 ISBN : 978-979-16353-8-7

S-7

PEMBENTUKAN PORTOFOLIO OPTIMAL MENGGUNAKAN METODE MINIMAX

Lilik Fauziah, Retno Subekti
Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

ABSTRAK

Metode optimasi portofolio Minimax bertujuan meminimumkan risiko maksimum dari individual aset yang terdapat dalam portofolio, sehingga diharapkan jika risiko individual asetnya kecil, maka risiko portofolio juga akan kecil. Metode Minimax menggunakan asumsi waktu yang digunakan hanya satu periode aset tunggal, tidak ada biaya transaksi, semua aset berisiko, preferensi investor hanya didasarkan pada *expected return* dan risiko, serta tidak diperbolehkan *short selling*. Metode Minimax didasari oleh pengali lagrange dan kondisi Kuhn-Tucker. Metode Minimax akan diterapkan pada 10 saham LQ-45 terpilih yaitu AALI, ITMG, BBCA, CPIN, JSMR, KLBF, PGAS, TLKM, UNVR, ICBP. Harga saham pada masa yang akan datang diprediksi menggunakan metode ARIMA untuk dapat mengetahui prediksi nilai portofolio pada masa yang akan datang.

Kata kunci : portofolio Minimax, ARIMA, Risiko.

Pendahuluan

Teori portofolio pertama kali dikenalkan oleh Markowitz (1952) yaitu dengan memanfaatkan hubungan antara rata-rata *return* dengan variansi *return* untuk memperoleh variansi paling kecil yang selanjutnya dikenal dengan *mean-variance optimization portfolio*. Proses perhitungan *mean-variance optimization portfolio* menggunakan matriks varians-kovarian sehingga untuk portofolio dengan skala besar proses pehitungan ini tidak efisien. Karena proses perhitungan metode *mean variance* tidak efisien maka pada tahun 1998 Young memperkenalkan metode yang lebih sederhana yaitu *minimax portfolio optimization* dan kemudian dikaji lebih lanjut oleh Cai *et al* (2000). Metode optimasi portofolio Minimax bertujuan meminimumkan risiko maksimum dari individual aset yang terdapat dalam portofolio, sehingga diharapkan jika risiko individual asetnya kecil, maka risiko portofolio juga akan kecil. Investor yang ingin memprediksi harga saham untuk memprediksi nilai portofolionya pada masa yang akan datang dapat menggunakan analisis runtun waktu berdasarkan data historis. Salah satu metode runtun waktu adalah metode *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) dikembangkan oleh Box-Jenkins. Pasar modal di Indonesia tergolong pasar modal yang transaksinya tipis (*thin market*), yaitu pasar modal yang sebagian besar sekuritasnya kurang aktif diperdagangkan, sehingga diperkenalkan indeks LQ-45. Berdasarkan latar belakang, maka makalah ini akan membahas pembentukan portofolio dengan menggunakan metode Minimax dan menerapkannya pada 10 saham terpilih yang termasuk dalam daftar saham LQ-45 serta meramalkan

 ISBN : 978-979-16353-8-7

harga saham untuk memprediksi nilai portofolio pada masa yang akan datang menggunakan metode ARIMA.

Pembahasan

1. Portofolio Minimax

Portofolio saham adalah investasi yang terdiri dari berbagai saham perusahaan yang berbeda, dengan harapan jika harga salah satu saham turun, sementara saham yang lain meningkat maka investasi tersebut tidak mengalami kerugian (Zulbir, 2010:2). Makalah ini akan membahas optimasi menggunakan Minimax dengan fungsi minimasi yaitu meminimumkan risiko dan keuntungan yang bernilai negatif (rugi) dengan tujuan mendapatkan keuntungan yang maksimal dengan risiko terkecil. Model Minimax menggunakan beberapa asumsi-asumsi, yaitu:

1) Waktu yang digunakan hanya satu periode aset tunggal
2) Tidak ada biaya transaksi
3) Semua aset berisiko
4) Preferensi investor hanya didasarkan pada *expected return* dan risiko dari portofolio.
5) Tidak diperbolehkan *short selling*.

