# SISTEMI DI COMMUTAZIONE LS

Prof. Ing. Carla Raffaelli

## La commutazione

- Consente di smistare l'informazione in una rete di telecomunicazioni in relazione a
  - Gli utenti che intendono comunicare
  - La topologia della rete
  - Lo stato di occupazione della rete
- E' una componente fondamentale dei modi di trasferimento

## LA FUNZIONE DI COMMUTAZIONE

La funzione di commutazione viene svolta dai nodi della rete e consente di associare uno o piu' ingressi a una o piu' uscite del nodo a seconda del tipo di comunicazione

La funzione di commutazione si realizza mediante le seguenti funzioni:

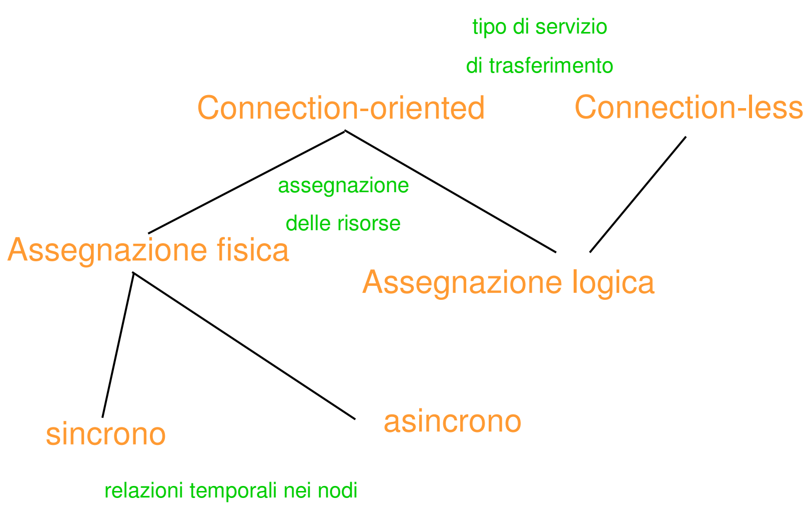
- *instradamento* (routing): e' la funzione decisionale che ha lo scopo di stabilire verso quale uscita deve essere inoltrata l'unita' informativa

  viene attuata mediante gli algoritmi di instradamento

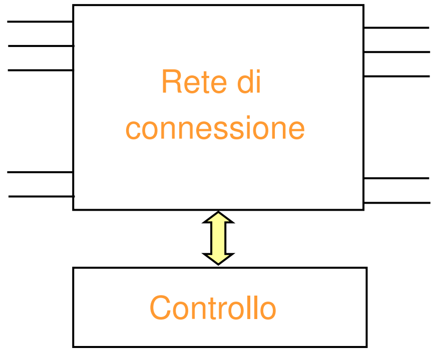
- *inoltro* (forwarding): e' la funzione di attuazione del trasferimento dell'unita' informativa tra un ingresso e un'uscita del nodo di rete; puo'essere svolta con:

  connessione diretta ingresso-uscita -> ritardo di inoltro costante
  store&forward -> ritardo variabile

## PRINCIPI DI COMMUTAZIONE



## Schema generale di un commutatore




- Il controllo si e' evoluto in relazione alla evoluzione dei processori e delle tecniche di programmazione
- La rete di connessione si e' evoluta in relazione alla evoluzione dell'hardware e dei modi di trasferimento

## Cosa studiare

- Architetture della rete di connessione
  – Relazione tra architettura e modo di trasferimento
- Tecniche di memorizzazione per commutatori a pacchetto
  – Valutazione di diverse alternative di accodamento
- Tecniche di dimensionamento dei commutatori
  – Individuazione di metodologie di progetto
- Tecniche di gestione dei flussi multiservizio
- Possibili scenari evolutivi

## Programma del corso

- RETI DI INTERCONNESSIONE
  - Classificazione
  - Reti multistadio
  - Reti di ordinamento
- ARCHITETTURE A CIRCUITO
  - Commutazione numerica
  - Matrici T, TST, STS
  - Equivalente di Clos
- ARCHITETTURE A PACCHETTO
  - Architetture di router IP ad alta velocita'
  - Tecniche di accodamento
  - Architettura generale di un commutatore ATM
  - Commutatori di percorso e di canale
  - Esempi di commutatori ATM
- TECNICHE DI DIMENSIONAMENTO
  - Sistemi tempo-discreti
  - Modelli per accodamento in ingresso
  - Modelli per accodamento in uscita
  - Dimensionamento di commutatori ad alta velocita' con accodamento in ingresso/uscita
- RETI OTTICHE
  - La tecnologia WDM
  - Commutazione WDM
  - La tecnologia ottica a pacchetto e a burst
- QUALITA' DI SERVIZIO NELLE RETI IP
  - Modello a servizi integrati e differenziati
  - Tecniche di gestione delle code nei router
- ESERCITAZIONI DI LABORATORIO

## Materiale didattico

- Dispense disponibili sul sito istituzionale
  - Raggiungibile anche da http://www-tlc.deis.unibo.it
- J. Y. Huy, “Switching and Traffic Theory for Integrated Broadband Networks”, Kluwer Academic Publisher
  - disponibile in biblioteca

## Contatti

carla.raffaelli@unibo.it

http://deis-tlc.deis.unibo.it

---

# Reti di interconnessione

Prof. Ing. Carla Raffaelli

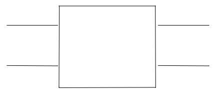
## RETI DI INTERCONNESSIONE

- Una rete di interconnessione e' un sistema in grado di collegare un insieme di terminazioni di ingresso I con un insieme di terminazioni di uscita U

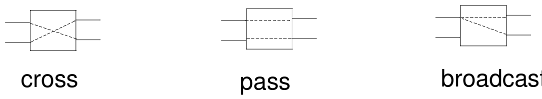

- Applicazioni:
- centrali per telecomunicazioni
- comunicazioni processori-memorie
- sistemi di elaborazione paralleli

## Elemento di commutazione

- E' una rete di connessione 2 x 2 non bloccante in senso stretto



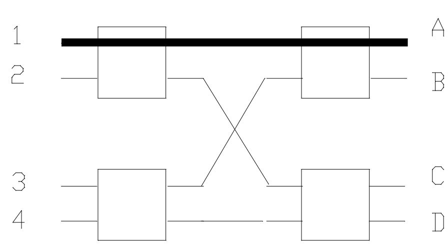
- Si utilizzano per realizzare matrici piu' complesse mediante organizzazione di piu' elementi in stadi
- gli elementi di commutazione possono assumere i seguenti stati:



