

Pendugaan Komponen Utama pada Pengaruh Acak Model Linear Campuran Terampat

Mohammad Masjkur
Departemen Statistika, FMIPA-IPB

Abstrak

Model linear campuran terampat (*generalized linear mixed model*) merupakan model yang memberikan ekstra fleksibilitas dalam pengembangan model yang sesuai bagi data, sedangkan analisis komponen utama merupakan teknik ‘reduksi dimensi’ data yang terandalkan. Tujuan penelitian ini adalah mengetahui pendugaan komponen utama pada pengaruh acak model linear campuran terampat dan membandingkannya dengan model linear campuran terampat berdasarkan data asli. Penelitian ini menggunakan data percobaan lapangan pemupukan P padi sawah pada enam lokasi. Percobaan lapangan menggunakan rancangan acak kelompok (RAK) dengan 4 ulangan. Perlakuan terdiri dari 5 tingkat pupuk P yaitu : 0, 23, 46, 69, dan 115 kg P_2O_5 /ha. Peubah respons yang diamati ialah serapan P tanaman pada saat panen. Sifat-sifat tanah yang diukur terdiri dari : pH H_2O , C organik, P- H_2O , Pi- $NaHCO_3$, Pi- $NaOH$, P- HCl_{25} , P-Truog, P-Olsen, P-Bray1, dan P-Mehlich 1. Model linear campuran terampat digunakan untuk menduga respons serapan P padi sawah terhadap pengaruh pemupukan P dan sifat-sifat tanah. Faktor pemupukan sebagai pengaruh tetap (*fixed effect*) dan sifat-sifat tanah sebagai pengaruh acak (*random effect*). Pada model pertama, hanya pengaruh acak sisaan digunakan (*the residual only model*) atau model tetap. Pada model kedua, pengaruh acak sifat-sifat tanah dimasukkan dalam model. Pada model ketiga dan seterusnya, komponen utama pengaruh acak dimasukkan secara sekuensial ke dalam model. Keterandalan model diuji dengan membandingkan pada model dengan hanya pengaruh acak sisaan menggunakan uji χ^2 deviance. Kebaikan suai model juga dievaluasi menggunakan kriteria informasi Bayesian (*BIC*) dan Akaike (*AIC* dan *AICC*). Hasil penelitian menunjukkan bahwa data kasus serapan P terdiri dari dua kelompok sebaran (bimodus), yaitu kelompok serapan P rendah dan kelompok serapan P tinggi, masing-masing menyebar normal. Pada kelompok serapan P rendah dan kelompok serapan P tinggi, model campuran berdasarkan komponen utama lebih terandalkan daripada model campuran berdasarkan data asli dan model tetap.

Kata kunci : model linear campuran terampat (*generalized linear mixed model*), pengaruh tetap (*fixed effect*), pengaruh acak (*random effect*), komponen utama (*principal component*)

PENDAHULUAN

Berkembangnya konsep pertanian spesifik lokasi (*site specific farming*) memungkinkan bahwa dosis optimum pemupukan tanaman bervariasi tergantung pada lokasi yang bersangkutan. Oleh karena itu, sehubungan dengan pengembangan rekomendasi pemupukan spesifik lokasi, biasanya dilakukan percobaan pemupukan lokasi ganda (*multilocation trials*).

Dalam percobaan pemupukan lokasi ganda, selain pengaruh faktor pemupukan dapat diketahui juga pengaruh interaksi pemupukan dengan lokasi atau dapat diketahui juga pengaruh faktor-faktor spesifik lokasi seperti sifat-sifat lingkungan dari lokasi tersebut. Dengan demikian dapat disusun suatu model umum rekomendasi pemupukan yang mempertimbangkan informasi spesifik lokasi (Kastens et al., 2003).

Model umum repons tanaman dengan faktor pemupukan dan sifat-sifat lingkungan biasanya menggunakan model linear campuran klasik dengan respons tanaman sebagai peubah tak bebas (y) dan faktor pemupukan sebagai pengaruh tetap (*fixed effect*) serta sifat-sifat lingkungan sebagai pengaruh acak (*random effect*). Asumsi yang mendasari model linear campuran klasik adalah bahwa hubungan antara rata-rata peubah tak bebas y dengan pengaruh tetap dan acak dapat dimodelkan sebagai fungsi linear, ragam bukan merupakan fungsi dari rata-rata, dan pengaruh acak mengikuti sebaran normal (Cnaan et al., 1997; Kachman, 2008). Namun pada kenyataannya sebagian atau semua dari asumsi-asumsi ini jarang terpenuhi.

Beberapa pendekatan biasanya dilakukan untuk mengatasi kekurangan model linear campuran klasik. Transformasi digunakan untuk menstabilkan ragam, mendapatkan hubungan linear, dan menormalkan sebaran. Namun demikian, transformasi diperlukan untuk menstabilkan ragam belum tentu sama dengan transformasi diperlukan untuk mendapatkan hubungan linear. Misalnya, transformasi log untuk menstabilkan ragam mempunyai efek samping bahwa model pada skala asli multiplikatif (Kachman, 2008). Hal ini dapat mengakibatkan model linear campuran yang kita dapatkan kurang tepat.

Model linear campuran terampat (*generalized linear mixed model*) merupakan model yang memberikan ekstra fleksibilitas dalam pengembangan model yang sesuai bagi data, yang tidak memenuhi asumsi model linear campuran klasik, sehingga peneliti

lebih fokus pada pemilihan model-model dan kebaikan suainya (*goodness of fit*) (Kachman, 2008; Schabenberger, 2008).

Pada beberapa keadaan, sifat-sifat lingkungan dari lokasi percobaan yang dapat dipertimbangkan mempengaruhi respons tanaman berkorelasi satu sama lain. Menurut Weisberg (1985) peubah-peubah prediktor yang berkorelasi satu sama lain dapat menyebabkan ragam yang besar dari koefisien-koefisien model dan kurang tepat dalam identifikasi prediktor paling penting.

Salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk mengatasi hal ini adalah dengan menggunakan analisis komponen utama. Teknik statistika peubah ganda ini mentransformasi gugus data asli menjadi gugus kombinasi linear peubah-peubah asli. Peubah-peubah baru yang tidak berkorelasi yakni komponen utama, mewakili sebagian besar keragaman data asli. Selanjutnya komponen-komponen utama tersebut digunakan sebagai prediktor membentuk regresi komponen utama (Chang et al., 2001; Shukla et al., 2004). Sousa et al. (2006) mendapatkan bahwa regresi linear berganda berdasarkan komponen utama lebih baik daripada regresi linear berganda berdasarkan data asli. Meyer dan Kirkpatrick (2005) mendapatkan bahwa penggunaan komponen utama pada pengaruh acak genetik dapat mengurangi jumlah parameter yang diduga dan ragam contoh (*sampling variation*).

