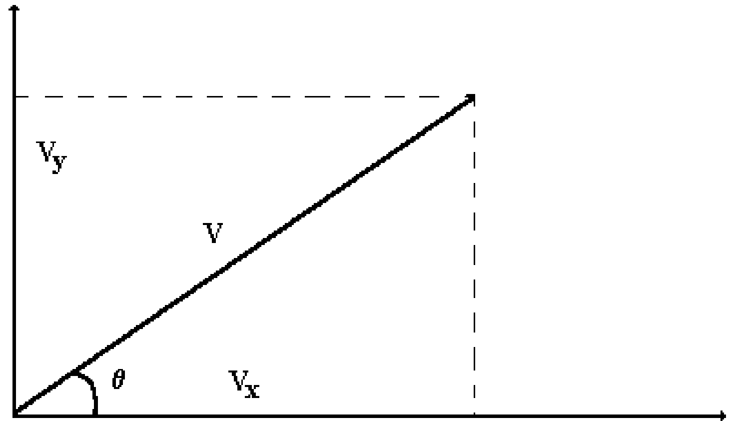
Oss: Notare che

$$u=\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$$

Scomposizione di vettori

Un qualsiasi vettore $\vec{v}$ può sempre essere scomposto lungo due direzioni s ed r in maniera tale che $\vec{v} = \vec{v}_s + \vec{v}_r$. In particolare se s $\perp$ r abbiamo una scomposizione ortogonale





Osservazione: Nel caso in cui la scomposizione sia ortogonale valgono le seguenti proprieta' :

$$\vec{v}_x = |\vec{v}|\cos(\theta) \qquad \vec{v}_y = |\vec{v}|sin(\theta)$$

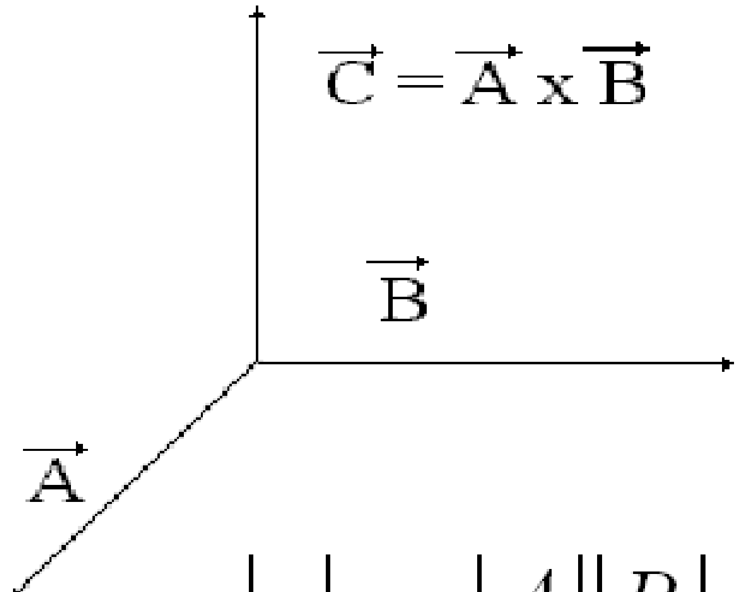
$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \qquad tg(\theta) = \frac{v_y}{v_x}$$

vengono dette **componenti cartesiane** di **v**

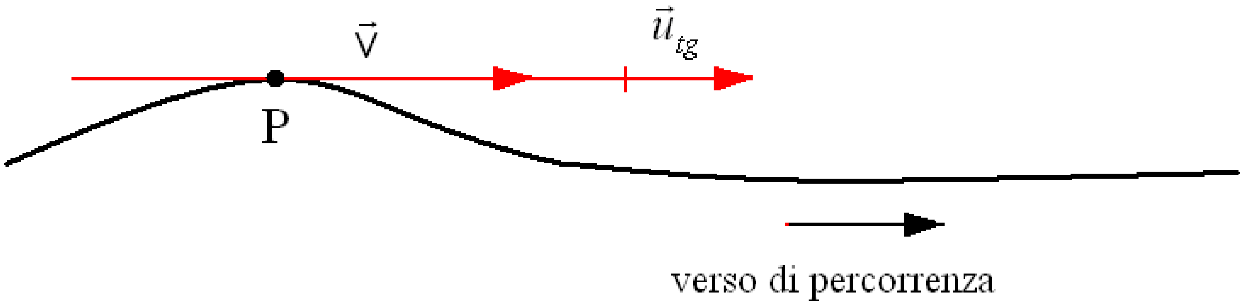
$\vec{v}$, $\vec{v}$

Prodotto vettore



$$|c| = |A||B| \sin(\theta)$$

Velocità e Accelerazione



La velocità di un punto materiale è un vettore tangente alla traiettoria nel punto in cui esso si trova istantaneamente e di modulo:

$$|\vec{v}| = \left|\frac{d\vec{s}}{dt}\right|$$

Il verso di $\vec{v}$ è determinato dal verso di percorrenza della traiettoria.
La quantità ds/dt si chiama velocità scalare.

$\vec{u}_{tg}$ versore tangente alla traiettoria,

$$\vec{v} = \frac{ds}{dt}\vec{u}_{tg}$$

Si chiama velocità scalare media nell'intervallo di tempo t_2-t_1, la quantità

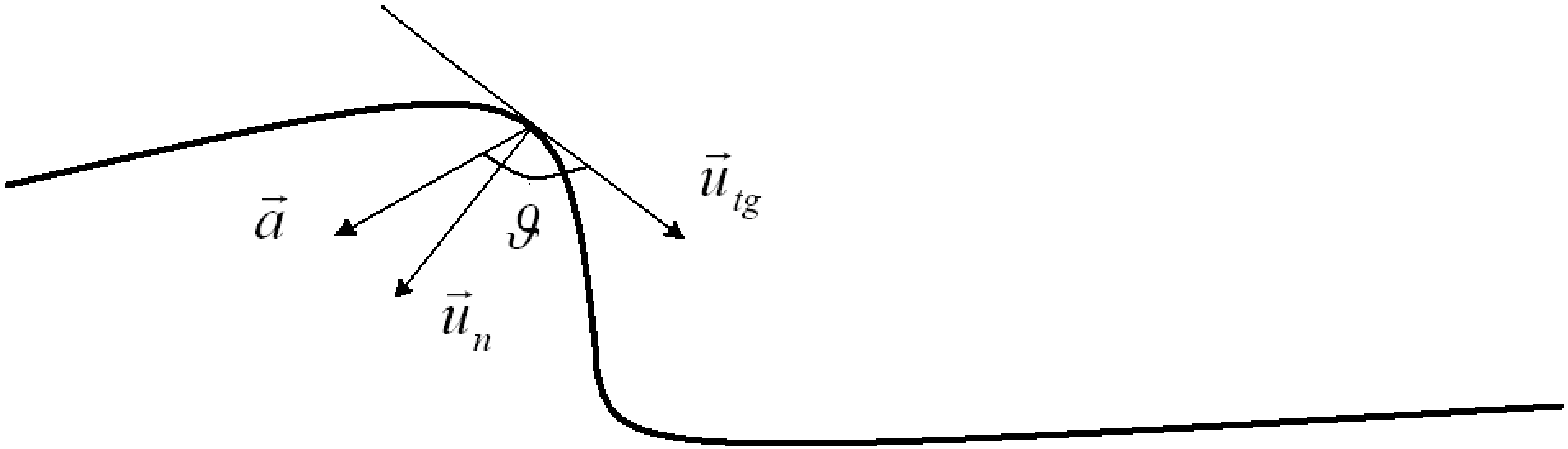
$$v_{sm} = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}$$

Quantità di riferimento comune (gare etc)

L'accelerazione di un punto materiale $\vec{a}$ è un vettore che giace nel piano della traiettoria, è diretto all'interno della concavità formata dalla traiettoria,

modulo del vettore accelerazione $$|\vec{a}| = \left|\frac{dv}{dt}\right|$$

Accelerazione normale (centripeta) e tangenziale



$$\vec{a}=\vec{a}_t+\vec{a}_n$$

$$\vec{a}=|\vec{a}|\cos(\vartheta)\vec{u}_{tg}+|\vec{a}|\sin(\vartheta)\vec{u}_n$$

$$a_t=|\vec{a}|\cos(\vartheta) \qquad a_n=|\vec{a}|\sin(\vartheta)$$

Si dimostra che

$$a_t = \frac{d^2 s}{dt^2} \qquad a_n = \frac{1}{R}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2$$

con R raggio di curvatura della traiettoria in P.

$$\vec{a} = a_t \vec{u}_{tg} + a_n \vec{u}_n = \frac{d^2 s}{dt^2} \vec{u}_{tg} + \frac{1}{R}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \vec{u}_n$$

a_t le variazioni di v in modulo

a_n le variazioni di v in direzione (orientata).

