

La logica dell'infinito
Henri Poincaré, 1912

31 dicembre 2006

(Traduzione di Silvia Franceschini da *La logique de l'infini* in Gerhard Heinzmann (ed.) *Poincaré, Russell, Zermelo et Peano : textes de la discussion (1906-1912) "Sur les fondements mathématiques" : des antinomies à la predicativité*, A. Blanchard, 1986.)

Da qualche anno ho avuto occasione di esporre certe idee sulla logica dell'infinito; sull'impiego dell'infinito in matematica, sull'uso che se ne fa da Cantor in poi; ho spiegato perché non ho considerato legittimi certi ragionamenti di cui eminenti matematici hanno creduto di potersi avvalere. Mi sono attirato, naturalmente, aspre repliche; questi matematici non pensavano di essere in errore, pensavano di avere il diritto di fare quello che avevano fatto. La discussione si perpetuò, non perché la si vedesse sorgere senza sosta da nuove argomentazioni, ma perché si girava sempre in cerchio, ciascuno ripetendo quello che gli veniva da dire, senza sembrare di aver compreso ciò che l'avversario aveva detto. In qualunque momento mi veniva inviata una nuova dimostrazione del principio contestato, per mettersi, diciamo, al riparo da tutte le obiezioni; ma questa dimostrazione era sempre la stessa, salvo un leggero maquillage. Non si è dunque arrivati ad alcuna conclusione; se vi dicessi che ne sono rimasto stupito vi darei una idea triste della mia perspicacia psicologica.

In queste condizioni conviene ripetere una volta di più gli stessi argomenti, ai quali potrò dare forse una nuova forma, ma che non potrò cambiare nel fondo perché mi sembra che non sia neppure cercato di refutarli. Mi sembra preferibile ricercare quella che può essere l'origine di questa differenza di mentalità che genera tali divergenze di opinione. Vi ho detto che queste divergenze irriducibili non mi hanno stupito, perché le avevo previste sin dall'inizio, ma questo non ci dispensa dal trovare una spiegazione; si può prevedere un fatto come conseguenza di esperienze ripetute ed essere tuttavia molto in difficoltà a spiegarlo.

Cerchiamo quindi di studiare la psicologia delle due scuole avverse, da un punto di vista puramente oggettivo, come se fossimo noi stessi estranei a queste scuole e come se stessimo descrivendo una guerra tra due formicai; constateremo subito che fra i matematici vi sono due tendenze opposte nel modo di vedere l'infinito. Per gli uni l'infinito deriva dal finito, vi è un infinito perché c'è una infinità di cose finite possibili; per gli altri l'infinito preesiste al finito, il finito si ottiene ritagliando un piccolo pezzo dall'infinito.

Un teorema deve poter essere dimostrato, ma poiché noi stessi siamo finiti, non possiamo operare che su oggetti finiti; dunque, anche quando la nozione di infinito gioca un ruolo nell'enunciato del teorema, è necessario che nella dimostrazione non ce ne sia traccia; senza di che questa dimostrazione sarà impossibile. Prenderò come esempi alcuni teoremi come: la successione dei numeri primi è illimitata, la serie $\sum \frac{1}{n^2}$ è convergente, ecc; ciascuno di essi può tradursi con uguaglianze o disuguaglianze in cui non figurano che numeri finiti. Questi teoremi partecipano dell'infinito, non perché una delle dimostrazioni possibili ne partecipi essa stessa, ma perché le dimostrazioni possibili sono in numero infinito.

Enunciando il teorema affermo che tutte queste dimostrazioni riusciranno; ben inteso, non le si fanno tutte; ve ne sono alcune che chiamo possibili perché non esigono che di un tempo finito, ma che saranno *praticamente* impossibili perché richiederebbero anni di lavoro. Mi basta che si possa immaginare qualcuno abbastanza ricco e abbastanza folle per tentare di farle pagando un numero sufficiente di collaboratori. La dimostrazione del teorema ha precisamente lo scopo di rendere inutile questa follia.

