
Themenstudienarbeit

Konzeption einer Lernumgebung für den gymnasialen
Mathematikunterricht
und
Evaluation einer Themenstudienarbeit zum mathematischen
Beweisen und Argumentieren

Sebastian Kuntze



München 2006

Themenstudienarbeit

Konzeption einer Lernumgebung für den gymnasialen Mathematikunterricht
und
Evaluation einer Themenstudienarbeit zum mathematischen Beweisen und
Argumentieren

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Fakultät für Mathematik, Informatik und Statistik
der
Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von

Sebastian Kuntze

München
Juni 2006

Erstgutachterin: Prof. Dr. Kristina Reiss,
Ludwig-Maximilians-Universität München

Zweitgutachter: Prof. Dr. Dr. h. c. (Univ. Sofia)
Dr. h. c. (Univ. Kaliningrad) F. Rudolf Fritsch,
Ludwig-Maximilians-Universität München

Auswärtige Gutachterin: Prof. Dr. Edith Schneider,
Alpen-Adria-Universität Klagenfurt

Datum der mündlichen Prüfung: 18.12.2006

Zusammenfassung

Aus der Perspektive ganz verschiedener Untersuchungen scheint die Förderung verständnisvollen Lernens (Baumert & Köller, 2000) nach gemäßigt-konstruktivistischen Modellvorstellungen und die Gestaltung kognitiv aktivierender Lernumgebungen unter den Bedingungen des in Deutschland vorherrschenden fragend-entwickelnden Mathematikunterrichts (Baumert et al., 1997) auf Schwierigkeiten zu stoßen. Aus diesem Grund ist es von Interesse, auf der Basis gemäßigt-konstruktivistischer Zielvorstellungen zum verständnisvollen Lernen problemorientierte Lernumgebungen (Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001) zu entwickeln und zu untersuchen. In die Konzeption solcher Lernumgebungen und ihre Evaluation sollten im Sinne einer multikriterialen Zielerreichung neben der Förderung von Schulleistung auch motivationale Dispositionen und inhaltsbereichsspezifisches Metawissen einbezogen werden. Ein Inhaltsbereich, für den solches Metawissen erforderlich ist, ist das Beweisen und Argumentieren. Da zum Generieren von Beweisen Wissen über diese mathematikbezogene Tätigkeit, wie etwa über Anforderungen an Beweise und deren Funktion notwendig ist, dürften solche letztlich auf die Wissenschaft Mathematik bezogene Kognitionen eine wesentliche Bedingungsvariable für den Aufbau von Beweis- und Argumentationskompetenz (Reiss, Hellmich & Thomas, 2002) darstellen. In der vorliegenden Arbeit werden derartige Bereiche von Metawissen zu einem sogenannten „beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnis“ der Lernenden zusammengefasst.

Vor diesem Hintergrund besteht die Problemstellung dieser Arbeit einerseits darin, eine Rahmenkonzeption für Lernumgebungen zu entwickeln, in der verständnisvolles Lernen nach gemäßigt-konstruktivistischen Modellvorstellungen entsprechend der Leitlinien von Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) gefördert werden kann. Andererseits sollte diese Lernumgebung angesichts einer noch lückenhaften empirischen Befundlage zu solchen Unterrichtsarrangements nicht nur auf ihre Umsetzbarkeit evaluiert werden, sondern es sollte am Beispiel des mathematischen Beweisens und Argumentierens auch geprüft werden, inwiefern aufgrund des theoretischen Hintergrundes erwartete Wirkungen auf schulleistungsbezogene Variablen, auf domänen- und inhaltsbereichsspezifische motivationale Dispositionen, sowie auf Indikatoren aus dem Bereich des wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses eintreten. In diese Untersuchungen mit quantitativen Methoden wurden auch Analysen zu unterschiedlichen Prädispositionen der Lernenden einbezogen.

Eine Lernumgebung, in der die gemäßigt-konstruktivistischen Leitlinien für problemorientierte Lernumgebungen in hohem Maße umgesetzt werden können, ist die sogenannte Themenstudienarbeit. In dieser Lernumgebung werden die Schülerinnen und Schüler mit heterogenen Materialienfragmenten konfrontiert, die Merkmale authentischer Kontexte aufweisen, und sollen auf der Grundlage dieser Dokumente eine schriftliche Darstellung ihrer Lernergebnisse ausarbeiten. Die Themenstudienarbeit kann dabei an Erfahrungen mit der Fallstudienmethode des wirtschaftswissenschaftlichen Bereichs und an einen Übertragungsversuch dieser Unterrichtsmethode auf den Mathematikunterricht anknüpfen. Für den Bereich des Mathematikun-

terrichts wurden diese Erfahrungen jedoch kaum in empirischen Untersuchungen dokumentiert.

Erste empirische Erkenntnisse, die aus diesem Grund im Rahmen von vier Pilotstudien zur Themenstudienarbeit gewonnen wurden, gaben nicht nur Hinweise darauf, dass diese Lernumgebung prinzipiell umsetzbar ist, sondern lieferten auch erste Anzeichen, dass der Aufbau mathematikbezogenen Metawissens in der Wahrnehmung der Lernenden unterstützt wurde.

Zur Evaluation einer Themenstudienarbeit zum geometrischen Beweisen in der 8. Jahrgangsstufe wurde in dem von der Deutschen Forschungsgemeinschaft im DFG-Rahmenprogramm „Bildungsqualität von Schule“ geförderten Projekt „Begründen und Beweisen in der Geometrie - Bedingungen des Wissensaufbaus bei Schülerinnen und Schülern der Sekundarstufe“ eine Feldstudie mit 283 Schülerinnen und Schülern (Vortest) durchgeführt. In dieser Studie mit einem Vortest-Nachtest-Design kam neben der Themenstudienarbeit eine eher instruktivistische, beweisaufgabenorientierte Referenz-Lernumgebung zum Einsatz.

Bei den eingesetzten Fragebögen und Tests konnten Instrumente verwendet werden, die in anderen größeren Studien bereits erprobt worden waren. Für beweisbezogene Fähigkeitsselbstkonzepte wurden zusätzlich eigene Skalen entwickelt. Darüber hinaus wurden Indikatoren zur Nutzung von Lerngelegenheiten durch die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe von Codierverfahren aus deren schriftlichen Themenstudien gewonnen.

Ein erstes Ergebnis der Studie besteht darin, dass sich die Lernumgebung in allen beteiligten Klassen als grundsätzlich durchführbar erwies. Im Zusammenhang mit einer Kontrolluntersuchung zur Implementation der Themenstudienarbeit konnten darüber hinaus Hinweise auf Optimierungsmöglichkeiten bei der Umsetzung der Lernumgebung identifiziert werden.

Einige Ergebnisse zu vermuteten Wirkungen der Themenstudienarbeit seien herausgegriffen: Im schulleistungsbezogenen Bereich zeigten sich verschiedene, vorsichtig zu bewertende Anzeichen für eine Steigerung der Beweis- und Argumentationskompetenz der Lernenden zwischen Vor- und Nachtest. Parallel dazu ergaben sich insbesondere bei den inhaltsbereichsspezifischen Fähigkeitsselbstkonzepten, deren neu entwickelte Skalen sich als reliabel und als faktorenanalytisch von anderen motivationalen Dispositionen abtrennbar erwiesen, signifikante Verbesserungen. Die aus den Schülertexten gewonnenen Indikatoren für die Nutzung von Lerngelegenheiten zum beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnis stellten sich als aussagekräftig heraus, um überdurchschnittliche Lernzuwächse etwa der beweis-spezifischen Methodenkompetenz zu erklären. Beispielsweise profitierten Lernende, die Argumentationsbeispiele der Themenstudienmappe in ihren Arbeiten beschrieben und deren Beurteilungen begründet hatten, bei ihrer Methodenkompetenzentwicklung stärker als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler, die keine entsprechenden Äußerungen gemacht hatten.

Bei der Untersuchung zur Bedeutung von Prädispositionen zeigte sich etwa der nicht erwartungskonforme Befund, dass Lernende mit eingangs unterdurchschnittlicher Beweis- und Argumentationskompetenz ähnlich oder eventuell sogar etwas stärker profitierten als in der instruktionaler geprägten Referenz-Lernumgebung. Bei mathematikbezogenen epistemologischen Beliefs der Schülerinnen und Schüler als Lernvoraussetzungen zeigte sich, dass eine hohe Prozessorientierung schwach mit überdurchschnittlichen Lernzuwächsen und auch mit Indikatoren für die Nutzung von Lerngelegenheiten korreliert.

Die Interpretation dieser Befunde kann also insgesamt nicht nur einen ersten Aufschluss über mögliche Wirkungen der Themenstudienarbeit geben, sondern erlaubt auch vorsichtige Rückschlüsse auf die Art des von den Schülerinnen und Schülern in der Lernumgebung aufgebauten Wissens. Solche Aspekte werden am Ende der Arbeit diskutiert.

Summary

Several recent studies have provided evidence that encouraging understanding in the learning process applying moderate constructivist notions (Baumert & Köller, 2000) and providing cognitively activating learning opportunities is likely to encounter difficulties given the teaching script predominant in German mathematics classrooms (Baumert et al., 1997). Alternative, so-called problem-oriented learning environments (Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001) based on moderate constructivist paradigms for learning could contribute to an improved mathematics instruction. According to current research, when conceiving and evaluating such learning environments, a variety of criteria should be used for assessing achievement, including not only school performance, but also motivational dispositions and meta-knowledge. This multi-criteria approach is likely to deliver important indicators to evaluate learning processes and achievement outcomes.

A content area in which meta-knowledge of mathematical concepts plays an important role is argumentation and proof. For instance, the ability to generate proof implies knowledge about standards and functions of this mathematics-specific activity. This is why cognitions related to the science of mathematics are to be regarded as an important variable for developing proof and argumentation competence (Reiss, Hellmich & Thomas, 2002). In this study, such areas of meta-knowledge are grouped under the concept of a so-called “proof-related science-specific basic understanding” of the learners.

Against this background, the purpose of this study is on the one hand to develop a conceptual framework for a learning environment which aims at encouraging understanding as part of the learning process based on Reinmann-Rothmeier and Mandl (2001) and their moderate constructivist paradigms for problem-oriented learning environments. On the other hand, as detailed empirical evidence for such learning environments in German mathematics classrooms is lacking, this study considers not only the evaluation of such learning environments from the point of view of their implementability, but, concentrating on the example of proof and argumentation in mathematics, it also examines to what extent expected effects on achievement, on components of the proof-related science-specific basic understanding and on motivational dispositions can actually be observed. These mainly quantitative analyses have been complemented by investigations into the role of different predispositions of the learners.

A method which corresponds particularly well to studying problem-oriented learning environments is the so-called “topic study method”. In the topic study method, the students are confronted with heterogeneous and fragmented documents which bear characteristics of authentic situations. On the basis of these documents, the learners’ task is to summarise their learning results in writing. The topic study method can thereby draw on the experience gathered with the case study method as it is used in business studies, and the attempts at its transposition in mathematics instruction, although it must be said that empirical research on the effects of the case study method in mathematics instruction is lacking.

First experiences collected with the topic study method in four pilot studies have suggested that the method is implementable and that learners perceived an increase in their mathematics-related meta-knowledge.

For evaluating a topic study on geometrical proof done by year-8 students, an empirical study was conducted as part of a research project on conditions of competence development in the domain of geometrical proof funded by the German Research Community (DFG). There were 283 students (pre-test) participating in this study. In a pre-test-post-test-design, the topic study method was evaluated and compared with a reference learning environment which was based on an instructional approach focused on proof tasks.

The study was carried out on the basis of questionnaires and tests already used and proven in other large-scale studies. For proof-specific ability self-concepts, additional scales were developed. Moreover, indicators for the intensity of the use of learning opportunities by the students could be gained applying coding methods to the topic studies exercises handed in by the students.

A first result of the study was that the learning environment could be implemented in all classrooms. An indicator-based analysis of how implementation was done led to evidence about ways to optimise the implementation of the topic study method.

Some selected results concerning effects of the topic study method are the following: As far as achievement is concerned, there is evidence suggesting that by the post-test the students had increased their proof and argumentation competence. The scales for proof-specific ability self-concepts turned out to be reliable and severable from other motivational dispositions by factor analysis. Especially for these scales, there were significant improvements. The indicators for the use of learning opportunities extracted from the students' texts appeared to be useful to explain the development of the learners' methodological knowledge: For example, students, who described argumentation examples contained in the topic study documents and justified their decisions as to whether the argumentations were correct, developed their methodological competence to a greater extent than those learners who did not make this analysis in their written topic studies.

An expected "ATI"-effect concerning predispositions in proof competence could not be observed: Learners with below average proof and argumentation competence seemed to have profited as much as or even better than in the more instruction-oriented reference learning environment. With respect to epistemological beliefs about mathematics and mathematics instruction, process orientation correlated weakly with learning gains and the use of learning opportunities.

The interpretation of these findings gives not only initial evidence about possible effects of the topic study method, but it also allows an insight into the nature of the students' learning results. Such aspects are discussed in the last section of this study.

Inhalt

1	Schulleistung, kognitiv aktivierender Mathematikunterricht und verständnisvolles Lernen	1
1.1	Befunde zur Schulleistung im Fach Mathematik	1
1.2	Kognitiv aktivierender Mathematikunterricht	5
1.3	Verständnisvolles Lernen	8
1.4	Verständnisvolles Lernen, Schulleistung und ausgewählte verknüpfte Bedingungsfaktoren	10
1.4.1	Ein Modell für das Lernen im Mathematikunterricht und Bemerkungen zu Bedingungsfaktoren für verständnisvolles Lernen	10
1.4.2	Wissenschaftstheoretisches Grundverständnis der Lernenden	14
1.4.3	Epistemologische Beliefs über Mathematik	15
1.4.4	Motivationale Komponenten	17
1.5	Zusammenfassung und Ausblick auf Desiderata für verständnisorientierte Lernumgebungen	18
2	Instruktionistische versus konstruktivistische Vorstellungen vom Lernen im Mathematikunterricht	21
2.1	Begriffsbestimmungen	21
2.2	Instruktionistische Position	22
2.3	Konstruktivistische Positionen	25
2.3.1	Konstruktivistische Vorstellungen vom Lernen und von der Gewinnung von Erkenntnis	26
2.3.2	Verschiedene Strömungen des Konstruktivismus	27
2.3.3	Probleme und Kritikpunkte im Zusammenhang mit konstruktivistischen Positionen zum Lehren und Lernen	29
2.3.4	Zusammenfassung	32
2.4	Eine integrierte Position: Der „wissensbasierte Konstruktivismus“	32
2.5	Zusammenfassung	34
3	Implikationen für die Gestaltung gemäßigt-konstruktivistisch orientierter Lernumgebungen	35
3.1	Grundzüge einer an gemäßigt-konstruktivistischen Paradigmen orientierten Didaktik und Folgerungen für die Gestaltung von Lernumgebungen	35

3.2	Problemorientierte Lernumgebungen	38
3.2.1	Leitlinie 1: Situiert und anhand authentischer Probleme lernen	39
3.2.2	Leitlinie 2: In multiplen Kontexten lernen	40
3.2.3	Leitlinie 3: Unter multiplen Perspektiven lernen	41
3.2.4	Leitlinie 4: In einem sozialen Kontext lernen	41
3.2.5	Leitlinie 5: Mit instruktionaler Unterstützung lernen	42
3.2.6	Zusammenfassung und Bemerkungen	43
3.3	Gruppen- und Partnerarbeit als Bestandteil konstruktivistisch orientierter Lernumgebungen	43
3.4	Schriftliches Arbeiten und textliche Eigenproduktionen in konstruktivistisch ausgerichteten Lernumgebungen	47
3.5	Zusammenfassung	49
4	Lernen anhand von Rohmaterialien: Die Fallstudienmethode und ihre Übertragung auf den Mathematikunterricht	51
4.1	Die Fallstudienmethode im wirtschafts-, rechts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich	51
4.1.1	Die Entwicklung der Fallstudienmethode/Fallmethode (case study method) im wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen Bereich - verschiedene Konzeptionen	52
4.1.2	Die Fallstudienmethode als problemorientierte Lernumgebung	54
4.1.3	Theoretische Grundlagen und Zielsetzungen der Fallstudiendidaktik	55
4.1.4	Vorschläge zur Ausgestaltung und ein Phasenmodell für die Fallstudienmethode im wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen Bereich	59
4.1.5	Grenzen der Fallstudienmethode im wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen Bereich	63
4.1.6	Zusammenfassende Bemerkungen	66
4.2	Die ETH-Fallstudien von A. Gächter und K. Frey	66
4.2.1	Allgemeine Charakteristika der ETH-Fallstudienmethode	66
4.2.2	Die Konzeption der ETH-Fallstudienmethode im Mathematikunterricht	67
4.2.3	Die ETH-Fallstudienmethode im Mathematikunterricht als problemorientierte Lernumgebung	73
4.2.4	Untersuchungen zu den ETH-Fallstudien im Mathematikunterricht	74
4.2.5	Grenzen des Einsatzes der Fallstudienmethode und mögliche Probleme	74
4.2.6	Zusammenfassung und Bemerkungen	76
5	Themenstudienarbeit als Lernumgebung im Mathematikunterricht	77
5.1	Die Themenstudie im Mathematikunterricht: Begriffsklärungen und Definitionen, Charakterisierung der Lernumgebung	78
5.2	Ein Ablaufmodell für Themenstudienarbeit im Mathematikunterricht	81
5.3	Die Themenstudienarbeit als gemäßigt-konstruktivistische und problemorientierte Lernumgebung	84
5.3.1	Inhaltliche Austauschprozesse in der Themenstudienarbeit und damit verbundene Lerngelegenheiten	84
5.3.2	Die Themenstudienarbeit als problemorientierte Lernumgebung	88

5.4	Gestaltungsdimensionen von Themenstudienarbeit	92
5.5	Die Themenstudienarbeit als wissenschaftsorientierte Lernumgebung	94
5.6	Kritische Bemerkungen hinsichtlich möglicher Auswirkungen der Themenstudienarbeit als wissenschaftsorientierter Lernumgebung	99
5.7	Zusammenfassung und Bemerkungen zu Forschungsdesiderata	100
6	Pilotuntersuchungen zur Themenstudienarbeit im Mathematikunterricht	101
6.1	Vorbemerkungen zu den vier Pilotuntersuchungen zur Themenstudienarbeit im Mathematikunterricht	101
6.2	Erste Pilotstudie: Themenstudienarbeit in einem Schülerakademiekurs zum Rahmenthema „Genauigkeit“	103
6.2.1	Kurze Beschreibung der Konzeption der Lernumgebung	104
6.2.2	Untersuchungsmethoden	105
6.2.3	Erfahrungsbericht	106
6.2.4	Zusammenfassende Bemerkungen und Diskussion	108
6.3	Zweite Pilotstudie: Themenstudienarbeit in einem Schülerakademiekurs zum Rahmenthema „Gruppentheorie“	110
6.3.1	Kurze Beschreibung der Konzeption der Lernumgebung	111
6.3.2	Begleituntersuchung zur zweiten Pilotstudie und Forschungsfragen	112
6.3.3	Untersuchungsmethoden	113
6.3.4	Ergebnisse der Untersuchung zu Auswirkungen der Themenstudienarbeit	114
6.3.4.1	Mathematikbezogene epistemologische Beliefs	115
6.3.4.2	Themenbezogene bzw. bereichsspezifische Fähigkeitsselbstkonzepte	117
6.3.4.3	Selbsteinschätzung der Schülerinnen und Schüler	118
6.3.4.4	Erwartungen der Teilnehmenden an den Kurs	120
6.3.4.5	Feedback der Teilnehmenden zu den eingesetzten Arbeitsformen	122
6.3.4.6	Bild vom Mathematikunterricht in der Schule	123
6.3.4.7	Diskussion und zusammenfassende Bemerkungen	125
6.3.5	Erfahrungsbericht: Ergänzende qualitative Beobachtungen zur Themenstudienarbeit	127
6.3.6	Zusammenfassende Bemerkungen und Diskussion	132
6.4	Dritte Pilotstudie: Themenstudienarbeit zum Thema „Kreismessung“ in der 10. Jahrgangsstufe (Gymnasium)	133
6.4.1	Kurze Beschreibung der Konzeption der Lernumgebung	133
6.4.2	Untersuchungsmethoden	135
6.4.3	Erfahrungsbericht	135
6.4.4	Diskussion, Zusammenfassende Bemerkungen und Kritik	136
6.5	Vierte Pilotstudie: Themenstudienarbeit zum Thema „Gebiete der „anderen“ Mathematik“ im Leistungskurs, 13. Jahrgangsstufe (Gymnasium)	137
6.5.1	Kurze Beschreibung der Konzeption der Lernumgebung	138
6.5.2	Untersuchungsmethoden	139
6.5.3	Erfahrungsbericht	139
6.5.4	Diskussion, Zusammenfassende Bemerkungen und Kritik	140

6.6	Übersicht über wesentliche Merkmale der in den Pilotstudien erprobten Lernumgebungen	141
6.7	Abgeleitete Forschungsdesiderata	143
7	Konzeption einer Themenstudienarbeit zum Thema „Beweisen und Argumentieren“	145
7.1	Beweisen und Argumentieren in der Mathematik und im Mathematikunterricht	145
7.1.1	Begriffsbestimmungen	146
7.1.2	Beweisen in der Mathematik	147
7.1.3	Beweisen im Mathematikunterricht	148
7.2	Beweis- und Argumentationskompetenz als leistungsbezogene Variable und verknüpfte Bedingungsfaktoren innerhalb eines beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses sowie im motivationalen Bereich	158
7.2.1	Beweis- und Argumentationskompetenz und mathematische Grundkompetenzen	158
7.2.2	Auf den Bereich des Beweisens und Argumentierens bezogenes wissenschaftstheoretisches Grundverständnis	159
7.2.3	Präadoleszente Einschränkungen im hypothesenprüfenden wissenschaftlichen Denken	164
7.2.4	Beweisspezifisches Methodenwissen	165
7.2.5	Orientierungen mathematikbezogener epistemologischer Beliefs	167
7.2.6	Zusammenfassung der Gedanken zu Komponenten des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses	169
7.2.7	Fachspezifische und themenbezogene motivationale Dispositionen	170
7.2.8	Betrachtetes Modell für den Wissensaufbau im Zusammenhang mit dem Beweisen und Argumentieren	171
7.3	Komponenten des mathematischen Themas „Beweisen und Argumentieren“ in einem interdisziplinären Zugang – ein kurzer sachanalytischer Überblick	172
7.4	Beweisen und Begründen in der 8. Jahrgangsstufe in Bayern – Lehrplan und Schulbücher	176
7.4.1	Beweisen und Argumentieren im Lehrplan (Gymnasien in Bayern)	177
7.4.1.1	Beweisen und Argumentieren in der 5., 6. und 7. Jahrgangsstufe	177
7.4.1.2	Beweisen und Argumentieren in der 8. Jahrgangsstufe im Zusammenhang mit der Viereckslehre	178
7.4.1.3	Anmerkungen zu aktuellen Veränderungen im Lehrplan	179
7.4.2	Ergebnisse einer Analyse von Darstellungsteilen in Schulbüchern zum Beweisen und Argumentieren	180
7.5	Konzeption der Themenstudie „Gebt mir Beweise“	184
7.5.1	Die besondere Situation der Themenstudienarbeit in der 8. Jahrgangsstufe	185
7.5.2	Rahmenentscheidungen zur Lernumgebung	186
7.5.3	Implikationen für die Gestaltung der Themenstudienmaterialien, begleitender Zusatzmaterialien für die Lehrkräfte und Randbedingungen der Lernumgebung	187

7.5.4	Konzeption der Materialmappe der Themenstudie (inhaltliche Aspekte, Aufgabenstellung, Einsatz der Materialien)	190
7.5.4.1	Die Zitate von Mathematikern in Dokument 1	190
7.5.4.2	Die Materialien zum Beweisen im Strafprozess in den Dokumenten 2 und 5	191
7.5.4.3	Die Karikatur und die Glosse in den Dokumenten 3 und 8	192
7.5.4.4	Der Zeitungsartikel in Dokument 4	192
7.5.4.5	Die Argumentationsbeispiele in Dokument 6	192
7.5.4.6	Die Ausschnitte aus Lexika in Dokument 7	194
7.5.4.7	Das „Blatt aus dem Papierkorb einer Mathematik-Studentin“ in Dokument 9	194
7.5.4.8	Das „leere“ Dokument für von den Lernenden selbst eingebrachte Materialien	195
7.5.4.9	Instruktionales Hilfsgerüst: Aufgabenstellung, Hinweise und Hilfen	195
7.5.4.10	In den Materialien angesprochene Funktionen des Beweisens	197
7.5.4.11	Einsatz der Materialien in der fünfstündigen Unterrichtssequenz	198
7.5.4.12	Zusammenfassende Bemerkungen	199
7.6	Forschungsfragen und vermutete Zusammenhänge	199
8	Design einer empirischen Untersuchung zur Evaluation der Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren in der Sekundarstufe I	203
8.1	Rahmeninformationen zur Untersuchung	204
8.1.1	Informationen zur Referenzgruppe: Die Unterrichtssequenz „Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen	204
8.1.2	Teilnehmende Schülerinnen und Schüler, Lehrpersonen und Schulen	206
8.1.3	Zeitlich-organisatorischer Rahmen der Untersuchung	207
8.1.4	Schulung der Lehrkräfte	209
8.2	Instrumente der Untersuchung	209
8.2.1	Messungen der Beweis- und Argumentationskompetenz der Schüler (Vortest und Nachtest)	210
8.2.2	Messungen der beweispezifischen Methodenkompetenz der Schüler (Vortest und Nachtest)	210
8.2.3	Fragebogen zu Interesse, Motivation und Fähigkeitsselbstkonzepten der Schüler (Vortest und Nachtest)	211
8.2.4	Erhebungen zu den mathematikbezogenen epistemologischen Beliefs von Schülern (Vortest)	212
8.2.5	Systematisierte Lehreraufzeichnungen während der Unterrichtssequenz	213
8.2.6	Feedback-Fragebogen für die Schülerinnen und Schüler	213
8.2.7	Strukturierte Gruppeninterviews mit Schülerinnen und Schülern	214
8.2.8	Strukturierte Einzelinterviews der beteiligten Lehrpersonen	214
8.2.9	Auswertung der schriftlichen Themenstudien hinsichtlich des Beurteilens in den Materialien gegebener Argumentationsbeispiele	215
8.2.10	Auswertung der schriftlichen Themenstudien hinsichtlich von den Schülerinnen und Schülern beschriebener Funktionen des Beweisens	216
8.3	Übersicht über das Design der Untersuchung und Einordnung der Instrumente	217
8.4	Zur Methodik der Untersuchung der gestellten Forschungsfragen	218
8.4.1	Durchführbarkeit der Themenstudienarbeit und mögliche auftretende Probleme	219
8.4.2	Entwicklungen leistungsbezogener, metawissensbezogener und motivationaler Dispositionen der Schülerinnen und Schüler	222

9	Kontrolluntersuchung zur Implementation und Umsetzbarkeit der Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren in der 8. Jahrgangsstufe	225
9.1	Rückmeldungen der Schülerinnen und Schüler zur Themenstudienarbeit in den Feedbackfragebögen	226
9.2	Einschätzungen der Lehrerinnen und Lehrer in den Protokollen zur Unterrichtssequenz – standardisierte Items	231
9.3	Weitere Einschätzungen der Lehrerinnen und Lehrer zur Durchführung der Themenstudienarbeit aus den Protokollen zur Unterrichtssequenz und aus den strukturierten Lehrerinterviews	236
9.4	Ergänzende Informationen aus den offenen Items der Feedbackfragebögen der Schülerinnen und Schüler	238
9.5	Gesamtübersicht zu Implementationsmerkmalen in den einzelnen Klassen	239
9.6	Gesamteinschätzung zur Themenstudienarbeit in den einzelnen Klassen und Diskussion	240
9.7	Bemerkung zur Implementation der Lernumgebung „Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen“ der Referenzgruppe	242
10	Ergebnisse der Untersuchung - Entwicklung der Beweis- und Argumentationskompetenz	243
10.1	Ergebnisse zur Beweis- und Argumentationskompetenz	243
10.2	Kontrolluntersuchung auf mögliche Klasseneffekte	249
10.3	Untersuchung zum Auftreten eigeninitiativ geäußerter Begründungen	251
10.4	Zusammenfassung	255
10.5	Diskussion	256
11	Ergebnisse der Untersuchung – Interesse, Motivation und Fähigkeitsselbstkonzepte der Schülerinnen und Schüler	259
11.1	Ergebnisse von Faktoren- und Reliabilitätsanalysen	259
11.2	Diskussion	263
11.3	Auswertungen zu motivationalen Dispositionen der Schülerinnen und Schüler	264
11.4	Diskussion	270

12	Ergebnisse der Untersuchung – Beweisbezogenes wissenschaftstheoretisches Grundverständnis	275
12.1	Beweisspezifische Methodenkompetenz und Auseinandersetzung mit den Argumentationsbeispielen der Themenstudienmappe	275
12.1.1	Beweisspezifische Methodenkompetenz	276
12.1.2	Beurteilung von Argumentationsbeispielen in den schriftlichen Themenstudien	279
12.1.3	Verknüpfung der Auswertung der Tests zu beweisspezifischen Methodenkompetenz und der Auswertung der schriftlichen Themenstudien	285
12.2	Wahrnehmung von Funktionen des Beweisens durch die Lernenden	292
13	Ergebnisse der Untersuchung – Wechselwirkungen mit Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler	301
13.1	Lernvoraussetzungen im Bereich der Beweis- und Argumentationskompetenz	301
13.2	Lernvoraussetzungen im Bereich der beweisspezifischen Methodenkompetenz	308
13.3	Lernvoraussetzungen im Bereich motivationaler Dispositionen	310
13.4	Lernvoraussetzungen im Bereich der epistemologischen Beliefs der Lernenden	314
13.4.1	Faktoren- und Reliabilitätsanalysen	315
13.4.2	Grundorientierungen epistemologischer Beliefs als Prädispositionen	316
14	Ergebnisse der Untersuchung – Befunde zu Verbesserungsmöglichkeiten der Themenstudienarbeit	323
14.1	Anzeichen für Verbesserungspotentiale auf der Basis der bisher vorgestellten Ergebnisse und Diskussion möglicher Implikationen	323
14.2	Hinweise auf Probleme und Verbesserungsmöglichkeiten aus Rückmeldungen zur Lernumgebung	324
14.2.1	Lehrerinterviews	324
14.2.2	Offene Items des Feedbackfragebogens an die Lernenden	326
14.2.3	Schülerinterviews	327
14.3	Hinweise auf Verbesserungsmöglichkeiten aus einer explorativen Best-Practice-Untersuchung	328
14.4	Diskussion	331

15	Diskussion und Ausblicke	333
15.1	Zusammenfassende Diskussion	333
15.1.1	Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren im Mathematikunterricht der Mittelstufe	333
15.1.2	Auswirkungen verständnisvollen Lernens in der Themenstudienarbeit als problemorientierter Lernumgebung	335
15.1.3	Rolle von Prädispositionen der Lernenden und mögliche Implikationen	336
15.1.4	Implikationen der Studie im theoretischen Bereich und Folgerungen für die Praxis	339
15.1.5	Anschlussfragen	341
15.2	Ausblicke und Anschlussuntersuchungen	344
15.2.1	Themenstudienarbeit nach heuristischen Lösungsbeispielen, 8. Jahrgangsstufe, 2003	344
15.2.2	Themenstudie „Quod erat demonstrandum“, Leistungskurs, 12. Jahrgangsstufe, 2003	344
15.2.3	Themenstudie „Unendlich unendlich“, 11. Jahrgangsstufe, 2003	345
15.2.4	Studie zur Themenstudienarbeit mit metakognitivem Training und Motivationstraining, sowie einer Erhebung zu präadoleszenten Einschränkungen im wissenschaftlichen Denken, 8. Jahrgangsstufe, 2003/04	345
15.2.5	Implementationsstudie zur Themenstudienarbeit im Rahmen des Lehrerinnen- und Lehrerfortbildungsprojekt „MuBiL“	346
16	Literatur	347
	Lebenslauf	

Vorwort

Im Mittelpunkt dieser Arbeit steht die Konzeption der Themenstudienarbeit als gemäßigt-konstruktivistisch orientierter Lernumgebung für den gymnasialen Mathematikunterricht und ihre Evaluation am Beispiel des Inhaltsbereichs „mathematisches Beweisen und Argumentieren“. Im Folgenden wird zur Orientierung ein kurzer Überblick über die Kapitel der Arbeit gegeben.

Vor einem theoretischen Hintergrund, der von Befunden zur Schulleistung im Fach Mathematik ausgeht und Erkenntnisse zu verständnisvollem Lernen in einem kognitiv aktivierenden Mathematikunterricht einschließt, werden in Kapitel 1 individuelle Bedingungsvariablen für Wissens- und Kompetenzaufbau angesprochen, die auch für die Konzeption von Lernumgebungen, die der Förderung verständnisvollen Lernens dienen sollen, wesentlich erscheinen.

Um auf der Basis dieser Überlegungen die Lernumgebung „Themenstudienarbeit“ zu konzipieren, wird in Kapitel 2 zunächst der Begriff des verständnisvollen Lernens aus gemäßigt-konstruktivistischer Sichtweise vertieft. Diese Diskussion von Modellvorstellungen zum Lernen und Lehren ist auf das Gewinnen von Leitlinien für Lernumgebungen ausgerichtet, in denen verständnisvolles Lernen gefördert werden soll. Diese Leitlinien werden in Kapitel 3 dargestellt und für den Mathematikunterricht diskutiert.

Unterrichtsmethodische Ansätze und Praxiserfahrungen, auf die sich die Konzeption der Themenstudienarbeit stützen kann, werden in Kapitel 4 beschrieben und betreffen den Einsatz der Fallstudienmethode einerseits in der Managementausbildung bzw. im wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Unterricht, sowie andererseits auch in ihrer Übertragung auf den Mathematikunterricht.

Die Gedanken der Kapitel 1 bis 4 bilden die Grundlage für die Rahmenkonzeption der Themenstudienarbeit als Lernumgebung im Mathematikunterricht, die in Kapitel 5 vorgestellt und beschrieben wird.

Erste Erfahrungen mit Gestaltungsvariablen von Themenstudienarbeit in vier Pilotstudien werden in Kapitel 6 zusammen mit Erkenntnissen aus der jeweiligen Evaluation diskutiert.

In Kapitel 7 wird die Entwicklung einer Themenstudienarbeit zum Inhaltsbereich des Beweisen und Argumentierens für Schülerinnen und Schüler der 8. Jahrgangsstufe theoretisch fundiert und besprochen. Außerdem werden Forschungsfragen für die in den Kapiteln 8ff. beschriebene empirische Untersuchung formuliert. In dieser Studie soll einerseits untersucht werden, ob die konzipierte Lernumgebung im Regelunterricht umsetzbar ist und welche Probleme und Verbesserungspotentiale sich gegebenenfalls zeigen, andererseits sollen zur Abschätzung von Effekten der Unterrichtssequenz abgegrenzte Konstrukte wie beispielsweise die Beweis- und Argumentationskompetenz der Lernenden erfasst und aus dem theoretischen Hintergrund abgeleitete Vermutungen anhand der Beobachtungen geprüft werden.

In den Kapiteln 8 bis 14 werden das Design und Ergebnisse dieser Evaluationsstudie der Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren in der 8. Jahrgangsstufe dargestellt:

Kapitel 8 beschreibt das Design der empirischen Untersuchung, indem Untersuchungsinstrumente, die zeitliche Struktur der Studie und Auswertungsmethoden vorgestellt werden.

Kapitel 9 berichtet von Ergebnissen einer Kontrolluntersuchung zu Aspekten der Implementation der Themenstudienarbeit im jeweiligen Unterricht. In diesem Kapitel steht die Frage im Vordergrund, inwiefern in den untersuchten Klassen verständnisvolles Lernen ohne wesentliche Beeinträchtigungen ermöglicht wurde. Auf diese Weise werden gewissermaßen die Voraussetzungen für die weiteren Auswertungen geprüft.

Ergebnisse der Studie werden in den Kapiteln 10 bis 14 vorgestellt und analysiert. Zunächst werden in Kapitel 10 Resultate zur Beweis- und Argumentationskompetenz und zu deren Entwicklung berichtet. Während in Kapitel 11 Ergebnisse zu Indikatoren für Interesse, Motivation und Fähigkeitsselbstkonzepte der Schülerinnen und Schüler, sowie zu deren Entwicklung dargestellt werden, enthält Kapitel 12 indikatorenartige Erkenntnisse zu Entwicklungen im Bereich des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses der Schülerinnen und Schüler im Zusammenhang mit Befunden zur Qualität der Nutzung von Lerngelegenheiten. Mögliche Wechselwirkungen mit Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler in verschiedenen Bereichen werden in Kapitel 13 untersucht. Kapitel 14 sucht schließlich auf eher explorative Weise nach weiterer Evidenz zu Verbesserungsmöglichkeiten der Themenstudienarbeit.

Eine zusammenfassende Diskussion der Ergebnisse und Ausblicke auf mögliche Anschlussforschungsschwerpunkte enthält Kapitel 15.

Dank

Das Wissen, die forschungsbezogene „Enkulturation“, eine Vielzahl wertvoller Anregungen, sowie die konstruktive kritische Begleitung, die das Entstehen dieser Arbeit erst ermöglicht haben, verdanke ich einer Reihe von Mathematikdidaktikerinnen und Mathematikdidaktikern. Zu nennen sind hier an vorderster Stelle Prof. Dr. Kristina Reiss, Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Rudolf Fritsch und Prof. Dr. Edith Schneider. Als sehr stimulierend empfand ich auch den Austausch mit den Mitgliedern der Arbeitsgruppen an den Lehrstühlen für Didaktik der Mathematik an der Universität Augsburg und an der Ludwig-Maximilians-Universität München. Stellvertretend sei hier Dr. habil. Aiso Heinze genannt, von dem ich viel lernen konnte. Darüber hinaus wären noch viele weitere Personen nicht nur der deutschen Fach-Community aufzuführen, deren Arbeit und Denkanstöße wichtige Lerngelegenheiten für mich darstellten. Schließlich hätte diese Studie nicht ohne die Kooperation und Mitarbeit vieler Schülerinnen und Schüler, Lehrerinnen und Lehrer, Studentinnen und Studenten, sowie Universitätsmitarbeiterinnen und -mitarbeiter durchgeführt werden können. Allen diesen Menschen bin ich sehr dankbar.

Von ganzem Herzen danken möchte ich auch an dieser Stelle meiner Frau Veronica, Florian und Julian, den lebendig sprudelnden Quellen riesigen Glücks.

1 Schulleistung, kognitiv aktivierender Mathematikunterricht und verständnisvolles Lernen

Gegenstand dieses Kapitels sind theoretische Modellvorstellungen und empirische Befunde über Schulleistung und verständnisvolles Lernen im Mathematikunterricht, die zum theoretischen Hintergrund dieser Arbeit gehören.

Im Sinne eines Überblicks über empirische Befunde zur aktuellen Situation des Mathematikunterrichts werden zunächst in Abschnitt 1.1 ausgewählte Ergebnisse internationaler Schulleistungsvergleichsstudien angesprochen, die die Vermutung nahe legen, dass verständnisvolles Lernen im deutschen Mathematikunterricht nicht ausreichend gefördert wird.

Eine Reihe von Videostudien zum Mathematikunterricht liefert gleichzeitig Evidenz dafür, dass das in Deutschland dominierende, fragend-entwickelnde Unterrichtsverfahren oft als wenig kognitiv aktivierend einzustufen ist (vgl. Abschnitt 1.2). Insbesondere scheint auch verständnisvolles Lernen, wie es in Abschnitt 1.3 charakterisiert wird, innerhalb dieses Unterrichtsverfahrens nicht optimal unterstützt zu werden.

Vor diesem Hintergrund erscheint es wünschenswert, durch die Gestaltung spezieller, auf die Aktivierung der Schülerinnen und Schüler ausgerichteter Lernumgebungen verständnisvolles Lernen zu fördern.

Für einen derartigen verständnisorientierten Mathematikunterricht spielt neben dem Aspekt der Schulleistungsentwicklung eine Reihe von Bedingungsvariablen seitens der Lernenden, wie etwa motivationale Dispositionen, epistemologische Beliefs und das wissenschaftstheoretische Grundverständnis der Schülerinnen und Schüler eine Rolle. Diese Aspekte werden in Abschnitt 1.4 vorgestellt.

1.1 Befunde zur Schulleistung im Fach Mathematik

Nach einigen Begriffspräzisierungen wird in diesem Abschnitt auf ausgewählte Befunde aktueller Vergleichsstudien zur Schulleistung deutscher Schülerinnen und Schüler Bezug genommen. Vor diesem Hintergrund wird begründet, dass im deutschen Mathematikunterricht der Aufbau flexibel anwendbaren mathematischen Wissens nicht in zufriedenstellender Weise gefördert zu werden scheint.

Um den Kenntnisstand von Schülerinnen und Schülern abzuschätzen, wird in empirischen Vergleichsstudien das Konstrukt „Schulleistung im Fach Mathematik“ verwendet. Helmke und Weinert (1997) verstehen unter dem Begriff Schulleistung die Leistungen von Schülerinnen und Schülern und auch die Entwicklung von interindividuellen Leistungsunterschieden. Im Vordergrund steht bei Helmke und Weinert, inwiefern Schulleistung durch verschiedene Bedingungsfaktoren und Determinanten beeinflusst wird (vgl. hierzu ausführlicher auch Abschnitt 1.4). Eng mit dem Begriff „Schulleistung“ verknüpft ist der Begriff der „Kompeten-

zen“ von Schülerinnen und Schülern. Weinert (2001) definiert Kompetenzen als „die bei den Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten, um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können“ (Weinert, 2001, S. 27f). In dieser Definition wird deutlich, dass für den Aufbau von Kompetenzen nicht nur der Erwerb von Wissen zählt, sondern auch dessen Anwendbarkeit in variablen Problemlösesituationen.

Dieser Gedanke der flexiblen Anwendbarkeit von Wissen ist zentral für den Begriff der „mathematischen Kompetenz“ von PISA und TIMSS (vgl. Baumert et al., 1997; Deutsches PISA-Konsortium, 2001, 2004), der eng mit dem Konzept der „mathematical literacy“ verbunden ist (Deutsches PISA-Konsortium, 2001; Artelt et al., 2001; Baumert et al., 2003; vgl. auch Neubrand, 2001): Mathematical Literacy bezeichnet die Fähigkeit, „die Rolle, die Mathematik in der Welt spielt, zu erkennen und zu verstehen, begründete mathematische Urteile abzugeben und sich auf eine Weise mit der Mathematik zu befassen, die den Anforderungen des gegenwärtigen und künftigen Lebens einer Person als konstruktiven, engagierten und reflektierenden Bürgers entspricht“ (Artelt et al., 2001, S. 19). Bei mathematischer Kompetenz geht es daher nicht nur um das Kennen von Regeln und Sätzen oder das Beherrschen mathematischer Algorithmen. Vielmehr soll mathematikbezogenes Wissen verständnisvoll aufgebaut und in vielfältigen Kontexten einsetzbar sein. Der Gedanke einer mathematischen Grundbildung bzw. „literacy“ betont mathematikbezogenes Wissen als Bestandteil unserer Kultur und gleichsam als Wahrnehmungsinstrument oder als Sprache, mit der von den Lernenden Zusammenhänge beschrieben und modelliert werden können.

Auf die Mathematik bezogenes Metawissen ist also ebenfalls Bestandteil mathematischer Kompetenz: Mathematische Inhalte lassen sich offenbar nur dann flexibel und sinnvoll auf die den Menschen umgebende Welt anwenden, wenn auch Wissen über die Natur mathematischen Wissens vorhanden ist.

In den internationalen empirischen Vergleichsstudien zur Schulleistung von TIMSS und PISA wird mathematische Kompetenz in aufgabenbasierten Tests gemessen. Aufgrund der Rasch-Skalierbarkeit dieser Tests lassen sich die Aufgabenschwierigkeit und die mathematische Kompetenz der Probanden auf einer gemeinsamen Skala anordnen, wodurch die mathematische Kompetenz getesteter Schülerinnen und Schüler konkret am Anforderungsgrad der Aufgaben beschreibbar wird.

Für die mathematische Kompetenz unter der Perspektive dieser mathematischen Grundbildung werden in PISA fünf Kompetenzstufen definiert, die von „Stufe I - Rechnen auf Grundschulniveau“ bis „Stufe V - Komplexe Modellierung und innermathematisches Argumentieren“ reichen. Für die als Standard mathematischer Grundbildung angesehene Kompetenzstufe III - „Modellieren und begriffliches Verknüpfen auf dem Niveau der Sekundarstufe I“ wird gefordert, dass die Schülerinnen und Schüler über „einfache Wissensinhalte der Sekundarstufe I“ verfügen und „Konzepte aus unterschiedlichen mathematischen Bereichen verknüpfen und zur Lösung von Problemstellungen nutzen“ können. Dies bedeutet, dass mathematisches Wissen anwendbar und übertragbar sein soll, was auch den Intentionen des Kompetenzbegriffs von Helmke und Weinert (1997) bzw. Weinert (2001) entspricht. Noch stärker betont wird dieser Aspekt der Anwendbarkeit und Übertragbarkeit begrifflichen und algorithmischen Wissens in den höheren Kompetenzstufen IV und V. Von entscheidender Bedeutung für mathematische Grundbildung ist also, wie tragfähig und flexibel einsetzbar Wissen zu mathematischen Begriffen ist, über das Schülerinnen und Schüler verfügen. Oft bezieht sich solches Wissen auf eine Metaebene von Kognitionen zu mathematischen Verfahren und Begriffen: Beim Modellieren sind etwa Kenntnisse, wann bestimmte mathematische Verfahren einsetzbar und zielführend sind, oder Vorstellungen, welche Kontexte mit bestimmten mathematischen Begriffen zutreffend beschrieben werden können, notwendig.

Gerade in den zuletzt beschriebenen Bereichen zeigten sich in PISA 2000 die Defizite deutscher Schülerinnen und Schüler in besonders ausgeprägter Weise. So erreichten nur etwa 13% der deutschen Schülerinnen und Schüler Kompetenzstufe IV oder V. Am Gymnasium waren dies mit etwa 36% ein gutes Drittel der Schülerinnen und Schüler. Insgesamt belegten die deutschen Schülerinnen und Schüler einen Platz im unteren Mittelfeld der teilnehmenden Länder. In PISA 2003 zeigte sich ein leicht verbessertes Bild. Die Mathematikleistungen der Jugendlichen bewegten sich insgesamt im OECD-Durchschnitt (Deutsches PISA-Konsortium, 2004).

In diesem Zusammenhang sind auch die Ergebnisse der Untersuchungen zur fächerübergreifenden Kompetenz des Problemlösens in PISA 2003 interessant (Leutner et al., 2004): Im Bereich des analytischen Problemlösens liegen die Leistungen der deutschen Schülerinnen und Schüler über dem OECD-Durchschnitt. Obwohl die Struktur der latenten Korrelationen darauf hinweist, dass die analytische Problemlösekompetenz stark mit der mathematischen Kompetenz zusammenhängt, zeigen sich Diskrepanzen zwischen der Leistung im Fach Mathematik auf der einen und dem analytischen Problemlösen auf der anderen Seite. Für Gymnasialschülerinnen und -schüler ist diese Diskrepanz insbesondere bei leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern ausgeprägt. Dies wird als Hinweis darauf interpretiert, dass das kognitive Potential besonders dieser Schülerinnen und Schüler beim analytischen Problemlösen „noch unzureichend genutzt wird, um fachliche Kompetenz aufzubauen“ (Leutner et al., 2004, S. 175).

Ergebnisse zur Schulleistung im Fach Mathematik, die in der Grundtendenz den Befunden von PISA ähneln, hatten sich auch bereits in der TIMS-Studie gezeigt (Baumert et al., 1997). Hier lagen die mathematischen Kompetenzen der deutschen Schülerinnen und Schüler in einem breiten Mittelfeld nahe des internationalen Skalenmittelwertes von 500. Das von Experten als Standard für das „Verständnis mathematischer Konzepte und Verfahren“ für die 8. Jahrgangsstufe angesehene Niveau entsprach jedoch einem Wert von 600 und darüber. Die mittlere Fachleistung der deutschen Gymnasiasten lag in TIMSS mit 573 unterhalb dieser Marke. Weniger als 7% der deutschen Schülerinnen und Schüler erreichten mit einem Testergebnis von größer als 656 die internationale Spitzengruppe, beispielsweise gegenüber einem Anteil von ca. 18% in der deutschsprachigen Schweiz.

Die Befunde von TIMSS und PISA konnten in ihrer Tendenz auch in Bezug auf einzelne Aspekte des Mathematikunterrichts bestätigt werden. Für den Bereich des Beweisens und Argumentierens gelang es beispielsweise in analoger Form, ein Kompetenzstufenmodell für Beweis- und Argumentationskompetenz empirisch zu bestätigen (Reiss, 2002; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002; Reiss, Klieme & Heinze, 2001). In den rasch-skalierbaren Tests zur Beweis- und Argumentationskompetenz zeichnete sich ab, dass Items, deren Anforderungen über ein einfaches Anwenden von Regeln hinausgingen und etwa das Zusammensetzen von Argumentationsschritten erforderten, von den Probanden weitaus schlechter gelöst wurden. So waren 44% der Schülerinnen und Schüler höchstens der niedrigsten Kompetenzstufe des „einfachen Anwendens von Regeln“ zuzuordnen, nur 24% der Schülerinnen und Schüler konnten Aufgaben der dritten und höchsten Kompetenzstufe lösen. Auf weitere Ergebnisse dieser Untersuchung mit Schülerinnen und Schülern der 7. und 8. Jahrgangsstufe wird in Kapitel 7 eingegangen werden.

