

PENDEKATAN MODEL MULTILEVEL UNTUK DATA *REPEATED MEASURES*

Bertho Tantular¹

¹ Jurusan Statistika FMIPA Universitas Padjadjaran
¹bertho@unpad.ac.id

Abstrak

Data yang diperoleh dari pengukuran berulang (*repeated measures*) memiliki struktur data longitudinal. Umumnya data dari pengukuran berulang dianalisis menggunakan ANOVA. Data pengukuran berulang dapat dipandang sebagai data hirarki dua level. Waktu pengukuran didefinisikan sebagai Level 1 dan individu didefinisikan sebagai Level 2. Kemudian model multilevel dapat digunakan untuk data ini. Kelebihan model multilevel untuk data longitudinal adalah model multilevel tetap dapat digunakan pada struktur data yang tidak seimbang (*unbalance*). Studi simulasi digunakan untuk menunjukkan berbagai keuntungan penggunaan model multilevel pada data pengukuran berulang.

Kata kunci: *repeated measures*, model multilevel

PENDAHULUAN

Data yang diperoleh dari pengukuran berulang (*repeated measures*) memiliki struktur data longitudinal. Pengukuran berulang umumnya digunakan pada saat ingin diteliti mengenai korelasi perubahan individu. Biasanya data dari pengukuran berulang dianalisis menggunakan ANOVA. Permasalahan yang muncul dari penggunaan ANOVA untuk data pengukuran berulang adalah adanya asumsi sphericity, adanya efek design akibat sampling multistage dan dibutuhkannya rancangan dan set data yang lengkap.

Dalam Snijder dan Bosker (1999) data pengukuran berulang dapat dipandang sebagai data hierarki dua level. Waktu pengukuran didefinisikan sebagai Level 1 dan individu didefinisikan sebagai Level 2. Kemudian model multilevel dapat digunakan untuk data ini.

Model yang dapat menggambarkan hubungan antara suatu peubah bebas dengan peubah tak bebas adalah analisis regresi. Pemodelan regresi untuk data hirarki dua level dapat pula diterapkan pada data *repeated measure* dengan mendefinisikan ulangan sebagai level.

Beberapa peneliti telah mengusulkan metode-metode yang berbeda untuk menaksir parameter dalam model multilevel. Metode Kuadrat Terkecil atau *Ordinary Least Square (OLS)* merupakan metode klasik dalam menaksir parameter tanpa menggunakan asumsi distribusi. Untuk model regresi multilevel dapat digunakan metode Two Step OLS. Metode lain yang juga menggunakan kuadrat terkecil adalah *Iterative Generalised Least Square (IGLS)* dan *Generalized Estimating Equation (GEE)*.

Metode penaksiran parameter yang melibatkan asumsi distribusi pada model multilevel yaitu metode kemungkinan maksimum yang disebut *Restricted Maximum Likelihood (REML)* (Goldstein, 1995).

Pendekatan lain adalah menggunakan penaksir bayes yang membutuhkan distribusi prior. Dua pendekatan yang menggunakan bayes adalah *Marcov Chain Monte Carlo* (MCMC) dan Metode Bootstrap (*Gibbs Sampling*). Kedua pendekatan ini dikatakan dapat menyempurnakan *standard error* penaksirnya.

PENGUKURAN BERULANG

Pengukuran berulang (*Repeated Measurements*) atau disebut juga data longitudinal diperoleh pada saat unit-unit menentukan respon dalam beberapa waktu yang berbeda. Suatu data dapat dipandang sebagai sebuah klaster dua tahap dengan waktu pada level 1 dan unit pada level 2. Salah satu hal yang bisa diperoleh dari data pengukuran berulang adalah kronologis dari sebuah respon secara berurut. Data pengukuran berulang juga mempunyai sifat bahwa data tersebut seringkali terdiri atas sejumlah besar klaster-klaster yang masing-masing berukuran kecil.