Un teorema che non ammetta che alcuna delle sue conclusioni sia dimostrabile ha un senso? O più in generale, un teorema qualunque ha un senso al di fuori delle dimostrazioni per esso intese? E' qui che i matematici differiscono. Quelli della prima scuola, che chiamerò *Pragmatisti* (perché bisogna pur dar loro un nome) rispondono di no, e quando si presenta un teorema senza dar loro modo di dimostrarlo, non vi vedono che carne per i gatti. Non vogliono concepire che oggetti che possono essere definiti con un numero finito di parole; quando in un ragionamento si parla loro di un oggetto *A* soddisfacente certe condizioni, essi sottintendono un oggetto che soddisfi queste condizioni qualunque siano le parole di cui ci si servirà per definirlo, purché queste parole siano in numero finito.

Quelli dell'altra scuola, che chiamerò, per brevità, i *Cantoriani*, non vogliono ammettere tutto questo; un uomo, per quanto ciarliero possa essere, non pronuncerà mai nella sua vita più di un miliardo di parole; e allora escluderemo dalla Scienza gli oggetti la cui definizione contiene un miliardo e una parola; e se non li escludiamo, perché escluderemmo quelli che non possono essere definiti se non con un'infinità di parole, giacché la costruzione degli uni è come quella degli altri al di sopra della portata dell'umanità?

Questa argomentazione lascia freddi, ben inteso, i pragmatisti; essi non sono riluttanti ad immaginare una umanità molto più ciarliera della nostra, ma che ritiene ancora qualcosa di umano: essi si rifiutano di ragionare sull'ipotesi di chissà quale divinità infinitamente ciarliera e in grado di pensare una infinità di parole in un tempo finito. E gli altri ritengono, viceversa, che gli oggetti esistono in una sorta di grande negozio, indipendentemente dall'umanità o da tutte le divinità che possano parlarne o pensarli; che dentro questo negozio sia possibile fare le nostre scelte, che senza dubbio non abbiamo abbastanza appetito o abbastanza denaro per acquistare tutto; ma che l'inventario del negozio è indipendente dai mezzi degli acquirenti. E da questo malinteso iniziale deriva ogni sorta di divergenza sui dettagli.

Prendiamo per esempio il teorema di Zermelo secondo il quale lo spazio, per esempio, è suscettibile di essere trasformato in un insieme ben ordinato; i Cantoriani saranno sedotti dal rigore, reale o apparente della dimostrazione; i Pragmatisti

risponderanno loro: voi dite che potete trasformare lo spazio in un insieme ben ordinato; ebbene, trasformatelo - Prenderà troppo tempo - Allora mostrateci almeno che qualcuno che abbia abbastanza tempo e pazienza potrà fare la trasformazione. - No, non possiamo, perché il numero delle operazioni da fare è infinito ed è più grande di Alef-zero. - Potete mostrare come si possa esprimere in un numero finito di parole la legge che permetta di ordinare lo spazio? - No - e i Pragmatisti concludono che il teorema è privo di senso, o falso o, quantomeno, indimostrabile.

I Pragmatisti si collocano dal punto di vista dell'estensione e i Cantoriani da quello della comprensione. Quando si tratta di una collezione finita, questa distinzione non può interessare che i teorici della logica formale; ma essa ci sembra molto più profonda relativamente alle collezioni infinite. Dal punto di vista dell'estensione, una collezione si costituisce per aggiunta successiva di nuovi membri; combinando oggetti vecchi possiamo costruirne di nuovi, poi, con questi, degli oggetti ancora più nuovi e, se la collezione è infinita, è perché non vi è ragione di fermarsi.

Dal punto di vista della comprensione, al contrario, partiamo da una collezione nella quale si trovano oggetti preesistenti che ci appaiono inizialmente come indistinti, ma poi finiamo per riconoscerne qualcuno fra essi perché vi apponiamo delle etichette e li disponiamo dentro dei cassetti; ma gli oggetti sono anteriori alle nostre etichette e la collezione esisterebbe quand'anche non ci fosse qualcuno per catalogarli.

Per i Cantoriani la nozione di numero cardinale non comporta misteri. Due collezioni hanno lo stesso numero cardinale quando si possono disporre negli stessi cassetti; nulla di più facile perché le due collezioni preesistono, e si può considerare ugualmente preesistente una collezione di cassetti indipendente da coloro che sono incaricati di disporvi gli oggetti. Per i Pragmatisti, le cose non vanno allo stesso modo; la collezione non preesiste, si arricchisce ogni giorno; nuovi oggetti si aggiungono senza sosta che non si sarebbero potuti definire senza basarsi sulla nozione degli oggetti precedentemente classificati e sul modo in cui sono stati classificati. A ogni nuova acquisizione si può essere costretti a mettere sottosopra i cassetti per trovare il modo di sistemarla: non si saprà mai se due collezioni possono essere disposte negli stessi cassetti, perché si può sempre temere che sia necessario ricambiarne l'ordine.