Il modulo dell'accelerazione si misura nel S.I. in m/s^2

Moto rettilineo e uniforme

Moto di un punto materiale lungo una traiettoria rettilinea con velocità costante.

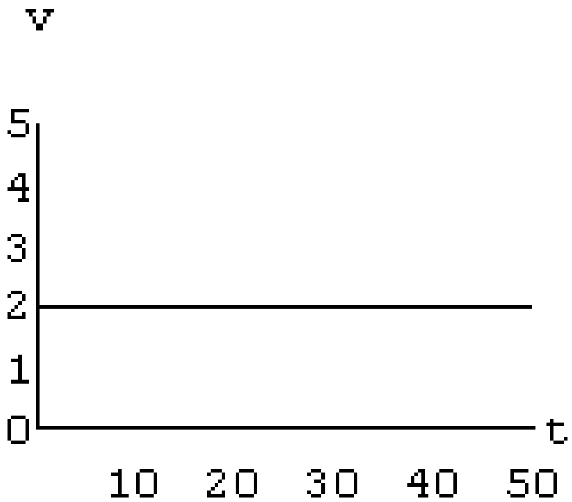
La direzione della velocità (tangente alla traiettoria) coincide con la traiettoria, mentre il suo modulo $|ds/dt|$ è costante.

La legge oraria del moto rettilineo e uniforme è:

$$s(t) = s_0 + v_0 t$$

dove s_0 è la posizione di P, misurata a partire dall'origine O, all'istante iniziale $t = 0$ e v_0 = costante (velocità iniziale)

L’equazione del moto può essere rappresentata in un grafico in cui si riporta t in ascissa e s in ordinata (diagramma orario)



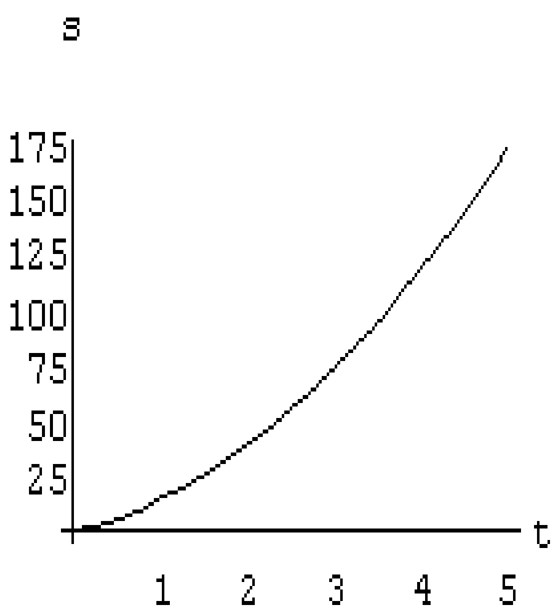
Diagrammi orari della velocità e della posizione

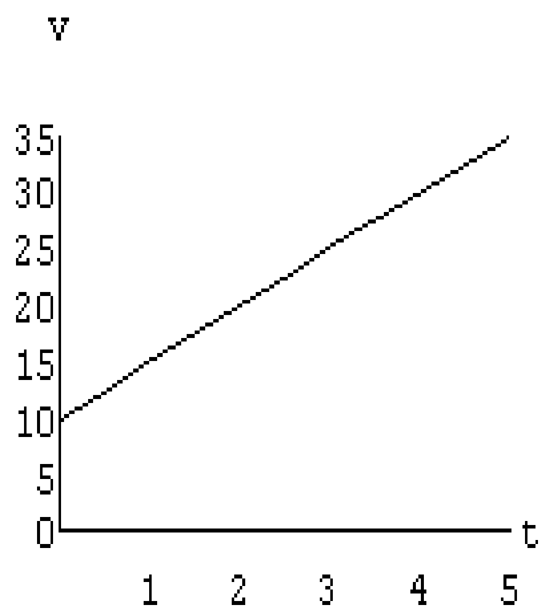
Moto rettilineo uniformemente accelerato

Azione di forze costanti e **velocità proporzionale** al **tempo** con costante di proporzionalità uguale all'accelerazione.
Legge oraria del moto uniformemente accelerato

$$s(t) = s_0+v_0t + ½at^2$$

velocita'- tempo $V(t) = v_0+at$





Moto parabolico (Proiettile)

Oggetto sottoposto ad un'accelerazione **a** costante in modulo, direzione e verso e che abbia una velocita' v_0 non diretta come **a**.

Per descrivere la legge oraria conviene considerare un sistema di assi ortogonali (x,y) di cui uno dei due sia diretto come **a**. Il moto puo' essere scomposto in due componenti.

$$s_x = s_{0x} + v_{0x}\, t$$

$$s_y = s_{0y} + v_{0y} t - \tfrac{1}{2} a t^2$$

ricavando t dalla prima equazione e sostituendo nella seconda si ottiene l'equazione di una parabola:

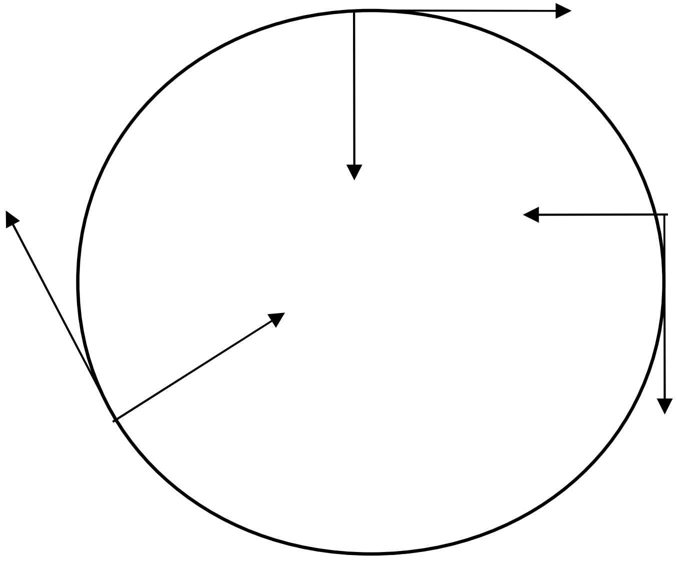
$$t = \frac{s_x - s_{0x}}{v_{0x}} \qquad s_y = \frac{s_{0y}}{s_{0x}} - \frac{1}{2} a \frac{s_x^2}{v_{0x}^2}$$

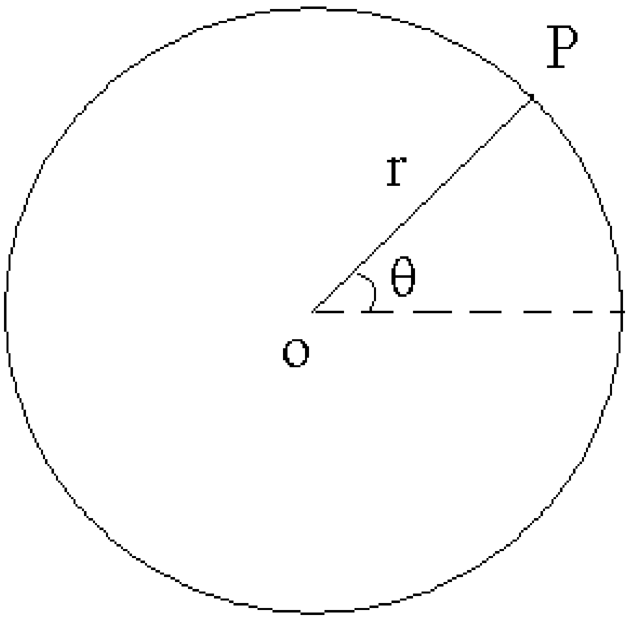
Moto circolare uniforme

Moto di un punto su una circonferenza con velocità di modulo costante ma variabile in direzione