Analisis data pengukuran berulang sering disebut sebagai analisis data longitudinal. Tujuan utama analisis data longitudinal adalah meneliti efek-efek kovariat dari setiap level secara umum terhadap respon maupun efek-efek dalam perubahan respon dari waktu ke waktu. Salah satu manfaat penting analisis data longitudinal adalah bahwa dimungkinkannya pemisahan efek *cross-sectional* dan efek *repeated measurement*-nya. Selain itu dalam analisis data longitudinal juga dapat diteliti keragaman diantara unit baik didalam level terhadap respon maupun dalam perubahan antar waktu. Keragaman yang tidak diperoleh dari variat yang diamati menghasilkan dependensi diantara respon juga setelah kovariat tersebut dikontrol. Hal ini melanggar asumsi dalam model regresi linier biasa dan harus diatasi untuk menghindari kekeliruan dalam inferensi.

Secara umum data pengukuran berulang dibedakan menjadi *balanced data* dan *unbalanced data*. Suatu data pengukuran berulang disebut *balanced data* apabila semua unit diukur pada waktu yang sama t_i , dengan $i = 1, 2, \dots, n$. Sebaliknya suatu data disebut *unbalanced data* apabila unit-unit diukur pada waktu yang berbeda-beda t_{ij} , dengan $i = 1, 2, \dots, n_j$. Pada kasus *balanced data* dapat juga dipandang sebagai data multivariat dengan respon diperlakukan sebagai variabel yang berbeda dari waktu ke waktu (*repeated measures design*). Sedangkan pada kasus *unbalanced data* penggunaan *repeated measures design* akan bermasalah.

Salah satu pendekatan yang dapat dilakukan pada *unbalanced data* adalah menggunakan satu model multilevel yang dapat mengakomodasi adanya perbedaan dalam waktu pada data pengukuran berulang (QuenO dan Berg, 2004)

PENDEKATAN ANALISIS DATA PENGUKURAN BERULANG

Beberapa peneliti telah membuat beberapa pendekatan untuk menganalisis data pengukuran berulang. Pendekatan yang umum adalah menggunakan *repeated measure design*, umumnya digunakan pada data hasil eksperimen. Dalam bidang ekonomi dan sosial data biasanya diperoleh melalui survei sehingga pendekatan analisis data pengukuran berulang umumnya menggunakan analisis data panel. Untuk kedua pendekatan tersebut, harus didefinisikan terlebih dahulu apakah model tetap (*fixed*) atau model acak (*random*) yang akan digunakan dalam analisis.

Pendekatan yang lebih umum adalah model linier campuran (*linear mixed model*). Dalam model linier campuran kedua efek tetap dan efek acak didefinisikan dalam satu model.

Pendekatan lainnya adalah model multilevel. Model multilevel mulai diperkenalkan oleh Goldstein (1995) disebutkan dapat mengatasi berbagai masalah yang muncul dari

data dengan struktur hierarki termasuk data pengukuran berulang. Dalam model multilevel, struktur hierarki didefinisikan sebagai level. Secara umum level yang digunakan tidak terbatas tetapi pada data pengukuran berulang level yang digunakan hanya dua yaitu pada tingkat yang paling rendah yaitu waktu disebut Level 1 dan tingkat yang lebih tinggi yaitu individu disebut Level 2. Model multilevel selain dapat menentukan keragaman antar kelompok juga dapat menunjukkan korelasi antar dua pengamatan yang pada model lain diasumsikan tidak ada. Selain itu model multilevel juga dapat mengukur interaksi yang mungkin terjadi antara peubah pada tingkat yang berbeda.

MODEL REGRESI MULTILEVEL

Model regresi multilevel merupakan bagian dari model umum yaitu Linear Mixed Models. Secara umum model regresi multilevel mempunyai struktur data hierarki yaitu: sebuah peubah tak bebas (*dependent variable*) yang diukur pada level 1 dan beberapa peubah bebas (*explanatory variable*) diukur pada setiap level. Suatu model regresi multilevel yang sederhana hanya terdiri dari dua level.

Model yang digunakan untuk melihat hubungan antara satu variabel tak bebas, atau disebut juga variabel respon, dengan beberapa variabel bebas, atau variabel penjelas atau prediktor, adalah model regresi. Model regresi linier didefinisikan sebagai hubungan linier antara variabel respon dengan variabel penjelas. Asumsi umum dalam model regresi linier adalah bahwa galat berdistribusi Normal identik dan saling bebas. Asumsi ini mengakibatkan pengamatan juga berdistribusi Normal identik dan saling bebas. Tetapi distribusi yang identik tidak dapat secara tepat (tegas) didapatkan karena pengamatan-pengamatan dalam model tersebut berbeda dalam nilai harapan, tetapi pengamatan-pengamatan tersebut tetap saling bebas.