Metode Minimax mempertimbangkan *expected return* dan risikonya. Model ini disebut Minimax karena bertujuan meminimalkan risiko maksimum individual asetnya dengan meminimalkan simpangan mutlaknya (risiko) dan memilih *expected return* yang maksimum. Jika risiko individual asetnya kecil maka diharapkan total risiko portofolionya juga akan kecil. Penyusunan portofolio Minimax perlu mempertimbangkan beberapa hal, yaitu:

2. *Return* dan *expected return*

Nilai *Return*, *expected return* saham dan *expected return* portofolio diperoleh dengan persamaan berikut:

$$R_{it} = \frac{P_{it} - P_{i(t-1)}}{P_{i(t-1)}}$$

Keterangan:

R_{it} = *Return* saham i pada waktu ke-t

P_{it} = Harga saham i pada waktu ke-t tanpa adanya dividen

$P_{i(t-1)}$ = Harga saham i pada waktu ke-$(t-1)$ tanpa adanya dividen

$$E(R_{it}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_{it}}{n}$$

Keterangan:

$E(R_{it})$ = *Expected return* saham i pada waktu ke-t

R_{it} = *Return* saham i pada waktu ke-t

n = Banyaknya saham individual

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i)$$

Keterangan:

$E(R_p)$ = *Expected return* portofolio

w_i = bobot/proporsi saham i dalam portofolio

Return adalah hasil yang diperoleh dari suatu investasi. Berdasarkan persamaan *return* maka jika harga saham sekarang (P_{it}) lebih tinggi daripada harga saham periode lalu (P_{it-1}) maka berarti terjadi keuntungan modal, namun jika sebaliknya maka berarti terjadi kerugian.

3. Risiko portofolio

Investor selain harus memperhatikan *return* sahamnya tetapi juga harus memperhitungkan besarnya risiko agar tercapai tujuan pembentukan portofolio. Berikut akan dijelaskan mengenai risiko portofolio pada minimax:

Jika di asumsikan:

M_0 = total bobot/proporsi saham dalam portofolio

S_i = sejumlah n aset/saham dengan i =1, 2, ..., n

R_i = *return* dari saham S_i (variabel random)

w_i = bobot/proporsi saham i dalam portofolio

$w_i \geq 0$ menandakan portofolio tidak boleh *short selling* (semua saham yang diperjual belikan tidak boleh pinjaman) dan $\sum_{i=1}^{n} w_i = M_0$

Maka daerah yang memenuhi semua syarat pembatas (*fisibel*) optimasi portofolio adalah:

$$\delta = \{\mathrm{w_i} = (w_1, w_2, w_3, ..., w_n) : \sum_{i=1}^{n} w_i = M_0, w_i \geq 0, i = 1,2,3,....., n\} \quad (1)$$

Pada kasus ini $w_i = (w_1, w_2, ..., w_n)$ menunjukkan bobot/proporsi aset-aset yang terbentuk dalam portofolio dan diketahui secara jelas dalam definisi litner bahwa komposisi dana yang diinvestasikan pada masing-masing saham, apabila dijumlahkan harus sama dengan satu, yakni $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$ (Elton dan Gruber, 2003:111). Berdasarkan definisi Litner $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$ dan diasumsikan bahwa $\sum_{i=1}^{n} w_i = M_0$ maka $M_0 = 1$, sehingga jumlahan dari alokasi M_0 pada saham S_i yaitu w_i merupakan bobot/proporsi dari setiap saham dalam portofolio. Besarnya risiko dapat dihitung menggunakan *Mean Absolute Deviation* (MAD) yang dinotasikan q_i. Besarnya risiko adalah rerata penyimpangan antara tingkat pengembalian yang diharapkan (*expected return*) dengan tingkat pengembalian yang dicapai secara nyata (*realized return*) dalam setiap sahamnya. Fungsi risiko dalam Minimax didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 3.1 Risiko Minimax

$$H_\infty (w_i) = \max_{1 \leq i \leq n} E(| R_i w_i - E(R_i) w_i |)$$

Karena $w_i \in \delta$ maka $H_\infty (w_i) = \max_{1 \leq i \leq n} E(| R_i - E(R_i) |) w_i$

 ISBN : 978-979-16353-8-7

$$H_{\infty}(w_i) = \max_{1\le i\le n} q_i w_i \qquad (2)$$

Risiko portofolio Minimax merupakan nilai maksimum dari *mean absolute deviasi* pada tiap saham dikalikan dengan bobotnya.

