

APLIKASI REGRESI DUA LEVEL TERHADAP NILAI AKHIR METODE STATISTIKA**Indahwati, Dian Kusumaningrum, Wiwid Widiyani****Departemen Statistika FMIPA IPB**Email : Indah_stk@yahoo.com**Abstrak**

Metode Statistika (STK211) merupakan salah satu mata kuliah interdep yang berada di bawah koordinasi Departemen Statistika IPB. Pada tahun akademik 2008/2009 terdapat 30 kelas paralel yang diasuh oleh dosen Departemen Statistika maupun dosen departemen lain. Kelas paralel yang diasuh oleh dosen yang berbeda-beda dengan metode pengajaran yang berbeda diduga menimbulkan keragaman dalam capaian nilai mata kuliah ini. Demikian pula dengan karakteristik mahasiswa diduga juga berpengaruh terhadap capaian nilai akhir mahasiswa. Dengan memperhatikan adanya struktur hirarkhi dalam data capaian nilai mahasiswa yaitu mahasiswa (level kesatu) yang tersarang dalam kelas paralel (level kedua), maka dalam penelitian ini digunakan regresi dua level untuk memodelkan capaian nilai akhir Metode Statistika dengan faktor-faktor yang mempengaruhinya. Hasil penelitian menunjukkan bahwa keragaman capaian nilai akhir Metode Statistika lebih banyak disebabkan oleh variasi antar mahasiswa dibandingkan variasi antar kelas paralel dengan rasio sekitar 3:1. Faktor-faktor yang berpengaruh terhadap capaian nilai akhir Metode Statistika adalah IPK TPB, jenis kelamin, interaksi IPK TPB dengan asal daerah dan interaksi persentase nilai mutu Pengantar Matematika minimal B dengan jenis kelamin. Pada level kelas paralel, tidak ada satupun faktor yang memberikan pengaruh yang nyata terhadap capaian nilai akhir Metode Statistika.

Kata kunci: regresi dua level, model linear campuran, komponen ragam

PENDAHULUAN**Latar Belakang**

Pemodelan multilevel merupakan suatu teknik statistika yang digunakan untuk menganalisis data dengan struktur hirarkhi. Struktur multilevel mengindikasikan bahwa data yang akan dianalisis berasal dari beberapa level, dimana level yang lebih rendah

tersarang dalam level yang lebih tinggi. Dalam struktur hirarkhi individu-individu dalam kelompok yang sama cenderung mirip, sehingga antar amatan pada level yang lebih rendah tidak saling bebas. Hal ini dapat mengakibatkan pelanggaran asumsi kebebasan sisaan jika model regresi satu level digunakan. Pelanggaran asumsi kebebasan sisaan dapat menyebabkan dugaan galat baku koefisien regresi yang berbias ke bawah, sehingga pada saat pengujian hipotesis dilakukan peubah-peubah bebas akan cenderung signifikan secara statistik.

Metode Statistika (STK211) merupakan salah satu mata kuliah interdep yang berada di bawah koordinasi Departemen Statistika IPB. Pada tahun akademik 2008/2009 terdapat 30 kelas paralel yang diasuh oleh dosen Departemen Statistika maupun dosen departemen lain. Kelas paralel yang diasuh oleh dosen yang berbeda-beda dengan metode pengajaran yang berbeda diduga menimbulkan keragaman dalam capaian nilai mata kuliah ini. Demikian pula dengan kondisi mahasiswa sebelum mengikuti mata kuliah Metode Statistika yang diduga juga berpengaruh terhadap capaian nilai akhir mahasiswa. Dengan memperhatikan adanya struktur hirarkhi dalam data capaian nilai mahasiswa yaitu mahasiswa (level kesatu) tersarang dalam kelas paralel (level kedua), maka dalam penelitian ini digunakan regresi dua level untuk memodelkan capaian nilai akhir Metode Statistika dengan faktor-faktor yang mempengaruhinya. Dengan pendekatan yang agak berbeda, penelitian mengenai data dengan struktur hirarkhi juga telah dilakukan oleh Tantular (2009) terhadap data Pendidikan dan data nilai ujian STK 511.

Tujuan

Tujuan penelitian ini adalah:

1. Mengkaji penerapan model regresi dua level untuk menganalisis hubungan antara capaian nilai akhir Metode Statistika dengan faktor-faktor yang mempengaruhinya.
2. Mencari faktor-faktor yang berpengaruh terhadap keragaman capaian nilai akhir Metode Statistika.
3. Menduga komponen-komponen ragam capaian nilai akhir Metode Statistika.

TINJAUAN PUSTAKA

Pemodelan Multilevel

Struktur multilevel mengindikasikan bahwa data yang akan dianalisis berasal dari beberapa level, dimana level yang lebih rendah tersarang dalam level yang lebih tinggi. Pemodelan multilevel merupakan suatu pemodelan statistik untuk menduga hubungan antar peubah yang diamati pada level-level yang berbeda dalam struktur hirarkhi. Model yang paling sederhana adalah model dua level dimana level kesatu adalah data individu dan level kedua adalah data kelompok (Hox, 2002).