## Criteri di classificazione

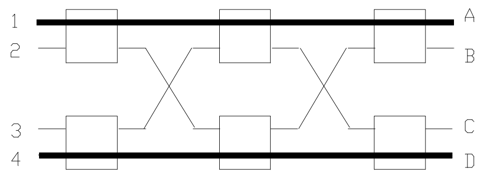
- **Blocco**
- *bloccanti:* la possibilita' di instaurare una connessione tra due terminazioni supposte libere e' condizionata dallo stato della rete
- *non bloccanti:* e' sempre possibile instaurare un percorso tra due terminazioni libere qualunque sia il numero e la configurazione delle connessioni in atto nella rete
  - in senso stretto: non ammette stati di blocco
  - in senso lato: gli stati bloccanti possono essere evitati con opportuna strategia di assegnamento dei percorsi
- *riconfigurabili:* mediante una eventuale riconfigurazione delle connessioni esistenti e' possibile instaurare una qualunque nuova connessione ingresso-uscita

## Esempio: rete bloccante



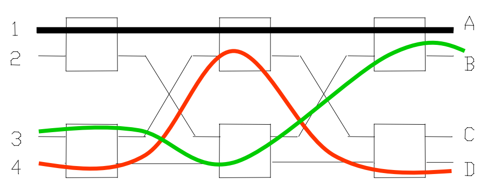

Rete bloccante: alcuni stati di connessione non si possono realizzare; es: 2-B

## Esempio: rete riconfigurabile



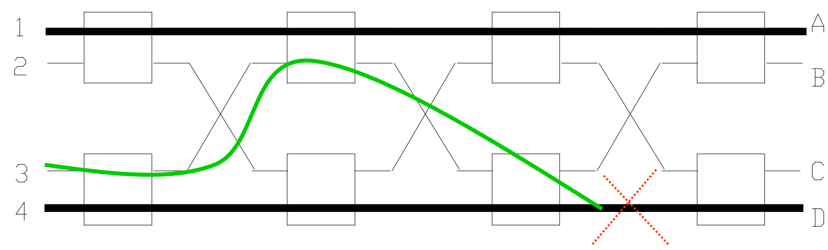

- Rete riconfigurabile: per connettere 3-B devo riconfigurare le connessioni esistenti, ad esempio 4-D

## Esempio: rete riconfigurabile (2)




- Viene assegnato un nuovo percorso a 4-D in modo da poter collegare 3-B

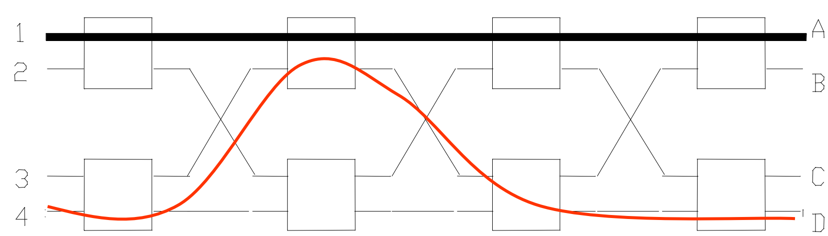
## Esempio: Rete non bloccante in senso lato




Rete non bloccante in senso lato: non si deve connettere 1-A e 4-D altrimenti si crea blocco

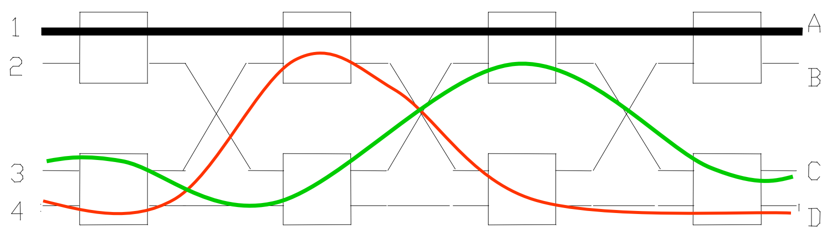
ES: 3-C risulta bloccante

## Esempio: Rete non bloccante in senso lato



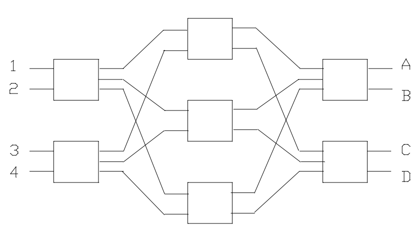

Rete non bloccante in senso lato: non si deve connettere 1-A e 4-D altrimenti si crea blocco

## Esempio: Rete non bloccante in senso lato




Viene scelto un altro percorso per A in modo da lasciare una scelta possibile in uno degli elementi attraversati.

## Esempio: rete non bloccante in senso stretto



## Criteri di classificazione (2)

- **Accessibilita'**
- completata
  - rete ripiegata: l'insieme delle terminazioni di ingresso e di uscita coincidono
    - caso particolare: *reti di permutazione (N,N,N)*
    - realizzano una corrispondenza biunivoca tra ingressi e uscite
    - si caratterizzano mediante:
    - V(i) vettore a N componenti che associa all'uscita i-esima l'ingresso ad esso connesso: vettore delle permutazioni uscita-ingresso
    - oppure
    - W(j) vettore a N componenti che associa all'ingresso j l'uscita cui e' connesso: vettore delle permutazioni ingresso-uscita
    - Si ha V(W(i))=i
  - rete non ripiegata: l'insieme delle terminazioni di ingresso e l'insieme delle terminazioni di uscita sono disgiunti
- incompleta

## Criteri di classificazione (3)

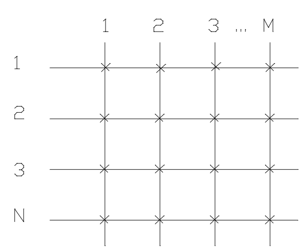
- **Topologia:**
  - Stadio=insieme di elementi di commutazione
    - Gli stadi sono ordinati
    - Ciascuno stadio e' collegato solo a stadi adiacenti
    - Ogni stadio svolge una parte della funzione di commutazione
  - Multistadio: la funzione di commutazione e' scomposta in sotto-funzioni ciascuna svolta da un elemento appartenente ad uno stadio.
    - Cammino singolo
    - Cammini multipli
  - Monostadio: la funzione di commutazione avviene ad opera di un solo elemento.
- **Tipo di connessioni**
  - punto-punto
  - punto-multipunto
  - Broadcast
  - Multipunto-multipunto