Die Aussagekraft von TIMSS und PISA (Baumert et al., 1997; Deutsches PISA-Konsortium, 2001, 2004) zu Ursachen solcher Defizite in der Schulleistung ist aufgrund der Designs dieser Untersuchungen stark eingeschränkt. Ergänzende Informationen kann hier die Längsschnittstudie PALMA (Pekrun & vom Hofe, 2000, 2001; Pekrun, vom Hofe & Blum, 2002, 2003) geben. In dieser Studie werden inhaltsgebietsbezogen Leistungsverläufe untersucht. Als derartige durchschnittliche Schulleistungsentwicklungen zeigten sich interessanterweise in ein-

zelen Bereichen paradoxe Leistungsverläufe der beobachteten Schülerinnen und Schüler (Pekrun & vom Hofe, 2001; Pekrun, vom Hofe & Blum, 2002): Die Aufgabenlösekompetenz etwa im Bereich der indirekten Proportionalität sank mit dem Zeitpunkt stark ab, zu dem dieser Inhalt im Unterricht systematisch behandelt worden war, um erst in der Folge wieder langsam zuzunehmen. Pekrun und vom Hofe (2001) erklären dies mit Brüchen beim Verknüpfen von Alltagsvorstellungen und intuitivem Vorwissen mit im Unterricht behandelten Strukturen und Verfahrensweisen:

„Eine Erklärung kann darin gesehen werden, dass das intuitive, erfahrungsweltliche Verständnis von Antiproportionalität in der 5. Klassenstufe zunächst relativ erfolgreich ist. Es ist zu vermuten, dass die schulischen strukturellen Betrachtungen der 6. Klassenstufe diese frühen erfolgreichen Konzepte nicht aufgreifen und weiterentwickeln, sondern eher behindern oder zerstören, ohne adäquate neue Konzepte aufzubauen. Bis zur 8. Klassenstufe können diese Defizite offenbar nicht mehr behoben werden“ (Pekrun & vom Hofe, 2001, S. 15).

Möglicherweise ist dieser Befund also so zu interpretieren, dass die formale und algorithmisch orientierte Behandlung dieses Themenbereichs mit bereichsspezifischen und allgemeinen kognitiven Voraussetzungen der Lernenden weitgehend unverbunden bleibt. Das im Unterricht Gelernte scheint so nicht nur zu wenig flexibel einsetzbarem, relativ „trägem“ Wissen zu werden (vgl. z.B. Renkl, 1996, 1998), sondern behindert offenbar sogar Vorwissen, das für ein erfolgreiches Bearbeiten von Testaufgaben tragfähig und einsetzbar gewesen wäre. Offenbar werden auch metakognitive Kompetenzen zu den im Unterricht behandelten formalen und algorithmischen mathematischen Inhalten nicht in ausreichendem Maße mit aufgebaut. Solche metakognitiven Kompetenzen sind oft für Kontroll- und Steuerungsprozesse bei der Bearbeitung von Aufgaben erforderlich. Meta-Wissen und metakognitive Kompetenzen scheinen beispielsweise auch für den Bereich des mathematischen Beweisens und Argumentierens eine entscheidende Rolle zu spielen. Für diesen Inhaltsbereich wird in Abschnitt 7.2 dargelegt, dass adäquates Wissen innerhalb eines so genannten wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses als Voraussetzung für ein erfolgreiches Bearbeiten von Beweisproblemen anzusehen ist.

In PALMA wird die Ausbildung tragfähigen Wissens zu mathematischen Begriffen als zentral für den Aufbau mathematischer Kompetenz gesehen (vgl. z.B. Pekrun & vom Hofe, 2000, 2001). Die untersuchten inhaltsbereichsspezifischen Schulleistungsverläufe weisen darauf hin, dass der Mathematikunterricht einen wesentlichen Einfluss auf den Aufbau mathematischer Kompetenz hat.

Weitere empirische Hinweise, dass der Unterricht eine entscheidende Rolle für die Entwicklung mathematikbezogener Fähigkeiten spielt, sieht auch Reiss (2002) in den in ihrer Studie beobachteten starken Klassenunterschieden hinsichtlich der Beweis- und Argumentationskompetenz.

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass sich in internationalen Vergleichsstudien Schulleistungsdefizite deutscher Schülerinnen und Schüler im Fach Mathematik gezeigt haben, die ganz wesentlich den Bereich des begrifflichen Verknüpfens, Modellierens und Argumentierens betreffen. Auch im spezifischen Bereich des mathematischen Beweisens und Argumentierens werden Nicht-Routine-Aufgaben, wie beispielsweise mehrschrittige Argumentationen, nicht befriedigend gelöst.

Dass der Mathematikunterricht eine wesentliche Rolle für die Entwicklung von Schulleistung spielt, ist einerseits angesichts erheblicher Klassenunterschiede, andererseits angesichts beobachteter längsschnittlicher Leistungsverläufe plausibel.

Aus diesem Grund wird im folgenden Abschnitt auf Erkenntnisse zum Anregungsgehalt von Mathematikunterricht eingegangen. In Videostudien zum Mathematikunterricht zeigte sich wiederholt, dass ein oft kleinschrittiges, fragend-entwickelndes Unterrichtsverfahren als für Deutschland typisches, so genanntes Unterrichtsskript anzusehen ist (Baumert et al., 1997).

Auch in einer eigenen Untersuchung wurde für eine Stichprobe von 19 Unterrichtsstunden zum Beweisen und Argumentieren festgestellt, dass fast ausschließlich das fragend-entwickelnde Unterrichtsverfahren zum Einsatz kam (Kuntze & Reiss, 2004b). Inwiefern ein derartiger Unterricht dazu geeignet ist, intensive Lernprozesse anzuregen und Schülerinnen und Schüler kognitiv zu aktivieren, wird im Folgenden diskutiert.

1.2 Kognitiv aktivierender Mathematikunterricht

In Abschnitt 1.1 wurde ein kurzer Überblick über Konzepte und Befunde zu Schulleistung und Schulleistungsentwicklung gegeben. In diesem Zusammenhang stellt sich die Frage, inwiefern im Unterricht der Aufbau mathematischer Kompetenz unterstützt wird. Als eine Einflussgröße auf den Erwerb von Kompetenzen wird gemeinhin die kognitive Aktivierung der Lernenden im Unterricht angesehen.

In diesem Abschnitt werden daher Ergebnisse zur kognitiven Aktivierung als Bestandteil von Unterrichtsqualität zusammengestellt, die auf aktuellen Videostudien und Befragungen der am Unterricht Beteiligten beruhen. Diese Untersuchungen lassen darauf schließen, dass das in Deutschland dominierende fragend-entwickelnde Unterrichtsverfahren (Baumert et al., 1997) oft nicht mit einem hohen Grad an kognitiver Aktivierung der Lernenden in Verbindung zu bringen ist.

Der Begriff der „kognitiven Aktivierung“ der Lernenden im Unterricht wird in der aktuellen Unterrichtsqualitätsforschung vermehrt diskutiert (Clausen, Reusser & Klieme, 2003; Klieme, 2002; Clausen, 2002). Mit kognitiv aktivierendem Mathematikunterricht wird die Vorstellung von intensiven Lernprozessen der Schülerinnen und Schüler verbunden, bei denen neu aufgebautes Wissen mit vorhandenem Vorwissen in hohem Maße vernetzt wird und gleichzeitig metakognitive Kompetenzen erworben werden (Clausen, 2002).

Clausen, Reusser und Klieme (2003) nennen die kognitive Aktivierung als eine von vier Grunddimensionen für Unterrichtsqualität. In ihrer Studie, in der hoch-inferente Ratingverfahren zur kumulativen Beurteilung von Merkmalen von Mathematikunterricht eingesetzt wurden, konnte faktorenanalytisch bestätigt werden, dass die Unterrichtsmerkmale „Mathematische Produktivität“, „Anspruchsvolles Üben“, „Lehrer als Mediator“, „Pacing“ und „Motivierungsfähigkeit“ dem Bereich der kognitiven Aktivierung zuzuordnen sind. Demgegenüber werden die Merkmale „Repetitives Üben“ und „Sprunghaftigkeit“ mit wenig kognitiv aktivierendem Unterricht verbunden. Die Skalen, die dieser Studie zugrunde lagen, gehen teilweise auf die Arbeit von Gruehn (2000) zurück, in der Kriterien für die Beobachtung von Unterricht aus Schülerperspektive¹ untersucht werden. Tatsächlich eignet sich eine Reihe von Unterrichtsmerkmalen, die auch von Schülerinnen und Schülern wahrgenommen werden, zur Einschätzung von Unterrichtsqualität. Clausen (2002) identifiziert für die Betrachtung verschiedener Merkmale von Unterrichtsqualität aus der Perspektive von Schülerinnen und Schülern, Lehrpersonen und externen Beobachtern jeweils Bereiche optimaler Validität. So ist die individuelle Schülerwahrnehmung besonders für das subjektive Erleben des Unterrichts gerade in Bezug auf affektive und soziale Merkmale valide, die in der Lerngruppe geteilte Schülerwahrnehmung erlaubt eine valide Beschreibung von Unterrichtsrouinen und affektiven Merkmalen des Unterrichts, während die Lehrerwahrnehmung besonders aussagekräftig für

¹ Lediglich aus Gründen der leichter Lesbarkeit wird hier und im Folgenden auf Formulierungen wie „Unterricht aus Schülerinnen- und Schülerperspektive“, „lehrerinnen- und lehrerzentrierter Unterricht“, „Schülerinnen- und Schülerinterviews“ verzichtet. In solchen zusammengesetzten Wörtern seien immer auch Schülerinnen, Lehrerinnen, Mathematikerinnen etc. mit angesprochen.

handlungsleitende Vorstellungen sowie didaktische und methodische Merkmale des Unterrichts ist (vgl. auch Baumert, Kunter, Brunner, Krauss, Blum & Neubrand, 2004). Externe Beobachter können Unterrichtsmerkmale, die Vergleichsinformationen über mehrere Klassen hinweg einbeziehen, valider beurteilen als Lehrpersonen und Lernende. Kognitiv aktivierender Mathematikunterricht dürfte also am zuverlässigsten beschrieben werden können, wenn Wahrnehmungen zu verschiedenen Teilmerkmalen, die aus unterschiedlichen Perspektiven gemacht werden, kombiniert werden. Solche Teilmerkmale für kognitive Aktivierung werden im Folgenden kurz angesprochen.

Von einem kognitiv aktivierenden Mathematikunterricht wird gemeinhin erwartet, dass intensiver gelernt wird, dieses intensivere Lernen zu einer Zunahme der Schulleistung der Lernenden führt und auch ein hohes Maß an Interesse und Motivation der Schülerinnen und Schüler erreicht werden kann (Clausen, 2002).

Dass Motivierungsfähigkeit als ein Bestandteil von kognitiver Aktivierung und gleichzeitig auch von „konstruktivistisch orientierter Instruktion“ anzusehen ist, belegen auch Klieme und Clausen (1999) in einer Videostudie zu knapp 150 Unterrichtsstunden der deutschen TIMSS-Video-Erhebung von 1995. In dieser Studie fanden die Autoren einen signifikanten korrelativen Zusammenhang zwischen der Steigerung des Interesses an Mathematik („interest growth mathematics as a subject“) und dem Faktor „constructivist instruction“. Letzterer Faktor umfasst Skalen wie „teacher as mediator“, „openness“, „student discussion“ oder auch „problem solving process“, und steht damit ebenfalls für Unterrichtsmerkmale, die geeignet erscheinen, Lernende kognitiv zu aktivieren.

Mit kognitiv aktivierendem Unterricht wird außerdem die Verwendung anspruchsvoller Aufgaben im Unterricht assoziiert (Clausen, Reusser & Klieme, 2003; Klieme, 2002). Im Rahmen eines internationalen Vergleichs der TIMSS-Video-Studie analysierte Neubrand (2002) im Unterricht verwendete Aufgaben. Es zeigt sich, dass der Schwerpunkt der in den untersuchten deutschen Unterrichtsstunden verwendeten Aufgaben auf algorithmischem Wissen lag und konzeptuelles Wissen eine deutlich untergeordnete Rolle spielte. Auch im internationalen Vergleich fanden sich in den deutschen Unterrichtsstunden wenige Aufgaben, die eine mathematische Modellierung notwendig machten. Der Anteil derartiger Nicht-Routine-Aufgaben, bei denen benötigte Wissensseinheiten nur implizit gegeben sind, lag bei 11% gegenüber 15% in den USA und 50% in Japan. Der hohe Anteil von 84% an Aufgaben, die sich nur auf eine Wissensseinheit beziehen, deutet darauf hin, dass das Anspruchsniveau der Aufgabenstellungen im Mathematikunterricht in Deutschland etwa im Hinblick auf ein Vernetzen von Wissensgebieten oder im Hinblick auf den Aufbau flexibel einsetzbaren Wissens, sowie hinsichtlich eines hohen Anregungsgehalts von Aufgabenstellungen Verbesserungspotentiale aufweist. Selbst Phasen selbständiger Schülerarbeit weisen offenbar kein optimales Anregungspotential auf: Die Feststellungen von Neubrand (2002), dass Schülerarbeitsphasen in Deutschland oft nicht die volle Breite mathematischer Tätigkeiten abdecken (S. 250ff) und dass „die mathematischen Tätigkeiten, die deutsche Schülerinnen und Schüler aufgrund des nationalen Unterrichtsskripts selbsttätig ausüben dürfen, [...] somit sehr stark auf algorithmische Tätigkeiten beschränkt“ (S. 252) sind, weisen in diese Richtung. Neubrand konstatiert ferner, dass die verwendeten Aufgaben meist einen geringeren Problemlösecharakter aufweisen (vgl. S. 337ff).

Zu ähnlichen Ergebnissen gewissermaßen auf einer Mikroebene des Mathematikunterrichts kommt Knoll (2003), der einzelne Fragen und Aufforderungen in videografierten Erarbeitungsprozessen neu eingeführter mathematischer Inhalte untersucht. Bei diesen Erarbeitungsprozessen konnte im fragend-entwickelnden Unterrichtsgespräch oft ein „Kleinarbeiten“ von Aufgabenstellungen höheren Anforderungsgrades durch die Lehrperson (vgl. Klieme, 2002) beobachtet werden, wie es auch schon früher von Voigt (1984a, 1984b) beschrieben wurde.

Für den Bereich des Beweisen und Argumentierens bestätigt eine eigene Studie die Tendenz dieser Ergebnisse (Kuntze & Reiss, 2004b; Kuntze, Rechner & Reiss, 2004; vgl. auch Kuntze, 2003a): In dieser Analyse von Unterrichtsvideos wurde unter anderem das Anforderungsniveau von Fragen und Aufforderungen der Lehrpersonen in Erarbeitungsprozessen von Beweisen und die Art der Beantwortung der Fragen durch die Schülerinnen und Schüler untersucht. Dabei zeigte sich ein hoher Anteil von Fragen und Aufforderungen geringen Anspruchsniveaus (knapp 60% aller von den Lehrpersonen gestellten Fragen). Weiter wurde beobachtet, dass anspruchsvolle Fragen oft von den Schülerinnen und Schülern nicht beantwortet wurden bzw. von der Lehrperson keine Schülerantwort auf diese Frage erwartet wurde: etwa 55% aller anspruchsvollen Fragen (Kategorie „schwer“) blieben unbeantwortet. Das inhaltliche Fortschreiten im Unterricht schien hauptsächlich über Fragen niedrigen Anforderungsniveaus zu erfolgen, die von den Schülerinnen und Schülern vollständig beantwortet wurden: 42,6% aller gestellten Fragen waren von geringem Anforderungsniveau und wurden vollständig beantwortet gegenüber 7,1% vollständig beantworteter Fragen der höheren Anspruchsniveaus. Ein derartiges kleinschrittiges Vorgehen ist offenbar oft mit einem eher geringen kognitiven Aktivierungsgrad der Lernenden zu assoziieren. Dies ist umso mehr dann der Fall, wenn zusätzlich durch eine Fülle von der Lehrperson gestellter Einzelfragen das Gesamtziel des Erarbeitungsprozesses aus dem Blickfeld gerät. Es scheint in der Tat eine ganz wesentliche Gefahr des Kleinarbeitens komplexer Aufgabenstellungen im fragend-entwickelnden Unterrichtsverfahren zu sein, dass der Blick auf das gesamte zu bearbeitende Problem angesichts der Beschäftigung mit Teilfragen für die Schülerinnen und Schüler verloren geht und das inhaltliche Vorgehen für sie zunehmend intransparent wird. Für den Blick auf das gesamte zu lösende Problem ist offenbar auch der Aufbau problembezogenen Wissens auf einer Metaebene notwendig. Mit Hilfe dieses Wissens können die Lernenden beispielsweise einschätzen, welchem Zweck einzelne Lösungsschritte dienen könnten, wozu einzelne Teilfragen behandelt werden und wann Lösungsschritte als korrekt ausgeführt zu betrachten sind.

Clausen (2002, S. 17) betont die Unterstützung des Aufbaus metakognitiver Kompetenzen als Merkmal kognitiv aktivierenden Unterrichts. Insbesondere im Zusammenhang mit Lerninhalten hohen Komplexitätsgrades im Mathematikunterricht dürften metakognitive Kompetenzen, die eine Grundlage für kognitive Steuermechanismen bei Problemlöseprozessen darstellen, von besonderer Bedeutung sein. Ein Inhaltsbereich des Mathematikunterrichts, für den dies gilt, ist das Beweisen und Argumentieren. Hier ist ein ganzes Spektrum von Metawissen, das auch mit Steuermechanismen bei Problemlöseprozessen zusammenhängen dürfte, als Voraussetzung für das Generieren von Beweisen anzusehen (Kuntze, 2004a; vgl. auch Abschnitt 1.4.2 und insbesondere Kapitel 7). Wie später noch ausgeführt wird, können inhaltsbezogene Bereiche dieses Metawissens oft einem beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnis der Lernenden zugeordnet werden.

In der oben bereits erwähnten eigenen Videostudie zu Erarbeitungsprozessen von Beweisen im Unterricht (Kuntze, Rechner & Reiss, 2004; Kuntze, 2003a) mussten auch im Bereich der Unterstützung des Aufbaus von Metawissen der Lernenden zum mathematischen Beweisen Defizite festgestellt werden: So wurden nur in einer Minderzahl von im Unterricht erarbeiteten Beweisen so genannte „inhaltliche Elemente“ des Beweisentwicklungsprozesses beobachtet, die auf die Förderung eines diesbezüglichen Wissensaufbaus ausgerichtet gewesen wären. Beispielsweise wurden nur in etwa 30% der Fälle Aktivitäten einer Rückschau auf den erarbeiteten Beweis bzw. einer Diskussion des Beweises verzeichnet. Die Beweisbedürftigkeit der aufgestellten Behauptung wurde ebenfalls lediglich bei etwa 30% der Unterrichtsbeweise diskutiert. Bei der Untersuchung zu den inhaltlichen Elementen der Erarbeitung von Beweisen im Unterricht ergab sich der Eindruck, dass die Bearbeitung von Beweisproblemen in einer Mehrheit der untersuchten Klassen oft auf ein dreigliedriges Schema aus „gegebener Aufgabenstellung“, „Erfragen und Zusammenstellen beweisrelevanter Fakten“ und „Beweis-

redaktion“ (Aufschreiben des Beweises) reduziert wurde (Kuntze & Reiss, 2004b). Möglicherweise ist dieser Befund ebenfalls mit der Praxis eines „stromlinienförmig gemachten“ fragend-entwickelnden Unterrichtsverfahrens zu assoziieren.

Insgesamt entsteht der Eindruck, dass von einem „Dilemma“ des fragend-entwickelnden Unterrichts im deutschen Mathematikunterricht gesprochen werden kann: Die zentrale Rolle der Lehrperson als Wissensvermittlerin im Unterrichtsgespräch, die neue Inhalte weniger definitorisch, als vielmehr mit Schüleräußerungen entwickelnd einführt und erläutert, scheint oft nur wenig handlungsmäßigen Spielraum für kognitiv aktivierende Aufgabenstellungen, für Differenzierung und für ein individuelles Beraten der Lernenden zuzulassen. Dies scheint durch eine Erwartungshaltung auf der Seite der Schülerinnen und Schüler, die deren weitgehend passiver Rolle entspricht, noch verstärkt zu werden. Oft dürfte aus solchen Zusammenhängen und Wechselwirkungen ein kleinschrittiger, kognitiv wenig aktivierender Fragestil der Lehrperson innerhalb des fragend-entwickelnden Verfahrens resultieren.

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass der Status Quo des fragend-entwickelnden Unterrichtsverfahrens im deutschen Mathematikunterricht oft mit einer eher geringen kognitiven Aktivierung zu assoziieren ist.

Als Lösungsmöglichkeit weisen Baumert et al. (1997) auf einen Konsens innerhalb der fachdidaktischen Community hinsichtlich der Ziele von Mathematikunterricht hin:

„Die Schülerinnen und Schüler sollen im Unterricht die Möglichkeit haben, sich Strukturen und Verfahren der Mathematik so anzueignen, dass sie die Bedeutung mathematischer Begriffe, Modelle und Methoden sowohl in innermathematischen Zusammenhängen als auch in ihrer Anwendung auf außermathematische Problemstellungen kennenlernen und verstehen. [...] Es wird weitgehend die Meinung geteilt, dass mathematischem Verständnis in besonderer Weise Lernformen entgegen kämen, die auf der selbständigen und aktiven Auseinandersetzung mit mathematisch angehenden Problemen und der gezielten Reflexion über die angewandten Methoden und deren zugrundeliegender Logik basierten.“ (Baumert et al., 1997, S. 232)

Es besteht also ein Konsens darüber, dass Verbesserungspotentiale durch die Entwicklung geeigneter alternativer Arbeitsformen und Lernumgebungen mit höherer Schülerzentrierung, größerem Anregungsgehalt von Aufgaben und zusammenhängenderem, eigentätigen Arbeiten der Lernenden genutzt werden könnten. Ein dafür wesentliches Merkmal ist die Förderung verständnisvollen Lernens. Dieser Begriff wird im Folgenden genauer charakterisiert.

1.3 Verständnisvolles Lernen

In den vorangegangenen Abschnitten wurden Schulleistungsdefizite deutscher Schülerinnen und Schüler beschrieben und Befunde zu möglichen Gründen erörtert. Ein wesentlicher Faktor für die besprochenen Schwächen scheint der Mathematikunterricht zu sein. Erkenntnisse zur Praxis des für Deutschland typischen kleinschrittigen, fragend-entwickelnden Unterrichtsverfahrens deuten darauf hin, dass es Verbesserungspotentiale in der kognitiven Aktivierung der Lernenden gibt. Oft scheint das Wiedergeben einfacher Tatsachen oder das Durchführen von Algorithmen weit stärker im Vordergrund zu stehen als Vorgehensweisen, die auf das Vertiefen von begrifflichem Verständnis oder auf das variationsreiche Anwenden und Modellieren ausgerichtet sind. Es liegt der Schluss nahe, dass verständnisvolles Lernen unter den Bedingungen des kleinschrittigen, fragend-entwickelnden Unterrichts oft nicht ausreichend unterstützt wird.

Im Folgenden wird daher ein Orientierungs- und Bezugsrahmen vorgestellt, wie das Gestalten von anregenden Lerngelegenheiten und das Entstehen intensiver Lernprozesse im Unterricht unterstützt werden können. Dieser Orientierungs- und Bezugsrahmen besteht in grundlegen-

den Modellvorstellungen und Befunden zum verständnisvollen Lernen, auf die in dieser Arbeit aufgebaut wird. Fünf wesentliche Charakteristika des verständnisvollen Lernens, die in der Lehr-Lernforschung weitgehend unumstritten sind, werden von Baumert und Köller (2000), sowie von Baumert et al. (2004) zusammengefasst. Diese Charakteristika werden im Folgenden mit Desiderata für die Gestaltung von Mathematikunterricht verbunden.

- Verständnisvolles Lernen ist nach Baumert und Köller (2000, S. 273) „ein aktiver individueller Konstruktionsprozess, in dem Wissensstrukturen verändert, erweitert, vernetzt, hierarchisch geordnet oder neu generiert werden. Auch verständnisvolles rezeptives Lernen ist in diesem Sinne eine Konstruktionsleistung“. Diese Beschreibung deckt sich im Großen und Ganzen mit dem gemäßigt-konstruktivistischen Standpunkt von Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001). In den Kapiteln 2 und 3 wird dieser Ansatz vertieft, um daraus Implikationen für die Gestaltung von Lernumgebungen im Mathematikunterricht abzuleiten.
- Von ganz wesentlicher Bedeutung für das verständnisvolle Lernen gerade bei anspruchsvollen Problemstellungen ist das individuelle Vorwissen. Die bereichsspezifischen kognitiven Voraussetzungen scheinen für „Qualität und Leichtigkeit des Weiterlernens“ (Baumert & Köller, 2000, S. 274) entscheidend zu sein. Insofern ist der Aufbau einer tragfähigen Basis an Grundvorstellungen gerade zu komplexen mathematischen Inhaltsgebieten eine wichtige Unterstützung für subsequente Lernleistungen in diesem Bereich.
- Die Situiertheit und Kontextbezogenheit verständnisvollen Lernens führt zum gleichzeitigen Aufbau von Vorstellungen zur Bedeutung des Gelernten, die seinen Anwendungsbereich begrenzen. Vielfältige Kontexte und Perspektiven auf einen Lerninhalt erweitern nach Gerstenmaier und Mandl (2000) seine Anwendungs- und Transfermöglichkeiten. Renkl (1998, 2000) stellt fest, dass Multikontextualität und Multiperspektivität sogar notwendig für eine Erweiterung des Anwendungsbereichs von Wissen sind. Da eine flexible Anwendung und ein Transfer von Wissen insbesondere in Problemlösensituationen im Mathematikunterricht oft erforderlich sind, sollten multiple Kontexte und Perspektiven verständnisvolles Lernen unterstützen.
- Dass verständnisvolles Lernen von motivationalen Dispositionen der Lernenden einerseits und von Wirkungen metakognitiver Steuermechanismen andererseits beeinflusst wird, heben Baumert und Köller (2000, S. 274) ebenfalls hervor. Es ist anzunehmen, dass diese Merkmale grundsätzlich domänenspezifisch ausgeprägt sein können. Dies wird für den Bereich motivationaler Merkmale etwa von Pekrun und vom Hofe (2000, 2001) ausgeführt. Bei metakognitiven Steuermechanismen wie etwa der Planung oder Bewertung von Lösungsstrategien ist offenbar eine Abhängigkeit von bereichsspezifischen kognitiven Voraussetzungen zu vermuten. Aus diesem Grunde sollten im Mathematikunterricht sowohl bereichsspezifisch erwünschte motivationale Merkmale der Lernenden gefördert, als auch metakognitive Kontrollmechanismen aufgebaut und gefestigt werden.
- Schließlich halten Baumert und Köller (2000, S. 274) fest, dass sich der Aufbau von „informationsreichen Wissensseinheiten, die als Ganzes erinnert und abgerufen werden können (*Chunks*)“ beim verständnisvollen Lernen in komplexen Lern- und Leistungssituationen entlastend auswirken kann. Der Aufbau solcher „informationsreicher Wissensseinheiten“ wird wiederum durch multiple Repräsentation von Lerninhalten gefördert. Ein solches multiples Repräsentieren kann im Mathematikunterricht angestrebt werden, indem Anregungen gegeben werden, dass die Lernenden mathematisches Wissen und begriffliche Vorstellungen möglichst vielfältig auch mit intuitiven Vorstellungen aus ihrem unmittelbaren Erfahrungsbereich verknüpfen.

Vor dem Hintergrund dieser Charakteristika verständnisvollen Lernens kann das eher mäßige Abschneiden der deutschen Schülerinnen und Schüler in TIMSS und PISA (vgl. Abschnitt 1.1) dahingehend interpretiert werden, dass Prozesse verständnisvollen Wissensaufbaus im gegebenen Mathematikunterricht oft nicht optimal unterstützt werden: Während die Schülerinnen und Schüler Routineaufgaben mit größerer Sicherheit lösen können, scheinen die Lernenden dieses Wissen kaum auf Problemlösekontexte, Nicht-Routine- oder Modellierungsaufgaben übertragen zu können. Dies könnte darauf hindeuten, dass den Schülerinnen und Schülern beim Lernen im Unterricht vielfältige Kontexte und multiple Perspektiven auf die Lerninhalte nicht in ausreichendem Maße zur Verfügung stehen. Der Aufbau flexibel einsetzbarer, informationsreicher Wissensseinheiten zu mathematischen Inhalten, die bei nachfolgenden Lernprozessen zum weiteren Wissenserwerb genutzt werden können, sollte daher gezielter unterstützt werden.

Zusammenfassend sei festgehalten, dass die erörterten Charakteristika verständnisvollen Lernens als Prinzipien eines gemäßigt-konstruktivistischen Lernmodells aufgefasst werden können, die die individuelle aktive Rolle beim Wissensaufbau, das individuelle Vorwissen, die Situietheit und Kontextabhängigkeit des Lernens, die Bedeutung individueller motivationaler Dispositionen und den Aufbau sowie die Nutzung wissensreicher Informationseinheiten betonen. Im deutschen Mathematikunterricht scheinen diese Prinzipien noch nicht im wünschenswerten Maße in der Unterrichtspraxis umgesetzt zu werden.

Um eine Unterrichtsform zu konzipieren und zu evaluieren, in der die Förderung verständnisvollen Lernens im Vordergrund stehen soll, sind einzelne Bedingungsfaktoren für Schulleistungsentwicklung und verständnisvolles Lernen zu berücksichtigen, auf die im Mathematikunterricht eingewirkt werden kann. Solche Bedingungsfaktoren werden im folgenden Abschnitt kurz angesprochen. Da grundsätzlich davon auszugehen ist, dass diese Bedingungsfaktoren in der Regel auch inhaltsbereichsspezifische Ausprägungen haben können, werden sie in Kapitel 7 im Zusammenhang mit dem Inhaltsbereich „mathematisches Beweisen und Argumentieren“ noch vertieft erörtert.

1.4 Verständnisvolles Lernen, Schulleistung und ausgewählte verknüpfte Bedingungsfaktoren

Ziel dieses Abschnitts ist es, wesentliche Bedingungsfaktoren des Aufbaus mathematischer Kompetenz überblicksartig zu beschreiben. Im Sinne des vorangegangenen Abschnitts wird davon ausgegangen, dass verständnisvolles Lernen zum Aufbau mathematischer Kompetenz beiträgt. Die im Folgenden angesprochenen Bedingungsfaktoren betreffen die einzelnen Lernenden - konkrete Bedingungen für die Förderung verständnisvollen Lernens auf der Ebene des Unterrichts werden in den Kapiteln 2 und insbesondere 3 abgeleitet.

1.4.1 Ein Modell für das Lernen im Mathematikunterricht und Bemerkungen zu Bedingungsfaktoren für verständnisvolles Lernen

In der Literatur wird eine breite Palette möglicher individueller Bedingungsfaktoren und Einflussgrößen auf Schulleistung im Allgemeinen und auf den Aufbau mathematischer Kompetenz im Besonderen beschrieben (vgl. Helmke & Weinert, 1997). Diese Variablen betreffen

neben kognitiven und affektiven Dispositionen der Individuen und Unterrichtsbedingungen auch gesellschaftliche oder institutionelle Kontexte der Lernenden bzw. des Unterrichts. Ein Prozess-Mediations-Produktmodell für Wissens- und Kompetenzaufbau im Mathematikunterricht von Pekrun und Reiss (vgl. Abb. 1.4.1), auf das sich diese Arbeit stützt, baut auf Gedanken von Fend (1998) zur Nutzung von Lernangeboten durch die Lernenden in einem Mediationsprozess auf (vgl. auch die Modelle in Petko et al., 2003, S. 267f, und Helmke, 2003).

Prozess-Mediations-Produktmodell des Mathematikunterrichts

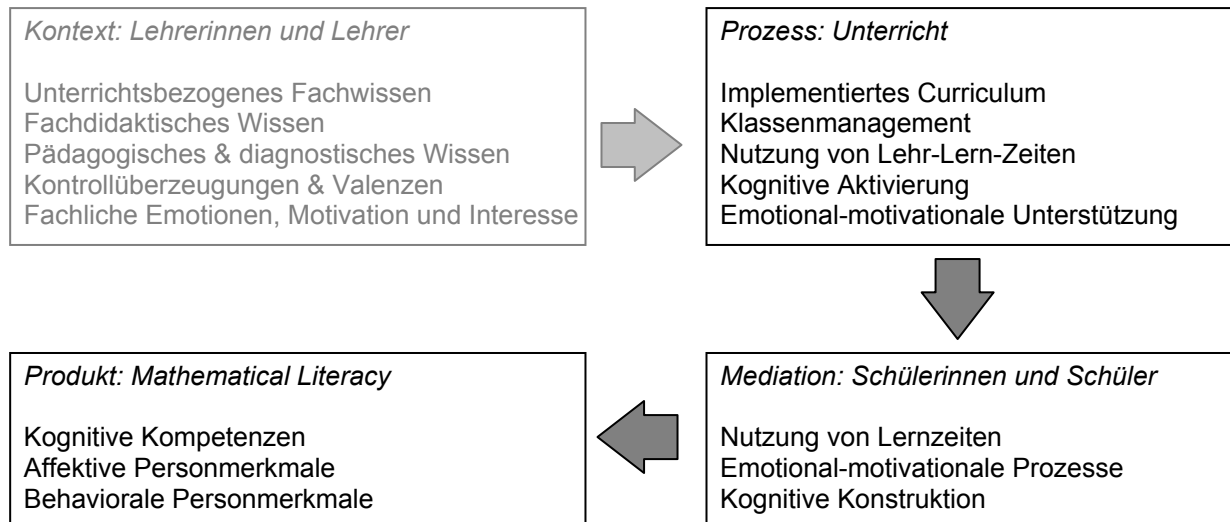


Abb. 1.4.1: Prozess-Mediations-Produkt-Modell des Mathematikunterrichts in Anlehnung an Fend (1998) (Vortrag von Pekrun und Reiss (vgl. Reiss, 2005))

In diesem Modell sind verschiedene Einflussgrößen auf das Lernen im Mathematikunterricht berücksichtigt. Im Rahmen dieser Arbeit, die sich mit der Konzeption und Evaluation einer schülerzentrierten Lernumgebung befasst, werden die im Modell dargestellten Kontextvariablen auf Seiten der Lehrpersonen nicht behandelt, da sie für das hier verfolgte Forschungsinteresse von untergeordneter Bedeutung sind. Auf einige der Variablen, die den Unterrichtsprozess betreffen, wurde bereits in Abschnitt 1.3 eingegangen. Hier spielen Grunddimensionen von Unterrichtsqualität eine Rolle (Clausen, Reusser & Klieme, 2003). Zur Gestaltung von Lerngelegenheiten und Lernumgebungen werden auch in Kapitel 3 weiterführende Überlegungen angestellt werden. Eine besondere Rolle in dem Modell in Abb. 1.4.1 spielen Mediationsprozesse der Lernenden: Innerhalb der „Gelegenheitsstruktur“ des Mathematikunterrichts (vgl. Baumert et al., 2004) nutzen Schülerinnen und Schüler die Lerngelegenheiten des Unterrichtsprozesses nach ihren jeweils individuellen Dispositionen zum Wissens- und Kompetenzaufbau. Wie eingangs bemerkt, gilt das Interesse dieses Abschnitts solchen individuellen Merkmalen der Lernenden, da sie den individuellen Wissensaufbau in der schülerzentrierten Lernumgebung beeinflussen dürften.

Weil es in der vorliegenden Arbeit darum geht, eine Lernumgebung zu konzipieren und zu evaluieren, in der die Förderung verständnisvollen Lernens im Vordergrund steht, spielen in erster Linie solche Bedingungsvariablen auf Seiten der Lernenden eine Rolle, für die die Hoffnung besteht, dass sie im Rahmen des Mathematikunterrichts der Schülerinnen und Schüler beeinflusst werden können. Wesentliche derartige Bedingungsfaktoren und Lernvoraussetzungen, die sich auf Wissens- und Kompetenzaufbau auswirken können, sind daher:

- das für die Lernenden verfügbare mathematische Grundwissen,
- Metawissen zu mathematischen Begriffen, Verfahren oder Problemen einschließlich adäquater Vorstellungen zum Bereich des wissenschaftlichen Denkens,
- mathematikbezogene epistemologische Vorstellungen und Überzeugungen (Beliefs),
- motivationale Dispositionen wie Sachinteresse, Fachinteresse, intrinsische Motivation oder Selbstwirksamkeitserwartungen bzw. das domänenspezifische akademische Selbstkonzept der Lernenden.

So stellt beispielsweise das für die Schülerinnen und Schüler verfügbare mathematische Grundwissen ganz offensichtlich eine Bedingungsvariable für verständnisvolles Lernen und den Aufbau mathematischer Kompetenz dar: Abgesehen davon, dass dies bereits aufgrund von innermathematischen sachlogischen Zusammenhängen und Bedingtheiten der Fall sein dürfte, zeigten sich auch auf empirische Weise in den Leistungstests von TIMSS und PISA entsprechende Zusammenhänge (Baumert et al., 1997; Deutsches PISA-Konsortium, 2001): Hier besteht das Konzept der mathematischen Kompetenz, die in einer Fähigkeitsdimension gemessen werden kann, darin, dass das Beherrschen von Aufgaben zu grundlegendem Wissen Voraussetzung für das Lösen anspruchsvollerer Aufgaben beispielsweise zum Modellieren ist (vgl. Abschnitt 1.1).

Für den Bereich des Beweisens und Argumentierens konnten Healy und Hoyles (1998) und Reiss, Hellmich und Thomas (2002) den analogen Befund replizieren, dass Grundwissen eine notwendige, aber nicht hinreichende Voraussetzung für Beweis- und Argumentationskompetenz ist.

Vor dem Hintergrund des Prozess-Mediations-Produkt-Modells von Pekrun und Reiss (vgl. Abb. 1.4.1) lassen sich diese Befunde dahingehend interpretieren, dass ein bestimmter Bestand an Vorwissen für die erfolgreiche Nutzung von Lerngelegenheiten durch die Schülerinnen und Schüler innerhalb von Mediationsprozessen erforderlich ist.

Neben dem Grundwissen dürften auch andere Bedingungsvariablen für die Nutzung von Lerngelegenheiten durch die Schülerinnen und Schüler eine Rolle spielen. Im Folgenden wird kurz begründet, warum die Bereiche des mathematikbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses, epistemologischer Beliefs der Lernenden, sowie motivationaler Dispositionen in den Abschnitten 1.4.2 bis 1.4.4 und in weiteren Abschnitten dieser Arbeit besonders herausgegriffen werden.

Metawissen über mathematische Begriffe, Verfahren und Probleme

Es ist davon auszugehen, dass zusätzlich zu einer Basis an mathematischem Grundwissen in der Regel auch fachspezifisches Metawissen über mathematische Begriffe, Verfahren und Probleme bei den Lernenden vorhanden sein muss, damit Lerngelegenheiten zu verständnisvollem Lernen genutzt werden können (vgl. Abschnitt 1.1). Solches letztlich auf die Wissenschaft Mathematik bezogene Metawissen ist oft auch intuitiver Natur und schließt Zusammenhänge mit alltagsweltlichen Vorstellungen mit ein. Empirische Befunde deuten auf die Bedeutung von Metawissen über mathematische Begriffe, Verfahren und Probleme hin:

Wie in Abschnitt 1.1 angesprochen wurde, stellten etwa Pekrun und vom Hofe (2001) Einbrüche in der inhaltsbereichsspezifischen Schulleistungsentwicklung fest, die zeitlich mit Unterrichtsphasen zum jeweiligen Inhaltsbereich zusammenfallen. Pekrun und vom Hofe weisen im Zusammenhang mit diesen Befunden auf im Unterricht mangelhaft aufgebaute Verbindungen zwischen den im Unterricht vermittelten Begriffen, Strukturen und Algorithmen einerseits und bereits aufgebautem intuitiven Wissen bzw. auf die Lebenswelt der Lernenden bezogenen Vorstellungen andererseits hin:

„Beobachtungen dieser Art lassen darauf schließen, dass es in den Leistungsentwicklungen Phasen gibt, in denen bestehendes intuitives Wissen nicht angemessen berücksichtigt wird, sondern durch inadäquate, meist schematische Verfahren verschüttet wird, was zu Leistungsabfällen und negativen Wirkungen im motivationalen Bereich führen kann“ (Pekrun & vom Hofe, 2001, S. 15f).

Geschildert wird hier eine Lernsituation, in der das verfügbare Metawissen sich möglicherweise als für die Interpretation der neuen Inhalte nicht ausreichend erwies oder den neuen Inhalten sogar widersprach. Der gemessene Leistungseinbruch legt die Vermutung nahe, dass in dieser Situation von den Schülerinnen und Schülern meist wenig verständnisvoll gelernt werden konnte und stattdessen träges Wissen aufgebaut wurde (vgl. Renkl, 1996), das sich im Test als weniger anwendbar und übertragbar erwies.

Dem Metawissen über mathematische Begriffe und Verfahren scheint also eine ganz entscheidende Bedeutung für verständnisvolles Lernen und den Aufbau mathematischer Kompetenz zuzukommen.

Bei Metawissen über mathematische Begriffe, Verfahren und Probleme der oben angesprochenen Art handelt es sich letztlich um „Wissen über Mathematik“. Im nachfolgenden Abschnitt 1.4.2 wird deshalb in Analogie zu einem Ansatz zur Didaktik der Naturwissenschaften mathematikbezogenes Metawissen im Rahmen eines mathematikbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses erörtert.

Epistemologische Beliefs über Mathematik

Mediationsprozesse der Lernenden und die Nutzung von Lernangeboten im Mathematikunterricht können von Schülervorstellungen und Erwartungen dem Fach Mathematik gegenüber beeinflusst werden. Verständnisvolles Lernen könnte beispielsweise behindert werden, wenn Lernangebote den epistemologischen Beliefs der Lernenden widersprechen. Da solche epistemologischen Beliefs außerdem längerfristig vom Mathematikunterricht mitbestimmt werden dürften, werden diese individuellen Bedingungsfaktoren in Abschnitt 1.4.3 näher beschrieben.

Motivationale Dispositionen der Lernenden

Es herrscht ein weitgehender Konsens darüber, dass motivationale Dispositionen der Schülerinnen und Schüler als Einflussgrößen für den Wissensaufbau wesentlich sind. So dürfte die Nutzung von Lernangeboten innerhalb von Mediationsprozessen der Lernenden etwa von Interesse und Fähigkeitsselbstbildern der Schülerinnen und Schüler mitbestimmt werden. Die Bedeutung motivationaler Dispositionen für verständnisvolles Lernen (Baumert & Köller, 2000) wurde bereits in Abschnitt 1.3 angesprochen (vgl. auch Baumert et al., 2004). Aus diesem Grunde, und weil die Förderung motivationaler und affektiver Personmerkmale im Sinne einer „multikriterialen Sicht der Ziele“ des Unterrichts (Pekrun & Zirngibl, 2004) und der Förderung des subsequenten Kompetenzaufbaus (vgl. Pekrun et al., 2004) auch als Ziel schulischen Unterrichts anzusehen ist, wird in Abschnitt 1.4.4 auch auf diesen Bereich von Lernbedingungen kurz eingegangen.

Weitere individuelle Einflussgrößen auf Mediationsprozesse der Lernenden wie beispielsweise soziale Kontextbedingungen erscheinen im Rahmen dieser Arbeit für die Gestaltung und Evaluation von Lernumgebungen von untergeordnetem Interesse, nicht zuletzt weil es weit schwieriger erscheint, diese Bedingungsfaktoren zur Förderung verständnisvollen Lernens durch den Mathematikunterricht zu beeinflussen.

1.4.2 Wissenschaftstheoretisches Grundverständnis der Lernenden

In diesem Abschnitt wird ein Bereich von Kognitionen beschrieben, der einer Metaebene zu konkretem Faktenwissen zuzuordnen ist. Es handelt sich um Wissen, das sich auf die Rolle wissenschaftlicher Theorien, auf den Umgang mit solchen Theorien und ihren Stellenwert, sowie auf Methoden wissenschaftlichen Erkenntnisgewinns bezieht. Solches Wissen über die Wissenschaft Mathematik spielt auch bereits bei einfachen Problemstellungen eine Rolle. Dies sei kurz an einem Beispiel verdeutlicht, das auf einem Ausschnitt eines Unterrichtsvideos zum mathematischen Argumentieren beruht: In einer konkreten Unterrichtsgesprächssituation der 8. Jahrgangsstufe äußert ein Schüler die Behauptung: „Ein Parallelogramm kann ein Trapez sein, muss aber nicht“. Diese Behauptung stellt eine Vermutung dar, die, um als wahr akzeptiert zu werden, bewiesen werden müsste. Um die Behauptung als falsch abzulehnen, müsste sie widerlegt werden. Dies bedeutet, dass eine Entscheidung über die Behauptung des Schülers auf Regeln zurückgreifen muss, die letztlich Bestandteil der wissenschaftlichen Fachpraxis der Mathematik sind. Elemente eines mathematikbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses sind also notwendig, um etwa Behauptungen der oben genannten Art korrekt beurteilen zu können. Im konkreten Falle sind neben mathematischem Grundwissen über Vierecke beispielsweise metabegriffliche Kenntnisse über die Wenn-Dann-Form von Aussagen, über die Umkehrung von Sätzen, über die Rolle von Gegenbeispielen oder über logische Anforderungen an mathematische Argumentationen hilfreich, um in dieser Unterrichtssituation verständnisvoll zu lernen.

Auf die Wissenschaft bezogenes Wissen ist also von Bedeutung für die Nutzung von Lerngelegenheiten. Im Folgenden werden daher Befunde zum wissenschaftstheoretischen Grundverständnis von Schülerinnen und Schülern angesprochen, die auf die Situation des Lernens von Mathematik übertragen werden können. Diese Ergebnisse beziehen sich auf Wissen zur „nature of science“. Der Ansatz zur „nature of science“ wurde für den naturwissenschaftlichen Unterricht entwickelt und stellt die Unterstützung wissenschaftlichen Denkens und das Entwickeln eines realistischen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses in den Vordergrund. Diese Forschungsrichtung geht von dem Befund aus, dass naive Vorstellungen der Lernenden über die Bedeutung und über das Zustandekommen naturwissenschaftlichen Wissens den Erwerb naturwissenschaftlichen Wissens domänenübergreifend behindern (Carey et al., 1989). Studien über die Fähigkeit zum systematischen Experimentieren (z.B. Kuhn, Amsel & O’Loughlin, 1988) und zu epistemologischen Überzeugungen von Schülerinnen und Schülern (Carey et al., 1989) belegen Defizite im metabegrifflichen Verständnis der Naturwissenschaften. Insbesondere wurden bei Schülerinnen und Schülern präadoleszente Einschränkungen in der Fähigkeit beobachtet, die grundlegenden Konzepte „Theorie“ und „Evidenz“ zu unterscheiden (Kuhn, 1989; Lederman, 1992). Übertragen auf das Fach Mathematik könnte diese Problematik zunächst überall dort eine Rolle spielen, wo es um Anwendungsbezüge und Modellierung geht. Präadoleszente Einschränkungen im wissenschaftlichen Denken können sich aber auch im Bereich des mathematischen Problemlösens und des Beweisens und Argumentierens zeigen (vgl. Reiss & Thomas, 2000; vgl. auch Abschnitt 7.2.3).

Die beschriebenen Defizite im metabegrifflichen Wissenschaftsverständnis („nature of science“) können aber offenbar durch geeignete Lernumgebungen abgebaut werden: Für den Bereich der Naturwissenschaften konnten Carey et al. (1989) in ihrer Studie mit Schülerinnen und Schülern der 7. Jahrgangsstufe nachweisen, dass eine konstruktivistisch orientierte und wissenschaftstheoretisch fokussierte, curriculumbezogene Intervention bereits kurzfristig wirksam war. So wurde etwa die Fähigkeit der Probanden gestärkt, die Logik der empirischen Prüfung von Hypothesen nachzuvollziehen. Sodian et al. (2002; vgl. auch Sodian & Kircher, 2001) konnten diese Resultate sogar in einer Studie mit Grundschülerinnen und -schülern replizieren. Auf der Basis dieser Erkenntnisse besteht also die Hoffnung, dass verständnisvol-

les Lernen auch im Mathematikunterricht über eine Stärkung wissenschaftsspezifischen metabegrifflichen Wissens durch geeignete Lernumgebungen gefördert werden könnte.

Zusammenfassend ist davon auszugehen, dass metabegriffliches Wissen im Rahmen eines wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses der Lernenden eine wesentliche Voraussetzung für verständnisvolles Lernen und damit für den Aufbau mathematischer Kompetenz darstellt. Empirische Befunde deuten darauf hin, dass es möglich ist, Wissensaufbau im Bereich des wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses zu fördern.

1.4.3 Epistemologische Beliefs über Mathematik

In einem noch weiteren Rahmen und vermutlich nicht ganz unabhängig vom mathematikbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnis scheinen auch allgemeine Vorstellungen und Einstellungen der Schülerinnen und Schüler zum Fach Mathematik verständnisvolles Lernen mit beeinflussen zu können. Diese übergreifenden, so genannten „epistemologischen Beliefs“ der Lernenden scheinen innerhalb von Mediationsprozessen beispielsweise auf die Interpretation neuer Inhalte und damit auch deren Verständnis einwirken zu können. Aus diesem Grunde führt dieser Abschnitt kurz in diesen möglichen Bedingungsfaktor verständnisvollen Lernens ein. Im Zusammenhang mit dem Beweisen und Argumentieren werden diese Gedanken in Abschnitt 7.2.5 wieder aufgegriffen.