Model Regresi Dua Level

Regresi multilevel merupakan salah satu metode analisis statistika yang digunakan untuk menganalisis struktur data hirarkhi (Hox, 2002). Untuk data dua level model regresinya dinamakan model regresi dua level. Model regresi dua level merupakan model multilevel yang paling sederhana dimana level kesatu merupakan data individu dan level kedua adalah data kelompok. Peubah respon diukur pada level terendah (level kesatu) dan peubah penjelas dapat didefinisikan pada setiap level.

Pada model regresi dua level, misalkan terdapat data yang memiliki j kelompok dan dalam masing-masing kelompok terdapat N_j individu. Pada level terendah (individu), terdapat peubah respon Y_{ij} dan peubah penjelas X_{ij} serta pada level kedua (kelompok) peubah penjelasnya adalah Z_j . Maka persamaan regresi untuk setiap kelompok dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{ij} + e_{ij} \dots \dots \dots (1)$$

Pada persamaan (1), koefisien regresi β_0 dan β_1 memiliki indeks j untuk kelompok, yang mengindikasikan bahwa koefisien regresi bervariasi antar kelompok. Keragaman koefien regresi ini dimodelkan oleh peubah penjelas dan sisaan acak pada level kelompok yaitu:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}Z_j + u_{0j} \dots \dots \dots (2)$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}Z_j + u_{1j} \dots \dots \dots (3)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2) dan (3) terhadap persamaan (1), maka akan dihasilkan persamaan model regresi dua level pada persamaan (4):

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}X_{ij} + \gamma_{01}Z_j + \gamma_{11}Z_jX_{ij} + u_{1j}X_{ij} + u_{0j} + e_{ij} \dots \dots \dots (4)$$

Pada umumnya ada lebih dari satu peubah penjelas pada level terendah, demikian pula pada level-level yang lebih tinggi. Jika diasumsikan ada P peubah penjelas (X) pada level terendah sebanyak p (p = 1,2,..., P), dan Q peubah penjelas (Z) pada level tertinggi sebanyak q (q = 1,2,..., Q), maka persamaan (4) menjadi persamaan yang lebih umum sebagai berikut:

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \sum_p \gamma_{p0} X_{p ij} + \sum_q \gamma_{0q} Z_{qj} + \sum_q \sum_p \gamma_{pq} Z_{qj} X_{p ij} + \sum_p u_{pj} X_{p ij} + u_{0j} + e_{ij} \dots \dots (5)$$

Pada persamaan (5), γ adalah koefisien regresi, u adalah sisaan pada level kelompok, dan e merupakan sisaan pada level individu.

Secara umum model regresi multilevel untuk setiap subjek ke-i dapat diformulasikan dalam bentuk catatan matriks dan vektor sebagai berikut:

$$Y_i = X_i \beta + Z_i u_i + \epsilon_i \dots \dots \dots (6)$$



efek tetap efek acak

dimana $u_i \sim N(0, D)$ dan $\epsilon_i \sim N(0, R_i)$, dengan:

Y_i = vektor peubah respon

X_i = matriks peubah penjelas untuk parameter tetap

β = vektor parameter efek tetap

Z_i = matriks peubah penjelas untuk parameter acak

u_i = vektor efek acak menyebar $N(0, D)$

ϵ_i = vektor galat menyebar $N(0, R_i)$

D = matriks ragam-koragam untuk setiap efek acak dalam u_i

R_i = matriks ragam-koragam untuk setiap efek acak dalam ϵ_i

Jika data yang dimiliki adalah data dengan struktur hirarkhi yang sederhana, maka regresi multilevel dapat digunakan untuk memberikan nilai dugaan bagi korelasi intraklas (Hox, 2002). Model yang digunakan untuk tujuan ini adalah model yang tidak memiliki peubah penjelas dalam setiap levelnya, yang dikenal sebagai *intercept-only model*. Jika tidak ada peubah penjelas dalam level terendah, maka persamaan (1) menjadi:

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + e_{ij} \dots \dots \dots (7)$$

Sedangkan persamaan (2) tereduksi menjadi:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j} \dots \dots \dots (8)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (8) ke persamaan (7) akan dihasilkan persamaan (9):

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + u_{0j} + e_{ij} \dots \dots \dots (9)$$

Dengan menggunakan model ini korelasi intraklas ρ dapat diformulasikan sebagai berikut:

$$\rho = \frac{\sigma_{u_0}^2}{\sigma_{u_0}^2 + \sigma_e^2} \dots \dots \dots (10)$$

dengan $\sigma_{u_0}^2$ adalah ragam dari galat pada level kedua (kelompok) dan σ_e^2 adalah ragam dari galat pada level kesatu (individu). Korelasi intraklas (ρ) menunjukkan proporsi keragaman yang dijelaskan oleh struktur kelompok dalam populasi, yang dapat juga diinterpretasikan sebagai korelasi harapan antara dua unit yang dipilih secara acak yang berada dalam kelompok yang sama (Hox, 2002).