Misalkan variabel respon y dan variabel penjelas X diukur pada level 1. Variabel penjelas Z diukur pada level 2. Persamaan untuk model regresi multilevel adalah sebagai berikut:

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{ij} + e_{ij} \quad (1)$$

dengan i menyatakan individu dalam kelompok ke- j ($i = 1, 2, \dots, n_j$)

j menyatakan kelompok ($j = 1, 2, \dots, m$)

Pada regresi biasa intersep dan slope untuk setiap kelompok adalah sama nilainya, sedangkan pada model ini intersep dan slope untuk setiap kelompok berbeda.

Asumsi yang mendasari model regresi multilevel (Persamaan 2.2) pada umumnya sama dengan regresi linier biasa yaitu e_{ij} berdistribusi normal dengan rata-rata nol dan ragam σ^2_j . Hal ini menunjukkan bahwa ragam tiap kelompok berbeda. Tetapi untuk beberapa kasus ada kalanya ragam tiap kelompok dianggap sama (Hox, 2002).

Pada Persamaan 2.2 nilai β_{0j} dan β_{1j} dapat diperoleh dengan menganggap β_{0j} dan β_{1j} sebagai respon dari persamaan-persamaan berikut:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}Z_j + u_{0j} \quad (2)$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}Z_j + u_{1j} \quad (3)$$

Dalam hal ini Z_j adalah variabel penjelas level 2 dan u_{0j} dan u_{1j} adalah galat pada level 2. Dari Persamaan 2.3 terlihat bahwa nilai y secara umum dapat diprediksi oleh Z_j . Dari Persamaan 2.4 juga dapat diketahui bahwa hubungan fungsional antara y dengan X bergantung pada nilai Z_j .

Bila Persamaan 2 dan Persamaan 3 disubstitusikan ke Persamaan 1 maka akan menjadi:

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}Z_j + \gamma_{10}X_{ij} + \gamma_{11}X_{ij}Z_j + (u_{0j} + u_{1j}X_{ij} + e_{ij}) \quad (4)$$

Dalam Persamaan 4 pada ruas kanan bagian yang tidak berada dalam kurung merupakan bagian tetap (*fixed part*) atau biasa disebut *fixed effect* sedangkan bagian yang berada didalam kurung disebut bagian acak (*random part*) atau biasa disebut *random effect*. Dari Persamaan 2.5 terlihat bahwa model tersebut merupakan bagian dari model linier campuran (*linear mixed models*).

Model pada Persamaan 4 dapat disederhanakan menjadi model berikut ini

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}Z_j + \gamma_{10}X_{ij} + \gamma_{11}X_{ij}Z_j + \delta_{ij} \quad (5)$$

dalam hal ini $\delta_{ij} = (u_{0j} + u_{1j}X_{ij} + e_{ij})$ atau disebut sebagai galat total.

Model pada Persamaan 5 terlihat seperti model regresi biasa tetapi bila melihat pada galatnya terdiri atas tiga komponen yaitu u_{0j} , u_{1j} dan e_{ij} yang mana ketiga komponen tersebut merupakan variabel acak. Asumsi yang mendasari model seperti ini adalah sebagai berikut:

1. $E(u_{0j}) = E(u_{1j}) = E(e_{ij}) = 0$
2. $V(u_{0j}) = \sigma_{u0}^2$, $V(u_{1j}) = \sigma_{u1}^2$, $V(e_{ij}) = \sigma_e^2$
3. $Cov(u_{0j}, e_{ij}) = Cov(u_{1j}, e_{ij}) = Cov(e_{ij}, e_{kl}) = 0$
4. $Cov(u_{0j}, u_{1j}) = \sigma_{u01}$

Parameter-parameter γ_{00} , γ_{01} , γ_{10} dan γ_{11} pada Persamaan 5 disebut sebagai parameter tetap (*fixed parameter*) sedangkan σ_{u0}^2 , σ_{u1}^2 , σ_{u01} dan σ_e^2 pada persamaan 5 disebut sebagai parameter acak (*random parameter*).