Poiché la velocità non varia in modulo a_t=0 e

$$\vec{a} = \frac{1}{R}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \vec{u}_n = \frac{1}{R}\left|v^2\right|\vec{u}_n$$





$$s(t) = R\vartheta(t)$$

$$\frac{ds}{dt} = R\frac{d\vartheta}{dt}$$

$$\frac{d\vartheta}{dt}$$ velocità angolare ω

$$|\vec{a}| = |\omega^2 R| = \omega^2 R$$

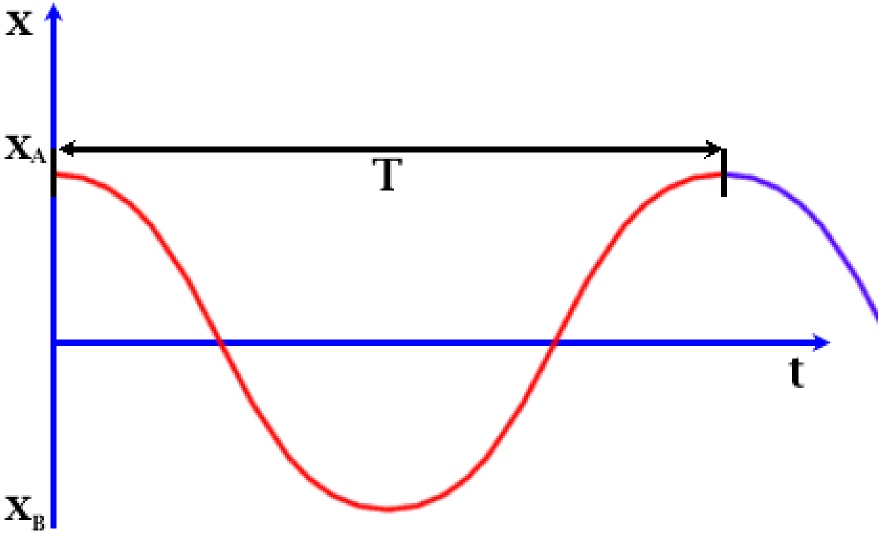
Moto armonico semplice

Moto di un punto che oscilla lungo una retta attorno a una posizione di equilibrio

legge oraria $$s(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

A, ω e φ costanti: **ampiezza del moto, pulsazione e fase iniziale**

da ω si ricava la frequenza ν (numero di oscillazioni complete compiute in 1 secondo) : $\omega = 2\pi \nu$.



$$s_0 = A \sin(\phi)$$

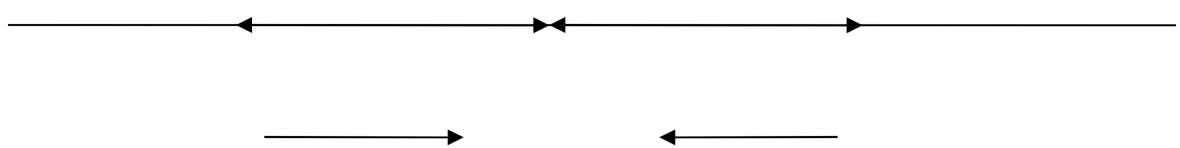
$$\sin(\phi) = \frac{s_0}{A}$$

$$\frac{ds(t)}{dt} = A\,\omega\cos(\omega t + \phi)$$

$$\frac{d^2 s(t)}{dt^2} = -A\,\omega^2 \sin(\omega t + \phi)$$

$$= -\,\omega^2 s$$

Dunque in un moto armonico semplice l’accelerazione è proporzionale allo spostamento s e diretto in verso opposto (significato del -)



Cioè l’accelerazione è sempre diretta verso l’origine ed è tanto maggiore quanto più il punto si allontana dall’origine.

Concetto di Forza

Si chiama forza qualunque causa in grado di modificare la velocità di un corpo.

La velocità può variare o in **modulo** o in **direzione**

Esempio: la palla da biliardo, nell'urto completamente elastico, varia solo la direzione e non il modulo e dunque sperimenta una forza.

Poiché la forza può provocare anche deformazioni nei corpi, come ad esempio la pressione su un piano, si definisce forza qualunque causa in grado di provocare variazioni di velocità o deformazioni in un corpo

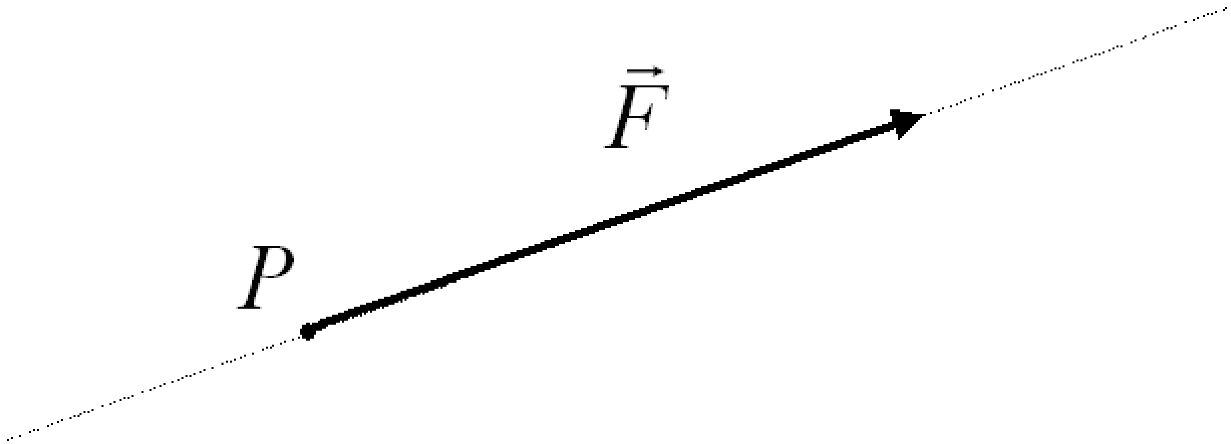
Sperimentalmente si verifica che le forze sono rappresentabili come vettori e quindi hanno modulo, direzione e verso $\vec{F}$

Nel S.I. l’unità di misura della forza è il Newton (N) ma è molto usato anche il chilogrammo peso Kg_P , soprattutto nella bilancia.

$$1\ Kg_P = g\ N,\ g = 9.806\ m/s^2$$

$$\Rightarrow \qquad 1\ Kg_P \approx 10\ N$$

In generale, l’effetto di una forza dipende dal suo punto di applicazione (P)



Se l’oggetto su cui agisce la forza è un punto, il punto di applicazione è unico.
In questo caso le forze si sommano con la regola del parallelogramma.
Se l’oggetto non è un punto materiale, le forze sono applicate in punti diversi e la somma non è ovvia

Dinamica (Newton fine del 1600)

1° Principio o principio di inerzia

In assenza di forze un corpo mantiene invariata la propria velocità.
In assenza di forze, un corpo o è fermo o si muove di moto rettilineo e uniforme.

2° Principio della dinamica

Se su un corpo agisce una forza $\vec{F}$ esso acquista un'accelerazione $\vec{a}$ proporzionale a $\vec{F}$ cioè

-

$$\vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F} \qquad \vec{F} = m\vec{a}$$

La costante *m* si chiama massa inerziale del corpo .

per una data $\vec{F}$ l'accelerazione $\vec{a}$ assunta dal corpo è inversamente proporzionale alla sua massa: quindi *m* misura l'inerzia del corpo, L'unità di misura della massa è, nel Sistema Internazionale il chilogrammo massa (kgm o, semplicemente kg)

Per misurare la massa *m* di un corpo basta confrontare le accelerazioni che esso assume sotto l'azione di una data forza $\vec{F}$,
con l'accelerazione $\vec{a}_C$ assunta dal corpo campione di massa