Pendugaan Parameter dan Perbandingan Model

Salah satu metode pendugaan parameter (koefisien regresi dan komponen ragam) pada pemodelan regresi dua level adalah metode kemungkinan maksimum (ML) atau *Restricted Maximum Likelihood* (REML) (Goldstein, 1999).

Hipotesis dari dua model yang memiliki hubungan tersarang dapat dibuat menjadi suatu formula. Model *reference* (model penuh) merupakan model yang lebih umum yang mencakup kedua hipotesis (H_0 dan H_a), sedangkan model yang hanya mencakup H_0 disebut model *nested* (model tersarang). Model penuh terdiri dari seluruh parameter yang diuji sedangkan model tersarang tidak. Uji yang digunakan untuk membandingkan kedua model tersebut adalah *Likelihood Ratio Tests* (LRTs). LRTs merupakan suatu uji yang membandingkan nilai fungsi *likelihood* untuk kedua model dengan persamaan:

$$-2\log\left(\frac{L_{tersarang}}{L_{penuh}}\right) = -2\log(L_{tersarang}) - (-2\log(L_{penuh})) \sim \chi_{df}^2 \dots\dots\dots(11)$$

dengan:

$L_{tersarang}$ = nilai fungsi likelihood pada model tersarang

L_{penuh} = nilai fungsi likelihood pada model penuh

df = selisih banyaknya parameter antara model penuh dan model tersarang

LRTs juga dapat digunakan untuk menguji hipotesis parameter acak dan tetap di dalam model. Pengujian parameter tetap dalam model menggunakan pendugaan ML, sedangkan dalam pengujian parameter acak digunakan pendugaan REML. Statistik ujinya adalah selisih ($-2 ML/REML \log likelihood$) antara model penuh dan model tersarang.

Pemilihan Model Terbaik pada Regresi Dua Level

Berdasarkan Hox (2002), strategi pemilihan model terbaik adalah sebagai berikut:

1. Memilih struktur efek tetap
 - 1.1 Menyusun model tanpa peubah penjelas.
 - 1.2 Menyusun model dengan menambahkan seluruh peubah penjelas pada level kesatu.
 - 1.3 Menyusun model dengan menambahkan seluruh peubah penjelas pada level kedua.

2. Memilih struktur acak kemiringan (*slope*) dengan cara menguji keragaman kemiringan pada setiap peubah penjelas di level individu.
3. Menyusun model terbaik dengan menambahkan interaksi antara peubah penjelas level kedua dan peubah penjelas level kesatu yang memiliki keragaman kemiringan yang signifikan.

Keragaman yang Dapat Dijelaskan

Dalam analisis regresi, keragaman respon yang dapat dijelaskan oleh peubah penjelas dalam model disebut koefisien determinasi. Pada model multilevel juga dapat diperoleh koefisien determinasi, namun nilai koefisien determinasi yang didapatkan lebih dari satu (Hox, 2002). Koefisien determinasi pertama pada level kesatu dapat dirumuskan sebagai:

$$R_1^2 = \left(\frac{\hat{\sigma}_{e_0}^2 - \hat{\sigma}_{e_p}^2}{\hat{\sigma}_{e_0}^2} \right) \dots\dots\dots(12)$$

sedangkan:

$\hat{\sigma}_{e_p}^2$ adalah penduga ragam galat level kesatu dengan *p* peubah penjelas

$\hat{\sigma}_{e_0}^2$ adalah penduga ragam galat level kesatu tanpa peubah penjelas

Koefisien determinasi kedua pada level kedua dapat dapat dirumuskan sebagai:

$$R_2^2 = \left(\frac{\hat{\sigma}_{u_0}^2 - \hat{\sigma}_{u_{0p}}^2}{\hat{\sigma}_{u_0}^2} \right) \dots\dots\dots(13)$$

sedangkan:

$\hat{\sigma}_{u_{0p}}^2$ adalah penduga ragam galat level kedua dengan *p* peubah penjelas

$\hat{\sigma}_{u_0}^2$ adalah penduga ragam galat level kedua tanpa peubah penjelas

DATA DAN METODE

Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data capaian nilai akhir mahasiswa angkatan 44 (2007) dalam mata kuliah Metode Statistika pada tahun akademik 2008/2009. Data yang dianalisis sebanyak 2202 dan berasal dari 30 kelas paralel di bawah ini.

Tabel 1. Kelas-kelas paralel pada mata kuliah Metode Statistika

Kelas Paralel	Departemen	Kelas Paralel	Departemen
1	Statistika ¹⁾	16	Ilmu dan Teknologi Kelautan
2	Manajemen Sumber Daya Lahan ²⁾	17	Teknologi Produksi Ternak
3	Meteorologi Terapan	18	Nutrisi dan Teknologi Pakan
4	Matematika	19	Manajemen Hutan
5	Ilmu Komputer	20	Teknologi Hasil Hutan
6	Fisika	21	Konservasi Sumberdaya Hutan dan Ekowisata
7	Biokimia ³⁾	22	Silvikultur
8	Kimia	23	Teknologi Pangan
9	Agronomi dan Hortikultura	24	Teknologi Industri Pertanian
10	Arsitektur Lanskap	25	Ekonomi dan Studi Pembangunan
11	Kedokteran Hewan	26	Manajemen
12	Teknologi dan Manajemen Perikanan Budidaya	27	Ekonomi Sumberdaya dan Lingkungan
13	Manajemen Sumber Daya Perairan	28	Gizi Masyarakat