PENAKSIRAN PARAMETER MODEL MULTILEVEL

Menggunakan ide dari Longford, Goldstein (1995) mengusulkan menggunakan metode kuadrat terkecil umum (*Generalised Least Square*) untuk menaksir parameter tetap pada model multilevel. Metode ini dinilai lebih baik dari metode sebelumnya karena model yang digunakan merupakan model yang telah disubstitusikan sehingga struktur varians-kovarians yang digunakan terdiri dari komponen Level 1 dan Level 2. Model yang digunakan adalah model dalam notasi matriks sebagai berikut

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{E} \quad (6)$$

dengan $\mathbf{E} = \mathbf{Z}\mathbf{e}$

dalam hal ini varians galat adalah $V(\mathbf{E}) = \mathbf{V}$. Dengan demikian dapat dengan mudah diperoleh penaksir parameternya sebagai berikut

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{y} \quad (7)$$

Penaksir pada Persamaan 7 ini masih mengandung unsur parameter yang nilainya tidak diketahui yaitu pada matriks \mathbf{V} yang merupakan matriks *block diagonal* dari parameter acak σ_{u0}^2 , σ_{u1}^2 dan σ_e^2 . Sehingga untuk mendapatkan nilai taksiran ini harus melalui proses iterasi. Sehingga metode penaksirannya disebut sebagai *Iterative Generalised Least Square* (IGLS). Penaksir IGLS secara umum menghasilkan penaksir yang bias terutama pada saat ukuran sampel kecil. Untuk mendapatkan penaksir yang tak bias Goldstein (1995) memodifikasi penaksir IGLS ini dengan mengubah langkah-langkahnya sehingga penaksir ini disebut sebagai *Restricted Iterative Generalised Least Square* atau RIGLS.

SIMULASI

Sebuah simulasi sederhana dibuat untuk membuktikan secara numerik pendapat-pendapat yang telah dijelaskan pada bagian sebelumnya. Secara umum prosedur simulasi untuk model multilevel intersep acak tanpa prediktor pada level 2

untuk *balanced repeated measures data* dilakukan sebagai berikut: Variabel X dibangkitkan dari data *repeated measures* yang berdistribusi normal dengan rata-rata nol dan simpangan baku 2. Galat level 1 (e_{ij}) dibangkitkan dari data *repeated measures* berdistribusi normal dengan rata-rata nol dan simpangan baku 7. Ditetapkan efek intersep (α_j) terdiri dari 4 kelompok dengan ukuran yang sama. Efek intersep acak dibangkitkan dari distribusi normal dengan rata-rata masing-masing 1, -1, -3 dan 2 dengan simpangan baku yang sama yaitu 0.01. Nilai respon y dihitung berdasarkan model regresinya

Simulasi ini dilakukan pada ukuran sampel 100, 200, 500 dan diulang dengan banyak kelompok 4, 20, dan 40. Setiap simulasi dilakukan sebanyak 1000 kali. Setiap hasil simulasi dihitung nilai taksiran parameter tetap dan galat bakunya (*standard error*).

Untuk mengetahui efisiensi penaksir dilakukan prosedur simulasi kedua yaitu untuk model multilevel intersep acak tanpa prediktor pada level 2 untuk *balanced repeated measures data* dengan cara sebagai berikut: Variabel X dibangkitkan dari data *repeated measures* yang berdistribusi normal dengan rata-rata nol dan simpangan baku 2. Galat level 1 (e_{ij}) dibangkitkan dari data *repeated measures* berdistribusi normal dengan rata-rata nol dan simpangan baku 7. Ditetapkan efek intersep (α_j) terdiri dari 4 kelompok dengan ukuran yang sama. Efek intersep acak dibangkitkan dari distribusi normal dengan rata-rata masing-masing 1, -1, -3 dan 2 dengan simpangan baku yang sama yaitu 0.01. Nilai respon y dihitung berdasarkan model regresinya

Simulasi ini dilakukan pada berbagai ukuran sampel 100 hingga 1000 dan dihitung nilai *standard error* untuk penaksir parameter tetap dan parameter acak. Hal yang sama dilakukan kembali prosedur simulasi kedua tetapi untuk berbagai ukuran banyak kelompok 5 hingga 100 dan dihitung nilai *standard error* untuk penaksir parameter tetap dan parameter acak. Untuk semua prosedur simulasi ini digunakan paket *nlme* dalam *software R 2.14*.

