Fisica Generale A

4. Esercizi sui Vettori Applicati

http://campus.cib.unibo.it/2458/

Domenico Galli

September 20, 2010

Esercizio 1

- In una prefissata terna cartesiana, il vettore:
  $\vec{a} = 3\hat{\imath} - 4\hat{\jmath} + 2\hat{k}$
  è applicato nel punto:
  $A(1,0,1)$
- Calcolare il suo momento rispetto all'origine $O(0, 0, 0)$ e il suo momento assiale rispetto all'asse x.

Esercizio 1 (II)

- Il momento polare rispetto all'origine $O(0, 0, 0)$ è dato da:

$$\vec{\mathscr{M}}^{(O)}_{\{(\vec{a},A)\}} = \left(\overrightarrow{A-O}\right)\wedge\vec{a}$$

$$A(1,0,1),\ O(0,0,0)$$

$$\begin{cases}\overrightarrow{A-O} = (1-0)\hat{\imath} + (0-0)\hat{\jmath} + (1-0)\hat{k} = \hat{\imath} + \hat{k}\\ \vec{a} = 3\hat{\imath} - 4\hat{\jmath} + 2\hat{k}\end{cases}$$

$$\vec{\mathscr{M}}^{(O)}_{\{(\vec{a},A)\}} = \left(\overrightarrow{A-O}\right)\wedge\vec{a} = \det\begin{Vmatrix}\hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k}\\ 1 & 0 & 1\\ 3 & -4 & 2\end{Vmatrix} =$$

$$= (-1)\det\begin{Vmatrix}\hat{\jmath} & \hat{k}\\ -4 & 2\end{Vmatrix} + 0 + (-1)\det\begin{Vmatrix}\hat{\imath} & \hat{\jmath}\\ 3 & -4\end{Vmatrix} =$$

$$= (-1)\left(2\hat{\jmath} + 4\hat{k}\right) + (-1)\left(-4\hat{\imath} - 3\hat{\jmath}\right) = 4\hat{\imath} + \hat{\jmath} - 4\hat{k}$$

Esercizio 1 (III)

- Ricordando che in generale il momento assiale rispetto all'asse u è dato da:

$$\mathscr{M}^{(u)}_{\{(\vec{F},P)\}} = \left(\overrightarrow{P-O}\right)\wedge\vec{F}\bullet\hat{u},\quad O\in u$$

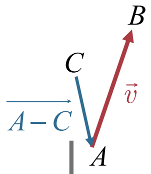
nel nostro caso avremo, poiché l'origine $O(0, 0, 0)$ appartiene all'asse x:

$$\mathscr{M}^{(x)}_{\{(\vec{a},A)\}} = \left(\overrightarrow{A-O}\right)\wedge\vec{a}\bullet\hat{\imath} = \vec{\mathscr{M}}^{(O)}_{\{(\vec{a},A)\}}\bullet\hat{\imath} = \left(4\hat{\imath} + \hat{\jmath} - 4\hat{k}\right)\bullet\hat{\imath} = 4$$

Esercizio 2

- In una prefissata terna cartesiana, un vettore ha origine nel punto $A(1, 3, 5)$ e vertice nel punto $B(1, 1, 2)$.
- Calcolare:
  - Il momento del vettore rispetto al punto $C(0, 0, 1)$.
  - Il momento assiale del vettore rispetto alla retta che passa per C e che ha come versore:

$$\hat{u} = -\frac{1}{\sqrt{3}}\hat{\imath} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{\jmath} - \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{k}$$



Esercizio 2 (II)

- Il vettore in questione si scrive, nella rappresentazione cartesiana, come:

$$\left.\begin{array}{l} A(1,3,5) \\ B(1,1,2) \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{v} = \overrightarrow{B-A} = -2\hat{\jmath} - 3\hat{k}$$