Kelas Paralel	Departemen	Kelas Paralel	Departemen
14	Teknologi Hasil Perairan	29	Ilmu Keluarga dan Konsumen
15	Teknologi dan Manajemen Perikanan Tangkap	30	Komunikasi dan Pengembangan Masyarakat

Keterangan : Keterangan: ¹⁾ ditambah satu mahasiswa Departemen Gizi ²⁾ ditambah lima mahasiswa Departemen Teknik Pertanian ³⁾ ditambah satu mahasiswa Departemen Biologi

Data nilai akhir ujian Metode Statistika menjadi peubah respon pada level terendah (level mahasiswa), sedangkan peubah penjelasnya meliputi:

Peubah penjelas level kesatu (mahasiswa)

1. IPK TPB mahasiswa
2. Jenis kelamin mahasiswa (0 = Perempuan, 1 = Laki-laki)
3. Asal Daerah (0 = Jawa, 1 = Luar Jawa)

Peubah penjelas level kedua (kelas paralel)

1. Persentase huruf mutu Pengantar Matematika minimal B
2. Jumlah mahasiswa dalam setiap kelas paralel

Metode

Tahapan-tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini adalah:

1. Melakukan konversi nilai akhir Metode Statistika untuk kelas paralel yang nilai maksimumnya lebih dari 100.
2. Melakukan analisis statistika deskriptif dan mengeksplorasi hubungan antara capaian nilai akhir Metode Statistika dengan peubah-peubah penjelasnya secara grafis.
3. Melakukan *centering* terhadap peubah penjelas kuantitatif yaitu IPK TPB, persentase huruf mutu Pengantar Matematika minimal B, dan jumlah mahasiswa.
4. Memodelkan hubungan antara capaian nilai akhir Metode Statistika dengan peubah-peubah penjelas level mahasiswa dan level kelas paralel dengan regresi dua level.

5. Mencari model terbaik yang dapat memodelkan hubungan antara capaian nilai akhir Metode Statistika dengan faktor-faktor yang mempengaruhinya.
6. Menduga komponen ragam capaian nilai akhir Metode Statistika.

HASIL DAN PEMBAHASAN

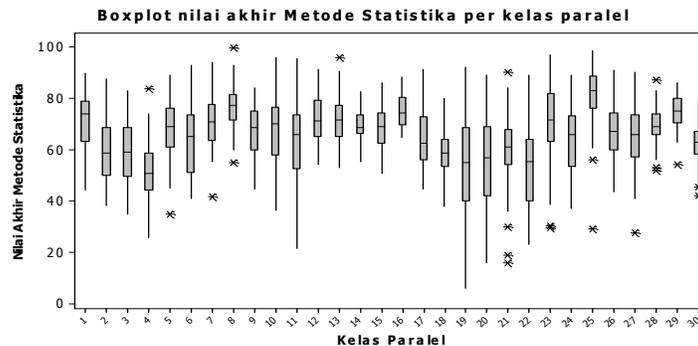
Deskripsi Data

Kelas paralel identik dengan departemen tertentu kecuali pada beberapa kelas paralel dimana terdapat beberapa mahasiswa yang berasal dari departemen lain (Tabel 1). Deskripsi mengenai nilai akhir Metode Statistika seluruh kelas dapat dilihat pada Tabel 2, sedangkan boxplot nilai akhir Metode Statistika setiap kelas disajikan pada Gambar 1.

Tabel 2 Statistika deskriptif nilai akhir Metode Statistika seluruh kelas

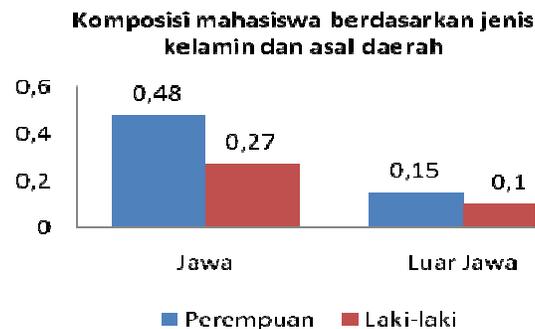
Rataan	65.78
Minimum	6.00
Maksimum	99.70
Q1	57.64
Median	67.00
Q3	75.00
Standar Deviasi	13.62

Rata-rata IPK TPB untuk seluruh kelas adalah sebesar 2.86, dengan rata-rata jumlah mahasiswa per kelas sebanyak 85 dan rata-rata persentase nilai mutu Pengantar Matematika minimal B per kelas sebesar 49.07%.



