# Schaltenden Aktuatoren mit Schaltungseinschränkungen in Lageregelungssystemen

Periodisches und nicht-periodisches Systemverhalten, Fragen zum Regelungsentwurf

Prof. Dr. sc. techn. ETH K. H. Kienitz, Oberpfaffenhofen

# Kurzfassung:

In diesem Beitrag wird das dynamische Verhalten von Lageregelungssystemen mit schaltenden Aktuatoren und Schaltungseinschränkungen behandelt. Schaltungseinschränkungen werden explizit berücksichtigt. Anhand einer eingehenden simulationsgestützten Parameterstudie, wird gezeigt, dass periodische, quasi-periodische oder chaotische Systemverhalten auftreten können. Als Visualisierungswerkzeuge werden unter anderem Verzweigungsdiagramme benutzt. Über die analytische Berechnung von Verzweigungsgrenzen und über den Reglerentwurf werden auch Aussagen gemacht.

# 1. Einführung

Für die Rolllageregelung in der Raketen- und Satellitentechnik werden häufig schaltende Antriebe eingesetzt ([1 bis 5]). Solche Aktuatoren bringen technologisch bedingte Schaltungseinschränkungen in die Systemdynamik ein. Oft werden die Aktuatoren im Pulsmodulationsmodus betrieben, in anderen Fällen im Direktbetrieb, wie in Bild 1 schematisch dargestellt.

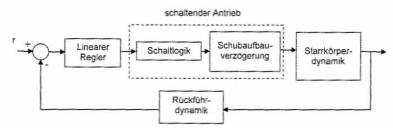


Bild 1: Lageregelungssystem mit schaltenden Aktuatoren im Direktbetrieb

Dieser Beitrag befasst sich mit einem Rolliageregelungssystem, in dem schaltende Aktuatoren mit Schaltungseinschränkungen im Direktbetrieb eingesetzt werden. Dieses System wird als Beispiel benutzt, um typisches dynamisches Verhalten und regelungstechnische Zusammenhänge zu erläutern, wie sie bei Systemen mit schaltenden Aktuatoren mit Schaltungseinschränkungen, insbesondere bei der Lageregelung, bestehen.

### 2. Systembeispiel

Als Beispiel wird das System aus Bild 2 betrachtet. Ziel ist die Rotllageregelung eines Starrkörpers (z.B. Satellit oder Rakete in der höheren Atmosphäre), dessen Lage Φ mit zwei Paaren kleiner Raketenantriebe geregelt werden soll.

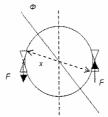


Bild 2: Skizze zur Rollageregelung eines starren Satelliten oder einer Rakete

Das Trägheitsmoment sei  $J = 1000 \text{ kg.m}^2$ . Für die Antriebe werden folgen Eigenschaften angenommen:

- Erzeugtes Moment (d.h. Pulsamplitude): 2 N.m
- Schaltrestriktionen:
  - Minimale Pulsdauer (ton\_min): 100 [ms]
  - Ruhe zwischen Pulsen verschiedener Aktuatorenpaare (t<sub>off\_min</sub>): 500 [ms]
  - Ruhe zwischen Pulsen des gleichen Aktuatorpaars (toff\_min\_s): 50 [ms]

Die Schubaufbaudynamik sei gegeben durch  $G_a(s) = 86.8^2/(s + 86.8)^2$ .

Die typische Spezifikation für das geregelte System ist die Forderung, dass Anfangsbedingungen und Lagestörungen ausreichend abklingen, d.h. in eine "gut gestaltete" Schwingung geringer Amplitude einmünden ([1], [5]). Um das erwünschte Verhalten zu erzielen, werden hier eine gewichtete Rückführung von Lagewinkel und Rollrate und ein linearer Kompensator erster Ordnung benutzt. Im Beispiel wird also vorausgesetzt das Lagewinkel und Winkelgeschwindigkeit als Messungen vorhanden sind. Das geregelte System ist im Blockdiagram in Bild 3 dargestellt. Die Reglerparameter sind z und p.

Anhand einer eingehenden simulationsgestützten Parameterstudie, in der die Parameter des linearen Reglers aus Bild 3 variiert werden, wird untersucht welche periodische oder nichtperiodische Verhaltensformen in diesem System auftreten können und wie die Grenzen zwischen den Verhaltensformen im Parameterraum aussehen.

866

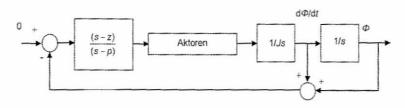


Bild 3: Rolllageregelungssystem

### 3. Auftretende Verhaltensformen

Wählt man einige geeignete Parametersätze und simuliert das System aus Bild 3 über einen längeren Zeitraum, so dass der Beitrag der Anfangsbedingungen abklingt, stellt man fest das folgende Verhaltensformen grundsätzlich möglich sind:

- Systeminstabilität.
- · Periodische Schwingung.
- Quasi-periodische Schwingung, d.h. das Signal enthält mehrere Frequenzen, deren Verhältniszahl nicht rational ist.
- Chaotische Schwingung, d.h. das Signalspektrum enthält ein Kontinuum von Frequenzen.