Tujuan penelitian ini adalah mengetahui pendugaan komponen utama pada pengaruh acak model linear campuran terampat dan membandingkannya dengan model linear campuran terampat berdasarkan data asli.

TINJAUAN PUSTAKA

Model Linear Campuran Terampat

Model linear campuran terampat (GLMM) merupakan model statistika yang mengembangkan kelas model linear terampat (*generalized linear model*) dengan memasukkan pengaruh-pengaruh acak yang menyebar normal. Model linear terampat (GLM) dapat didefinisikan dalam beberapa komponen model :

1. prediktor linear η yang merupakan kombinasi linear dari koefisien-koefisien regresi :
$$\eta_i = x'_i \beta$$

2. fungsi hubung (*link function*) $g(\cdot)$ yang menghubungkan rata-rata data dengan prediktor linear :

$$g[E(Y_i)] = \eta_i$$

3. sebaran respons Y_i berasal dari sebaran keluarga eksponensial (*exponential family distributions*) (McCullagh dan Nelder, 1983; Dobson, 2002).

Sebaran keluarga eksponensial sangat luas dan terdiri dari beberapa sebaran penting. Misalnya, biner, binom, Poisson, binom negatif, normal, beta, gamma merupakan anggota-anggota keluarga ini. Kasus khusus dari model linear terampat adalah jika Y_i menyebar normal dan fungsi hubung adalah fungsi identitas. Model yang didapatkan adalah regresi linear dan analisis ragam dari model dengan sisaan normal.

Model linear terampat (GLM) digunakan jika data tidak berkorelasi, sedangkan dalam beberapa penelitian didapatkan bahwa pengamatan-pengamatan berkorelasi satu sama lain. Model linear campuran terampat mengembangkan model linear terampat dengan memasukkan korelasi diantara respons, yaitu dengan meliputi pengaruh-pengaruh acak pada prediktor linear dan/atau memodelkan korelasi diantara data secara langsung (Schabenberger, 2008).

Model linear campuran terampat dirumuskan sebagai berikut :

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}\mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

(1)

dimana \mathbf{y} vektor N pengamatan, $\boldsymbol{\beta}$ vektor pengaruh tetap, \mathbf{u} vektor pengaruh acak, $\boldsymbol{\varepsilon}$ vektor sisaan, \mathbf{X} dan \mathbf{Z} adalah matriks rancangan. Pengaruh acak \mathbf{u} menyebar Normal dengan rata-rata $\mathbf{0}$ dan matriks ragam \mathbf{G} . Sebaran dari sisaan $\boldsymbol{\varepsilon}$ adalah normal dengan rata-rata $\mathbf{0}$ dan ragam \mathbf{R} .

Model linear campuran terampat meliputi juga prediktor linear, η , dan fungsi hubung dan/atau hubung (kebalikan) (*inverse link function*). Rataan bersyarat, μ , tergantung pada prediktor linear melalui fungsi hubung dan/atau hubung (kebalikan), $h(\cdot)$, dan matriks peragam \mathbf{R} , tergantung pada μ melalui fungsi ragam (Tempelman, 1998; Kachman, 2008).

Prediktor Linear

Dalam model linear campuran terampat pengaruh tetap dan pengaruh acak digabung untuk membentuk prediktor linear sebagai berikut :

$$\eta = \mathbf{X}\beta + \mathbf{Z}u$$

$$(2)$$

sehingga $y = \eta + \varepsilon$.

Secara ekivalen, keragaman sisaan dapat dimodelkan sebagai,

$$y | u \sim N(\eta, R)$$

Hubungan antara prediktor linear dan vektor pengamatan pada model linear campuran terampat dimodelkan sebagai,

$$y | u \sim N(h(\eta), R)$$

dimana notasi $y | u \sim N(h(\eta), R)$ menunjukkan bahwa sebaran bersyarat y bila diketahui u mempunyai rataan, $h(\eta)$, dan ragam, R . Sebaran bersyarat y bila diketahui u menunjukkan sebaran sisaan.

3.3. Fungsi Hubung Kebalikan

Fungsi hubung kebalikan merupakan fungsi nilai prediktor linear pada pengamatan i , η_i , terhadap rataan bersyarat pengamatan i , μ_i . Pemilihan fungsi hubung kebalikan biasanya berdasarkan pada sebaran sisaan. Tabel 1 menunjukkan beberapa sebaran dan fungsi hubungnya.

Tabel 1. Fungsi hubung dan fungsi ragam dari beberapa sebaran

Sebaran	Hubung	Hubung Kebalikan	$v(\mu)$
Normal	Identitas	η	1
Binomial/n	Logit	$e^\eta = (1 + e^\eta)$	$\mu(1 - \mu)/n$
	Probit	$\Phi(\eta)$	
Poisson	Log	e^η	μ
Gamma	Inverse	$1/\eta$	μ^2
	Log	e^η	

Pendugaan Parameter

Pendekatan pendugaan model linear campuran terampat umumnya berdasarkan prinsip kemungkinan (*likelihood principle*). Misalnya, untuk mendapatkan dugaan kemungkinan maksimum, perlu memaksimalkan kemungkinan marjinal

$$L(\beta, \theta, y) = \int f(y|u) p(u) du$$

dimana $f(y|u)$ sebaran bersyarat dari data, dan $p(u)$ sebaran pengaruh acak.

Kachman (2008) mengemukakan persamaan pendugaan pengaruh tetap dan acak model linear campuran terampat adalah :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}'\mathbf{H}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}\mathbf{X} & \mathbf{X}'\mathbf{H}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}\mathbf{Z} \\ \mathbf{Z}'\mathbf{H}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}\mathbf{Z} & \mathbf{Z}'\mathbf{H}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}\mathbf{Z} + \mathbf{G}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\beta}} \\ \hat{\boldsymbol{u}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}'\mathbf{H}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{y}^* \\ \mathbf{Z}'\mathbf{H}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{y}^* \end{bmatrix}$$

(3)

dimana $\mathbf{H} = \frac{\partial \boldsymbol{\mu}}{\partial \boldsymbol{\eta}'}$

$$\mathbf{R} = \text{var}(y|u)$$

$$y^* = y - \boldsymbol{\mu} + \mathbf{H}\boldsymbol{\eta}$$

Reparameterisasi

Misalkan matriks peragam Σ , dengan dimensi $k \times k$. Penguraian nilai ciri dari Σ adalah

$$\Sigma = \mathbf{E} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{E}'$$

dengan $\boldsymbol{\Lambda}$ matriks diagonal nilai ciri Σ , λ_i untuk $i = 1, \dots, k$, dan $\mathbf{E} = (\mathbf{e}_1 | \mathbf{e}_2 | \dots | \mathbf{e}_k)$ matriks vektor ciri \mathbf{e}_i . Bagi nilai ciri tertentu λ_i , \mathbf{e}_i yang bersesuaian ditentukan secara proporsional. Prosedur baku bagi penguraian nilai ciri biasanya menunjukkan juga \mathbf{e}_i dibakukan terhadap panjang satuan, sehingga \mathbf{E} adalah ortonormal. Nilai ciri dan vektor ciri biasanya diberikan dalam urutan menurun dari besaran λ_i .