Gambar 1 Boxplot Nilai Akhir Metode Statistika per Kelas Paralel

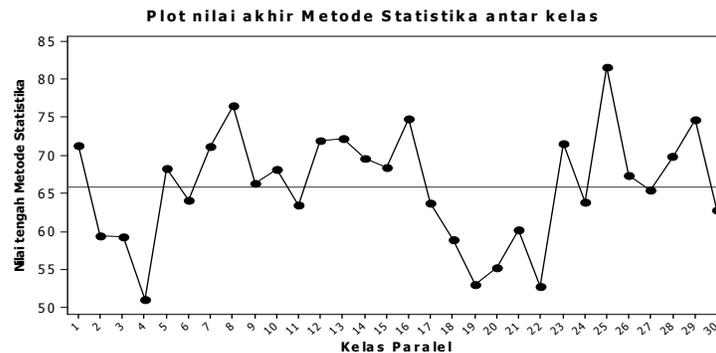
Berdasarkan boxplot dan hasil analisis statistika deskriptif untuk masing-masing kelas paralel, dapat diketahui bahwa rata-rata nilai akhir Metode Statistika dan nilai median tertinggi terdapat pada kelas paralel 25 (Ilmu Ekonomi) yaitu masing-masing sebesar 81.57 dan 82.80. Kelas ini memiliki rata-rata IPK TPB sebesar 2.72 dan persentase huruf mutu Pengantar Matematika minimal B sebanyak 33%. Adapun rata-rata nilai akhir Metode Statistika dan nilai median terendah terdapat pada kelas paralel 4 (Matematika), masing-masing bernilai 51.04 dan 50.60. Kelas ini memiliki rata-rata IPK TPB sebesar 2.98 dan persentase huruf mutu Pengantar Matematika minimal B cukup besar yaitu sebanyak 77%. Kelas paralel dengan keragaman nilai akhir yang cukup tinggi adalah kelas paralel 19, 20 dan 22. Kelas-kelas tersebut merupakan kelas pada fakultas yang sama yaitu Fakultas Kehutanan. Pada Gambar 2 disajikan komposisi mahasiswa berdasarkan jenis kelamin dan asal daerah. Tampak bahwa sebagian besar mahasiswa berasal dari Jawa dengan jenis kelamin perempuan.



Gambar 2 Komposisi mahasiswa berdasarkan jenis kelamin dan asal daerah

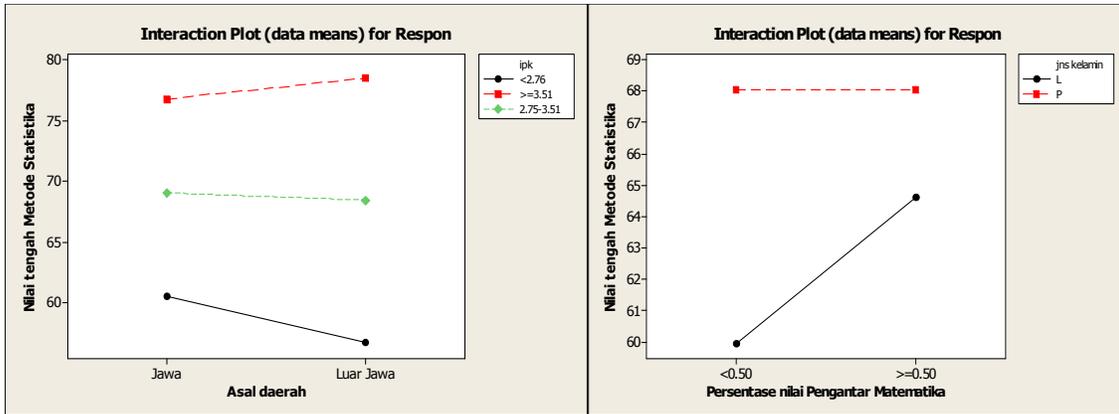
Eksplorasi Data

Analisis regresi dua level dilakukan karena adanya struktur hirarkhi pada capaian nilai akhir Metode Statistika, dimana mahasiswa sebagai level kesatu tersarang dalam kelas paralel sebagai level kedua. Selain itu, alasan digunakannya regresi dua level adalah karena adanya keragaman capaian nilai akhir Metode Statistika diantara kelas paralel (Gambar 3).



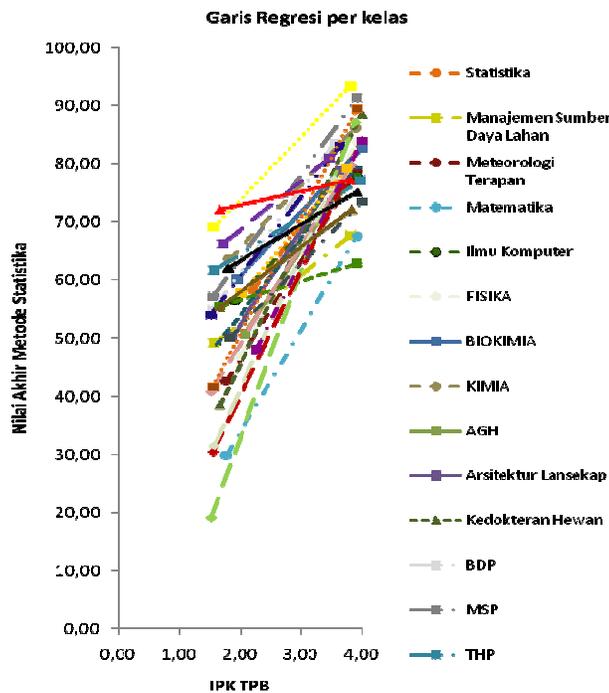
Gambar 3 Keragaman capaian nilai akhir Metode Statistika antar kelas