Per esempio i Pragmatisti non ammettono altro che oggetti che possono essere definiti attraverso un numero finito di parole; le definizioni possibili, essendo esprimibili per mezzo di frasi, possono sempre essere numerate con numeri ordinali da uno a infinito. In questo modo non ci sarà che un solo numero cardinale infinito possibile, il numero Alef-zero; perché diciamo allora che la potenza del continuo non è quella dei numeri interi? Sì, essendo dati tutti i punti dello spazio che sappiamo definire con un numero finito di parole sappiamo immaginare una legge, esprimibile essa stessa con un numero finito di parole, che li fa corrispondere alla successione dei numeri interi; ma consideriamo ora delle frasi dove figura la nozione di questa legge di corrispondenza; un momento fa' esse non avevano alcun senso perché questa legge non era stata ancora inventata ed esse non potevano servire per definire dei punti dello spazio; ora esse hanno acquisito un senso, e ci permettono di definire nuovi punti dello spazio; ma questi punti non trovano più un posto nella classificazione

adottata, e questo ci costringerà a cambiare l'ordine. E' questo è ciò che vogliamo dire, seguendo i Pragmatisti, quando diciamo che la potenza del continuo non è quella dei numeri interi. Vogliamo dire che è impossibile stabilire tra i due insiemi una legge di corrispondenza che sia al riparo da questo genere di cambiamento di ordine; mentre lo si può fare, per esempio, quando si tratti di una retta e di un piano.

E allora i Pragmatisti non sono certi che a un insieme qualunque sia associato, propriamente parlando, un numero cardinale; o meglio che essendo dati due insiemi si possa sempre stabilire se hanno la stessa potenza o se uno abbia una potenza più grande dell'altro. Essi vengono così a dubitare dell'esistenza di Alef-uno.

Un'altra fonte di divergenza viene dal modo di concepire le definizioni. Vi sono molti tipi di definizioni; la definizione diretta che si può dare sia per *genus proximum et differentiam specificam* sia per costruzione.

Notiamo di passaggio che ci sono delle definizioni incomplete, nel senso che esse non definiscono un individuo, ma un genere tutto intero; queste sono legittime e sono proprio quelle di cui si fa uso maggiore; ma secondo i Pragmatisti, si deve assumere l'insieme degli individui che soddisfano la definizione e che si possa definire in un numero finito di parole; per i Cantoriani questa restrizione è artificiosa e priva di significato.

Se non ci fossero che definizioni dirette, non si saprebbe come contestare l'impotenza della logica pura; si potrebbe infatti, in una proposizione qualunque, rimpiazzare ciascun termine con la propria definizione; una volta terminata questa sostituzione, o la proposizione non si ridurrà ad un'identità e allora essa non sarebbe suscettibile di dimostrazione puramente logica; oppure si ridurrebbe a un'identità e allora non sarebbe che una tautologia più o meno abilmente dissimulata.

Ma abbiamo ancora un altro tipo di definizione, le definizioni per postulati¹; generalmente sappiamo che l'oggetto da definire appartiene a un genere, ma quando si tratterà di enunciare la differenza specifica, non la si enuncerà direttamente, bensì con l'aiuto di un "postulato" che l'oggetto definito dovrà soddisfare. E' così che i matematici possono definire una quantità x per mezzo di una equazione esplicita $x = f(y)$, o per mezzo in un'equazione implicita $F(x, y) = 0$.

La definizione per postulati ha valore solo quando si abbia dimostrato l'esistenza dell'oggetto da definire; nel linguaggio matematico questo vuol dire che il postulato non implica contraddizioni; non si ha alcun diritto di trascurare questa condizione; bisogna o ammettere l'assenza di contraddizioni come una verità intuitiva, come un assioma, per una sorta di atto di fede - ma allora bisogna rendersi conto di quello che si fa e sapere che si è allungata la lista degli assiomi indimostrabili - o altrimenti bisogna costruire una dimostrazione con tutti i crismi, vuoi attraverso un esempio vuoi attraverso l'uso del ragionamento per recursione. Non è che questa dimostrazione sia meno necessaria quando si tratta di una definizione diretta, ma essa è generalmente più facile.