PEMBAHASAN

Dari simulasi yang telah dilakukan hasil-hasil yang diperoleh disajikan dalam bentuk tabel dan diagram dan diperlihatkan perilaku dari masing-masing penaksir berikut *standard error*-nya. Tabel berikut adalah hasil simulasi untuk banyak kelompok 4 dari tiga ukuran sampel yang berbeda

Tabel 1
 Hasil Simulasi untuk Ukuran sampel 100, 200 dan 500
 dengan banyak kelompok 4

n	100		200		500	
	Taksiran	Std Error	Taksiran	Std Error	Taksiran	Std Error
Fixed						
Intersep	-0,2866835	2,5323504	-0,2897935	2,4847926	-0,3137226	2,5256095
Slope	1,017041	0,3723222	1,0004982	0,2498226	1,0074286	0,1538615
Random						
Sigma e	24,4216127	3,4193819	24,548448	2,4962658	24,5123883	1,5683502
Sigma u	27,8398864	23,0833193	27,9211027	22,6046185	31,2969067	25,679078
ICC	0,5327035558		0,5321391612		0,5607830506	

Dari Tabel 1 terlihat bahwa untuk parameter tetap penaksir intersep relatif bias dengan *standard error* yang cukup besar. Sedangkan untuk penaksir slope

memperlihatkan taksiran yang tak bias dengan *standard error* yang relatif kecil. Sementara itu untuk parameter acak kedua penaksir menghasilkan nilai taksiran yang bias dengan *standard error* yang besar. Dilihat dari nilai *Intraclass correlation* (ICC) dapat disimpulkan bahwa korelasi diantara pengamatan waktu cukup besar.

Tabel 2
 Hasil Simulasi untuk Ukuran sampel 100, 200 dan 500
 dengan banyak kelompok 20

n	100		200		500	
	Taksiran	Std Error	Taksiran	Std Error	Taksiran	Std Error
Fixed						
Intersep	-0,2576809	1,1778398	-0,272437	1,1857692	-0,3115248	1,1452617
Slope	0,9873342	0,4963139	1,0137	0,4515788	1,020958	0,4041419
Random						
Sigma e	44,3812996	9,3649365	44,036163	7,8553642	44,0379709	7,353781
Sigma u	8,9944212	7,7661222	9,813782	8,1731288	9,9200082	7,0228932
ICC	0,1685114705		0,1822431202		0,1838469188	

Dari Tabel 2 terlihat bahwa untuk parameter tetap penaksir intersep relatif bias dengan *standard error* yang relatif lebih kecil dibandingkan dengan hasil taksiran untuk banyak kelompok 4. Sedangkan untuk penaksir slope memperlihatkan taksiran yang tak bias dengan *standard error* yang relatif kecil.

Sementara itu untuk parameter acak penaksir varians level 1 (individu) menghasilkan nilai taksiran yang jauh lebih besar dengan *standard error* yang juga besar dibandingkan dengan hasil taksiran untuk banyak kelompok 4. Sedangkan parameter varians level 2 (waktu) menghasilkan nilai taksiran yang jauh lebih kecil dengan *standard error* yang juga kecil dibandingkan hasil taksiran untuk banyak kelompok 4. Dilihat dari nilai *Intraclass correlation* (ICC) dapat disimpulkan bahwa korelasi diantara pengamatan waktu lebih kecil dari hasil taksiran untuk banyak kelompok 4.

Tabel 3
 Hasil Simulasi untuk Ukuran sampel 100, 200 dan 500
 dengan banyak kelompok 40