Es sei zunächst kurz eine mit der Forschung zu epistemologischen Beliefs verbundene Problematik skizziert: Die Schwierigkeit, übergreifende Vorstellungen, Einstellungen oder Haltungen zum Schulfach Mathematik, zur Wissenschaft Mathematik oder zum individuellen Lernen von Mathematik begrifflich zu fassen, hat zu einer breiten Palette von Definitionen und Kategorisierungsversuchen zu Beliefs geführt. So konstatiert Pehkonen (1994, 1995) eine Vielfalt von begrifflichen Festlegungen und beschreibt die Problematik exemplarisch im Zusammenhang mit der Frage, wie ein rein kognitiv geprägter Bereich mathematischen Sachwissens von Beliefs im engeren Sinne abgegrenzt werden könnte. Der Begriff des „mathematischen Weltbilds“ von Törner und Grigutsch (1994) ist beispielsweise so weit gefasst, dass nicht nur Einstellungen, Haltungen und Meta-Kognitionen über Mathematik als Wissenschaft und als Schulfach, sondern auch Wissen über die Natur von Aufgaben oder sogar motivationale Komponenten wie das Fähigkeitsselbstbild (vgl. Helmke & Weinert, 1997) Bestandteile dieses Konzepts mathematikbezogener Beliefs sind.

Andererseits sind bestimmte Grundorientierungen mathematikbezogener epistemologischer Beliefs in empirischen Untersuchungen inzwischen recht zuverlässig operationalisiert und wurden relativ einheitlich in einer Reihe größerer Studien eingesetzt. Die Skalen zu den Grundorientierungen der Anwendungs-, Prozess-, Schema- und der Formalismusorientierung (vgl. Törner & Pehkonen, 1996; Grigutsch, 1996) wurden von Klieme und Ramseier (2001) verfeinert und beschreiben bestimmte Dimensionen von Vorstellungen zur Mathematik. So sehen anwendungsorientiertere Lerner die Brauchbarkeit von Mathematik für das Leben in höherem Maße. Prozessorientierte Schülerinnen und Schüler fassen Mathematik als von den Menschen gestaltbares, an der Lösung von Problemen orientiertes und sich entwickelndes Wissensbereich auf, in dem Begriffe und ihre Verbindungen im Vordergrund stehen. Eine hohe Schemaorientierung bedeutet, dass Mathematik in erster Linie als eine Sammlung fertiger algorithmischer Verfahren und Rechentechniken interpretiert wird. Eine ausgeprägte Formalismusorientierung deutet schließlich darauf hin, dass die betreffenden Lernenden in erster Linie die formale Strenge mathematischer Begriffe und Verfahren und ihre logisch-systematische Natur wahrnehmen.

Formalismus- und Schemaorientierung entsprechen einer eher statischen Sichtweise von Mathematik. Entsprechend ergab sich beispielsweise auch in der Untersuchung von Grigutsch, Raatz und Törner (1995) eine hohe Korrelation zwischen diesen beiden Bereichen. Der Grundrichtung nach korrelierten beide dieser Orientierungen eher negativ mit dem Prozessaspekt, der seinerseits leicht positiv mit der Anwendungsorientierung zu korrelieren schien.

Grundorientierungen mathematikbezogener epistemologischer Beliefs sind insofern als Bedingungsvariablen für verständnisvolles Lernen und den Aufbau mathematischer Kompetenz anzusehen, als derartige übergreifende Orientierungen verständnisvolles Lernen fördern oder auch behindern können. Beispielsweise dürften Lernende, die Mathematik in erster Linie als fertiges Sammelwerk von Rechenverfahren sehen, zwar das Erlernen mathematischer Routineverfahren mit ihrem Bild von Mathematik gut vereinbaren können. Solche Schülerinnen und Schüler könnten aber vor einer Unvereinbarkeit ihrer Vorstellungen von Mathematik mit Lerninhalten stehen, sobald die Anwendung mathematischer Begriffe in einem Umfeld wie etwa dem des Modellierens oder des mathematischen Beweisens und Argumentierens gefordert wird. Törner und Pehkonen (1996) betrachten eine starke Prozessorientierung der Lernenden als wünschenswert. In der Tat besteht die Hoffnung, dass das Bewusstsein einer dynamischen, an Begriffen und Problemen orientierten Mathematik nicht nur die Wissenschaft Mathematik zutreffender beschreibt, sondern auch stimulierend für ein verständnisvolles Lernen wirkt, wie es in Abschnitt 1.3 beschrieben wurde.

Dass es beispielsweise zu Wechselwirkungen zwischen epistemologischen Beliefs und dem wissenschaftstheoretischen Grundverständnis kommen könnte, ist plausibel und hat sich im Bereich des Beweisens und Argumentierens bereits auch in einer kleinen Studie angedeutet (Kuntze, 2004a).

Die angesprochenen Grundorientierungen mathematikbezogener epistemologischer Beliefs stellen eine Basis dar, auf der in dieser Arbeit aufgebaut werden kann. Einige größere Studien (vgl. etwa Reiss, Hellmich & Thomas, 2002) nutzen das Konzept dieser Grundorientierungen, um epistemologische Beliefs als Kontextbedingungen der Lernenden für mathematikbezogenen Kompetenzaufbau in das Forschungsdesign zu integrieren. Beliefs fungieren als Kontextbedingungen, weil sie in der Forschung als relativ überdauernd angesehen werden (vgl. z.B. Pehkonen 1995; Grigutsch, 1996). Wenn im Folgenden von epistemologischen Beliefs die Rede ist, sollen daher darunter die besprochenen Grundorientierungen epistemologischer Beliefs verstanden werden.

Zusammenfassend sei angemerkt, dass Grundorientierungen mathematikbezogener epistemologischer Beliefs Einstellungen und übergreifende Auffassungen zur Mathematik und zum Mathematikunterricht widerspiegeln, die als Bedingungsvariablen für verständnisvolles Lernen in Frage kommen.

Wie oben dargelegt, werden motivationale Dispositionen der Lernenden in dieser Arbeit von epistemologischen Beliefs getrennt gesehen. Im nächsten Abschnitt wird ein kurzer Überblick über einige wesentliche Bedingungsvariablen im motivationalen Bereich gegeben.

1.4.4 Motivationale Komponenten

Motivationale Dispositionen der Lernenden werden in vielen Evaluationsstudien von Mathematikunterricht mit berücksichtigt (vgl. etwa Pekrun & vom Hofe, 2001; Deutsches PISA-Konsortium, 2001, 2004; Heinze & Reiss, 2004). Dies liegt an einem weitgehenden Konsens darüber, dass motivationale Dispositionen sich auf Lernprozesse und auch auf subsequenten

Wissensaufbau auswirken. Neben der Steigerung mathematischer Kompetenz werden Verbesserungen motivationaler Dispositionen außerdem im Sinne einer multikriterialen Zielerreichung als ein weiteres wesentliches Ziel des Mathematikunterrichts gesehen (Pekrun & Zirngibl, 2004). Aus diesem Grund werden motivationale Dispositionen auch in dieser Arbeit als wesentliche Einflussgrößen auf verständnisvolles Lernen in die Betrachtung mit einbezogen. Dabei kann auf bewährte Konzepte zurückgegriffen werden, die in diesem Abschnitt kurz genannt werden. Für vertiefte Gedanken zum Bereich motivationaler Dispositionen der Lernenden muss auf die Literatur verwiesen werden.

Helmke und Weinert (1997) diskutieren in ihrem Überblicksartikel motivationale und affektive Determinanten von Schulleistung. Dabei stellen sie fest, dass die Bedeutung verschiedener motivationaler Determinanten in der Forschung recht unterschiedlich beurteilt wurde.

Als ein Merkmal mit wesentlicher Bedeutung wird das *Fähigkeitsselbstbild* bzw. das *akademische Selbstkonzept* (vgl. Pekrun, 1983) und die *Selbstwirksamkeitserwartung* („self efficacy expectations“) der Lernenden genannt. Mit dem Konstrukt des Fähigkeitsselbstkonzepts wird beschrieben, wie hoch Lernende ihre domänenspezifischen Fähigkeiten bzw. ihr Leistungsvermögen selbst einschätzen (vgl. Pekrun & Zirngibl, 2004). Bei Selbstwirksamkeitserwartungen geht es um Überzeugungen, spezifische Handlungen in einem Bereich erfolgreich ausführen zu können (Bandura, 1977).

Der Zusammenhang dieser Variablen mit der Schulleistung steigt mit dem Alter der Schülerinnen und Schüler und mit ihrem Fähigkeitsniveau an. Er ist besonders stark ausgeprägt, wenn das Fähigkeitsselbstkonzept bzw. die Selbstwirksamkeitserwartung bereichsspezifisch erhoben wird. Auch in PISA hat sich die Bedeutung von Fähigkeitsselbstkonzept bzw. Selbstwirksamkeitserwartung im Fach Mathematik für mathematische Grundbildung gezeigt (Deutsches PISA-Konsortium, 2001).

Ein weiterer Bereich motivationaler Dispositionen der Lernenden, der bedeutsam für Schulleistung und verständnisvolles Lernen ist, ist das Interesse und die intrinsische Motivation der Schülerinnen und Schüler. Nach Helmke und Weinert (1997) nimmt die Bedeutung des Interesses im Lauf der Schulzeit zu und ist bei Schülern stärker ausgeprägt als bei Schülerinnen.

Im PALMA-Projekt werden in diesem Bereich etwa unter anderem die folgenden, jeweils auf das Fach Mathematik bezogenen Teildispositionen betrachtet (Pekrun, Götz, Jullien, Zirngibl, vom Hofe & Blum, 2002, 2003; Pekrun, Götz, vom Hofe, Blum, Jullien, Zirngibl, Kleine, Wartha & Jordan, 2004; Pekrun & vom Hofe, 2000; Jacob, 1996; Pekrun & Zirngibl, 2004):

- Das *Sachinteresse* für Mathematik ist ein Bereich des Interesses der Lernenden, der sich auf Mathematik im Allgemeinen bezieht (vgl. Jacob, 1996).
- Das *Fachinteresse* für den Mathematikunterricht ist eine Komponente des Interesses, die sich mit dem Unterrichtsfach Mathematik und dem Mathematikunterricht verbindet (vgl. Jacob, 1996).
- Im Vergleich zu diesen beiden Bereichen bezieht *intrinsische Motivation* stärker Beweggründe für eigene Anstrengungen im Fach Mathematik mit ein, die in der Wahrnehmung der Probanden aus einem persönlichen Interesse an Mathematik resultieren.

Weitere, im PALMA-Projekt erhobene motivationale Dispositionen, die mit verständnisvollem Lernen in Zusammenhang stehen dürften, sind unter anderem die mathematikbezogene Leistungsmotivation, die instrumentell-zukunftsorientierte Motivation und die Kompetenzmotivation (vgl. Pekrun, Götz, Jullien, Zirngibl, vom Hofe & Blum, 2002, 2003; Pekrun, Götz, vom Hofe, Blum, Jullien, Zirngibl, Kleine, Wartha & Jordan, 2004):

- *Leistungsmotivation* betont einen Bereich von Motivation, in dem Anstrengungen für Mathematik mit der Absicht in Verbindung gebracht werden, Erfolge zu erzielen und

Misserfolge zu vermeiden (Heckhausen, 1989). So kann es darum gehen, gute Noten zu erzielen bzw. „besser als andere Schülerinnen und Schüler zu sein“ („performance approach“) oder darum, schlechte Noten zu vermeiden bzw. sich nicht „vor anderen zu blamieren“ („performance avoidance“).

- Die *instrumentell-zukunftsorientierte Motivation* für das Fach Mathematik steht für eine motivationale Disposition, bei der Anstrengungen für Mathematik mit zukünftigen, außerschulischen Beweggründen wie etwa besseren Berufschancen begründet werden.
- Die *Kompetenzmotivation Mathematik* („mastery-oriented performance goals“) bezeichnet einen Bereich von Motivation, in dem das eigene Können und Beherrschen von Mathematik als wesentlicher Beweggrund für Anstrengungen im Mathematikunterricht genannt werden.

Um die oben gegebenen kurzen Bemerkungen zu den angesprochenen motivationalen Einflussgrößen auf verständnisvolles Lernen und den Aufbau mathematischer Kompetenz zusammenzufassen, sind die beiden Bereiche des Fähigkeitsselbstbildes bzw. der Selbstwirksamkeitserwartung einerseits und andererseits die verschiedenen Ausprägungen von Interesse und Motivation hervorzuheben, die sich auf das Fach Mathematik richten. Zu diesen beiden Bereichen existieren theoretisch fundierte Operationalisierungen und Skalen, auf die sich diese Arbeit stützen kann. Empirische Erkenntnisse untermauern die mit dem Alter der Schülerinnen und Schüler wachsende Bedeutung dieser motivationalen Dispositionen für den Aufbau mathematischer Kompetenz. Für das Fähigkeitsselbstbild bzw. die Selbstwirksamkeitserwartung gilt, dass eine möglichst bereichsspezifische Erhebung hohe Zusammenhänge mit der Schulleistung erwarten lässt. Da die Erhebung der vorgestellten motivationalen Variablen auch im Rahmen der Evaluation der in Kapitel 5 vorgestellten Lernumgebung Themenstudienarbeit mit einer domänen- und inhaltsbereichsspezifischen Ausprägung erfolgt, werden in Abschnitt 7.2.7 weitere Informationen zu motivationalen Bedingungsfaktoren gegeben.

1.5 Zusammenfassung und Ausblick auf Desiderata für verständnisorientierte Lernumgebungen

Die in diesem Kapitel diskutierten empirischen Befunde zu Schulleistung und Kompetenzen deutscher Schülerinnen und Schüler (vgl. Abschnitt 1.1), sowie zur kognitiven Aktivierung im Mathematikunterricht (vgl. Abschnitt 1.2) lassen darauf schließen, dass mögliche Verbesserungen unter den Bedingungen des für den deutschen Mathematikunterricht typischen kleinschrittigen, fragend-entwickelnden Unterrichtsverfahrens nur schwer zu erreichen sind.

Alternative Lehr- und Lernformen, die auf die Förderung verständnisvollen Lernens (vgl. Abschnitt 1.3) ausgerichtet sind, könnten dazu beitragen, dass der Aufbau metabegrifflichen Wissens unterstützt wird, wie es etwa für das Modellieren oder das Beweisen und Argumentieren als unabdingbar anzusehen ist. Die Vernetzung solchen metabegrifflichen Wissens mit Beständen an Grundwissen zu mathematischen Strukturen und Verfahren scheint eine Voraussetzung für den Aufbau flexibel anwendbaren Wissens und damit für den Aufbau mathematischer Kompetenz zu sein. Die Entwicklung und Förderung eines tragfähigen bereichsspezifischen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses könnte damit ein Ansatzpunkt für derartige alternative Lernformen sein. In die Konzeption und auch in die Evaluation solcher alternativer Lernumgebungen sollten Erkenntnisse zu verschiedenen Bedingungsvariablen und Einflussgrößen auf die Entwicklung von Schulleistung einbezogen werden (vgl. Abschnitt 1.4). Für das Lernen von Mathematik scheinen neben der Verfügbarkeit von Grund-

wissen und neben einem tragfähigen bereichsspezifischen wissenschaftstheoretischen Grundverständnis auch Grundorientierungen epistemologischer Beliefs und motivationale Dispositionen von Bedeutung zu sein.

Daraus und aus den weiterführenden Gedanken zur Förderung verständnisvollen Lernens im Unterricht in den folgenden beiden Kapiteln ergeben sich hinsichtlich der Entwicklung entsprechender Lernumgebungen und ihrer Untersuchung einige Forschungsdesiderata, denen in dieser Arbeit nachgegangen wird.

Ziel dieser Arbeit ist es aus diesem Grunde, eine Lernumgebung zu konzipieren, die auf die Förderung verständnisvollen Lernens ausgerichtet ist. Konkret erprobt und evaluiert wird diese Lernumgebung in einem Bereich, in dem verständnisvolles Lernen und der Aufbau metabegrifflichen Wissens einen besonders hohen Stellenwert hat, nämlich im Bereich des Beweisen und Argumentierens. Der Evaluation dieser Lernumgebung liegen Bedingungsvariablen verständnisvollen Lernens wie Komponenten des wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses und motivationale Dispositionen der Lernenden zugrunde. Da metabegriffliches Wissen in der Übertragung auf den Mathematikunterricht grundsätzlich auch vom jeweils zu behandelnden Inhaltsbereich abhängig ist, wird eine genauere Charakterisierung des Begriffs „wissenschaftstheoretisches Grundverständnis“ für den Bereich des mathematischen Beweisen und Argumentierens in Abschnitt 7.2.2 gegeben.

Um Desiderata für die Gestaltung verständnisvolles Lernen fördernder Lernumgebungen abzuleiten, werden in den beiden folgenden Kapiteln zunächst gemäßigt-konstruktivistische Modellvorstellungen vom Lernen und Lehren und Implikationen für so genannte problemorientierte Lernumgebungen diskutiert.

2 Instruktionistische versus konstruktivistische Vorstellungen vom Lernen im Mathematikunterricht

Orientiert an den Gedanken von Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) werden in diesem Kapitel Grundzüge eines gemäßigt-konstruktivistischen Lernmodells für den Mathematikunterricht diskutiert. Um diesen Ansatz eines „wissensbasierten Konstruktivismus“ als Grundlage für die Entwicklung der Lernumgebung Themenstudienarbeit zu verdeutlichen, werden mit Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) nach einigen Begriffsbestimmungen in Abschnitt 2.1 zunächst Positionen instruktionistischer und konstruktivistischer Auffassungen skizziert (Abschnitte 2.2 und 2.3). Probleme, die mit diesen Positionen verbunden sind, werden jeweils diskutiert. Auf diese Probleme antwortet das gemäßigt-konstruktivistische Lernmodell von Reinmann-Rothmeier und Mandl, das in Abschnitt 2.4 vorgestellt wird. Es weist eine große Übereinstimmung mit den Merkmalen verständnisvollen Lernens nach Weinert (1996) und Baumert und Köller (2000) auf (vgl. Abschnitt 1.3) und berücksichtigt damit auch spezifische Erfordernisse des Mathematikunterrichts.

2.1 Begriffsbestimmungen

Gegenstand dieses Kapitels sind Modellvorstellungen zum Lernen von Schülerinnen und Schülern. Diese Modellvorstellungen werden auf den Bereich des schulischen Unterrichts bezogen. Ziel der Betrachtungen ist es letztlich, Folgerungen für die Gestaltung von Unterricht abzuleiten. Dies geschieht in Kapitel 3, in dem aus den modellierenden Auffassungen vom Lernen konkrete Implikationen für die Gestaltung von Lernumgebungen gewonnen werden.

Aufgrund dieses unterrichtsbezogenen Anwendungshintergrundes der im Folgenden diskutierten Lernmodelle werden bereits an dieser Stelle die Begriffe „Unterricht“, „Unterrichtsmethode“ und „Lernumgebung“ präzisiert. Diese Begriffsbestimmungen sind insofern als vorläufig zu betrachten, als Vorstellungen zum Lernen Diskussionsgegenstand dieses Kapitels sind und erst in Abschnitt 2.4 für diese Arbeit festgelegt werden.

Für den Begriff des *Unterrichts* sei auf Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001, S. 603) verwiesen, die „Unterricht“ wie folgt definieren:

„Mit *Unterricht* sind im Allgemeinen solche Situationen gemeint, in denen mit pädagogischer Absicht und in organisierter Weise innerhalb eines bestimmten institutionellen Rahmens von professionell tätigen Lehrenden Lernprozesse initiiert, gefördert und erleichtert werden.“

Der in dieser Definition vorkommende Terminus „Lernprozesse“ wird in Abschnitt 2.4 genauer charakterisiert.

Für den Begriff der *Unterrichtsmethode* sei die relativ weit gefasste Definition von Meyer (1987, S. 45) wiedergegeben:

„Unterrichtsmethoden sind die Formen und Verfahren, in und mit denen sich Lehrer und Schüler die sie umgebende natürliche und gesellschaftliche Wirklichkeit unter institutionellen Rahmenbedingungen aneignen.“

Zu dieser Definition ist für die vorliegende Arbeit (ab Kapitel 3) zu ergänzen, dass „Wirklichkeit aneignen“ gemäßigt-konstruktivistisch gedeutet wird. Der Aneignungsprozess natürlicher und gesellschaftlicher Wirklichkeit stellt im hier vertretenen Verständnis einen von den Lernenden aktiv geleisteten Vorgang der Konstruktion subjektiver Wirklichkeit in der Konfrontation mit der natürlichen und sozialen Umgebung des jeweiligen Individuums dar.

Das recht weite Begriffsverständnis der Unterrichtsmethode erscheint deshalb besonders geeignet, weil ganz unterschiedlich strukturierte Verfahrensweisen und Arbeitstechniken, etwa auch außerhalb des Klassenzimmers oder einzelner Unterrichtsstunden umfasst werden sollen. Gerade unter der in Abschnitt 2.4 gewählten, gemäßigt-konstruktivistischen Perspektive erscheint es unerlässlich, auch interindividuelle Wechselwirkungen einzubeziehen. Diese kommen in der gegebenen Definition auch dadurch zum Ausdruck, dass etwa die Lehrperson ebenfalls als aktiv konstruierendes Subjekt in die genannten Aneignungsprozesse einbezogen ist und damit ebenfalls an intersubjektiven Vorgängen des Wissensaufbaus teilnimmt.

Die Begriffe der *Arbeitsform im Unterricht* und der *Unterrichtsform* werden in der vorliegenden Arbeit synonym zum Begriff der Unterrichtsmethode gebraucht. Da Formen und Verfahren im Unterricht gegebenenfalls Unter-Formen und Unter-Verfahren als Bestandteile haben, umfassen Arbeits- oder Unterrichtsformen ggf. auch eine Zusammenstellung von Unterrichtsmethoden.

Schließlich sei noch der Begriff der „Lernumgebung“ mit Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001, S. 603f) näher beschrieben:

„Der Begriff *Lernumgebung* bringt zum Ausdruck, dass das Lernen von ganz verschiedenen Kontextfaktoren abhängig ist, die in unterschiedlichem Ausmaß planvoll gestaltet werden können. Eine durch Unterricht hergestellte Lernumgebung besteht aus einem Arrangement von

- Unterrichtsmethoden
- Unterrichtstechniken
- Lernmaterialien
- Medien.

Dieses Arrangement ist durch die besondere Qualität der aktuellen Lernsituation in zeitlicher, räumlicher und sozialer Hinsicht charakterisiert und schließt letztlich auch den jeweiligen kulturellen Kontext ein.“

Diese recht umfassende Auffassung von Lernumgebung beinhaltet also letztlich das ganze Umfeld, in dem gelernt werden kann, mit allen Randbedingungen, Organisationsformen und eingesetzten Materialien.

Je nach Modellvorstellung vom Lernen werden für die Gestaltung von Lernumgebungen unterschiedliche Forderungen abgeleitet. Zusammen mit diesen Modellvorstellungen werden solche Zielvorstellungen im Folgenden diskutiert. Dabei werden zunächst eine instruktionistisch und eine konstruktivistisch geprägte Position skizziert und gegenübergestellt.

2.2 Instruktionistische Position

In diesem Abschnitt werden bestimmende Prämissen einer instruktionistischen und kognitivistischen Sichtweise des Lernens (vgl. Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001, S. 605ff) dargestellt. Aus diesen Prämissen lässt sich für den Unterricht ableiten, welche Rolle Lehrende und Lernende spielen. Aufbauend auf einige der in Kapitel 1 berichteten Befunde werden in der Folge Hinweise darauf gesammelt, dass das für den Mathematikunterricht in Deutschland

typische fragend-entwickelnde Unterrichtsverfahren (vgl. Baumert et al., 1997) eine starke Ähnlichkeit zu instruktionistisch ausgerichteten, gegenstandszentrierten Lernumgebungen aufweist. Am Ende dieses Abschnitts werden Probleme angesprochen, die mit einer instruktionistischen und kognitivistischen Sichtweise auf das Lernen im Unterricht verbunden sind.

Eine Art epistemologische Ausgangshypothese instruktionistisch und kognitivistisch orientierter Vorstellungen zum Lernen im Unterricht ist die Auffassung, dass Lerninhalte als „objektive“ Wissensbestände gegeben sind. Nach Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) geht es bei instruktionistischen bzw. kognitivistischen Ansätzen in erster Linie darum, dass solches objektives Wissen vermittelt, d.h. auf die Lernenden gleichsam „übertragen“ wird:

„Das Lehr-Lerngeschehen wird als ein Prozess betrachtet, bei dem der Lehrende objektive Inhalte so zu übermitteln versucht, dass der Lernende am Ende dieses „Wissenstransports“ den vermittelten Wissensausschnitt (*Lerngegenstand*) in ähnlicher Form besitzt wie der Lehrende. (Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001, S. 606)

Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) sprechen daher von „gegenstandszentrierten Lernumgebungen“, in denen Lernen bei Schülerinnen und Schülern durch systematisch geplantes und schrittweises Darbieten von Lerngegenständen sowie wiederholte Evaluation des Lernerfolgs initiiert bzw. begleitet werden soll. Die instruktionalen Aktivitäten haben mithin für das Lernen einen zentralen Stellenwert.

Dementsprechend kommt der bzw. dem Lehrenden eine zentrale Rolle zu: Als „didactic leader“ (Leinhardt, 1993, zitiert nach Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001, S. 607) präsentiert und erklärt sie bzw. er Inhalte, leitet die Lernenden an und kontrolliert ihre Lernfortschritte.

Die Rolle der Lernenden ist in gegenstandszentrierten Lernumgebungen andererseits als eher passiv zu bezeichnen: Die vorstrukturierten und optimal aufbereiteten Inhalte müssen in erster Linie in einem rezeptiven Prozess nachvollzogen werden.

Als ein wichtiges, zur Instruktion komplementäres Unterrichtselement in gegenstandszentrierten Lernumgebungen ist die Evaluation von Lernergebnissen anzusehen. Das systematische Überprüfen, zu welchen Ergebnissen eingesetzte Strategien und Methoden der Instruktion geführt haben, stellt auch eine Planungsgrundlage für nachfolgende Instruktionen dar.

Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) ordnen dieser von ihnen skizzierten, kognitivistisch bzw. instruktionistischen Position etwa die Ansätze des „instructional design“ (Reigeluth & Stein, 1983; Snow, 1989; Lowyck, 1991; Lowyck & Elen, 1991), des Modells des Kumulativen Lernens nach Gagné (1962, 1973) und des „expository teaching“ nach Ausubel (1974) zu. Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) führen dazu aus, dass zwischen diesen Ansätzen bedeutende Unterschiede bestehen und Abgrenzungen auch zu eher konstruktivistisch geprägten Modellen und Konzeptionen nicht immer klar zu ziehen sind. Die oben skizzierten kognitivistischen Grundauffassungen, die gegenstandszentriertem Unterricht oft zugrunde liegen, sollen nach Reinmann-Rothmeier und Mandl gleichsam auf idealtypische Weise Grundauffassungen kognitivistisch geprägter Modellvorstellungen vom Lernen und Lehren verdeutlichen. Gerade im Unterschied zu konstruktivistisch orientierten Ansätzen (vgl. Abschnitt 2.3) soll so ein Orientierungspunkt für das Einschätzen und das Konzipieren von Lernumgebungen geschaffen werden.

So können die oben diskutierten Gedanken beispielsweise Orientierung bieten, wenn der für Deutschland typische Mathematikunterricht betrachtet wird. Beim dominierenden, fragend-entwickelnden Unterrichtsverfahren, wie es bereits in Abschnitt 1.2 angesprochen wurde (vgl. Baumert et al., 1997), ergibt sich der Eindruck, dass es in hohem Maße Züge gegenstandszentrierter Lernumgebungen trägt: Es ist festzustellen, dass auf der Basis eines kleinschrittigen, fragend-entwickelnden Vorgehens die Lehrenden faktisch eher die Rolle eines Wissensvermittlers als die eines Initiators und Begleiters von Lernprozessen spielen. Die Schülerinnen und Schüler sind im Unterrichtsgespräch oft nur scheinbar aktiv und letztlich doch auf ein

passives Nachvollziehen des in kleinen Schritten erfragten Lösungswegs anspruchsvoller Problemstellungen festgelegt. Der Mathematikunterricht in der typischerweise praktizierten Form scheint also weitgehend Züge instruktionistischer, gegenstandszentrierter Lernumgebungen zu tragen. Baumert et al. (1997, S. 226) folgern aus den Ergebnissen der TIMSS-Video-Studie von 1995:

„Der Mathematikunterricht in Deutschland und den USA folgt idealtypisch einem Modell des Wissenserwerbs, das am sicheren Auffinden einer Aufgabenlösung bzw. an der Beherrschung eines Rechenverfahrens orientiert ist, während der japanische Mathematikunterricht eher einem konstruktivistischen Modell verpflichtet ist, das auf die individuelle und aktive Erarbeitung von mathematischem Problemverständnis setzt, das in der Auseinandersetzung mit unterschiedlichen Lösungen und Kontexten schrittweise erweitert wird.“

Als Probleme, die nach Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) mit kognitivistischen bzw. instruktionistischen Auffassungen vom Lernen und Lehren verbunden sind, werden die folgenden Aspekte genannt:

- Ein Kritikpunkt auf theoretischer Ebene besteht darin, dass in instruktionistisch geprägten Lernumgebungen Wissenseinheiten oft in Einzelbestandteile zerlegt und auf diese Weise getrennt vermittelt werden. Ein derartiges „reduktionistisches Vorgehen“ (Winn, 1993) beachtet nicht, dass „das Verstehen neuer Lerninhalte von der gesamten Wissensstruktur und nicht von isolierten Teilen dieser Struktur abhängig ist“ (zitiert nach Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001, S. 613). Dies scheint auch im Mathematikunterricht zu gelten: Insbesondere im Zusammenhang mit Inhalten, die sich durch einen hohen Grad an Komplexität auszeichnen, ist damit zu rechnen, dass eine Orientierung an Einzelschritten den Blick auf das Gesamtproblem oder einen größeren Inhaltsbereich erschweren oder sogar verhindern kann. Dieser Blick auf das Gesamtproblem ist jedoch oft für verständnisvolles Lernen notwendig. Zur Wahrnehmung der gesamten Problemstellung gehört als Voraussetzung auch oft Metawissen über den jeweiligen Inhaltsbereich (vgl. Abschnitt 1.4). So ist beispielsweise beim mathematischen Beweisen der Aufbau von Metawissen über das Beweisen, das also die gesamte Wissensstruktur betrifft, als Voraussetzung für ein erfolgreiches eigenes Generieren von Beweisen anzusehen. Ausführliche Gedanken zur Rolle von Metawissen für diesen mathematischen Themenbereich enthält Abschnitt 7.2.
- Ein weiteres Problem besteht in dem Mangel an empirischen Belegen, die hinreichend differenziert belegen könnten, dass gegenstandszentrierte Lernumgebungen mit ihren streng rational gestalteten Lehr-Lernprozessen anderen Konzeptionen überlegen sind. Auch Nachweise, dass Effekte, die mit einzelnen Instruktionsmaßnahmen verbunden sind, repliziert werden können, sind rar (Winn, 1993).
- Damit in Zusammenhang steht eine andere Problematik: Kognitivistisch gefärbte Instruktionstheorien erheben den Anspruch, präzise Verfahrensweisen für die Vermittlung von Lerninhalten festlegen zu können. Andererseits kann jedoch die Wirkung einzelner Gestaltungsmerkmale von Lernumgebungen auf die Lernenden nicht genau vorhergesagt werden (Duffy & Jonassen, 1991). Für den Mathematikunterricht und auch für das für Deutschland typische fragend-entwickelnde Unterrichtsverfahren bedeutet dies, dass für einzelschrittartig vorgegebene Lernwege nicht vorhersagbar ist, ob sie Lernprozesse von Schülerinnen und Schülern tatsächlich optimal fördern können.
- Als am schwerwiegendsten bezeichnen Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) praktische Probleme, die mit kognitivistisch orientierten, gegenstandszentrierten Lernumgebungen verbunden sind. So dürfte eine Folge der asymmetrischen Rollenverteilung

zwischen Schülerinnen und Schülern einerseits und Lehrpersonen andererseits ein Rückgang an Eigeninitiative der Lernenden sein. Für den Bereich der Lernmotivation sind aufgrund einer eher geringen Autonomieförderung ebenfalls negative Entwicklungen zu erwarten (Deci & Ryan, 1993). Dies ist im Mathematikunterricht insbesondere bei komplexen Problemlösungen plausibel, deren Vorstrukturierung Möglichkeiten für eigeninitiatives Handeln eher untergraben dürfte. Tatsächlich zeigt sich für den Bereich des Beweisens und Argumentierens in einer eigenen Videostudie, dass komplexe Problemlösungen in verschiedener Hinsicht von den Lehrpersonen vorstrukturiert und stark gesteuert wurden (Kuntze & Reiss, 2004b).

- Ein letzter Kritikpunkt betrifft die Übertragbarkeit des gelernten Wissens. Das sachlogisch aufbereitete, in gegenstandszentrierten Lernumgebungen dargebotene Wissen unterscheidet sich von Anwendungsanforderungen und Lernsituationen im Alltag, die meist wenig strukturiert und komplex sind (Resnick, 1987). Aus diesem Grund könnte sich das Gelernte als wenig flexibel einsetzbares, „träges“ Wissen erweisen (Renkl, 1996, 1998).

Fasst man das fragend-entwickelnde Unterrichtsverfahren gemäß der oben gegebenen Deutung als eine Form einer gegenstandszentrierten Unterrichtsform auf, so scheinen sich die besprochenen Kritikpunkte auch in den empirischen Befunden widerzuspiegeln, von denen in Kapitel 1 berichtet wurde: Deutsche Schülerinnen und Schüler verfügen demnach beispielsweise über Wissen im Bereich von schemaartigen Standardroutinen, das sie jedoch weniger gut auf Nicht-Standard-Problemlösesituationen übertragen können. Dieses Wissen weist also Merkmale „trägen Wissens“ auf. Offenbar wurden die Inhalte nicht auf eine Weise gelernt, die ihren Transfer auf weniger stark strukturierte Kontexte ermöglichen würde.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass es kognitivistisch orientierte Auffassungen vom Lernen nahe legen, Lernen in gegenstandszentrierten Vermittlungsprozessen zu organisieren, in denen die Lehrperson eine zentrale Rolle spielt, indem sie Inhalte aufbereitet, präsentiert und erklärt. Die Lernenden nehmen eine eher rezeptive Rolle ein und werden in ihren Lernschritten angeleitet.

Diesen Merkmalen entspricht auch weitgehend das kleinschrittige, fragend-entwickelnde Unterrichtsverfahren, wie es für den deutschen Mathematikunterricht typisch ist. Als problematisch erweist sich in diesem Zusammenhang, dass sich sowohl auf der lerntheoretischen, als auch auf der praktischen Ebene entsprechend ausgerichteter Lernumgebungen gravierende Probleme ergeben können. Befunde zur Schulleistung deutscher Schülerinnen und Schüler, wie sie in Kapitel 1 dargestellt wurden, lassen sich vor diesem Hintergrund auch als mögliche Folgeerscheinungen solcher Schwachpunkte kognitivistisch und instruktionistisch orientierter Auffassungen vom Lernen und Lehren interpretieren.

2.3 Konstruktivistische Positionen

Nachdem in Abschnitt 2.2 kognitivistisch und instruktionistisch orientierte Auffassungen vom Lernen problematisiert wurden, werden im Folgenden einige Merkmale „puristischer“, konstruktivistisch orientierter Positionen dargestellt. Während der Kern der kognitivistischen Auffassungen darin besteht, dass Wissen bzw. Information von den Lernenden aufgenommen bzw. auf diese übertragen wird, steht im Zentrum konstruktivistischer Modellvorstellungen die aktiv vom lernenden Subjekt geleistete Konstruktion von Wissen.

Für unterrichtspraktische Belange des Mathematikunterrichts ergibt sich auch bei dieser Position eine Reihe von Problemen, die am Ende dieses Abschnittes diskutiert werden.

Ein Überblick über Grundannahmen des Konstruktivismus (in Abschnitt 2.3.1) und über ausgewählte konstruktivistische Strömungen (in Abschnitt 2.3.2) wird im Folgenden gleichsam als „erkenntnistheoretischer Überbau“ kurz skizziert werden. Für eine vertiefte Darstellung der philosophischen Grundlagen und Hintergründe sei auf die einschlägige Literatur verwiesen (z.B. Gumin & Mohler, 1985).

Auf Kritikpunkte und Probleme, die sich im Zusammenhang mit einigen dieser Ansätze ergeben, weisen Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) hin (vgl. Abschnitt 2.3.3). Diese Kritikpunkte beziehen sich auch insbesondere auf die Gestaltung von Lernumgebungen.

2.3.1 Konstruktivistische Vorstellungen vom Lernen und von der Gewinnung von Erkenntnis

Eine Grundannahme konstruktivistischer Modelle des Lernens ist es, den Menschen bzw. sein Gehirn als ein „autopoietische Einheit“ zu betrachten (Maturana & Varela, 1987), d.h. ein lebendes System, dessen Verhalten und dessen innere Prozesse durch seine eigene innere Struktur gesteuert werden, und zwar so, dass diese innere Struktur erhalten wird. Dies bedeutet, dass das Gehirn als bewusstseins- und wissenssteuernde Instanz des Individuums eine selbstorganisierte und strukturell abgeschlossene Einheit darstellt (Knuth & Cunningham, 1993, S. 165).

Wahrnehmungen sind deshalb bereits Konstrukte des Gehirns, die auf der Basis von Reizen der Sinnesorgane und von im Gehirn bereits vorhandenen Konstrukten aufgebaut werden. Aus diesem Zusammenhang resultiert eine Selbstreferentialität des Gehirns beim Wissensaufbau, die dadurch zum Ausdruck kommt, dass zur Konstruktion neuen Wissens oder von Wahrnehmungen bereits konstruiertes aktiviert, herangezogen und gegebenenfalls modifiziert wird. Dadurch, dass Wahrnehmungen durch Denkprozesse gesteuert und ergänzt werden, ergibt sich eine Selektivität in der Wahrnehmung (Siebert, 1998).

Obwohl das Gehirn nach dieser Vorstellung die äußere Umwelt nicht „aufnimmt“ oder „abbildet“, sondern in Form selbst hergestellter Konstrukte eine individuelle Wirklichkeit aufbaut, besteht trotzdem eine wichtige Verbindung zur Umwelt, die sogenannte „strukturelle Kopplung“ (vgl. z.B. Siebert, 1998). Die in dieser Kopplung stattfindenden Interaktionen mit der gegenständlichen und sozialen Umgebung des Individuums kann das Gehirn dazu veranlassen, Strukturveränderungen im konstruierten Wissen vorzunehmen. Solche Veränderungen sind jedoch in ihrer Art und in ihrem Auftreten nicht als von außen bzw. durch die strukturelle Kopplung determiniert anzusehen.

Das Kriterium, nach dem das Gehirn sich für oder gegen ein Konstrukt entscheidet, ist die Viabilität („viability“), d.h. die „Wegbarkeit“ oder in einem weiten Sinne die „Nützlichkeit“ (Klein & Oettinger, 2000) bzw. „Überlebensfähigkeit“ (Siebert, 1998) eines Konstrukts in der Interaktion mit der gegenständlichen und/oder sozialen Umgebung. Im sozialen Umfeld werden Bedeutungen von Konstrukten „ausgehandelt“ („negotiation“, vgl. z.B. Wheatley, 1993), um intersubjektive Widerspruchsfreiheit zwischen den jeweiligen individuellen Vorstellungen herzustellen. Dieser Aushandlungsprozess geht meist mit einer Neu- oder Umkonstruktion von Wissen (so genanntes konstruktivistisches „reframing“) einher (Siebert, 1998).

Durch Aushandlungsprozesse ausgelöste Denkprozesse lassen sich oft als De- und Rekonstruktion beschreiben (vgl. Klein & Oettinger, 2000): Dekonstruktion bedeutet dabei, dass Konstrukte „auseinander genommen“, d.h. gleichsam in die Bestandteile zerlegt werden, aus denen sie aufgebaut wurden. Zum Nachvollziehen von Konstrukten und ihrem Zustande-

kommen im intersubjektiven Austausch kann Dekonstruktion dazu beitragen, dass Konstrukte von anderen Subjekten „verstanden“ werden. Zu diesem Verstehen wird es nötig sein, nach der Dekonstruktion eines Konstrukts den Konstruktionsprozess nachzuvollziehen, das Konstrukt sozusagen zu rekonstruieren. Rekonstruktion ist in diesem Sinne auch ein Mechanismus des Wissensaufbaus, der mit bestimmten intersubjektiven Austauschprozessen verbunden sein kann.

Diese Vorstellungen zum Lernen werden von Vertretern verschiedener konstruktivistischer Strömungen mit unterschiedlichen Akzentsetzungen gesehen. Ein grober Überblick über eine Auswahl verschiedener Richtungen des Konstruktivismus wird im Folgenden gegeben. Dies dient auch dazu, die gemäßigt-konstruktivistische Position des „wissensbasierten Konstruktivismus“ von Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001), wie sie in Abschnitt 2.4 dargestellt wird, einordnen zu können.

2.3.2 Verschiedene Strömungen des Konstruktivismus

Verschiedene erkenntnistheoretische Strömungen des Konstruktivismus betonen unterschiedliche Elemente der oben skizzierten gemeinsamen epistemologischen Grundgedanken und der sich daraus ergebenden Implikationen. Einige dieser Strömungen werden im Folgenden überblicksartig skizziert.

- Ernest (1994) unterscheidet drei wichtige konstruktivistische Hauptströmungen, nämlich die des *informationsverarbeitenden* bzw. „*trivialen*“ Konstruktivismus, des *radikalen Konstruktivismus* und des *sozialen Konstruktivismus*. Einige wesentliche Merkmale dieser Richtungen werden weiter unten noch kurz diskutiert.
- Eine weitere Richtung ist die des *kritischen Konstruktivismus* (vgl. Tobin & Tippins, 1993, S. 20), in dem Aspekte der Selbstregulation des Subjekts betont werden. Innerhalb dieser Modellvorstellungen wird die Verknüpfung des Wissensaufbaus mit psychologischen, ethischen, moralischen und politischen Überzeugungen besonders hervorgehoben.
- Cobern (1993) beschreibt die Auffassung des *personellen Konstruktivismus*. Nach diesen Ansätzen, die in der Tradition des Werks von Piaget stehen, befindet sich das Individuum im Mittelpunkt des Interesses. Beim personellen Konstruktivismus ergeben sich Überschneidungsbereiche zum radikalen Konstruktivismus.
- Der ebenfalls von Cobern (1993) dargestellte *kontextuelle Konstruktivismus* stellt die Bedeutung der kulturellen und gesellschaftlichen Umgebungsfaktoren für die Überzeugungen und Weltbilder („*beliefs*“) des Individuums heraus. Cobern sieht diese Variante, die eher in die Richtung sozialkonstruktivistischer Vorstellungen geht, als besonders gewinnbringendes Modell für den Wissensaufbau im Bereich der Naturwissenschaften an.

Anhand dieser kurzen Aufstellung wird eine große Bandbreite an unterschiedlichen Vorstellungen vom Lernen, die als konstruktivistisch bezeichnet werden, erkennbar. Gerstenmaier und Mandl bezeichnen daher das Verständnis „von einem Konstruktivismus als kohärenter Theorie“ als fragwürdig (Gerstenmaier & Mandl, 2000, S. 3).

Insbesondere anhand der ersten drei der genannten Strömungen, nämlich denen des *informationsverarbeitenden*, des *radikalen* und des *sozialen Konstruktivismus* (vgl. Ernest, 1994) kann das inhaltliche Spannungsfeld zwischen unterschiedlichen konstruktivistischen Richtun-

gen verdeutlicht werden. Um eine überblicksartige Betrachtung von Implikationen zu ermöglichen, die sich aus solchen unterschiedlichen Strömungen für die Gestaltung von Lernumgebungen ergeben, werden der radikale, der soziale und der informationsverarbeitende Konstruktivismus kurz vorgestellt und nach ausgewählten, besonders auffälligen Merkmalen verglichen.

Der informationsverarbeitende *Konstruktivismus*, den von Glasersfeld (1989) auch „trivialen Konstruktivismus“ nennt, baut nach Ernest (1994) in erster Linie auf der Grundannahme auf, dass Wissen nicht passiv empfangen wird, sondern vom erkennenden („cognizing“) Subjekt in einem aktiven Prozess unter Einbeziehung bereits aufgebauten Wissens konstruiert wird (vgl. Tobin & Tippins, 1993). Diese Grundannahme lässt die epistemologische Überzeugung zu, dass eine absolute Realität als alle Individuen umgebende Welt existiert.

Demgegenüber ist eine zusätzliche, zweite Annahme charakteristisch für den *radikalen Konstruktivismus* (von Glasersfeld, 1989, 1991, 1993): In dieser Annahme wird postuliert, dass die Funktionsweise des Wissensaufbaus adaptiv sei und nicht etwa dazu diene, ontologische Realität zu entdecken, sondern vielmehr, eine individuelle Welt der subjektiven Erfahrung aufzubauen und zu organisieren. Nach von Glasersfeld (1989) wird diese Verneinung objektivierbaren Wissens innerhalb des informationsverarbeitenden Konstruktivismus nicht geteilt. Während also im radikalen Konstruktivismus Realität von einzelnen Gehirnen als autopoietischen Einheiten subjektiv konstruiert wird und ansonsten als unzugänglich gesehen wird, erschließen sich nach den Vorstellungen des informationsverarbeitenden Konstruktivismus die Subjekte in einem aktiven, jedoch eher mechanisch ablaufenden Verarbeitungsprozess die als absolut gegebene Wirklichkeit.

Der *soziale Konstruktivismus*, den Ernest (1994) als Theorie für das Lernen von Mathematik favorisiert, wird demgegenüber durch die zentrale Rolle charakterisiert, die nach dieser Auffassung dem Kommunizieren („conversation“), bzw. dem sozialen Austausch zwischen den Subjekten zukommt. Auch individuelle Denkprozesse unterschiedlichen Komplexitätsgrades werden als internalisierte Gespräche beschrieben, die sich im Austausch mit anderen Subjekten heranbilden. Außerdem strukturieren diese internalisierten Gespräche auf selbstreferentielle Weise künftige Denkprozesse, d.h. sie beeinflussen nachfolgende internalisierte Gesprächsprozesse. Durch die so beschriebene Funktionsweise von Denkprozessen kann Realität in der Kommunikation intersubjektiv konstruiert werden, was dazu führt, dass sozial konstruierte, von den Individuen geteilte Welten existieren, die vom Subjekt beeinflusst und modifiziert werden können. Andererseits werden die subjektiven Wahrnehmungen nach sozial geteilten Annahmen gefiltert und vorstrukturiert. Die sozial konstruierten Welten müssen sich im Hinblick auf ihre Viabilität an der ontologischen Realität messen, die allerdings wie im radikalen Konstruktivismus als prinzipiell unzugänglich gesehen wird.

Für diese Modellvorstellung vom Lernen ist es wichtig, anzumerken, dass sozial geteilte Welten bereits vor dem einzelnen Subjekt existieren. Insofern wird das Individuum dadurch sozialisiert, dass es sich ein eigenes, mit der sozial geteilten Welt korrespondierendes, modifiziertes Weltbild („worldview“, Ernest, 1994, S. 332) konstruieren muss. Gleichzeitig nimmt das Individuum über die Austauschprozesse mit seinen Mitmenschen an der permanenten Weiterentwicklung und Modifikation der sozialen Wirklichkeit teil. Den Prozess der Sozialisierung des Individuums durch den Aufbau von Konstrukten, die sozial geteilt werden, beschreiben Tobin und Tippins (1993, S.6) wie folgt:

„That is, knowledge only exists in the mind of cognizing beings, but cognizing beings only exist in a socio-cultural sense. From the outset, an organism constructs knowledge in the presence of others who are able to perturb the environment in such a way that a learner's experiences are constrained by the presence of others.“

Im Vergleich zu Auffassungen des radikalen Konstruktivismus, nach denen die Welt als der individuelle Erfahrungsraum jeweils isolierter Subjekte anzusehen ist, stellen sozial geteilte,

intersubjektiv ausgehandelte Welten die Grundlage für das Zusammenleben sozialisierter und einer sozio-kulturellen Community angehörender Individuen dar. Wissen wird nach dieser Auffassung insofern als objektivierbar angesehen, als es durch Aushandlungsprozesse zu überdauerndem, sozial geteiltem Wissen werden kann.

Ernest (1994) schreibt dem informationsverarbeitenden und dem radikalen Konstruktivismus eine auf das Individuum fokussierte Sichtweise zu, wobei sich diese beiden Richtungen in ihrer Sichtweise der Realität unterscheiden. Demgegenüber weist nach Ernest der soziale Konstruktivismus eine dualistische Sichtweise mit einem individuellen und einem sozialen Fokus auf.

Bei aller Verschiedenheit dieser Auffassungen ist allen konstruktivistischen Ansätzen die Annahme gemein, dass Wissen nicht als fester Gegenstand angesehen wird, der sich gleichsam vom Lehrenden zum Lernenden „transportieren“ ließe. Auch die Sichtweise, dass Wissen gleichsam ein für verschiedene Lernende einheitliches Abbild eines Lerngegenstands sei, wird abgelehnt (Knuth & Cunningham, 1993). Lernumgebungen, die an konstruktivistischen Paradigmen ausgerichtet sind, werden daher als Situationen konzipiert, in denen bedeutungsvolle Gelegenheiten zur Wissenskonstruktion in Form von Lernangeboten bereitgestellt werden. Diese Lerngelegenheiten werden als „situiert“ verstanden: Das heißt, dass bedeutungsvolles Wissen zunächst kontextgebunden in authentischen und als relevant erkannten Lernsituationen aufgebaut wird. Aus diesem Grund werden konstruktivistisch orientierte Lernumgebungen oft als „sitierte Lernumgebungen“ bezeichnet.

Die Rolle des Lehrenden in situierten Lernumgebungen beschränkt sich demgemäß in erster Linie auf das Zur-Verfügung-Stellen von Lerngelegenheiten und auf das Geben von Unterstützung, sofern diese benötigt wird (Leinhard, 1993). Die Rolle des Lernenden in situierten Lernumgebungen ist als sehr aktiv zu beschreiben. Sie ist von Eigenaktivität und von individueller Verantwortung für den eigenen Lernprozess gekennzeichnet.