Jika Σ menunjukkan matriks peragam dari vektor peubah-peubah \mathbf{v} , fungsi linear $\mathbf{e}'_i \mathbf{v}$ dengan ragam λ_i merupakan kombinasi peubah-peubah asli yang menerangkan keragaman maksimum. Hal yang sama, dengan \mathbf{E} ortogonal, $\mathbf{E}'\mathbf{v}$ dengan matriks peragam $\boldsymbol{\Lambda}$ memberikan k peubah-peubah tidak berkorelasi dengan peubah baru ke- i menerangkan sebagian besar keragaman berurutan dari 1 sampai $i - 1$. Jika kita mempertimbangkan hanya m vektor ciri pertama, kita akan mendapatkan m kombinasi linear $\mathbf{E}'_m \mathbf{v}$ mencakup maksimum keragaman asal (dengan \mathbf{E}_m adalah sub-matriks $k \times m$ dari kolom-kolom 1, \dots , m dari \mathbf{E}). Hal ini merupakan prinsip penggunaan komponen utama sebagai teknik 'pengurangan dimensi'. Jika $\lambda_{m+1}, \dots, \lambda_k$ dekat dengan nol, matriks

$$\Sigma^* = \mathbf{E}_m \boldsymbol{\Lambda}_m \mathbf{E}'_m = \sum_i \lambda_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i'$$

dengan $\boldsymbol{\Lambda}_m$ merupakan submatriks $\boldsymbol{\Lambda}$ bersesuaian dengan \mathbf{E}_m , merupakan pendekatan dari Σ yang mempunyai pangkat m dan dimuluskan (*smoothed*).

Dengan asumsi Σ di atas merupakan Σu , maka kita dapat melakukan reparametrisasi model (1) menjadi

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}^{\circ}u^{\circ} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

(4)

dengan $Var(u^{\circ}) = \mathbf{U} \times \Lambda m = \mathbf{G}^*$. Untuk $m = k$, model (4) sama dengan model (1). Jika tidak, yaitu untuk $m < k$, hal tersebut mereduksi dimensi, dengan mempertimbangkan hanya m komponen utama pertama (Meyer dan Kirkpatrick, 2005).

DATA DAN METODE

Data

Penelitian ini menggunakan data percobaan lapangan pemupukan P padi sawah pada beberapa lokasi. Penelitian dilaksanakan pada tiga lokasi lahan sawah Lampung dan tiga lokasi lahan sawah Jawa Timur pada musim tanam 2005/2006.

Percobaan lapangan menggunakan rancangan acak kelompok (RAK) dengan 4 ulangan. Perlakuan terdiri dari 5 tingkat pupuk P yaitu : 0, 23, 46, 69, dan 115 kg P_2O_5 /ha menggunakan SP36. Sebagai pupuk dasar ditambah pupuk urea 300 kg/ha dan 150 kg KCl/ha. Tanaman indikator digunakan padi VUTB *var.* Fatmawati. Peubah yang diamati ialah serapan P tanaman pada saat panen.

Sifat-sifat tanah yang diukur terdiri dari : pH H_2O , C organik, P- H_2O , Pi- $NaHCO_3$, Pi- $NaOH$, P-HCl25, P-Truog, P-Olsen, P-Bray1, dan P-Mehlich 1.

Metode

Model linear campuran terampat digunakan untuk menduga respons serapan P padi sawah terhadap pengaruh pemupukan P dan sifat-sifat tanah. Faktor pemupukan diasumsikan sebagai pengaruh tetap (*fixed effect*) dan sifat-sifat tanah sebagai pengaruh acak (*random effect*). Pada model pertama, hanya pengaruh acak sisaan digunakan (*the residual only model*) atau model tetap. Pada model kedua, pengaruh acak sifat-sifat tanah dimasukkan dalam model. Pada model ketiga dan seterusnya, komponen utama pengaruh acak dimasukkan secara sekuensial ke dalam model. Keterandalan model diuji dengan membandingkan pada model dengan hanya pengaruh acak sisaan menggunakan uji χ^2 deviance. Uji χ^2 deviance membandingkan perbedaan antara nilai negatif *log-likelihood* dari dua model dengan nilai kritis sebaran χ^2 dengan derajat bebas sama dengan perbedaan jumlah parameter pada dua model. Kebaikan suai model juga dievaluasi menggunakan kriteria informasi Bayesian (*Bayesian Information Criterion (BIC)*) dan Akaike (*Akaike Information Criterion (AIC)* dan (*AICC*)).