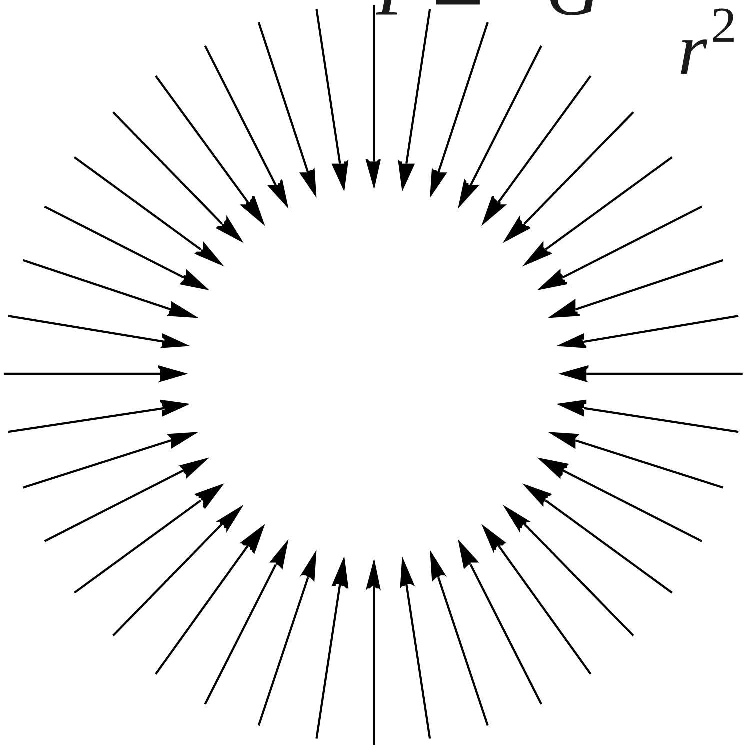
$$\left|\vec{F}\right| = |m|\left|\vec{a}\right| = m\left|\vec{a}\right| \qquad \left|\vec{F}\right| = |m_C|\left|\vec{a}_C\right| = m_C\left|\vec{a}_C\right|$$

$$|m|\left|\vec{a}\right| = m_C\left|\vec{a}_C\right|$$

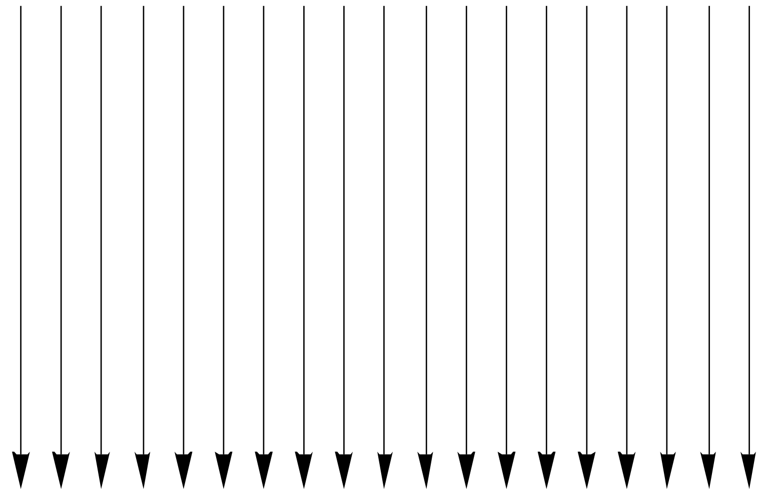
essendo m_C=1kg.

$$m = m_C \frac{\left|\vec{a}_C\right|}{\left|\vec{a}\right|} = \frac{\left|\vec{a}_C\right|}{\left|\vec{a}\right|}$$

$$\vec{F} = -G\,\frac{m_1 m_2}{r^2}$$



Campo di forza gravitazionale
terrestre



Campo di forza gravitazionale
in prossimità della superficie
terrestre

$$|\vec{F}| = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$G=1.67 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$

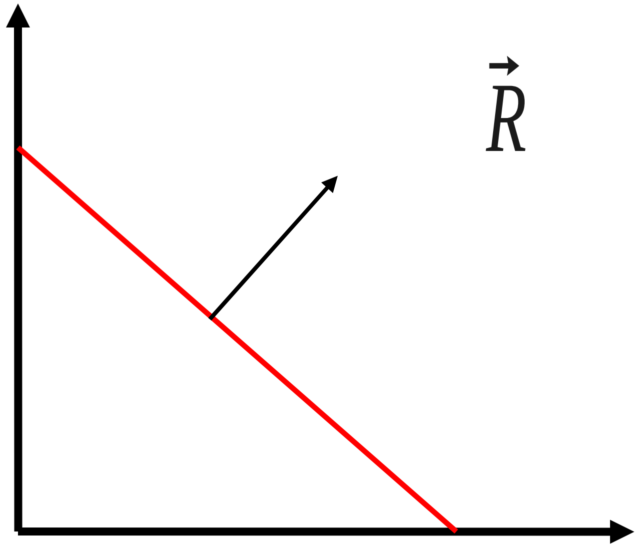
Newton ricavò le leggi di Keplero. Da questi pochi esempi si capiscono due cose:

1 Se non si conosce la forza, l'equazione di Newton è inutile;

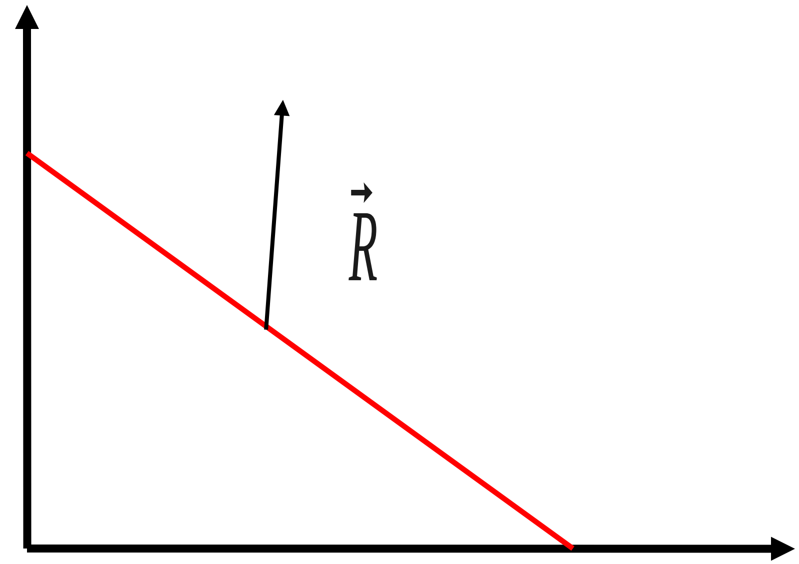
Se il corpo di cui si deve studiare il moto non è schematizzabile come un punto materiale, il secondo principio non è sufficiente

Vincoli e reazioni vincolari

Fra le forze che agiscono su un corpo è opportuno ricordare le cosiddette “reazioni vincolari”: esse sono presenti ogni volta che poste limitazioni del moto del corpo da parte di altri oggetti



vincolo liscio, la reazione vincolare è perpendicolare al profilo del vincolo.



In presenza di attrito (vincolo non liscio) la reazione vincolare ha una componente anche lungo il piano.

Il 3° principio della dinamica

Se il corpo che stiamo studiando non è schematizzabile come un punto materiale, occorre aggiungere ai principi già studiati, il cosiddetto “terzo principio”.
Esso può venire enunciato in due modi diversi ma equivalenti.