Diasumsikan investor ingin memaksimalkan *expected return* sekaligus meminimalkan tingkat risikonya, hal ini merupakan suatu masalah optimasi dengan dua kriteria tujuan tetapi dalam prosesnya tidak bisa dilakukan bersamaan. Optimasi hanya menggunakan satu kriteria tujuan untuk dapat memperoleh solusi optimal. Jika terdapat masalah optimasi dengan dua kriteria yang berbeda, maka salah satu kriteria dijadikan bentuk negatif agar proses optimasinya dapat dilakukan bersamaan dan menjadikan solusi optimal dari proses optimasinya tidak bias. Agar investor dapat memaksimalkan keuntungan maka dilakukan optimasi dengan tujuan meminimumkan sebagai berikut (Cai, 2000:958):

Meminimumkan $\left(H_{\infty} w_i, -E(Rp)\right)$ (3)

dengan batasan $\sum_{i=1}^{n} w_i = M_0, w_i \ge 0, i = 1,2,3,....,n$

Portofolio $w_i = (w_1, w_2, w_3........, w_n) \in \delta$ dikatakan efisien jika tidak terdapat bobot $y_i = (y_1, y_2, y_3........, y_n) \in \delta$ yang mengakibatkan

$$\max_{1\le i<n} q_i y_i \le \max_{1\le i<n} q_i w_i \ , \sum_{i=1}^{n} E(R_i) y_i \ge \sum_{i=1}^{n} E(R_i) w_i \qquad (4)$$

Berdasarkan persamaan (3) dan (4) maka nilai fungsi $\left(H_{\infty} w_i \ , -E(Rp)\right)$merupakan titik efisien (*efficient point*). *Efficient point* adalah solusi terbaik untuk kedua kriteria yang terdapat dalam optimasi. Kumpulan *efficient point* adalah *efficient frontier*. Berdasarkan persamaan (3) maka masalah optimasi portofolio *bicriteria* dapat ditransformasikan ke bentuk *Bicriteria Linear Programming* (BLP) *problem* (Cai, 2000:958) yaitu:

Meminimumkan $\left(Y, -E(Rp)\right)$, dimana $Y = \max_{1\le i\le n} q_i w_i$ (5)

dengan batasan $q_i w_i - Y \le 0, \sum_{i=1}^{n} w_i - M_0 = 0, w_i \ge 0, i = 1,2,3,....,n$

4. Pembobotan Portofolio Minimax

Solusi optimal metode Minimax menggunakan metode analisis yaitu dari program linear pada persamaan (5) diubah menjadi optimasi parametrik karena menggunakan parameter α sebagai parameter toleransi risiko pada optimasi tunggalnya. Kriteria/tujuan dari portofolio Minimax adalah meminimumkan tingkat risiko dan keuntungan yang bernilai negatif. α adalah parameter toleransi risiko dari investor dengan $0 < \alpha < 1$. Semakin besar α maka semakin besar pula risiko yang dapat ditoleransi oleh investor. Dengan mengakomodir nilai α pada masalah optimasi, maka persamaan optimasi (5) dapat dibentuk dalam optimasi parametrik dengan kriteria optimasi tunggal. Jika (w_i, Y) adalah solusi efisien dari persamaan (5) maka berdasarkan persamaan linier dengan $f(x_1) = Y$ dan $f(x_2) = -E(Rp)$ maka diperoleh:

Meminimumkan $F_\lambda(w_i, Y) = \alpha f(x_1) + (1-\alpha)\left(f(x_2)\right)$

$$= \alpha Y + (1-\alpha)\left(-\sum_{i=1}^{n} E(R_i) w_i\right) \qquad (6)$$

dengan batasan $q_i w_i - Y \le 0, \sum_{i=1}^{n} w_i - M_0 = 0, w_i \ge 0, i = 1,2,3,\ldots,n$

Berdasarkan persamaan (6) memiliki tiga batasan yaitu $q_i w_i - Y \le 0, \sum_{i=1}^{n} w_i - M_0 = 0$ dan $w_i \ge 0, i = 1,2,3,\ldots,n$ maka menggunakan fungsi lagrange tiga pengali yaitu μ_i, β_0, γ_i dan kondisi Kuhn-Tucker diperoleh:

$$L(w_i, Y, \mu_i, \beta_0, \gamma_i) = \alpha Y + (1-\alpha)\left(-\sum_{i=1}^{n} E(R_i) w_i\right) + \sum_{i=1}^{n} \mu_i (q_i w_i - Y) + \beta_0\left(\sum_{i=1}^{n} w_i - M_0\right) - \sum_{i=1}^{n} \gamma_i w_i \qquad (7)$$