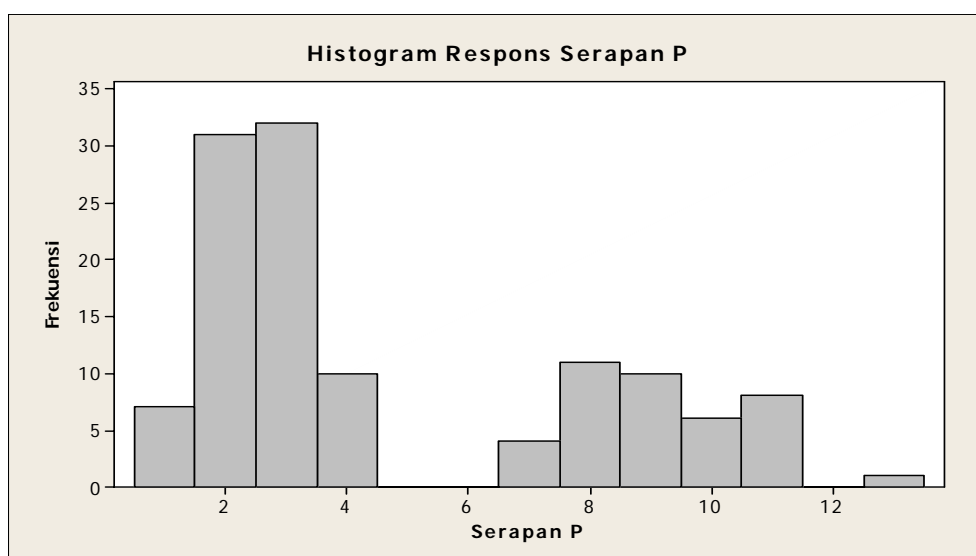
HASIL DAN PEMBAHASAN

Pemeriksaan Sebaran Data

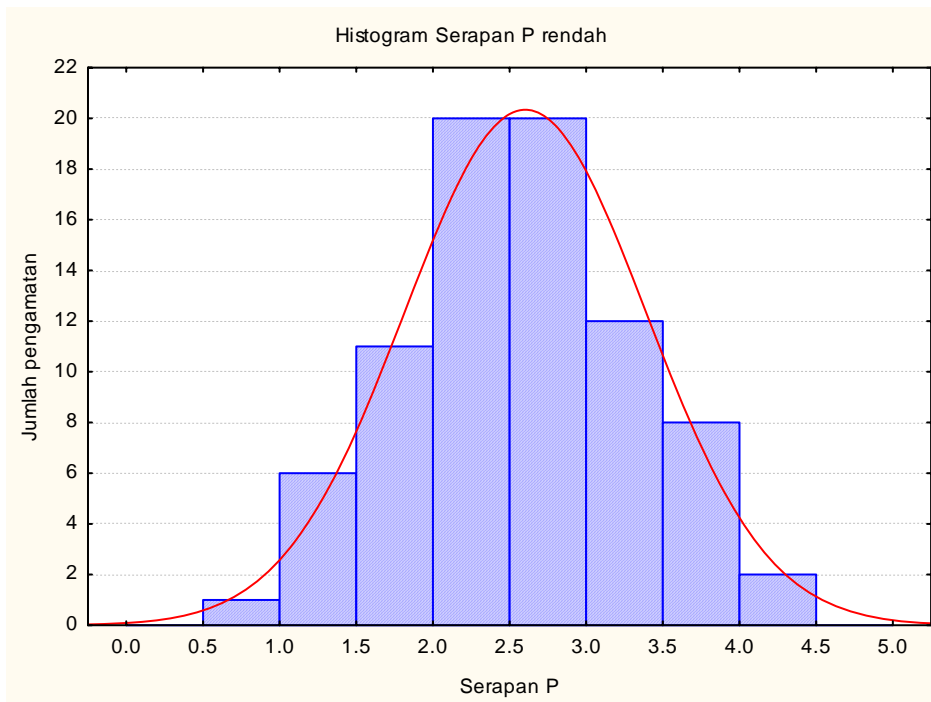
Histogram data respons serapan P pada enam lokasi dapat dilihat pada Gambar 1. Gambar 1 menunjukkan bahwa sebaran data serapan P nampaknya terdiri dari dua kelompok sebaran (bimodus). Sebaran kelompok pertama (sebelah kiri) mempunyai serapan P lebih rendah dari sebaran kelompok kedua (sebelah kanan). Untuk selanjutnya sebaran pertama dinamakan kelompok serapan P rendah, sedangkan sebaran kedua merupakan kelompok serapan P tinggi.

Histogram serapan P rendah dengan *superimposed* kurva normal terdapat pada Gambar 2, sedangkan serapan P tinggi terdapat pada Gambar 3. Gambar 2 dan 3 menunjukkan bahwa sebaran data serapan P rendah dan tinggi nampaknya menyebar normal. Hal ini terlihat dari bentuk sebaran yang relatif simetrik. Plot peluang normal dari data menunjukkan mendekati garis lurus yang berarti bahwa data menyebar normal. Hal ini juga didukung oleh hasil uji kenormalan Kolmogorov-Smirnov yang menunjukkan data menyebar normal dengan *p-value* keduanya $>0,15$ (Gambar 4 dan 5).

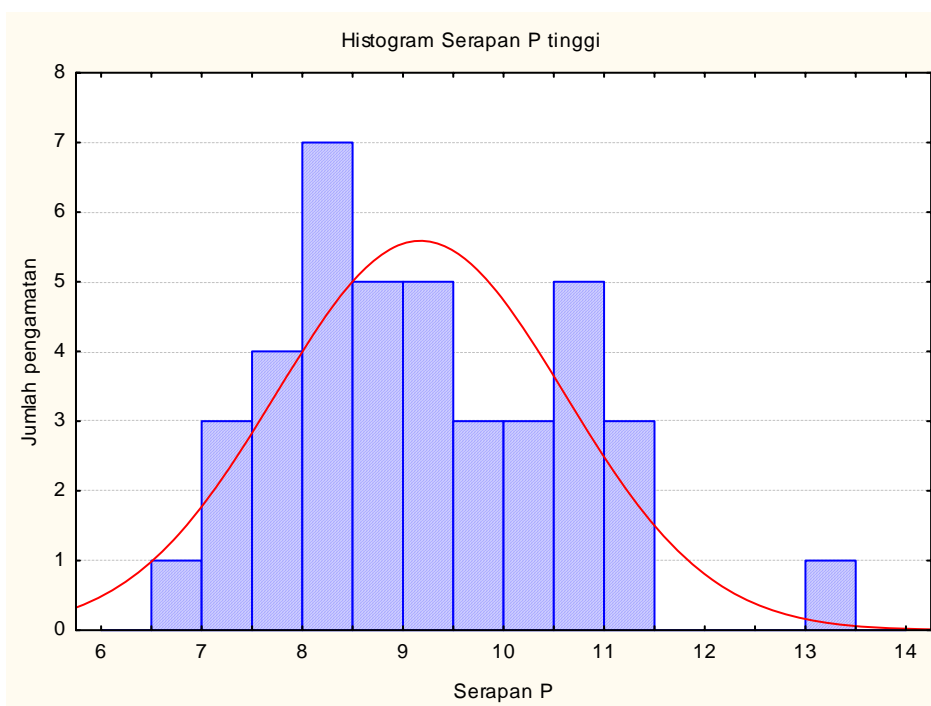
Respons serapan P rendah berkisar dari nilai minimum 0,84 sampai maksimum 4,39 dengan rata-rata 2,59 dan simpangan baku 0,78, sedangkan serapan P tinggi berkisar dari nilai minimum 6,92 sampai maksimum 13,16 dengan rata-rata 9,16 dan simpangan baku 1,43.



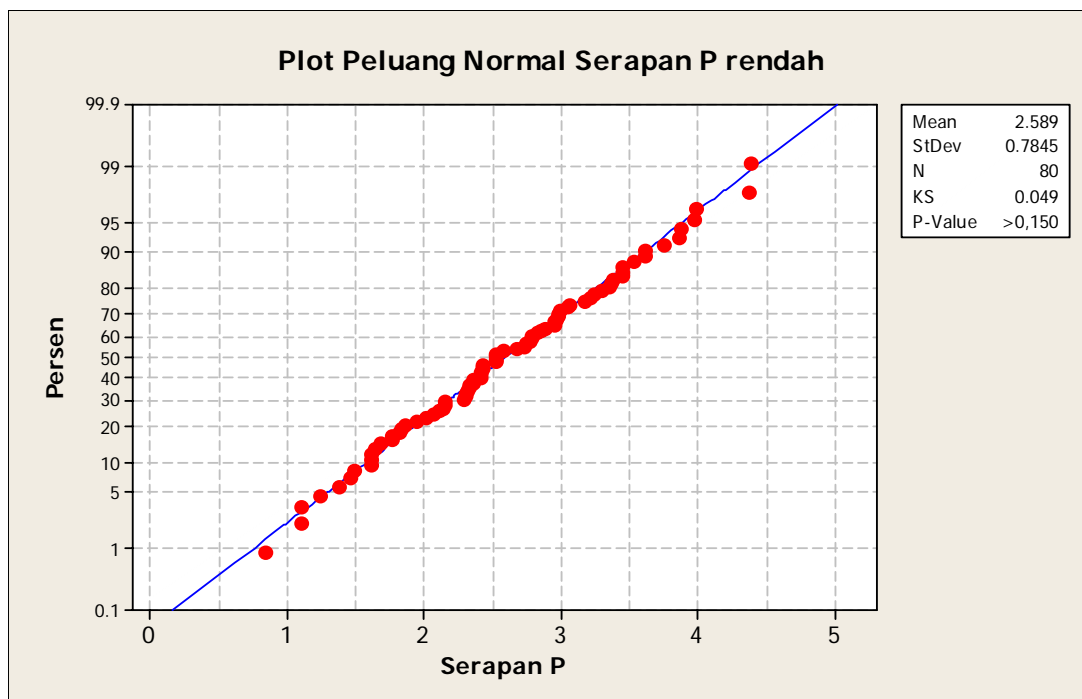
Gambar 1. Histogram respons serapan P (data keseluruhan)