(AZIONE – REAZIONE e CONSERVAZIONE QUANTITA DI MOTO

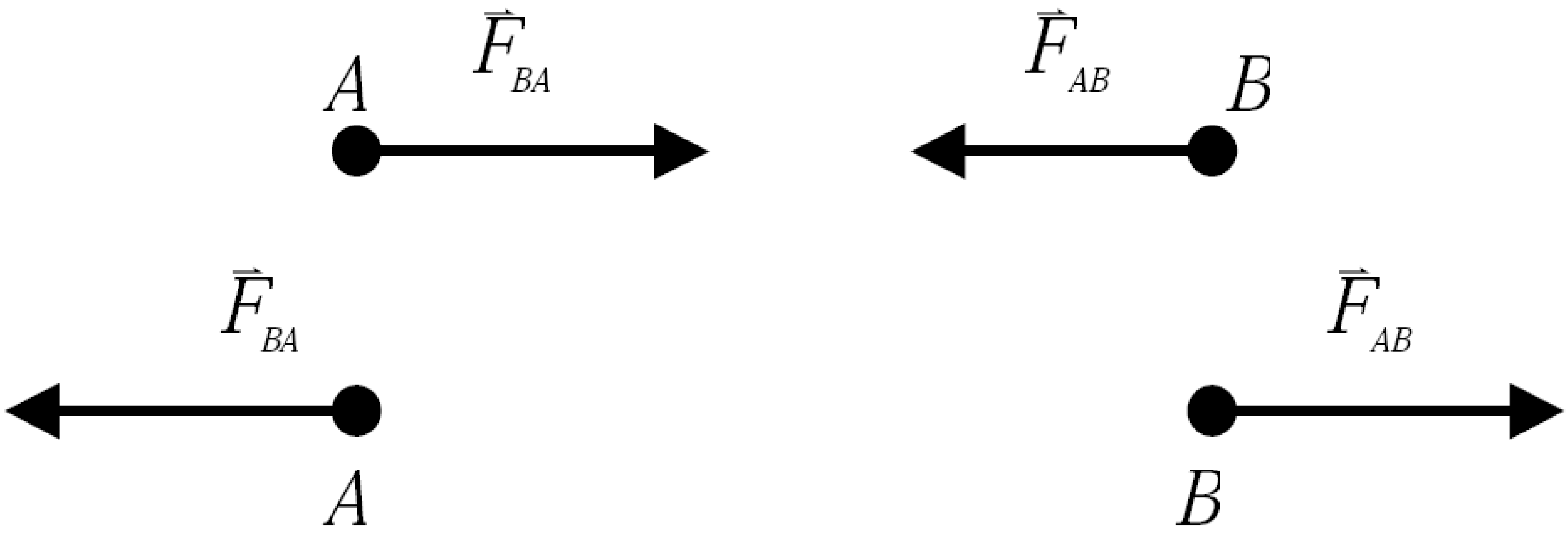
Il più semplice sistema non riducibile a un punto materiale è quello costituito da due punti materiali (A e B). Gli enunciati che seguono sono riferiti a tale sistema, ma possono essere facilmente estesi a sistemi costituiti da più punti.

Enunciato di Azione e Reazione (AR)

In un sistema costituito da due punti materiali A e B, se il corpo A esercita una forza F_{AB} allora il corpo B esercita a sua volta su

A una forza F_{BA}

. Queste due forze hanno stesso modulo, verso opposto e giacciono sulla congiungente i due punti.



Enunciato conservativo

Consideriamo un sistema costituito da due punti materiali A e B.
Sia m_A la massa di A e m_B la massa di B.
Definiamo quantità di moto di un punto materiale il prodotto della sua massa per la sua velocità.

$$\vec{q}_A = m_A \vec{v}_A \qquad \vec{q}_B = m_B \vec{v}_B$$

Si chiama quantità di moto di un sistema Q la somma (vettoriale essendo le quantità di moto dei vettori) delle quantità di moto dei punti che costituiscono

$$\vec{Q} = \vec{q}_A + \vec{q}_B = m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B$$

L'enunciato conservativo del terzo principio afferma che la quantità di moto di un sistema isolato è costante

A particle moves in the xy plane in a circular path of radius r, as shown in Figure 11.5. Find the magnitude and direction of its angular momentum relative to O when its linear velocity is $\mathbf{v}$.

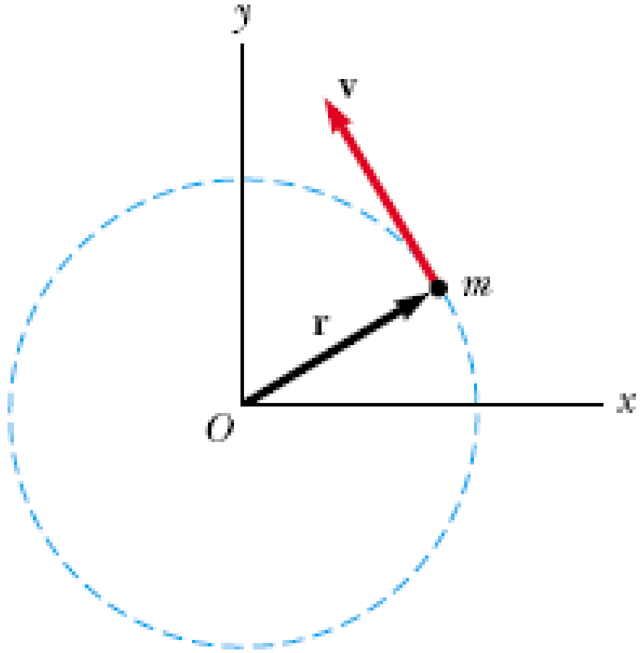


Figure 11.5 (Example 11.3) A particle moving in a circle of radius r has an angular momentum about O that has magnitude mvr. The vector $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ points *out* of the diagram.

Solution The linear momentum of the particle is always changing (in direction, not magnitude). You might be tempted, therefore, to conclude that the angular momentum of the particle is always changing. In this situation, however, this is not the case—let us see why. From Equation 11.12, the magnitude of **L** is given by

$$L = mvr \sin 90° = \boxed{mvr}$$

where we have used $\phi = 90°$ because **v** is perpendicular to **r**. This value of L is constant because all three factors on the right are constant.

The direction of **L** also is constant, even though the direction of $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ keeps changing. You can visualize this by applying the right-hand rule to find the direction of $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = m\mathbf{r} \times \mathbf{v}$ in Figure 11.5. Your thumb points upward and away from the page; this is the direction of **L** Hence, we can write the vector expression $\mathbf{L} = (mvr)\hat{\mathbf{k}}$. If the particle were to move clockwise, **L** would point downward and into the page. **A particle in uniform circular motion has a constant angular momentum about an axis through the center of its path.**

11.3 Angular Momentum of a Rotating Rigid Object

In Example 11.4, we considered the angular momentum of a deformable system. Let us now restrict our attention to a nondeformable system—a rigid object. Consider a rigid object rotating about a fixed axis that coincides with the z axis of a coordinate system, as shown in Figure 11.7. Let us determine the angular momentum of this object. Each *particle* of the object rotates in the xy plane about the z axis with an angular speed ω. The magnitude of the angular momentum of a particle of mass m_i about the z axis is $m_i v_i r_i$. Because $v_i = r_i\omega$, we can express the magnitude of the angular momentum of this particle as

$$L_i = m_i r_i^2 \omega$$

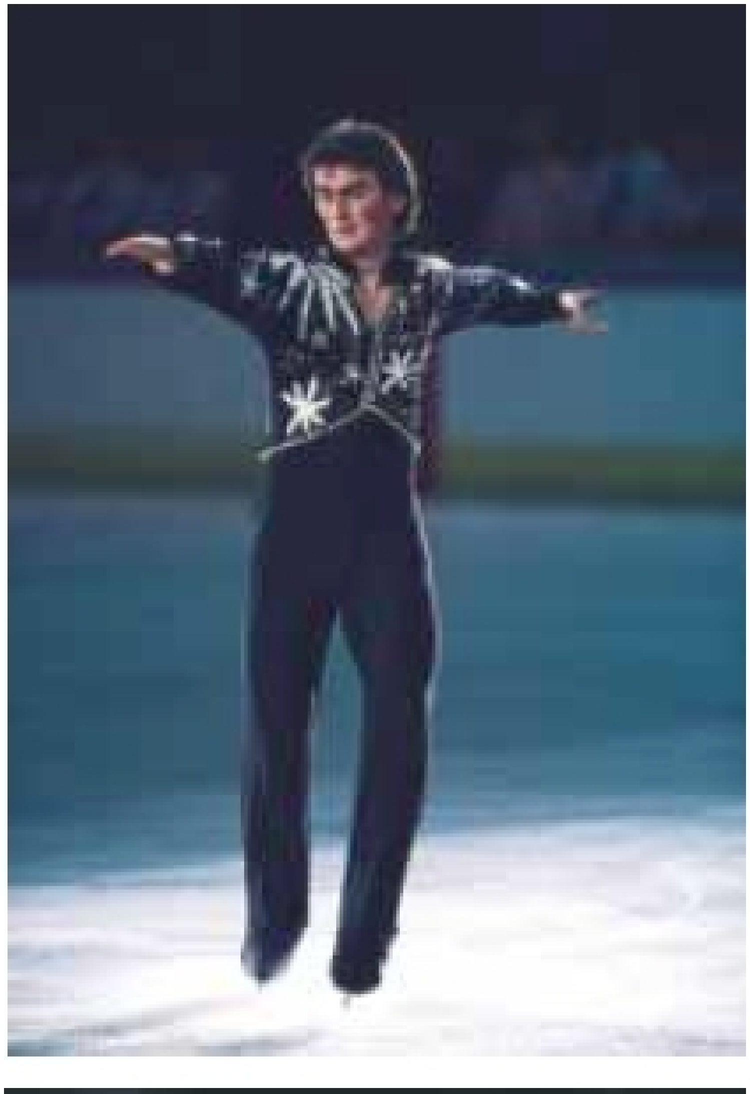
The vector $\mathbf{L}_i$ is directed along the z axis, as is the vector $\boldsymbol{\omega}$.