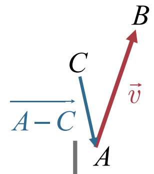
- Il momento polare rispetto a $C(0, 0, 1)$ è dato da:

$$\vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{v},A)\}} = \left(\overrightarrow{A-C}\right) \wedge \vec{v}$$

$$C(0,0,1)$$

$$\overrightarrow{A-C} = (1-0)\hat{\imath} + (3-0)\hat{\jmath} + (5-1)\hat{k} = \hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 4\hat{k}$$

$$\vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{v},A)\}} = \left(\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 4\hat{k}\right) \wedge \left(-2\hat{\jmath} - 3\hat{k}\right) = \det \begin{Vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 1 & 3 & 4 \\ 0 & -2 & -3 \end{Vmatrix}$$



Esercizio 2 (III)

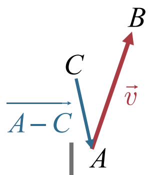
$$\vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{v},A)\}} = \det \begin{Vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 1 & 3 & 4 \\ 0 & -2 & -3 \end{Vmatrix} = 0 - (-2)\det \begin{Vmatrix} \hat{\imath} & \hat{k} \\ 1 & 4 \end{Vmatrix} + (-3)\det \begin{Vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} \\ 1 & 3 \end{Vmatrix} =$$

$$= 2\left(4\hat{\imath} - \hat{k}\right) - 3\left(3\hat{\imath} - \hat{\jmath}\right) = -\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - 2\hat{k}$$

- Il momento assiale rispetto alla retta passante per C e parallela al versore u è dato da:

$$\mathscr{M}^{(u)}_{\{(\vec{v},A)\}} = \left(\overrightarrow{A-C}\right) \wedge \vec{v} \bullet \hat{u} = \vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{v},A)\}} \bullet \hat{u} = \left(-\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - 2\hat{k}\right) \bullet \frac{1}{\sqrt{3}}\left(-\hat{\imath} + \hat{\jmath} - \hat{k}\right) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}}(1+3+2) = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = 3.46$$



Esercizio 3

- Calcolare il momento risultante dei vettori $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$, applicati nei punti P_1, P_2, P_3, P_4, rispetto al punto A, sapendo che in una terna ortogonale fissata si ha:

$$\vec{F}_1 = 3\hat{\imath} - 5\hat{\jmath} - \hat{k} \qquad P_1(6,-2,4)$$

$$\vec{F}_2 = -2\hat{\imath} \qquad P_2(9,-3,-8)$$

$$\vec{F}_3 = 8\hat{\jmath} - \hat{k} \qquad P_3(0,0,4)$$

$$\vec{F}_4 = -6\hat{\imath} + 2\hat{k} \qquad P_4(5,5,4)$$

$$A(6,-7,4)$$

Esercizio 3 (II)

- Il momento risultante è dato da:

$$\vec{\mathscr{M}}^{(A)}_{\{(\vec{F}_1,P_1),\ldots,(\vec{F}_4,P_4)\}} = \sum_{i=1}^{4} \left(\overrightarrow{P_i - A}\right) \wedge \vec{F}_i$$

- Nel nostro caso:

$$\left.\begin{array}{l} P_1(6,-2,4) \\ P_2(9,-3,-8) \\ P_3(0,0,4) \\ P_4(5,5,4) \\ A(6,-7,4) \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{P_1 - A} = 5\hat{\jmath} \\ \overrightarrow{P_2 - A} = 3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath} - 12\hat{k} \\ \overrightarrow{P_3 - A} = -6\hat{\imath} + 7\hat{\jmath} \\ \overrightarrow{P_4 - A} = -\hat{\imath} + 12\hat{\jmath} \end{cases}$$

- Ricordando le relazioni di ortonormalità tra i versori cartesiani:

$$\hat{\imath} \wedge \hat{\imath} = \vec{0}, \quad \hat{\jmath} \wedge \hat{\jmath} = \vec{0}, \quad \hat{k} \wedge \hat{k} = \vec{0}$$

$$\hat{\imath} \wedge \hat{\jmath} = \hat{k}, \quad \hat{\jmath} \wedge \hat{k} = \hat{\imath}, \quad \hat{k} \wedge \hat{\imath} = \hat{\jmath}$$

Esercizio 3 (III)