Das vorangestellte Verständnis von chaotischer Schwingung ist praktisch motiviert und ist nicht als rigorose Definition von "Chaos" gedacht. Typische Zeitverläufe der Ausgangsgröße (Lagewinkel  $\phi$ ) sind in Bild 4 dargestellt.

Wichtige Fragestellungen, die sich aus den vorangehenden Feststellungen ergeben, sind:

- Welche Gebiete im Parameterraum sind welchem Verhalten zuzuordnen?
- · Wie lassen sich Grenzen zwischen diesen Gebieten bestimmen?
- · Wie lässt sich der regelungstechnische Entwurf gestallten?

Auf diese 3 Fragen soll in den folgenden Abschnitten kurz eingegangen werden.

### 4. Welche Gebiete im Parameterraum sind welchem Verhalten zuzuordnen?

Als Visualisierungswerkzeuge des Systemverhaltens im Reglerparameterraum werden unter anderem Verzweigungsdiagramme benutzt, die sich auf lokale Maxima des Signals am Systemausgang beziehen, Bild 5(a), oder auf den Frequenzgehalt dieses Signals, Bild 5(b). Weitere Diagramme veranschaulichen z.B. den Zusammenhang zwischen Reglerparametern und Ausgangsamplitude (Bild 6). Der Vorteil solcher Diagramme gegenüber der Darstellung einzelner Zeitverläufe liegt auf der Hand.

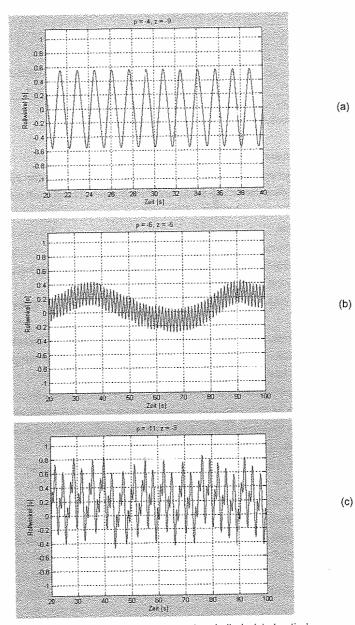


Bild 4: Verhaltensformen: (a) periodisch; (b) quasi-periodisch; (c) chaotisch

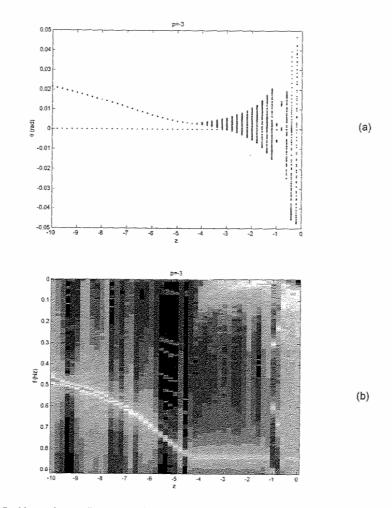


Bild 5: Verzweigungsdiagramme: (a) Lokale Maxima des Signals am Systemausgang; (b) Frequenzgehalt des Signals am Systemausgang

Grenzen im Parameterraum für die verschiedenen Schwingungsformen sind auf den Diagrammen in Bild 5 erkennbar. So ist für -10 < z < -4 das typische periodische Verhalten auszumachen, mit erkennbarer Verzweigung bei ca. z = -4. Ein weiteres periodisches "Fenster" existiert für -1 < z < -0.8. Zwischen diesen beiden periodischen Bereichen liegt eine

Region quasi-periodischer Schwingung, in der das Ausgangssignal im Wesentlichen zwei nicht kommensurable Frequenzen aufweist. Für z > -0.8 ist eine große Frequenzvielfalt erkennbar, was auf chaotisches Schwingen schließen lässt.

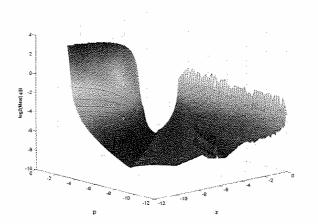


Bild 6: Amplituden am Systemausgang in Abhängigkeit der Reglerparameter

Bei genauerer Untersuchung der Zeitverläufe für die zwei periodischen Bereiche in Bild 5, stößt man auf verschieden Schaltmuster des Aktuators. So schaltet im Bereich -10 < z < -4 der Aktuator wie in Bild 7(a) dargestellt. Für -1 < z < -0.8 ist das Schaltmuster dasjenige aus Bild 7(b).

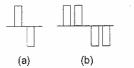


Bild 7: Verschiedene periodische Schaltmuster des Aktuators

Verschiedene Diagramme wie die aus Bild 5, lassen sich zu dem Verzweigungsdiagram in Bild 8 zusammenfassen. Dieses Diagram (wie auch die in Bild 5 und 6) stützen sich auf Simulationsergebnisse. Erheblicher Simulationsaufwand musste betrieben werden, um zu diesen Diagrammen zu gelangen. Deshalb stellt sich die Frage, ob die verschiedenen Verzweigungsgrenzen (in Bild 8) nicht auch auf analytischem Weg bestimmt werden können.