## Criteri di classificazione (4)

- Dominio utilizzato per la commutazione
  - A divisione di spazio
    - Se i percorsi all'interno della rete di connessione vengono distinti mediante l'utilizzo di supporti fisici distinti
  - A divisione di tempo
    - Se la distinzione dei percorsi avviene nel dominio del tempo utilizzando uno stesso supporto fisico

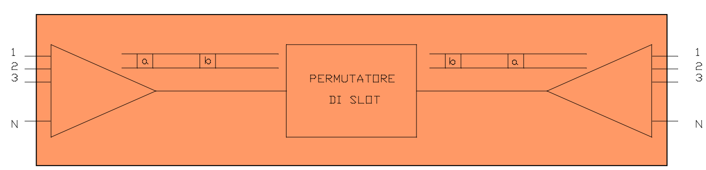
## Reti monostadio

- A divisione di spazio



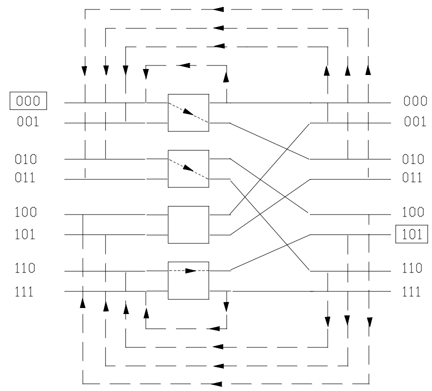

- la chiusura di un punto di incrocio permette la connessione tra una terminazione di ingresso e una di uscita
- il numero massimo di collegamenti effettuabili e' d=min(N,M)
- il numero di punti di incrocio e' N x M
- e' non bloccante

- A divisione di tempo



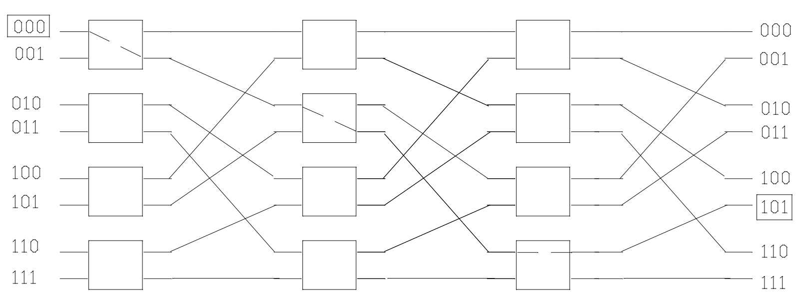
## Reti monostadio spazio/multistadio tempo

- Sono composte da un solo stadio su cui si realizza la connessione utilizzando lo stadio stesso a divisione di tempo



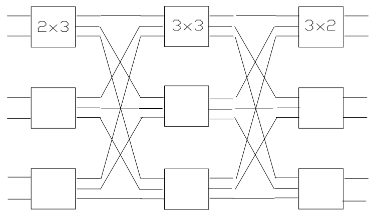

Per connettere 000 e 101 occorrono 3 ricircolazioni

## Equivalente spaziale



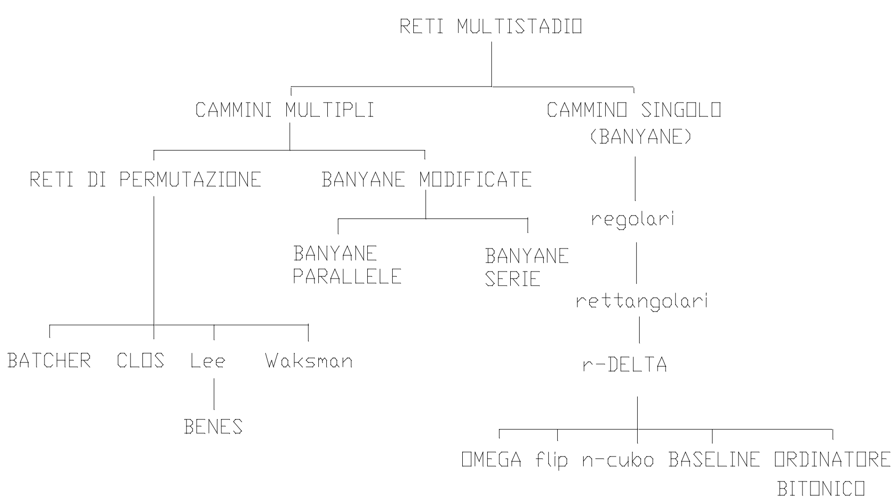
## Reti multistadio

- Sono composte di due o piu' stadi di elementi di commutazione (EC) ognuno dei quali e' una rete crossbar.
- Esempio:



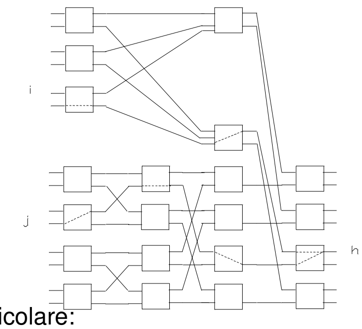

- Sono  ad esempio reti multistadio le matrici STS, TST,TTT... per applicazioni telefoniche a circuito, le reti di Clos, le reti banyane.
- Le organizzazioni multistadio offrono il vantaggio della *modularita*'.
- Nella commutazione di circuito sono state utilizzate per ridurre il costo complessivo della matrice.
- Nei casi di limitazione tecnologica della massima dimensione di un elemento di commutazione consentono di costruire matrici di grandi dimensioni.

## Classificazione delle reti multistadio in base alla topologia



# Reti a cammino singolo

- Sono caratterizzate dalla presenza di un solo percorso per ogni coppia ingresso-uscita
- Le reti **banyane** sono reti a cammino singolo.

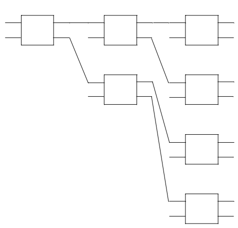



- Esiste una classificazione di tali reti via via piu' particolare:
  - **Reti banyane a L livelli:** gli elementi sono disposti in stadi ed esistono connessioni solo tra stadi adiacenti
  - **Reti banyane regolari:** sono a L livelli e tutti gli elementi di commutazione hanno le stesse dimensioni
  - **Reti banyane rettangolari:** sono regolari con elementi di commutazione quadrati n x n
    - vale la relazione $S = \log_n N$
    - dove S numero di stadi e N numero di terminazioni di ingresso e di uscita della rete
    - il numero di elementi di commutazione per ciascuno stadio e' $r = N/n$

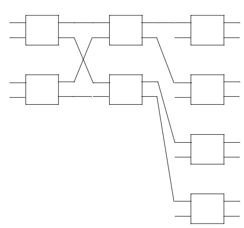
# Costruzione per gradi di una rete banyana

- Si mostra come esempio come una rete banyana 8 x 8 puo' essere costruita per gradi evidenziando in tal modo le sue caratteristiche di modularita' e le sue proprieta' di instradamento.