Entsprechend richtet sich die Evaluation des Lernerfolges in erster Linie auf den Lernprozess. Auf die einzelnen Lernenden bezogen soll Evaluation eine Feedbackmöglichkeit für die Lernenden wie auch für die Lehrenden sein, wie der weitere Lernprozess durch korrigierende oder weiterführende Lernangebote oder Unterstützungsmaßnahmen gestaltet werden kann. Vergleichende Lernerfolgskontrollen oder Voraussagen von Lernergebnissen werden im Zusammenhang mit situierten Lernumgebungen aus theoretischen Gründen meist abgelehnt.

Bei dem Versuch, diese Modellvorstellungen vom Lernen auf die Situation des Unterrichts anzuwenden und genauere Implikationen für die Gestaltung von Lernumgebungen abzuleiten, ergeben sich auf verschiedenen Ebenen Probleme und Kritikpunkte, die im Folgenden skizziert werden.

2.3.3 Probleme und Kritikpunkte im Zusammenhang mit konstruktivistischen Positionen zum Lehren und Lernen

Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) weisen auf eine Reihe von Kritikpunkten und Problemen hin, die in Verbindung mit konstruktivistischen Lernmodellen gerade im Hinblick auf den Unterricht auftreten:

- Einige dieser Kritikpunkte betreffen die *Unterrichtspraxis*. Ein erstes Problem, das innerhalb von konstruktivistisch orientierten Lernumgebungen oft auftaucht, besteht in einer geringen Anleitung bzw. Unterstützung der Lernenden innerhalb der Lernumgebung. Mit diesem Umstand verbundene Erscheinungen wie Desorientierung und Überforderung werden etwa von Gräsel und Mandl (1993) und von Leutner (1992) berich-

tet. Diese Problematik kann oft als ein „ATI-Effekt“ („aptitude - treatment - interaction“) beschrieben werden und betrifft hier insbesondere Lernende mit vergleichsweise ungünstigen Lernvoraussetzungen, d.h. Lernende mit geringerem Vorwissen bzw. geringeren Vortest-Leistungswerten: So hat sich etwa in verschiedenen Studien immer wieder gezeigt, dass Lernende mit guten Lernvoraussetzungen, d.h. leistungsfähigere Lernende, gerade in wenig strukturierten Lernumgebungen hohe Lernleistungen erbringen können, während leistungsschwächere Lernende weitaus stärker von kleinschrittig organisierten und in hohem Maße strukturierten Unterrichtsumgebungen eines eher gegenstandszentrierten Zuschnitts profitieren (vgl. z.B. Corno & Snow, 1986).

Ein weiterer, auf die Unterrichtspraxis bezogener Kritikpunkt betrifft den vergleichsweise großen zeitlichen und/oder organisatorischen Aufwand, der oft mit konstruktivistisch orientierten Lernarrangements verbunden ist. Anderson et al. (1996) bemängeln ein teilweise schlechtes „Kosten-Nutzen-Verhältnis“.

Ein dritter Punkt, der sich letztlich auf die Unterrichtspraxis bezieht, betrifft die Zielsetzungen situierter Lernumgebungen. Oft sind diese Lernumgebungen so angelegt, dass Expertenwissen anhand authentischer Kontexte aufgebaut werden soll. Eventuell wird jedoch dieses Ziel im schulischen Rahmen gar nicht angestrebt. Aus diesem Grund spricht sich Winn (1996) für den Fall, dass nur ein eher oberflächliches Orientierungswissen und ein niedrigeres Leistungsniveau als ausreichend betrachtet wird, gegen konstruktivistisch orientierte Lernumgebungen aus.

- Über diese unterrichtspraktischen Aspekte hinaus ergeben sich auf der *theoretischen Ebene* insbesondere dann Probleme, wenn Vorstellungen des radikalen Konstruktivismus zugrunde gelegt werden. Es würde etwa unter einer radikal-konstruktivistischen Perspektive weitgehend unmöglich sein, einen objektivierbaren Wissensbestand festzulegen, der als verbindlicher Kanon von Lerninhalten dienen kann. Auch das zielorientierte Anregen von Lernprozessen von außen würde letztlich weitgehend am theoretischen Modell scheitern (Lowyck, 1991). Kritik am radikalen Konstruktivismus aus verschiedenen Zusammenhängen und theoretischen Sichtweisen kommt auch von anderer Seite: So attestiert beispielsweise Rustemeyer (1999, S. 476) dem radikalen Konstruktivismus eine allgemein geringe Verwertbarkeit für pädagogische Anwendungssituationen und kommt zu der Folgerung:

„Der hohe philosophische Anspruch des „radikalen“ Konstruktivismus geht mit praktischen Leerstellen auf der Ebene der Umsetzung in pädagogischen Kontexten einher. Seine Forderungen bleiben weitgehend formal.“ (Rustemeyer, 1999, S. 476)

Eine ähnliche Kritik vertritt auch Diesbergen (1998), der ebenfalls Implikationen in der pädagogischen Anwendung betrachtet. Ellerton und Clements (1992) bemängeln unter anderem ein Herunterspielen sprachlicher Aktivität in der kognitiven Entwicklung und eine vereinfachte Sichtweise vom Wesen mathematischen Wissens. Westmeyer (1999, S. 512) kritisiert, dass im Zusammenhang mit dem radikalen Konstruktivismus „oft Unterschiede konstruiert [werden], die einer genauen Überprüfung nicht standhalten oder sich auf eine ungewöhnliche Verwendung von Begriffen zurückführen lassen, die von der in anderen Ansätzen üblichen Verwendungsweise stark abweicht“. Ernest (1994; vgl. auch 1993, 1991) übt Kritik aus einer sozial-konstruktivistischen Perspektive:

„Much of modern philosophy, especially interdisciplinary studies of science and knowledge, whilst rejecting traditional objectivist accounts view knowledge as constitutively social. Ultimately, it is difficult

without contrived and contorted thought for radical constructivism to view knowledge as anything but subjective. But in education, above all places, it is clear that we are offering learners socially accepted, constituted and represented knowledge. Thus the subjectivist approach of radical constructivism towards knowledge and epistemology must be regarded as a significant weakness.” (Ernest, 1994, S. 337)

Eine andere Kritik bezieht sich auch auf eher gemäßigt-konstruktivistische Positionen. Beklagt wird eine Vagheit zentraler Begriffe wie etwa der „Authentizität“ von Lernsituationen oder der „Eigenaktivität“ von Lernenden. Eine Tendenz zu einer Beliebigkeit bei der Gestaltung von Lernarrangements angesichts einer nicht eindeutigen Theorie könnte dadurch begünstigt werden. Ineffektive Lernprozesse könnten in der Praxis die Folge dieser von Renkl, Gruber und Mandl (1995) wahrgenommenen theoretischen Defizite sein.

Fischler (1999) beklagt in einer Sammelrezension am Konstruktivismus orientierter, didaktischer Literatur (S. 570):

„Es besteht noch eine spürbare Unsicherheit über notwendige Konsequenzen aus konstruktivistischen Sichtweisen für Planung und Realisierung von Unterricht, was zu einer gewissen Zurückhaltung bei der Formulierung von Vorschlägen führt.“

Auf der anderen Seite bemängelt Fischler (1999), dass Entwicklungsvorschläge für Lernumgebungen zwar oft ein Bekenntnis zum Konstruktivismus in einem einführenden Theorieteil enthielten, den Anspruch einer konsistenten Verknüpfung von Rahmentheorie und Vorschlägen für die Praxis im Mathematikunterricht jedoch nicht immer einlösten.

- Ein dritter Bereich der Kritik an der konstruktivistisch orientierten Position bezieht sich auf den *empirischen Forschungsstand*: Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001, S. 623) bezeichnen die empirische Befundlage zur Untermauerung erwarteter Effekte insgesamt als „noch lange nicht befriedigend“. Es erscheint damit als unsicher, inwiefern theoretische Postulate konstruktivistischer Modellvorstellungen empirisch zu halten sind.

Zu der Annahme, dass Wissen grundsätzlich kontextgebunden ist, gibt es nach Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) sogar Anzeichen für Widersprüche zu empirischen Ergebnissen: Anzuführen sind hier etwa Erkenntnisse aus dem Bereich der Transferforschung (vgl. Anderson, Reder & Simon, 1996).

Die Effektivität des Lernens in situiereten Lernumgebungen wird ferner von Befunden in Frage gestellt, nach denen Lernende in Leistungs- und Wissenstests unmittelbar nach der Arbeit in konstruktivistisch orientierten Lernumgebungen eher schwach abschneiden (Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001). Immerhin zeigt sich aber in später angesetzten Anwendungstests, dass situiertes Lernen zum Aufbau längerfristig einsetzbaren Wissens zu führen scheint.

Ebenfalls die Ebene empirischer Untersuchungen betrifft die Feststellung Rustemeyers (1999), dass „konstruktivistische Positionen [...] pragmatische Fragen nach der konkreten Planung und Organisation erfolgreicher Lernprozesse, nach Auswahlgesichtspunkten der sachlichen Komponenten anregender Lernumgebungen, der skalierenden Qualifizierung von Wissen [...] oder nach sozial konditionierten Differenzen in der Lernpopulation weitgehend aus [klammern]“. Vermutlich aus diesem Grund ist auch der Forschungsstand im Hinblick auf die Auswirkungen konkreter Gestaltungsmerkmale situierter Lernumgebungen noch recht lückenhaft.

2.3.4 Zusammenfassung

Zusammenfassend ist für konstruktivistische Ansätze und situierte Lernumgebungen festzuhalten, dass die Modellvorstellungen zum Lehren und Lernen dazu führen, von den Lernenden eine aktive Rolle und ein hohes Maß an Verantwortung für den eigenen Lernprozess einzufordern. Entsprechend kommt den Lehrenden eher die Rolle eines Bereitstellers von Lerngelegenheiten und eines Beraters für Lernprozesse zu. Auch wenn manche konstruktivistische Strömungen keine sehr konkreten Folgerungen für die Gestaltung von Lernumgebungen ziehen, ist ein gemeinsames Merkmal situierter Lernumgebungen die eher geringe Strukturiertheit. Letztere wird im Hinblick auf fehlende instruktionale Hilfen und Elemente der Anleitung für Lernende mit ungünstigeren Lernvoraussetzungen kritisiert. Neben weiteren unterrichtspraktischen Problemen stellen sich auch auf der theoretischen Ebene einige Fragen, etwa im Hinblick auf die Möglichkeit, objektivierbare und verbindliche Lerninhalte für alle Lernende aufzustellen.

2.4 Eine integrierte Position: Der „wissensbasierte Konstruktivismus“

In den vorangegangenen Abschnitten wurde deutlich, dass sowohl eine puristisch kognitivistisch-instruktionistische Position, als auch einige konstruktivistische Standpunkte mit Problemen und Kritik auf der theoretischen, unterrichtspraktischen und empirischen Ebene zu kämpfen haben. In diesem Abschnitt wird daher die integrierte, gemäßigt-konstruktivistische Auffassung des „wissensbasierten Konstruktivismus“ (Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001) beschrieben, die die positiven Potentiale den beiden bisher beschriebenen Positionen vereinen soll. Kritikpunkte und Schwierigkeiten können so weitgehend berücksichtigt bzw. vermieden werden.

Als Ausgangspunkt wird mit Gerstenmaier und Mandl (2000) ein für die Erörterung dieses Ansatzes bedeutsamer „gemeinsamer Kern“ konstruktivistischer Modellvorstellungen beschrieben. Diese Prinzipien gehen ein in den „wissensbasierten Konstruktivismus“ von Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001), der anschließend vorgestellt wird. Nach einem kurzen Blick auf zwei wesentliche Bestandteile dieses Ansatzes, nämlich der zentralen Rolle des Vorwissens und der notwendigen instrukionalen Unterstützung der Lernenden, werden Prozessmerkmale des Lernens besprochen, die dieses Lernmodell charakterisieren. Aus diesen grundlegenden Gedanken werden in Kapitel 3 Implikationen für die Gestaltung von Lernumgebungen abgeleitet.

Angesichts der in Abschnitt 2.3 angedeuteten unterschiedlichen Akzentsetzungen, die die beträchtliche Uneinheitlichkeit unterschiedlicher konstruktivistischer Strömungen erkennen lassen, stellen Gerstenmaier und Mandl den Konstruktivismus „als kohärente Theorie“ in Frage (Gerstenmaier & Mandl, 2000, S. 3). Einerseits ist eine große Bandbreite unterschiedlicher, als „konstruktivistisch“ deklarerter Ansätze zu verzeichnen, andererseits existieren Lernmodelle, die dem Sinne nach konstruktivistische Modellvorstellungen beinhalten, aber nicht explizit als konstruktivistisch bezeichnet werden.

Aus diesem Grund ergibt sich für die Formulierung einer integrierten Position zum Lehren und Lernen das Problem, dass zunächst wesentliche Bestandteile konstruktivistischer Auffassungen identifiziert werden müssen.

Gerstenmaier und Mandl (1995, 2000), und im Kern auch Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) grenzen konstruktivistisch orientierte Argumentationsweisen dadurch ab, dass eine Einstufung der psychologischen Modellvorstellungen nach Grundmerkmalen getroffen wird.

So haben nach Gerstenmaier und Mandl (2000) „Spielarten konstruktivistischen Argumentierens“ mindestens die ersten beiden der folgenden Grundmerkmale (Gerstenmaier & Mandl, 2000, S. 3):

- Untersucht wird die „Fähigkeit von Individuen zu aktivem Handeln und zur Selbststeuerung“, da Wissen als Ergebnis von aktiven Konstruktionsprozessen des Individuums angenommen wird.
- In Person-Situation-Analysen wird postuliert, dass gleiche Kontexte von verschiedenen Individuen erfahrungsbasiert prinzipiell unterschiedlich wahrgenommen bzw. konstruiert werden.
- Interventionen und Instruktionen werden im Hinblick auf die subjektive Konstruktion von Erfahrung bzw. von Wissen in erster Linie „unter dem Gesichtspunkt ihrer individuellen Nutzbarkeit und Passung gesehen“.

Gerstenmaier und Mandl (1995, 2000) fassen unter dieser Perspektive Ansätze der Psychologie zusammen und formulieren für den Bereich der Pädagogischen Psychologie die Position eines „neuen Konstruktivismus“ (vgl. Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001, S. 614), in dem es nicht um fundamentale Prinzipien menschlicher Erkenntnis, sondern um Denk- und Lernprozesse handelnder Subjekte geht. Gerstenmaier und Mandl (2000) plädieren dabei für eine moderate Auffassung des Konstruktivismus, insbesondere auch im Hinblick auf das Ableiten von Implikationen für die Gestaltung von Lernumgebungen.

Eine solche „integrierte“ und „pragmatische Position“, die Instruktion nicht als Gegensatz zur Konstruktion sieht, sondern beide Pole integrieren will, vertreten auch Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) in ihrem „wissensbasierten Konstruktivismus“. Diese Position trägt der gemäßigt-konstruktivistischen Überzeugung Rechnung, dass Instruktion seitens der Lehrperson Konstruktionsprozesse der Schülerinnen und Schüler keineswegs ausschließt. Andererseits kommen die Überzeugungen zum Ausdruck, dass das alleinige Vertrauen auf Konstruktionsleistungen der Schülerinnen und Schüler nicht ausreicht, und dass das Vermitteln fertiger Wissenssysteme nach statischen Regeln weder sinnvoll noch möglich ist. Mit Resnick, Williams und Hall (1998) formulieren Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001, S. 626):

„Im wissensbasierten Konstruktivismus wird Lernen als eine persönliche Konstruktion von Bedeutungen interpretiert, die allerdings nur dann gelingt, wenn eine ausreichende Wissensbasis zur Verfügung steht. Zu deren Erwerb kann jedoch auf instruktionale Anleitung und Unterstützung nicht verzichtet werden.“

Die in diesem Zitat angesprochene Unterstützung von Lernprozessen durch instruktionale Hilfsstrukturen stellt ein ganz entscheidendes Merkmal des „wissensbasierten Konstruktivismus“ von Reinmann-Rothmeier und Mandl dar. An dieser Stelle werden auch Unterschiede zu anderen konstruktivistischen Strömungen deutlich, wie sie in Abschnitt 2.3 angesprochen wurden. Ihre Position explizieren Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001, S. 626, vgl. auch Reinmann-Rothmeier & Mandl, 1997) durch eine Reihe von „Prozessmerkmalen des Lernens“. In diesen Prozessmerkmalen des Lernens charakterisieren Reinmann-Rothmeier und Mandl Lernen als

- aktiven Prozess: Zur aktiven Beteiligung des Lernenden als Voraussetzung für effektives Lernen muss dieser Motivation und situatives Interesse entwickelt haben.
- selbstgesteuerten Prozess: Die Selbststeuerungs- und Kontrollaktivität des Lernenden stellt eine wichtige Voraussetzung für effektives Lernen dar.
- konstruktiven Prozess: Dauerhafter Aufbau von Wissen und Fähigkeiten kann nur durch kognitive Prozesse erzielt werden, die in einer eigenen Leistung von Wissenskonstruktion auf einer ausreichenden Erfahrungs- und Wissensgrundlage aufbauen.

- situativen Prozess: Kontextbedingungen prägen konkrete Lernprozesse und Lernerfahrungen dadurch, dass sie den Hintergrund für Interpretationsprozesse der Lerninhalte bilden.
- sozialen Prozess: Soziale Komponenten prägen auf den verschiedenen Ebenen soziokultureller Einflüsse, der Konfrontation sozial geteilten Wissens oder auch der Interaktion mit anderen Subjekten den Lernvorgang.

In dieser Charakterisierung von Prozessmerkmalen des Lernens formulieren Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) Voraussetzungen für effektive Lernprozesse. Zusätzlich vertreten Reinmann-Rothmeier und Mandl durch diese Voraussetzungen für effektive Lernprozesse aber auch den Standpunkt, dass Lernen durch die Schaffung geeigneter Umgebungsbedingungen ermöglicht und entsprechend gefördert werden kann. Es stellt sich die Frage, wie geeignete Lernumgebungen konkret gestaltet werden können, um den Aufbau von tragfähigem Wissen in gemäßigt-konstruktivistischen Lernumgebungen, die an den vorgestellten Modellvorstellungen vom Lernen und Lehren ausgerichtet sind, zu fördern. Dieser Frage wird im folgenden Kapitel nachgegangen.

2.5 Zusammenfassung

Im ersten Kapitel wurden Befunde zum Status Quo des Mathematikunterrichts beschrieben, die es nahe legen, Verbesserungen in Schulleistung, metakognitiven Kompetenzen und motivationalen Dispositionen der Schülerinnen und Schüler durch einen Unterricht anzustreben, in dem verständnisvolles Lernen gefördert wird. Um Vorstellungen im Zusammenhang mit dem von Weinert (1996) und Baumert und Köller (2000) skizzierten „verständnisvollen Lernen“ zu vertiefen, wurden in diesem Kapitel Eckpunkte eines entsprechenden, gemäßigt-konstruktivistischen Lernmodells dargestellt. Es wurde deutlich, dass sich diese Modellvorstellungen insbesondere mit dem Blick auf den schulischen Unterricht sowohl von stark kognitivistisch-instruktionistischen, als auch von einigen konstruktivistischen Modellen und Standpunkten unterscheiden. Schwachpunkte dieser beiden konkurrierenden Positionen im theoretischen und unterrichtspraktischen Bereich werden in dem gemäßigt-konstruktivistischen Paradigma von Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001, vgl. auch 1997) weitgehend berücksichtigt bzw. vermieden.

Aus diesem Grund wird dieses Lernmodell in der vorliegenden Arbeit als Grundlage für die Entwicklung einer Lernumgebung gewählt, die verständnisvolles Lernen der Schülerinnen und Schüler fördern soll. Auf dem Weg zur Konzeption dieser Lernumgebung stellt sich die Frage, welche Folgerungen sich aus dem gewählten Lernmodell ergeben.

Um Antworten auf diese Frage zu geben, werden im folgenden Kapitel Implikationen für die Gestaltung von Lernumgebungen besprochen, die auf der Basis der gemäßigt-konstruktivistischen Position von Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) entwickelt werden können.

3 Implikationen für die Gestaltung gemäßigt-konstruktivistisch orientierter Lernumgebungen

Die empirischen Befunde zum deutschen Mathematikunterricht, die in Kapitel 1 dargestellt wurden, können auf der Basis von Überlegungen in Kapitel 2 dahingehend interpretiert werden, dass das vorherrschende kleinschrittig fragend-entwickelnde Unterrichtsverfahren als gegenstandszentrierte Lernumgebung anzusehen ist, die spezifische Probleme aufweist. Diese Probleme könnten sich auch aus dem instruktionistisch-kognitivistischen Grundverständnis ergeben, das gegenstandszentrierten Lernumgebungen zugrunde liegt (vgl. Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001).

Um demgegenüber Möglichkeiten der Förderung verständnisvollen Lernens (Weinert, 1996; Baumert & Köller, 2000) zu identifizieren, wurde daher im vorangegangenen Kapitel ein gemäßigt-konstruktivistisches Modell vom Lernen und Lehren besprochen, das den theoretischen Hintergrund für diese Arbeit bilden soll.

Ziel dieses Kapitels ist es, Implikationen für Lernumgebungen zu diskutieren, die sich aus diesen gemäßigt-konstruktivistischen Paradigmen ableiten lassen.

Zu diesem Zweck werden in Abschnitt 3.1 zunächst allgemeine unterrichtspraktische Forderungen einer gemäßigt-konstruktivistischen Didaktik erörtert. Recht detaillierte Leitlinien von Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) für an der Förderung verständnisvollen Lernens ausgerichtete, so genannte problemorientierte Lernumgebungen werden in Abschnitt 3.2 vorgestellt und im Hinblick auf den Mathematikunterricht diskutiert.

Gemäßigt-konstruktivistische Zielvorstellungen für das Arbeiten in Teams von Lernenden werden zusätzlich in Abschnitt 3.3 besprochen. Abschnitt 3.4 behandelt Gedanken zum Erarbeiten schriftlicher Darstellungen von Lernergebnissen durch die Schülerinnen und Schüler als möglichem Bestandteil problemorientierter Lernumgebungen.

3.1 Grundzüge einer an gemäßigt-konstruktivistischen Paradigmen orientierten Didaktik und Folgerungen für die Gestaltung von Lernumgebungen

In diesem Abschnitt werden zunächst recht allgemeine Forderungen vorgestellt, die sich aus einer gemäßigt-konstruktivistisch orientierten Didaktik für die Unterrichtspraxis ableiten lassen. Diese Gedanken bereiten die verfeinerte Konzeption so genannter „problemorientierter Lernumgebungen“ nach Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) vor, die in Abschnitt 3.2 diskutiert werden.

Wie in Abschnitt 2.3 deutlich wurde, beziehen sich die Kernaussagen des Konstruktivismus zunächst auf epistemologische Grundideen und Überzeugungen, wie etwa die Natur menschlichen Erkenntniserwerbs und die Rolle, die erworbenes Wissen spielen kann. Insbesondere

für Formen „organisierten Lernens“, wie sie im institutionellen Rahmen schulischen Unterrichts gestaltet werden können, wurde die Frage nach der Praxisrelevanz der epistemologischen Aussagen des Konstruktivismus bereits gestellt. Im Folgenden werden Ansätze eines moderaten „konstruktivistischen Profils“ von Unterrichtsmethoden vorgestellt. In diesen Konzeptionen geht es darum, den aktiven Wissensaufbau der Lernenden durch geeignete Gestaltungsmerkmale von Lernumgebungen zu erleichtern und zu unterstützen.

So stellen etwa Klein und Oettinger (2000, S. 36ff) „wesentliche Kennzeichen einer konstruktivistischen Didaktik“ zusammen. Diese Kennzeichen beziehen sich auf Einstellungen der am Lehr-Lern-Prozess Beteiligten einerseits und auf konkrete Maßnahmen im Unterricht andererseits, die mit einer gemäßigt-konstruktivistischen Sichtweise verträglich sind.

Klein und Oettinger (2000) stellen folgende *Einstellungen* zusammen, die von einer konstruktivistischen Didaktik zu vertreten sind und auch das Bewusstsein der Lehrenden prägen sollen:

- Lernen stellt einen eigenständigen Konstruktionsprozess der Schülerinnen und Schüler dar.
- Es kommt dabei nicht zu einer Eins-zu-Eins-Übertragung von Wissen.
- Die Lernenden verfügen nach dem Lernprozess nicht über dasselbe Wissen und über gleiches Wissen nicht in gleicher Weise.
- Trotz der eingeschränkten Planbarkeit des Wissensaufbaus kann erwartet werden, dass beim Vorliegen einer ähnlichen Lernumgebung ähnliche Konstruktionen als Lernergebnis vorliegen werden.
- Lerninhalte, auch wissenschaftliche Erkenntnisse, sind als Konstruktionen aufzufassen.

Das Ändern von Einstellungen der Lehrenden wird in der Literatur oft als eines der wichtigsten Ziele und Ansatzmöglichkeiten konstruktivistisch orientierter Didaktik wahrgenommen. Insbesondere Vorschläge aus radikal-konstruktivistisch orientierten Strömungen richten sich oft auf den Ansatz, diese Vorstellungen im Bewusstsein der Lehrpersonen zu verankern (vgl. z.B. v. Glasersfeld, 1993; Gallagher 1993; Jakubowski 1993; Tobin & Tippins, 1993; Tobin, Kahle & Fraser, 1990). Oft scheinen sich solche Vorschläge für eine konstruktivistisch orientierte Didaktik jedoch in Forderungen an die Lehrenden zu erschöpfen, ihre Einstellungen mit Theorieansätzen beispielsweise des radikalen Konstruktivismus abzustimmen.

Ganz im Sinne des im vorangegangenen Kapitel beschriebenen gemäßigt-konstruktivistischen Standpunkts wird dies von Klein und Oettinger (2000) aber nicht als ausreichend betrachtet, weshalb sie Vorschläge für konkrete Maßnahmen der Gestaltung von Lernumgebungen machen.

Als *konkrete Maßnahmen* schlagen Klein und Oettinger (2000, S. 40ff) Maximen vor, die für die Gestaltung von Lernumgebungen von Bedeutung sind und im Folgenden besprochen werden:

- „Angemessene Entourage“: Bei der Konstruktion von Wissen haben Faktoren der (Lern-)Umwelt Einfluss auf Richtung und Geartetheit der Konstruktion. Ein hoher Anregungsgehalt bzw. -reichtum für Lernende könnte in der Lernumgebung beispielsweise dadurch erreicht werden, dass die Lernumgebung viele Elemente eines zu erkundenden Sachthemas aufweist.
- „Mehrperspektivisches Lernen“, Individualisierung und Differenzierung: Aufgrund von individuellen Unterschieden im Wissensaufbau beispielsweise nach Inhalt, Art und Geschwindigkeit ergibt sich die Forderung, auf die einzelnen Schülerinnen und Schüler individuell einzugehen und sie abhängig von ihrem Vorwissen und ihren Fähigkeiten zu fördern. Für konkrete Maßnahmen der Gestaltung von Lernumgebungen

bedeutet dies, dass Möglichkeiten der Individualisierung und der Differenzierung genutzt werden sollten. Die Lernumgebung sollte vielfältige Angebote und Anregungen für Lernprozesse bereithalten und auch Hilfsstrukturen vorsehen, die den Zugang zu Anknüpfungsmöglichkeiten für neues Wissen erleichtern und den Lern- und Arbeitsprozess strukturieren können.

Das Prinzip des „mehrperspektivischen Lernens“ ergänzt diese allgemeinen Forderungen insofern, als von den Lernenden ausdrücklich inhaltlich verschiedene Perspektiven auf ein betrachtetes Themengebiet eingenommen werden sollen. Dies schließt auch die Ebene der Präsentation der Inhalte ein: Beispielsweise kann die Nutzung symbolischer (sprachlicher), ikonischer (bildhafter) und enaktiver (handlungsmäßiger) Repräsentationen innerhalb der Lernumgebung den Lernenden verschiedene Zugänge zu den Inhalten ermöglichen. So könnten heterogene, gegebenenfalls mit verschiedenen Medien dargebotene Materialien variierenden Schwierigkeitsgrades, die in unterschiedlicher Reihenfolge bearbeitet werden können, für Differenzierung und ein mehrperspektivisches Lernangebot sorgen. Als Hilfsstrukturen kämen dann etwa Leitfragen, eine Beschreibung des Arbeitsablaufs, ein Glossar, und/oder die Möglichkeit, Mitschülerinnen, Mitschüler, Expertinnen oder Experten zu befragen, in Betracht.

- „Kommunikative Begegnung“: Kommunikative und interaktive Aspekte einer Lernumgebung können eine Prüfung individueller Konstrukte in der Auseinandersetzung mit Konstrukten anderer und der Umwelt begünstigen und sind als Gelegenheit zur Konstruktion sozial geteilten Wissens anzusehen.
Sozialformen wie Gruppen- und Partnerarbeit werden daher neben Diskussionen im Klassenplenum dazu genutzt, um auch in moderat konstruktivistisch ausgerichteten Lernumgebungen eine Intensivierung themenbezogener Kommunikationsprozesse anzustreben.
- „Eingeschränkte Planbarkeit“: Da sich Lernumgebungen auf die Bedürfnisse von einzelnen oder Gruppen von Lernenden einstellen und Veränderungen, die sich aus gruppendynamischen intersubjektiven Konstruktionsprozessen ergeben, berücksichtigen können sollten, wird das Unterrichtsgeschehen in seiner Planbarkeit eingeschränkt. Eine Lernumgebung sollte also Variabilität hinsichtlich der Tatsache aufweisen, dass Lernen von vorherigen Konstruktionen und Interessen geleitet ist.
Auch die der Lernumgebung im Kleinen, sowie im Großen zugrunde liegende curriculare Konzeption sollte diese Variabilität zulassen.
- „Selbstevaluation“: Da mit individuell differierenden Lernergebnissen und Sichtweisen der Schülerinnen und Schüler zu rechnen ist, ist es problematisch, Lernziele im Sinne detaillierter Taxonomien zu formulieren. Die Leistungsmessung sollte auf die Basis von Kriterien gestellt werden, die konstruktivistischen Vorstellungen vom Lernen und der Konstruktionsvielfalt verschiedener Subjekte Rechnung tragen. Als solche Kriterien für „Objektivität“ nennen Klein und Oettinger (2000, S. 31) die Nachvollziehbarkeit der Konstruktion, die Nützlichkeit (Viabilität) der Konstrukte, die Widerspruchsfreiheit mit der Umwelt und den Vergleich mit den Konstrukten anderer in einem kommunikativen Prozess. Von besonderer Bedeutung ist dabei der Rückmeldecharakter an die Lernenden, damit diese weitere Lernprozesse entsprechend steuern können. Vor diesem Hintergrund entspräche das Prinzip der Selbstevaluation der Lernergebnisse durch die Schülerinnen und Schüler den Vorstellungen des Konstruktivismus.
- „Entdeckendes Lernen“: Im entdeckenden Lernen finden konstruktivistische Vorstellungen eine Entsprechung hinsichtlich des hohen Maßes an Selbststeuerung im Prozess des Wissensaufbaus. Für die Konzeption von gemäßigt-konstruktivistisch orientierten

tierten Lernumgebungen ist daher zu überlegen, inwiefern Elemente entdeckenden Lernens wichtige Funktionen übernehmen können.

- „Transparenz“: Der Wissensaufbau der Schülerinnen und Schüler geschieht auf der Basis der verschiedenen in der jeweiligen Lernumgebung enthaltenen Lernangebote. Da es sich bei den Lernangeboten wiederum um (zum Teil wissenschaftliche) Konstrukte handelt, sollte zur Vereinfachung der Rekonstruktion durch die Lernenden die Entstehung dieses Wissens zusammen mit der Methode und der Intention didaktischer Maßnahmen transparent gemacht werden.
- „Affektive Beteiligung als wesentlicher Lernaspekt“: Schließlich sind sowohl für das Auslösen von Konstruktionsprozessen als auch im Rahmen der Selbststeuerung von Vorgängen des Wissensaufbaus affektive Komponenten nicht zu vernachlässigen. Reine Wahrheitssuche bzw. Rationalität als alleinige Konstruktionsmotivation wäre als Grundlage für die Gestaltung von Lernumgebungen nicht ausreichend.

Die Ideen von Klein und Oettinger (2000) werden verfeinert durch Überlegungen von Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001), die aus der gemäßigten Perspektive des wissensbasierten Konstruktivismus insbesondere Voraussetzungen für effektives und erfolgreiches Lernen mit einbeziehen und in Form der von Ihnen vorgeschlagenen Problemorientierung im Unterricht zusätzliche konkrete Hinweise und Zielvorstellungen für die Praxis geben.

3.2 Problemorientierte Lernumgebungen

In diesem Abschnitt wird von Überlegungen zur Situiertheit des Lernens und zur Möglichkeit, Wissen flexibel anzuwenden, ausgegangen. Diese Überlegungen liegen auch der Situated-Cognition-Bewegung zugrunde, auf deren Ansätze sich Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) mit ihren gemäßigt-konstruktivistischen „Leitlinien für problemorientierte Lernumgebungen“ stützen. Diese Leitlinien werden anschließend vorgestellt und Vorschläge für problemorientierte Lernumgebungen im Mathematikunterricht diskutiert.

Als wichtige Kernaussage konstruktivistischer Ansätze in der Pädagogischen Psychologie, insbesondere der „Situated Cognition-Bewegung“, sehen Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) die Situiertheit von Lernprozessen, d.h. die Berücksichtigung des Kontexts, in dem Lernen als aktive Konstruktionshandlung eingebettet ist. Bei der Gestaltung situierter Lernumgebungen kommt es daher darauf an, dass den Schülerinnen und Schülern potentielle Lernsituationen angeboten werden, „in denen eigene Konstruktionsleistungen möglich sind und kontextgebunden gelernt werden kann. Mit dieser Grundidee der Kontextbezogenheit des Lernens, die auch soziale Partizipation in realen Situationen mit einschließt, verbinden sich folgende Zielvorstellungen:

„Ziel situierter Lernumgebungen ist es, dass die Lernenden neue Inhalte verstehen, dass sie die erworbenen Kenntnisse und Fähigkeiten flexibel anwenden können und darüber hinaus Problemlösefähigkeiten und andere kognitive Strategien entwickeln.“ (Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001, S. 615)

Um diese Ziele zu erreichen, wurden im Rahmen der „Situated Cognition-Bewegung“ verschiedene Lernumgebungen, etwa innerhalb der Ansätze der „Anchored Instruction“, des „Cognitive Apprenticeship“ oder der „Cognitive Flexibility-Theorie“ (vgl. Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001) entwickelt, die jeweils bestimmte Aspekte betonen, wie etwa das Generieren von Betroffenheit und Interesse durch authentische Problemsituationen, das handlungsgeleitete Erfahren realer Situationen im Austausch mit Experten, oder die angestrebte Vertrautheit der Lernenden mit dem hohen Komplexitätsgrad realen Geschehens. So steht bei

der „Cognitive Flexibility-Theorie“ (Spiro & Lehng, 1990; Jacobson & Spiro, 1992) die Forderung im Vordergrund, „Übervereinfachungen zu vermeiden und den Lernenden stattdessen von Anfang an mit der Komplexität und den Irregularitäten des realen Geschehens vertraut zu machen. Hierzu eignen sich z.B. Falldarstellungen [...]. Dabei wird dasselbe Konzept zu verschiedenen Zeiten in verschiedenen Kontexten unter veränderter Zielsetzung und aus verschiedenen Perspektiven beleuchtet“ (Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001, S. 618). Durch derartiges multidirektionales und multiperspektivisches Lernen soll facettenreiches und flexibel einsetzbares Wissen erworben werden.

„Die Cognitive Flexibility-Theorie eignet sich vor allem für den fortgeschrittenen Wissenserwerb in komplexen und deshalb wenig strukturierten Gebieten. Dazu gehören u.a. wissenschaftliche Disziplinen und die mit ihnen verbundenen Anwendungsfelder [...].“ (Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001, S. 618)

Zusammenfassend ist zu erkennen, dass sich diese Ansätze der Situated-Cognition-Bewegung zu einem situierten, kontextgebundenen Lernen auf Vorschläge zu einem mehrperspektivischen und starke Strukturierungen vermeidenden Herangehen stützen. Sie erscheinen geeignet, gerade im Bereich komplexerer Inhaltsbereiche den Aufbau anwendbaren und übertragbaren Wissens zu fördern. Die Übertragbarkeit des aufgebauten Wissens soll durch authentische Problembezüge, sowie durch die damit generierte persönliche Betroffenheit und hervorgerufenes Interesse gefördert werden. Als Beispiel wird das Lernen anhand von Falldarstellungen genannt (vgl. hierzu auch das folgende Kapitel 4). Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) stützen sich auf diese Folgerungen aus konstruktivistischen Modellvorstellungen zum Lernen und plädieren für einen „problemorientierten Unterricht“.

Innerhalb der von Reinmann-Rothmeier und Mandl vertretenen gemäßigten Position eines wissensbasierten Konstruktivismus werden fünf Leitlinien für problemorientierten Unterricht formuliert. Diese sind aus Merkmalen zusammengestellt, die vom Anchored-Instruction-Ansatz, vom Cognitive-Apprenticeship-Ansatz und von der Cognitive Flexibility-Theorie geteilt werden. Im Folgenden werden diese fünf Leitlinien vorgestellt und Umsetzungsvorschläge für die spezifische Situation des Mathematikunterrichts diskutiert (vgl. Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001, S. 627f). Es werden jeweils auch Ziele, die mit den Leitlinien verfolgt werden, angesprochen. Der konkrete Rahmen für pädagogisches Handeln, d. h. das methodische Spektrum, das die jeweiligen Leitlinien umfassen, wird ebenfalls skizziert.

3.2.1 Leitlinie 1: Situiert und anhand authentischer Probleme lernen

Da Situiertheit und Authentizität einen hohen Anwendungsbezug beim Lernen sichern und Probleme mit hohem Realitätsgehalt und hoher Relevanz zum Wissens- bzw. Fertigkeitserwerb motivieren sollen, wird von Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001, S. 627) vorgeschlagen, problemorientierte Lernumgebungen „so zu gestalten, dass sie den Umgang mit realistischen Problemen und authentischen Situationen ermöglich[en] und anreg[en]“. Das methodische Spektrum sehen Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) zwischen dem Anknüpfen an persönliche Erfahrungen, an aktuell aufgetretene Probleme oder an authentische Fallbeispiele einerseits und dem Lernen in wirklichen, problemhaltigen Situationen, in denen real gehandelt werden muss, andererseits.

Im Mathematikunterricht ist es nicht immer einfach, diese Forderung nach Authentizität und Situiertheit von Problemstellungen umzusetzen. Für mathematische Inhalte mit hohem Anwendungsbezug erscheint es zwar in vielen Fällen möglich, ein Lernen anhand von bedeutungsvollen Kontexten anzustreben, die über das Format „eingekleideter Aufgaben“ hinausgehen. Insbesondere bei Inhaltsbereichen, die stark durch innermathematische Bezüge geprägt

sind, dürften jedoch Probleme von den Lernenden oft nicht als authentisch und in einem Anwendungskontext verankert wahrgenommen werden.

Das Problem besteht in diesem Falle oft darin, dass das authentische Umfeld dieser Problemstellungen die Wissenschaft Mathematik selbst ist, ein adäquates Wissen über die Wissenschaft Mathematik, an das die Lernenden anknüpfen könnten, letzteren jedoch fehlt. Eine Lernumgebung, die situiertes Lernen anhand authentischer Kontexte zum Ziel hat, könnte daher im Zusammenhang mit innermathematisch geprägten Inhaltsbereichen verstärkt versuchen, auch den Wissensaufbau zum wissenschaftsbezogenen Hintergrund des jeweiligen mathematischen Inhaltsbereichs mit zu fördern. Dies könnte beispielsweise dadurch erreicht werden, dass im Unterricht zu den konkreten mathematischen Inhalten auch eine metawissenschaftliche Perspektive eingenommen wird. Auf diese Weise könnte ein Verständnis für die tatsächliche Einbettung des jeweiligen Inhalts in sein authentisches, wissenschaftliches Umfeld erzielt werden.

Diese Gedanken seien am Beispiel des Inhaltsbereichs „Beweisen und Argumentieren“ veranschaulicht: Das authentische Umfeld dieser mathematischen Tätigkeiten liegt in der Wissenschaft Mathematik, für die diese Tätigkeiten auch charakteristisch sind. Sofern die Lernenden etwa nicht über das Wissen verfügen, was die Tätigkeit des Beweisens in der Mathematik ausmacht und wozu sie dient, ist nicht damit zu rechnen, dass flexibel übertragbare Fähigkeiten des Lösens von Beweisaufgaben aufgebaut werden können. Wie in Kapitel 7 noch ausführlich dargelegt wird, ist solches wissenschaftsbezogenes Wissen über das Beweisen als notwendige Voraussetzung für Beweis- und Argumentationskompetenz anzusehen.

Eine weitere Möglichkeit, innermathematische Situietheit und Authentizität zu betonen, ergibt sich über interdisziplinäre Vergleiche: Im Kontrast zu Auffassungen anderer Fachbereiche dürfte eine spezifisch mathematische Sichtweise oder ein spezifisch mathematisches Verfahren von den Lernenden besser als authentischer Teil eines wissenschaftlichen Gesamtzusammenhangs erkannt werden können. Das Einnehmen einer metawissenschaftlichen Perspektive, wie sie oben bereits angesprochen wurde, wird durch ein interdisziplinäres Vergleichen oft unmittelbar herausgefordert.

3.2.2 Leitlinie 2: In multiplen Kontexten lernen

Zur Sicherung von Transferfähigkeit von Wissen und seiner Nutzbarkeit über spezielle Kontexte hinaus sind problemorientierte Lernumgebungen so zu gestalten, dass die Fähigkeit zum Transfer aufgebauten Wissens und erlernter Fertigkeiten gefördert wird. Das Spektrum der Realisierung reicht hier vom bloßen Verweisen auf mehrere verschiedene Anwendungsbezüge und -situationen bis hin zur Aufforderung der Schülerinnen und Schüler, erworbenes Wissen in mehreren, voneinander verschiedenen Problemstellungen aktiv anzuwenden.

Im Mathematikunterricht kann diese Forderung nach Lernen in multiplen Kontexten bedeuten, dass Inhalte von den Lernenden in verschiedenen Zusammenhängen erfahren bzw. erkundet werden sollten. Dies steht oft im Gegensatz zu der Orientierung an algorithmischen Lösungsschemata, wie sie im Mathematikunterricht in Deutschland offenbar vorwiegend gefördert werden (vgl. etwa die in Kapitel 1 berichteten Befunde der TIMS- und PISA-Studien).

Ein Betrachten eines mathematischen Inhalts in vielfältigen authentischen Kontexten kann erreicht werden, indem von den Lernenden verschiedene, auch interdisziplinäre Anwendungszusammenhänge erkundet werden. Diese Kontexte wirken besonders authentisch, wenn ihre Präsentation durch die Verwendung von authentischen Materialien aus dem spezifischen Bereich unterstützt wird. Das Erfahren einer Vielfalt an solchen Anwendungskontexten kann durch eine entsprechende Vielfalt an Materialien gefördert werden.

Als Idealfall wären in diesem Sinne Materialien anzusehen, die verschiedene Kontexte auf markante Weise repräsentieren und zu denen die Lernenden durch ein Vergleichen und Kontrastieren die wesentlichen Grundgedanken oder charakteristischen Unterschiede erkennen können, die in der Lernumgebung thematisiert werden sollen.

3.2.3 Leitlinie 3: Unter multiplen Perspektiven lernen

Ebenfalls zur Sicherung der Anwendbarkeit von Wissen und Fertigkeiten in verschiedenen Kontexten sollen problemorientierte Lernumgebungen so aufgebaut sein, dass einzelne Sachzusammenhänge und Probleme aus verschiedenen Perspektiven betrachtet werden können. Das methodische Spektrum reicht in diesem Falle von der Darbietung verschiedener Sichtweisen zu einem Inhalt bis zur Anregung der Schülerinnen und Schüler, in der Konfrontation mit Problemen selbst verschiedene Sichtweisen aufzusuchen.

Im Mathematikunterricht kann sich das Einnehmen unterschiedlicher Sichtweisen darin äußern, dass ein mathematischer Inhalt etwa aus einem eher formalen oder algorithmischen Blickwinkel, aus dem Blickwinkel einer dem formalen Vorgehen entsprechenden Handlung, mit Hilfe von graphischen oder schematischen Visualisierungen oder auch aus der eher metawissenschaftlichen Perspektive des „Sprechens über Mathematik“ (vgl. Neubrand, 1990) betrachtet wird.

Als multiple Perspektiven auf einen Inhaltsbereich eignen sich auch interdisziplinär unterschiedliche Sichtweisen. So können von den Lernenden Vergleiche angestellt und die mathematischen Inhalte auf diese Weise genauer betrachtet werden.

Für die konkrete Gestaltung von Lernumgebungen stellt sich die Frage, wie die Lernenden zum Einnehmen verschiedener Perspektiven auf ein mathematisches Inhaltsgebiet angeregt werden können. Eine vermutlich zeitsparende Möglichkeit ist es, die verschiedenen Sichtweisen durch überschaubare, vielleicht auch fragmentartige Materialien zu repräsentieren, mit denen die Lernenden konfrontiert werden. Die Lernenden können sich die Sichtweisen, die den Materialien zugrunde liegen, erschließen und Bezüge zwischen den Materialfragmenten selbst herstellen.

3.2.4 Leitlinie 4: In einem sozialen Kontext lernen

Zur Sicherung „angehender Enkulturation“ im Lernprozess fordern Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001), dass problemorientierte Lernumgebungen Formen kooperativen Problemlösens in Gruppen sowie gemeinsamen Arbeitens und Lernens von Lernenden und Experten in möglichst hohem Maße enthalten sollten. Das Spektrum reicht hier vom gelegentlichen Einsatz der Sozialformen der Gruppen- und Partnerarbeit bis hin zum Kenntnis-, Fertigungs- und Einstellungserwerb im Rahmen der Lern- und Arbeitsprozesse einer „Expertengemeinschaft“.

Das Anregen produktiven kooperativen Problemlösens in Gruppen von Lernenden im Mathematikunterricht stellt sicherlich ein sehr wünschenswertes, jedoch nicht immer leicht zu erreichendes Ziel dar. Auf mögliche Problemerscheinungen im Zusammenhang mit dem Einsatz von Gruppen- und Partnerarbeit wird in Abschnitt 3.3 noch näher eingegangen werden. Von Bedeutung für die Qualität von Lernprozessen ist es sicherlich, dass alle Gruppenmitglieder aktiv in die Arbeits- und Lernprozesse des jeweiligen Schülerteams einbezogen sind. Gewinnbringend im Sinne gemäßigt-konstruktivistischer Lernumgebungen versprechen Aushandlungsprozesse durch gegenseitiges Verbalisieren bzw. Erklären eigener Vorstellungen zu

mathematischen Inhalten oder Lösungsverfahren zu sein. Schon das Darstellen eigener Lernergebnisse bietet die Gelegenheit, eigene Konstrukte weiter zu elaborieren. Die Prüfung des aufgebauten Wissens im Aushandlungsprozess eines gegenseitigen Erklärens kann zu weiteren Vertiefungs- und Verarbeitungsprozessen führen. Vermutlich werden derartige Lernsituationen umso besser von den Lernenden genutzt, je größer das Diskussionspotential im Zusammenhang mit der bearbeiteten Problemsituation ist: Wenn eigene Standpunkte eingenommen und argumentativ erörtert werden können, dürfte die Lernsituation in der Gruppe ein höheres Anregungspotential bieten. Dies könnte im Zusammenhang mit mathematikbezogenen Problemstellungen durch hinreichend offene Arbeitsaufträge zu erreichen versucht werden.

„Lernen im sozialen Kontext“ kann jedoch neben der Wahl bestimmter Sozialformen im Unterricht auch noch eine andere Bedeutung haben, die in den Begriffen „angehende Enkulturation“ und „Expertengemeinschaft“, die Reinmann-Rothmeier und Mandl verwenden, anklingt: Gerade im Mathematikunterricht scheinen gesellschaftsbezogene Aspekte mathematischen Wissens eher selten in den Blick genommen zu werden. Solche gesellschaftsbezogene Aspekte sind etwa die Rolle der Wissenschaft Mathematik im Kreise anderer Disziplinen und verschiedener Anwendungsbezüge, aber auch Vorstellungen vom wissenschaftsgesellschaftlichen „Funktionieren“ der mathematischen Fach-Community und Komponenten mathematischer Fachpraxis. „Angehende Enkulturation“ der Lernenden ist insofern auch als der Aufbau eines tragfähigen Bestandes an Wissen über Mathematik zu verstehen. Solches Wissen kann im Austausch mit Vertretern der Disziplin Mathematik, beispielsweise mit den Lehrerinnen und Lehrern, aber darüber hinaus auch anhand von geeigneten Materialien erworben werden.

3.2.5 Leitlinie 5: Mit instruktionaler Unterstützung lernen

Zur Vermeidung von Überforderung und ineffektiven Lernprozessen sollten in problemorientierten Lernumgebungen zu den bloßen Lernangeboten, die eigenständiges Lernen ermöglichen, instruktionale Hilfsgerüste für komplexe Situationen hinzutreten. Diese Hilfen sollten dazu dienen,

- die Lernenden anzuleiten
- sie bei Problemen gezielt zu unterstützen
- bei der Bereitstellung und dem Erwerb von Wissen zu helfen, das zur Bearbeitung von Problemen erforderlich ist.

Einen Anhaltspunkt für die Vermeidung von Überforderungssituationen kann beispielsweise die „cognitive load theory“ bieten (Sweller, 1988, 1994; Kirschner, 2002). Im Sinne einer Reduzierung des „extraneous cognitive load“ können Elemente der Anleitung dazu dienen, dass kognitive Ressourcen nicht durch wissensaufbaufernde Aktivitäten und Aufmerksamkeitsprozesse gebunden werden.

