

## Model Black Litterman dengan Estimasi Theil Mixed

Retno Subekti

*Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY*

### Abstrak

Formula return model black litterman dapat ditelusuri melalui berbagai pendekatan, Selain dengan pendekatan bayes dan teori sampling, model black litterman dapat juga dipandang dari sisi model linear. Melalui estimasi theil mixed, penelusuran formula dimulai dengan melihat model return equilibrium sebagai model linear. Dan ekspresi views oleh investor juga dilihat sebagai model linear. Kemudian return equilibrium dikombinasikan dengan views investor sehingga muncul parameter  $\beta$  yang baru. Dengan metode least square akan dicari estimasi untuk parameter  $\beta$  yang baru tersebut.

**Kata Kunci** : Model Black Litterman, Estimasi Theil Mixed, Model Linear.

### Pendahuluan

Dalam menanamkan modal seorang investor akan mendiversifikasikan modalnya ke berbagai asset guna menghindari kerugian yang besar jika hanya dialokasikan pada sebuah asset saja. Sekumpulan asset ini dinamakan portofolio. Dunia pasar di Indonesia berkaitan dengan dunia pasar secara global, dimana investasi khususnya di pasar saham saling berhubungan. Pergerakan saham erat kaitannya dengan banyak faktor, seperti indeks pasar, kebijakan pemerintah, isu-isu sosial, dan lain-lain. Banyak hal yang menjadi pertimbangan seorang investor dalam menginvestasikan dananya, sehingga bagaimana ia membuat keputusan pilihan terhadap portofolionya dan memerlukan informasi yang dapat menentukan kebijakan terhadap keputusannya. Seorang investor tentunya juga mempunyai pendapat atau keyakinan tertentu terhadap keputusan pemilihan portofolionya. Ketika ada informasi atau isu-isu sosial yang dapat mempengaruhi pergerakan saham dalam portofolionya maka akan ada perubahan keyakinan oleh investor. Sayangnya beberapa model pembentukan portofolio yang dikenal belum ada yang dapat menampung informasi tentang keyakinan atau pandangan seseorang. Beberapa model pembentukan portofolio antara lain dengan menggunakan metode mean variance, single indeks model dan CAPM. Pemodelan ini didasarkan pada data historis. Pemodelan dengan mengikutsertakan faktor pandangan dari seseorang investor atau manajer investasi, dapat disebut faktor 'X' seperti ini tidak bisa diselesaikan dengan model pembentukan portofolio konvensional di atas. Oleh karena itu model Black Litterman sebagai model pembentukan portofolio yang masih dapat

---

dikatakan baru karena muncul di awal tahun 90 an perlu dikaji lebih lanjut karena memasukkan faktor 'X' dari investor.

Pada Tahun 90 an muncul model Black Litterman yang dikemukakan oleh Black dan Litterman yang mengkombinasikan data historis dengan data view dari investor dengan menggunakan pendekatan Bayes. Kemudian mulai berkembang penelusuran rumusan return Black Litterman dengan beberapa pendekatan selain Bayes seperti sampling theory oleh Mankert (2006) dan Theil mixed dalam Walters (2008). Bahkan pengembangan model ini terlihat dari beberapa referensi seperti Black Litterman dengan distribusi stable dalam Rosella (2005) serta kombinasi dengan GARCH dalam Stevan (2006). Pada pembahasan dalam makalah ini akan dilihat dari sisi model linier. Dengan Estimasi Theil, formula ditelusuri melalui model linier. Model Theil estimator memperkirakan parameter dari kombinasi data, dimana return equilibrium sebagai prior data dan views investor data sebagai partial conditional data.

### **Theil Mixed Estimation**

Sejarah Theil mixed diawali dari Theil–Goldberger mixed (TGM) estimator, yang diperkenalkan pada paper mereka di tahun 1961 yang berjudul 'On pure and mixed statistical estimation in economics' dan Theil's (1963) yang berjudul 'On the use of incomplete prior information in regression analysis'. Ketika akan mengestimasi parameter sebuah model dengan memperhatikan adanya intuisi maka sebuah model seringkali berubah atau bahkan model menjadi terabaikan. Jika intuisi atau katakanlah informasi lain yang menjadi sebuah alternative sangatlah kuat, Theil dan Goldberger menyatakan akan lebih logis untuk menggabungkan informasi tersebut ke dalam proses estimasi parameter sebuah model.

Sebuah model regresi klasik tidak memperkenankan adanya informasi alternative yang dapat digabungkan ke dalam model. Jika ada statement prior seperti ini ada kemungkinan hasil analisis regresi ditolak atau informasi alternative harus ditolak terlebih dahulu. Mixed estimation adalah sebuah teknik generalized regression. Dan dikatakan sebagai mixed atau campuran adalah karena secara deskriptif menggambarkan sebuah estimator yang diperoleh dari campuran sample dan non-sample (informasi alternative) dengan menggunakan generalized least squares (GLS).

**Model Regresi Linier :**

$$y = X\beta + u$$

dimana  $y$  : vector  $n \times 1$  data pengamatan dari dependent variable

$X$  : matriks  $n \times k$  dari independent variable

$\beta$  : vector  $k \times 1$  parameter regresi

$u$  : vector  $n \times 1$  residual

dan diasumsikan  $E(u) = 0$  and  $E(uu') = \Omega$ .

Informasi tambahan mengenai  $\beta$  sudah tersedia, hal ini bisa jadi sebuah informasi alternative yang diperoleh melalui data statistic ataupun hanya sebuah perkiraan tentang  $\beta$  dan dinyatakan dalam bentuk linear sebagai berikut :

$$r = R\beta + v$$

Dimana  $r$  : vector  $g \times 1$

$R$  : matriks  $g \times k$

$v$  : vector  $g \times 1$  dan diasumsikan  $E(v) = 0$  and  $E(vv') = \Sigma$ .