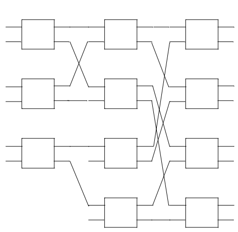
a) 2x8



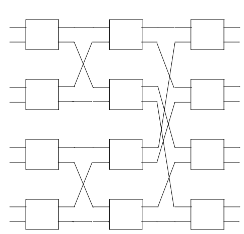
b) 4x8



c) 6x8



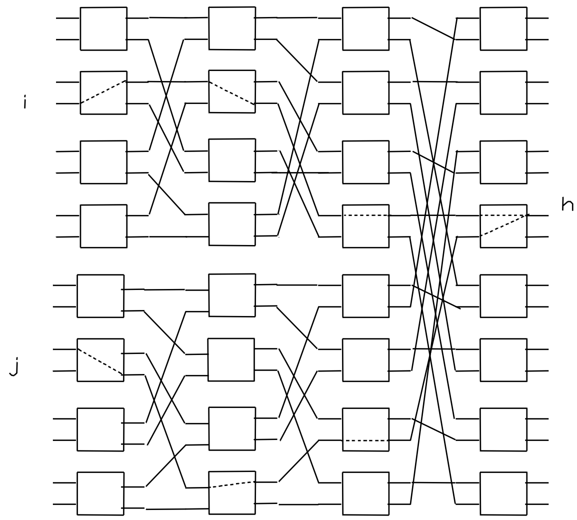
b) 8x8



## Rete banyana rettangolare

Relativamente ad un EC:
i=uscita inferiore
s=uscita superiore

i-h =siss
J-h=isis




Gli EC sono disposti in modo regolare; le connessioni invece non lo sono
La stessa uscita h si raggiunge con sequenze di scelte diverse a seconda dell'ingresso di partenza: **NON autoinstradante**

## Rete delta:definizione

- E' una rete banyana rettangolare che gode della seguente proprieta' (*bit-controlled property):*
  - detta d=(d1...ds) la rappresentazione in base n (dimensione dell'EC) dell'indirizzo di destinazione, lo stadio i ( $1 \leq i \leq S$ ) e' in grado di determinare in modo univoco l'instradamento in base alla i-esima cifra dell'indirizzo
- Questa proprieta' e' assicurata dal seguente vincolo:
  - detto $I^J$ (d) l'insieme degli EC dello stadio J raggiungibili da ogni ingresso tramite la porzione $d_j$ dell'indirizzo d, $d_j$ = (d1 ... $d_{j-1}$), si ha:

se $a_j \neq b_j \Rightarrow I^J(a) \cap I^J(b) = \phi$

- In virtu' di tale proprieta' le reti delta si dicono *autoinstradanti.*

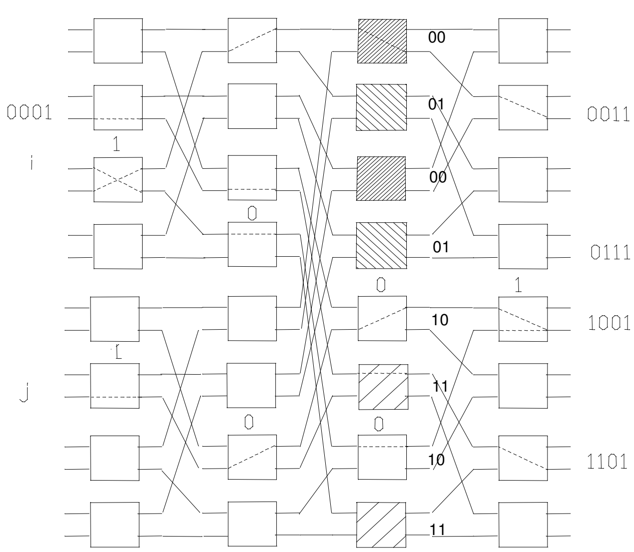
## Cardinalita' dell'insieme degli EC raggiungibili

- r=N/n e' il numero di elementi di uno stadio
- Esempio n=2
- Al primo stadio tutti gli elementi sono raggiungili: un solo insieme di cardinalita' r
- Al secondo stadio distinguo tra due insiemi di r/2 elementi ciascuno
- Al generico stadio j

$$\left|I^{J}(d)\right| = \frac{r}{2^{j-1}}$$

- All'ultimo stadio S si ha quindi che ogni insieme contiene un solo EC

## Esempio di rete delta




Si puo' osservare che:
- una stessa uscita puo' essere raggiunta con la stessa sequenza di scelte negli EC attraversati
- l'insieme degli elementi raggiungibili al terzo stadio con i primi due bit dell'indirizzo diversi sono disgiunti

•Esempio: a=(0011);
b=(0111).

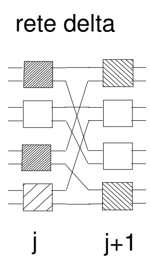
$I^3(a) = \{1,3\}$

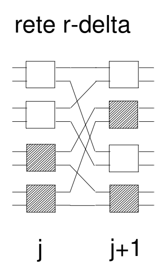
$I^3(b) = \{2,4\}$

che hanno intersezione nulla

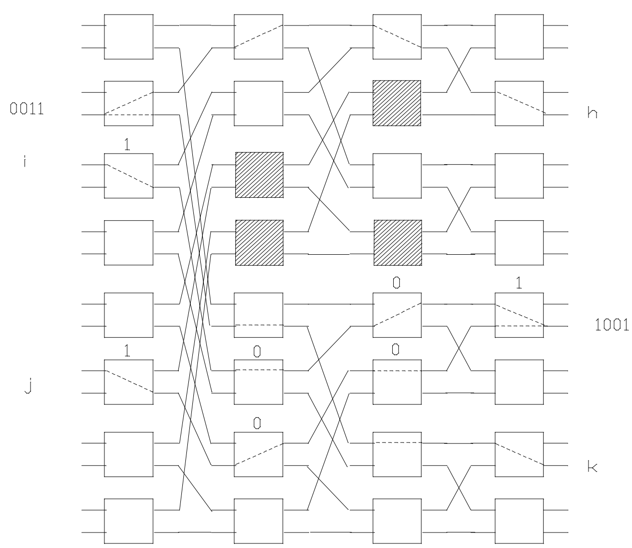
## Reti r-delta

- Sono reti delta che godono della seguente proprieta' (*buddy property):*
- Nel generico stadio J (J=1,2..S-1) esistono r/n ennuple di EC tali che ognuna di esse e' connessa a una e una sola ennupla di EC allo stadio J+1
- Ad esempio:
  - nel caso di elementi 2 x 2 nello stadio J-esimo esistono r/2 coppie di EC tali che ognuna di esse risulta connessa a una e una sola coppia di EC dello stadio j + 1