Penyelesaian (7) adalah:

$\dfrac{\partial L}{\partial w_i} = 0$, sehingga $\dfrac{\partial L}{\partial w_i} = -(1-\alpha)E(R_i) + \mu_i q_i + \beta_0 - \gamma_i = 0,\ i = 1,2,3,\ldots\ldots,n$ (8)

$\dfrac{\partial L}{\partial Y} = 0$, sehingga $\dfrac{\partial L}{\partial Y} = \alpha - \sum_{i=1}^{n} \mu_i = 0,\ i = 1,2,3,\ldots\ldots,n$ (9)

$(q_i w_i - Y)\mu_i = 0,\ i = 1,2,3,\ldots\ldots,n$ (10)

$\sum_{i=1}^{n} w_i - M_0 = 0,\ i = 1,2,3,\ldots\ldots,n$, sehingga $\sum_{i=1}^{n} w_i = M_0$ (11)

$\gamma_i w_i = 0,\ i = 1,2,3,\ldots\ldots,n$ (12)

$\mu_i \ge 0,\ i = 1,2,3,\ldots..,n$ (13)

$\gamma_i \ge 0,\ i = 1,2,3,\ldots..,n$ (14)

Didefinisikan $\delta^*(\alpha) : \{i = \mu_i > 0\}$, misalkan $w_i = 0$ untuk $i \notin \delta^*(\alpha)$, hal ini merupakan dugaan namun untuk membuktikan bahwa dugaan ini benar maka digunakan kontraposisi dari definisi tersebut yaitu $i \in \delta^*(\alpha)$ sebagai berikut:

a. $\mu_i > 0$ maka berdasarkan persamaan (10) diperoleh $q_i w_i - Y = 0$ atau dapat ditulis $w_i = \dfrac{Y}{q_i}$. Hasil substitusi w_i kepersamaan (11) adalah:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i - M_0 = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{Y}{q_i} - M_0 = 0$$

$$Y \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{q_i} = M_0$$

 ISBN : 978-979-16353-8-7

$$Y = M_0 \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{q_i} \right)^{-1}, \text{ dengan } i \in \delta^*(\alpha) \tag{15}$$

Diasumsikan tidak ada dua aset S_i dan S_l, sedemikian sehingga $E(R_i) = E(R_l)$ dan $q_i = q_l$. Apabila terdapat dua aset pada permasalahan asli, maka kita asumsikan sebagai suatu kumpulan aset tunggal.

Berdasarkan persamaan (15) dan $w_i = \dfrac{Y}{q_i}$ maka:

$$w_i = \frac{M_0 \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{q_i} \right)^{-1}}{q_i}$$

$$w_i = \frac{M_0}{q_i} \left(\sum_{l \in \delta^*(\alpha)} \frac{1}{q_l} \right)^{-1}, \ i \in \delta^*(\alpha)$$

Maka diperoleh nilai pembobotan sebagai berikut:

Teorema 3.1 Bobot saham dalam portofolio

$$w_i = \begin{cases} \frac{M_0}{q_i} \left(\sum_{l \in \delta^*(\alpha)} \frac{1}{q_l} \right)^{-1}, & i \in \delta^*(\alpha) \\ 0, & i \notin \delta^*(\alpha) \end{cases} \tag{16}$$

b. Nilai μ_i berdasarkan persamaan (8) adalah:

$$\mu_i = \frac{1}{q_i} \left[(1-\alpha) E(R_i) - \beta_0 + \gamma_i \right] \tag{17}$$

Karena tidak diperbolehkan *short selling* maka $w_i \geq 0$, sehingga persamaan (12) diperoleh $\gamma_i = 0$ dan nilai μ_i menjadi:

$$\mu_i = \frac{1}{q_i} \left[(1-\alpha) E(R_i) - \beta_0 \right] \tag{18}$$

Jika persamaan (17) disubstitusikan ke persamaan (9) maka diperoleh:

$$\alpha = \sum_{i=1}^{n} \mu_i$$

$$\alpha = \sum_{l \in \delta^*(\alpha)} \mu_l$$

$$\alpha = \sum_{l \in \delta^*(\alpha)} \frac{1}{q_l} \left[(1-\alpha) E(R_l) - \beta_0 \right]$$

$$\alpha = (1-\alpha) \sum_{l \in \delta^*(\alpha)} \frac{1}{q_l} E(R_l) - \sum_{l \in \delta^*(\alpha)} \frac{1}{q_l} \beta_0 \tag{19}$$