Alcuni Pragmatisti sono più esigenti: affinché essi considerino una definizione come legittima, non sarà sufficiente che essa non conduca a contraddizioni tra i termini, ma sarà necessario che essa abbia un senso, secondo il loro punto di vista che ho cercato di definire sopra.

¹attraverso condizioni espresse in un dato linguaggio, NdT.

Comunque sia, la logica resterà sterile dopo l'introduzione delle definizioni per postulati? Non possiamo più data una proposizione rimpiazzare un termine con la sua definizione: tutto ciò che possiamo fare è eliminare questo termine dentro la proposizione e il postulato che serve da definizione. Se questa operazione, fatta secondo quelle che si potrebbero chiamare regole dell'eliminazione logica, non conduce a una identità, la proposizione è indimostrabile per la logica pura; se conduce a una identità la proposizione non è che una tautologia. Non dobbiamo cambiare niente nelle nostre conclusioni precedenti.

Ma vi è un terzo tipo di definizioni, che è l'origine di un nuovo malinteso tra i Pragmatisti e i Cantoriani. Queste sono ancora definizioni per postulati, ma il postulato è qui una relazione tra l'oggetto da definire e *tutti* gli individui di un genere di cui l'oggetto da definire è supposto far parte lui stesso (oppure di cui sono supposti far parte enti che non possono essere essi stessi definiti che per mezzo dell'oggetto da definire). Ciò è quello che si ottiene se poniamo i due postulati seguenti:

- X (oggetto da definire) ha tale relazione con *tutti* gli elementi del genere G .
- X fa parte del genere G ;

oppure i tre postulati seguenti:

- X ha tale relazione con *tutti* gli elementi del genere G ;
- Y ha tale relazione con X .
- Y fa parte di G .

Per i Pragmatisti una simile definizione implica un circolo vizioso.² Non possiamo definire X senza conoscere tutti gli elementi del genere G , e di conseguenza senza conoscere X che è uno di questi elementi. I Cantoriani non ammettono questo; il genere G ci è dato, di conseguenza ne conosciamo *tutti* gli elementi, la definizione ha come scopo solamente di *isolare* tra questi elementi quello che ha con tutti i suoi compagni la relazione enunciata. No, rispondono i loro avversari, la conoscenza del genere non vi fa conoscere tutti i suoi elementi, vi dà solo la possibilità di costruirli tutti, o, piuttosto, di costruirne quanti ne volete. Essi non esisteranno se non dopo che saranno stati costruiti, cioè dopo che saranno stati definiti; X non esiste che tramite la propria definizione che non ha senso se non si conoscano prima tutti gli elementi di G e in particolare X . Non servirebbe a niente dire, aggiungono essi, che non è un circolo vizioso definire X attraverso la sua relazione con X , che questa relazione è dopo tutto un postulato che può servire a definire X ; perché bisognerebbe stabilire preliminarmente che questo postulato non implica contraddizioni, ma questo non è quello che si fa usualmente con questo genere di definizioni. Si dimostra prima che quale che sia il genere G , di cui tutti gli individui sono supposti noti, esiste un essere X che ha con questo genere la relazione in questione; cioè che l'esistenza di questo essere non porta a contraddizione; rimarrebbe da far

²Esempio. Se definiamo il numero 2 col postulato (con la condizione) "il più piccolo numero naturale primo", abbiamo che 2 (oggetto da definire) sta nella relazione di minore o uguale con *tutti* gli elementi del genere 'numero naturale primo' e 2 fa esso stesso parte del genere 'numero naturale primo'. Quindi si definisce un ente, il 2, facendo riferimento ad una totalità cui esso stesso appartiene. Da qui il circolo vizioso. NdT.

vedere che non c'è contraddizione tra l'esistenza di questo essere e l'ipotesi che esso stesso faccia parte del genere.