## **Esempio di rete r-delta**

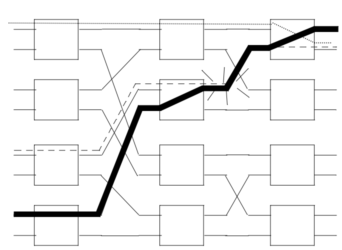


## Modalita' di instradamento in reti r-delta con elementi 2x2

- L'instradamento viene controllato dall'indirizzo dell'uscita in forma binaria
- in una rete a pacchetto tale indirizzo e' contenuto nell'intestazione
- l'elemento di commutazione interessato allo stadio i-esimo esamina l'i-esimo bit dell'indirizzo
  - se e' 0 invia il pacchetto all'uscita superiore
  - se e' 1 invia il pacchetto all'uscita inferiore

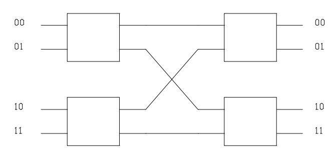
## Il blocco interno

- nel caso in cui due pacchetti presenti agli ingressi di un elemento di commutazione abbiano lo stesso bit di indirizzo si verifica una situazione di collisione detta *blocco interno*
- per *blocco interno* si intende una situazione di contesa per una linea interna al commutatore da parte di due pacchetti non necessariamente diretti alla medesima uscita



## Limitazioni combinatorie delle reti r-delta

- Una rete r-delta e' in grado di realizzare simultaneamente un numero di permutazioni ingresso-uscita inferiore alle N! possibili
- Si consideri una rete con EC 2 x 2
  - Nella rete ci sono $N/2 \log_2 N$ nodi 2 x 2
  - Ogni elemento puo' assumere 2 stati (cross o pass)
  - Ci sono pertanto $2^{N/2 \log_2 N}$ stati distinti della rete che rappresentano il numero di permutazioni realizzabili
    - Ad esempio se N=4
    - N!=24
    - $2^{N/2 \log_2 N} = 16$




In questa rete ci sono infatti 8 configurazioni bloccanti al primo stadio

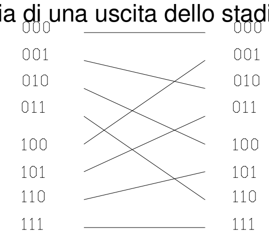
## Configurazioni bloccanti rete 4 x 4

| IN | OUT1 | OUT2 | OUT3 | OUT4 | OUT5 | OUT6 | OUT7 | OUT8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 00 | 00 | 01 | 00 | 01 | 10 | 10 | 11 | 11 |
| 01 | 01 | 00 | 01 | 00 | 11 | 11 | 10 | 10 |
| 10 | 10 | 10 | 11 | 11 | 00 | 01 | 00 | 01 |
| 11 | 11 | 11 | 10 | 10 | 01 | 00 | 01 | 00 |

## Tipi di rete r-delta con elementi 2 x 2

- Le reti r-delta si distinguono in base al tipo di permutazione eseguita nelle sezioni interstadio
- Si indichi con $c=(i_{s-1}, \ldots, i_0)$ la rappresentazione binaria di una uscita dello stadio i
  - permutazione *perfect shuffle* ($\Omega$)

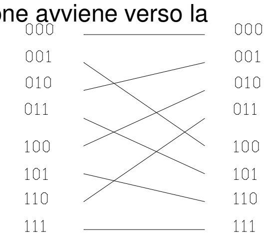
    $\Omega(c) = \Omega(i_{s-1}, \ldots, i_0) = i_{s-2}, \ldots, i_1, i_0, i_{s-1}$




  - permutazione *unshuffle* ($\Omega_1$)

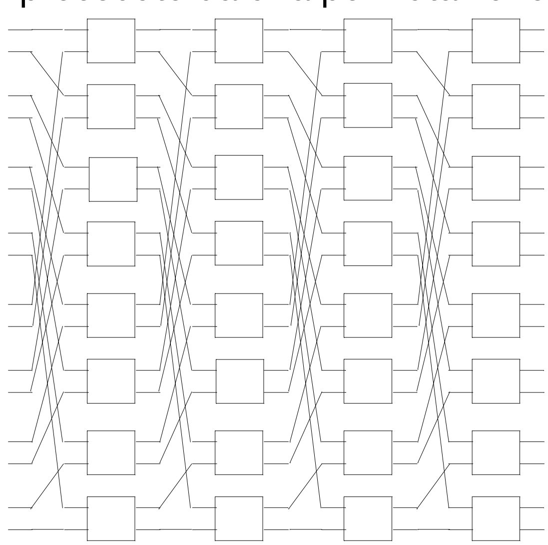
    $\Omega(c) = \Omega(i_{s-1}, \ldots, i_0) = i_0, i_{s-1}, i_{s-2}, \ldots, i_1$

    a seconda del valore dell'ultima cifra la connessione avviene verso la meta' superiore o inferiore della rete



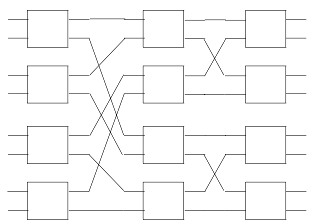

## Rete omega

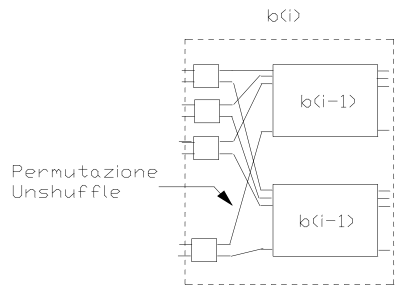
- Ogni stadio e' preceduto da una permutazione shuffle