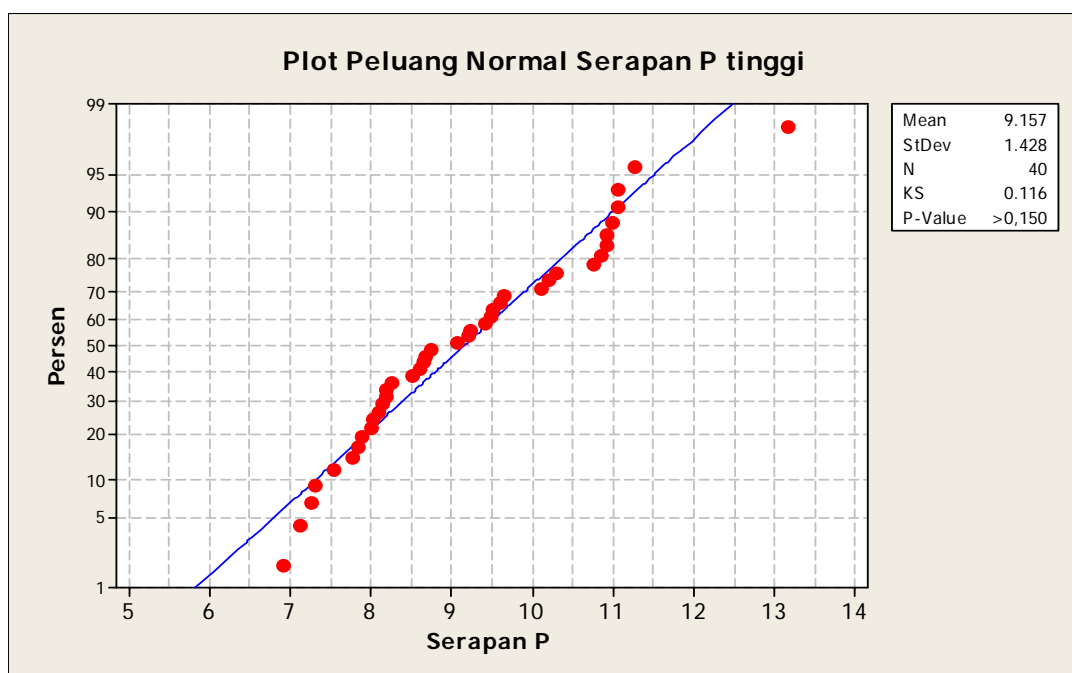
Gambar 2. Histogram respons serapan P rendah



Gambar 3. Histogram respons serapan P tinggi



Gambar 4. Plot peluang normal respons serapan P rendah



Gambar 5. Plot peluang normal respons serapan P tinggi

Pemeriksaan Korelasi Antar Peubah Sifat Tanah dan Serapan P

Hasil analisis korelasi antar peubah sifat tanah dan respons serapan P pada kelompok serapan P rendah dan tinggi masing-masing dapat dilihat pada Tabel Lampiran 1 dan 2.

Tabel Lampiran 1 menunjukkan adanya korelasi (kolinearitas) antar sifat-sifat tanah. pH H₂O berkorelasi positif nyata dengan P-H₂O (0,66*); berkorelasi negatif nyata dengan Pi-NaHCO₃, P-Truog, P-Olsen, P-Bray1 dan P-Mehlich (masing-masing -0,61*, -0,71*, -0,81**, -0,67*, dan -0,71*). C-organik berkorelasi nyata dengan P-H₂O, Pi-NaC, P-Tru, P-Ols, Pi-NaOH dan Pi-NaO. P-H₂O berkorelasi nyata dengan P-NaCl, P-Tru, P-Ols, P-Meh pada taraf $\alpha = 1\%$ dan P-NaOl pada taraf $\alpha = 5\%$. Pi-NaC berkorelasi nyata dengan P-Cl, P-Tru, P-Ols pada taraf $\alpha = 1\%$ dan P-NaOl pada taraf $\alpha = 5\%$. Adapun sifat tanah yang berkorelasi nyata dengan serapan P adalah C organik dan P-H₂O (positif), Pi-NaHCO₃, Pi-NaOH, P-Truog, P-Olsen, dan P-Mehlich 1 (negatif).

Tabel Lampiran 2 menunjukkan bahwa pada kelompok serapan P tinggi juga terdapat korelasi (kolinearitas) antar sifat-sifat tanah. pH H₂O berkorelasi positif nyata dengan Pi-NaHCO₃, P-HCl 25%, P-Truog, P-Olsen, P-Bray1 dan P-Mehlich. Pi-NaHCO₃ berkorelasi positif nyata dengan P-HCl 25%, P-Olsen, P-Bray 1, dan P-Mehlich 1. Sifat tanah yang diukur pH H₂O, Pi-NaHCO₃, P-HCl 25%, P-Truog, P-Olsen, P-Bray 1, dan P-Mehlich 1 semuanya berkorelasi positif nyata dengan serapan P.

Analisis Komponen Utama

Tabel 1 dan 2 menunjukkan matriks pembobot komponen utama pada kelompok serapan P rendah dan tinggi, yang mencerminkan hubungan relatif masing-masing peubah sifat-sifat tanah pada tiap komponen utama.

Pada pada kelompok serapan P rendah, dua komponen utama pertama mempunyai nilai ciri lebih besar dari 1, menerangkan 83,50 persen keragaman total ragam. Adapun pada kelompok serapan P tinggi, komponen utama pertama mempunyai nilai ciri lebih besar dari 1, menerangkan 91,00 persen keragaman total ragam.