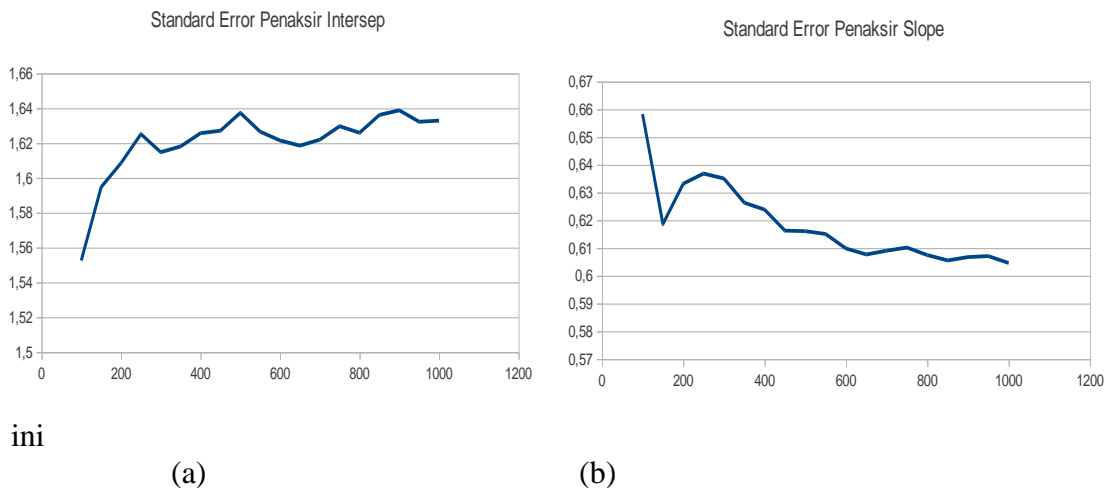
n	100		200		500	
	Taksiran	Std Error	Taksiran	Std Error	Taksiran	Std Error
Fixed						
Intersep	-0,2868095	0,9597024	-0,2715075	0,838077	-0,2526164	0,7818077
Slope	1,0154793	0,4552734	1,0067336	0,3575184	1,0146786	0,3060707
Random						
Sigma e	47,1582886	8,550857	47,05199	6,4863868	46,37366	5,703887
Sigma u	6,6047999	5,8950066	6,8259679	4,8921939	7,1862532	4,6320292
ICC	0,1228500833		0,1266931444		0,1341722339	

Dari Tabel 3 terlihat bahwa untuk parameter tetap penaksir intersep relatif bias dengan *standard error* yang relatif lebih kecil dibandingkan dengan hasil taksiran untuk banyak kelompok 4 dan 20. Sedangkan untuk penaksir slope memperlihatkan taksiran yang tak bias dengan *standard error* yang relatif kecil.

Sementara itu untuk parameter acak penaksir varians level 1 (individu) menghasilkan nilai taksiran yang jauh lebih besar dengan *standard error* yang juga besar dibandingkan dengan hasil taksiran untuk banyak kelompok 4 maupun 20. Sedangkan parameter varians level 2 (waktu) menghasilkan nilai taksiran yang jauh lebih kecil dengan *standard error* yang juga kecil dibandingkan hasil taksiran untuk banyak kelompok 4 maupun 20. Dilihat dari nilai *Intraclass correlation* (ICC) dapat disimpulkan bahwa korelasi diantara pengamatan waktu lebih kecil dari hasil taksiran untuk banyak kelompok 4 maupun 20.

EFISIENSI PENAKSIR

Untuk memperlihatkan efisiensi penaksir parameter tetap dan parameter acak, hasil simulasi disajikan dalam diagram garis berikut



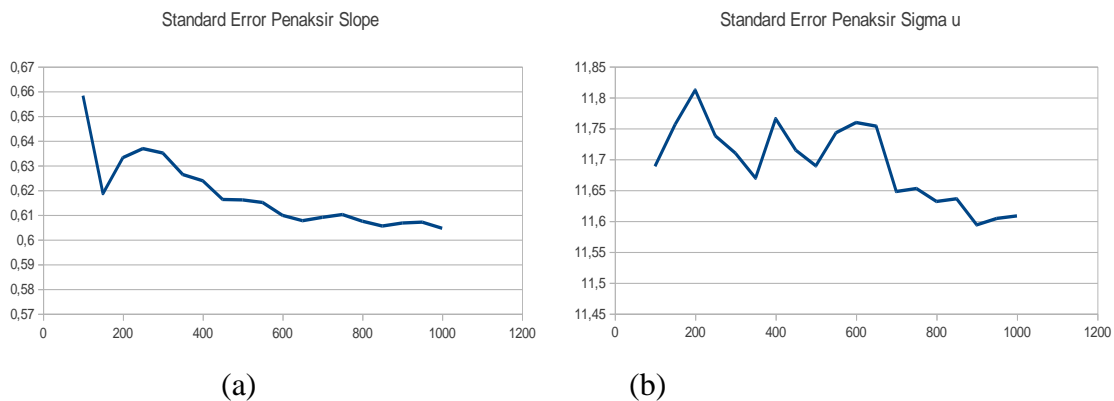
ini

(a)