# Rete baseline

- E' una rete inizialmente introdotta come riferimento per dimostrare l'equivalenza topologica delle reti r-delta
- si costruisce ricorsivamente
- la rete $B^{-1}$ si ottiene dalla B scambiando opportunamente gli element agli stadi intermedi -> realizzano le stesse permutazioni ingresso-uscita





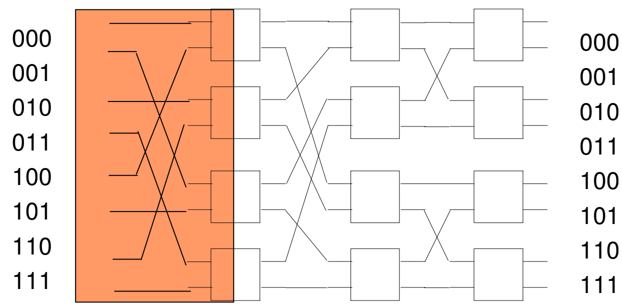

Costruzione iterativa

# Equivalenza topologica

- Per equivalenza topologica ai fini delle permutazioni ingresso-uscita si intende la possibilita' di realizzare, con topologie diverse, lo stesso insieme di permutazioni ingresso-uscita
- Le reti r-delta sono tutte topologicamente equivalenti a meno di opportune permutazioni degli ingressi e delle uscite
- Si introducono le seguenti permutazioni:
  - $\Pi\,(i_{s-1}, \ldots, i_0) = i_0, i_1, \ldots, i_{s-2}, i_{s-1}$
  - $\mu\,(i_{s-1}, \ldots, i_0) = i_1, i_2, \ldots, i_{s-1}, i_0$
- Si hanno le seguenti corrispondenze:
- BASELINE (B) -------> BASELINE -1
- OMEGA -------> $\Pi$ B
- FLIP -------> B $\mu$
- N-CUBO -------> $\Pi$ B
- N-CUBO indiretto-------> B $\mu$

## Esercizio

- Si consideri la permutazione identita' di ciascun ingresso sull'uscita con medesimo indirizzo.
- Tale permutazione e' realizzabile da una rete omega ma non da una baseline.
- Si verifichi che anteponendo a una rete baseline la permutazione $\Pi$ si riesce ad effettuare la permutazione identita'

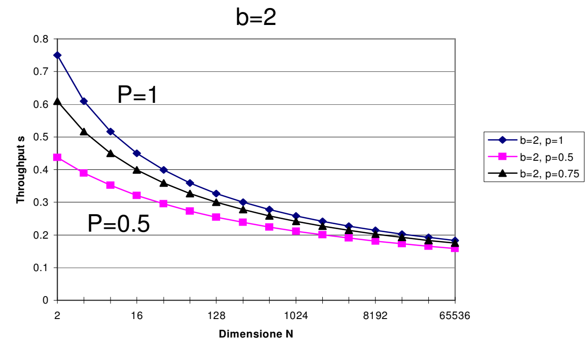



## Prestazioni: rete a stadio singolo

- Consideriamo un sistema tempo-discreto
  - Arrivi indipendenti: distribuzione di Bernoulli con parametro p
  - Arrivi diretti con probabilita' 1/N alla generica uscita
- Parametri di prestazioni:
  - *Throughput S:* numero medio di pacchetti trasferiti in uscita per unita' di tempo
  - *Probabilita' di blocco* $\Pi$*:* Probabilita'che un pacchetto risulti bloccato
    - Vale la relazione: $\Pi = 1 - S/p$
- *Rete a stadio singolo (cross-bar)*
  - La rete a stadio singolo ammette solo condizioni di blocco esterno. Puo' essere considerata come limite superiore di prestazioni per reti di interconnessione.
  - Probabilita' che nessun pacchetto sia diretto a una certa uscita: $(1-p/N)^N$
  - s= 1-(1-p/N)N
  - $\Pi$ = 1-s/p
  - Per una rete sufficientemente grande il throughput asintotico per p=1 e' $1 - e^{-1} = 0.632$ cui corrisponde $\Pi$sat =0.368.

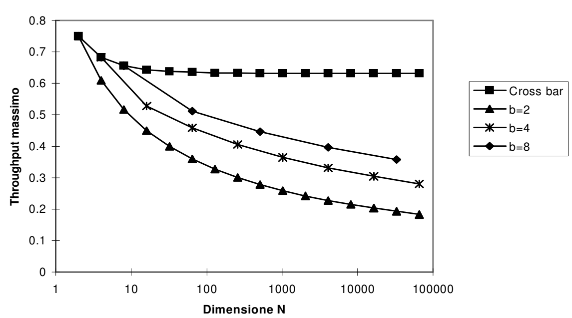
## Prestazioni: reti delta

- $p$= carico offerto alla rete
- $p_i$ = probabilita' che l'uscita di un elemento di commutazione allo stadio i sia non vuota ( i=1..n)
- $b \times b$ dimensioni dell'elemento di commutazione
- la probabilita' che un pacchetto sia diretto a una certa uscita dell'elemento di commutazione e' 1/b
  - $p_0=p$
  - $p_i=1-(1-(p_{i-1}/b))b$
  - $s=p_n$
  - $\Pi = 1-p_n/p_0$




## Massimo throughput delle reti delta

- Il massimo valore del throughput in uscita si ottiene in corrispondenza a $p=1$.
- Il valore massimo del throughput aumenta all'aumentare delle dimensioni dell'elemento di commutazione.
- La modularita'della rete diminuisce all'aumentare delle dimensioni dell'elemento di commutazione



# Reti a cammini multipli

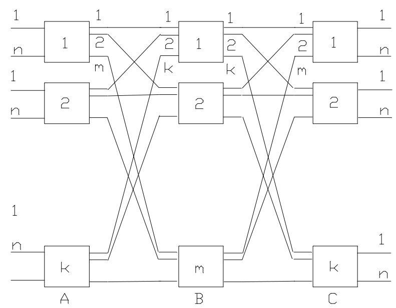
Prof. Ing. Carla Raffaelli

## Reti a cammini multipli

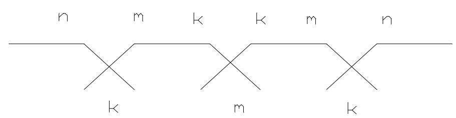
- Sono reti in cui tra una prefissata coppia ingresso-uscita esiste una pluralita' di cammini possibili
- La presenza di cammini multipli consente di ridurre o di annullare l'occorrenza di blocchi
- Considereremo le seguenti reti a cammini multipli
  - reti di permutazione
    - Sono in grado di realizzare tutte le N! permutazioni ingresso-uscita
    - Possono essere non-bloccanti  o riconfigurabili
    - Reti di permutazione non bloccanti ---> reti di Clos,  reti Batcher/Banyan
  - reti banyane modificate
    - Si ottengono mediante composizione di reti banyane o di parti di esse in serie o in parallelo.