Berdasarkan persamaan (19) dapat diperoleh nilai β_0 sebagai berikut:

$$\beta_0 = \left(\sum_{l \in \delta^*(\alpha)} \frac{1}{q_l} \right)^{-1} \left((1-\alpha) \sum_{l \in \delta^*(\alpha)} \frac{E(R_l)}{q_l} - \alpha \right) \tag{20}$$

Jika persamaan (18) disubstitusikan ke persamaan (17) maka diperoleh persamaan:

$$\mu_i = \frac{1}{q_i}\left[(1-\alpha)E(R_i) - \left(\sum_{l\in\delta^*(\alpha)} \frac{1}{q_l}\right)^{-1}\left((1-\alpha)\sum_{l\in\delta^*(\alpha)} \frac{E(R_l)}{q_l} - \alpha\right)\right] \tag{21}$$

dengan $i \in \delta^*(\alpha)$

c. Berdasarkan persamaan (8) diperoleh nilai γ_i :

$$\gamma_i = -(1-\alpha)E(R_i) + \mu_i q_i + \beta_0 = -(1-\alpha)E(R_i) + \beta_0 \tag{22}$$

Jika dapat menentukan himpunan $\delta^*(\alpha)$ dengan benar, yang himpunan tersebut menjamin bahwa μ_i dan γ_i yang ditunjukkan oleh persamaan (21) dan (22) yang bernilai non negatif, maka Y dan w_i yang diberikan pada persamaan (15) dan (16) akan menjadi solusi yang memenuhi semua kondisi Kuhn-Tucker yaitu persamaan (8) sampai (14).

Diasumsikan untuk sembarang $\alpha \in (0,1)$ berdasarkan kondisi Kuhn-Tucker solusi optimal berdasarkan persamaan (15) dan (16) adalah:

$$w_i{}^* = \begin{cases} \frac{M_0}{q_i}\left(\sum_{l=\delta^*(\alpha)} \frac{1}{q_l}\right)^{-1}, i \in \delta^*(\alpha) \\ 0, i \notin \delta^*(\alpha) \end{cases} \tag{23}$$

$$Y^* = M_0\left(\sum_{l=\delta^*(\alpha)} \frac{1}{q_l}\right)^{-1} \tag{24}$$

$\delta^*(\alpha)$ merupakan himpunan dari aset/saham yang hendak diinvestasikan, yang ditentukan oleh aturan berikut:

1) $E(R_1) \le E(R_2) \le .... \le E(R_n)$ jika terdapat sebuah integer $k \in [0, n-2]$ sehingga:

$$\frac{E(R_n) - E(R_{n-1})}{q_n} < \frac{\alpha}{1-\alpha} \tag{25}$$

$$\frac{E(R_n) - E(R_{n-1})}{q_n} + \frac{E(R_{n-1}) - E(R_{n-2})}{q_{n-1}} < \frac{\alpha}{1-\alpha} \tag{36}$$

.

.

.

$$\frac{E(R_n) - E(R_{n-k})}{q_n} + \frac{E(R_{n-1}) - E(R_{n-k})}{q_{n-1}} + ... + \frac{E(R_{n-k+1}) - E(R_{n-k})}{q_{n-k+1}} < \frac{\alpha}{1-\alpha} \tag{27}$$

Dan

$$\frac{E(R_n)-E(R_{n-k-1})}{q_n}+\frac{E(R_{n-1})-E(R_{n-k+1})}{q_{n-1}}+.....+$$

$$\frac{E(R_{n-k+1})-E(R_{n-k-1})}{q_{n-k+1}}+\frac{E(R_{n-k})-E(R_{n-k-1})}{q_{n-k}}\geq\frac{\alpha}{1-\alpha} \qquad (28)$$

Maka: $\delta^*(\alpha)=\{n,n-1,.......,n-k\}$ (29)

2) Jika poin pertama tidak terpenuhi untuk sembarang integer $k\in[0,n-2]$ maka berlaku

$$\delta^*(\alpha)=\{n,n-1,.......,1\} \qquad (30)$$

Diasumsikan jika terdapat bilangan bulat $k\in[0,n-2]$ sedemikian sehingga (25) sampai (28) terpenuhi maka kumpulan aset yang di investasikan $\delta^*(\alpha)$ adalah persamaan (29), sehingga dapat menjamin kondisi $\mu_i\geq 0$ dan $\gamma_i\geq 0$. Analisis berikut akan membuktikan argumen tersebut.