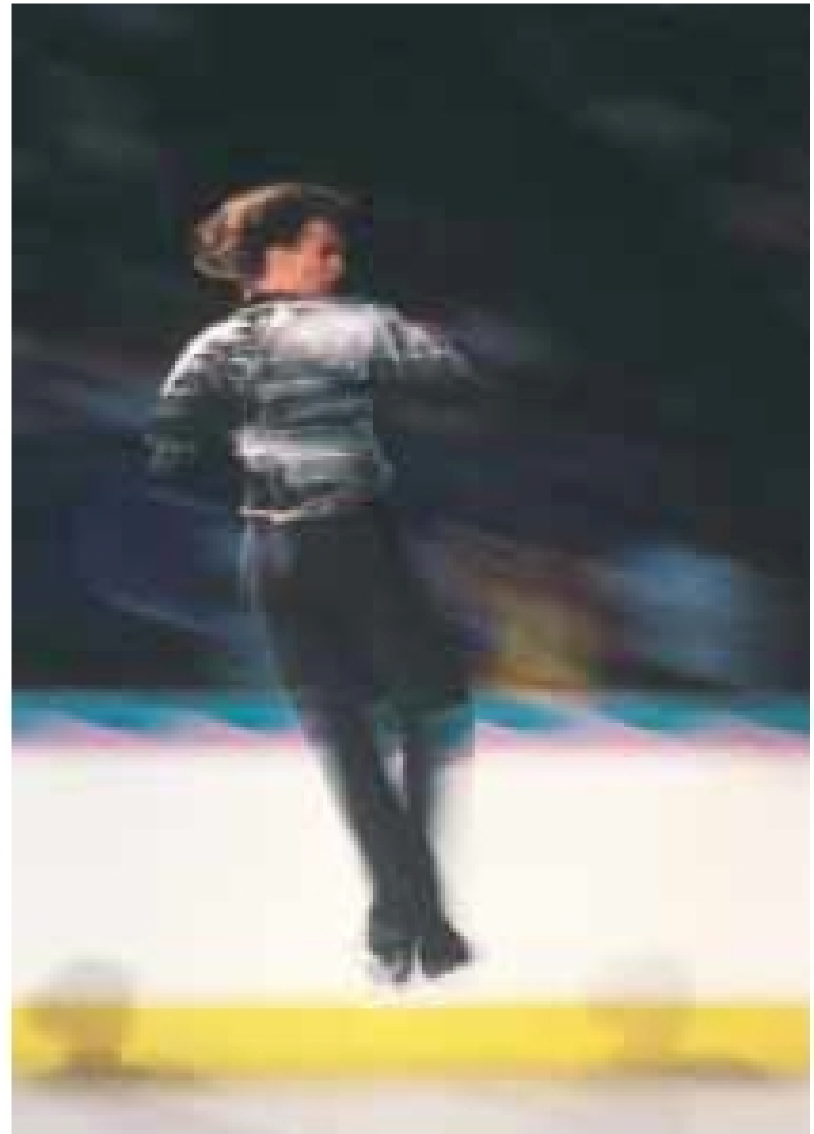
We can now find the angular momentum (which in this situation has only a z component) of the whole object by taking the sum of L_i over all particles:

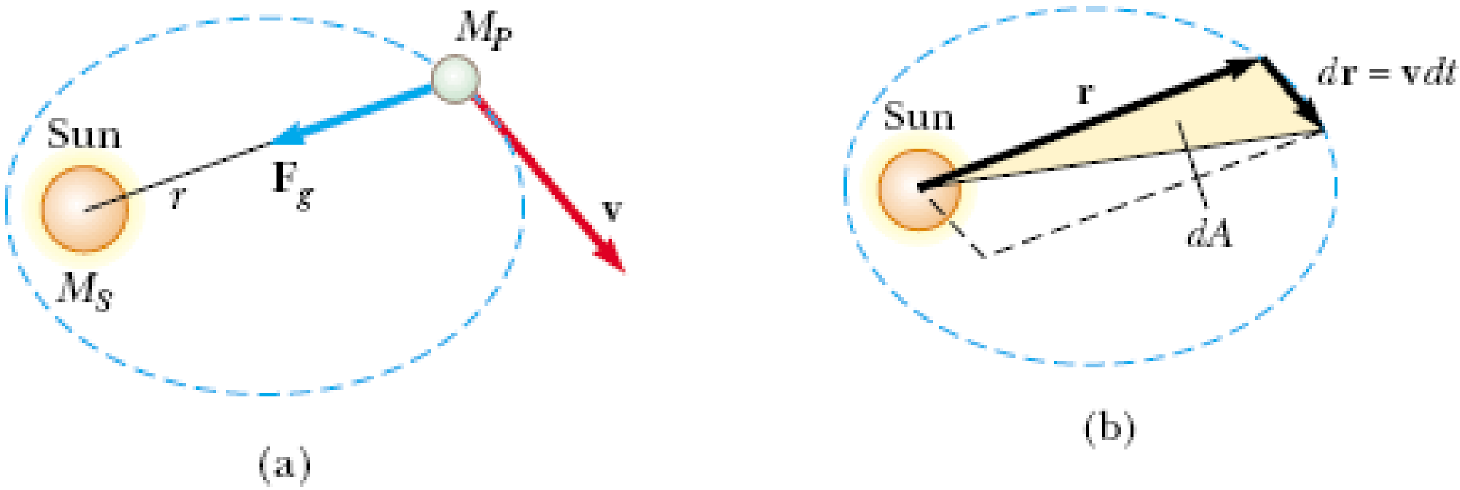
$$L_z = \sum_i L_i = \sum_i m_i r_i^2 \omega = \left(\sum_i m_i r_i^2\right)\omega$$

$$\boxed{L_z = I\omega} \qquad (11.14)$$

Conservazione del Momento Angolare



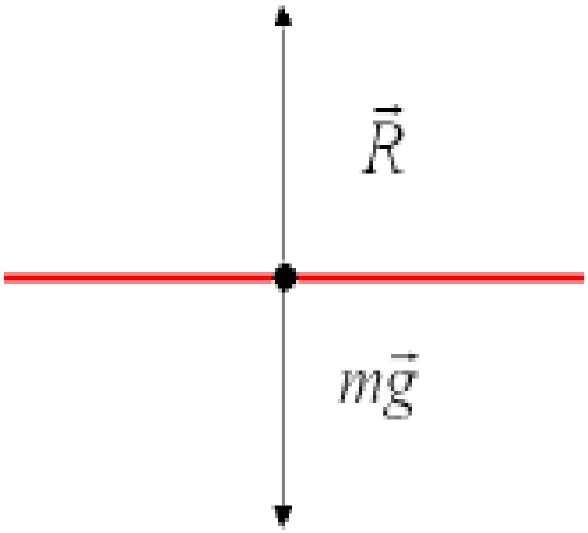


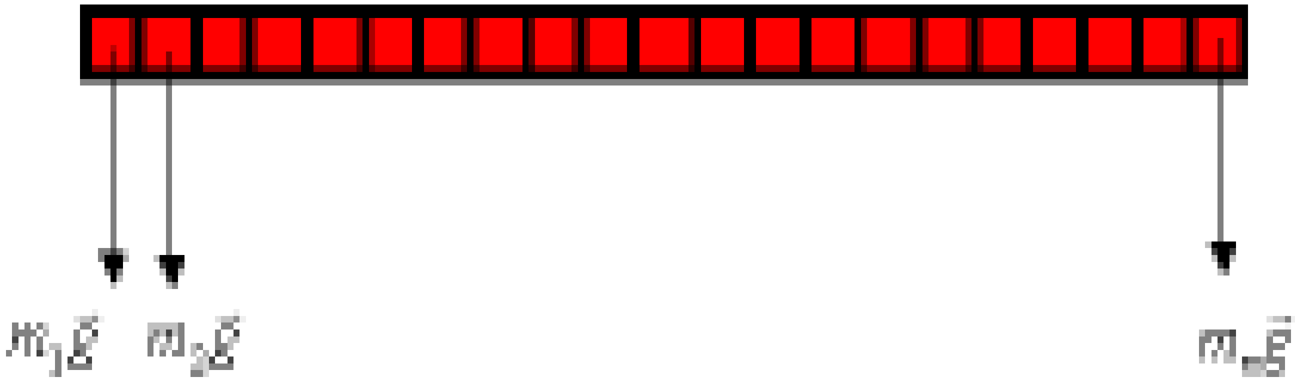


Active Figure 13.7 (a) The gravitational force acting on a planet is directed toward the Sun. (b) As a planet orbits the Sun, the area swept out by the radius vector in a time interval dt is equal to half the area of the parallelogram formed by the vectors $\mathbf{r}$ and $d\mathbf{r} = \mathbf{v}\,dt$.