- Otteniamo:

$$\vec{\mathscr{M}}^{(A)}_{\{(\vec{F}_1,P_1),\ldots,(\vec{F}_4,P_4)\}} = 5\hat{\jmath} \wedge \left(3\hat{\imath} - \cancel{5\hat{\jmath}} - \hat{k}\right) + \left(\cancel{3\hat{\imath}} + 4\hat{\jmath} - 12\hat{k}\right) \wedge \left(-2\hat{\imath}\right) +$$
$$+ \left(-6\hat{\imath} + 7\hat{\jmath}\right) \wedge \left(8\hat{\jmath} - \hat{k}\right) + \left(-\hat{\imath} + 12\hat{\jmath}\right) \wedge \left(-6\hat{\imath} + 2\hat{k}\right)$$

$$\vec{\mathscr{M}}^{(A)}_{\{(\vec{F}_1,P_1),\ldots,(\vec{F}_4,P_4)\}} = \left(-15\hat{k} - 5\hat{\imath}\right) + \left(8\hat{k} + 24\hat{\jmath}\right) + \left(-48\hat{k} - 6\hat{\jmath} - 7\hat{\imath}\right) + \left(2\hat{\jmath} + 72\hat{k} + 24\hat{\imath}\right) =$$
$$= 12\hat{\imath} + 20\hat{\jmath} + 17\hat{k}$$

Esercizio 4

- Dati i due vettori:

$$\vec{u}_1 = -3\hat{\jmath}$$
$$\vec{u}_2 = -4\hat{\jmath}$$

applicati rispettivamente nei punti:

$$P_1(-1,0,0)$$
$$P_2(2,0,0)$$

- Trovare, se esiste, un vettore applicato equivalente ai due e il suo punto di applicazione.

Esercizio 4 (II)

- Per calcolare i momenti occorre un centro di riduzione, anche se il risultato deve risultare indipendente dalla scelta di tale centro di riduzione. Scegliamo perciò, come centro di riduzione, il punto generico:

$$C\left(C_x, C_y, C_z\right)$$

- La risultante si scrive:

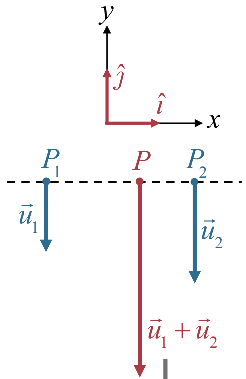
$$\vec{\mathscr{R}} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 = -3\hat{\jmath} - 4\hat{\jmath} = -7\hat{\jmath}$$

- Il momento risultante si scrive:

$$\vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{u}_1,P_1),(\vec{u}_2,P_2)\}} = \left(\overrightarrow{P_1 - C}\right) \wedge \vec{u}_1 + \left(\overrightarrow{P_2 - C}\right) \wedge \vec{u}_2$$

- Si ha:

$$\overrightarrow{P_1 - C} = \left(-1 - C_x\right)\hat{\imath} - C_y\hat{\jmath} - C_z\hat{k}$$
$$\overrightarrow{P_2 - C} = \left(2 - C_x\right)\hat{\imath} - C_y\hat{\jmath} - C_z\hat{k}$$



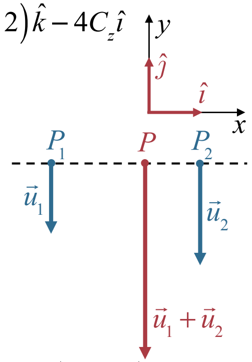
Esercizio 4 (III)