Für die Konzeption instruktionaler Hilfsgerüste und unterstützender Elemente der Anleitung in Lernumgebungen im Mathematikunterricht ist zu überlegen, welche Ursachen mögliche Erscheinungen von Überforderung und ineffektiver Lernprozesse haben können. Dies muss in Abhängigkeit von den behandelten Inhalten, den angestrebten Zielen und den Randbedingungen der jeweiligen Lernumgebung untersucht werden. Im Hinblick auf die prinzipiell individuell verschiedenen Konstruktionsleistungen und damit unterschiedlichen Bedürfnisse nach Anleitung ist auf eine ausreichende Adaptivität nutzbarer Hilfen und instruktionaler Vorgaben zu achten. Eine Möglichkeit in diesem Zusammenhang bieten zusätzliche, optionale Anlei-

tungen, die der Orientierung dienen und abgestufte instruktionale Elemente. Eine konkrete Konzeption eines instruktionalen Hilfsgerüsts wird in Abschnitt 7.5.4.9 dargestellt.

3.2.6 Zusammenfassung und Bemerkungen

Die fünf Leitlinien für problemorientierten Unterricht von Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) spannen gleichsam einen pädagogischen Entscheidungsraum auf, der der Konzeption von Lernumgebungen zugrunde gelegt werden kann. Die Formulierung von Zielen kann zusätzlich der Einschätzung und Bewertung von Lernarrangements dienen. Die Merkmale der Situiertheit und Authentizität, der Multikontextualität und der Multiperspektivität des Lernens, sowie die Merkmale des Lernens im sozialen Kontext und der Verfügbarkeit instruktionaler Unterstützung als Qualitätsmerkmale von Lernumgebungen werden herausgearbeitet. Zusammen machen diese Merkmale nach Reinmann-Rothmeier und Mandl einen problemorientierten Unterricht aus.

Auch auf der Basis weniger gemäßigter konstruktivistischer Positionen spielt die Orientierung an Problemen übrigens eine wichtige Rolle für die Gestaltung von Lernumgebungen. So plädieren Wheatley (1993) und Jakubowski (1993) für ein „Problem-Centered Learning“ im Mathematikunterricht. Wheatley (1993) unterscheidet für die praktische Gestaltung von Lernumgebungen des problemzentrierten Lernens die drei Komponenten „Task“, „Groups“ und „Sharing“: Ausgehend von Problemstellungen mit einem relativ hohem Anforderungsgrad („Task“) werden wichtige Teile des Problemlöseprozesses kooperativ in Kleingruppen geleistet („Groups“). Danach werden die Aushandlungsprozesse von Vorschlägen zur Problemlösung im Klassenplenum diskutiert und so Austauschprozesse in einem größeren Rahmen initiiert („Sharing“). Während die Arbeit in Kleingruppen als zentrales Element gesehen wird, scheinen instruktionale Hilfsstrukturen innerhalb dieser Lernumgebungen jedoch eine untergeordnete Rolle zu spielen. Dieses Element könnte in der Konzeption von Wheatley (1993) noch stärker berücksichtigt werden.

In konstruktivistisch orientierten Lernumgebungen kommt den Sozialformen der Gruppen- und Partnerarbeit und kooperativen Lernformen oft besondere Bedeutung zu. Aus diesem Grund werden zu diesem Aspekt im Folgenden noch ergänzende Betrachtungen angestellt.

3.3 Gruppen- und Partnerarbeit als Bestandteil konstruktivistisch orientierter Lernumgebungen

Linn und Burbules (1993) beobachten in einer Studie zum Physikunterricht Wechselwirkungen zwischen der individuellen Konstruktion von Wissen und der Interaktion zwischen den Mitgliedern von Lerngruppen. Linn und Burbules nehmen dabei eine kritische Position ein und lehnen verallgemeinernde, optimistische Auffassungen über den Nutzen der Gruppenarbeit ab, wie sie etwa auch von Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001, S. 628) geäußert werden: „Gemeinsames Lernen und Arbeiten von Lernenden und Experten im Rahmen situierter Problemstellungen sollte Bestandteil möglichst vieler Lernphasen sein.“

Demgegenüber gehen Linn und Burbules (1993) davon aus, dass Gruppen- oder Partnerarbeit sich unter ungünstigen Bedingungen auch negativ auf Lern- bzw. Arbeitsprozesse auswirken kann. So konnten Linn und Burbules beobachten, dass produktive Problemlöseprozesse durch

Stereotypen im gruppenbezogenen Verhalten von Schülerinnen und Schülern negativ beeinflusst werden (vgl. auch Linn, 1991).

Der allgemeine Befund, dass die Lernenden oft die erste gefundene Idee bevorzugten, statt mehrere Lösungs- oder Erklärungsansätze zu generieren und danach den besten auszuwählen, scheint beispielsweise die optimistische Erwartung zu widerlegen, dass in Gruppen verschiedene Subjekte durch ihre jeweils individuell variierenden Konstrukte eine Vielfalt von Lösungsideen hervorbringen und nutzen. Dieses Ergebnis kann als Folgeerscheinung von Einschränkungen im präadoleszenten wissenschaftlichen Denken interpretiert werden, die sich beispielsweise darin äußern, dass Hypothesen früh angenommen werden, auch wenn Alternativerklärungen noch nicht ausgeschlossen sind (vgl. Kuhn, 1989; Bullock & Ziegler, 1994; Dunbar & Klahr, 1989; Tschirigi, 1980; Thomas, 1997).

Einschränkungen im präadoleszenten wissenschaftlichen Denken, wie sie von den oben genannten Autoren für einzelne Probanden gefunden wurden, scheinen also durch die Kooperation in Gruppenarbeit nicht kompensiert zu werden. Diese Folgerung wird auch von weiteren Beobachtungen von Linn und Burbules (1993) unterstützt, nach denen in den Lerngruppen Evidenz in Form von Versuchsergebnissen fehlinterpretiert wurde und im Falle des Auftretens von Widersprüchen eher auf Alltagswissen aufgebaut wurde, als zu versuchen, durch eine Modifizierung der in der Lerngruppe geäußerten eigenen Annahmen Konfliktfreiheit mit der Evidenz zu suchen. Für die beobachtete Gruppenarbeit stellten Linn und Burbules fest, dass Schülerinnen und Schüler in der Gruppe zusätzlich oft in einer Art „Lernvermeidungshaltung“ bestärkt wurden. Strategien für effektive themenbezogene Diskussionsprozesse im Sinne eines sachangemessenen wissenschaftlichen Grundmodells und eines darauf bezogenen diskursiven Gedankenaustauschs fehlten.

Weiter wurde beobachtet, dass oft die Lösungsidee der Schülerin oder des Schülers mit dem größten sozialen Status innerhalb der Gruppe ohne ausreichende Prüfung bevorzugt wurde. Dies wurde als Beleg für „implizite Prinzipien“ der Gruppe gewertet, nach denen konstruktivistisches „making sense“ sich oft Verhaltensweisen unterordnet, die Konformität zu Erwartungen der Gruppe suchen.

Auch Wheatley (1993) findet innerhalb der Gruppenarbeit Belege für Nebenprozesse, die sich eher unproduktiv bis kontraproduktiv auf den Wissensaufbau in der Lerngruppe auswirken. Im Vordergrund der Untersuchung von Wheatley stehen die Prozesse des Aushandelns („negotiation“) zwischen Lernenden der Mittelstufe im Fach Mathematik im Rahmen eines Förderprogramms. In den in der Studie beobachteten Aushandlungsprozessen spielten keineswegs nur themenbezogene Aspekte eine Rolle. Festgestellt wurden vielmehr auch Verhaltensweisen der folgenden Art, die den gemeinsamen Aufbau von Wissen und von Verständnis behindern oder sogar unmöglich machen können (Wheatley, 1993, S. 132):

- Signalisieren von Zustimmung, ohne überzeugt zu sein,
- Zu beurteilen versuchen, wie sicher sich die andere Person ist,
- Verweisen auf eine Autorität wie zum Beispiel die der Lehrperson oder Übernehmen der Antwort einer als kompetent eingeschätzten Mitschülerin oder eines als kompetent eingeschätzten Mitschülers
- Befolgen von Regeln, ohne deren Bedeutung zu verstehen
- Einen Standpunkt einnehmen, ohne ihn zu begründen
- Mehrere (nicht vereinbare) Erklärungsmethoden für korrekt befinden
- Herausfordern anderer Personen nach deren Sprachgebrauch statt nach dem Inhalt ihrer Aussage als Ablenkungstaktik
- Sich weigern, den Argumenten anderer zuzuhören.

Das Auftreten solcher für Lernprozesse eher hinderlichen Erscheinungsformen von Interaktionen der Lernenden kann durch die Konzeption von Gruppen- oder Partnerarbeit vermutlich

nicht völlig ausgeschlossen werden. Dies liegt nicht zuletzt daran, dass Vorgänge in Lerngruppen allgemein nur schwer zu steuern sind.

Die hohe Komplexität, die soziale, kommunikative und psychologische Prozesse in Lerngruppen oft kennzeichnet, stellt ein generelles Problem dar, wollte man Lernprozesse, die innerhalb von Gruppenarbeit ablaufen, genau beschreiben (vgl. z.B. Sader, 1991) oder sogar determinieren. Beispielsweise können sich Asymmetrien im Austausch von Informationen, Konformitätsdruck oder bestimmte Gruppenprozesse in sehr unterschiedlicher Weise auf den Vorgang des Lernens der Gruppenmitglieder auswirken.

Für die Gestaltung der Angebote und des organisatorischen Rahmens von Lernumgebungen wird dies bedeuten, dass Störungen und ineffektives Lernen grundsätzlich nicht mit völliger Sicherheit vermieden werden können. Gleichwohl stellt sich die Frage, unter welchen Bedingungen erwünschte themenbezogene Aushandlungs- und Lernprozesse der Lernenden besonders gefördert werden können.

Eine Möglichkeit, erwünschte kooperative Lernprozesse zu fördern, besteht darin, auf die Voraussetzungen der Lernenden möglichst gut abgestimmte instruktionale Hilfsstrukturen in die Lernumgebung zu integrieren. Auch Linn und Burbules (1993) kommen in ihrer Analyse zu dem Ergebnis, dass Konzeptionen von Gruppenarbeit jeweils hinsichtlich der Art des aufzubauenden Wissens und der zu erwerbenden Fertigkeiten, sowie hinsichtlich ihres Zuschnitts auf die jeweilige Lerngruppe zu untersuchen und zu bewerten sind. Bei dieser Suche nach optimalen Lernumgebungen für effektives Lernen in der Gruppe lehnen Linn und Burbules Elemente der Instruktion nicht ab, sondern betrachten sie in Abhängigkeit von den angestrebten Lernergebnissen als wichtige Komponente effektiven Lernens.

Als Lernumgebung, in der keine ausführlichen instruktionalen Hilfen notwendig sind, nennen Linn und Burbules beispielsweise ein ungeführtes Arbeiten in der Gruppe in stark motivierenden Situationen mit offenem Ausgang. In solchen Lernumgebungen kann nach Linn und Burbules damit gerechnet werden, dass themenbezogene Zusammenarbeit und Wissensaufbau begünstigt werden. Auch das Sammeln von Ideen im Sinne des „Brainstorming“ ist auch ohne ausdifferenziertes Instruktionsgerüst zu den effektiven Gruppenprozessen zu rechnen.

Andererseits erscheint für Lernaufgaben, die durch einen höheren Grad an Komplexität und geringeres Motivationspotential gekennzeichnet sind, ein Mehr an Anleitung erforderlich, um effektive Lernprozesse optimal fördern zu können. Arbeitstechniken in der Gruppe, die ein Zusammenwirken der Gruppenmitglieder in kooperativen Lern- und Arbeitssituationen zur Bewältigung solcher anspruchsvollerer Lernaufgaben unterstützen können, dürften bei Schülerinnen und Schülern, die es nicht gewohnt sind, in Gruppen- und Partnerarbeit zu lernen, häufig nur unzureichend verfügbar sein. Strukturierende instruktionale Elemente scheinen also auch dazu dienen zu können, mit kooperativem Arbeiten wenig vertraute Lernende in der Gruppen- und Partnerarbeit dabei zu unterstützen, ineffektive Prozesse beim Lernen zu vermeiden.

Wie bereits in Abschnitt 3.2 angesprochen, sehen auch Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) die Notwendigkeit unterstützender Maßnahmen, damit die Vorteile von kooperativen Lernarrangements zum Tragen kommen können. Diese Maßnahmen zielen einerseits auf einen geeigneten organisatorischen Rahmen und die Aufgabenwahl. Andererseits sollen motivationale Faktoren wie die Anreizstruktur der Aufgabenstellung oder die Bereitschaft der Individuen berücksichtigt werden, in der Gruppe mitzuarbeiten und an themenbezogenen Kommunikationsprozessen teilzunehmen. Weiter sollte auch der kognitive Orientierungsstil der Schülerinnen und Schüler beachtet werden: In Anlehnung an Huber (1996) geben Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) zu bedenken, dass „gewissheitsorientierte Personen“, d.h. solche, die von Ungewissheit geprägte, konfliktreiche Situationen meiden, in kooperativen Lernumgebungen weniger gut lernen als in instruktional dominiertem, traditionellem Unter-

richt. Demgegenüber kommen „ungewissheitsorientierte Lerner“ mit kooperativem Lernen weitaus besser zurecht. Ähnlich strukturiert ist ein „ATI (Aptitude Treatment Interaction)-Effekt“, auf den Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) hinweisen: Lernende mit niedrigen Lernvoraussetzungen profitieren demnach in erster Linie von stark strukturierter Kleingruppenarbeit, während Lernende mit hohen Lernvoraussetzungen unter gering strukturierten Lernbedingungen in der Gruppenarbeit hohe Lernleistungen erzielen (vgl. Springer, Stanne & Donovan, 1999; Corno & Snow, 1986).

Auch nach Cohen (1993) stellt das Vorhandensein instruktionaler Unterstützung in der Lernumgebung eine Voraussetzung für intensive themenbezogene Kooperation und Kommunikation in Lerngruppen dar.

Werden Strukturen instruktionaler Anleitung in der Lernumgebung als Hilfsgerüst bereitgestellt, ohne Lern- und Arbeitsprozesse in ihrem Ablauf völlig zu determinieren, d.h. ohne die Lernenden in ihrem Handeln zwangsläufig festzulegen, so besteht die Hoffnung, Schülerinnen und Schüler mit hohen und niedrigen Lernvoraussetzungen gleichermaßen fördern zu können und auch auf die Bedürfnisse von gewissheitsorientierten Lernenden in Partner- bzw. Gruppenarbeit ein Stück weit eingehen zu können.

Neben Unterschieden bei den in der Lerngruppe durchzuführenden Aktivitäten und der Verfügbarkeit instruktionaler Hilfsgerüste spielen auch andere Rahmenvariablen, wie etwa die Zahl der Gruppenmitglieder, eine Rolle: Linn und Burbules (1993) empfehlen Kleingruppen aus zwei Lernenden, um die Wahrscheinlichkeit wirklicher Teilhabe am Lernprozess für jede Schülerin bzw. jeden Schüler zu erhöhen. Eine Möglichkeit, die Aktivität aller Lerngruppenmitglieder zu fördern, scheint auch darin zu bestehen, beispielsweise in Form von Zusammenfassungen der Lernergebnisse oder Präsentationen von allen Lernenden zu fordern, Rechenschaft über die kooperativ erzielten Lernleistungen ablegen zu können. So bietet sich etwa das Erstellen eines Produkts, wie beispielsweise einer schriftlichen Ausarbeitung (vgl. den folgenden Abschnitt 3.4), an, um dieses Ziel der Ergebnisorientierung des kooperativen Lernprozesses für die einzelnen Lernenden deutlicher werden zu lassen. Insofern dürfte auch der Bewertung der Lernleistung eine wesentliche Rolle zukommen.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass nicht zuletzt auch aufgrund der Unterschiedlichkeit der Individuen, die in Gruppen- bzw. Partnerarbeit interagieren, negative Effekte wie ineffektive Lernprozesse prinzipiell nicht ausgeschlossen werden können. Um verständnisvolles Lernen möglichst gut zu fördern, kommt den Einzelheiten des Designs der Lernumgebung offenbar eine große Bedeutung zu. Eine für kooperatives Lernen konzipierte Lernumgebung sollte insgesamt

- möglichst gut auf Vorwissen, Interessen und motivationale Dispositionen der Lernerndenteams zugeschnitten sein und gleichzeitig eine hinreichende Adaptivität an die jeweiligen Lernbedürfnisse der einzelnen Schülerinnen und Schüler aufweisen, um intersubjektiven Unterschieden zwischen den Lernenden Rechnung zu tragen,
- unterrichtsmethodisch an die Lerninhalte der Lernumgebung angepasst sein,
- instruktionale Elemente als Hilfen für die Lerngruppe bereithalten,
- zu intensiven themenbezogenen, diskursiven Austauschprozessen in der Lerngruppe anregen, um auch durch argumentative und kognitiv aktivierende Diskussionsprozesse zum effektiven Wissensaufbau beizutragen und
- möglichst allen Mitgliedern der Gruppe bis hin zum Darstellen von Lernergebnissen eine aktive Rolle im Lernprozess geben.

3.4 Schriftliches Arbeiten und textliche Eigenproduktionen in konstruktivistisch ausgerichteten Lernumgebungen

Wie in Kapitel 2 erläutert wurde, besteht ein charakteristisches Merkmal konstruktivistisch ausgerichteter Lernumgebungen darin, dass bei der Evaluation von Lernleistungen weniger das Vergleichen von Lernergebnissen im Vordergrund steht, sondern eher ein Einschätzen der Qualität individueller Lernprozesse. Aus diesem Grund spielt ein Darstellen von Lernprozessen und Lernergebnissen durch die Lernenden in einer Reihe von Vorschlägen zur Gestaltung konstruktivistisch orientierter Lernumgebungen eine wesentliche Rolle. Für dieses Darstellen wird oft eine schriftliche Form vorgeschlagen. Über Zwecke der Evaluation hinaus erwähnen einige Autoren auch eine Steigerung in der Qualität der Lernprozesse, die mit der Aufgabe des schriftlichen Formulierens und textlichen Produzierens durch die Lernenden einhergeht. Aus diesem Grund werden in diesem Abschnitt Implikationen des gemäßigt-konstruktivistischen Lernmodells für den Bereich unterrichtsmethodischer Gestaltungsmerkmale von Lernumgebungen erörtert, die textliches Produzieren der Schülerinnen und Schüler einschließen. Ausgehend von diesen Implikationen werden Verbindungen zu didaktischen Erkenntnissen über textliches Produzieren im Mathematikunterricht gezogen. Aus dieser Perspektive wird auch beschrieben, inwiefern Verbesserungen in der Elaboriertheit aufgebauten mathematikbezogenen Wissens durch das Schreiben über die eigenen Lernergebnisse erwartet werden könnten.

In den vorangegangenen Kapiteln wurde dargelegt, dass verständnisvolles Lernen (Weinert, 1996; Baumert & Köller, 2000; Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001) einen aktiven Wissensaufbauprozess darstellt, in dem verschiedene Kontexte und Perspektiven von den Individuen in einem sozialen Bezug zur Konstruktion von Wissen herangezogen werden. Insbesondere problemorientierte Lernumgebungen versprechen, verständnisvolles Lernen in besonderer Weise zu fördern. Für den Lernprozess übernehmen die Lernenden in problemorientierten Lernumgebungen eine höhere eigene Verantwortung als etwa in gegenstandszentrierten Lernumgebungen. Die Bewusstheit über die eigenen Lernergebnisse einerseits und das Darstellen des eigenen Lernprozesses andererseits gewinnen an Bedeutung (vgl. auch Abschnitt 3.1). Ein schriftliches Darstellen der eigenen Lernergebnisse durch die Lernenden bietet für diese beiden Aspekte die Möglichkeit, sich das aufgebaute Wissen bewusst zu machen und Lernprozesse bzw. Lernfortschritte zu evaluieren. Aus diesem Grunde bietet es sich an, Methoden des textlichen Produzierens durch die Lernenden in Lernumgebungen zu integrieren.

Verschiedene Unterrichtsmethoden, in denen das Verschriftlichen von Lernergebnissen eine Rolle spielt, werden von konstruktivistisch ausgerichteten Didaktikern als Bestandteile von Lernumgebungen vorgeschlagen: Jakubowski (1993) spricht etwa im Zusammenhang mit Phasen der Reflektion, die mit der Vorbereitung von Präsentationen oder schriftlichen Ausarbeitungen verbunden sind, eine gesteigerte Aufmerksamkeit der Lernenden für die eigenen Denkprozesse an. Dadurch, dass Konstrukte kommunizierbar gemacht werden müssen und die Erwartungen der Adressaten in die Erstellung des schriftlichen Produkts oder der Präsentation mit einbezogen werden müssen, entsteht ein Anlass für die Lernenden, die Tragfähigkeit der eigenen Konstrukte in einem inneren Kommunikationsprozess zu prüfen, und das aufgebaute Wissen nötigenfalls noch zu verfeinern oder zu vertiefen.

Ein derartiger Effekt der Vertiefung des Gelernten erscheint auch deswegen plausibel, weil die Lernenden für die Textproduktionen eine sprachliche Repräsentation für aufgebaute Konstrukte erarbeiten müssen, die in dieser Form bei den Lernenden unter Umständen noch nicht vorhanden ist. Dieser Transformationsprozess von Wissen stellt also oft eine Erweiterung des zu dem Inhaltsbereich verfügbaren Wissens dar und könnte bereits aus diesem Grund eine Verfestigung des Gelernten zur Folge haben.

Kommunikations- und Aushandlungsprozesse zur Erstellung schriftlicher Darstellungen und im Zusammenhang mit deren Präsentation dürften diese Wirkung noch weiter verstärken. So bespricht Gallagher (1993) verschiedene Techniken schriftlichen Arbeitens im naturwissenschaftlichen Unterricht aus konstruktivistischer Perspektive. Er bescheinigt der Gruppenarbeit ein besonderes Lernpotential, sofern sie mit „group writing“ kombiniert ist:

„Group work becomes even more powerful in helping students with sense-making when it is coupled with group writing (when students in groups are required to prepare one written answer to questions that challenge their understanding of an idea).“ (Gallagher, 1993, S. 186f)

Dieses fragenbasierte textliche Arbeiten kann nach Gallagher durch die Technik des graphischen „concept mapping“ (oft auch mit „mind mapping“ bezeichnet) unterstützt werden. Beim „concept mapping“ stellt die Lerngruppe Beziehungen zwischen mathematischen Begriffen und Wissen, das die Lernenden damit verbinden, in einem Schaubild dar. Eine weitere derartige Technik zur Unterstützung von „group writing“ stellt nach Gallagher auch das „individual writing“ dar, das durch Aufgaben, die in in der Gruppe bearbeitet werden, unterstützt wird. Ähnlich wie Jakubowski (1993) sieht Gallagher (1993) bei der Verschriftlichung eine Vertiefung des Lernens, wobei Gallagher die Eigenaktivität der Lerngruppe stärker betont.

Ein didaktischer Ansatz zu Textproduktionen im Mathematikunterricht, der seinem Charakter nach einer konstruktivistischen Auffassung vom Lernen und Lehren zuzuordnen ist, kommt von Gallin und Ruf (1993, 1998) (vgl. auch Ruf & Gallin, 1999a, 1999b). Gallin und Ruf stellen Lernumgebungen vor, in denen die Schülerinnen und Schüler ihre Vorstellungen zu mathematischen Inhalten, ihre „Lernwege“, d.h. ihre Lernprozesse und ihre Lernergebnisse schriftlich in Form von Texten darstellen, die in so genannten „Reisetagebüchern“ gesammelt werden. Ziele des textlichen Produzierens sind der Aufbau eines persönlichen Bezugs zu den mathematischen Inhalten, ein Reflektieren über das eigene Lernen und das selbsttätig aufgebaute Wissen. Textliches Arbeiten wurde im Grundschulbereich auch von Selter (1994) eingesetzt, der im Zusammenhang damit von „textlichen Eigenproduktionen“ der Schülerinnen und Schüler spricht. Selter charakterisiert textliche Eigenproduktionen als schriftliche Darstellungen eigener Rechenideen und Vorstellungen der Lernenden. In textlichen Eigenproduktionen legen die Schülerinnen und Schüler also Wissen zu einem bestimmten mathematischen Inhaltsbereich in Form ihrer subjektiven Konstrukte schriftlich nieder. In den Konstruktionsprozess, der zu den Eigenproduktionen führt, können die Schülerinnen und Schüler auf der Basis ihres Vorwissens und früher gewonnener Vorstellungen, sowie im Austausch mit anderen Schülerinnen bzw. Schülern einer Lerngruppe Gelerntes einbringen und so auch neues Wissen aufbauen.

Durch die schriftliche Fixierung dieses Wissens wird der Prozess des Denkens und Sprechens nämlich noch einmal verlangsamt, was die Bewusstheit und die Verantwortung für das Geschriebene erhöht (Maier, 1998). Zusätzlich verleiht nach Pimm (1987) „das Schreiben dem Denken einen besser fassbaren Ausdruck als das Sprechen“, da die Ideen präziser dargestellt werden müssen. Einerseits können bereits beim schriftlichen Formulieren Fragen aufgeworfen werden, die die Lernenden durch eine vertiefte Beschäftigung mit den Lerninhalten beantworten müssen. Andererseits führt die zeitlich überdauernde Fixierung und Verfügbarkeit des Geschriebenen dazu, dass auf eine andere Weise über die betreffenden Inhalte nachgedacht werden kann.

Nach Swinson (1992) kommt dem Schreiben auch dadurch eine wichtige Kontrollfunktion zu, dass Dritte, beispielsweise Lehrerinnen oder Lehrer, die Möglichkeit haben, das Vorverständnis zu mathematischen Begriffen und Sachverhalten aufzudecken und Fehlvorstellungen zu korrigieren, bevor auf dieser Grundlage neues mathematisches Wissen aufgebaut wird. In jedem Falle bieten textliche Eigenproduktionen die Möglichkeit, einen gründlichen Einblick in den momentanen Stand des Wissens und Verstehens der Schülerinnen und Schüler zu ge-

winnen (Morgan, 2001; Maier, 2000). In der Terminologie von Gallin und Ruf (1993, 1998) sind textliche Eigenproduktionen als Zeugnisse des momentanen Standes im Entwicklungsprozess von der singulären Sprache des Verstehens hin zur regulären Sprache des Verstandenen aufzufassen und können als solche Aufschluss über individuelle Lernprozesse geben. Insofern stellt das Produzieren von Texten durch die Lernenden nicht nur ein Lernangebot dar, sondern kann auch von den Lehrenden gleichsam als Diagnoseinstrument genutzt werden (vgl. auch Kuntze, 2005e).

Für die Unterrichtspraxis gibt es ein breites Spektrum möglicher Schreibanlässe und Lernumgebungen, in denen Textproduktionen von Schülerinnen und Schülern teilweise unterschiedlichen Funktionen dienen sollen (vgl. Kuntze & Prediger, 2005). Diese Ansätze, die im Rahmen dieser Arbeit nicht vorgestellt werden können, beinhalten meist die oben beschriebene Zielsetzung, mathematikbezogenen Wissensaufbau zu intensivieren, zu vertiefen und durch ein zusätzliches Vernetzen von Wissen seine Anwendbarkeit zu fördern.

Zur Verdeutlichung nur eines Gesichtspunkts, der im Zusammenhang mit verschiedenen Lernumgebungen eine Rolle spielen kann, sei an dieser Stelle noch auf den möglichen Unterschied zwischen dem Schreiben über *Lernergebnisse* und dem Schreiben über eigene *Lernprozesse* eingegangen. Beiden Aspekten gemein ist eine gewisse Metaperspektive zum aufgebauten Wissen bzw. zum Verlauf des Wissensaufbaus. Aus einem gemäßigt-konstruktivistisch orientierten Blickwinkel des situierten Lernens heraus erscheint eine Betonung dieser Unterscheidung jedoch als nicht wesentlich: Kontextgebunden aufgebautes Wissen umfasst zunächst nämlich auch das Wissen über den Lernprozess. Durch multikontextuelles und multiperspektivisches Lernen wird schließlich eine Übertragbarkeit des Gelernten unterstützt. Auf diesem Niveau wird der Aufbau einer metaperspektivischen Betrachtungsweise zu dem Gelernten in der Regel bereits geleistet sein: Er ist offenbar als Voraussetzung für die Übertragbarkeit des aufgebauten Wissens anzusehen. Aus diesem Grund werden die Tätigkeiten des Schreibens über eigene Lernergebnisse und des Schreibens über eigene Lernprozesse als zwei verschiedene Nuancen eines gemeinsamen Bereichs des textlichen Produzierens angesehen. Wesentliches Merkmal dieses Bereichs ist die Metaperspektive zu den mathematikbezogenen Inhalten, die die Lernenden einnehmen.

Fasst man die Gedanken dieses Abschnitts zusammen, so zeichnet sich in der angesprochenen Literatur ein Konsens ab, dass inhaltsbezogenes textliches Produzieren der Lernenden auch im Mathematikunterricht als geeignet angesehen wird, individuelle Lernprozesse zu vertiefen. Außerdem können darstellende Textproduktionen dazu dienen, Lernergebnisse zu evaluieren. Aus diesem Grund empfiehlt sich das Erarbeiten von Texten, in denen die Schülerinnen und Schüler ihre Lernergebnisse zu einem mathematischen Inhaltsbereich und gegebenenfalls auch eigene Lernprozesse darstellen, als Gestaltungselement für problemorientierte Lernumgebungen.

Beispiele für Konzeptionen problemorientierter Lernumgebungen, in denen auch das Produzieren von Texten eine Rolle spielen kann, werden in den beiden folgenden Kapiteln vorgestellt.

3.5 Zusammenfassung

In den ersten drei Kapiteln dieser Arbeit wurde ausgeführt, dass es unter den Bedingungen des in Deutschland dominierenden frangend-entwickelnden Unterrichtsverfahrens Verbesserungspotentiale bei der Förderung verständnisvollen Lernens (Baumert & Köller, 2000) gibt. Im Rahmen der auch von Baumert und Köller vertretenen gemäßigt-konstruktivistischen

Sichtweise formulieren Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) auf die Unterrichtspraxis gerichtete Leitlinien für problemorientierte Lernumgebungen, die im Mathematikunterricht zur Förderung verständnisvoller Lernprozesse herangezogen werden können. Kooperatives Arbeiten und das schriftliche Verbalisieren mathematikbezogenen Wissens durch die Lernenden kann im Rahmen dieser Leitlinien zur Unterstützung verständnisvoller Lernprozesse genutzt werden. Auf der Basis dieser Überlegungen werden in den folgenden Kapiteln Vorschläge für die Konzeption konkreter Lernumgebungen diskutiert.

4 Lernen anhand von Rohmaterialien: Die Fallstudienmethode und ihre Übertragung auf den Mathematikunterricht

Ausgehend von empirischen Befunden zu Schulleistungsdefiziten der deutschen Schülerinnen und Schüler und Hinweisen, dass verständnisvolles Lernen im Mathematikunterricht nicht optimal gefördert wird, wurden in den vorangegangenen Kapiteln gemäßigt-konstruktivistische Modellvorstellungen vom Lernen und Lehren vorgestellt. Aus diesen Modellvorstellungen konnten mit Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) Leitlinien für die Gestaltung problemorientierter Lernumgebungen abgeleitet werden.

In diesem Kapitel wird mit der Fallstudienmethode eine Lernumgebung vorgestellt, die diesen Leitlinien in hohem Maße entspricht. Erkenntnisse zu dieser Lernumgebung und ihren möglichen Gestaltungsmerkmalen werden im Folgenden diskutiert. Diese Gedanken bilden einen Hintergrund für die Konzeption der Themenstudienmethode, die im folgenden Kapitel 5 besprochen wird. Darüber hinaus konnten sich auch die in Kapitel 6 beschriebenen Pilotstudien zur Themenstudienarbeit auf die in diesem Kapitel beschriebenen Erfahrungen mit dem Einsatz von Fallstudien im Unterricht stützen.

Da die Fallstudienmethode als Lernumgebung zunächst im wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich eingesetzt und erst später auf den Mathematikunterricht übertragen wurde, enthält dieses Kapitel zunächst eine Darstellung zur Fallstudienmethode, die sich auf den wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen Unterricht bezieht (Abschnitt 4.1). In Abschnitt 4.2 folgt eine Diskussion der ETH-Fallstudien, wie sie von A. Gächter und K. Frey auch für den Mathematikunterricht konzipiert wurden.

4.1 Die Fallstudienmethode im wirtschafts-, rechts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich

Die so genannte Fallstudienmethode ist eine Lernumgebung im wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich, bei der die Lernenden einen konkreten, authentischen oder authentisch präsentierten Fall bearbeiten. Beispielsweise kann in einer realen Situation eine anstehende unternehmerische Entscheidung erforderlich sein, die die Lernenden auf der Basis von verfügbaren Materialien, Daten und Hintergrundwissen eigenständig erarbeiten sollen. Diese situierte Lernform wird meist unterstützt durch ein Angebot an authentischen oder authentisch gestalteten Materialien, die sich beispielsweise aus Ausschnitten aus Originalunterlagen zusammensetzen können. Ein solches Materialienangebot ist oft heterogen und multiperspektivisch angelegt.

Als Produkt der Fallbearbeitung wird oft eine schriftliche Ausarbeitung der Lernenden, die sogenannte Fallstudie, gefordert.

Mit dieser Lernumgebung ist die Erwartung verbunden, dass von den Lernenden aufgebautes Wissen anwendbarer ist und dass auch regelartiges Hintergrundwissen, das der Entscheidungsfindung zugrunde liegt, anhand der Fallbeispiele etwa durch Verallgemeinerung gelernt oder von den Lernenden recherchiert werden kann.

Die Fallstudienmethode ist eine rohmaterialiengestützte Lernumgebung. Unter *Rohmaterialien* werden hier und im Folgenden Materialien verstanden, die Merkmale authentischer Kontexte tragen und nach ihrer äußeren Form nicht lehrbuchartig aufbereitet sind. Rohmaterialien können Auszüge aus Originalquellen sein, die mehr oder weniger relevante Informationen zu einem Teilaspekt einer Fragestellung oder zu einem Teilaspekt eines Inhaltsbereichs enthalten. Rohmaterialien können auch eigens für eine Lernumgebung verfasste Dokumente sein, die jedoch nach ihrem Inhalt und nach ihrer äußeren Form Auszügen aus Originalquellen ähnlich sein und Merkmale eines situativen Kontexts tragen sollen.

Varianten der Fallstudienmethode, die im Laufe der Zeit im wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich entwickelt wurden, werden im folgenden Abschnitt 4.1.1 überblicksartig vorgestellt. In Abschnitt 4.1.2 wird kurz erörtert, inwiefern die Fallstudienmethode unter dem Blickwinkel der Leitlinien von Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) als problemorientierte Lernumgebung anzusehen ist. Zur Orientierung werden in Abschnitt 4.1.3 die theoretischen Grundlagen, auf die sich die Fallstudiendidaktik (Kaiser, 1983a) stützte, und mit der Fallstudienmethode verfolgte Ziele angesprochen. Dabei wird deutlich werden, dass auch auf dieser Ebene gewisse Parallelen zu Zielvorstellungen der Förderung verständnisvollen Lernens im Mathematikunterricht bestehen.

Informationen zu Möglichkeiten der konkreten Ausgestaltung der Fallstudienmethode, wie sie für den wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich geäußert wurden, gibt Abschnitt 4.1.4. Diese Vorschläge sind für die Konzeption der Themenstudienarbeit (vgl. Kapitel 5) von Bedeutung. Grenzen, die für die Fallstudienmethode gesehen werden und Schwierigkeiten im Zusammenhang mit dieser Lernumgebung werden in Abschnitt 4.1.5 angesprochen. Kurze zusammenfassende Bemerkungen zur Fallstudienmethode im wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen Bereich enthält Abschnitt 4.1.6.

4.1.1 Die Entwicklung der Fallstudienmethode/Fallmethode (case study method) im wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen Bereich - verschiedene Konzeptionen

Die Fallstudienmethode bzw. Fallmethode ("case study method" / "case method") nahm ihren Ausgang von der Graduate School of Business Administration der Harvard University in Boston. Seit der Gründung der Harvard Business School 1908 wurde die Fallmethode als vorherrschende Lehrmethode in der Ausbildung der Studenten eingesetzt (Kaiser, 1973; Schmidt, 1958). Orientiert an der traditionellen Kasuistik, wie sie in der rechtswissenschaftlichen Lehre eingesetzt wird, wurden konkrete Fälle aus dem Wirtschaftsleben behandelt. Zunächst wurden Unternehmer und Betriebspraktiker eingeladen, um reale Fälle aus ihrem Berufsumfeld vorzustellen. Diese Fälle wurden unter Betonung verschiedener Unterrichtselemente bearbeitet: Zum Einsatz kamen vor allem Diskussionen von Studenten in Verbindung mit den Vorlesungsinhalten, Vorträge der Studenten, sowie schriftliche Ausarbeitungen zur Problematik des Falles und zu möglichen Lösungsvorschlägen.

Mit dem Beginn der 30er Jahre wurde dieses Verfahren nach und nach durch schriftlich ausgearbeitete Fälle ersetzt. Die oft sehr umfangreichen Fallmaterialien wurden vom Lehrkörper der Harvard Business School zusammengetragen. Während andere amerikanische Universitä-

ten begannen, die Fallstudienmethode einzusetzen, entwickelte sich die "case study method" zur ausschließlichen Unterrichtsmethode an der Harvard Business School (Copeland, 1954). Die Fallstudienmethode wird daher auch gelegentlich als „Harvard-Methode“ bezeichnet. Unter anderem aufgrund ihrer Betonung des Analysierens von realitätsnahen Rohmaterialien und des Entscheidens erfreute sich die Fallstudienmethode auf dem Gebiet der Aus- und Weiterbildung von Führungskräften auch über die USA hinaus wachsender Beliebtheit (Schmidt, 1958).

Neben der Verbreitung der Fallstudienmethode in der Lehre im wirtschaftswissenschaftlichen Bereich gewann die Fallstudie als fester Bestandteil der Methodenlehre gerade innerhalb von Forschungskontexten der Sozial- und Erziehungswissenschaften sowie der Fachdidaktiken größere Bedeutung. Die Untersuchung von Einzelfällen als Ganzheit bietet Möglichkeiten, die andere Methoden nicht aufweisen (Kaiser, 1983a; Maurer, 1983). Für diese Arbeit steht dieser forschungsmethodische Bereich jedoch nicht im Vordergrund. Im Folgenden wird daher nur über den Einsatz der Fallstudie als Unterrichtsmethode gesprochen.

In der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts wurde die Fallstudienmethode in wirtschafts-, rechts- und gesellschaftswissenschaftlichen Unterrichtsfächern des Schulunterrichts eingesetzt und insbesondere von Kaiser untersucht (z.B. Kaiser, 1973, 1983b; Kaiser & Brettschneider, 1999; Schmidt, 1958). Kosiol (1957) und Kaiser (1973) definieren die Fallstudie, wie sie auch im Schulunterricht eingesetzt wird, als „methodische Entscheidungsübungen auf Grund selbständiger Gruppendiskussionen am realen Beispiel einer konkreten Situation“ (Kaiser, 1973, S. 39). Kaiser (1983a) spricht sogar von einer *Fallstudiendidaktik*, ein Begriff, den er mit dem Hinweis darauf rechtfertigt, dass es sich bei der Fallstudie gleichzeitig um eine Lehrmethode, eine Lernstrategie, um einen Lehrstoff und ein Medium handele.

Für den schulischen Einsatz diskutiert Kaiser (1983a) folgende, in der wirtschaftswissenschaftlichen Lehre zunächst für den universitären Bereich entwickelte Unterrichtsmethoden:

- Die "case-incident-method" (auch „incident-case-method“ (vgl. Stähli, 1992a)) zeichnet sich dadurch aus, dass den Lernenden zunächst nur wenige Informationen über einen Fall bekannt gegeben werden. Das selbständige Beschaffen von Informationen über den Fall und nötiges Fach- bzw. Hintergrundwissen soll in dieser Konzeption besonders trainiert werden. Zusätzlich soll diese Lernumgebung dadurch besonders realistisch auf spätere Situationen des Arbeitslebens vorbereiten. Diese Methode wurde zunächst am Massachusetts Institute of Technology, Boston, eingesetzt.
- Bei der "case-study-method" (bzw. der traditionellen „Harvard-Methode“) werden den Lernenden alle zur Bearbeitung des Falles nötigen Informationen und Materialien gegeben bzw. können von einem Diskussionsleiter erfragt oder angefordert werden. Die Problemfragen des Falles müssen von den Lernenden erst gefunden werden.
- In der "case-problem-method" finden die Teilnehmer neben dem vollständigen Informationsmaterial auch die Problemstellungen als gegeben vor. Hier bleibt mehr Zeit, sich auf die Lösung der gegebenen Probleme zu konzentrieren.
- Die "stated-problem-method" dient in erster Linie der Diskussion und Evaluation bereits erfolgter Entscheidungen. Neben dem Informationsmaterial erhalten die Lernenden die Beschreibung der in der Realität getroffenen Entscheidung(en).

Greift die Fallstudie eine aktuelle Entscheidungs- oder Konfliktsituation auf, bei der sich eine Einwirkungsmöglichkeit auf die reale Entscheidung ergibt, spricht Kaiser von „life cases“, die projektorientierten Unterrichtsformen (vgl. z.B. Frey, 1982) ähneln können.

Stähli (1992a) stellt zusätzlich die „Synergomètre-Methode“ vor, die in der Managementausbildung des INSEAD in Fontainebleau angewendet wurde. Ähnlich wie bei der „case-incident-method“ geht es bei dieser Realisierung fallgestützten Arbeitens schwerpunktmäßig um die Informationsbeschaffung. Bei der „Synergomètre-Methode“ werden die Informationen

zum Fall jedoch auf die ca. 70 Teilnehmenden verteilt. In Konkurrenz zueinander müssen dann zwei Teams über einen Informationsaustausch zu einer möglichst gut fundierten Entscheidung kommen. Eine Übertragung auf den Schulunterricht wäre auch für diese Methode prinzipiell denkbar.

Insgesamt zeigen sich bei diesen verschiedenen Realisierungsvorschlägen für die Fallstudienmethode verschiedene Gestaltungsdimensionen. Eine der Gestaltungsdimensionen betrifft die Frage, wie viel Informationsmaterial den Lernenden zur Verfügung gestellt wird und welchen Stellenwert die eigene Recherche der Lernenden hat. Eine andere Gestaltungsdimension ist mit der Entscheidung verbunden, ob den Lernenden eine konkrete Problemstellung bzw. Themenfrage gegeben wird. Eine dritte Gestaltungsdimension ergibt sich im Zusammenhang mit der methodischen Frage, ob die in der Realität getroffene Entscheidung bekannt gegeben und zur Diskussion gestellt wird. Bei diesen Entscheidungen der konkreten Gestaltung der Fallstudienmethode spielen Ziele, die mit dem Einsatz von Fallstudien verfolgt werden sollen, eine wesentliche Rolle. Diese Zielvorstellung fungieren teilweise auch als theoretische Grundlage der Fallstudiendidaktik nach Kaiser (1983a). Im Zusammenhang mit theoretischen Hintergründen und Zielsetzungen der Fallstudienmethode wird daher in den folgenden Abschnitten 4.1.2 und 4.1.3 einerseits dargelegt, dass die Fallstudienmethode ihrem Wesen nach starke Züge problemorientierter Lernumgebungen (Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001) tragen kann, andererseits wird verdeutlicht, dass die Fallstudienmethode zunächst nicht auf gemäßigt-konstruktivistische Weise theoretisch fundiert wurde. Dies ist ein Unterschied zu der im folgenden Kapitel 5 vorgestellten Themenstudienarbeit. Wie in Abschnitt 4.1.3 deutlich werden wird, stehen bei der Fallstudienmethode im wirtschaftswissenschaftlichen Bereich insbesondere Ansätze der Förderung von Entscheidungsfähigkeiten der Lernenden im Vordergrund.

4.1.2 Die Fallstudienmethode als problemorientierte Lernumgebung

In diesem Abschnitt wird überlegt, inwiefern die Fallstudienmethode den in Abschnitt 3.2 diskutierten Leitlinien für problemorientierte Lernumgebungen von Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) entspricht.

Die Fallstudienmethode kann den Lernenden Gelegenheiten bieten, situiert und anhand authentischer Probleme zu lernen (vgl. Abschnitt 3.2.1). Inhalte werden in dieser Lernumgebung nicht theoriegeleitet von Lehrenden dargestellt, sondern anhand authentischer, problemhaltiger Fallbeispiele von den Lernenden erkundet und ggf. auch recherchiert. Die zugrundeliegenden Situationsschilderungen stützen sich auf Rohmaterialien, die Unterlagen zu wirklichen Entscheidungssituationen ähneln.

Der Forderung nach einem Lernen in multiplen Kontexten (vgl. Abschnitt 3.2.2) entspricht die Fallstudienmethode in zweierlei Hinsicht. Einerseits entspricht es dem Konzept fallbasiereten Lernens, dass die Lernenden durch die Bearbeitung mehrerer Fälle generalisierbares Wissen aufbauen, das in den situativen Kontexten mehrerer Fälle verankerbar ist. Andererseits bietet die Fallstudienmethode auch die Möglichkeit, innerhalb der Materialien zu einem Fall vielfältige Kontexte anzusprechen. Beispielsweise könnte ein bestimmtes strukturelles Problem eines Unternehmens, das von den Lernenden betrachtet werden soll, sich in verschiedenen Bereichen äußern und dementsprechend durch jeweilige kontextbezogene Rohmaterialien repräsentiert werden. Die Lernenden könnten dann bereits beim Durcharbeiten der Materialien dieses Problem in vielfältigen Kontexten erkennen.

Für die Leitlinie des Lernens unter multiplen Perspektiven (vgl. Abschnitt 3.2.3) gilt ein ähnlicher Zusammenhang. Den Rohmaterialien liegen meist verschiedene Perspektiven auf die Problemstellung zugrunde. Beispielsweise beleuchten Rohmaterialien wie ein Zeitungsartikel über einen Konkurs, ein Auszug aus dem Zahlenwerk einer Unternehmensbilanz und ein Verhandlungsprotokoll der Unternehmensleitung mit Vertretern von Gläubigerbanken ein Problem aus verschiedenen Perspektiven. Diese verschiedenen Perspektiven sind in diesem Beispiel übrigens auch an jeweils unterschiedliche Kontexte angebunden.

Die Fallstudienmethode eröffnet außerdem eine Reihe von Möglichkeiten des Lernens in einem sozialen Kontext (vgl. Abschnitt 3.2.4). Das Spektrum reicht hier je nach Gestaltung der Fallstudienbearbeitung vom direkten Austausch mit Berufspraktikern bis hin zum Analysieren in den Rohmaterialien repräsentierter gesellschaftlicher Zusammenhänge und Wechselwirkungen. Der soziale Kontext des Lernens kann sich auch in unterrichtsmethodischer Hinsicht im Einsatz von Partner- oder Gruppenarbeit äußern (vgl. Abschnitt 3.3). Themenbezogene intersubjektive Aushandlungsprozesse können auch in Falldiskussionen im Klassenplenum stattfinden.

Das Ausmaß instruktorischer Unterstützung (vgl. Abschnitt 3.2.5) kann je nach Gestaltungsvariante der Fallstudienmethode variieren. Je nach Konzeption reichen die Erfahrungsberichte hier von stark strukturierten und eher instruktional geprägten Formaten bis hin zu sehr offenen Problemstellungen, bei denen auch die Fragestellung erst von den Lernenden zu erarbeiten ist. Auch wenn in der Literatur zur Fallstudienmethode die Frage nach den Folgen unterschiedlich ausgeprägter instruktorischer Hilfsgerüste und adaptiver Hilfsangebote nur eher selten diskutiert wird, erscheint es möglich, solche instruktionalen Hilfen in diese Lernumgebung einzubringen. Die Palette der Möglichkeiten erstreckt sich beispielsweise bis hin zum Einsatz geschulter Moderatoren für die Diskussion in Kleingruppen, deren Aufgabe es ist, durch Hinweise an die Gruppenmitglieder Gesprächsprozesse zu strukturieren und Arbeits- und Zeitpläne einzuhalten (vgl. Kaiser & Brettschneider, 1999; Brettschneider, 2000).

Fasst man diese Überlegungen zusammen, so wird deutlich, dass die Fallstudienmethode situierendes, authentisches Lernen in multiplen Kontexten und Perspektiven ermöglichen kann und ein Spektrum von Möglichkeiten des Lernens in sozialen Kontexten sowie des Angebots instruktorischer Hilfsstrukturen eröffnet. Insgesamt ist damit festzustellen, dass die Fallstudienmethode in hohem Maße problemorientiert gestaltet werden kann. Dies ist sicherlich eine Folge ihrer Zielsetzungen und eine indirekte Konsequenz aus der für diese Lernumgebung gewählten theoretischen Fundierung, die im folgenden Abschnitt kurz angesprochen werden. Entscheidend für das Ausmaß der Problemorientierung der Fallstudienmethode sind jedoch die gewählten konkreten Gestaltungsmerkmale ihrer Umsetzung im Unterricht. Auf diese wird in Abschnitt 4.1.4 eingegangen.

4.1.3 Theoretische Grundlagen und Zielsetzungen der Fallstudiendidaktik

In diesem Abschnitt werden kurz Informationen über theoretische Hintergründe gegeben, auf die sich die Fallstudienmethode im wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen Bereich stützt. Bei diesen Ansätzen spielen vor allem Theorien zum Treffen von Entscheidungen eine zentrale Rolle. Diese Theorien sind durch berufliche und gesellschaftliche Anwendungszusammenhänge motiviert. Der Einsatz der Fallstudienmethode wird oft in erster Linie mit dem Ziel der Förderung von Entscheidungskompetenzen der Lernenden verknüpft.

Didaktische Vorschläge zum Einsatz von Fallstudien berufen sich zunächst nicht explizit auf konstruktivistische Ansätze.