#### 5. Wie lassen sich Verzweigungsgrenzen bestimmen?

Für die höchstmögliche Frequenz periodischen Schaltens nach dem Schaltmuster in Bild 7(a), besteht für das System aus Bild 3 folgende grundsätzliche physikalische Restriktion [5]:

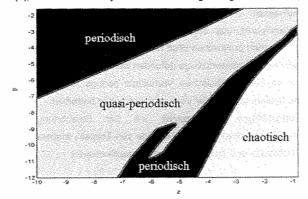


Bild 8: Verzweigungsdiagramm für das System aus Bild 3

$$f < \frac{1}{2(t_{off}\_\min + t_{on}\_\min})$$

Man kann daher mit einem Beschreibungsfunktionsansatz [6] die Grenze für dieses Verhalten approximativ bestimmen [7].

Eine zweite Möglichkeit, die sich nicht auf das Schaltmuster aus Bild 7(a) beschränkt, ist die Verwendung der Methode von Tsypkin [6]. In diesem Falle können die Verzweigungsgrenzen in Bild 8 mit beliebiger Genauigkeit bestimmt werden. Hieran wird zur Zeit gearbeitet.

# 6. Wie lässt sich der regelungstechnische Entwurf gestallten?

Vorangehende Abschnitte konzentrierten sich auf die Systemanalyse. Die Fragestellung nach einem systematischen regelungstechnischen Entwurf für Lagerregelsysteme mit schaltenden Aktuatoren mit Schaltrestriktionen drängt sich nun auf. Grundsätzlich kann, wie auch zur Berechnung der Verzweigungsgrenzen, die Methode von Tsypkin für den Regelungsentwurf mit periodischem Verhalten benutzt werden. Die Literatur berichtet, dass auch die Beschreibungsfunktionsmethode für das Schaltmuster aus Bild 7(a) interessante Entwürfe liefert [5], wenn die Schaltfrequenz nicht an die obere Grenze getrieben wird. Es gibt auch bereits beschreibungsfunktionsbasierte Entwurfsmethoden für robuste Grenzzykelregler [8 und 9].

# 7. Abschließende Bemerkungen und Ausblick

Es wurde gezeigt, dass schaltende Aktuatoren mit Schaltungseinschränkungen in Lageregelsystemen in Abhängigkeit der Reglerwahl zu periodischem, quasi-periodischem oder chaotischem Verhalten aufweisen.

Vom regelungstechnischen Standpunkt aus bleibt die Frage noch offen, ob quasiperiodisches und chaotisches Verhalten praktischen Wert hat. Außerdem müssen für solche Fälle noch erst geeignete Reglerauslegungswerkzeuge gefunden werden. Die Bilder 6 und 8 lassen den Schluss zu, dass im Falle periodischen Verhaltens geringe Amplituden mit Reglern erzielt werden, die das System dicht an der Verzweigungsgrenze betreiben.

Weiterführende Arbeiten beschäftigen sich zurzeit mit der Berechnung der Verzweigungsgrenzen und dem Reglerentwurf mit der Methode von Tsypkin, insbesondere auch unter Beachtung von Robustheits- und Treibstoffverbrauchspezifikationen.

### 8. Dank

Der Verfasser wurde vom Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Brasilien, für einen Forschungsaufenthalt am DLR beurlaubt und dankt für die Unterstützung dieses Aufenthalts durch die Alexander von Humboldt-Stiftung, Bonn, und FAPESP, São Paulo.

#### 9. Literaturhinweise:

- Antropov, N.N., et al.: Pulsed plasma thrusters for spacecraft attitude and orbit control system. Proc. 26th Int. Propulsion Conference, Japan, Band 2, S. 1129-1135, 1999.
- [2] Martin, R.E.: Atlas II and IIA analyses and environments validation. Acta Astronautica 35 (1995) S. 771-791.
- [3] Castro Leite Filho, W.: Strategy for Upper-Stage Pitch-Over Maneuver Control. Aerospace Science and Technology 7 (2003) S. 223-230.
- [4] Topland, M.P.: Nonlinear attitude control of the micro-satellite ESEO. Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norwegen, M.Sc. thesis, 2004.
- [5] Oliveira, N.M.F, Kienitz, K.H.: Atiltude controller design for a system using actuators with switching-time restrictions and delays. Proc. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Denver, USA, Beitrag AIAA-2000-3967, 2000.
- [6] Cook, P.: Nonlinear dynamical systems. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall 1986.
- [7] Mesquita, A.R., K.H. Kienitz, K.H.: Persistent motion and chaos in attitude control with switching actuators, Proc. 16th IFAC World Congress, Prag, 2005.

- [8] Oliveira, N. M. F., Kienitz, K. H., Misawa, E. A.: An algebraic approach to the design of robust limit cycle controllers. Proc. American Control Conference, Denver, USA, Band 3, S. 2419 – 2423, 2003.
- [9] Oliveira, N.M.F.: Analysis and synthesis of robust control system with separable nonlinearities. Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Brasilien, D.Sc. Dissertation, 2003.