(b)

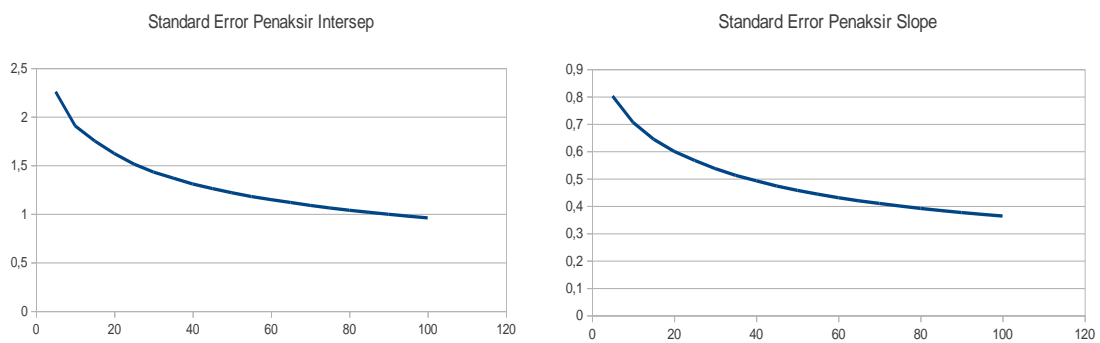
Gambar 1 *Standard error* penaksir parameter tetap (*fixed parameter*) berdasarkan ukuran sampel

Untuk parameter tetap dilihat dari penambahan ukuran sampel dapat dilihat dari Gambar 1. Terlihat bahwa untuk penaksir parameter intersep dengan penambahan ukuran sampel *standard error* penaksir menjadi semakin besar, artinya bahwa semakin besar ukuran sampel semakin tidak efisien. Sedangkan untuk parameter slope memberikan hasil sebaliknya, semakin besar ukuran sampel *standard error* penaksir menjadi semakin kecil yang berarti penaksir semakin efisien.



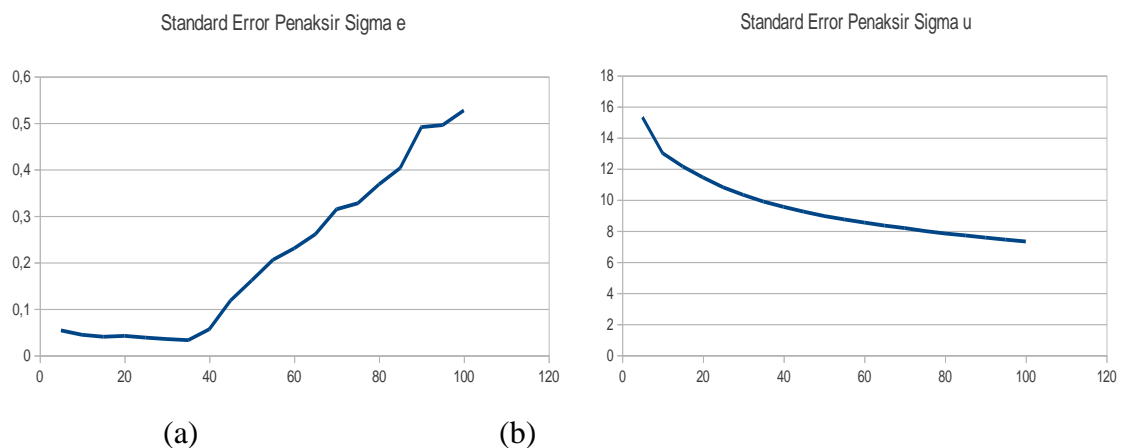
Gambar 2 Standard Error Penaksir Parameter acak (*random parameter*) berdasarkan ukuran sampel

Untuk parameter acak dilihat dari penambahan ukuran sampel dapat dilihat dari Gambar 2. Penambahan ukuran sampel menyebabkan *standard error* penaksir varians level 1 menjadi semakin kecil, artinya bahwa semakin besar ukuran sampel semakin efisien. Sedangkan untuk penaksir varians level 2 memberikan hasil yang hampir sama, semakin besar ukuran sampel *standard error* penaksir relatif menjadi semakin kecil yang berarti penaksir semakin efisien.