- Dunque:

$$\left(\overrightarrow{P_1 - C}\right) \wedge \vec{u}_1 = \left[\left(-1 - C_x\right)\hat{\imath} - \cancel{C_y}\hat{\jmath} - C_z\hat{k}\right] \wedge \left(-3\hat{\jmath}\right) = 3\left(1 + C_x\right)\hat{k} - 3C_z\hat{\imath}$$

$$\left(\overrightarrow{P_2 - C}\right) \wedge \vec{u}_2 = \left[\left(2 - C_x\right)\hat{\imath} - \cancel{C_y}\hat{\jmath} - C_z\hat{k}\right] \wedge \left(-4\hat{\jmath}\right) = 4\left(C_x - 2\right)\hat{k} - 4C_z\hat{\imath}$$

$$\begin{aligned}\vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{u}_1,P_1),(\vec{u}_2,P_2)\}} &= \left(\overrightarrow{P_1 - C}\right) \wedge \vec{u}_1 + \left(\overrightarrow{P_2 - C}\right) \wedge \vec{u}_2 = \\ &= 3\left(1 + C_x\right)\hat{k} - 3C_z\hat{\imath} + 4\left(C_x - 2\right)\hat{k} - 4C_z\hat{\imath} = \\ &= \left(7C_x - 5\right)\hat{k} - 7C_z\hat{\imath}\end{aligned}$$



- Cerchiamo ora un punto di applicazione:

$$P\left(P_x, P_y, P_z\right)$$

tale che:

$$\left(\overrightarrow{P - C}\right) \wedge \left(\vec{u}_1 + \vec{u}_2\right) = \vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{u}_1 + \vec{u}_2, P)\}} = \vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{u}_1,P_1),(\vec{u}_2,P_2)\}} = \left(\overrightarrow{P_1 - C}\right) \wedge \vec{u}_1 + \left(\overrightarrow{P_2 - C}\right) \wedge \vec{u}_2$$

Esercizio 4 (IV)

- Avremo:

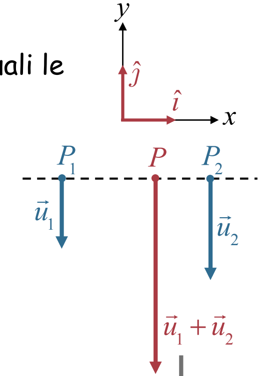
$$\left(\overrightarrow{P - C}\right) \wedge \vec{\mathscr{R}} = \vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{u}_1 + \vec{u}_2, P)\}} = \vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{u}_1,P_1),(\vec{u}_2,P_2)\}} = \left(\overrightarrow{P_1 - C}\right) \wedge \vec{u}_1 + \left(\overrightarrow{P_2 - C}\right) \wedge \vec{u}_2$$

$$\left[\left(P_x - C_x\right)\hat{\imath} + \cancel{\left(P_y - C_y\right)}\hat{\jmath} + \left(P_z - C_z\right)\hat{k}\right] \wedge \left(-7\hat{\jmath}\right) = \left(7C_x - 5\right)\hat{k} - 7C_z\hat{\imath}$$

$$-7\left(P_x - C_x\right)\hat{k} + 7\left(P_z - C_z\right)\hat{\imath} = \left(7C_x - 5\right)\hat{k} - 7C_z\hat{\imath}$$

- Due vettori sono uguali se sono rispettivamente uguali le componenti cartesiane, per cui:

$$\begin{cases} -7\left(P_x - \cancel{C_x}\right) = 7\cancel{C_x} - 5 \\ 7\left(P_z - \cancel{C_z}\right) = -\cancel{7C_z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_x = \dfrac{5}{7} \\ P_z = 0 \end{cases}$$

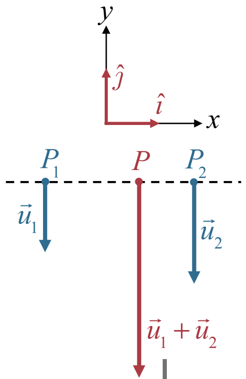


- Le componenti del centro di riduzione C si semplificano, come ci aspettavamo, in quanto non debbono influire sul risultato.