Tabel 1. Matriks pembobot komponen utama, nilai cirri dan proporsi keragaman total kelompok serapan P rendah

	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9	PC10
pHH	0.32	-0.15	-0.50	-0.01	-0.66	0.36	0.05	0.03	0.03	-0.23
C-org	0.29	0.15	0.25	-0.89	-0.12	-0.10	-0.05	0.10	-0.03	-0.01
P-H2O	0.37	0.06	0.01	-0.01	0.49	0.57	0.51	0.15	0.07	0.10
P-NaCl	-0.33	-0.31	0.21	-0.14	-0.02	0.64	-0.49	0.09	-0.07	0.26
P-NaOH	-0.27	-0.22	-0.72	-0.38	0.43	-0.09	-0.06	-0.08	0.06	-0.05
P-Cl	-0.14	-0.61	0.28	-0.10	-0.01	-0.02	0.40	-0.25	-0.39	-0.38
P-Tru	-0.39	0.06	-0.13	-0.07	-0.25	-0.09	0.43	0.55	-0.32	0.40
P-Ols	-0.39	-0.03	0.17	-0.08	-0.10	0.05	0.22	0.25	0.75	-0.36
P-Br	-0.25	0.53	-0.04	0.00	0.11	0.23	-0.12	0.16	-0.41	-0.62
P-Meh	-0.32	0.38	-0.02	-0.15	-0.20	0.22	0.28	-0.71	0.06	0.23
Nilai ciri	6.21	2.14	0.63	0.47	0.29	0.12	0.08	0.03	0.02	0.01
	62.1	83.5	89.8	94.5	97.5	98.7	99.4	99.7	99.9	100.0
Proporsi (%)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabel 2. Matriks pembobot komponen utama, nilai cirri dan proporsi keragaman total kelompok serapan P tinggi

	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7
pHH	-0.39	0.08	0.44	0.25	0.67	0.27	-0.25
P-NaCl	-0.35	-0.56	-0.66	0.17	0.27	-0.13	-0.04
P-Cl	-0.39	-0.25	0.13	-0.44	-0.42	0.21	-0.59
P-Tru	-0.36	0.57	-0.46	0.04	-0.14	0.54	0.16
P-Ols	-0.39	-0.27	0.28	-0.39	0.00	0.08	0.74
P-Br	-0.39	-0.02	0.23	0.69	-0.51	-0.24	0.08
P-Meh	-0.37	0.47	-0.07	-0.31	0.15	-0.72	-0.09
Nilai ciri	6.37	0.47	0.13	0.02	0.01	0.01	0.00
Proporsi (%)	91.00	97.60	99.50	99.70	99.90	100.00	100.00

Hasil rotasi komponen utama menunjukkan bahwa pada kelompok serapan P rendah, komponen utama pertama nampaknya berkorelasi positif dengan P-Truog, P-Olsen, P-Bray 1, dan P-Mehlich 1 atau merupakan komponen P-tersedia, sedangkan komponen utama kedua berkorelasi negatif dengan Pi-NaHCO₃ dan P-HCl 25% atau komponen Pi-NaHCO₃ dan P-HCl. Komponen utama ketiga, keempat dan kelima masing-masing berkorelasi negatif dengan C organik, Pi-NaOH dan pH H₂O (komponen C organik, Pi-NaOH dan pH H₂O), sedangkan komponen utama keenam berkorelasi positif dengan P-H₂O (komponen P-H₂O) (Tabel Lampiran 3).

Pada kelompok serapan P tinggi, komponen utama pertama nampaknya berkorelasi positif dengan P-Truog dan P-Mehlich 1 atau merupakan komponen P-Truog dan P-Mehlich, sedangkan komponen utama kedua berkorelasi negatif dengan Pi-NaHCO₃ dan P-HCl 25% atau komponen Pi-NaHCO₃ dan P-HCl. Komponen utama ketiga berkorelasi positif dengan pH H₂O, P-Olsen, dan P-Bray 1 (komponen P-Olsen dan P-Bray 1) (Tabel Lampiran 4).

Perbandingan Model Campuran Berdasarkan Data Asli dengan Model Tetap

Perbandingan statistik keterandalan model campuran berdasarkan data asli dengan model tetap pada kelompok serapan P rendah dapat dilihat pada Tabel 3. Hasil uji χ^2 deviance menunjukkan bahwa model campuran dengan mempertimbangkan 10 (model 1) dan 2 (model 2) peubah acak sifat-sifat tanah nyata lebih baik daripada model tetap. Hal ini juga ditunjukkan oleh nilai *Bayesian Information Criterion (BIC)*, *Akaike Information Criterion (AIC)*, dan *Akaike Information Criterion Correction (AICC)* lebih kecil. Adapun model campuran dengan mempertimbangkan 2 peubah acak Pi-NaOH dan P-Truog lebih baik daripada model campuran dengan mempertimbangkan 10 peubah acak sifat-sifat tanah. Hal ini terlihat dari nilai AIC dan AICC lebih kecil serta jumlah parameter lebih sedikit, walaupun nilai BIC relatif sama. Dengan demikian model terbaik pada kelompok serapan P rendah adalah model campuran pemupukan P dengan peubah acak Pi-NaOH dan P-Truog.

Pada kelompok serapan P tinggi, hasil uji χ^2 deviance menunjukkan bahwa model campuran dengan mempertimbangkan 7 peubah acak sifat-sifat tanah (model 1) tidak lebih baik daripada model tetap. Namun demikian nilai *BIC*, *AIC*, dan *AICC* lebih kecil daripada model tetap. Adapun model campuran dengan mempertimbangkan peubah acak P-Mehlich (model 2) lebih baik daripada model tetap (χ^2 hitung = 11,2 > χ^2 tabel = 3,8 pada $\alpha=5\%$). Hal ini ditunjukkan oleh nilai *BIC*, *AIC*, dan *AICC* lebih kecil. Adapun model campuran dengan mempertimbangkan peubah acak P-Mehlich (model 2) lebih baik daripada model campuran dengan mempertimbangkan 7 peubah acak sifat-sifat tanah, yakni jumlah parameternya lebih sedikit, walaupun nilai *AIC*, *AICC*, dan *BIC* relatif sama (Tabel 4).

Tabel 3. Keterandalan model campuran berdasarkan data asli pada kelompok serapan P rendah.

Model	-2 Log Likelihood	AIC	AICC	BIC	Parameter model	χ^2 deviance
Model tetap	184,9	190,9	191,2	198,0	2	-
Model campuran data asli (1)	163,0	175,0	176,2	163,0	12	21,9*
Model campuran data asli (2)	163,0	173,0	173,8	163,0	4	21,9**

* Nyata pada $\alpha=5\%$ ** Nyata pada $\alpha=1\%$

Tabel 4. Keterandalan model campuran berdasarkan data asli pada kelompok serapan P tinggi.