Berdasarkan eksplorasi data dapat diketahui bahwa capaian nilai akhir mahasiswa lebih tinggi dibandingkan mahasiswa, dan mahasiswa yang berasal dari luar Jawa memiliki kecenderungan nilai yang sedikit lebih rendah dibandingkan yang berasal dari Jawa. Pada level yang sama terdapat indikasi adanya interaksi antara IPK TPB dengan asal daerah. Pada saat IPK TPB lebih dari 3.51, mahasiswa yang berasal dari luar Jawa cenderung memiliki nilai akhir Metode Statistika yang lebih tinggi dibandingkan dengan yang berasal dari Jawa. Kecenderungan interaksi antar peubah penjelas pada level yang berbeda terjadi antara jenis kelamin dengan persentase huruf mutu Pengantar Matematika minimal B (Gambar 4). Adapun plot interaksi lainnya cenderung sejajar yang mengindikasikan antara kedua peubah penjelas yang bersangkutan tidak berinteraksi.



Gambar 4. Plot interaksi antara (a) IPK dan Asal Daerah (b) Jenis Kelamin dan Persentase Pengantar Matematika minimal B

Pada Gambar 5 disajikan garis regresi dari 30 kelas paralel antara nilai akhir Metode Statistika sebagai peubah respon dan IPK TPB sebagai peubah penjelas. Gambar tersebut mengindikasikan adanya keragaman garis regresi antar kelas. Kecenderungan adanya keragaman pada intersep dan kemiringan model yang diperoleh dari hasil eksplorasi data akan dilanjutkan dengan pengujian.



Gambar 5. Keragaman intersep dan kemiringan IPK TPB per kelas paralel

Korelasi Intraklas dan Keragaman yang Dapat Dijelaskan

Ketika di dalam model tidak ada peubah penjelas, diperoleh dugaan korelasi intraklas untuk regresi dua level sebesar 0.2819. Artinya tanpa mempertimbangkan faktor-faktor yang mempengaruhi nilai akhir Metode Statistika, 28.19% proporsi keragaman nilai akhir Metode Statistika dapat dijelaskan oleh variasi antar kelas paralel. Namun jika diperhatikan nilai ini tidak terlalu besar, sehingga keragaman nilai akhir Metode Statistika lebih disebabkan oleh variasi antar mahasiswa.

Pada saat ditambahkan peubah penjelas level kesatu, keragaman level kesatu dan level kedua yang dapat dijelaskan masing-masing sebesar 37.20% dan 7.72%. Sedangkan saat ditambahkan peubah penjelas di level kedua, keragaman level kesatu dan level kedua yang dapat dijelaskan masing-masing sebesar 37.20% dan 16.31%. Hal ini menunjukkan bahwa peubah-peubah level kelas paralel, yaitu jumlah mahasiswa dan persentase huruf mutu Pengantar Matematika minimal B tidak mampu menjelaskan keragaman nilai akhir Metode Statistika antar mahasiswa dalam kelas. Namun peubah-peubah ini mampu menjelaskan keragaman antar kelas paralel sebesar 16.31%. Sebaliknya peubah-peubah level mahasiswa yaitu IPK TPB, jenis kelamin, asal daerah dan interaksinya dapat menjelaskan keragaman nilai akhir antar kelas paralel sebesar 7.72%.

Model Regresi Dua Level

Dari peubah penjelas yang ada pada setiap level, ingin diketahui faktor-faktor yang berpengaruh terhadap capaian nilai akhir Metode Statistika dengan melakukan pemilihan model terbaik meliputi pemilihan struktur efek tetap, pemilihan struktur acak kemiringan, dan penyusunan model terbaik yang akan dijelaskan di bawah ini.

Pemilihan Struktur Efek Tetap

Pada langkah ini, dilakukan pengujian terhadap efek tetap. Pendugaan parameternya menggunakan metode *Maximum Likelihood* (ML). Peubah-peubah penjelas yang digunakan adalah peubah penjelas di level kesatu termasuk interaksi antara IPK TPB dengan asal daerah yang diperoleh berdasarkan eksplorasi serta peubah penjelas pada

level kedua. Adapun model-model yang dibentuk adalah model dengan intersep acak sebagai berikut:

1. Model M1.1 adalah model tanpa peubah penjelas.
2. Model M1.2 adalah model dengan seluruh peubah penjelas level kesatu.
3. Model M1.3 adalah model berdasarkan pemilihan M1.1 dan M1.2 ditambah dengan seluruh peubah penjelas pada level kedua.

Hasil perbandingan berdasarkan LRTs terhadap ketiga model di atas disajikan pada Tabel 3 di bawah ini.