## Rete di Clos

- E' una rete di interconnessione multistadio costruita secondo la regola seguente:
  - Ogni elemento di commutazione di uno stadio ha un collegamento verso ciascuno degli elementi degli stadi adiacenti.
- Esempio di rete a tre stadi:

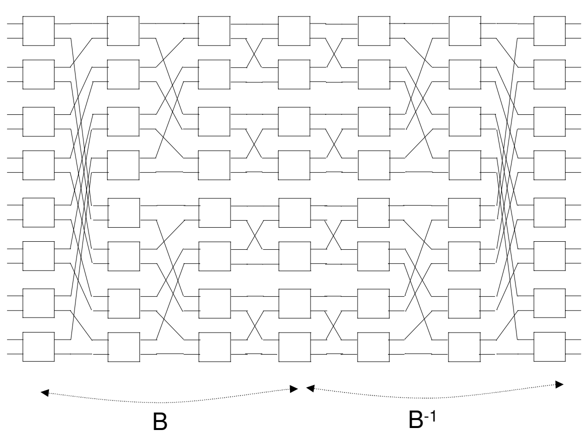


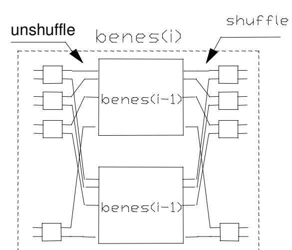
- Si osservi che
  - il numero di elementi di commutazione al secondo stadio e'uguale al numero di uscite degli elementi del primo stadio
  - il numero di elementi al primo stadio e'uguale al numero di ingressi degli elementi del secondo stadio
- Rappresentazione sintetica:



## Rete di Benes

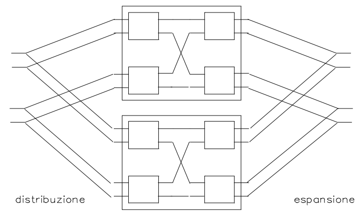
- Baseline + Baseline$^{-1}$ con uno stadio in comune
- Numero di elementi di commutazione $N\log_2 N$ - $N/2$
- E' una rete non bloccante riconfigurabile
- Si costruisce in modo ricorsivo



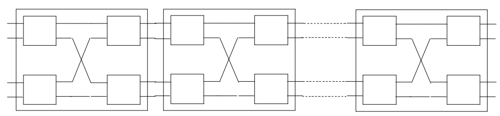



## Reti banyane modificate

- Sono pensate per migliorare le prestazioni delle reti a cammino singolo
- Reti banyane in parallelo

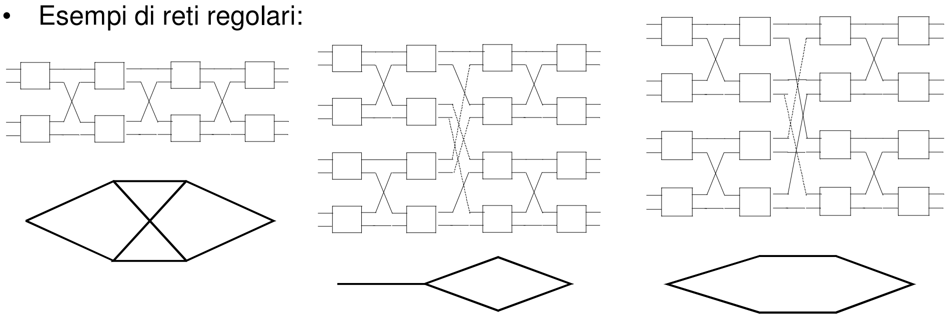



- Reti banyane in serie



## Modalita' di rappresentazione di reti di connessione

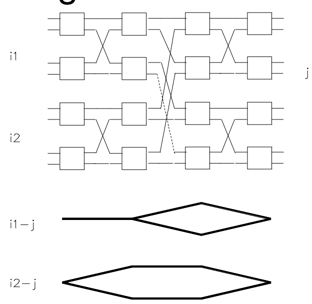
- Si definisce **p-grafo** di una rete di connessione l'insieme dei rami che compongono tutti i cammini diretti ingresso-uscita per una generica coppia i-j di terminazioni
- I nodi del grafo corrispondono agli elementi di commutazione
- Se il p-grafo e' lo stesso indipendentemente dalla coppia i-j la rete si dice *regolare* altrimenti la rete e' *non regolare*
- Esempi di reti regolari:



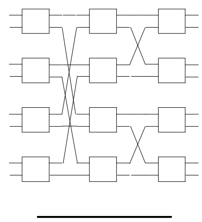
a) b) c)

## Esempi di p-grafi

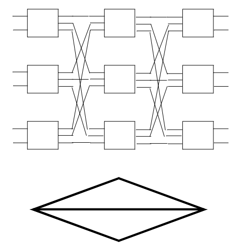
- Rete non regolare




- Rete banyana



- Rete a cammini multipli

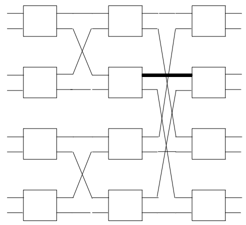


## Indice di utilizzo

- Si definisce *indice di utilizzo* di un ramo di una rete multistadio N x N regolare a cammino singolo il numero massimo di connessioni ingresso-uscita che possono contemporaneamente transitare per il ramo stesso.
- Se la rete e' a cammini multipli, sempre di tipo regolare, il transito della specifica connessione sul fascio e' pesato secondo il fattore 1/ rk essendo rk il numero di rami del p-grafo che appartengono al fascio k-esimo
- In generale l'indice di utilizzo del ramo i-esimo del fascio interstadio k-esimo e'
- $U_{k,i} = \min (I_i, O_i)/r_k$
  $I_i$ ingressi che possono raggiungere il ramo
  $O_i$ uscita che possono essere raggiunte dal ramo

# Esempio

- Indice di utilizzo dei rami di una rete delta



Si calcoli l'indice di utilizzo del ramo 3 del fascio interstadio 2

$U_{2,3}$ = min (4,2)=2

Nelle reti delta N x N si ha che il numero di rami nel fascio e' N, ma il numero dei rami del p-grafo e'1, pertanto $r_k$ = 1.