Model	-2 Log Likelihood	AIC	AICC	BIC	Parameter model	χ^2 deviance
Model tetap	134,5	140,5	141,2	145,6	2	-
Model campuran data asli (1)	123,3	131,3	132,5	123,3	9	11,2 ^{ln}
Model campuran data asli (2)	123,3	131,3	132,5	123,3	3	11,2**

Perbandingan Model Campuran Berdasarkan Komponen Utama dengan Model Tetap

Perbandingan statistik keterandalan model campuran berdasarkan komponen utama dengan model tetap pada kelompok serapan P rendah dapat dilihat pada Tabel Lampiran 5. Hasil uji χ^2 deviance menunjukkan bahwa model campuran dengan mempertimbangkan satu, dua, tiga, empat, lima, enam, tujuh, delapan, sembilan dan sepuluh komponen utama peubah acak sifat-sifat tanah nyata lebih baik daripada model tetap. Hal ini juga ditunjukkan oleh nilai *BIC*, *AIC*, dan *AICC* lebih kecil. Adapun model campuran dengan mempertimbangkan tiga komponen utama pertama (PC1, PC2 dan PC3) merupakan model terbaik. Hal ini terlihat dari nilai *AIC* dan *AICC* lebih kecil daripada 1 dan 10 komponen utama serta jumlah parameter lebih sedikit daripada 10 komponen utama dan nilai *BIC* lebih kecil dari 1 komponen utama.

Pada kelompok serapan P tinggi, hasil uji χ^2 deviance menunjukkan bahwa model campuran dengan mempertimbangkan satu, dua, tiga, empat, lima, dan enam

komponen utama peubah acak sifat-sifat tanah nyata lebih baik daripada model tetap. Hal ini juga ditunjukkan oleh nilai BIC , AIC , dan $AICC$ lebih kecil. Adapun penggunaan tujuh komponen utama peubah acak sifat-sifat tanah tidak lebih baik daripada model tetap. Namun demikian nilai BIC , AIC , dan $AICC$ lebih kecil daripada model tetap. Model campuran dengan mempertimbangkan satu komponen utama pertama merupakan model terbaik dibandingkan model komponen utama lainnya. Komponen utama pertama merupakan satu-satunya komponen utama yang nyata pada model-model tersebut. Nilai AIC dan $AICC$ lebih kecil daripada model lainnya, walaupun nilai BIC relatif sama (Tabel Lampiran 6).

Perbandingan Model Campuran Berdasarkan Data Asli dengan Model Campuran Berdasarkan Komponen Utama

Keterandalan model campuran berdasarkan data asli dengan model campuran berdasarkan komponen utama pada kelompok serapan P rendah dapat dilihat pada Tabel 5. Tabel 5 menunjukkan bahwa model campuran berdasarkan komponen utama lebih baik daripada model campuran berdasarkan data asli. Hal ini terlihat dari nilai BIC , AIC , dan $AICC$ lebih kecil.

Pada kelompok serapan P tinggi, model campuran berdasarkan komponen utama juga lebih baik daripada model campuran berdasarkan data asli dengan nilai BIC , AIC , dan $AICC$ lebih kecil (Tabel 6). Hal ini mungkin disebabkan karena penggunaan komponen utama pada model campuran dapat mengatasi masalah kolinearitas peubah-peubah, sehingga ragam koefisiennya lebih kecil dan lebih tepat dalam pendugaan parameter peubah.

Tabel 5. Keterandalan model campuran berdasarkan data asli dan model campuran berdasarkan komponen utama pada kelompok serapan P rendah

Model	-2 Log Likelihood	AIC	AICC	BIC	Parameter model
Model campuran data asli	163,0	173,0	173,8	163,0	4
Model campuran komponen utama	159,4	169,4	170,2	159,4	4

Tabel 6. Keterandalan model campuran berdasarkan data asli dan model campuran berdasarkan komponen utama pada kelompok serapan P tinggi

Model	-2 Log Likelihood	AIC	AICC	BIC	Parameter model
Model campuran data asli	123,3	131,3	132,5	123,3	3
Model campuran komponen utama	121,9	129,9	131,1	121,9	3

KESIMPULAN

Data kasus serapan P terdiri dari dua kelompok sebaran (bimodus), yaitu kelompok serapan P rendah dan kelompok serapan P tinggi, masing-masing menyebar normal.

Pada kelompok serapan P rendah, peubah acak Pi-NaOH dan P-Truog berpengaruh nyata pada serapan P, sedangkan pada kelompok serapan P tinggi peubah acak P-Mehlich 1 berpengaruh nyata pada serapan P.

Pada kelompok serapan P rendah, menggunakan dua komponen utama, peubah acak sifat tanah (berasosiasi dengan PC1 dan PC3) adalah : (i) P-Truog, P-Olsen, P-Bray 1, dan P-Mehlich 1, (ii) C-organik. Pada kelompok serapan P tinggi, menggunakan komponen utama pertama (PC1), peubah acak sifat tanah (berasosiasi dengan PC1) adalah P-Truog dan P-Mehlich 1.

Pada kelompok serapan P rendah dan kelompok serapan P tinggi, model campuran berdasarkan komponen utama lebih terandakan daripada model campuran berdasarkan data asli dan model tetap.

DAFTAR PUSTAKA

- Chang, C. W., D. A. Laird, M. J. Mausbach, and C. R. Hurburgh. 2001. Near-Infrared Reflectance Spectroscopy – Principal Components Regression Analyses of Soil Properties. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 65 : 480 – 490.
- Cnaan A., N. M. Laird, and P. Slasor. 1997. Tutorial in Biostatistics : Using The General Linear Mixed Model to Analyse Unbalance Repeated Measures and Longitudinal Data. *Statistics in Medicine* 16: 2349 – 2380.

- Dobson, A. J. 2002. *An Introduction to Generalized Linear Models*. Chapman Hall, London, UK.
- Kachman, S. D. 2008. *An Introduction to Generalized Linear Mixed Models*. Department of Biometry. University of Nebraska, Lincoln.
- Kastens, T. L., J. P. Schmidt, and K. C. Dhuyvetter. 2003. Yield Models Implied by Traditional Fertilizer Recommendations and a Framework for Including Nontraditional Information. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 67 : 351 – 364.
- McCullagh, P., and J. A. Nelder. 1983. *Generalized Linear Models*. Chapman Hall, London, UK.
- Meyer, K., and M. Kirkpatrick. 2005. Restricted Maximum Likelihood Estimation of Genetic Principal Components and Smoothed Covariance Matrices. *Genet. Sel. Evol.* 37: 1 – 30.
- Schabenberger, O. 2008. Introducing the GLIMMIX Procedure for Generalized Linear Mixed Models. SAS Inst., Cary. NC.
- Shukla, M. K., R. Lal, and M. Ebinger. 2004. Principal Component Analysis for Predicting Corn Biomass and Grain Yields. *Soil Sci.* 169 : 215 – 224.
- Sousa, S. I. V., F. G. Martins, M. C. M. Alvim-Ferraz, M. C. Pereira. 2006. Multiple Linear Regression and Artificial Neural Networks based on Principal Components to Predict Ozone Concentrations. *Environmental Modelling & Software*. <http://www.sciencedirect.com>.
- Tempelman, R. J. 1998. Generalized Linear Mixed Model in Dairy Cattle Breeding. *J. Dairy Sci.* 81 : 1428 – 1444.
- Weisberg, S. 1985. *Applied Linear Regression*. John Wiley & Sons, Inc. New York.