Esercizio 4 (V)

- Il **vettore applicato equivalente** dunque **esiste**. Vettore e punto di applicazione sono dati da:

$$\begin{cases} \vec{\mathscr{R}} = -7\hat{\jmath} \\ P = \left(\dfrac{5}{7}, P_y, 0\right), \quad P_y \in \mathbb{R} \end{cases}$$



Esercizio 5

- Dati i due vettori:

$$\vec{u}_1 = -2\hat{\jmath}$$

$$\vec{u}_2 = 4\hat{\jmath}$$

applicati rispettivamente nei punti:

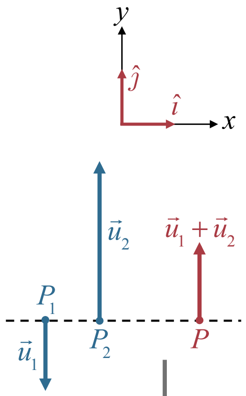
$$P_1\left(-2, 0, 0\right)$$

$$P_2\left(3, 0, 0\right)$$

- Trovare, se esiste, un vettore applicato equivalente ai due e il suo punto di applicazione.

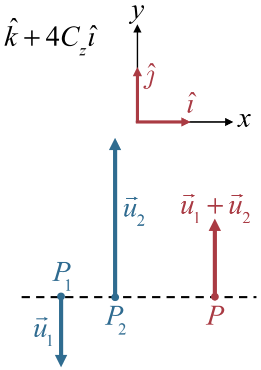
Esercizio 5 (II)

- Per calcolare i momenti occorre un centro di riduzione, anche se il risultato deve risultare indipendente dalla scelta di tale centro di riduzione. Scegliamo perciò, come centro di riduzione, il punto generico:
  $$C\left(C_x, C_y, C_z\right)$$
- La risultante si scrive:
  $$\vec{\mathscr{R}} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 = -2\hat{\jmath} + 4\hat{\jmath} = 2\hat{\jmath}$$
- Il momento risultante si scrive:
  $$\vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{u}_1,P_1),(\vec{u}_2,P_2)\}} = \left(\overrightarrow{P_1 - C}\right)\wedge\vec{u}_1 + \left(\overrightarrow{P_2 - C}\right)\wedge\vec{u}_2$$
- Si ha:
  $$\overrightarrow{P_1 - C} = \left(-2 - C_x\right)\hat{\imath} - C_y\hat{\jmath} - C_z\hat{k}$$
  $$\overrightarrow{P_2 - C} = \left(3 - C_x\right)\hat{\imath} - C_y\hat{\jmath} - C_z\hat{k}$$



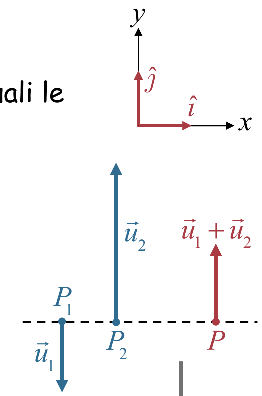
Esercizio 5 (III)

- Dunque:
  $$\left(\overrightarrow{P_1 - C}\right)\wedge\vec{u}_1 = \left[\left(-2 - C_x\right)\hat{\imath} - \cancel{C_y\hat{\jmath}} - C_z\hat{k}\right]\wedge\left(-2\hat{\jmath}\right) = 2\left(2 + C_x\right)\hat{k} - 2C_z\hat{\imath}$$
  $$\left(\overrightarrow{P_2 - C}\right)\wedge\vec{u}_2 = \left[\left(3 - C_x\right)\hat{\imath} - \cancel{C_y\hat{\jmath}} - C_z\hat{k}\right]\wedge 4\hat{\jmath} = 4\left(3 - C_x\right)\hat{k} + 4C_z\hat{\imath}$$
  $$\begin{aligned}\vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{u}_1,P_1),(\vec{u}_2,P_2)\}} &= \left(\overrightarrow{P_1 - C}\right)\wedge\vec{u}_1 + \left(\overrightarrow{P_2 - C}\right)\wedge\vec{u}_2 = \\ &= 2\left(2 + C_x\right)\hat{k} - 2C_z\hat{\imath} + 4\left(3 - C_x\right)\hat{k} + 4C_z\hat{\imath} = \\ &= \left(16 - 2C_x\right)\hat{k} + 2C_z\hat{\imath}\end{aligned}$$
- Cerchiamo ora un punto di applicazione:
  $$P\left(P_x, P_y, P_z\right)$$
  tale che:
  $$\left(\overrightarrow{P - C}\right)\wedge\left(\vec{u}_1 + \vec{u}_2\right) = \vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{u}_1+\vec{u}_2,P)\}} = \vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{u}_1,P_1),(\vec{u}_2,P_2)\}} = \left(\overrightarrow{P_1 - C}\right)\wedge\vec{u}_1 + \left(\overrightarrow{P_2 - C}\right)\wedge\vec{u}_2$$