Selanjutnya akan dikombinasikan sample dan informasi yang dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} y \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ R \end{bmatrix} \beta + \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

dengan  $E \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = 0$  dan  $E \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u' & v' \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} \Omega & 0 \\ 0 & \Sigma \end{bmatrix}$ .

Estimasi  $\beta$  yang baru diperoleh dengan menggunakan GLS adalah

$$\tilde{\beta} = [X'\Omega^{-1}X + R'\Sigma^{-1}R]^{-1}[X'\Omega^{-1}y + R'\Sigma^{-1}r]$$

**Model Black Litterman**

Model Black Litterman menggunakan return ekuilibrium yang diperoleh dari CAPM dan akan dikombinasikan dengan intuisi investor. Dalam Black Litterman (1992) kerangka yang dipaparkan mempertimbangkan estimasi likelihood gabungan dari pandangan investor yang subjektif (sebagai prior) dan data empiris (berdasarkan estimasi model). Dengan menggunakan data equilibrium returns dan kemudian

dikombinasikan dengan opini/view dari investor untuk membentuk opini yang baru. Ini merupakan salah satu cara yang dipilih karena seringkali kasus yang dihadapi praktisi mengungkapkan perbedaan yang sangat mencolok tentang expected return ketika dibandingkan dengan kesepakatan pasar.

Konsep pembentukan portofolio menggunakan CAPM adalah adanya anggapan hubungan linear yang terjadi antara risiko dan mean return. Dan dengan teknik regresi klasik yang mensyaratkan adanya data berdistribusi normal.

#### Model CAPM :

$$E(r) = r_f + \beta r_m + \varepsilon$$

Dimana  $r_f$  : risk free rate

$\beta$  : koefisien regresi yang dapat diperoleh dari  $\beta = \rho \frac{\sigma_p}{\sigma_m}$

$r_m$  : return market

$\varepsilon$  : residual

Selanjutnya akan dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\pi = x\beta + e$$

dimana  $\pi$  : vector  $n \times 1$ , return yang diperoleh dari CAPM

$x$  : matriks identitas  $n \times n$  sebagai factor loading model

$\beta$  : vector  $n \times 1$ , mean yang belum diketahui

$e$  : matriks  $n \times n$ , residual dengan  $E(e) = 0$  dan  $E(ee') = \Phi$ .

#### Intuisi/View

Sedangkan intuisi dalam hal ini adalah view yang dinyatakan oleh investor sebagai informasi alternatif dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$q = p\beta + v$$

dimana  $q$  : vector  $k \times 1$ , return yang dimasukkan sebagai view oleh investor

$p$  : matriks  $k \times n$  untuk view berkaitan dengan return view

$\beta$  : vector  $n \times 1$ , mean yang belum diketahui

$v$  : matriks  $k \times k$ , residual dengan  $E(v) = 0$  dan  $E(vv') = \Theta$ .

Langkah selanjutnya adalah mengkombinasikan data prior dengan data informasi, yang dituliskan dalam bentuk matriks menjadi

$$\begin{bmatrix} \pi \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ p \end{bmatrix} \hat{\beta} + \begin{bmatrix} e \\ v \end{bmatrix}$$

dengan  $E \begin{bmatrix} e \\ v \end{bmatrix} = 0$  dan  $E \begin{bmatrix} e \\ v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e' & v' \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ 0 & \Theta \end{bmatrix}$ .

Dengan menggunakan prosedur GLS diperoleh estimasi  $\beta$  yang baru dalam model Black Litterman adalah

$$\hat{\beta} = [x' \Phi^{-1} x + p' \Theta^{-1} p]^{-1} [x' \Phi^{-1} \pi + p' \Theta^{-1} q]$$

### Daftar Pustaka

- Black, Fischer and Litterman, Robert. (1992). *Global Portfolio Optimization*, Financial Analysts Journal ;Sep/Oct 1992 ;48
- Christopher F Baum (2001). An interpretation and implementation of the Theil–Goldberger ‘mixed’ estimator. Stata Conference, Chicago.
- Mankert, Charlotta. (2003). *The Black Litterman Model-Matematis and Behavioral Finance Approaches Toward Its Use in Practice*. Stockholm: Royal Institute of Technology.
- Retno, S. (2008) Aplikasi Model Black Litterman dengan Pendekatan Bayes (Studi Kasus : Portofolio dengan 4 saham dari S&P500 ). Prosiding Seminar Nasional Matematika Jurusan Pendidikan Matematika UNY: 2008
- Retno, S.(2009). Keunikan Model Black Litterman Dalam Pembentukan Portofolio. Prosiding Seminar Nasional MIPA FMIPA UNY: 2009
- Retno, S.(2011). Model Black Litterman dengan Pendekatan Teori Sampling. Prosiding Seminar Nasional MIPA FMIPA UNY: 2011
- Rosella Giacometti, et all (2005) Stable distributions in the Black-Litterman approach to asset allocation. <http://www.pstat.ucsb.edu/research/papers/BLapproach2005.pdf> diakses pada tanggal 28 Maret 2010

---

Satchell and Scowcroft. (2000). A Demystification Of The Black–Litterman Model: Anaging Quantitative And Traditional Portfolio Construction. Vol. 1, 2, 138–150 *Journal of Asset Management*.

Steven L. Beach and Alexei G. Orlov (2006). An Application of the Black-Litterman Model with EGARCH-M-Derived Views for International Portfolio Management. Diakses 10 Februari 2010

Theil's (1963). On The Use Of Incomplete Prior Information In Regression Analysis. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 58. p. 401

Walters, Jay.(2008). The Black Litterman Model : A Detailed Exploration.