Kaiser (1983a) führt ein breites Spektrum theoretischer Grundlagen an, auf die sich die Fallstudiendidaktik stützt und die die Konzeption der Fallstudie im wirtschafts-, rechts- und gesellschaftswissenschaftlichen Schulunterricht beeinflusst haben. Er nennt zum einen praxisorientierte Ansätze wie die bereits angesprochene Ausbildung an der Harvard Business School, daran orientierte Managementbildung und die entscheidungsorientierte Betriebswirtschaftslehre. Zum anderen sieht Kaiser theoretische Grundlagen der Fallstudiendidaktik im Prinzip der Kasuistik, in Prinzipien der Reformpädagogik und im situationstheoretischen Ansatz der Didaktik. Weiter erwähnt er die Emanzipatorische Pädagogik mit ihren Zielen der Selbstbestimmung, der Mündigkeit, der Selbständigkeit und der autonomen Persönlichkeit. Schließlich sieht Kaiser Entscheidungstheorien der Wirtschaftswissenschaften und der Verhaltenswissenschaft als Grundlagen der Fallstudiendidaktik an.

Es ist erkennbar, dass dem Entscheiden und der Förderung von Entscheidungsfähigkeiten der lernenden Individuen ein großes Gewicht innerhalb dieser Ansätze zukommt. Da Kaiser (1983a) nur wenige Informationen gibt, auf welche Weise die Vielfalt der von ihm aufgeführten und oben wiedergegebenen Theorien bei der Fundierung der Fallstudienmethode zusammenwirken, werden im Folgenden nur einige besonders charakteristische Theorieelemente herausgegriffen.

Die Einflüsse der *emanzipatorischen Pädagogik* auf die mit dem Einsatz der Fallstudie angestrebten Zielvorstellungen beschreibt Kaiser (1973) ausführlich. Das Ziel der Erziehung der Schülerinnen und Schüler zu frei entscheidenden, autonomen und verantwortungsbewussten, Handlungsalternativen analysierenden und antizipierenden Individuen ist eine Idealvorstellung, die mit der Fallstudie verfolgt wird. Die Entwicklung und das Training von Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler zu möglichst gut reflektiertem und fundiertem Entscheiden ist daher vorrangiges Ziel der Fallstudienmethode. Kaiser verbindet damit auch gesamtgesellschaftliche Betrachtungen, nach denen demokratische Partizipation und Kontrollmechanismen gerade angesichts steigender Komplexität und fortschreitender Verwissenschaftlichung von gesellschaftlichen Entscheidungsprozessen demokratische Entscheidungskompetenzen seiner Bürger erfordern.

Die Einflussfaktoren der *Kasuistik* und der Betriebswirtschaftslehre, insbesondere der *entscheidungsorientierten Betriebswirtschaftslehre* beschreibt Kaiser (1983a) verschränkt mit Aspekten der historischen Entwicklung der Fallstudienmethode. Es wird hervorgehoben, dass sich die Betriebswirtschaftslehre als angewandte Wissenschaft versteht und damit Entscheidungssituationen und -prozesse, wie sie im Wirtschaftsleben oft vorkommen, Gegenstand des Interesses sind. Die entscheidungsorientierte Betriebswirtschaftslehre versucht, „Lösungshilfen für die Handlungen der Wirtschaftssubjekte zu entwickeln“ (Kaiser, 1983a, S. 13). Für die Untersuchung von Entscheidungsprozessen stellt die Kasuistik, wie sie auch für rechtswissenschaftliche Entscheidungsprozesse angewendet wird, eine wichtige Vorgehensweise dar.

Schließlich führt Kaiser (1983a) Konzepte und Erkenntnisse *verhaltenswissenschaftlicher Entscheidungstheorien* an, nach denen mit der begrenzten Rationalität und der Beschränktheit der Informationsverarbeitungskapazität der Individuen in der Entscheidung gerade in Konfliktsituationen zu rechnen ist. Routinen in Form von gewohnten Verfahrensweisen und heuristische Strategien spielen demnach beim Entscheiden eine wichtige Rolle. Auch fließen Wertvorstellungen des Entscheidungssubjekts in die Entscheidungsfindung ein. Ferner beschränken motivationale und affektive Faktoren die Rationalität im Entscheidungsprozess. Aus diesem Grunde erscheinen nach Kaiser (1983a) der Aufbau von Entscheidungsfähigkeiten der Lernenden und das Erlernen entsprechender Techniken als wichtige Ziele der Fallstudienmethode.

Versucht man, wesentliche Grundgedanken aus dieser theoretischen Fundierung zusammenzufassen, so fällt der starke Bezug zum Entscheiden und der Förderung von Kompetenzen im

Zusammenhang mit dem Entscheiden auf. Dieser Grundgedanke findet sich auch in den Zielsetzungen der Fallstudienmethode wieder, wie sie von Kaiser (1973) für deren Einsatz im Unterricht gesehen werden. Kaiser fordert ein schulisches Programm für Entscheidungstraining, für das er die Fallstudienmethode vorschlägt. Zu den Zielen eines solchen Programms rechnet Kaiser den Erwerb folgender Fähigkeiten und Fertigkeiten durch die Schülerinnen und Schüler, die auch von fächerübergreifender Bedeutung sein dürften (Kaiser, 1973, S.33):

- | | | |
|---|--|---|
| " | - Probleme erkennen und definieren | - Ziele erarbeiten und formulieren |
| | - Fakten analysieren | - Informationen sammeln und auswerten |
| | - Aufgaben definieren | - einfache Organisationsaufgaben bewältigen |
| | - Soll-Ist-Vergleiche durchführen | - menschliche Verhaltensweisen verstehen |
| | - einfache Planungsverfahren anwenden | - Alternativen entwickeln und bewerten |
| | - selbständig Wissen aneignen | - koordinieren, einfache Vorgänge aufeinander abstimmen |
| | - Denken in Modellen | - Problem-, Situations- und Konsequenzenanalyse durchführen |
| | - Entscheidungen begründen und verteidigen | - Methoden der Entscheidungsfindung bewusst anwenden " |

Diese mit dem Einsatz der Fallstudienmethode angestrebten Ziele werden von Kaiser dem Entscheiden untergeordnet. Es ist jedoch offensichtlich, dass eine Reihe von Fähigkeiten mit aufgeführt werden, die für das Lösen von Problemen von Bedeutung sind oder sich auf Techniken beziehen, die auch für die Förderung verständnisvollen Lernens in problemorientierten Lernumgebungen eine Rolle spielen können.

Es wird insbesondere deutlich, dass die Zielsetzungen der Emanzipatorischen Pädagogik, die nach Kaiser (1973) zentrale Bedeutung für die Fallstudienmethode haben, sich also auch auf kognitive und metakognitive Ziele erstrecken.

Ein solches Zusammenspiel von entscheidungsorientierten und kognitiven bzw. metakognitiven Zielsetzungen wurde vor Kaiser (1973) auch von anderen Autoren vertreten, die sich mit der Fallstudienmethode befassten. So verfolgte man an der Harvard Business School mit dem Einsatz der Fallstudienmethode das Ziel, die Vermittlung von Wissen weniger „hierarchisch“ zu gestalten und die Lernenden aktiv in den Lernprozess einzubeziehen (Schmidt, 1958, S. 11f). Außerdem sah man es als wichtiger an, die Fähigkeit zu fördern, immer neue Probleme einer sich dauernd verändernden Umgebung zu meistern, anstatt bei den Lernenden „katalogartiges Wissen über Erfahrungsergebnisse anzuhäufen“ (Schmidt, 1958, S. 25f). Außerdem wurde das Ziel der Orientierung der Unterrichtsmethode an der späteren beruflichen Realität verfolgt, das auch zu Weiterentwicklungen der "case-study-method" wie z.B. der "incident method" führte.

Schmidt (1958, S. 35ff) hatte als Zielsetzung der Fallstudienmethode unter anderem die Förderung von Kompetenzen des situationsbezogenen analytischen Denkens, kooperativer Arbeits- und Diskussionstechniken, sowie die Integration verschiedener Wissensgebiete angesprochen. Diese Zielvorstellungen erinnern in wesentlichen Bereichen an die Leitlinien für problemorientierten Unterricht nach Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) (vgl. Kapitel 3) und auch an Merkmale verständnisvollen Lernens (vgl. Kapitel 1 und 2). So wird ein wesentliches Ziel in der Anwendbarkeit und Übertragbarkeit gelerntem Wissen gesehen. Dies soll auch in Problemlösekontexten eingesetzt werden können. Die von Schmidt angestrebte Vernetzung unterschiedlicher Inhalte, die in der Regel separat unterrichtet werden, entspricht ebenso gemäßigt-konstruktivistischen Paradigmen der Gestaltung von Lernumgebungen wie die Betonung kooperativer Gruppenarbeit.

Einen Ansatz ganz im Sinne dieser Überlegungen, der jedoch von der Position von Kaiser (1983a) und Schmidt (1958) etwas abweicht, vertreten Reetz und Sievers (1983), indem sie das Entscheiden im Sinne der Entscheidungstheorie in den weiteren Rahmen des Problemlösens stellen. Auf dieser Basis plädieren sie für eine Ausweitung der Fallmethode in zwei

Richtungen, die auch eine Veränderung der Zielsetzung des Arbeitens der Lernenden nach der Fallstudienmethode nach sich zieht:

- Nachgelagerte Phasen der Abstraktion und Einübung, sowie der Erschließung von Transfermöglichkeiten und der Integration des neu Gelernten sollten in eine Erweiterung der Fallstudienmethode einfließen. Dies könnte auch einem Kritikpunkt von Stähli (1992a) begegnen, nach dem die Transferfähigkeit von in der Fallstudie aufgebautem Wissen und erworbenen Fertigkeiten durch die „case-study-method“ noch nicht ausreichend abgesichert sei (vgl. zu dieser Kritik auch Abschnitt 4.1.5).
- Die Fallstudienmethode könnte ausgeweitet werden auf einen Einsatz im Bereich von abstrakteren Problemstellungen: „Bedeutsame Problemstellungen, die sowohl inhaltlicher als auch methodischer Art sein können“ (Reetz & Sievers, 1983, S. 96f) könnten Gegenstand der Fallstudie sein. Gerade im Rahmen von selbständig entdeckendem Lernen im Zusammenhang mit der Fallstudie ergeben sich nach Reetz und Sievers (1983) auch Zugänge zu disziplinspezifischen, wissenschaftlichen Problemlösungsverfahren. Es sei bereits an dieser Stelle angemerkt, dass sich eine Übertragung der Fallstudienmethode auf den Mathematikunterricht gut auf diese Überlegungen abstützen ließe. So verfolgen die ETH-Fallstudien im Fach Mathematik (vgl. Abschnitt 4.2) ein ähnliches inhaltliches Grundkonzept.

Die Überlegungen von Reetz und Sievers (1983) zur Fallstudienmethode als Lernumgebung, die Fähigkeiten des Problemlösens trainiert, stehen also ganz offensichtlich auch mit den Ideen zu problemorientierten Lernumgebungen in Abschnitt 3.2 im Einklang. Darüber hinaus erweitert die Konzeption der Fallstudienmethode im Zusammenhang mit abstrakteren Problemstellungen, für die Reetz und Sievers plädieren, die inhaltlichen Einsatzmöglichkeiten der Fallstudienmethode.

Zur theoretischen Fundierung der Fallstudienmethode sei abschließend noch angemerkt, dass im vergangenen Jahrzehnt Anzeichen für eine fortschreitende Rezeption konstruktivistischer Modellvorstellungen vom Lernen auch in den Veröffentlichungen zur Fallstudienmethode festzustellen waren. Einen solchen Zugang, der sich u.a. auch auf gemäßigt-konstruktivistische Modellvorstellungen zum Lernen und Lehren wie die von Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) stützt, wählen beispielsweise Brettschneider (2000) und Reetz (1996): Brettschneider (2000) untersucht Entscheidungsprozesse in Gruppen von Lernenden bei der Fallstudienarbeit und wählt gemäßigt-konstruktivistische Ansätze als Rahmentheorie zur Beschreibung von Lernprozessen und auch als Leitvorstellungen für die Gestaltung der Fallstudienmethode, in der Moderatoren zusätzliche instruktionale Hilfen für Diskussions- und Arbeitsprozesse einbringen. Reetz (1996) entwickelt ausgehend von konstruktivistischen Vorstellungen vom Lernen und Lehren „wirtschaftsdidaktische Kriterien“ für die Gestaltung von Fallstudien, die die Voraussetzungen der Individuen, die Authentizität und Relevanz des verwendeten situativen Kontexts, sowie dessen Repräsentativität für Konstrukte wissenschaftlicher Theorieelemente einschließen. Auch diese Überlegungen weisen in der Grundtendenz große Gemeinsamkeiten mit der Position von Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) auf.

Zusammenfassend ist für die berichteten Elemente der theoretischen Fundierung und der Zielsetzungen der Fallstudienmethode zu sagen, dass im Laufe des langen Entwicklungsprozesses dieser Lernumgebungen verschiedene Aspekte hervorgehoben wurden. Diesen Aspekten gemein ist einerseits die Betonung der Förderung von Entscheidungsfähigkeiten, andererseits der Bezug zum Aufbau flexibel anwendbaren Wissens. In beiden Bereichen ergeben sich Berührungspunkte zu gemäßigt-konstruktivistischen Vorstellungen vom Lernen und Lehren. Insofern

erweist sich die Fallstudienmethode gerade für den zweiten Bereich auch hinsichtlich ihres theoretischen Hintergrundes und der in der Literatur diskutierten Ziele ihres Einsatzes als Lernumgebung, die verständnisvolles Lernen durch eine hohe Problemorientierung fördern will.

Vorschläge, wie diese Zielsetzungen im konkreten Einsatz der Fallstudienmethode im Unterricht verwirklicht werden könnten und Modelle zur Beschreibung von Lern- und Arbeitsprozessen der Schülerinnen und Schüler erörtert der folgende Abschnitt.

4.1.4 Vorschläge zur Ausgestaltung und ein Phasenmodell für die Fallstudienmethode im wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen Bereich

In den vorangegangenen Abschnitten wurde festgestellt, dass die Fallstudienmethode den Leitlinien für problemorientierten Unterricht von Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) insgesamt in hohem Maße entspricht. Die theoretischen Fundierungen und die Zielsetzungen dieser Lernumgebung sind in erster Linie auf das Fördern von Entscheidungsfähigkeiten ausgerichtet und umfassen auch Ziele im kognitiven und metakognitiven Bereich.

Für die praktische Gestaltung von problemorientierten Lernumgebungen im Mathematikunterricht ist von Interesse, welche Vorschläge zur konkreten Umsetzung der Fallstudienmethode im wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich gemacht wurden, um diese Ziele zu erreichen. Aus diesem Grunde werden in diesem Abschnitt detailliertere Hinweise zu möglichen Arten der Gestaltung und Anregung von Lernprozessen in Fallstudienarbeit und zur Rolle der Lehrperson zusammengestellt. Charakterisierungen von Lernprozessen, wie sie im Folgenden auch in einem Phasenmodell zur Arbeit an Fallstudien gegeben werden, dienen der zusätzlichen Orientierung.

Ein Ablaufmodell zur Fallstudienmethode

Für die Lern- und Arbeitsprozesse nach der Fallstudienmethode entwickelt Kaiser (1973, 1983a) eine Verlaufsstruktur. Dieses Phasenmodell ist in Tabelle 4.1.1 wiedergegeben.

Phasen	Ziele
1. <i>Konfrontation</i> mit dem Fall	Erfassen der Problem- und Entscheidungssituation
2. <i>Information</i> mit Hilfe des bereitgestellten Fallmaterials und durch selbständiges Erschließen von Informationsquellen	Lernen, sich die für die Entscheidungsfindung erforderlichen Informationen zu beschaffen und zu bewerten
3. <i>Exploration</i> : Diskussion alternativer Lösungsmöglichkeiten	Denken in Alternativen
4. <i>Resolution</i> : Treffen der Entscheidung in Gruppen	Gegenüberstellen und Bewerten von Lösungsvarianten
5. <i>Disputation</i> : Die einzelnen Gruppen verteidigen ihre Entscheidung	Verteidigen einer Entscheidung mit Argumenten
6. <i>Kollation</i> : Vergleich der Gruppenlösungen mit der in der Wirklichkeit getroffenen Entscheidung	Abwägen der Interessenzusammenhänge, in denen die Einzellösungen stehen

Tab. 4.1.1: Verlaufsstruktur für Lernprozesse innerhalb der Fallstudienmethode nach Kaiser (1973, S. 43; vgl. auch 1983a, S. 26)

Kaiser versteht in Tabelle 4.1.1 unter *Konfrontation* eine Phase des Erfassens der Probleme des betrachteten Falles, in der die Lernenden die komplexe Situation des Falles klären. Diese erste Situationsanalyse des Falles, in deren Verlauf Schlüsselfragen zu den erkannten Problemen entwickelt werden können, wird als wichtige Grundlage für ein strukturiertes Aufarbeiten des Falles bzw. der Fallmaterialien gesehen.

In der Phase der *Information* geht es nach Kaiser um das Sammeln und Auswerten zusätzlicher Informationen, die den später zu treffenden Entscheidungen zugrunde liegen sollen. Damit ist nicht nur die Beschaffung und Erschließung von Information gemeint, sondern auch deren Beurteilung und Auswahl. Das Wesentliche herauszufinden, Inhalte sinnvoll zu gliedern und auszuwerten, sind Arbeits- bzw. Lernprozesse, die nach Kaiser im Rahmen einer gut fundierten Entscheidungsfindung zu leisten sind.

Die folgende Phase ist die der *Exploration*, in der die Lernenden Alternativen zur Lösung der erkannten Probleme entwickeln. Kaiser (1973) definiert Entscheidung als „Auswahl einer Handlung aus einer Anzahl von alternativen Handlungsmöglichkeiten“. Dies führt dazu, dass nach der Erkenntnis der mit den Problemen des Falles verbundenen Ursachen und Wirkungen möglichst viele solche Handlungsalternativen identifiziert werden sollten.

Die Entscheidung selbst wird in der Phase der *Resolution* getroffen. Dazu werden die entwickelten Alternativen möglichst genau auf ihre Auswirkungen und damit verbundene Vor- und Nachteile untersucht. Kaiser schlägt ein schriftliches Verfahren der *Konsequenzanalyse* vor, mit der die Handlungsalternativen bewertet werden können.

Die getroffene Entscheidung muss von den Lernenden dann im Rahmen der *Disputation* vor dem (Klassen-)Plenum präsentiert und in einer sachlichen Diskussion verteidigt werden.

In der Phase der *Kollation* schließlich wird der Lösungsansatz, der in der Praxis in dem konkreten Fall wirklich umgesetzt wurde, vorgestellt und diskutiert. Kaiser merkt an, dass es hierbei nicht um das Vorstellen einer Art „Musterlösung“ geht, sondern die Entscheidungsmechanismen der Realität kritisch beobachtet werden sollen.

Diese Einteilung in sechs Phasen wurde als zu starr kritisiert. So bezeichnet Gerdsmeier (1979, S. 196) das Phasenmodell als „6 relativ rigide Arbeitsanweisungen“. Kaiser (1983a) stellt jedoch klar, dass dieses Schema in Form eines idealtypischen Entscheidungsprozesses nur der Orientierung der Lernenden und der Lehrkräfte dienen soll. Phasen könnten demnach übersprungen, schnell und langsam, sowie wiederholt durchlaufen werden.

Sozialformen für die Fallstudienmethode

Schmidt (1958) schlägt eine eher frontal ausgerichtete Form der Fallstudienmethode vor, sofern man seine Konzeption auf die Schule überträgt. In einer recht großen Gruppe von Lernenden (bis zu 25 Personen) präsentiert eine Lehrperson einen Fall, der diskussionsartig aufgearbeitet wird. Die Lehrerin bzw. der Lehrer nimmt die Rolle eines Diskussionsleiters ein. Ausformulierte Fragen am Ende des Fallmaterials könnten nach Schmidt die Diskussion „erleichtern“ (Schmidt, 1958, S. 53). Unklar bleibt bei diesem Vorschlag, ob und inwiefern die Lernenden Zeit bekommen, sich selbsttätig mit Rohmaterialien zum betrachteten Fall auseinanderzusetzen, bevor der Fall diskutiert wird. Im Falle einer geringen Betonung dieser lernendenzentrierten Elemente könnte sich die Gefahr ergeben, dass die Fallbehandlung in ein lehrerzentriertes und kleinschrittiges, fragend-entwickelndes Unterrichtsverfahren eingebettet wird (vgl. Kapitel 1). Dadurch würden sich starke Einschränkungen für einige Merkmale der Problemorientierung dieser Lernumgebung ergeben.

Kaiser (1983a) siedelt die zentralen Diskussions- und Entscheidungsprozesse hingegen in Kleingruppenarbeit von Schülerinnen und Schülern an („kleine aktive Arbeitsgruppen von 4-6 Personen“ (Kaiser, 1983a, S. 21)). Er diskutiert neben der Einteilung in „case-study-method“, „case-problem-method“ und „incident-method“ (vgl. Abschnitt 4.1.1) die fünf folgenden Varianten für den Einsatz von Fallstudien im Unterricht:

- Zur Einführung der Schülerinnen und Schüler in die Fallstudienmethode wird die Behandlung des Falles im Klassenplenum als sinnvoll erachtet. Dies entspricht der Diskussion in großen Gruppen wie bei Schmidt (1958).
- Ebenfalls nur zur Einführung der Schülerinnen und Schüler oder aus zeitökonomischen Gründen stellt Kaiser (1983a) die „stellvertretende“ Diskussion einer Schülergruppe vor dem Klassenplenum als Variante vor.
- Als optimal hebt Kaiser die dritte Variante hervor, bei der der Fall in Kleingruppenarbeit bearbeitet wird. In jeder Schülergruppe gibt es einen Diskussionsleiter, der die Lehrerin bzw. den Lehrer konsultieren kann. Die Lehrperson greift nur in Ausnahmefällen lenkend ein. Schließlich werden die Entscheidungen der Gruppen vorgestellt und im Klassenplenum diskutiert. Als Schwierigkeit wertet Kaiser den Umstand, dass die Diskussionen in den Gruppen nicht zusammenhängend von der Lehrperson verfolgt werden können.
- Die vierte Variante betrifft eine Fallbearbeitung in Einzelarbeit. Hier sieht Kaiser (1983a) die Gruppendiskussion als „eine der wesentlichen Grundlagen der Fallmethode“ nicht mehr gegeben und bezeichnet diese Variante nur dann als gerechtfertigt, „solange die Klasse die Partner- und Gruppenarbeit nicht beherrscht“ (Kaiser, 1983a, S. 111).
- Die fünfte Variante besteht darin, dass einzelne Gruppen voneinander verschiedene Fälle zur Bearbeitung erhalten. Kaiser (1983a) lehnt diese Variante jedoch ebenfalls ab:

„In der allgemeinbildenden Schule dürfte diese Möglichkeit kaum in Betracht kommen. Schwierigkeiten ergeben sich bei dieser Variante vor allem hinsichtlich der erforderlichen gründlichen Diskussion der einzelnen Fallbeispiele vor der Klasse. Die Differenzierung der Fallbeispiele ist nur dann gerechtfertigt, wenn der unterschiedliche Wissens- und Entwicklungsstand der betreffenden Klasse das erforderlich machen. Neben den vielen Schwierigkeiten, die dieses Vorgehen mit sich bringt, verbietet in der Regel allein die Tatsache, dass bisher keine Fallsammlungen in ausreichender Zahl vorliegen, diese Lösungsvariante.“ (Kaiser, 1983a, S. 111f)

Kaiser (1983a) lehnt also alle von ihm vorgestellten Varianten bis auf die dritte ab bzw. sieht sie mit starken Einschränkungen. Es erscheint fraglich, ob es an der spezifischen Natur der Fallmethode im wirtschaftswissenschaftlichen Bereich liegt oder ob nicht eine künstlich verengte Perspektive dafür verantwortlich ist, dass den Lehrkräften derart wenige Gestaltungsmöglichkeiten vorgeschlagen werden bzw. vor einer methodischen Variation eher gewarnt wird. Neben Feststellungen in der Art der oben zitierten gibt Kaiser keine empirischen Erkenntnisse oder konkrete Erfahrungen an, die seine Einschätzung stützen könnten.

Möglicherweise wurden in diesen Einschränkungen von Kaiser vielversprechende methodische Entscheidungsmöglichkeiten eher zurückgedrängt. Plausibel erscheint diese Sichtweise auch vor dem Hintergrund der Fülle von Gestaltungsvorschlägen, die für die ETH-Fallstudien im Fach Mathematik gegeben werden (vgl. Abschnitt 4.2).

Rolle der Lehrperson

Für die konkrete Umsetzung der Fallstudienmethode im Unterricht hat die Lehrerin bzw. der Lehrer eine große Bedeutung (vgl. Bemerkungen zur Lehrerrolle in den Kapiteln 2 und 3).

In Anlehnung an Dearborn (zitiert nach Braun, 1962) charakterisiert Kaiser (1973, S. 108) die fünf Rollen der Lehrperson bei der Fallstudienmethode wie folgt: Die Lehrkraft hat - je nach Arbeitsphase und Gestaltung des Einsatzes der Fallstudie - die Funktion des „Diskussionsleiters“, der „Hilfsquelle“ und „Zufluchtsperson“ („resource person“), des „hilfreichen Experten“ („helpful expert“), des „Antriebsmotors und Zusammenfassers“ („restarter and summarizer“), sowie des „Überwachers“ („judge of performance“).

Für die Rolle der Lehrperson bei der Falldiskussion im Unterricht macht auch Tedesco (1983) praktische Vorschläge. Unter anderem sieht er es als Aufgabe der Lehrperson, „den Schülern bewusst machen zu versuchen, alle wesentlichen Fakten zu betrachten und abzuwägen, bevor man sich für die naheliegende Lösung eines Problems entscheidet.“ (Tedesco, 1983, S.126; vgl. auch Kaiser, 1973, S. 108). Als wichtiges Problem erkennt Tedesco (1983, S.127) zudem die gemeinsame „Entwicklung effektiver Fragestellungen“ für den Problemlösungsprozess.

In der Fallstudienmethode spielt die Lehrperson also eine wesentliche Rolle, die sich jedoch von der Lehrerrolle im fragend-entwickelnden Unterrichtsverfahren unterscheidet (vgl. Kapitel 1).

Gestaltung der Fallmaterialien

Wahrscheinlich ähnlich entscheidend wie das Verhalten der Lehrperson ist für den Einsatz der Fallstudienmethode die Gestaltung der Fallmaterialien. Kaiser (1973) schlägt die Form eines „Schülerhefts“ vor, das eine Sammlung von Arbeitsunterlagen mit Arbeitshinweisen umfasst. Bei den Arbeitsunterlagen unterscheidet Kaiser je nach Verwendung in den Phasen der Fallstudienarbeit zwischen Konfrontationsmaterial, Informationsmaterial, Quellenhinweisen und der Kollation zuzuordnendem Vergleichsmaterial. Der Einsatz dieser Materialien wird von Kaiser (1973) innerhalb seines oben vorgestellten sechsschrittigen Phasenmodells anhand eines Beispielfalles beschrieben. Entscheidend für einen derartigen Ablauf von Lernprozessen ist sicherlich die Gestaltung des auf die Rohmaterialien bezogenen Arbeitsauftrags an die Schülerinnen und Schüler. Das Spektrum umfasst hier die vier Grundtypen der Fallstudienmethode, wie sie in Abschnitt 4.1.1 angesprochen wurden (vgl. Kaiser, 1983a; Schmidt 1958). Als Unterstützung der Lernenden wird von Schmidt (1958) und Kaiser (1983a) das Stellen von Fragen zum Fallinhalt gewertet. Diese Fragen sind bei Kaiser teilweise recht detailorientiert formuliert.

Zusammenfassung

Hinsichtlich der in diesem Abschnitt vorgestellten Vorschläge zur Ausgestaltung der Fallstudienmethode kann festgehalten werden, dass sich für diese rohmaterialiengestützte Lernumgebung grundsätzlich ein breites Spektrum an Möglichkeiten der Umsetzung eröffnet. Um eine optimale Förderung verständnisvollen Lernens zu erzielen, erscheint es gerade auf der Grundlage der breiten Palette an teilweise widersprüchlichen Vorschlägen angebracht, eine mögliche Übertragung ähnlichen rohmaterialiengestützten Lernens auf den Mathematikunterricht an den Leitlinien für problemorientierte Lernumgebungen aus Abschnitt 3.2 auszurichten.

Von Interesse sind in diesem Zusammenhang auch Informationen über Grenzen des Einsatzes der Fallstudienmethode und möglicherweise auftretende Schwierigkeiten, die im folgenden Abschnitt angesprochen werden.

4.1.5 Grenzen der Fallstudienmethode im wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen Bereich

Auf der Basis von theoretischen Überlegungen und von Erfahrungsberichten werden von einer Reihe von Autoren Grenzen der Fallstudienmethode aufgezeigt und Kritik geäußert. Außerdem werden Bedingungen und Voraussetzungen für einen erfolgreichen Einsatz der Fallstudienmethode aufgestellt, auf die in diesem Abschnitt eingegangen wird.

Methodenkompetenz der Lernenden als Voraussetzung für den Einsatz von Fallstudien

Schmidt (1958) hebt die Bedeutung der Vertrautheit der Lernenden mit der Fallstudienmethode hervor:

"Die Fallmethode muss immer und immer wieder praktiziert werden, möglichst über einen längeren Zeitraum hinweg und im Rahmen eines aufbauenden Unterrichtsprogramms. Nur so wird jene geistige Einstellung vermittelt, die einen dauerhaften Erfolg zu garantieren verspricht. Mit einem einzelnen Fall ist es nicht getan. Um langfristigen Erfolg zu erzielen, bedarf es einer sich ständig wiederholenden Übung oder [...] eines Trainings." (Schmidt, 1958, S. 36)

Im Umkehrschluss wäre zu erwarten, dass der punktuelle Einsatz der Fallstudienmethode in der Arbeit der Lernenden dadurch Probleme aufwerfen könnte, dass wünschenswerte Einstellungen zu diesen Arbeitsformen fehlen und Arbeitsstrategien für die Unterrichtsmethoden bei den Lernenden nicht verfügbar sind. Diese Probleme könnten sich möglicherweise auch negativ auf Lernergebnisse auswirken.

Die Schülerinnen und Schüler arbeiten nach den Erfahrungen Kaisers (1983a) erfolgreich mit der Fallstudienmethode, wenn sie über Methodenkompetenz im Unterricht verfügen (z.B. Vertrautheit mit Partner- und Gruppenarbeit, Vortrag, Diskussion etc.). Besonders erfolgreich lernen Schülerinnen und Schüler, wenn sie „systematisch an das Lernen mit der Fallstudie herangeführt“ wurden (Kaiser, 1983a, S. 109).

Kaiser stellt bei der Beobachtung der Arbeit an Fallstudien in Kleingruppen auch fest, dass die Diskussionen der Lernenden oft nicht zielgerichtet und effektiv sind, und die eingeplanten Zeitbudgets von den Schülerinnen und Schülern nicht eingehalten werden können. Eine diesbezügliche Verbesserung erreicht Kaiser durch den Einsatz von Lernenden, die als speziell geschulte Diskussionsleiter die Falldiskussion und die Entscheidungsfindung in den Gruppen strukturieren und steuern, ohne sich inhaltlich einzumischen.

Das Planen der gemeinsamen Arbeitsprozesse und das Einhalten dieser Planungen stellt offenbar für die Schülergruppen eine mit der Fallstudienmethode verbundene Schwierigkeit dar (Kaiser & Brettschneider, 1999), die übrigens auch im Mathematikunterricht analog auftreten könnte.

Kaiser (1983) hebt in diesem Zusammenhang den Nutzen einer Vermittlung von Methodenkompetenz für das erfolgreiche Bearbeiten von Fallstudien hervor:

„Erfahrungen mit dem Einsatz von Fallstudien im Unterricht haben gezeigt, dass es sich für die erfolgreiche Arbeit mit der Fallstudie als hilfreich erweist, wenn den Lernenden der Zusammenhang der einzelnen Phasen einer Fallstudie deutlich wird, d.h. „Unterricht über Unterricht“ (Meta-Unterricht) durchgeführt wird. Konkret würde dies bedeuten, dass vor bzw. während des Einsatzes der Fallstudie die Lernschritte mit den Schülern erarbeitet werden müssten, um eine kritische Handlungsfähigkeit und Handlungsbereitschaft systematisch zu fördern und auszubilden.

Mit dem Meta-Unterricht wird der Unterricht selbst zum Gegenstand der Betrachtung, die Schüler gewinnen einen Überblick über die Struktur von Entscheidungsprozessen und erwerben Methodenkompetenz.“ (Kaiser, 1983, S. 29)

Im Sinne der Forderung von Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) nach instruktionaler Hilfe und Anleitung können diese Erfahrungen dahingehend interpretiert werden, dass eine möglichst präzise Information der Lernenden über die Art der Aufgabenstellung und die Na-

tur der intendierten Arbeitsabläufe sowie über Anforderungen an das auszuarbeitende Produkt von großer Bedeutung ist, um ein „Vertraut-Werden“ mit der Lernumgebung zu unterstützen.

Einschränkungen für die Fallstudienmethode hinsichtlich der Zielgruppe der Lernenden

Hinsichtlich des Personenkreises sieht Schmidt (1958) Voraussetzungen für die Anwendung der Fallmethode in der Notwendigkeit eines bestimmten Wissensbestands auf der Seite der Lernenden. Für die Integration verschiedener Wissensgebiete hält Schmidt eine „recht hohe Stufe menschlicher Geistestätigkeit“, eine „bestimmte Reife der Persönlichkeit“ und einen „hohen Grad Ernsthaftigkeit“ (Schmidt, 1958, S. 39) für erforderlich. Ähnlich äußert sich auch Niland (1954, S. 90): „Bereitschaft zur Übernahme von Verantwortung“ sei eine Voraussetzung, die die Lernenden mitbringen müssten. Dazu sei ein gewisses Alter notwendig: „Wenn befriedigende Resultate erzielt werden sollen, muss eine untere Altersgrenze den Teilnehmerkreis beschränken“. Insgesamt sieht Schmidt (1958) diese Voraussetzungen erst für erwachsene Schülerinnen und Schüler gegeben.

Berücksichtigt man darüber hinaus, dass sich die Literatur zur Fallstudienmethode meist auf die Managementausbildung oder auf die kaufmännische Berufsausbildung bezieht, so ist zu vermuten, dass hinsichtlich der Zielgruppe möglicherweise Einschränkungen der Fallstudienmethode bestehen könnten.

Modellierung realer Zusammenhänge und Probleme durch die Fallstudienmaterialien; Anwendbarkeit aufgebauten Wissens

In der Fallstudienarbeit werden oft Realsituationen behandelt. Für die Fallstudienmethode stellt sich also die generelle Frage, wie reale Zusammenhänge in den Materialien für die Lernenden abgebildet werden. Dazu komplementär ist die Fragestellung, wie gut die Lernenden anhand solcher Materialien Gelerntes auf andere Kontexte und Realsituationen übertragen können.

Für die Thematik bzw. den Tatbestand der Fallmaterialien sieht Schmidt (1958) die Probleme der Aktualität, der Unvollständigkeit der Wiedergabe einer betrieblichen Situation und das Problem der mangelnden Modellierung tatsächlicher menschlicher Entscheidungsprozesse in Betrieben. In der Tat ist es offenbar nicht möglich, in den verwendeten Rohmaterialien ein vollständiges Abbild der dargestellten Zusammenhänge zu geben. Gesichtspunkte, die sich auf den Einsatz der Fallstudie beziehen, treten hinzu. So sollten Fälle für Fallstudien nach Kaiser (1973) die Anforderungen erfüllen, der konkreten Wirklichkeit zu entsprechen, überschaubar zu sein und mehrere Lösungsmöglichkeiten zuzulassen.

Eine noch schärfere Kritik an der „case-study-method“, die sich auf die Management-Ausbildung bezieht, trägt Stähli (1992a) vor. Die Fallmethode bilde demnach Entscheidungsprozesse der Wirklichkeit nicht ausreichend nach. Die Lernenden würden durch wiederholte Fallstudienarbeit darauf trainiert, die in den Materialien zur Verfügung gestellten Informationen theoriegeleitet möglichst gut zu begründeten Entscheidungen zu verarbeiten. Der Transfer des dabei erworbenen Wissens werde jedoch nicht ausreichend gesichert und damit entscheidungsbezogene Fähigkeiten für die Berufspraxis nicht genügend gefördert. Die Einwände ähneln stellenweise auch der Motivation, die am MIT in Boston zur Entwicklung der „case-incident-method“ führten (vgl. Abschnitt 4.1.1). Für beide Varianten der Fallstudie dürfte allerdings Stählis Kritikpunkt gelten, dass die Fallstudie „Spielcharakter“ hat (Stähli, 1992a, S. 9).

Demgegenüber stellt Stähli sein Konzept einer „genetisch wachsenden Fallstudie“ vor, bei der intermittierend Praxisblöcke konkreter Managementtätigkeit als Implementierungsphasen für die in der Gruppe erarbeiteten realen Fälle fungieren (Stähli, 1992a, auch 1992b, 1988).

Das von Stähli angesprochene Spannungsfeld zwischen Berufspraxis und den in der Fallstudienmethode angestrebten Lernprozessen scheint indes für den Mathematikunterricht weit weniger relevant zu sein, weil hier nicht in erster Linie der Aufbau berufspraktischer Fähigkeiten im Vordergrund steht. Es dürfte also eine unterschiedliche Zielsetzung vorliegen.

Im Sinne Stählis (1992a) könnte jedoch die Gefahr gesehen werden, dass Arbeitsprozesse derart „automatisiert“ werden, dass die äußerlich problemorientierte Lernumgebung gleichsam zu einer Verpackung zielgerichteter Stoffvermittlung würde. Dies wäre etwa dann der Fall, wenn bestimmte Lerneinheiten jeweils in den Rohmaterialien anwendungsaufgabenartig exemplifiziert wären und für die Lernenden ein auf Reproduktion ausgerichteter Stoffwerb zur Lösung des Falles ausreichen würde.

Tenfelde (1983) warnt davor, dass die „Verwendung von Basismaterialien fachwissenschaftlichen Ursprungs“ (Tenfelde, 1983, S.112) das fachdidaktische Prinzip der Adressatengerechtigkeit nicht ausreichend berücksichtige. Er spricht sich daher gegen eine starke und ausschließliche fachwissenschaftliche Orientierung von Fallstudien in der Sekundarstufe II (kaufmännische Berufsausbildung) aus und fordert für Themen der Betriebswirtschafts- und Organisationslehre die Nutzung von Möglichkeiten der adressatengerechten Gestaltung von Fallstudienmaterialien.

Buddensiek (1983) sieht weitere inhaltsbezogene Grenzen der Fallstudienmethode in der engen Begrenztheit eines bestimmten Zeitpunkts, zu dem der Stand der Dinge durch die Fallmaterialien repräsentiert wird. Ferner kritisiert er die oft perspektivische Repräsentation des konfliktartigen Sachverhalts in den Fallmaterialien und sieht auch im Zusammenhang damit die Gefahr der vorschnellen Generalisierung von Einzelfällen durch die Schülerinnen und Schüler.

Kaiser (1983a) erwähnt das Problem, dass Fälle, die mit der Fallstudienmethode bearbeitet werden sollen, manchmal von den Lernenden abgelehnt oder „als Zumutung empfunden“ werden und führt dies teilweise auf die Gestaltung der Fallmaterialien zurück:

„Wenn die Lernenden einen Fall ablehnen, so kann das mehrere Gründe haben. Nicht selten liegen die Ursachen jedoch in der sprachlichen Abfassung der Fälle. Wie erfolgreich sich die Arbeit mit Fallstudien gestaltet, ist daher wesentlich davon abhängig, wie gut die Fallschilderung geschrieben ist.“ (Kaiser, 1983a, S.22)

Auch der Form der Fallmaterialien scheint demnach eine nicht zu vernachlässigende Bedeutung zuzukommen.

Diese kritischen Äußerungen betreffen auf verschiedene Weise die mögliche Wirkung der in der Fallstudie verwendeten Rohmaterialien. Die Kritikpunkte erscheinen für den Mathematikunterricht unterschiedlich relevant. Probleme im Zusammenhang mit der Übertragbarkeit des Wissens, das von den Lernenden anhand von Rohmaterialien aufgebaut werden kann und mit dabei auftretenden möglichen Generalisierungen sind auch in der Übertragung auf den Mathematikunterricht zu berücksichtigen. Auch die äußere Gestaltung der Materialien ist offenbar von Bedeutung. Einige der Kritikpunkte beinhalten auch die Forderung nach einem hohen Realitätsbezug der Materialien.

Es sei angemerkt, dass empirische Untersuchungen zur Fallstudienmethode, in denen Kompetenzzuwächse oder Lernprozesse von Schülerinnen und Schülern untersucht werden, offenbar rar sind. Meist liegen nur qualitative Berichte zu Praxiserfahrungen mit dieser Lernumgebung vor. Auf derartigen Erfahrungsberichten und theoretischen Überlegungen beruhen auch die oben geäußerten Kritikpunkte an der Fallstudienmethode.

4.1.6 Zusammenfassende Bemerkungen

Die Fallstudienmethode im wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich ist eine nach ihrer Rahmenkonzeption problemorientierte Lernumgebung mit langer Tradition. An Authentizität orientiertes Arbeiten mit mehrperspektivisch und multikontextuell angelegten Rohmaterialien zeichnet die Fallstudienmethode aus. Vorschläge zur Gestaltung im Unterricht und Erfahrungsberichte mit dieser Unterrichtsmethode können für die folgenden Überlegungen Orientierung bieten. Leider liegen solche Erfahrungsberichte in der Regel nur in Form relativ grober, qualitativer Aussagen vor. Insofern sind empirisch abgesicherte Aussagen zu rohmaterialiengestütztem Lernen von großem Interesse.

Bei der Übertragung der Fallstudienmethode auf den Mathematikunterricht, wie sie im folgenden Abschnitt geschildert wird, treten einige Besonderheiten auf, die im Zusammenhang mit der Themenstudienarbeit (vgl. Kapitel 5) zu berücksichtigen sind. Aus diesem Grund wird im folgenden Abschnitt mit den ETH-Fallstudien für das Fach Mathematik ein solcher Übertragungsversuch diskutiert.

4.2 Die ETH-Fallstudien von A. Gächter und K. Frey

Im vorangegangenen Abschnitt 4.1 wurde mit der Fallstudienmethode eine in wesentlichen Merkmalen problemorientierte Lernumgebung vorgestellt, in der es möglich ist, ein hohes Maß an Authentizität, Multiperspektivität und Multikontextualität innerhalb eines Lernprozesses zu realisieren, der in soziale Bezüge eingebettet ist und von instruktionalen Hilfsstrukturen unterstützt wird.

Ein Übertragungsversuch auf den Mathematikunterricht, der in diesem Abschnitt beschrieben wird, ist die Lernumgebung der ETH-Fallstudien. Eine Darstellung und eine Diskussion der Konzeption der ETH-Fallstudien und darin eingesetzter Materialien enthalten die Abschnitte 4.2.1 und 4.2.2. In Abschnitt 4.2.3 wird kurz erörtert, inwiefern auch die ETH-Fallstudienmethode als problemorientierte Lernumgebung angesehen werden kann. Bemerkungen über Untersuchungen zur ETH-Fallstudienmethode, zu Grenzen und zu möglichen Problemen dieser Lernumgebung werden in den Abschnitten 4.2.4 und 4.2.5 gemacht. Eine Zusammenfassung der Ergebnisse des Abschnitts wird in 4.2.6 gegeben.

Ein systematischer Versuch, die Fallstudienmethode neben den Naturwissenschaften auch auf den Mathematikunterricht zu übertragen, wurde um den Beginn der 90er Jahre an der Eidgenössischen Technischen Hochschule (ETH) Zürich unternommen. Die von Albert Gächter in dem Projekt der ETH Zürich für das Fach Mathematik konzipierten Unterrichtsmaterialien und die didaktischen Kommentare der „ETH-Fallstudien“ (Gächter & Frey, 1991a, 1991b, 1991c, 1991d, 1991e; Gächter, 1991a, 1991b, 1991c, 1991d, 1991e) gehören zu einer Lernumgebung, die gleichsam als Vorläuferin auch bei der Konzeption der Themenstudienarbeit im Mathematikunterricht (vgl. Kapitel 5) wichtige Anregungen liefern konnte. Auch aus diesem Grunde wird die ETH-Fallstudienmethode im Folgenden vorgestellt.

4.2.1 Allgemeine Charakteristika der ETH-Fallstudienmethode

In diesem Abschnitt wird in die Konzeption der ETH-Fallstudien für den Mathematikunterricht eingeführt. Kurze Bemerkungen über das Projekt, in dem die ETH-Fallstudien entstan-

den, sollen einen ergänzenden Einblick in diese Ausrichtung der Fallstudienmethode geben. Eine vertiefte Erörterung enthält der nachfolgende Abschnitt 4.2.2.

1989-1992 wurde an der ETH Zürich ein interdisziplinär angelegtes Programm der Entwicklung einer Fallstudiendidaktik mit entsprechenden Unterrichtsmaterialien für die Fächer Mathematik / Informatik, Biologie, Physik, Chemie und Geographie aufgelegt. Unter der Federführung von Karl Frey (Allgemeine Didaktik) wurde versucht, die Arbeitsform Fallstudie, die bis dahin vorwiegend im sozial- und wirtschaftswissenschaftlichen Bereich eingesetzt wurde (vgl. Abschnitt 4.1), unter anderem auch auf den schulischen Mathematikunterricht zu übertragen.

Mit der Fallstudienmethode sollten die Schülerinnen und Schüler „in die wissenschaftliche Arbeitsmethodik“ eingeführt, „autonomes Lernen“ gefördert und den Lernenden die Gelegenheit gegeben werden, „einige Forschungsgebiete der ETH besser kennenzulernen“ (vgl. z.B. Gächter & Frey, 1991a).

Den Begriff „Fallstudienmethode“ präzisiert Frey (1992b) wie folgt:

„Die Fallstudienmethode entstand mit der Harvard Business School um 1910. Der Fallstudie liegt eine Realsituation zugrunde. Diese ist komplex und enthält ein ungelöstes Problem. Die Problemlösung kann nicht durch einen einfachen Algorithmus oder die Anwendung eines Modells erreicht werden. In der Regel ist die Problemstellung selber vielschichtig, erlaubt mehrere Lösungsvarianten und verlangt eine differenzierte Begründung des Lösungsvorschlages.“ (Frey, 1992b, S. 2)

Im Vergleich zu früheren Versuchen, die Fallstudienmethode auf den mathematisch-naturwissenschaftlichen Bereich zu übertragen (vgl. Frey, 1992b), nennt Frey als abgrenzende Charakteristika die Offenheit der ETH-Fallstudien und ihren „Problemlösungscharakter im Originalsinn“. So enthalten die Fallstudienmaterialien beispielsweise neben zentralen Problemfragen keine eingestreuten Fragen oder Anweisungen.

Insgesamt sieht Frey die ETH-Fallstudien als Rückbesinnung auf das Vorbild der offenen Fallstudien im Managementbereich. Insofern ist eine Gemeinsamkeit zwischen dieser Konzeption der Fallstudienmethode und derer von Kaiser (z.B. 1983a) darin zu sehen, dass neben dem Problemlösebezug der Fallstudien (vgl. hierzu auch Reetz & Sievers, 1983) das Treffen einer Entscheidung im Mittelpunkt steht.

Frey (1992b) charakterisiert die ETH-Fallstudien-Materialien als eine Arbeitsmappe, in der 5-13 originale Forschungsberichte, Gutachten oder wissenschaftlichen Zusammenfassungen enthalten sind und die insgesamt 60-80 Schreibmaschinenseiten umfasst. Ein bis drei Fragestellungen zum Thema finden sich auf der Mappe. Die Zielgruppe der ETH-Fallstudien bilden Schülerinnen und Schüler im gymnasialen und berufsbildenden Bereich ab dem 11. Schuljahr und auch Studenten. Die Fallstudien sollen in Gruppen von 2-3 Lernenden und in der Regel ohne Hilfe der Lehrperson während vier bis acht Unterrichtsstunden bearbeitet werden.

4.2.2 Die Konzeption der ETH-Fallstudienmethode im Mathematikunterricht

Innerhalb des Projektes der ETH wurden für den Mathematikunterricht insgesamt fünf Fallstudienmappen und auch entsprechende Prüfungsfragen entwickelt (vgl. Gächter & Frey 1991a, 1991b, 1991c, 1991d, 1991e, Frey, 1992a). Diese Materialien erstreckten sich auf die Inhaltsbereiche „Beweisen“, „Genauigkeit“, „Rekursion“, „Form und Zahl“, sowie „Algorithmische Geometrie“. Mit Ausnahme der Fallstudie „Form und Zahl“, für die ein Alter der Lernenden von 14-17 Jahren empfohlen wird, richten sich die Unterrichtsmaterialien an Lernende der Sekundarstufe II, und zwar Schülerinnen und Schüler „1-2 Jahre vor der Matura“.

Um die Konzeption der ETH-Fallstudienmethode für den Mathematikunterricht zu beschreiben und zu diskutieren, wird im Folgenden zunächst ein Einblick in die Struktur der zugrunde liegenden Materialien gegeben, der anhand eines Beispiels konkretisiert wird. Anschließend werden kurze Bemerkungen zu Möglichkeiten der unterrichtsmethodischen Gestaltung gemacht und Merkmale der Übertragung der Fallstudienmethode auf den Mathematikunterricht erörtert. Der Einordnung dient auch der anschließende Vergleich der ETH-Fallstudienmethode mit ihrer Vorläuferarbeitsform im wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen Bereich.