Tabel 3. Hasil uji hipotesis pemilihan struktur efek tetap

Perbandingan model	Nilai-P
M1.1 vs M1.2	0.0000
M1.2 vs M1.3	0.2346

Dari Tabel 3 terlihat bahwa hasil perbandingan model M1.2 dan model M1.1 signifikan. Hal ini berarti peubah-peubah penjelas level kesatu yang dimasukkan dalam model memberikan pengaruh yang nyata terhadap capaian nilai akhir Metode Statistika. Selanjutnya dari hasil perbandingan model M1.2 dan model M1.3 yang tidak signifikan dapat disimpulkan bahwa peubah penjelas level kedua yang ditambahkan pada Model M1.3 tidak memberikan pengaruh yang nyata terhadap capaian nilai akhir mahasiswa. Jadi, model yang terbaik pada tahap ini adalah Model M1.2 dengan peubah penjelas IPK TPB, jenis kelamin, asal daerah, dan interaksi antara IPK TPB dan asal daerah (IPK TPB*asal daerah).

Pemilihan Struktur Kemiringan Acak

Dalam pemilihan struktur kemiringan acak, metode pendugaan yang digunakan adalah metode *Restricted Maximum Likelihood* (REML). Peubah penjelas yang digunakan adalah peubah penjelas yang diperoleh pada langkah pertama (Model M1.2) yaitu IPK TPB, jenis kelamin, asal daerah, dan IPK TPB*asal daerah. Efek kemiringan acak yang akan diuji meliputi efek kemiringan acak pada level individu yaitu IPK TPB, jenis kelamin, dan

asal daerah. Tujuannya adalah untuk mendapatkan efek kemiringan acak yang signifikan terhadap model. Adapun model yang akan diuji adalah:

1. Model M2.1 adalah model dengan intersepnya saja yang acak.
2. Model M2.2, M2.3, dan M2.4 adalah model dengan intersep dan kemiringan acak masing-masing untuk IPK TPB, jenis kelamin, dan asal daerah.

Tabel 4. Hasil uji hipotesis pemilihan efek kemiringan acak

Perbandingan model	Nilai-P
M2.1 dengan M2.2	0.0000
M2.1 dengan M2.3	0.0000
M2.1 dengan M2.4	0.7047

Berdasarkan hasil pengujian pada Tabel 4, efek kemiringan acak yang signifikan terhadap model adalah kemiringan efek IPK TPB dan jenis kelamin. Maka model terbaik pada tahap ini adalah Model M2.2 dan Model M2.3.

Pemilihan Model Terbaik

Pada langkah pertama dan kedua, diperoleh efek tetap yaitu peubah-peubah penjelas pada Model M1.2 serta efek kemiringan acak IPK TPB dan jenis kelamin, kemudian ditambahkan dengan interaksi antar peubah penjelas pada level yang berbeda. Berdasarkan eksplorasi, dipilih interaksi antara jenis kelamin dengan persentase huruf mutu Pengantar Matematika minimal B untuk dimasukkan ke dalam model sehingga diperoleh model terbaik yang hasil pendugaan efek tetapnya disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5. Hasil model terbaik untuk efek tetap

Efek	Nilai Dugaan	Nilai P
Intersep	67.5567	<.0001
IPK TPB	12.8695	<.0001
Jenis kelamin	-3.416	<.0001
Asal	-0.4412	0.3253
IPK TPB*asal	2.2292	0.0088
JK*%PM	8.0845	0.0337

Pada Tabel 5 di atas terlihat bahwa pada taraf nyata $\alpha = 0.05$, peubah penjelas yang signifikan adalah IPK TPB, jenis kelamin, IPK TPB*asal daerah, dan jenis kelamin*persentase huruf mutu Pengantar Matematika minimal B, sedangkan asal daerah tidak signifikan. Dari model di atas dapat disimpulkan bahwa rata-rata nilai akhir mahasiswi yang berasal dari pulau Jawa saat IPK TPB 2.86 adalah sebesar 67.56.

Mahasiswa dengan IPK TPB yang lebih tinggi rata-rata nilai akhir Metode Statistiknya lebih tinggi pula, namun pengaruh IPK tersebut lebih besar untuk mahasiswa yang berasal dari luar Jawa dibandingkan yang dari Jawa. Tanda negatif pada jenis kelamin menunjukkan bahwa rata-rata nilai akhir mahasiswi lebih tinggi dibandingkan mahasiswa. Mahasiswa laki-laki yang berada dalam kelas dengan persentase huruf mutu Pengantar Matematika minimal B yang tinggi, rata-rata nilai akhirnya juga lebih tinggi.

Model pada Tabel 5 dapat diuraikan menjadi empat model dugaan berdasarkan kombinasi jenis kelamin dan asal daerah. Hasil model dugaannya disajikan pada Tabel 6. Terlihat bahwa model dengan kategori laki-laki merupakan fungsi dari IPK TPB dan persentase huruf mutu Pengantar Matematika minimal B, sedangkan model dengan kategori perempuan merupakan fungsi dari IPK TPB saja.