Berdasarkan persamaan (21) untuk sembarang $i=\delta^*(\alpha)=\{n,n-1,.....,n-k\}$ diperoleh:

$$\mu_i=\frac{1}{q_i}\left[(1-\alpha)E(R_i)\left(\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{1}{q_l}\right)\left(\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{1}{q_l}\right)^{-1}-\left(\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{1}{q_l}\right)^{-1}\left(1-\alpha\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{E(R_l)}{q_l}-\alpha\right)\right]$$

$$=\frac{1}{q_i}\left(\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{1}{q_l}\right)^{-1}\left[(1-\alpha)\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{E(R_i)}{q_l}-\left((1-\alpha)\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{E(R_l)}{q_l}-\alpha\right)\right]$$

$$=\left(\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{q_i}{q_l}\right)^{-1}\left[(1-\alpha)\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{E(R_i)}{q_l}-(1-\alpha)\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{E(R_l)}{q_l}+\alpha\right]$$

$$=\left(\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{q_i}{q_l}\right)^{-1}\left((1-\alpha)\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{E(R_i)-E(R_l)}{q_l}+\alpha\right)$$

$$=\left(\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{q_i}{q_l}\right)^{-1}(1-\alpha)\left(\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{E(R_i)-E(R_l)}{q_l}+\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)$$

$$=\left(\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{q_i}{q_l}\right)^{-1}(1-\alpha)\left\{\left[\sum_{l=n-k}^{i}\frac{E(R_i)-E(R_l)}{q_l}+\sum_{l=i+1}^{n}\frac{E(R_i)-E(R_l)}{q_l}+\frac{\alpha}{1-\alpha}\right]\right.$$

$$=\left(\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{q_i}{q_l}\right)^{-1}(1-\alpha)\left[\sum_{l=n-k}^{i}\frac{E(R_i)-E(R_l)}{q_l}-\sum_{l=i+1}^{n}\frac{E(R_l)-E(R_i)}{q_l}+\frac{\alpha}{1-\alpha}\right]\geq 0$$

$\left(\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{q_i}{q_l}\right)^{-1}\geq 0$, $(1-\alpha)\geq 0$, karena $0<\alpha<1$ dan

$$\left[\sum_{l=n-k}^{i}\frac{E(R_i)-E(R_l)}{q_l}-\sum_{l=i+1}^{n}\frac{E(R_l)-E(R_i)}{q_l}+\frac{\alpha}{1-\alpha}\right]\geq 0,$$ karena $E(R_i)\geq E(R_l)$ dan berdasarkan persamaan (27).

Hasil substitusi persamaan (20) ke (22) untuk $i=1,2,3,.....,n-k-1$ diperoleh persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
\gamma_i &= -(1-\alpha)E(R_i)+\beta_0\\
&= -(1-\alpha)E(R_i)\left(\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{1}{q_l}\right)\left(\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{1}{q_l}\right)^{-1}+\left(\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{1}{q_l}\right)^{-1}\\
&\qquad\left((1-\alpha)\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{E(R_l)}{q_l}-\alpha\right)\\
&= \left(\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{1}{q_l}\right)^{-1}\left(-(1-\alpha)\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{E(R_i)}{q_l}+(1-\alpha)\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{E(R_l)}{q_l}-\alpha\right)\\
&= \left(\sum_{i\in\delta^*(\alpha)}\frac{1}{q_l}\right)^{-1}(1-\alpha)\left(\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{E(R_l)-E(R_i)}{q_l}-\alpha\right)\\
&= \left(\sum_{i\in\delta^*(\alpha)}\frac{1}{q_l}\right)^{-1}(1-\alpha)\left(\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{E(R_l)-E(R_i)}{q_l}-\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)
\end{aligned}$$

Karena $\left(\sum_{i\in\delta^*(\alpha)}\frac{1}{q_l}\right)^{-1}\geq 0$, $(1-\alpha)\geq 0$ dan berdasarkan persamaan (28) $\sum_{l\in\delta^*(\alpha)}\frac{E(R_l)-E(R_i)}{q_l}-\frac{\alpha}{1-\alpha}$ maka $\gamma_i\geq 0$

Kondisi Kuhn-Tucker yang terdapat dalam persamaan (13) dan (14) telah terpenuhi oleh himpunan $\delta^*(\alpha)$ dari persamaan (29) maka hal ini membuat seluruh kondisi Kuhn-Tucker terpenuhi dan persamaan (15) dan (16) menjadi solusi optimal dari permasalahan optimasi Minimax.