Die Materialien als Bestandteil der ETH-Fallstudienmethode

Die Materialmappen bestehen jeweils aus einer Umschlagsmappe, einem Inhaltsverzeichnis für das Fallmaterial der ETH-Fallstudie, Rohmaterialien in Form so genannter Dokumente, einem Quellenverzeichnis der Dokumente und einem Glossar. Zu jeder ETH-Fallstudie gibt es außerdem einen „Didaktischen Kommentar“ (Gächter 1991a, 1991b, 1991c, 1991d, 1991e), der sich an Lehrkräfte richtet. Als Grundlage für die Diskussion der Lernumgebung wird im Folgenden ein kurzer Einblick in die ETH-Fallstudienmaterialien gegeben. Im Hinblick auf Kapitel 7, in dem die Konzeption einer Themenstudie zum Thema „Beweisen und Argumentieren“ dargestellt wird, werden zur Veranschaulichung Beispiele aus der ETH-Fallstudie „Was zu beweisen war“ herangezogen.

Die Texte der Umschlagsmappe der ETH-Fallstudienmaterialien enthalten neben einer Kurzeinführung in die Arbeitsform mit strukturierenden Anweisungen für den Bearbeitungsprozess einen Einführungstext zum Thema der Fallstudie und die Aufgabenstellung. Dabei handelt es sich um eine konkrete Arbeitsanweisung, in der themenbezogene Fragen formuliert werden. Durch diese Aufgabenstellung wird auch die Arbeitsform weitgehend festgelegt und die Form des Ergebnisses des Arbeitsprozesses beschrieben. Beispielsweise enthält die Mappe „was zu beweisen war“ (Gächter & Frey, 1991a) die Aufgaben:

„Lösen Sie eine der folgenden Aufgaben:

1. Am diesjährigen regionalen Mathematikwettbewerb befindet sich unter den gestellten Problemen diese geometrische Beweisaufgabe: [...]

Sie sind für die Korrektur und Beurteilung einiger Lösungen zuständig (vergleiche Dokument 1).

- Worauf stützen sich die einzelnen Beweisvorschläge?
 - Welcher Beweis überzeugt Sie am meisten, welcher am wenigsten? Begründen Sie ihre Ansicht vor der Jury.
 - Die Jury vergibt Sonderpreise für die elegantesten Lösungen. Welchen Beweis schlagen Sie vor?
2. Was versteht die Rechtsprechung unter einem Beweis? Stellen Sie die Argumentationsweise der Juristen und Mathematiker einander gegenüber.“ (Gächter & Frey, 1991a)

In diesem Beispiel einer Aufgabenstellung sind - bis hin zur Nennung der Quelldokumente, auf die sich die Aufgabe erstreckt - recht genaue Vorstellungen formuliert, welche Inhalte bearbeitet werden sollen und was die geforderte Ausarbeitung enthalten soll.

Es sei angemerkt, dass diese Vorgaben zur Gestaltung des Arbeitsprozesses von Gächter (1991a) nicht als verbindlich angesehen werden, sondern in der jeweiligen unterrichtlichen Umsetzung verändert werden können. Dazu werden in den didaktischen Kommentaren Anregungen gegeben. Auch im Hinblick auf die inhaltlichen Vorgaben des Aufgabenteils formuliert Gächter in den didaktischen Kommentaren erweiternde Vorschläge.

Als Rohmaterialien der Fallstudie dienen die so genannten Dokumente – dies sind Auszüge aus verschiedenen Büchern und Veröffentlichungen, die diesen unverarbeitet entnommen sind, und einzelne von Gächter eigens für die Materialmappe verfasste Unterlagen (z.B. Dokument 1 in Gächter & Frey, 1991b). Vorkommende Fremdwörter bzw. Fachbegriffe werden im Glossar kurz erklärt oder kommentiert.

Beispielsweise enthält die Materialmappe der ETH-Fallstudie „Was zu beweisen war“, die von der Gegenüberstellung des juristischen und des mathematischen Beweisbegriffes lebt und deren übergreifendes Thema die Sicherheit und Strenge von Begründungsverfahren ist, folgende Dokumente (vgl. Gächter & Frey, 1991a):

- Sechs Beweisvorschläge für eine recht anspruchsvolle Aufgabe der Internationalen Mathematik-Olympiade umfassen Beweisversuche, die mit verschiedenen geometrischen Argumentationsstrategien arbeiten, einen für Schülerinnen und Schüler vermutlich nicht ohne Schwierigkeiten nachzuvollziehenden „Beweis mit Computer-Algebra“, sowie einen naturwissenschaftlichen „Beweis“ durch Ausschneiden und Wägen geometrischer Figuren.
- Ein Ausschnitt aus Descartes’ „Abhandlung über die Methode des richtigen Vernunftgebrauchs“ behandelt das Denken, die Wahrheitsfindung und einige Gedanken zum Wesen der Mathematik aus rationalistischer Sicht.
- Ein Text zu geschichtlichen Aspekten des mathematischen Beweises aus einer metawissenschaftlichen Perspektive schließt unter anderem ein Beweisbeispiel für den Satz des Pythagoras aus den Elementen des Euklid ein.
- Ebenfalls aus einer metawissenschaftlichen Perspektive beleuchtet ein weiterer Artikel das Prüfen der Wahrheit von mathematischen Aussagen, Wahrheit und Bedeutung mathematischer Begriffe und Axiome, die Begriffe des Folgerns und des Geltens, sowie mathematikphilosophische Fragestellungen wie die des Grundlagenstreits.
- Fünf der Dokumente der ETH-Fallstudienmappe widmen sich Aspekten des juristischen Beweisverständnisses. Die Abhängigkeit der Richter von Sachverständigen, staats- und verfassungsrechtliche Hindernisse und Grenzen, fehlerhafte Gerichtsurteile, ein Gesetzesauszug und ein Text aus einem juristischen Kommentar skizzieren Wesen und Probleme rechtlicher Argumentationsverfahren.
- Prinzipien der wissenschaftlichen Denkweise und Wahrheitsfindung und zum Entstehungsprozess von Beweisen werden in einem weiteren der Dokumente aus einer metawissenschaftlichen Perspektive erörtert.
- Schließlich lässt ein kurzer Ausschnitt aus einem Artikel über den Beweis des Vierfarbensatzes von Fritsch (1990) die Problematik rund um Computerbeweise in der Mathematik aufscheinen.

Insgesamt handelt es sich bei den Materialien der ETH-Fallstudienmappe „Was zu beweisen war“ (Gächter & Frey, 1991a) um umfangreiches und offenbar sowohl sprachlich als auch mathematisch anspruchsvolles Quellenmaterial.

Um weitere Informationen zur Lernumgebung der ETH-Fallstudie zu geben, werden im Folgenden kurz und überblicksartig Vorschläge angesprochen, in welchem unterrichtsmethodischen Umfeld diese ETH-Fallstudienmaterialien eingesetzt werden sollen.

Ablauf der Fallstudienarbeit und Vorschläge zur methodischen Gestaltung

Zum Ablauf der Fallstudienarbeit schlägt Gächter (1996, 2004) vor, die Materialmappe zwei Monate vor der Hauptphase im Unterricht an die Schülerinnen und Schüler auszuteilen, damit diese genug Zeit haben, die Texte zu lesen und zu bearbeiten. Die Hauptphase im Unterricht beginnt dann mit einer Aufwärmphase von einer Unterrichtsstunde. Es folgen zwei Unterrichtsstunden, in denen sich die Lernenden über die Fallstudienfrage und die Materialien aus-

tauschen und in denen in der Auseinandersetzung zwischen den Schülerinnen und Schülern über mögliche Entscheidungen zur Fallstudienfrage auch die Gruppenbildung der Lernenden stattfindet (offenbar sollen die Schülerinnen und Schüler sich ihre Gruppenpartner nach Gemeinsamkeiten in der Beurteilung von Fragen der Fallstudie aussuchen). Während dieser Stunden zeigt die Lehrperson Präsenz, gibt aber keine Hinweise. Zwei weitere Unterrichtsstunden dienen der Formulierung von Positionen innerhalb der Gruppen. Den Abschluss der Hauptphase der Fallstudienarbeit bildet ein Austausch der erarbeiteten Positionen zwischen den Gruppen, der oft auf schriftliche Ausarbeitungen der Lernenden gestützt ist. Dies kann nach A. Gächter in unterschiedlichen Formen geschehen. Die in den didaktischen Kommentaren (z.B. Gächter, 1991a; vgl. auch Gächter, 2005) vorgeschlagenen methodischen Ausgestaltungsmöglichkeiten der Fallstudienarbeit lassen sich gruppieren in

- das Erstellen von Plakaten, Wandzeitungen, Pinnwänden
- das Führen von Diskussionen, Streitgesprächen zwischen „Fraktionen“, Podiumsdiskussionen oder Fragestunden mit von außen kommenden Experten
- das Erarbeiten von Kriterienlisten, Manifesten, Zeitungsartikeln, Schulbuch- oder Lehrplankritiken
- das Schreiben mathematischer Aufsätze
- die (die Arbeit ergänzende) Durchführung von Exkursionen oder Experimenten

Der Lehrkraft steht also offenbar eine Reihe von Entscheidungsmöglichkeiten zur Verfügung, wie die Bearbeitung der Fallstudie gestaltet werden kann. Ein gemeinsames Merkmal dieser Vorschläge ist die relativ schülerzentrierte Arbeitsweise der Lernenden, die offensichtlich in der unterrichtsmethodischen Gestaltung angestrebt wird. Im Folgenden wird erörtert, wie die besprochenen Merkmale der ETH-Fallstudie eingeordnet werden können.

Inhaltliche Schwerpunktsetzung der Problemstellungen der ETH-Fallstudien für den Mathematikunterricht bei der Übertragung der Fallstudienmethode aus dem wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich

Bei der oben beschriebenen Übertragung der Fallstudienmethode auf den Mathematikunterricht fällt eine gewisse Verschiebung bei der inhaltlichen Herangehensweise auf (vgl. Abb. 4.2.1).

	Kasuistische Orientierung: Konkrete Fallschilderung, Anwendung und Erkunden von Wissen im situativen Kontext	Metabegriffliche Orientierung: Übergreifende Themenstellung, Rohmaterialien als metawissen- schaftliche und metabegriffliche Denkanstöße
Wirtschafts- und gesellschaftswissen- schaftlicher Bereich	Fallstudienmethode im wirtschafts- und gesellschafts- wissenschaftlichen Bereich	
Mathematikunterricht	(denkbarer kasuistischer Ansatz einer anwendungsbezogenen Fallstudie im Mathematikunterricht)	ETH-Fallstudien von A. Gächter

Abb. 4.2.1: Inhaltliche Schwerpunktsverschiebung bei Problemstellungen innerhalb der Konzeption der Fallstudie im Mathematikunterricht von A. Gächter im Vergleich zur Fallstudienmethode im wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich

Was die inhaltliche Orientierung der Problemstellungen betrifft, scheinen in den ETH-Fallstudien für den Mathematikunterricht weniger kasuistische Betrachtungsweisen, als vielmehr übergreifende Fragen beispielsweise zu mathematischen Begriffen oder Inhaltsbereichen im Mittelpunkt zu stehen. Diese Verschiebung hängt mit dem Verständnis der Begriffe „Fall“ und „wissenschaftliches Problem“ zusammen und wird im Folgenden diskutiert, um die Konzeption der ETH-Fallstudie noch genauer zu analysieren.

Die Fallstudienmethode im Fach Mathematik wird den Lernenden gegenüber jeweils auf der Umschlagmappe der Materialien kurz charakterisiert. Dabei wird der Begriff „Fall“ als zu behandelndes „wissenschaftliches Problem“ deklariert, dem „reale Verhältnisse zugrunde“ liegen. Dieser Formulierung scheint eine Entscheidung zu einer Art von Wissenschaftsorientierung der Fallstudie im Mathematikunterricht zugrunde zu liegen, die jedoch auch in Frey (1992b) nicht näher erläutert wird (vgl. auch Abschnitt 5.5 zu Merkmalen von Wissenschaftsorientierung).

Mit „wissenschaftlichem Problem“ wird von A. Gächter und K. Frey in dem einleitenden Text offenbar nicht ein Forschungsproblem gemeint, mit dem Mathematiker sich aktuell befassen und das entschieden werden soll, sondern ein diskutierbares Problemfeld, in dem die Lernenden Positionen beziehen und diese argumentativ verteidigen können. Nicht selten entsteht in den mathematikbezogenen ETH-Fallstudien ein derartiges Problemfeld durch eine interdisziplinäre Gegenüberstellung eines mathematischen und eines außermathematischen Lebensbereichs. Die Aufforderungen an die Lernenden, „sogenannte ‚Tatsachen‘ zu hinterfragen“ und „sich ein eigenes Urteil zu bilden“ unterstreichen das Verständnis, dass diskutierbare wissenschaftsbezogene Fragen als „Fälle“ angesehen werden (Frey & Gächter, 1991a, 1991b, 1991c, 1991d, 1991e).

Diese Übertragung des Fallbegriffs auf den Mathematikunterricht ist nicht die einzig denkbare. Möglich gewesen wäre auch eine andere, aufgabenartige Kasuistik im Bereich der Anwendung von Mathematik: Eine offene Aufgabenstellung, die an einen realen Fall geknüpft ist, könnte zu Modellbildungs- und Problemlösungsprozessen führen (vgl. auch Abb. 4.2.1). Beispielsweise könnten zum Fall einer Finanzierung eines Staudammes Rohmaterialien zu Darlehenskonditionen, einschlägigen Regelungen des Steuerrechts und Dokumente zu Erträgen in der Energiewirtschaft gegeben sein. Mit diesen Materialien könnten die Lernenden Bezüge zur Zinsrechnung und zur Finanzmathematik herstellen, bei denen die Finanzierungssituation modelliert wird und so auch Grundwissen anwenden (oder sogar erst erarbeiten). Um eine solche denkbare Art einer kasuistischen und anwendungskontextbezogenen Fallstudie im Mathematikunterricht geht es bei den ETH-Fallstudien offenbar weniger.

Der oben genannte Wissenschaftsbezug mit seinen metabegrifflichen Fragestellungen stellt also eine wesentliche Veränderung der ETH-Fallstudien im Fach Mathematik gegenüber kasuistischen Ausrichtungen der Fallstudie im wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen Bereich dar.

Auch Frey (1992b) macht bei seiner curricularen Erörterung der ETH-Fallstudien die Beobachtung, dass bei der Fallstudienarbeit oft eine metawissenschaftliche Perspektive nahegelegt wird:

„Die Mehrheit der dreißig Themen hat mehr mit dem zu tun, was die aufgeklärte und interessierte Öffentlichkeit im Rahmen von Naturwissenschaft und Mathematik diskutiert, als der Kanon in Schulbüchern.“
(Frey, 1992b, S. 7)

Gemeinsamkeiten der ETH-Fallstudienmethode mit der Fallstudienmethode im wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich

Die unterrichtsmethodische Charakterisierung der ETH-Fallstudienmethode nimmt mit Ausnahme der Deutung des „Falles“ als wissenschaftlichem Problem im oben erklärten Sinne, weitgehend die Konzeption der Fallstudie im wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen Bereich auf (vgl. Kaiser, 1973, Kaiser & Brettschneider, 1999). In beiden Lernumgebungen arbeiten die Lernenden mit didaktisch wenig aufbereiteten Rohmaterialien, sollen einen eigenen Standpunkt finden und eine begründete Entscheidung treffen.

Ebenfalls im Zusammenhang mit dem Treffen einer Entscheidung steht die zentrale Rolle der Themenfrage in den ETH-Fallstudien. Diese Themenfrage soll von den Lernenden entschieden werden. Nach Gächter (1996, 2004) stellt die Themenfrage neben den Rohmaterialien und der individuellen Stellungnahme der Lernenden einen der drei Hauptbestandteile der mathematikbezogenen ETH-Fallstudienmethode dar. Wie in Abschnitt 4.1.3 deutlich wurde, ist das Treffen von Entscheidungen zu einer Problemfrage auch ein zentrales Element der Fallstudienmethode im wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich: Das Entscheiden und Diskutieren steht also bei Gächter und Frey ähnlich im Mittelpunkt der Fallstudienarbeit wie bei Kaiser (1973) oder Kaiser und Brettschneider (1999).

Entsprechend ist bei der Wahl der Themen für die Fallstudien das Vorhandensein eines kontroversen Diskussionspotentials ein wesentlicher Gesichtspunkt. Wie aus den Texten der Umschlagsmappe und den didaktischen Kommentaren hervorgeht, versteht sich die ETH-Fallstudie als argumentationsgeleitete Arbeitsform, bei der dem Treffen und Diskutieren von Entscheidungen ein hoher Stellenwert zukommt. So haben fast alle in den didaktischen Kommentaren vorgeschlagenen Ausgestaltungsmöglichkeiten einen argumentativen Charakter.

Es fällt auf, dass die meisten für die ETH-Fallstudien vorgeschlagenen Arbeitsformen auf eine intensive Interaktion der Lernenden untereinander oder mit Experten abzielen. Das Redigieren von Zeitungsartikeln, Diskussionen mit eingeladenen Spezialisten, Rollenspiele, das Erarbeiten und Verabschieden von Kriterienlisten, die als Leitfaden für Entscheidungen dienen sollen, sind Methoden, mit denen Teile gesellschaftlicher Entscheidungsprozesse modelliert werden können. Mit der Auswahl dieser Arbeitsformen scheint auch die Hoffnung verbunden zu sein, dass die Schülerinnen und Schüler durch Interaktion Entscheidungsfähigkeiten weiter entwickeln.

Zusammenfassung

Zur Konzeption der ETH-Fallstudien im Mathematikunterricht kann zusammenfassend festgestellt werden, dass die Schülerinnen und Schüler sich in dieser Lernumgebung anhand relativ präziser Anweisungen mit Rohmaterialien auseinandersetzen sollen, um eine Entscheidung zu einer metawissenschaftlich orientierten Frage zu treffen. Im Entscheidungsbezug ähnelt die ETH-Fallstudienmethode für den Mathematikunterricht ihrer Vorläuferarbeitsform im wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich, während die weniger kasuistische und eher metawissenschaftliche inhaltliche Ausrichtung der mathematikbezogenen ETH-Fallstudien einen Unterschied darstellt. Inwiefern die ETH-Fallstudienmethode im Mathematikunterricht eine Rahmenkonzeption für problemorientierte Lernumgebungen darstellt, wird im Folgenden erörtert.

4.2.3 Die ETH-Fallstudienmethode im Mathematikunterricht als problemorientierte Lernumgebung

In Abschnitt 4.1.2 wurde dargelegt, dass die Fallstudienmethode im wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich als relativ problemorientierte Lernumgebung angesehen werden kann. Die Ähnlichkeiten der ETH-Fallstudien zu dieser Konzeption wurden bereits in den vorangegangenen Abschnitten 4.2.1 und 4.2.2 angesprochen. Insofern können auch die ETH-Fallstudien im Fach Mathematik zur Gestaltung problemorientierter Lernumgebungen genutzt werden, sofern die Ausführungen in Abschnitt 4.1.2 entsprechend zutreffen. Wie in Abschnitt 4.1.2 gilt dies also mit der prinzipiellen Einschränkung, dass die ETH-Fallstudienmaterialien auch in geeigneter Weise im Mathematikunterricht eingesetzt werden. Zu diskutieren ist im Folgenden also die prinzipielle Möglichkeit, innerhalb der ETH-Fallstudienmethode problemorientierte Lernumgebungen anzubieten. Aufgrund der in Abschnitt 4.2.2 beschriebenen inhaltlichen Schwerpunktsverschiebung der ETH-Fallstudien im Fach Mathematik im Vergleich zur Fallstudienmethode im wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich werden im Folgenden noch einige ergänzende Bemerkungen zu den Spezifika der erstgenannten Lernumgebung gemacht.

Wie in Abschnitt 4.2.2 ausgeführt wurde, sind kasuistische Situationsbezüge in den mathematikbezogenen ETH-Fallstudien in weit geringerem Maße enthalten als in wirtschaftswissenschaftlichen Fallstudien. Trotzdem beziehen sich die ETH-Fallstudienmaterialien auf authentische Probleme. Die Rohmaterialien berichten hier oft von Charakteristika der Wissenschaft Mathematik, wodurch ein recht authentischer Blick auf metabegriffliche und metawissenschaftliche Problemstellungen ermöglicht werden kann. Eine derartige Herangehensweise des Mathematikunterrichts wurde auch bereits in Abschnitt 3.2.1 angesprochen und wird im Zusammenhang mit der Themenstudienarbeit in Abschnitt 5.3.2 weiter erörtert werden.

Auch das Lernen in multiplen Kontexten und unter multiplen Perspektiven ist in der ETH-Fallstudie weniger von einem konkreten kasuistischen Vorgehen bestimmt. Hier werden multiple Kontexte und Perspektiven durch die Verschiedenartigkeit der in den Rohmaterialien angesprochenen Erscheinungsformen und Annäherungsweisen an ein metabegriffliches oder metawissenschaftliches mathematikbezogenes Problem hergestellt. Auch die in den ETH-Fallstudienmaterialien oft angestrebten Vergleiche von Auffassungen verschiedener Disziplinen sollen die Schülerinnen und Schüler anregen, verschiedene Sichtweisen auf den zu betrachtenden Inhaltsbereich aufzusuchen und zu diskutieren (vgl. z.B. Gächter, 1991a).

Es ist den Lernenden in der ETH-Fallstudienarbeit im Fach Mathematik also möglich, anhand authentischer Probleme und unter Nutzung multipler Kontexte und Perspektiven zu lernen (vgl. Abschnitte 3.2.1-3.2.3). Für Elemente der instruktionalen Unterstützung und das Lernen in einem sozialen Kontext (vgl. Abschnitte 3.2.4 und 3.2.5) ergeben sich Überlegungen, die weitgehend analog zu denen für die Fallstudienmethode im wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich (vgl. Abschnitt 4.1.2) sind. So sollen einige Anweisungen auf der Umschlagmappe der ETH-Fallstudienmaterialien offenbar den Arbeitsprozess strukturieren und beschreiben. Instruktionale Elemente der Anleitung, wie die Aufforderung an die Lernenden, nach der Bildung von Arbeitsgruppen zunächst die Texte der Umschlagmappe zu lesen, dann die Aufgaben in der Gruppe zu besprechen, und daraufhin die Dokumente der Innenmappe zu überfliegen, Lesearbeit aufzuteilen, Notizen zu machen, die weitere Arbeit zu organisieren und die Zusammenfassung sowie die Präsentation der eigenen Meinung sorgfältig vorzubereiten, erscheinen geeignet, den Lernenden Orientierung zu geben und Arbeitsprozesse strukturieren zu helfen.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass auf der Basis der bereits angestellten Überlegungen innerhalb der ETH-Fallstudienmethode im Fach Mathematik eine hohe Problemorientierung im Sinne der Leitlinien von Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) möglich ist.

4.2.4 Untersuchungen zu den ETH-Fallstudien im Mathematikunterricht

Das Hauptziel der Arbeitsgruppe um Frey scheint es gewesen zu sein, „über die Unterrichtsmethoden nicht nur zu theoretisieren, sondern praktische Beispiele vor[z]uzeigen.“ (vgl. Frey, 1992a, S. 1). In der Tat war eine systematische empirische Evaluation der ETH-Fallstudien nicht vorgesehen, „da [zu messende Effekte] sehr vielfältig sind und einen großen Forschungsaufwand verlangen würden“ (Frey, 1992b). Vermutlich stand Frey auch vor dem Problem, die ETH-Fallstudien fächerübergreifend pädagogisch zu beurteilen. Dies ist angesichts der Verschiedenartigkeit der Themenstellungen, der Rolle des schulfachbezogenen Vorwissens, der unterrichtlichen Umsetzung im jeweiligen Fach unter fachspezifischen Randbedingungen des Unterrichts, der Zielsetzungen im jeweiligen Fachunterricht und nicht zuletzt auch der variierenden Ausgestaltung der einzelnen ETH-Fallstudien offenbar nahezu unmöglich.

Erfahrungsberichte zum Einsatz der ETH-Fallstudien gab es lediglich in Form von Rückmeldungen von Erprobungslehrkräften. Diese Rückmeldungen waren aber nicht standardisiert erhoben worden und führten in der Folge nicht zu Veröffentlichungen.

Von Frey wurden die ETH-Fallstudien hauptsächlich auf übergreifende curriculare Strukturen hin untersucht (vgl. Frey, 1992b). Schulfachbezogene Evaluationsergebnisse wie etwa mögliche inhaltsbezogene Erfahrungsberichte zu den mathematischen Fallstudien wurden jedoch auch in diesem Bereich offenbar nicht veröffentlicht. Der Fokus des Projekts lag offenbar eher auf der Beschreibung der Konzeption der Lernumgebung (vgl. auch Frey & Frey-Eiling, 1992).

Diese defizitäre empirische Befundlage zu rohmaterialiengestützten Lernumgebungen im Mathematikunterricht hat zur Folge, dass letztlich sehr wenig über Effekte und Wirkungen des Einsatzes von ETH-Fallstudien auf den Wissensaufbau bei Schülerinnen und Schülern ausgesagt werden kann.

4.2.5 Grenzen des Einsatzes der Fallstudienmethode und mögliche Probleme

In diesem Abschnitt wird auf Grenzen des Einsatzes der Fallstudienmethode hingewiesen. Außerdem werden mögliche Probleme, die mit der Konzeption der ETH-Fallstudien im Mathematikunterricht verbunden sind, angesprochen.

Ein erstes mögliches Hindernis für den Einsatz von Fallstudien im Mathematikunterricht nach dem Konzept der ETH ist in Einschränkungen hinsichtlich der Zielgruppe der Lernenden zu sehen. Mit Ausnahme einer der Materialmappen richteten sich die ETH-Fallstudien an Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe II. Das Anforderungsniveau der Materialien ist nach Inhalt und Darbietungsform in der Regel so gehalten, dass die Lernenden vermutlich über beträchtliches Vorwissen und Fähigkeiten des sinnentnehmenden Lesens und Analysierens von anspruchsvollen Texten verfügen müssen. Mit der Verfügbarkeit derartiger Fähigkeiten kann in der Tat erst in den letzten gymnasialen Schuljahren gerechnet werden (vgl. auch Abschnitte 4.2.1 und 4.2.2).

Auch hinsichtlich der Möglichkeiten der inhaltlichen Ausrichtung unterliegt die Konzeption der ETH-Fallstudien deutlichen Einschränkungen. Die Forderung der mathematikbezogenen ETH-Fallstudie nach einer kontrovers diskutierbaren, offenen Entscheidungssituation reduziert sowohl die Auswahl in Frage kommender Inhaltsbereiche als auch die Möglichkeiten des Herangehens an Inhalte im Rahmen rohmaterialienbasierten Lernens. Das Entscheiden als „conditio sine qua non“ wirkt sich also im Hinblick auf Variationsmöglichkeiten der Lernumgebung und auch auf Möglichkeiten des angepassten Vorbereitens der Lernenden auf Arbeitsformen ähnlich der Fallstudienmethode in niedrigeren Jahrgangsstufen eher hemmend aus.

Auch Gächter (1996, 2004) selbst nennt weitere, teilweise mit den bereits diskutierten Gesichtspunkten in Verbindung stehende mögliche Probleme für die Fallstudienarbeit. Diese möglichen Probleme sollten nach Gächter sowohl bei der Durchführung von Fallstudienarbeit als auch bei der Konzeption von Fallstudienmaterialien berücksichtigt werden:

- Das *Problem der Altersgemäßheit* der Materialien besteht darin, dass Schülerinnen und Schüler niedrigerer Jahrgangsstufen oft nicht über das notwendige Vorwissen verfügen, um Fallstudien bearbeiten zu können. Dieses Problem wurde für die Fallstudie im wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich bereits in Abschnitt 4.1.5 angesprochen. Die Gestaltung und Auswahl der Rohmaterialien spielt in diesem Bereich sicherlich eine wesentliche Rolle. In eingeschränktem Maße ergibt sich die Möglichkeit, Materialien bei der Auswahl an den Kenntnisstand der Lernenden anzupassen.
- Das *Problem des richtigen „Einbauens“ der Fallstudie in das Curriculum* betrifft auch die inhaltliche Verzahnung der Rohmaterialien und der Fragestellung der Fallstudie mit dem Vorwissen der Schülerinnen und Schüler und dem inhaltlichen Vorgehen im Mathematikunterricht. Hier sollten vielfältige Verknüpfungsmöglichkeiten gegeben sein.
Erschwerend für die curriculare Verzahnung könnten sich die oben diskutierten Einschränkungen bezüglich der inhaltlichen Auswahlmöglichkeiten auswirken. Die ETH-Fallstudie kann nicht an alle Inhaltsbereiche angepasst werden (vgl. Gächter, 1996, 2004).
- Das *Problem des Schwierigkeitsgrades* kann nach Gächter durch Differenzierung in den Niveaus einzelner Materialien erleichtert werden. Entsprechend müssen in der Regel nicht zwingend alle Lernenden alle Materialien bearbeiten.

Ein hohes Anforderungsniveau der Lernumgebung könnte aber prinzipiell auch aus Formen des rohmaterialienbasierten Lernens selbst erwachsen. Unter Umständen könnten Möglichkeiten der Differenzierung durch die Materialenauswahl zusätzlich dadurch beschränkt werden, dass die Arbeitsform selbst von höherer Komplexität gekennzeichnet ist, als dies beispielsweise für entsprechende gegenstandszentrierte Lernumgebungen der Fall wäre. Aufgrund mangelnder entsprechender Untersuchungen zur ETH-Fallstudienmethode ist dieser möglicherweise problematische Aspekt jedoch ungeklärt.

Als ein wesentliches Problem im Zusammenhang mit der ETH-Fallstudienmethode erscheint die insgesamt defizitäre empirische Befundlage zu Lernergebnissen, die Schülerinnen und Schüler in dieser Lernumgebung erzielen können. Die möglichen Effekte, etwa im Bereich des Zuwachses von Wissen über die Wissenschaft Mathematik, wurden nicht systematisch untersucht und sind deshalb unklar. Dies dürfte die Entscheidung zum Einsatz der Fallstudienmethode und auch Detailentscheidungen über die unterrichtsmethodische Gestaltung der Lernumgebung erschweren: Untersuchungsergebnisse, inwiefern Ziele der ETH-Fallstudienarbeit im Mathematikunterricht erreicht werden können, liegen nicht vor.

Aus diesem Grunde erscheint es wünschenswert, empirische Erkenntnisse zum rohmaterialien-gestützten Lernen im Mathematikunterricht zu gewinnen, die auch vorsichtige Rückschlüsse auf mögliche Wirkungen der ETH-Fallstudienmethode zulassen.

Bei der Konzeption der rohmaterialienbasierten Lernumgebung „Themenstudienarbeit“ in den Kapiteln 5 und 7, sowie bei deren Evaluation, die in den darauf folgenden Kapiteln dargestellt wird, können die in diesem Abschnitt diskutierten problematischen Aspekte der ETH-Fallstudienmethode berücksichtigt werden.

4.2.6 Zusammenfassung und Bemerkungen

Die Lernumgebung „ETH-Fallstudie“ beruft sich zwar nicht ausdrücklich auf konstruktivistische Vorstellungen vom Lernen und Lehren. Ihrem Wesen nach ist die ETH-Fallstudienmethode für den Mathematikunterricht aber durchaus geeignet, problemorientierte Lernumgebungen unterrichtsmethodisch zu realisieren (vgl. Abschnitt 4.2.3). Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die ETH-Fallstudien in Zielsetzung und Methodik in wesentlichen Punkten der Fallstudie im wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen Bereich ähnlich sind. Insbesondere steht das Treffen von Entscheidungen bei beiden Lernumgebungen im Mittelpunkt. Im Vergleich zur Fallstudienmethode im wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich ist der Akzent in den mathematikbezogenen ETH-Fallstudien jedoch weg von einer konkreten, lebensweltlich bezogenen Kasuistik und hin zu einem Treffen von Entscheidungen zu oft metawissenschaftlich orientierten Fragestellungen kontrovers diskutierbarer, grundlegender mathematischer oder interdisziplinärer Probleme verschoben (vgl. Abb. 4.2.1 und Abschnitt 4.2.2). Neben sehr konkret formulierten Arbeitsaufträgen in den Materialmappen wird für die ETH-Fallstudien in den begleitenden Kommentaren ein breites Spektrum methodischer Umsetzungsmöglichkeiten vorgeschlagen.

Leider gibt es keine systematischen, insbesondere keine veröffentlichten Berichte oder Evaluationen der ETH-Fallstudien hinsichtlich ihrer möglichen Wirkungen auf Lernende. Im theoretischen Bereich wurden ETH-Fallstudien offenbar hauptsächlich auf curriculare Strukturen hin untersucht (vgl. Frey, 1992b). Insbesondere fehlen also empirische Studien im Zusammenhang mit dieser Lernumgebung.

Im folgenden Kapitel 5 kann auf die Gedanken und Erfahrungen zur Fallstudienmethode insofern aufgebaut werden, als Vorschläge für das Anregen rohmaterialien-gestützten Lernens aufgegriffen und Praxiserfahrungen auch über die Grenzen des Unterrichtsfaches Mathematik hinweg genutzt werden können. Die Überlegungen von Kapitel 4 fließen also sowohl in das Design der vier Pilotstudien ein, von denen in Kapitel 6 berichtet wird, als auch in die praktische Konzeption einer Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren, die in Kapitel 7 beschrieben wird.

Darüber hinaus erscheint es angesichts der defizitären Befundlage als äußerst wünschenswert, im Rahmen einer systematischeren Evaluation rohmaterialien-gestützten Lernens im Mathematikunterricht empirische Evidenz zu derartigen problemorientierten Lernumgebungen zu gewinnen. Diesem Forschungsdesideratum wird in den Pilotstudien (vgl. Kapitel 6) und in den Kapiteln 8 bis 15 nachgegangen.

5 Themenstudienarbeit als Lernumgebung im Mathematikunterricht

In den zurückliegenden Kapiteln wurde dargelegt, dass verständnisvolles Lernen in gegenstandsorientierten Lernumgebungen, wie sie im deutschen Mathematikunterricht oft vorherrschen, nicht optimal gefördert zu werden scheint. Problemorientierte Lernumgebungen (vgl. Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001) sind demgegenüber an gemäßigt-konstruktivistischen Vorstellungen vom Lernen und Lehren ausgerichtet, die auch verständnisvolles Lernen charakterisieren (vgl. Baumert & Köller, 2000; Weinert, 1996). Die Fallstudienmethode im wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich, die in Kapitel 4 beschrieben wurde, stellt ein Beispiel für eine rohmaterialiengestützte Lernumgebung dar, die eine hohe Problemorientierung aufweisen kann. Einen Übertragungsversuch der Fallstudienmethode auf den Mathematikunterricht, bei dem das Diskutieren und Entscheiden eines mathematikbezogenen Problems im Vordergrund steht, bildet der Ansatz der ETH-Fallstudien von Gächter und Frey, der ebenfalls in Kapitel 4 dargestellt wurde. Die ETH-Fallstudie im Mathematikunterricht unterliegt jedoch nach Ausrichtung und Zielgruppe einigen Einschränkungen (vgl. Abschnitt 4.2.5). Die in diesem Kapitel diskutierte Lernumgebung Themenstudienarbeit versucht, die Ansätze des rohmaterialienbasierten Lernens mit den Leitlinien für problemorientierten Lernumgebungen von Reinmann-Rothmeier und Mandl so zu verknüpfen, dass die Förderung verständnisvollen Lernens im Vordergrund steht und auch ein höheres Maß an Variabilität bei der Einsetzbarkeit, bei Möglichkeiten der inhaltlichen Ausrichtung und bei der Wahl der Zielgruppe ermöglicht wird.

In Abschnitt 5.1 wird daher mit der Themenstudienarbeit eine gemäßigt-konstruktivistisch orientierte und auf verständnisvolles Lernen ausgerichtete Lernumgebung vorgestellt, die auf die in den vorangegangenen Kapiteln vorgestellten Ansätze aufbaut. So orientiert sich die Themenstudienarbeit an übertragbaren Gestaltungsvorschlägen der Fallstudienmethode und versucht, auch deren spezifische methodische Möglichkeiten für ein Anregen verständnisvoller Lernprozesse zu nutzen.

Zur Fallstudienmethode bestehen Unterschiede, die sich unter anderem auch in einem Ablaufmodell für die Lern- und Arbeitsprozesse der Lernenden äußern, das von dem der Fallstudienmethode abweicht (vgl. Abschnitt 5.2).

Die charakteristische Struktur der Themenstudienarbeit äußert sich in inhaltlichen Austauschprozessen, die in Abschnitt 5.3 vor dem Hintergrund gemäßigt-konstruktivistischer Theorieelemente beschrieben werden. In diesem Zusammenhang wird auch erörtert, inwiefern diese Lernumgebung eine hohe Problemorientierung im Sinne von Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) aufweist.

Weitere Informationen zur Themenstudienarbeit enthält Abschnitt 5.4: Hier werden Gestaltungsdimensionen für Themenstudienarbeit zusammengestellt, anhand derer mögliche Detailentscheidungen zur Konzeption und zur Umsetzung dieser Lernumgebung im Unterricht aufgezeigt werden. Im Hinblick auf die Überlegungen zur Förderung des wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses in Abschnitt 1.4.2 wird in Abschnitt 5.5 mit der Wissenschafts-

orientierung ein wesentlicher konzeptioneller Aspekt der Themenstudienarbeit diskutiert, anhand dessen weitere Unterschiede zur Fallstudienmethode sichtbar werden.

Abschnitt 5.6 schließlich enthält eine Zusammenfassung der vorangehenden Abschnitte und Bemerkungen zu Forschungsdesiderata hinsichtlich der Themenstudienarbeit.

5.1 Die Themenstudie im Mathematikunterricht: Begriffsklärungen und Definitionen, Charakterisierung der Lernumgebung

Nachdem Kapitel 3 sich mit grundsätzlichen Gedanken zur Gestaltung von gemäßigt-konstruktivistisch orientierten Lernumgebungen befasste, wird in diesem Abschnitt die Themenstudienarbeit als eine Lernumgebung definiert und vorgestellt, die diesen Grundsätzen verpflichtet ist. Dies geschieht über die Beschreibung von eingesetzten Materialien, Verfahren und Tätigkeiten der Schülerinnen und Schüler sowie von Merkmalen der von den Lernenden hergestellten Produkte, die jeweils für die Themenstudienarbeit charakteristisch sind. Als ein Beispiel wird die Gestaltung einer Themenstudienarbeit zum Thema „Beweisen und Argumentieren“ im Mathematikunterricht angesprochen - ein Beispielthema, das in Kapitel 7 noch in vertiefter Form erörtert wird. Abschnitt 5.1 endet mit Bemerkungen zu den vorrangigen Zielsetzungen der Themenstudienarbeit.

Eine Rahmendefinition der Themenstudienarbeit als Lernumgebung im Unterricht lautet wie folgt:

Eine Themenstudie zu erstellen bedeutet für die Lernenden, Ergebnisse einer Auseinandersetzung mit einem Inhaltsbereich, gegebenenfalls auf Zielfragen hin, schriftlich zu fixieren und/oder zu präsentieren. Themenstudienarbeit bezeichnet den Prozess der Erarbeitung und Erstellung einer Themenstudie.

Wie man leicht erkennt, ist diese Definition zunächst sehr weit gefasst und lässt nicht nur verwandte Arbeitsformen wie beispielsweise Schülerreferate und -aufsätze, Facharbeit, Lernen durch Lehren etc. zu, sondern kann in extremer Interpretation beispielsweise auch die einfache Beantwortung von Aufgaben umfassen. Aus diesem Grund wird der Begriff der Themenstudie bzw. der Themenstudienarbeit durch die Angabe dreier Hauptcharakteristika weiter präzisiert:

- (I) *Der Ausgangspunkt des Arbeitsprozesses* ist die Konfrontation der Schülerinnen und Schüler mit so gut wie unaufbereiteten Rohmaterialien zu einem interdisziplinären Thema oder zu einem begrifflichen Verständnis betonenden mathematikbezogenem Inhaltsbereich.

Diese Materialien können den Lernenden mittels verschiedener Medien zur Verfügung gestellt werden. Wie bereits in Abschnitt 4.1 dargestellt, sollen unter Rohmaterialien Materialien verstanden werden, die Merkmale authentischer Kontexte tragen. Rohmaterialien können Auszüge aus Originalquellen sein, die mehr oder weniger relevante Informationen zu einem Teilaspekt einer Fragestellung oder zu einem Teilaspekt eines Inhaltsbereichs enthalten. Rohmaterialien können auch eigens für eine Lernumgebung verfasste Dokumente sein, die jedoch nach ihrem Inhalt und nach ihrer äußeren Form Auszügen aus Originalquellen ähnlich sein und Merkmale eines situativen Kontexts tragen sollen.

- (II) *Der Arbeitsprozess* enthält als zentrale Elemente das Einschätzen und Werten der Inhalte, oft auch das Treffen von Entscheidungen, ggf. das Lösen von Kontroversen und das

Herstellen von Überblicken. Die Schülerinnen und Schüler sollen dabei insgesamt eine gutachterähnliche Rolle einnehmen.

(III) *Das Ergebnis des Arbeitsprozesses*, d.h. die Themenstudie selbst, ist oft ein „mathematischer Essay“, gleichsam ein persönliches Positionspapier der Lernenden über mathematische Inhalte mit überblicksartigen Komponenten. Oft verdeutlicht ein solches Positionspapier auch die Stellung der Mathematik in einem interdisziplinären Umfeld.

Diese allgemeinen Beschreibungen der Definition seien kurz am Themenbeispiel „Beweisen und Argumentieren“ verdeutlicht. Wie bereits angesprochen, finden sich in Kapitel 7 ausführlichere Ausarbeitungen zu einer Themenstudie für diesen Inhaltsbereich.

Als Materialien, mit denen die Schülerinnen und Schüler am Ausgangspunkt des Arbeitsprozesses konfrontiert werden, könnten in diesem Falle beispielsweise dienen:

- Auszüge aus der Strafprozessordnung zur gerichtlichen Beweiserhebung und aus juristischen Kommentaren zur Verwertbarkeit von Beweismitteln im Strafprozess,
- Beispiele von (auch fehlerhaften) mathematischen Schülerbeweisen,
- Gottesbeweise und eine philosophische Analyse logischer Schwachstellen,
- ein Artikel zur Diskussion um die Akzeptanz von Computerbeweisen,
- Beispiele statistischer Belege für naturwissenschaftliche Aussagen,
- ein Artikel über die Wahrheit in der Mathematik, etc.

Es handelt sich also um rohe, d.h. nicht in anleitender oder lehrbuchartig erklärender Form aufbereitete, sondern eher fragmentartige Materialien zum Themenbereich „Beweisen und Argumentieren“ in einer interdisziplinären Perspektive. Allgemein gesprochen könnten Materialien zu diesem speziellen Thema nach ihrer Art ähnlich gewählt werden, wie die in Abschnitt 4.2.1 angesprochenen Materialien der ETH-Fallstudie „was zu beweisen war“ (Gächter & Frey, 1991a), wobei die Materialien nach ihrem Anforderungsniveau an die Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler angepasst sein müssen.

Als Vorgabe für den weiteren Arbeitsprozess können Themenfragen, die von den Lernenden beantwortet werden müssen, von der Lehrperson gestellt oder von den Schülerinnen und Schülern ausgehandelt werden. Diese Themenfragen sollten keine bloßen „Fragen zum Text“ darstellen, sondern eher übergreifend und offen sein. Ein Beispiel für eine mögliche Aufgabenstellung findet sich in Abschnitt 7.5.4.9.

Die charakteristischen Merkmale von Themenstudienarbeit im Mathematikunterricht können auch an den Tätigkeiten der Lernenden festgemacht werden, die beim Erstellen einer Themenstudie eine Rolle spielen. Diese Tätigkeiten sind überblicksartig in Abbildung 5.1.1 dargestellt und werden im Folgenden kurz erläutert.

- Die Schülerinnen und Schüler erkunden den mathematikbezogenen Inhaltsbereich, indem sie Rohmaterialien (z.B. Artikel, Textausschnitte) sichten, lesen, nachvollziehen, ggf. selbst recherchieren und eigene Informationen mit einbeziehen.
- Die in den Materialien enthaltenen, heterogenen Inhalte sollen von den Lernenden anschließend geordnet und bewertet werden. Oft wird es nötig sein, aus ganz verschiedenen Einzelbefunden ein Gesamtbild zu erstellen, ähnlich einem Mosaikbild, das aus einzelnen Steinchen entsteht.
- Bei diesem Prozess spielt das Diskutieren, Beurteilen und Werten der Inhalte eine zentrale Rolle. Die Schülerinnen und Schüler müssen eigene Standpunkte suchen und wesentliche Bestandteile des Themas identifizieren. Mit dem dabei aufgebauten Wissen sollen die Lernenden in eine gutachterähnliche Rolle schlüpfen, um vorgegebene oder selbst ausgehandelte Themenfragen zu beantworten und inhaltsbezogene Standpunkte zu begründen.

Themenstudienarbeit - Tätigkeiten der Lernenden:

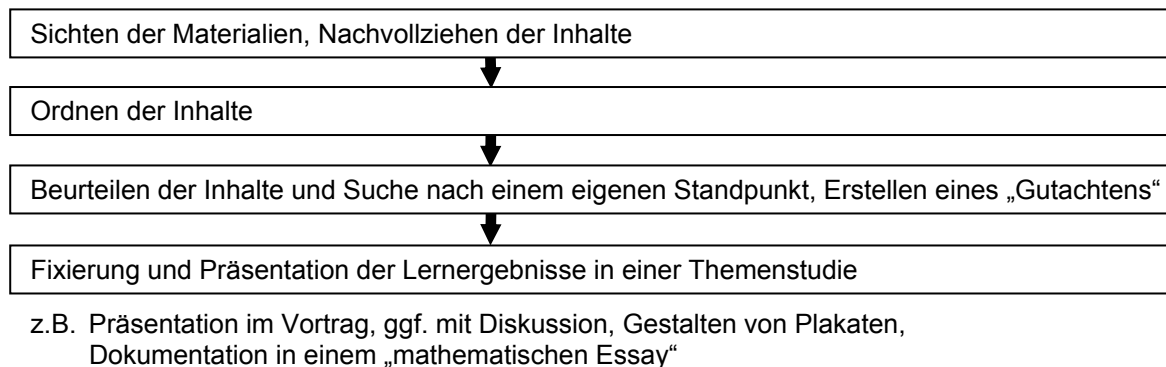


Abb. 5.1.1: Grobüberblick über Tätigkeiten der Lernenden im Rahmen der Themenstudienarbeit

- Die Ergebnisse des entstehenden „Gutachtens“ sollen dann in jedem Falle schriftlich fixiert und/oder präsentiert werden. Dieses kann in Form einer schriftlichen Dokumentation in einem „mathematischen Essay“, in Form eines Vortrags mit Diskussion und/oder durch Gestalten von Plakaten geschehen.

Mit diesen Arbeitsprozessen verbindet sich insbesondere die Zielsetzung, verständnisvolles Lernen zu fördern und anzuregen. Drei Facetten dieses Hauptziels werden im Folgenden näher erläutert. Zwischen diesen drei Facetten bestehen Berührungspunkte und Verbindungen. Sie beziehen sich auf die Überlegungen in Kapitel 1 und Präzisierungen zum verständnisvollen Lernen in Kapitel 2.

- Ein ganz wesentliches Ziel der Themenstudienarbeit ist es, Lerngelegenheiten für die *Vertiefung begrifflichen und metabegrifflichen Wissens* zu bieten. Die Lernenden sollen angeregt werden, ihr mathematisches Vorwissen, bereits aufgebaute Vorstellungen zu mathematischen Inhalten und zu ihrem persönlichen Erfahrungsbereich mit Inhalten der Themenstudienmaterialien zu verknüpfen und so Metawissen zu mathematischen Strukturen und Verfahren aufzubauen. Auf diese Weise soll auch subsequentes verständnisvolles Lernen unterstützt werden.
- Ein weiteres Ziel der Themenstudienarbeit bezieht sich auf den *Wissensaufbau im Bereich des wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses* der Schülerinnen und Schüler. Die in der Themenstudienarbeit oft einzunehmende metawissenschaftliche Perspektive soll dazu beitragen, differenzierte Vorstellungen zur fachlichen Praxis der Mathematik und über einzelne mathematische Inhaltsbereiche aufzubauen. Wie auch bei dem im vorangegangenen Absatz angesprochenen Ziel dürften dabei auch Kognitionen mit berührt werden, die dem Bereich epistemologischer Beliefs zuzuordnen sind (vgl. hierzu vertiefend Abschnitt 7.2.2 und Abb. 7.2.1).
- Ferner soll im *motivationalen Bereich* ein persönlicher Bezug zu dem behandelten Inhaltsbereich aufgebaut werden. Ziel ist es, dass die Lernenden für diesen Bereich ein gewisses Kompetenzgefühl gewinnen, d.h. auch ein positiveres Fähigkeitsselbstbild bzw. eine gesteigerte inhaltsbereichsspezifische Selbstwirksamkeitserwartung bzw. ein optimistischeres akademisches Selbstkonzept (vgl. Abschnitt 1.4.4) entwickeln. Dies kann dazu beitragen, auch nachfolgendes verständnisvolles Lernen zum betreffenden Inhaltsbereich zu erleichtern.

Diese Zielsetzungen unterscheiden sich von denen der Fallstudienmethode einschließlich der ETH-Fallstudienmethode (vgl. Kapitel 4) in zweierlei Hinsicht. Einerseits bestehen Unterschiede in der theoretischen Fundierung der Ziele der beiden Lernumgebungen. Im Gegensatz zur Fallstudienmethode (vgl. Abschnitt 4.1.3) stützen sich die Zielsetzungen der Themenstudienarbeit auf die in den Kapiteln 1 und 2 dargestellten gemäßigt-konstruktivistischen Vorstellungen zum verständnisvollen Lernen und Möglichkeiten seiner Förderung. Andererseits unterscheiden sich die Ziele der Themenstudienarbeit von denen der Fallstudienmethode im wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich sowie denen der ETH-Fallstudie (vgl. Abschnitt 4.2) auch darin, dass der Aspekt des Entscheidens für die Themenstudie keine zentrale Rolle spielt.