Il dibattito potrebbe proseguire a lungo; ma il punto che vorrei mettere in evidenza, è che se questo genere di definizioni fosse ammesso, la logica non sarebbe più sterile, e la prova è che vengono costruiti in tal modo un gran numero di ragionamenti destinati a dimostrare delle proposizioni che non sono in alcun modo delle tautologie, poiché vi sono persone che si chiedono se non siano false. E allora si ammira il potere che può avere una parola. Ecco un oggetto da cui non si sarebbe potuto ricavare nulla, finché non sia stato battezzato; è bastato dargli un nome perché facesse meraviglie. Come si può realizzare questo? E' perché assegnandogli un nome, abbiamo affermato implicitamente che l'oggetto esisteva (cioè che era esente da contraddizioni) e che era completamente determinato. Oppure, non ne sappiamo niente di ciò che pretendono i Pragmatisti. Qual è dunque il meccanismo che rende feconda la dimostrazione? E' molto semplice, si nega la proposizione da dimostrare e si mostra che si trova una contraddizione con l'esistenza dell'oggetto X ; e questo è legittimo solo se si è certi di questa esistenza come, d'altra parte, se si sa che l'oggetto è completamente determinato. E in effetti se X si deduce dal genere G per definizione, che se in seguito si completa il genere G aggiungendovi l'oggetto X e gli altri individui dello stesso genere che possono derivarne; che se si chiama G' il genere così completato e X' quello che si dedurrà da G' per mezzo della stessa definizione dalla quale X si deduce da G , occorre assicurarsi che X' sia identico a X . Se non fosse così e se negando la proposizione da dimostrare, si giungesse a due proposizioni contraddittorie

$$\phi_1(X) = 0, \quad \phi_2(X) = 0$$

come si saprebbe che è proprio lo stesso X che figura nell'una e nell'altra? Se X comparisse in una e X' nell'altra le due proposizioni si scriverebbero

$$\phi_1(X) = 0, \quad \phi_2(X') = 0$$

e, in generale, non sarebbero più contraddittorie.

Perché dunque i Pragmatisti sollevano questa obiezione? Perché il genere G non appariva loro che come una collezione suscettibile di essere accresciuta indefinitamente via via che si costruiranno dei nuovi elementi, che possiedano le caratteristiche adeguate; è per questo che G non può mai essere dato *ne varietur*, come fanno i Cantoriani, e che non si è mai sicuri che con nuove aggiunte non diventerà G' .

Mi sono sforzato di spiegare quanto più chiaramente e imparzialmente potessi in cosa consistano le divergenze tra le due scuole di matematici; e mi sembra che ne intravediamo già il vero motivo; i maestri delle due scuole hanno tendenze mentali opposte; quelli che ho chiamato Pragmatisti sono degli idealisti, i Cantoriani sono dei realisti.

C'è una cosa che ci confermerà questo punto di vista. Vediamo che i Cantoriani (mi si passi questo comodo vocabolo benché io voglia parlare qui non dei matematici che seguono la via aperta da Cantor, né forse dei filosofi che si rifanno a lui, ma di coloro che hanno le stesse tendenze in modo indipendente), che i Cantoriani, dicevo, parlano costantemente di epistemologia, cioè, della scienza delle scienze; ed è ben inteso che questa epistemologia è del tutto indipendente dalla psicologia; cioè che

essa ci deve insegnare ciò che sarebbero le scienze se non ci fossero dei maestri; che dobbiamo studiare le scienze, non supponendo, ovviamente, che non ci siano dei maestri, ma almeno senza supporre che ve ne siano. Così non soltanto la Natura è una realtà indipendente dal fisico che potrebbe essere interessato a studiarla, ma la fisica stessa è una realtà che sussisterebbe anche se non ci fossero i fisici. Ecco del realismo.

E perché i Pragmatisti rifiutano di ammettere quegli oggetti che non potrebbero essere definiti attraverso un numero finito di parole? E' perché considerano che un oggetto non esista se non quando viene pensato, e che non si saprebbe concepire un oggetto pensato indipendentemente da un soggetto pensante. Ecco dell'idealismo. E dato che un soggetto pensante è un uomo, o qualcosa che somiglia a un uomo, che di conseguenza è un essere finito, l'infinito non può avere altro senso che la possibilità di creare tanti oggetti finiti quanti si voglia.