Gambar 3 Standard error penaksir parameter tetap (*fixed parameter*) berdasarkan banyak kelompok

Untuk parameter tetap dilihat dari penambahan banyak kelompok dapat dilihat dari Gambar 4.3. Terlihat bahwa untuk penaksir parameter intersep dengan penambahan banyak kelompok *standard error* penaksir menjadi semakin kecil, artinya bahwa semakin besar banyak kelompok semakin efisien. Demikian pula untuk parameter slope memberikan hasil yang sama, semakin besar banyak kelompok *standard error* penaksir menjadi semakin kecil yang berarti penaksir semakin efisien.



Gambar 4 Standard error penaksir parameter acak (*random parameter*) berdasarkan banyak kelompok

Untuk parameter acak dilihat dari penambahan banyak kelompok dapat dilihat dari Gambar 4. Penambahan ukuran sampel menyebabkan *standard error* penaksir varians level 1 menjadi semakin besar, artinya bahwa semakin besar banyak kelompok semakin tidak efisien. Sedangkan untuk penaksir varians level 2 memberikan hasil sebaliknya, semakin besar banyak kelompok *standard error* penaksir relatif menjadi semakin kecil yang berarti penaksir semakin efisien.

SIMPULAN

Data pengukuran berulang (*repeated measurement*) dapat dipandang sebagai data multilevel dengan banyak level dua. Waktu didefinisikan sebagai Level 1 dan individu didefinisikan sebagai level 2. Penerapan model multilevel pada data pengukuran berulang menggunakan metode penaksiran IGLS atau REML dalam studi simulasi menghasilkan simpulan berikut ini:

Penambahan ukuran sampel tidak memengaruhi pada hasil taksiran baik untuk penaksir parameter tetap maupun penaksir parameter acak. Hasil taksiran dipengaruhi oleh penambahan banyak kelompok terutama untuk penaksir parameter acak, semakin besar banyak kelompok maka hasil taksirannya semakin kecil.

Berdasarkan ukuran sampel dapat disimpulkan bahwa untuk parameter tetap penaksir intersep menghasilkan penaksir yang tidak efisien dengan bertambahnya ukuran sampel sedangkan penaksir slope menghasilkan penaksir yang efisien dengan bertambahnya ukuran sampel. Untuk parameter acak penaksir varians level 1 maupun penaksir varians level 2 menghasilkan penaksir yang efisien dengan bertambahnya ukuran sampel.

Berdasarkan banyak kelompok dapat disimpulkan bahwa untuk parameter tetap penaksir intersep maupun penaksir slope menghasilkan penaksir yang efisien dengan bertambahnya banyak kelompok. Sementara itu untuk parameter acak penaksir varians level 1 menghasilkan penaksir yang tidak efisien dengan bertambahnya banyak kelompok, sedangkan penaksir varians level 2 menghasilkan penaksir yang efisien dengan bertambahnya banyak kelompok.

DAFTAR PUSTAKA

- Bryck, A.S., Raudenbush, S.W. 1987. Applying the hierarchical linear models to measurement of change problems. *Psychological Bulletin*, 101, pp. 147-158
- Goldstein, H. 1995. *Multilevel Statistical Models 2nd Ed.*, E-Book of Arnold. London.
- Hox, J.J. 2002. *Multilevel Analysis: Techniques and Applications*. Lawrence Erlbaum Associates Publishers, Mahwah, New Jersey, London
- Johnson, Christopher, Raudenbush, Stephen W. 2002. A repeated measures, multilevel rasch model with application to self-reported criminal behavior. Paper presented at the Johns Hopkins University and the American Society of Criminology annual meeting .
- QuenO, Hugo, Bergh, Huub van den. 2004. On multi-level modeling of data from repeated measures designs: a tutorial . *Speech Communication*, 43, pp 103–121 .
- Snijder, Tom A. B., Bosker, Roel J. 1999. *Multilevel Analysis: An introduction to basic and advance multilevel modelling*. SAGE Publications, London.
- West, B.T., Welch, K.B., Galechi, A.T. 2007. *Linear Mixed Models: A Practical Guide Using Statistical Software*. Boca Raton. Chapman & Hall.