5. Uji normalitas saham

Berdasarkan hasil uji normalitas menggunakan *one sample kolmogorov-smirnov* maka dari 45 saham yang termasuk dalam daftar LQ-45 diperoleh 18 saham yang berdistribusi normal dan dipilih 10 saham yang mewakili masing-masing bidang dengan nilai signifikansi masing-masing saham yaitu AALI (0,300), ITMG (0,355), BBCA (0,261), CPIN (0,348), JSMR (0,387), KLBF (0,185), PGAS (0,290), TLKM (0,600), UNVR (0,717), ICBP (0,280).

Hipotesis:

H_0= data berdistribusi normal

H_1= data tidak berdistribusi normal

H_0 ditolak jika Sign. < nilai α yang digunakan

 ISBN : 978-979-16353-8-7

Uji normalitas return saham menggunakan nilai α = 0,05. Berdasarkan tabel ouput uji normalitas menggunakan uji *one sample kolmogorov-smirnov* untuk saham maka H_0 diterima karena Sign. > 0,05 sehingga dapat disimpulkan bahwa harga saham pada kesepuluh saham tersebut berdistribusi normal.

6. Pembentukan portofolio optimal Minimax

Berdasarkan persamaan (16) yang merupakan solusi optimal bobot dari masalah optimasi Minimax, maka berdasarkan perhitungan menggunakan program excel maka diperoleh bobot AALI (7,84%), ITMG (9,19%), BBCA (12,54%), CPIN (7,36%), JSMR (11,44%), KLBF (15,15%), PGAS (7,34%), TLKM (12,71%), UNVR (8,36%), ICBP (8,06%).

Berdasarkan hasil pembobotan tidak terdapat bobot/proporsi yang bernilai negatif yang artinya sesuai dengan asumsi bahwa tidak diperbolehkan *short sale.* Bobot/proporsi terbesar dalam portofolio adalah saham KLBF yaitu 15,15% dan terkecil adalah PGAS yaitu 7,34%.

7. Hasil penerapan metode Minimax dalam Portofolio

Diilustrasikan investor menginvestasikan uang sebesar Rp 200.000.000,00 terhadap 10 saham terpilih maka *expected return* investor sebesar Rp 37.182.646,00 dengan risiko rugi sebesar Rp 3.385.207,60.

Diilustrasikan Investor akan membeli sepuluh saham pada tanggal 30 Maret 2012 dan akan menjual saham tersebut pada periode 2 April 2012 sampai 30 April 2012. Proporsi dana setiap saham dari total dana sebesar Rp 200.000.000,00 untuk membeli saham adalah:

Saham	Bobot portofolio	Dana tiap saham
AALI	7,84%	Rp 15.680.000,00
ITMG	9,19%	Rp 18.380.000,00
BBCA	12,54%	Rp 25.080.000,00
CPIN	7,36%	Rp 14.720.000,00
JSMR	11,44%	Rp 22.880.000,00
KLBF	15,15%	Rp 30.300.000,00
PGAS	7,34%	Rp 14.680.000,00
TLKM	12,71%	Rp 25.420.000,00
UNVR	8,36%	Rp 16.720.000,00
ICBP	8,06%	Rp 16.120.000,00

Tabel 1 proporsi dana tiap saham

Berdasarkan proporsi dana setiap saham, maka masing-masing perusahaan dapat membelanjakan uangnya sebanyak lembar saham berikut:

Tanggal	Saham	Harga beli (Rp)	Lembar saham	Total Belanja (Rp)
30/03/2012	AALI	23.300	673	15.680.900
30/03/2012	ITMG	43.300	424	18.359.200
30/03/2012	BBCA	8.000	3135	25.080.000
30/03/2012	CPIN	2.750	5353	14.720.750