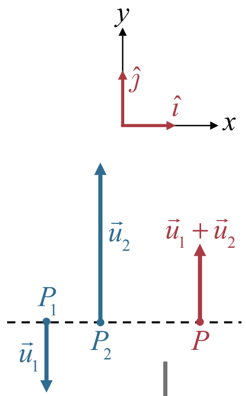
Esercizio 5 (IV)

- Avremo:
  $$\left(\overrightarrow{P - C}\right)\wedge\vec{\mathscr{R}} = \vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{u}_1+\vec{u}_2,P)\}} = \vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{u}_1,P_1),(\vec{u}_2,P_2)\}} = \left(\overrightarrow{P_1 - C}\right)\wedge\vec{u}_1 + \left(\overrightarrow{P_2 - C}\right)\wedge\vec{u}_2$$
  $$\left[\left(P_x - C_x\right)\hat{\imath} + \cancel{\left(P_y - C_y\right)\hat{\jmath}} + \left(P_z - C_z\right)\hat{k}\right]\wedge 2\hat{\jmath} = \left(16 - 2C_x\right)\hat{k} + 2C_z\hat{\imath}$$
  $$2\left(P_x - C_x\right)\hat{k} - 2\left(P_z - C_z\right)\hat{\imath} = \left(16 - 2C_x\right)\hat{k} + 2C_z\hat{\imath}$$
- Due vettori sono uguali se sono rispettivamente uguali le componenti cartesiane, per cui:
  $$\begin{cases} 2\left(P_x - \cancel{C_x}\right) = 16 - \cancel{2C_x} \\ -2\left(P_z - \cancel{C_z}\right) = \cancel{2C_z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_x = 8 \\ P_z = 0 \end{cases}$$
- Le componenti del centro di riduzione C si semplificano, come ci aspettavamo, in quanto non debbono influire sul risultato.



Esercizio 5 (V)

- Il **vettore applicato equivalente** dunque **esiste**. Vettore e punto di applicazione sono dati da:
  $$\begin{cases} \vec{\mathscr{R}} = 2\hat{\jmath} \\ P = \left(8, P_y, 0\right), \quad P_y \in \mathbb{R} \end{cases}$$



Esercizio 6

- Dati i due vettori:

  $\vec{u}_1 = -2\hat{\jmath}$

  $\vec{u}_2 = 2\hat{\jmath}$

  applicati rispettivamente nei punti:

  $P_1(-2,0,0)$

  $P_2(3,0,0)$

- Trovare, se esiste, un vettore applicato equivalente ai due e il suo punto di applicazione.

Esercizio 6 (II)

- Per calcolare i momenti occorre un centro di riduzione, anche se il risultato deve risultare indipendente dalla scelta di tale centro di riduzione. Scegliamo perciò, come centro di riduzione, il punto generico:

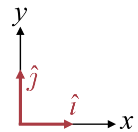
  $C(C_x, C_y, C_z)$

- La risultante si scrive:

  $\vec{\mathscr{R}} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 = -2\hat{\jmath} + 2\hat{\jmath} = \vec{0}$

- Il momento risultante si scrive:

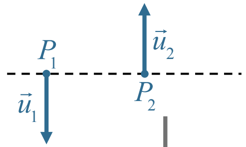
  $\vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{u}_1,P_1),(\vec{u}_2,P_2)\}} = (\overrightarrow{P_1 - C}) \wedge \vec{u}_1 + (\overrightarrow{P_2 - C}) \wedge \vec{u}_2$



- Si ha:

  $\overrightarrow{P_1 - C} = (-2 - C_x)\hat{\imath} - C_y\hat{\jmath} - C_z\hat{k}$