$$\sum W = \int_{x_i}^{x_f} ma\,dx = \int_{x_i}^{x_f} m\,\frac{dv}{dt}\,dx = \int_{x_i}^{x_f} m\,\frac{dv}{dx}\,\frac{dx}{dt}\,dx = \int_{v_i}^{v_f} mv\,dv$$

$$\sum W = \frac{1}{2}m{v_f}^2 - \frac{1}{2}m{v_i}^2$$


$\vec{R}$
$m\vec{g}$

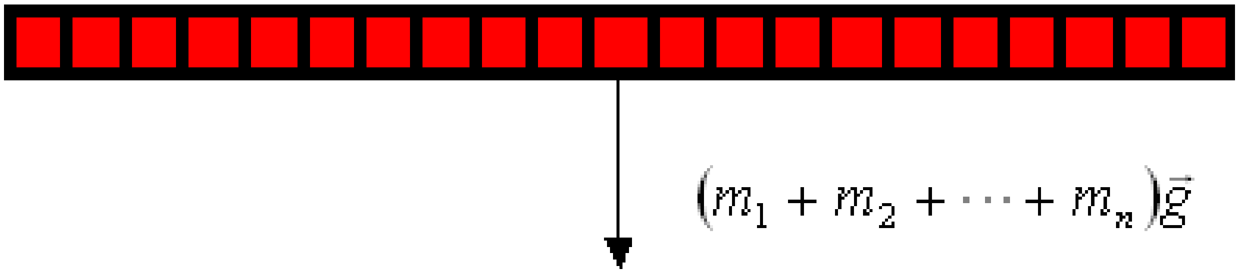


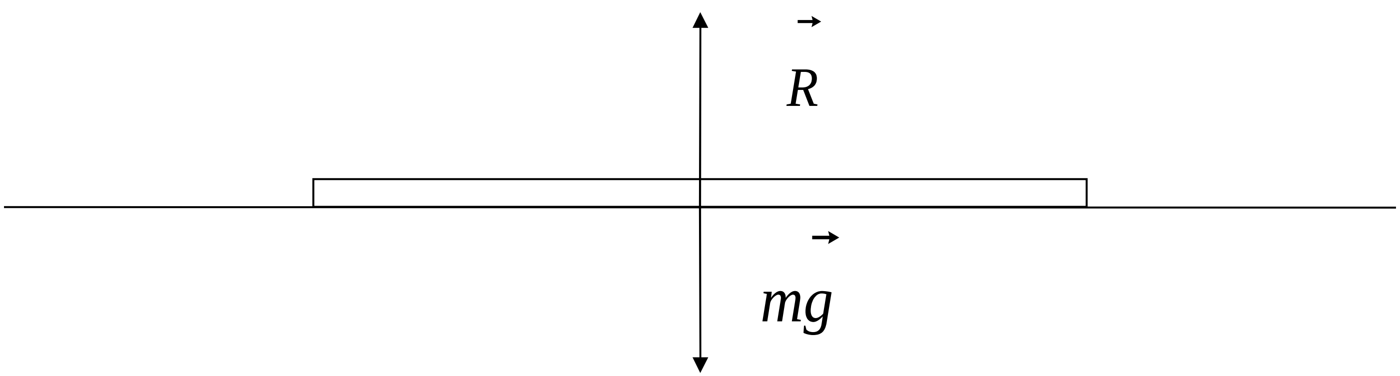
La sbarra può essere decomposta in un insieme di punti materiali, ciascuno dei quali è soggetto alla forza di gravità.

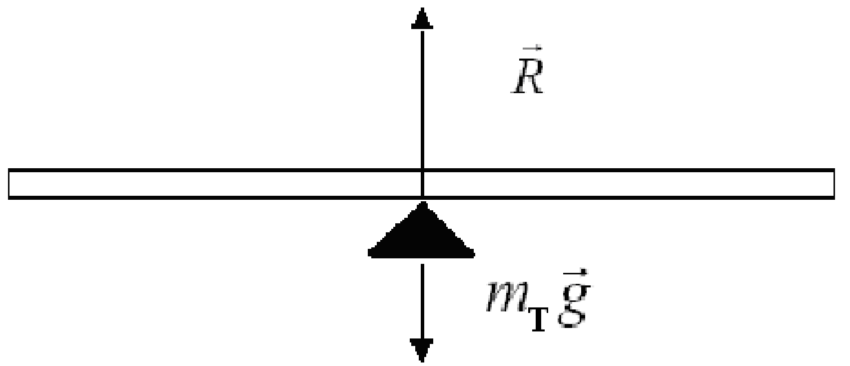
Si dimostra che questo sistema di forze parallele è equivalente a

$$\left(m_1 + m_2 + \cdots + m_n\right)\vec{g}$$

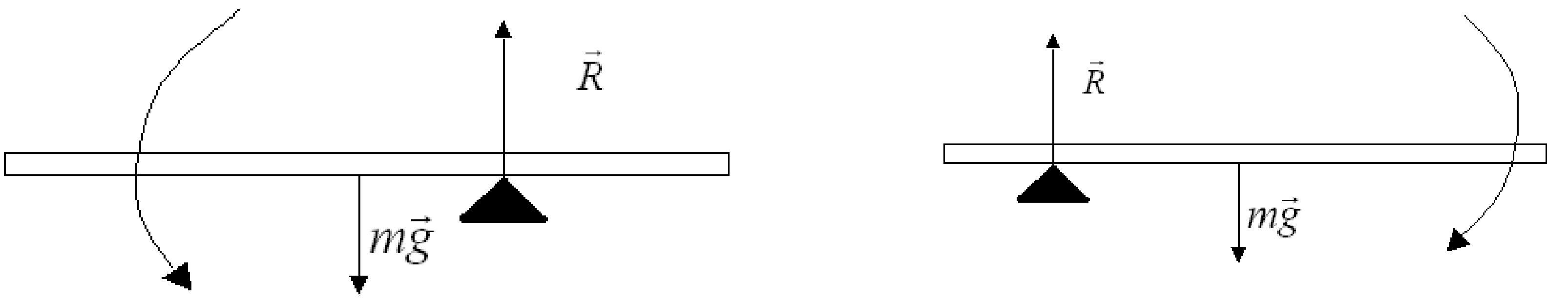
che ha la stessa direzione ed è applicata in un punto detto centro di gravità o baricentro


$(m_1 + m_2 + \cdots + m_n)\vec{g}$


$\vec{R}$
$m\vec{g}$



La sbarra appoggiata su un perno baricentrico è in equilibrio



Se il perno non è baricentrico la sbarra sotto l’azione della gravità ruota in senso antiorario o antiorario