30/03/2012	JSMR	5.050	4531	22.881.550
30/03/2012	KLBF	3.500	8657	30.299.500
30/03/2012	PGAS	3.775	3889	14.680.975
30/03/2012	TLKM	7.000	3631	25.417.000
30/03/2012	UNVR	19.650	851	16.722.150
30/03/2012	ICBP	5.400	2985	16.119.000

Tabel 2 jumlah lembar saham yang dapat dibeli

Berdasarkan banyaknya lembar saham yang dibeli pada tanggal 30 Maret 2012 dan akan dijual kembali pada periode tanggal 2 April 2012 sampai 30 April 2012, maka harga saham akan diprediksi menggunakan metode ARIMA. Metode ARIMA berguna untuk memprediksi nilai portofolio pada periode berikutnya sehingga dapat mengetahui prediksi pada tanggal berapa akan diperoleh keuntungan maksimal, selanjutnya akan dibandingkan dengan nilai portofolio real dan keuntungan real.

8. Peramalan menggunakan model ARIMA

Berdasarkan hasil peramalan untuk periode 2 April 2012 sampai dengan 30 April 2012 maka diperoleh perbandingan keuntungan penjualan saham yang diprediksi menggunakan ARIMA dan berdasarkan harga saham real berikut:

TANGGAL	Real	Ramalan
02/04/2012	2146275	619900
03/04/2012	2146275	174618
04/04/2012	-1063400	-271253
05/04/2012	1220775	-490293
06/04/2012	1220775	-600439
09/04/2012	78625	-628591
10/04/2012	-8150	-613035
11/04/2012	-629050	-569854
12/04/2012	-833600	-509348
13/04/2012	-774075	-436550
16/04/2012	-2551850	-354632
17/04/2012	-1475750	-265663
18/04/2012	-758425	-171176
19/04/2012	-483075	-71754
20/04/2012	864825	31550,5
23/04/2012	-83550	138170
24/04/2012	2261250	247591
25/04/2012	3770650	359708
26/04/2012	5794200	474270
27/04/2012	6481925	590740
30/04/2012	7791475	709220

Tabel 3 Perbandingan Keuntungan Real dan Ramalan

Keuntungan terbesar diperoleh pada tanggal 24 sampai 30 April namun untuk lebih aman dalam mengambil keputusan dalam berinvestasi maka sebaiknya dipilih saat harga saham sudah stabil dan disarankan untuk memilih tanggal 30 April dengan prediksi keuntungan paling maksimal yaitu sebesar Rp 709.220,00. Keuntungan real terbesar juga diperoleh pada tanggal yang sama yaitu sebesar Rp 7.791.475,00, sehingga dapat

ISBN : 978-979-16353-8-7

disimpulkan metode ARIMA dapat digunakan untuk memprediksi nilai portofolio dan keuntungan pada masa yang akan datang.

Saran

Pada makalah ini hanya membahas portofolio optimal menggunakan metode Minimax yang dikemukakan oleh Cai dengan optimasi menggunakan kondisi Kuhn-Tucker. Untuk kajian lebih lanjut dapat diteruskan portofolio Minimax yang dikembangkan oleh Young dengan optimasi menggunakan pemrogaman linear.

Daftar Pustaka

Cai, dkk. (2000). *Portfolio Optimization Under a Minimax Rule*. Hong Kong: The Chinese University Of Hong Kong.

D. Rosadi. (2009). *Diktat kuliah manajemen risiko kuantitatif,* FMIPA, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta.

Fabozzi, Frank J. (1995). *Manajemen Investasi*. Jakarta:Salemba Empat.

Halim, A. (2003). *Analisis Investasi*. Jakarta: Salemba empat.

Hanke, John E dan Wichern, Dean W. (2005). Eight Edition. *Business Forcasting* . US

Hartono, Jogiyanto. (2003). Edisi Ketiga. *Teori Portofolio dan Analisis Investasi*. Yogyakarta : BPFE

Prayudi. (2008). *Kalkulus Lanjut.* Yogyakarta: Graha Ilmu

Tandelilin, Eduardus.(2001). *Analisis Investasi dan Manajemen Portofolio,* Edisi Pertama. Yogyakarta : BPFE

Zubir, Zalmi. (2010). *Manajemen portofolio penerapan dalam investasi saham.* Jakarta: Salemba Empat.