E allora si può fare un'osservazione abbastanza curiosa. I realisti si collocano di solito dal punto di vista della fisica; sono gli oggetti materiali, o le anime individuali o quello che loro chiamano le sostanze, di cui affermano l'esistenza indipendente. Il mondo per loro esisteva prima della creazione dell'uomo, prima di quella degli esseri viventi; esso esisterebbe ugualmente se non ci fosse alcun Dio o alcun soggetto pensante. Ecco il punto di vista del senso comune, e non è che attraverso la riflessione che si può essere condotti ad abbandonarlo. I partigiani del realismo fisico sono in genere dei finitisti; nella questione delle antinomie Kantiane essi parteggiano per le tesi; credono che tutto il mondo sia limitato. Questo è ad esempio il modo di vedere di M. Evellin. Al contrario gli idealisti non hanno le stesse avversioni e sono pronti a sottoscrivere le antitesi.

Ma i Cantoriani sono realisti, anche per quanto concerne le entità matematiche; queste entità sembrano avere per loro una esistenza indipendente; il geometra non le crea, le scopre. Questi oggetti allora esistono per così dire senza esistere, perché si riducono a pure essenze; ma dato che in natura questi oggetti sono in numero infinito, i partigiani del realismo matematico sono molto più infinitisti che gli idealisti; il loro infinito non è più un divenire, poiché preesiste allo spirito che lo scopre; che lo riconoscano o che non lo neghino è necessario dunque che credano nell'infinito attuale.

Si riconosce qui la teoria delle idee di Platone; e può sembrare strano vedere Platone classificato tra i realisti; niente tuttavia è più opposto all'idealismo contemporaneo che il platonismo, sebbene questa dottrina sia ugualmente molto lontana dal realismo fisico.

Non ho mai conosciuto dei matematici più realisti, nel senso del platonismo, di Hermite³ e tuttavia devo confessare di non averne incontrati di più refrattari al Cantorismo. C'è un'apparente contraddizione, tanto più che egli ripeteva volentieri: Sono anticantoriano *perché* sono realista. Rimproverava a Cantor di creare oggetti, invece di accontentarsi di scoprirli. Senza dubbio, a causa delle sue convinzioni religiose, considerava come una sorta di empietà il volere penetrare a fondo in un dominio che Dio solo può abbracciare e il non aspettare che Egli ce ne sveli uno ad uno i misteri. Paragonava le scienze matematiche alle scienze naturali. Un natural-

³Charles Hermite, 1822 Dieuze - 1901Paris. Nel 1883 ha pubblicato la prima dimostrazione che e è un numero trascendente. NdT.

ista che avesse cercato di scoprire i segreti di Dio, invece di consultare l'esperienza, gli sarebbe parso non solo presuntuoso ma irrispettoso della maestà divina; i Cantoriani gli sembravano voler agire allo stesso modo in matematica. Ed ecco perché, realista in teoria, egli era idealista in pratica. C'è una realtà da conoscere, e questa è esteriore a noi e indipendente da noi; ma tutto quello che ne possiamo conoscere dipende da noi e non è che un divenire, una sorta di stratificazione di conquiste successive. Il resto è reale ma eternamente inconoscibile.

Il caso di Hermite, d'altronde, è isolato e non mi dilungo ulteriormente. Da sempre ci sono state in filosofia delle tendenze opposte e non sembra che tali tendenze siano sul punto di conciliarsi. E' così perché senza dubbio ci sono animi differenti e questi animi non possiamo cambiare. Non c'è dunque alcuna speranza di vedere stabilirsi un accordo tra i Pragmatisti e i Cantoriani. Gli uomini non s'intendono perché non parlano la stessa lingua e perché ci sono lingue che non si apprendono.

Pertanto in matematica essi hanno l'abitudine di intendersi; ma è giustamente grazie a ciò che ho chiamato dimostrazioni; esse danno un giudizio senza appello e davanti ad esse tutto il mondo si inchina. Ma là ove queste dimostrazioni mancano, i matematici non sono più avanti dei semplici filosofi. Quando si tratta di sapere se un teorema può avere un senso senza essere dimostrabile, chi potrà giudicare se per definizione la dimostrazione è interdetta? Non si avranno altri mezzi che incastrare l'avversario in una contraddizione. Ma l'esperienza è stata fatta e non è riuscita.

Si sono segnalate molte antinomie, e il disaccordo è rimasto, nessuno è stato convinto; da una contraddizione è sempre possibile uscirne per un'inezia; voglio dire, per un *distinguo*.

Paris, Sorbonne.

HENRI POINCARÉ'