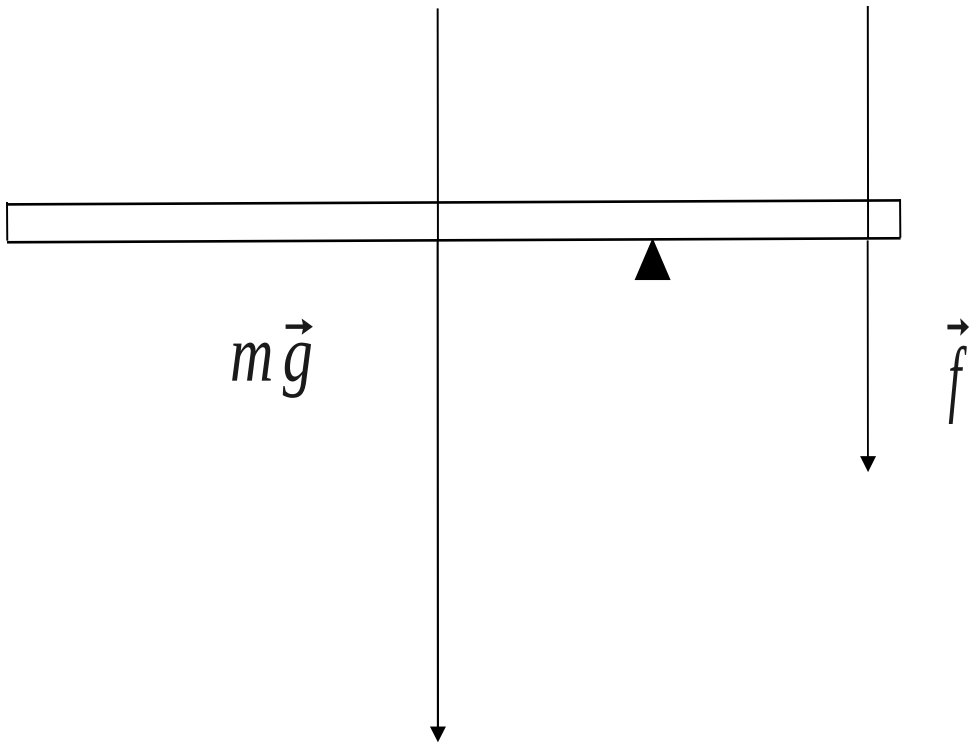
Detta d la distanza fra la posizione del centro di gravità e il perno, è evidente che quanto maggiore è d tanto maggiore sarà l'effetto rotazionale della forza $m_T g$

. Si può infatti dimostrare che la quantità che produce l'effetto rotazionale è il cosiddetto "momento torcente, che vale

$$\pm m_T g d$$

dove convenzionalmente il segno + si usa per rotazioni orarie e il segno – per rotazioni antiorarie (si può anche adottare la notazione opposta), d prende il nome di "braccio".

Per avere l'equilibrio rotazionale occorre che la somma di momenti torcenti relativi a tutte le forze applicate sia zero. Si noti che il momento torcente della reazione vincolare è comunque zero, essendo nullo il relativo braccio.

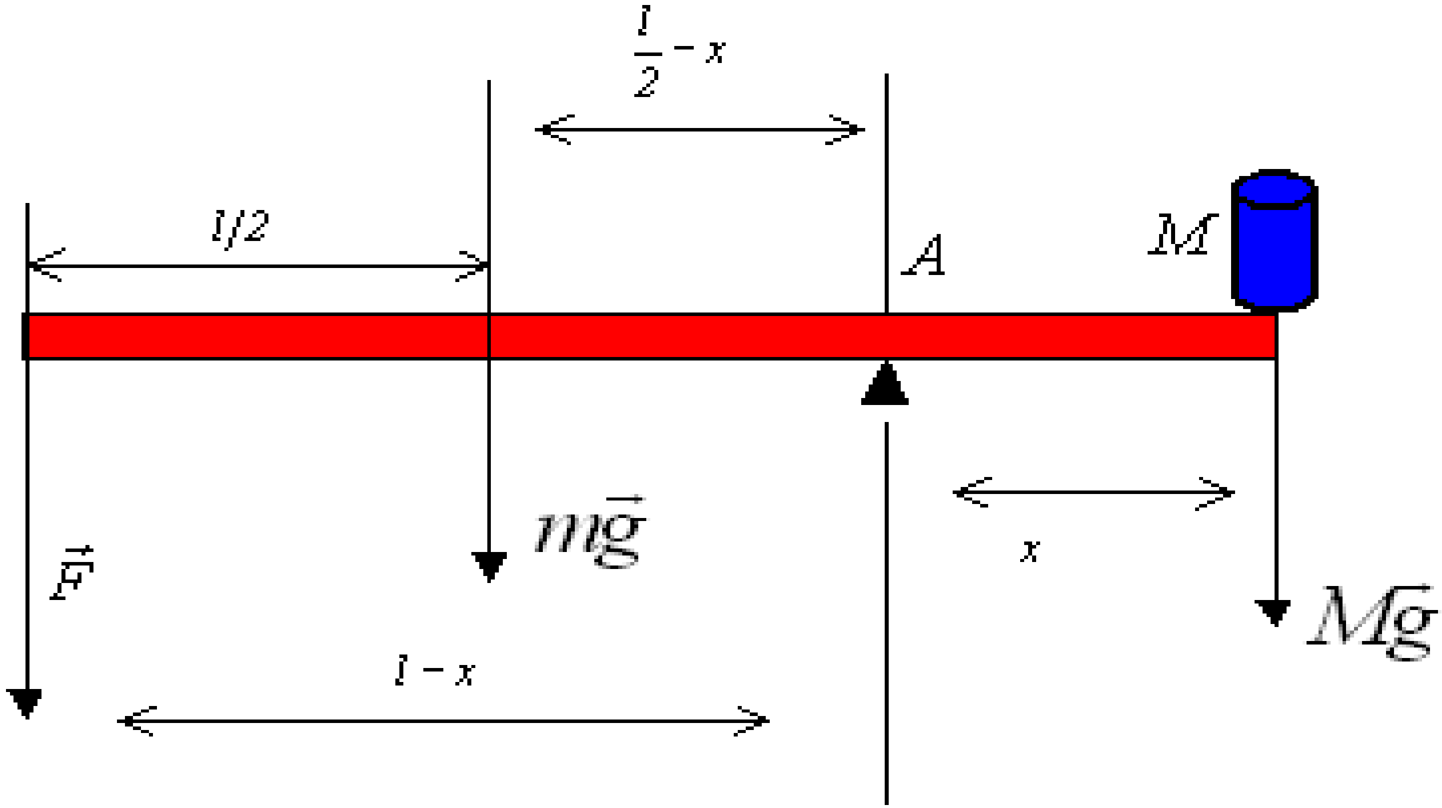


Il momento torcente delle due forze vale rispettivamente:

$-mgd$ (rotazione antioraria)

$+fb$ (rotazione oraria)

All’equilibrio la somma dei momenti torcenti deve essere zero.



$$F\left(l-x\right)+mg\left(\frac{l}{2}-x\right)-Mg\ x=0$$

$$F=\frac{Mg\ x+mg\left(\frac{l}{2}-x\right)}{\left(l-x\right)}$$

Se, ad esempio, l=2m, mg= 5 kgP, Mg=100 kgP e x l/4 = ½ m, si ha :

$$F=\frac{100\cdot\frac{1}{2}+5\left(\frac{1}{2}-1\right)}{\left(2-\frac{1}{2}\right)}=\frac{50-52}{32}=\frac{95}{3}\simeq 32\ kg_P$$

Dunque, con una forza di 32 kgP si può sollevare un oggetto di 100 kgP.
Si chiama “vantaggio della leva” il rapporto

$$MgF$$

nel caso dell’esempio esso vale circa 3

Linear Quantity		Angular Quantity	
Distance	$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$	Angle	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
	$s = \left(\frac{v_0 + v_f}{2} \right) t$		$\theta = \left(\frac{\omega_0 + \omega_f}{2} \right) t$
Speed	$v = v_0 + at$	Angular speed	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
	$v^2 = v_0^2 + 2as$		$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$
Acceleration	$a = \Delta v / \Delta t$	Angular acceleration	$\alpha = \Delta \omega / \Delta t$
Mass	m	Moment of inertia	I
Force	$F = ma$	Torque	$\tau = I\alpha$
Momentum	$p = mv$	Angular momentum	$L = I\omega$
Work	$W = Fs$	Work	$W = \tau\theta$
Power	$P = Fv$	Power	$P = \tau\omega$
Kinetic energy	$\mathrm{KE} = \frac{1}{2} m v^2$	Kinetic energy	$\mathrm{KE} = \frac{1}{2} I \omega^2$