L'indice di utilizzo e' omogeneo per tutti i rami di un determinato fascio interstadio e si puo'esprimere nel modo seguente:

$U_k = \min(2^k, 2^{n-k})$

Esso pertanto cresce in modo binario 1,2,4,8... fino a un massimo di $2^{\lfloor(\log_2 N)/2\rfloor}$ poi decresce in modo binario fino a 1

# RETI DI ORDINAMENTO

Prof. Ing. Carla Raffaelli

## Ordinatore bi-tonico

- Una sequenza di numeri si dice bi-tonica se formata dalla giustapposizione di due sequenze monotone, una ascendente e l'altra discendente
  - ascendente $a_1, a_2, .., a_s$ con $a_h < a_k$ per h<k
  - discendente $d_1, d_2, .., d_t$ con $d_h > d_k$ per h<k
  - bitonica $a_1, a_2, .., a_s,$ $d_1, d_2, .., d_t$
- Un **ordinatore bi-tonico** e' una rete di ordinamento che produce in uscita una sequenza monotona a partire da una sequenza bi-tonica.

## Teorema dell'ordinatore bi-tonico

- *Teorema:* data una sequenza bi-tonica di 2n elementi $s_i$ (1<=i <=2n), n crescenti ed n decrescenti, si possono formare due sequenze:
- $C_{min}$ = min($s_1$ $s_{n+1}$), min($s_2$ $s_{n+2}$) ... min($s_n$,$s_{2n}$)
- $C_{max}$= max($s_1$ $s_{n+1}$), max($s_2$ $s_{n+2}$) ... max($s_n$,$s_{2n}$)
- Le due sequenze $C_{min}$ e $C_{max}$ sono bi-toniche ed ogni elemento della prima e' minore di qualunque elemento della seconda.
- Es:

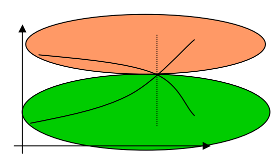
  1 3 5 7 25 10 8 6 4 2

  $C_{min}$= 1 3 5 4 2

  $C_{max}$= 10 8 6 7 25

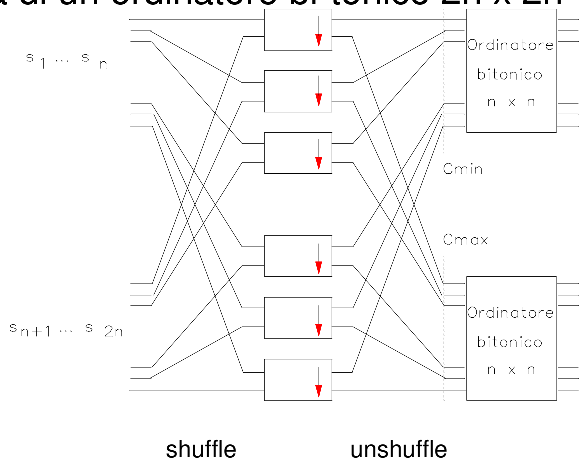
- *punto di sorpasso*: e' il punto in cui si inverte la relazione tra gli elementi di due sequenze monotone. Tale punto e' unico.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 5 | 7 | 25 |
| 10 | 8 | 6 | 4 | 2 |

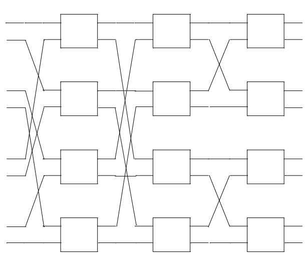


## Costruzione iterativa di un ordinatore bi-tonico

- Il teorema enunciato e' la base per la costruzione iterativa di un ordinatore bi-tonico 2n x 2n




## Ordinatore bi-tonico 8 x 8



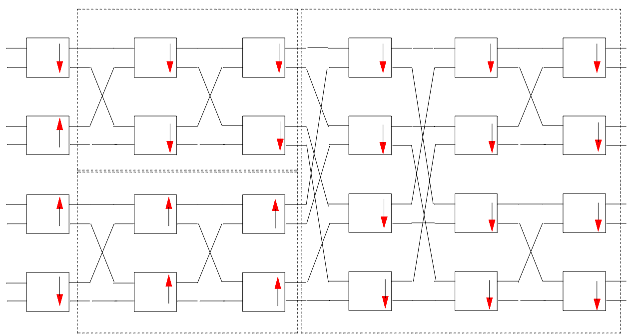
$\Pi$

| | $U_{2n}$ | $S_n$ |
|---|---|---|
| 000 | 000 | 000 |
| 001 | 100 | 100 |
| 010 | 001 | 010 |
| 011 | 101 | 110 |
| 100 | 010 | 001 |
| 101 | 110 | 101 |
| 110 | 011 | 011 |
| 111 | 111 | 111 |

- 2n=8
- La permutazione interstadio *a valle del primo stadio* e' la permutazione $\Pi$.
  - Consideriamo un ordinatore bi-tonico di dimensione 2n. Ad ogni stadio si applica una permutazione shuffle $S_n$ su n elementi e una permutazione unshuffle $U_{2n}$ su 2n elementi.
-

## Rete di Batcher

- E' una rete di ordinamento (a cammini multipli)
- E' composta da ordinatori bitonici di dimensione crescente con potenza di 2 giustapposti
  - Si costruiscono sequenze bitoniche di dimensione crescente con potenza di 2 fino ad ottenere un'unica sequenza ordinata




## Numero di stadi di una rete di Batcher

- Il numero totale di stadi e' $\log_2 N (\log_2 N + 1)/2$ cioe' la somma dei primi $\log_2 N$ numeri interi

| Numero di ingressi N | Numero di stadi S |
|---|---|
| 8 | 6 |
| 16 | 10 |
| 32 | 15 |
| 64 | 21 |
| 128 | 28 |
| 256 | 36 |
| 512 | 45 |
| 1024 | 55 |

# Rete Batcher/banyan

- E' una rete non bloccante
- E' costituita da una rete di Batcher e da una rete topologicamente equivalente ad una rete omega
- Si basa sulla proprieta' della rete omega di inoltrare in modo non bloccante richieste di trasferimento ordinate in modo monotono crescente in base alle uscite
- Prestazioni: rete a stadio singolo