Tabel Lampiran 1. Korelasi sifat-sifat tanah dan serapan P pada kelompok serapan P rendah

	pHH	Corg	PH ₂ O	PNaCl	PNaOI	PCI	PTru	POIs	PBr	PMeh	SerP
pHH	1.000	.488	.656**	-.605*	-.323	-.173	-.709**	-.808**	-.667**	-.712**	.389
Corg	.488	1.000	.681**	-.624**	-.526*	-.372	-.670**	-.664**	-.297	-.403	.611*
PH ₂ O	.656**	.681**	1.000	-.790**	-.592*	-.400	-.911**	-.912**	-.475	-.694**	.644**
PNaCl	-.605*	-.624**	-.790**	1.000	.622*	.725**	.729**	.858**	.181	.425	-.571*
PNaOI	-.323	-.526*	-.592*	.622*	1.000	.421	.646**	.585*	.185	.354	-.681**
PCI	-.173	-.372	-.400	.725**	.421	1.000	.252	.424	-.480	-.200	-.133
PTru	-.709**	-.670**	-.911**	.729**	.646**	.252	1.000	.941**	.658**	.839**	-.727**
POIs	-.808**	-.664**	-.912**	.858**	.585*	.424	.941**	1.000	.560*	.766**	-.623**
PBr	-.667**	-.297	-.475	.181	.185	-.480	.658**	.560*	1.000	.918**	-.428
PMeh	-.712**	-.403	-.694**	.425	.354	-.200	.839**	.766**	.918**	1.000	-.522**

*Nyata pada taraf nyata 5% **Nyata pada taraf nyata 1%

Tabel Lampiran 2. Korelasi sifat-sifat tanah dan serapan P pada kelompok serapan P tinggi

Sifat tanah	pHH	PNaCl	PCI	PTru	POIs	PBr	PMeh	SerP
pHH	1.000	.821*	.957**	.883**	.964**	.983**	.939**	.954**
PNaCl	.821*	1.000	.926**	.695	.916**	.869**	.726*	.757*
PCI	.957**	.926**	1.000	.815*	.997**	.975**	.872**	.913**
PTru	.883**	.695	.815*	1.000	.796*	.877**	.980**	.959**
POIs	.964**	.916**	.997**	.796*	1.000	.973**	.863**	.901**
PBr	.983**	.869**	.975**	.877**	.973**	1.000	.925**	.942**
PMeh	.939**	.726*	.872**	.980**	.863**	.925**	1.000	.976**

*Nyata pada taraf nyata 5% **Nyata pada taraf nyata 1%

Tabel Lampiran 3. Rotasi komponen utama kelompok serapan P rendah

	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9	PC10
pHH	-0.58	0.27	-0.19	0.07	-0.74	0.07	0.01	-0.01	0.00	0.00
C-org	-0.23	0.27	-0.90	0.23	-0.13	0.09	0.01	-0.01	-0.01	0.00
P-H ₂ O	-0.55	0.46	-0.35	0.27	-0.13	0.53	0.01	-0.01	-0.01	0.00
P-NaCl	0.30	-0.82	0.27	-0.29	0.18	-0.10	-0.22	-0.02	0.00	-0.01
P-NaOI	0.18	-0.29	0.21	-0.91	0.05	-0.07	-0.01	0.01	0.01	0.00
P-Cl	-0.31	-0.90	0.16	-0.19	0.08	-0.07	0.15	0.03	0.00	0.02
P-Tru	0.73	-0.35	0.33	-0.35	0.12	-0.24	0.04	0.20	0.03	0.00
P-Ols	0.64	-0.55	0.29	-0.24	0.27	-0.20	-0.01	0.06	0.15	0.01
P-Br	0.91	0.26	0.13	-0.06	0.25	-0.01	-0.10	-0.02	-0.02	-0.11
P-Meh	0.96	-0.03	0.13	-0.14	0.14	-0.10	0.01	-0.03	0.00	0.08

Tabel Lampiran 4. Rotasi komponen utama kelompok serapan P tinggi

	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7
pHH	0.62	-0.52	0.59	0.06	0.02	0.01	-0.01
P-NaCl	0.35	-0.91	0.23	0.03	-0.01	0.00	0.00
P-Cl	0.49	-0.71	0.50	-0.09	0.00	0.00	0.00
P-Tru	0.90	-0.36	0.23	-0.01	-0.01	0.05	0.00
P-Ols	0.46	-0.70	0.55	-0.05	0.03	-0.02	0.01
P-Br	0.60	-0.59	0.53	0.00	-0.12	0.00	0.00
P-Meh	0.84	-0.38	0.38	-0.01	0.01	-0.08	0.00

Tabel Lampiran 5. Keterandalan model campuran berdasarkan komponen utama pada kelompok serapan P rendah.

Model	-2 Log Likelihood	AIC	AICC	BIC	Parameter model	χ^2 deviance
Model tetap	184,9	190,9	191,2	198,0	2	-
Satu PC	165,7	173,7	174,2	165,7	3	19,2**
Dua PC	165,7	173,7	174,2	165,7	4	19,2**
Tiga PC	159,4	169,4	170,2	159,4	5	25,5**
Empat PC	159,4	169,4	170,2	159,4	6	25,5**
Lima PC	159,4	169,4	170,2	159,4	7	25,5**
Enam PC	159,4	169,4	170,2	159,4	8	25,5**
Tujuh PC	159,4	171,4	172,5	159,4	9	25,5**
Delapan PC	157,7	171,7	173,2	157,7	10	27,2**
Sembilan PC	157,7	171,7	173,2	157,7	11	27,2**
Sepuluh PC	154,5	170,5	172,5	154,5	12	30,4**

* Nyata pada $\alpha=5\%$

** Nyata pada $\alpha=1\%$

Tabel Lampiran 6. Keterandalan model campuran berdasarkan komponen utama pada kelompok serapan P tinggi.

Model	-2 Log Likelihood	AIC	AICC	BIC	Parameter model	χ^2 deviance
Model tetap	134,5	140,5	141,2	145,6	2	-
Satu PC	121,9	129,9	131,1	121,9	3	12,6**
Dua PC	121,9	131,9	133,7	121,9	4	12,6**
Tiga PC	121,9	131,9	133,7	121,9	5	12,6**
Empat PC	121,9	131,9	133,7	121,9	6	12,6*
Lima PC	121,9	131,9	133,7	121,9	7	12,6*
Enam PC	121,9	131,9	133,7	121,9	8	12,6*
Tujuh PC	121,9	131,9	133,7	121,9	9	12,6 ^{tn}

* Nyata pada $\alpha=5\%$

** Nyata pada $\alpha=1\%$