Tabel 6 Hasil penguraian model berdasarkan empat kategori

Model Dugaan	
Model 1. Jenis Kelamin Laki-laki dan Berasal dari Jawa	$\hat{Y} = 64.1407 + 8.0845PM + 12.8695IPK$
Model 2. Jenis Kelamin Laki-laki dan Berasal dari Luar Jawa	$\hat{Y} = 63.6995 + 8.0845PM + 15.0987IPK$
Model 3. Jenis Kelamin Perempuan dan Berasal dari Jawa	$\hat{Y} = 67.5567 + 12.8695IPK$
Model 4. Jenis Kelamin Perempuan dan Berasal dari Luar Jawa	$\hat{Y} = 67.1155 + 15.0987IPK$

Keterangan : PM = persentase huruf mutu Pengantar Matematika minimal B

Hasil dugaan keragaman efek acak dari model terbaik disajikan pada Tabel 7. Dari tabel tersebut terlihat bahwa keragaman nilai akhir Metode Statistika antar kelas dari mahasiswi yang berasal dari pulau Jawa saat IPK TPB sebesar 2.86 adalah 45.2843. Dugaan keragaman kemiringan IPK TPB antar kelas sebesar 30.4617 dan dugaan keragaman perbedaan nilai akhir antara laki-laki dan perempuan antar kelas sebesar 7.6432. Keragaman terbesar berasal dari keragaman nilai akhir antar mahasiswa dalam kelas yaitu sebesar 74.9189.

Tabel 7. Nilai dugaan parameter ragam dan keragaman

Parameter	Nilai dugaan	Nilai-P
$\sigma_{int:kelas}^2$	45.2843	0.0001
$\sigma_{int ipk:kelas}$	-15.9831	0.0511
$\sigma_{ipk:kelas}^2$	30.4617	0.0005
$\sigma_{int jk:kelas}$	2.0371	0.6767
$\sigma_{ipkjk:kelas}$	-5.1086	0.2173
$\sigma_{jk:kelas}^2$	7.6432	0.0138
σ_{sisaan}^2	74.9189	<0.0001

Analisis Regresi Satu Level

Jika dibandingkan dengan analisis regresi satu level, semua faktor yang dimasukkan ke dalam model seperti IPK TPB, jenis kelamin, asal daerah, persentase huruf mutu Pengantar Matematika minimal B, jumlah mahasiswa, IPK TPB*asal daerah dan jenis kelamin*persentase huruf mutu Pengantar Matematika minimal B memberikan pengaruh yang nyata terhadap capaian nilai akhir Metode Statistika (Tabel 8). Asumsi sisaan saling bebas pun terlanggar, hal ini mendukung bahwa analisis regresi satu level kurang tepat diterapkan terhadap data dengan struktur hirarkhi.

Tabel 8 Hasil analisis regresi satu level

Peubah Penjelas	Koefisien	Nilai-P
Intersep	68.3939	0.000
% PM	-11.486	0.000
Jumlah mahasiswa	-0.056888	0.000
IPK TPB	13.7766	0.000
Jenis kelamin	-4.5013	0.000
Asal daerah	-1.3546	0.016
IPK*asal	2.466	0.021
JK*% PM	12.559	0.000

KESIMPULAN

Pada level kelas paralel, tidak ada satu pun faktor yang memberikan pengaruh yang nyata terhadap capaian nilai akhir Metode Statistika. Faktor-faktor yang berpengaruh terhadap capaian nilai akhir Metode Statistika adalah IPK TPB, jenis kelamin, interaksi IPK TPB dengan asal daerah dan interaksi persentase huruf mutu Pengantar Matematika minimal B dengan jenis kelamin.

Walaupun mata kuliah Metode Kuliah Metode Statistika terdiri dari banyak kelas paralel dengan dosen dan metode pengajaran yang berbeda-beda, namun keragaman capaian nilai akhir Metode Statistika lebih banyak disebabkan oleh variasi antar mahasiswa dibandingkan variasi antar kelas paralel, rasionya sekitar 3:1. Keragaman antar mahasiswa dalam kelas ini dapat dijelaskan oleh oleh peubah-peubah level mahasiswa sebesar 37.20% dan oleh peubah penjelas level kelas paralel sebesar 7.72%.

DAFTAR PUSTAKA

- Goldstein, H. 1999. *Multilevel Statistical Models*. London: Institute of Education, Multilevel Model Project.
- Hox, J. 2002. *Multilevel Analysis Techniques and Applications*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Hox, J., & Mass, C.J.M. 2005. Multilevel Analysis. *Encyclopedia of Social Measurement*, Vol. 2 : 785-793.
- Searle, S.R., Casella, G & McCulloch, C.E. 1992. *Variance Components*. Sage, Thousands Oaks, CA.
- Singer, J. D., 1998. Using SAS PROC MIXED to Fit Multilevel Models, Hierarchical Models, and Individual Growth Models. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*. 24:323-355.
- Tantular, B. 2009. *Penerapan Model Regresi Linier Multilevel pada Data Pendidikan dan Data Nilai Ujian*. [Tesis]. Institut Pertanian Bogor.
- West, B.T., K.B. Welch, dan A.T. Galecki, 2007. *Linear Mixed Models: A Practical Guide Using Statistical Software*. New York: Chapman & Hall.