  $\overrightarrow{P_2 - C} = (3 - C_x)\hat{\imath} - C_y\hat{\jmath} - C_z\hat{k}$



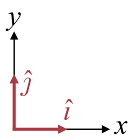
Esercizio 6 (III)

- Dunque:

  $(\overrightarrow{P_1 - C}) \wedge \vec{u}_1 = [(-2 - C_x)\hat{\imath} - \cancel{C_y\hat{\jmath}} - C_z\hat{k}] \wedge (-2\hat{\jmath}) = 2(2 + C_x)\hat{k} - 2C_z\hat{\imath}$

  $(\overrightarrow{P_2 - C}) \wedge \vec{u}_2 = [(3 - C_x)\hat{\imath} - \cancel{C_y\hat{\jmath}} - C_z\hat{k}] \wedge 2\hat{\jmath} = 2(3 - C_x)\hat{k} + 2C_z\hat{\imath}$

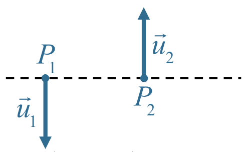
  $$\vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{u}_1,P_1),(\vec{u}_2,P_2)\}} = (\overrightarrow{P_1 - C}) \wedge \vec{u}_1 + (\overrightarrow{P_2 - C}) \wedge \vec{u}_2 =$$
  $$= 2(2 + \cancel{C_x})\hat{k} - \cancel{2C_z\hat{\imath}} + 2(3 - \cancel{C_x})\hat{k} + \cancel{2C_z\hat{\imath}} =$$
  $$= 10\hat{k}$$



- Cerchiamo ora un punto di applicazione:

  $P(P_x, P_y, P_z)$

  tale che:



  $(\overrightarrow{P - C}) \wedge (\vec{u}_1 + \vec{u}_2) = \vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{u}_1+\vec{u}_2,P)\}} = \vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{u}_1,P_1),(\vec{u}_2,P_2)\}} = (\overrightarrow{P_1 - C}) \wedge \vec{u}_1 + (\overrightarrow{P_2 - C}) \wedge \vec{u}_2$

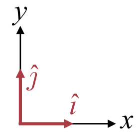
Esercizio 6 (IV)

- Avremo:

  $(\overrightarrow{P - C}) \wedge (\vec{u}_1 + \vec{u}_2) = \vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{u}_1+\vec{u}_2,P)\}} = \vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{u}_1,P_1),(\vec{u}_2,P_2)\}} = (\overrightarrow{P_1 - C}) \wedge \vec{u}_1 + (\overrightarrow{P_2 - C}) \wedge \vec{u}_2$

  $[(P_x - C_x)\hat{\imath} + (P_y - C_y)\hat{\jmath} + (P_z - C_z)\hat{k}] \wedge \vec{0} = 10\hat{k}$

  $\vec{0} = 10\hat{k}$

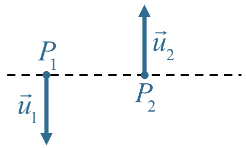


- Poiché k è un versore, esso non può essere nullo, per cui l'uguaglianza non sarà mai verificata.
- Ne concludiamo che **non esiste** un punto di applicazione:

  $P(P_x, P_y, P_z)$

  tale che:

  $(\overrightarrow{P - C}) \wedge (\vec{u}_1 + \vec{u}_2) = \vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{u}_1+\vec{u}_2,P)\}} = \vec{\mathscr{M}}^{(C)}_{\{(\vec{u}_1,P_1),(\vec{u}_2,P_2)\}} = (\overrightarrow{P_1 - C}) \wedge \vec{u}_1 + (\overrightarrow{P_2 - C}) \wedge \vec{u}_2$



- Dunque **non esiste un vettore applicato equivalente ai due vettori dati**.

ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA
SEDE DI FORLÌ

http://campus.cib.unibo.it/2458/

Domenico Galli

Dipartimento di Fisica

domenico.galli@unibo.it

http://www.unibo.it/docenti/domenico.galli

https://lhcbweb.bo.infn.it/GalliDidattica