Die Verschiebung vom kontextgebundenen Entscheiden bei der Fallstudie hin zum situierten und mehrperspektivisch angelegten metabegrifflichen Verknüpfen von Wissen in der Themenstudienarbeit schlägt sich auch in einem gegenüber dem Phasenmodell der Fallstudie modifizierten Ablaufmodell nieder, das für die Themenstudienarbeit typische Lern- und Arbeitsprozesse beschreibt. Dies ist der Gegenstand des folgenden Abschnitts.

5.2 Ein Ablaufmodell für Themenstudienarbeit im Mathematikunterricht

Um Arbeits- und Lernprozesse der Schülerinnen und Schüler in Themenstudienarbeit noch präziser charakterisieren zu können, wird in diesem Abschnitt ein Ablaufmodell für Arbeitsprozesse im Rahmen der Themenstudienmethode entwickelt. Anhand eines Vergleichs mit dem Phasenmodell zur Fallstudienmethode von Kaiser (1973) wird so die Konzeption der Themenstudie als Lernumgebung noch deutlicher herausgearbeitet. Zunächst wird auf das bereits in Kapitel 4 angesprochene Phasenmodell der Fallstudie im wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Unterricht zurückgegriffen (vgl. Tabelle 4.1.1). Anschließend wird ein modifiziertes Modell für die Themenstudienarbeit diskutiert. Die überblicksartige Darstellung der Abfolge von Tätigkeiten der Schülerinnen und Schüler in Abschnitt 5.1 (Abb. 5.1.1) wird dadurch verfeinert und präzisiert.

Wie bereits in Kapitel 4 beschrieben, stellt Kaiser (1973) das in Abbildung 5.2.1 dargestellte Modell für Stufen des Lernprozesses bei der Fallstudienarbeit im sozial- und wirtschaftswissenschaftlichen Bereich auf. Er bezieht sich dabei offenbar auf die Unter-Methode der „case study method“ (vgl. Abschnitt 4.1.1).

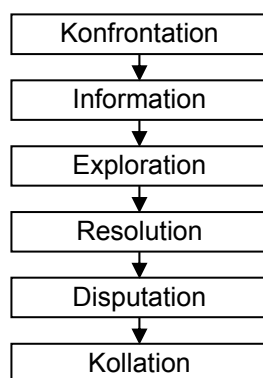


Abb. 5.2.1: Modell für Stufen des Lernprozesses bei der Fallstudie nach Kaiser (1973, S. 43; vgl. auch Tabelle 4.1.1)

In diesem Modell bezeichnet *Konfrontation* eine Phase des Erfassens der Probleme des betrachteten Falles. In dieser Phase klären die Lernenden die komplexe Situation des Falles und Schlüsselfragen zu den erkannten Problemen. In der darauf folgenden Phase der *Information* geht es nach Kaiser um das Sammeln, Auswerten und Beurteilen zusätzlicher Informationen, die den später zu treffenden Entscheidungen zugrunde liegen sollen.

Da die Themenstudienarbeit weniger kasuistisch orientiert ist und es dementsprechend für die Lernenden nicht darum geht, zuerst die Situation eines konkreten Falles zu erfassen und erst danach zusätzliche Informationen auszuwerten, stellen sich Arbeitsprozesse, die in etwa diesen Phasen von Kaiser entsprechen, etwas anders dar. Es ist davon auszugehen, dass sich Phasen der Konfrontation mit Teilproblemen und mit Facetten des Inhaltsbereichs mit Phasen des Beurteilens zusätzlicher Informationen abwechseln. Für die Themenstudienarbeit im Mathematikunterricht sind also analog zu Kaiser (1973) verstandene Phasen der Konfrontation und der Information als verschränkt zu betrachten. Beispielsweise kann eine Schlüsselfrage mit interdisziplinärem und metabegrifflichem Bezug oft erst nach einem bereits erfolgten Auswerten verschiedener Quellen gestellt werden. Diese Schlüsselfrage erfordert ggf., dass weitere Informationen hinzugezogen werden, was wiederum zu einer Präzisierung der Schlüsselfrage führen kann.

Für das Phasenmodell der Lern- und Arbeitsprozesse in der Themenstudienarbeit wird aus diesem Grund von einer kreislaufartigen Anordnung von Phasen ausgegangen, die der Konfrontation und der Information entsprechen (vgl. Abb. 5.2.2). Bei der Konfrontation mit den Themenstudienmaterialien werden weniger die von Kaiser geforderten Diagnosefähigkeiten als vielmehr Strategien des Stellens von Fragen an Rohmaterialien von Nutzen sein. So kann ein Teilaspekt der Phase der Information bei der Themenstudienarbeit darin bestehen, dass Materialien der Themenstudienmappe auf bestimmte Inhalte hin nochmals „befragt“, d.h. untersucht werden. Natürlich können in dieser Phase auch eigene Rechercheergebnisse bearbeitet werden.

Die nach Kaiser (1973) folgende Phase (vgl. Abb. 5.2.1) ist die der *Exploration*, in der die Lernenden Alternativen zur Lösung der erkannten Probleme entwickeln. Die Entscheidung selbst wird in der Phase der *Resolution* getroffen. Dazu werden die entwickelten Alternativen möglichst genau auf ihre Auswirkungen und damit verbundene Vor- und Nachteile untersucht. Die getroffene Entscheidung muss von den Lernenden dann im Rahmen der *Disputation* vor dem Klassenplenum präsentiert und in einer sachlichen Diskussion verteidigt werden. In der Phase der *Kollation* schließlich wird der Lösungsansatz, der in der Praxis in dem konkreten Fall wirklich umgesetzt wurde, vorgestellt und diskutiert.

Phasen analog zur *Exploration* und zur *Resolution*, die bei der Fallstudienmethode zum Auffinden und Treffen von Entscheidungen dienen, treten in der Themenstudienarbeit im Mathematikunterricht eher im Rahmen des Begründens von Bewertungen von Rohmaterialien und damit in Verschränkung mit Phasen der Arbeit mit einzelnen Materialien auf. Oft wird es dabei nicht nur eine Frage zu beantworten geben, so dass ein linearer Ablauf, wie er bei Kaiser vorgestellt wird, zur Beschreibung eines Ablaufmodells nicht als geeignet erscheint.

Diskussionen in kleinen Lerngruppen über das Thema und die Materialien (vgl. Abschnitt 3.3) bringen unter Umständen Elemente einer *Disputation* in die Phase hinein, die der *Explorations-* und *Resolutionsphase* entsprechen würde. Auch ein weiteres Bewerten zusätzlicher Informationen kann in dieser Phase von Bedeutung sein. Daher wird auch für die Phasen der weiteren Information, Exploration, Resolution und der möglichen Disputation in der Kleingruppe ein Kreislaufmodell vorgeschlagen (vgl. Abb. 5.2.2).

Wenn die Lernergebnisse der Themenstudienarbeit zum Abschluss hin fixiert und gegebenenfalls einem über die Lerngruppe hinaus gehenden Personenkreis vorgestellt werden, werden die getroffenen Bewertungen zu den Rohmaterialien und die Lernergebnisse vermutlich noch

vertiefter ausgearbeitet. Diese Lern- und Arbeitsprozesse seien mit dem Begriff der *Elaboration* beschrieben. Während dieser Phase dürften die gewonnenen Ergebnisse verfeinert und durch die Verschriftlichung oft auch noch vertieft werden (vgl. Abschnitt 3.4).

Noch ausführlichere Beschreibungen, wie durch inhaltliche Austauschprozesse anhand der Rohmaterialien und in der Diskussion der Lerngruppen Wissen aufgebaut werden kann, enthält Abschnitt 5.3.1.

Für die Themenstudienarbeit im Mathematikunterricht könnte eine der *Kollation* entsprechende Arbeits- und Lernphase dadurch realisiert werden, dass die Themenstudien der Lernenden mit einer Zusammenstellung zentraler Gedanken der Themenstudienarbeit verglichen werden, wie sie sich beispielsweise aus der Sicht von Expertinnen und Experten darstellt. Damit die Situation vermieden werden kann, dass die Lernenden am Ende ihrer Arbeit an der eigenen Themenstudie gleichsam mit einer vorgefertigten „idealen Musterlösung“ konfrontiert werden, die es für diesen Typ einer Aufgabenstellung offenbar kaum geben kann, ist es beispielsweise denkbar, diesen Vergleich in der Form einer ergebnisoffenen Diskussion zu gestalten. Ersatzweise oder ergänzend ist es möglich, eine weitere rohmaterialienartige Quelle gemeinsam zu diskutieren, wobei die Lernenden ihr neu aufgebautes Wissen zu dem betrachteten Inhaltsbereich einbringen könnten. In einer solchen Disputation im Klassenplenum könnten zusätzlich auch gemeinsam Aspekte zu dem mathematikbezogenen Inhaltsbereich zusammengetragen werden, die von den Lernenden als wesentliche Lernergebnisse betrachtet werden. In diesem Fall erscheint eine Phase ähnlich der Kollation nicht zwingend erforderlich.

Das in Abbildung 5.2.2 dargestellte Phasenmodell fasst die angestellten Überlegungen zu Lern- und Arbeitsprozessen in der Themenstudienarbeit im Mathematikunterricht zusammen.

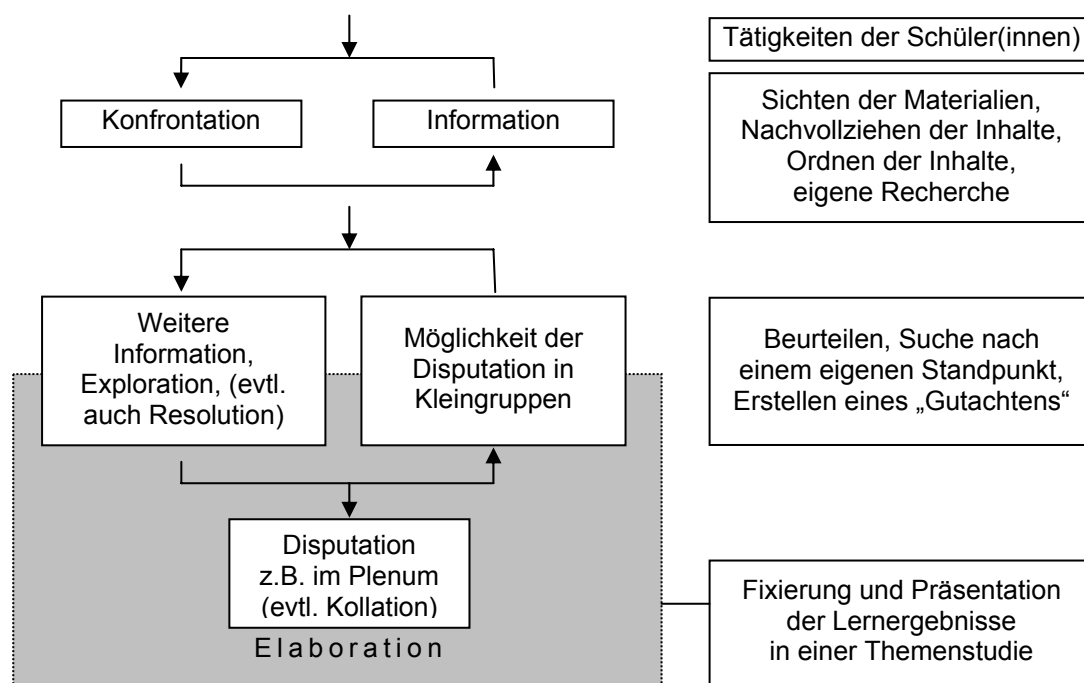


Abb. 5.2.2: Ablaufmodell zu Tätigkeiten der Lernenden in der Themenstudienarbeit

Zu den in der Themenstudienarbeit auftretenden Arbeits- und Lernprozessen ist zusammenfassend festzustellen, dass ein Aufarbeiten der Gedanken der Rohmaterialien zwischen Formen der Konfrontation mit den Materialien und dem Bewerten von Informationen verläuft. Im

Zuge der fortschreitenden Elaboration der Ideen der Lernenden sollen mögliche Bewertungen der Materialien erkundet und diskutiert werden. Eine nachfolgende Diskussion der erarbeiteten Themenstudien kann dem weiteren intersubjektiven Austausch zu den Lernergebnissen dienen.

Die inhaltsbezogenen Austauschprozesse der Lernenden in der Themenstudienarbeit können noch näher beschrieben werden. Dies wird im folgenden Abschnitt getan, in dem auch überlegt wird, in welchem Maße die Themenstudienarbeit Merkmale von Problemorientierung nach Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) aufweist.

5.3 Die Themenstudienarbeit als gemäßigt-konstruktivistische und problemorientierte Lernumgebung

In diesem Abschnitt wird die Themenstudienarbeit unter dem Blickwinkel der gemäßigt-konstruktivistischen Theorieelemente diskutiert, die in den Kapiteln 2 und 3 besprochen wurden. Zu diesem Zweck werden in Abschnitt 5.3.1 zunächst die inhaltlichen Austauschprozesse, die in der Themenstudienarbeit integriert sind, unter dieser gemäßigt-konstruktivistischen Perspektive betrachtet. Zu diesem Thema wird dargelegt, dass die unterschiedlichen Möglichkeiten zum Diskurs neben dem Anregungsgehalt für Lernprozesse im Hinblick auf sozial geteiltes Wissen auch eine domänenspezifisch sozialisationsbezogene Valenz haben können (vgl. Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001, S. 617, 626; Mandl, Gruber & Renkl, 1995).

Auf diese Überlegungen aufbauend wird in Abschnitt 5.3.2 erörtert, inwiefern die Themenstudienarbeit den Leitlinien für problemorientierte Lernumgebungen von Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) entspricht.

5.3.1 Inhaltliche Austauschprozesse in der Themenstudienarbeit und damit verbundene Lerngelegenheiten

Zur Themenstudienarbeit wurden in den Abschnitten 5.1 und 5.2 bereits Beschreibungen der Tätigkeiten der Lernenden und der möglichen zeitlichen Abfolge von Phasen gegeben. In diesem Abschnitt werden Tätigkeiten der Lernenden, die mit Aktivitäten des inhaltsbezogenen Austauschs der Schülerinnen und Schüler zu tun haben, näher betrachtet, weil diese Austauschprozesse nach den in Kapitel 2 beschriebenen, gemäßigt-konstruktivistischen Modellvorstellungen besondere Bedeutung für verständnisvolles Lernen haben können. Auf diese Weise kann eine zusätzliche Übersicht über die mit der Themenstudienmethode verbundenen Arbeits- und Lernprozesse gewonnen werden.

Ein für die Themenstudienarbeit zentrales Gestaltungsmerkmal und Ziel ist das Anregen verständnisvollen Lernens durch eine kognitiv aktivierende individuelle Auseinandersetzung der Lernenden mit den zur Verfügung gestellten Rohmaterialien. Dabei handelt es sich letztlich um einen inhaltlichen Austauschprozess zwischen den Schülerinnen und Schülern und denjenigen Menschen, deren Gedanken in den Rohmaterialien wiedergegeben sind. Diese Gedanken und Denkweisen entstammen oft einer Fach-Community, beispielsweise der mathematischen Fach-Community. Von den Themenstudienmaterialien wird dann oft Wissen repräsentiert, das innerhalb dieser Community sozial geteilt wird. Umgekehrt definiert sich die Fach-Community auch über spezifisches, sozial geteiltes Wissen. Dies geht soweit, dass Mathematik als „Fachkultur“ mit fachkulturspezifischen Konstrukten betrachtet werden kann, die von

den Mathematikern bzw. von Gruppen von Spezialisten innerhalb eines mathematischen Teilgebiets sozial geteilt werden (vgl. Prediger, 2001). Für die Mathematik zeigt sich dabei ein hohes Maß an inhaltlicher Kohärenz innerhalb dieser Fach-Community (vgl. Heintz, 2000).

Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001, S. 617, 626) und Mandl, Gruber und Renkl (1995) interpretieren vor diesem Hintergrund das Lernen als einen Prozess der Sozialisation bzw. der Enkulturation, durch den Schülerinnen und Schüler mit inhaltlichen Austausch- und Lernprozessen ein Stück weit an der jeweiligen Community teilhaben können bzw. sich durch entsprechenden Wissensaufbau domänenspezifisch sozialisieren können. Unter dieser Perspektive werden im Folgenden Austauschprozesse betrachtet, die in der Themenstudienarbeit auftreten.

Zunächst sei auf Abbildung 5.3.1 verwiesen, in der zur Orientierung über inhaltliche Austauschprozesse in Verbindung mit dem Erarbeiten von Themenstudien eine schematische Übersicht gegeben wird.

Im Folgenden werden die in Abbildung 5.3.1 dargestellten einzelnen Austauschprozesse näher erläutert.

Die Materialien der Themenstudienmappe repräsentieren bereichsspezifische Komponenten von Wissen bzw. sozial geteilte Konstrukte ((1) in Abb. 5.3.1). Je nach Art und Interdisziplinarität der Herangehensweise werden einzelne Konstrukte aus der jeweiligen Perspektive unterschiedlicher gesellschaftlicher Umfelder in den einzelnen Dokumenten der Mappe exemplarisch wiedergegeben. Solche unterschiedliche gesellschaftliche Umfelder können beispielsweise das Umfeld „Alltag“, das Umfeld der Wissenschaft Mathematik oder das Umfeld einer anderen Disziplin sein. Für die Dokumente eignen sich Ausschnitte aus Originalmaterialien des jeweiligen Bereichs, da so die enthaltenen oder zugrundeliegenden Konstrukte im Sinne einer Rekonstruktion (vgl. Klein & Oettinger, 2000, S. 26ff) von den Schülerinnen und Schülern kontextgebunden erschlossen werden können.

In der Konfrontation mit den Dokumenten der Themenstudienmappe müssen die Lernenden verschiedenartige Konstruktionsprozesse leisten (2).

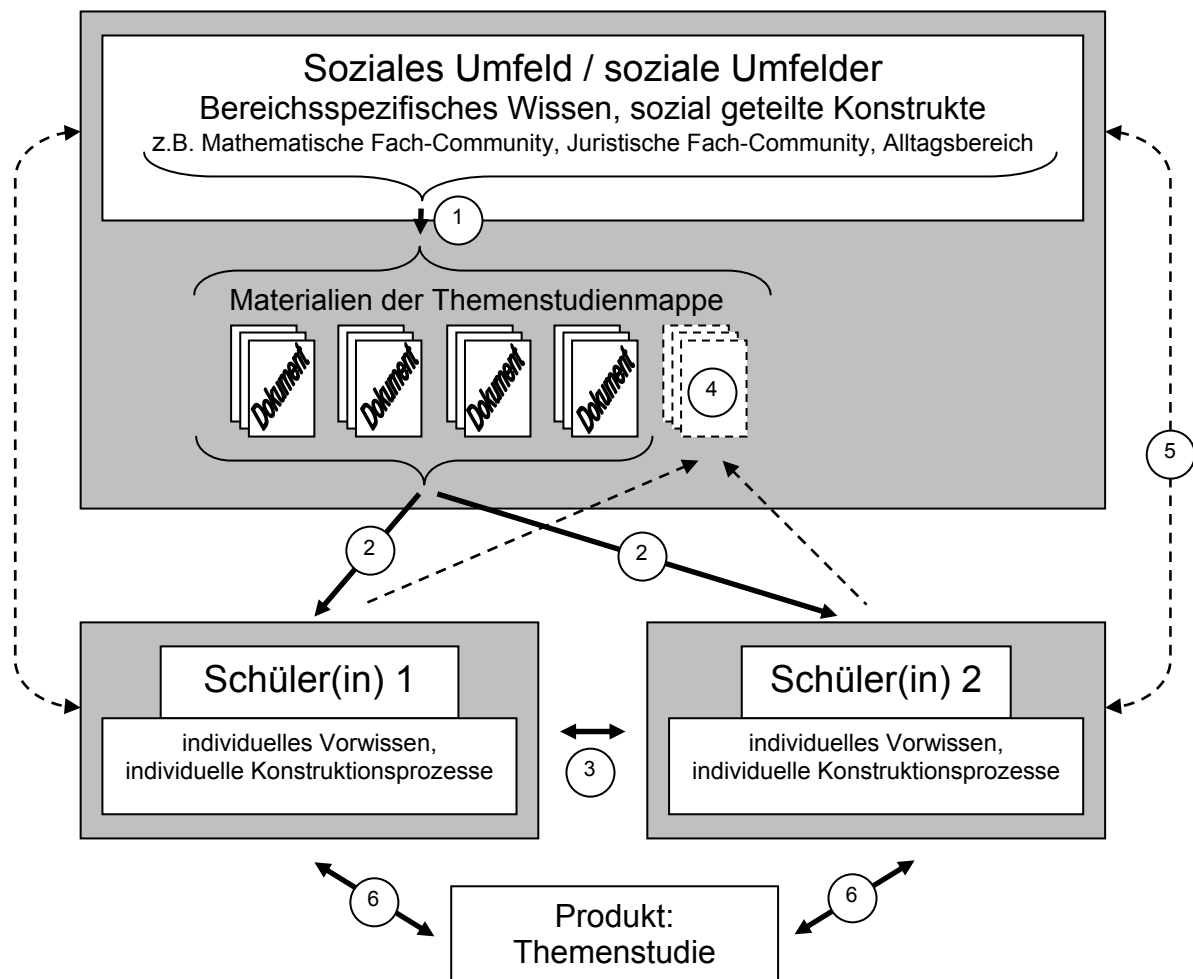
Zum einen dürften in den Dokumenten geäußerte Gedanken von den Lernenden rekonstruiert werden. Dieses inhaltliche Herangehen kann auf sehr verschiedene Art und in unterschiedlicher Intensität geleistet werden. Da die Lernenden mit Rohmaterialien konfrontiert sind, ist in der Regel nicht zu erwarten, dass alle in den Rohmaterialien angesprochenen Inhalte von den Schülerinnen und Schülern rekonstruiert werden. Die Lernprozesse in der Konfrontation mit den Rohmaterialien können daher als ein konstruktivistisches „making sense“ (vgl. Kapitel 2) beschrieben werden.

Da Lernen grundsätzlich als situiert anzusehen ist, dürfte darüber hinaus in der Regel ein dem jeweiligen Dokument von den Lernenden zugeschriebener Kontext von diesen mit konstruiert werden. Dieser Kontext kann sich auf unterschiedliche Merkmale, wie beispielsweise auf die vermutete Herkunft des Dokuments, die Motive und Zwecke seiner Verwendung oder Gestaltung, eine zeitliche oder örtliche Zuordnung, die beteiligten Personen oder den Autor beziehen.

Weiter könnten Vorstellungen über die gesellschaftliche Gruppe, aus der die in den Dokumenten enthaltenen sozial geteilten Konstrukte stammen, mit aufgebaut werden. Beispielsweise ist es möglich, dass die Lernenden ihr Bild von der Fach-Community der Mathematiker modifizieren. Ein wissenschaftstheoretisches Grundverständnis, das mit dem jeweiligen Inhaltsbereich in Verbindung steht, dürfte in solchen Lernprozessen oft mit angesprochen werden.

Auf diese Art und Weise kann Wissen aufgebaut werden, das der Orientierung in einem gesellschaftlichen Umfeld dient und damit auch eine Voraussetzung für das Fortschreiten eines

entsprechenden Sozialisations- bzw. Enkulturationsprozesses darstellt (vgl. Mandl, Gruber & Renkl, 1995; Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001, S. 617).



- ① Repräsentation von Inhalten bzw. Konstrukten in den Dokumenten der Themenstudienmappe
- ② Von den Lernenden in der Konfrontation mit den Themenstudienmaterialien zu leistende Konstruktionsprozesse
- ③ Austausch zwischen den Schülerinnen und Schülern in Partner- oder Gruppenarbeit
- ④ Möglichkeit, eine selbst gefundene und für wichtig erachtete Quelle als weiteres Dokument in die Themenstudienmappe aufzunehmen
- ⑤ Grundsätzliche Wechselwirkung zwischen sozial geteiltem Wissen und individuellen Konstrukten der Lernenden
- ⑥ Auseinandersetzung mit dem entstehenden Produkt beim Redigieren der Themenstudie

Abb. 5.3.1: Schematisches Modell inhaltlicher Austauschprozesse in der Themenstudienarbeit

Um den auf sozial geteiltes Wissen bezogenen Wissensaufbau im Sinne eines gemeinsamen „making sense“ zu unterstützen, ist in der Themenstudienmethode in der Regel die Möglichkeit eines kommunikativen Austauschs zwischen den Schülerinnen und Schülern in Partner- oder Gruppenarbeit gegeben ((3) in Abb. 5.3.1, vgl. auch Abschnitt 3.3). Dieser Austausch stellt eine strukturelle Kopplung zwischen den Mitgliedern der Lerngruppe dar, innerhalb

derer Wissen ausgehandelt wird. Er kann in gewisser Weise auch als Entsprechung zu gesamtgesellschaftlichen Konstruktions- und Aushandlungsprozessen im Kleinen angesehen werden.

Der angestrebte diskursive und argumentative Kommunikationsprozess soll Konstruktion und Weiterentwicklung subjektiven Wissens anregen. Ein Abgleichen von Vorstellungen in der Lerngruppe kann Denkprozesse wie etwa ein konstruktivistisches „reframing“ nach sich ziehen (vgl. Kapitel 2).

Ein solcher Wissensaufbauprozess könnte auch dazu führen, dass Lernende sich entscheiden, eine zusätzliche, selbst gefundene und für wichtig erachtete Quelle als weiteres Dokument in die Themenstudienmappe mit aufzunehmen (4). Dieses Vorgehen kann wiederum als modellhafter Prozess der Mitgestaltung an der Weiterentwicklung sozial geteilten Wissens durch die Lernenden angesehen werden. Die Lernenden fügen in diesem Fall also gewissermaßen weitere Konstrukte in eine Sammlung sozial geteilten Wissens ein.

Die für den Unterricht grundsätzlich anzunehmende Wechselwirkung zwischen sozial geteiltem Wissen und individuellen Konstrukten der Lernenden dürfte auch für die Themenstudienarbeit gelten ((5) in Abb. 5.3.1). Beispielsweise ist davon auszugehen, dass das Vorwissen, das ein Subjekt bisher aufgebaut hat, von bestimmten Bereichen sozial geteilten Wissens mit beeinflusst worden ist. Auch ein inhaltsbezogener Austausch mit Dritten während der Themenstudienarbeit, wie beispielsweise mit der Lehrperson oder mit Eltern, kann nicht ausgeschlossen werden und ist dem in (5) schematisch dargestellten Bereich inhaltlicher Austauschprozesse zuzuordnen.

Schließlich werden die von den Lernenden aufgebauten Kognitionen und Vorstellungen in die schriftliche Themenstudie, d.h. in ein konkretes, herzustellendes „Produkt“ des Lernprozesses eingebracht ((6) in Abb. 5.3.1). Die Pfeile deuten jedoch nicht nur von den Subjekten zum textlichen Produkt hin, sondern schließen auch die Gegenrichtung ein. Dies soll einen bereits in Abschnitt 3.4 angesprochenen Zusammenhang verdeutlichen: Ausgelöst durch das schriftsprachliche Darstellen eigener Konstrukte können offenbar neue, auch vertiefende Prozesse des Wissensaufbaus angeregt werden. So kann das Schreiben etwa eine regelrechte „Eigendynamik der Ideenentwicklung“ auslösen. Auch die intersubjektive Komponente des Aushandlungsprozesses im Zusammenhang mit der schriftlichen Ausarbeitung der Themenstudie soll durch die Rückrichtung der Pfeile zum Ausdruck kommen. Das Produkt „Themenstudie“ stellt also eine Momentaufnahme im Prozess des Wissensaufbaus dar und schließt Ergebnisse von Konstruktionsprozessen während des Schreibens ein.

Mögliche Probleme im Zusammenhang mit inhaltsbezogenen Austauschprozessen

Im Zusammenhang mit inhaltlichen Austauschprozessen und damit verbundenen Lerngelegenheiten ist kritisch auf einige Gesichtspunkte hinzuweisen, die in diesem Bereich einschränkend wirken könnten. So könnten etwa nach den in Abschnitten 3.3 berichteten Ergebnissen von Linn und Burbules (1993) zum Arbeiten und Lernen in Schülergruppen Aktivitäten des inhaltlichen Austauschs unproduktiven und kontraproduktiven Prozessen ausgesetzt sein, die den Wissensaufbau eher behindern. Auch Brettschneider (2000) und andere Autoren, deren Erfahrungsberichte im Umfeld der Fallstudienmethode und deren Kritik in Abschnitt 4.1 und insbesondere 4.1.5 zusammengefasst wurden, sprechen von teilweise ineffizienten Vorgehensweisen in Lerngruppen. Hier wirkte sich möglicherweise auch die mangelnde Vertrautheit der Lernenden mit Arbeits- und Gesprächstechniken aus.

Auch insgesamt könnten sich inhaltsbezogene Austauschprozesse als anfällig für Störungen und beeinträchtigende Unterrichtsbedingungen erweisen. Einschränkungen im wissenschaftlichen Denken, wie sie in den Abschnitten 1.4.2 und 3.3 angesprochen wurden, könnten sich

bei der Auseinandersetzung mit den Rohmaterialien der Themenstudienarbeit etwa insofern als problematisch erweisen, als vorschnelle Schlüsse auf der Basis von Oberflächenmerkmalen gezogen werden könnten. Erschwerend könnte sich hier auswirken, dass Mechanismen einer schnellen Rückkopplung bzw. Rückmeldung zu den aufgebauten Vorstellungen beispielsweise von der Seite der Lehrperson nicht in dem Maße verfügbar sein dürften bzw. nicht so leicht umzusetzen sind, wie dies in manchen gegenstandsorientierten Lernumgebungen der Fall ist. Darüber hinaus könnten bei der Konfrontation mit den Rohmaterialien Strategien und Techniken des Erschließens dieser Quellen vom vorangegangenen Regelunterricht nicht ausreichend vorbereitet worden sein und so den Lernenden bei den entsprechenden inhaltlichen Austauschprozessen fehlen.

Auch ein hoher Anforderungsgrad könnte inhaltliche Austauschprozesse behindern. In diese Richtung könnten auch ATI-Effekte weisen, wie etwa die von Corno und Snow (1986) berichteten (vgl. Abschnitt 3.3). Möglicherweise können unsicherheitsorientierte Lerner mit hohen Eingangsvoraussetzungen Möglichkeiten des inhaltlichen Austauschs in offenen Lernumgebungen besser nutzen und so auch die inhaltliche Distanz zwischen den in den Rohmaterialien gegebenen Ideen leichter überbrücken. Im Hinblick auf eine empirische Evaluation der Themenstudienarbeit ist es von Interesse, zu erkunden, ob Anzeichen für derartige Zusammenhänge beobachtet werden können.

Zusammenfassung

Es ist zu erwarten, dass in der Lernumgebung Themenstudienarbeit Aushandlungs- und Rekonstruktionsprozesse stattfinden, in denen sozial geteiltes Wissen eine wesentliche Rolle spielt (vgl. Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001, S. 626). In diesen Prozessen dürften die Themenstudienmaterialien zwischen den Lernenden und dem in gesellschaftlichen Umgebungen sozial geteilten Wissen vermitteln. In dieser Betrachtungsweise ist mathematisches Wissen einem spezifischen sozialen Umfeld - etwa der mathematischen Fach-Community - zuzuordnen. Ein in diesem Sinne situiertes Lernen könnte in verschiedenartigen inhaltlichen Austauschprozessen angeregt werden.

Inwiefern solche inhaltliche Austauschprozesse auch dazu beitragen, die Problemorientierung der Lernumgebung Themenstudienarbeit zu unterstützen, wird im Folgenden diskutiert.

5.3.2 Die Themenstudienarbeit als problemorientierte Lernumgebung

In diesem Abschnitt wird erörtert, inwiefern die Themenstudienarbeit im Mathematikunterricht den Gestaltungsanforderungen an problemorientierte Lernumgebungen von Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) entspricht. Um dies im Einzelnen nachzuvollziehen, wird die Themenstudienmethode im Folgenden aus der Perspektive der in Kapitel 3 vorgestellten fünf Leitlinien für problemorientierten Unterricht diskutiert.

Im vorangegangenen Kapitel wurde für die Fallstudienmethode im wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich und für die ETH-Fallstudien im Fach Mathematik dargelegt, dass diese Lernumgebungen eine hohe Problemorientierung im Sinne von Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) zulassen. Diese Überlegungen treffen teilweise in analoger Weise für die Themenstudienarbeit zu und werden daher im Folgenden nochmals zusammengefasst.

Situiertheit des Lernens und Lernen anhand authentischer Probleme

In Abschnitt 3.2.1 wurde bereits diskutiert, auf welche Weise situiertes Lernen anhand authentischer Probleme im Zusammenhang mit mathematikbezogenen Inhaltsbereichen gestaltet werden kann. Dabei wurde herausgearbeitet, dass authentische Kontexte mit der Fachpraxis der Wissenschaft Mathematik verknüpft sein können. Dieses wissenschaftsbezogene Wissen mit dem Vorwissen der Lernenden zu verbinden, ist Ziel der Themenstudienarbeit (vgl. Abschnitt 5.1). Auf der Basis der Gedanken von Abschnitt 3.2.1 erscheinen daher Materialien geeignet, die mathematische und auch interdisziplinäre Gedanken zu einem Inhaltsbereich authentisch repräsentieren. In der Themenstudienarbeit werden die Schülerinnen und Schüler mit Rohmaterialien konfrontiert, die realen Situationen entstammen oder mit solchen eng verknüpft sind. Diese Materialien sollen einen hohen Grad an Authentizität aufweisen. Beispielsweise können die Lernenden ausgehend von fragmentartigen Auszügen aus Originalquellen auch Rückschlüsse auf die realen Situationen ziehen, denen die Rohmaterialien entstammen. Diese Verbindung zu der authentischen Umgebung, aus der die Materialien kommen, müssen die Lernenden selbst aufbauen. Dabei spielt das Anknüpfen an persönliche Erfahrungen - auch an Vorstellungen aus dem Alltag - eine wichtige Rolle. Die Materialien der Themenstudienmappe sollten so gewählt und gestaltet werden, dass der Zugang zu den in den Materialien repräsentierten authentischen Situationen für die Lernenden möglich wird und sie Verknüpfungen mit ihrem Vorwissen und mit ihren Erfahrungen herstellen können bzw. dazu ermutigt werden, dies zu tun.

Die Art des Bezugs zu authentischen Kontexten in der Themenstudienarbeit unterscheidet sich von der Fallstudienmethode (vgl. Abschnitt 4.1.2). In der Fallstudienmethode werden eher konkrete Fälle bzw. Situationen angesprochen. Diese kasuistische Orientierung findet in der Themenstudienarbeit im Mathematikunterricht zugunsten metawissenschaftlicher und metabegrifflicher Herangehensweisen weniger Berücksichtigung. Wie bereits in Abschnitt 4.2.3 angedeutet, sind die Gemeinsamkeiten in diesem Punkt mit den mathematikbezogenen ETH-Fallstudien stärker. Dies liegt nicht zuletzt an der speziellen inhaltlichen Ausrichtung der ETH-Fallstudienmethode, wie sie in Abschnitt 4.2.2 skizziert wurde.

Insgesamt sei angemerkt, dass Merkmale der Situiertheit und der Authentizität in der Gestaltung der Lernumgebung Themenstudienarbeit und der eingesetzten Materialien vertiefter unter Einbeziehung des zu behandelnden mathematischen Themas diskutiert werden können. Deshalb wird an dieser Stelle auch auf Kapitel 7 verwiesen, in dem für das Beispiel einer Themenstudie zum Beweisen und Argumentieren Informationen gegeben werden.

Lernen in multiplen Kontexten

Dass Rohmaterialien, wie sie in Themenstudienarbeit eingesetzt werden können, oft ganz heterogenen Zusammenhängen entnommen sind, wurde bereits dargestellt. Dies bedeutet, dass das Thema der Themenstudienarbeit von den Lernenden in der Regel in ganz verschiedenen Kontexten erkundet werden kann (vgl. Abschnitt 3.2.2). Die Fragmenthaftigkeit und Kontextvielfalt der Materialien soll die Verknüpfung von Wissensbereichen und die Anwendbarkeit aufgebauten Wissens über einzelne Zusammenhänge hinaus fördern. Deshalb wird in der Themenstudienarbeit oft ein interdisziplinärer Zugang gewählt. So soll ähnliches Wissen, beispielsweise zu einem Fachbegriff, in unterschiedlichen Kontexten nicht nur gegenübergestellt werden können, sondern den Lernenden eine Übertragung fachspezifischer Denkweisen nahe gelegt und entsprechende Arbeitstechniken trainiert werden.

In Themenstudienmaterialien zum Thema „Genauigkeit“ könnten beispielsweise Quellen zu Genauigkeitsvorstellungen der Numerik, der Fehlerrechnung in der Experimentalphysik, zu Konfidenzintervallen in der Statistik oder auch Quellen zur Genauigkeit mathematischer Ar-

gumentationen helfen, den Genauigkeitsbegriff in verschiedenen Kontexten, mit jeweils verschiedener Bedeutung und unterschiedlichen Anwendungsfeldern kennen zu lernen und so ein differenziertes Verständnis zu diesem Inhaltsbereich aufzubauen. Die Übertragbarkeit des aufgebauten Wissens soll so gefördert werden.

Lernen unter multiplen Perspektiven

Die Rohmaterialien für die Themenstudienarbeit verkörpern im Idealfall nicht nur verschiedene authentische Kontexte, innerhalb derer Lernangebote gemacht werden, sondern sollen es auch ermöglichen, ein mathematikbezogenes Thema aus unterschiedlichen Perspektiven zu betrachten (vgl. Abschnitt 3.2.3). Welche Perspektiven für das Lernen der Schülerinnen und Schüler genutzt werden können, hängt in erster Linie von der Struktur des zu bearbeitenden Themas ab. Für Themen, die eine interdisziplinäre Herangehensweise erlauben, bieten sich Rohmaterialien an, die auch außermathematische Sichtweisen enthalten. Solche außermathematische Sichtweisen können dann mit mathematischen Perspektiven verglichen werden, wodurch die Lernenden oft charakteristische Wesenszüge der Mathematik erkennen und beobachten können. Die Unterscheidung zwischen mathematischen Denkweisen und Auffassungen anderer Disziplinen soll nicht nur den Blick für spezifisch mathematische Sichtweisen schärfen, sondern auch die Stellung der Mathematik zu anderen Wissenschaften oder zur alltäglichen Erfahrungswelt für die Lernenden sichtbar werden lassen. Insofern sollen die Lernenden in der Themenstudienarbeit erfahren, auf welche Art und Weise das aufgebaute Wissen in den jeweiligen Bereichen angewendet werden kann.

Lernen in einem sozialen Kontext

Dass die Lernprozesse in der Themenstudienarbeit auf verschiedenen Ebenen in intersubjektive und auch gesellschaftliche Zusammenhänge eingebettet sind, wurde bereits in den Betrachtungen von Abschnitt 5.3.1 deutlich (vgl. hierzu auch 3.2.4). Zu nennen sind zum einen verschiedene Aspekte der Eingebundenheit mathematikbezogenen Wissens in die Fachpraxis einer wissenschaftlichen Community, die sich auch in der Gestaltung der Materialien widerspiegeln können. Zum anderen bildet die Möglichkeit der Partner- oder Kleingruppenarbeit bei der Erstellung von Themenstudien eine Basis für gemeinsames Arbeiten und Lernen. Prinzipiell sind kooperative Lern- und Arbeitsprozesse in allen Phasen der Themenstudienarbeit (vgl. Abschnitte 5.1 und 5.2) möglich. Mit Ausnahme von Zeiträumen des Lesens der Rohmaterialien, während derer die Lernenden häufig einzeln arbeiten, spielen Austauschprozesse in Gruppen von Lernenden bei der Erstellung von Themenstudien eine wichtige Rolle. Die Lehrerin oder der Lehrer kann als Initiator und Begleiter des Lernprozesses, als „Wissensressource“ oder als Moderator einer Abschlussdiskussion im Plenum in Lernprozesse einbezogen werden. Er sollte in der Themenstudienarbeit aber eine wenig dominante, zurückhaltende, beobachtende und beratende Rolle einnehmen.

Lernen mit instruktionaler Unterstützung

Da die Schülerinnen und Schüler mit Rohmaterialien arbeiten, die wenig didaktisch aufbereitet wurden, stellt sich die Frage nach der Art der Anleitung und möglichen Hilfen zur Vermeidung von Überforderung. Hierzu sei vorab klärend angemerkt, dass kleinschrittige instruktionale Vorgaben mit einer engen, linearen Führung der Lernenden eher nicht der Konzeption und den Zielsetzungen der Themenstudienarbeit entsprechen (vgl. Abschnitte 5.1 bis 5.3.1). Instruktionale Unterstützung kann daher in erster Linie als ein möglichst adaptives

Angebot der lernendenzentrierten Unterrichtsumgebung gesehen werden, auf das die Schülerinnen und Schüler bei Bedarf zugreifen können sollen.

Als instruktionale Hilfsstruktur (vgl. Abschnitt 3.2.5) in der Themenstudienarbeit ist zunächst die Aufgabenstellung zu nennen. Um Klarheit hinsichtlich der Ziele des Lernens und Arbeitens in der Themenstudienmethode herzustellen, sollte den Schülerinnen und Schülern eine transparente Aufgabenstellung gegeben werden. Dazu gehören auch Informationen, welche Anforderungen an das Ergebnis der Arbeit gestellt werden.

Zusätzlich sollten die Lernenden erforderlichenfalls auf instruktionale Vorgaben zugreifen können, welche Arbeiten von ihnen zur Erstellung der Themenstudie im Einzelnen geleistet werden müssen. Zeitangaben, bis wann welcher Teil der Arbeit erledigt sein soll, können helfen, den Arbeitsablauf zu strukturieren. Ideal wäre es, im Sinne von Abschnitt 3.2.5 die instruktionalen Hilfsstrukturen adaptiv zu gestalten, so dass die Schülerinnen und Schüler nach Bedarf auf die Elemente der Anleitung zugreifen können.

Über diese Aufgabenstellungen hinaus sollten den Lernenden jedoch noch weitere Elemente der Anleitung und der Hilfe zur Verfügung stehen. Zu nennen wären etwa Hinweise zum Einsatz metakognitiver Strategien, wie der des „mind-mapping“, die zusätzlich gegeben werden könnten. Das Spektrum erstreckt sich bis hin zu Trainings im Sinne des „reciprocal teaching“ (vgl. Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001, Palincsar & Brown, 1984; Brown & Palincsar, 1989; Renkl, 1997a) oder eines „Meta-Unterrichts“, d.h. eines Unterrichts über das Arbeiten und Lernen in der Lernumgebung mit der Aufforderung an die Lernenden, die jeweiligen Techniken auf das gegebene Material bzw. die Themenstudienarbeit anzuwenden.

Auch die Aufforderung, ein den Themenstudienmaterialien beigefügtes Glossar zu nutzen, stellt eine Hilfe dar, die die Arbeit mit den Rohmaterialien erleichtern kann.

Schließlich ist es den Lernenden möglich, bei Bedarf Fragen an die Lehrperson zu richten. Diese kann situationsangemessene individuelle Aufforderungen an einzelne Schülerinnen und Schüler richten und Vorschläge machen. Dadurch ist eine weitere instruktionale Hilfsstruktur gegeben.

Grenzen der Themenstudienmethode als problemorientierter Lernumgebung

Grenzen für die Problemorientierung der Themenstudienarbeit sind darin zu sehen, dass die Authentizität durch die Repräsentation der Problembezüge in Rohmaterialien und durch deren Medium meist eingeschränkt wird (vgl. etwa auch die Kritik von Stähli (1992a) an der Fallstudienmethode in Abschnitt 4.1.5) und dass Multikontextualität und Multiperspektivität inhaltlichen (je nach Inhaltsbereich) und pragmatischen Zwängen (z.B. Umfang der Materialien) unterliegen können.

Auf Einschränkungen und mögliche Probleme im Zusammenhang mit dem Lernen im sozialen Kontext wurde bereits in den kritischen Anmerkungen zu inhaltlichen Austauschprozessen in Abschnitt 5.3.1 hingewiesen.

Schließlich könnten instruktionale Strukturen der Anleitung bei der Themenstudienarbeit im Vergleich zu gegenstandszentrierten Lernumgebungen, insbesondere auch im Vergleich zum vorherrschenden fragend-entwickelnden Verfahren (vgl. Kapitel 1) insgesamt nur eher gering ausgeprägt sein. Auch hierin könnte eine mögliche Einschränkung hinsichtlich der Problemorientierung nach Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) liegen.

Zusammenfassung

Insgesamt scheint es die Rahmenkonzeption der Lernumgebung Themenstudienarbeit grundsätzlich zu erlauben, die Anforderungen der Leitlinien problemorientierten Unterrichts von

Reinmann-Rothmeier und Mandl (2001) in hohem Maße umzusetzen. Den Lernenden ist es bei einer geeigneten Gestaltung der Themenstudienarbeit innerhalb von Grenzen prinzipiell möglich, situiert und in einen sozialen Kontext eingebunden mit Rohmaterialien zu lernen, dabei verschiedene Kontexte zu erkunden, unterschiedliche Perspektiven einzunehmen und instruktionale Unterstützung zu nutzen.

Die einzelnen Möglichkeiten der Gestaltung von Themenstudienarbeit sind auch abhängig von dem zu betrachtenden Inhaltsbereich (vgl. z.B. Kapitel 7). Es gibt jedoch auch allgemeinere, themenübergreifende Gestaltungsmerkmale der Themenstudienarbeit. Diese werden im folgenden Abschnitt diskutiert.

5.4 Gestaltungsdimensionen von Themenstudienarbeit

Dieser Abschnitt dient dazu, den unterrichtsmethodischen Entscheidungsraum zu skizzieren, der bei der Konzeption der Lernumgebung Themenstudienarbeit zur Verfügung steht. In möglichst guter Abstimmung mit den inhaltlichen Randbedingungen des zu betrachtenden Themas können in verschiedener Hinsicht Entscheidungen zur Gestaltung getroffen werden. Gleichzeitig können die im Folgenden vorgestellten unterrichtsmethodischen Maßstäbe auch der Beschreibung und Einordnung realisierter Themenstudienarbeit dienen. Bei den in diesem Abschnitt besprochenen möglichen Entscheidungen zur Ausrichtung der Lernumgebung handelt es sich um die exemplarische Nennung zentraler Gestaltungsdimensionen, zwischen denen es auch Überschneidungen gibt. Mit Variationen dieser Gestaltungsdimensionen wurden in Pilotstudien Erfahrungen gesammelt, über die in Kapitel 6 berichtet wird.

Vorgegebene Materialienmappe versus Recherche der Lernenden

Eine erste Gestaltungsdimension der Themenstudienarbeit betrifft den Umfang der zur Verfügung gestellten Materialien und den angestrebten Umgang der Lernenden mit diesem Material. Analog zu den verschiedenen Versionen der Fallstudienmethode (vgl. Abschnitt 4.1.1) ist zu entscheiden, ob die Rohmaterialien vorgegeben sind oder ob sie vielmehr von den Lernenden erst beschafft werden sollen. Ähnlich wie bei der Fallstudienmethode ist dementsprechend abzuwägen, ob eher das inhaltlich vertiefende Arbeiten mit bereits vorliegenden Quellen oder eine Recherchetätigkeit mit einem potentiellen Fähigkeitszuwachs auf dem Gebiet des Beschaffens relevanter Informationen beispielsweise in einem von Fachliteratur geprägten Umfeld betont werden soll.

Metaperspektivische Betrachtungsweise versus Darstellen von Lernergebnissen

Eine weitere Merkmalsdimension ist in der inhaltlichen Ausrichtung des Arbeitens zu sehen. Dieses Gestaltungsmerkmal hängt mit der Aufgabenstellung und dem zu behandelnden Inhaltsbereich zusammen. Das Spektrum der inhaltlichen Ausrichtung kann zwischen einer metaperspektivischen Herangehens- und Betrachtungsweise auf der einen Seite und dem schriftlichen Darstellen konkreter eigener Lernergebnisse auf der anderen Seite variiert werden.

Dabei scheint im Falle einer Betonung der metawissenschaftlichen oder metabegrifflichen Ebene eher das Ordnen und Vernetzen von Begriffen oder der Aufbau von Wissen über die Wissenschaft Mathematik im Vordergrund zu stehen. Diese Ausrichtung bietet sich an, wenn den Lernenden Elemente des Inhaltsbereichs, der aus der Metaperspektive betrachtet werden soll, bereits bekannt sind.

Andererseits eignet sich für Inhaltsbereiche, die von den Lernenden erst erkundet werden sollen, eher die Zielsetzung eines Darstellens oder Zusammenfassens der eigenen Lernergebnisse in der schriftlichen Themenstudie. Eine Kombination aus neu zu erlernendem mathematischem Wissen und dem Einnehmen einer Metaperspektive dürfte aufgrund dieser Mehrschichtigkeit in der Regel ein hohes Anforderungsniveau aufweisen und erscheint aus diesem Grund als problematisch.

Die Unterscheidung zwischen dem Treffen von Entscheidungen oder dem Äußern eigener Meinungen einerseits und dem Darstellen zentraler Ideen eines Inhaltsbereichs andererseits ist mit der oben beschriebenen Gestaltungsdimension offenbar verknüpft. Es scheint, dass metaperspektivische Betrachtungsweisen mehr Raum für eigene Meinungsäußerungen, subjektive Ordnungssysteme und individuelle Beurteilungen lassen als dies beim Darstellen von Lernergebnissen zu einem neu erkundeten Inhaltsbereich möglich ist.

Auch ein auf den Inhaltsbereich bezogenes Merkmal der Themenstudienarbeit ist nicht unabhängig von den oben beschriebenen Dimensionen: Ein stark innermathematisches Thema mit wenig interdisziplinären Anknüpfungspunkten könnte eine metaperspektivische Sichtweise eher erschweren. Demgegenüber bieten sich interdisziplinär relevante Inhaltsbereiche oft für metawissenschaftliche Fragestellungen an.

Verarbeiten, ordnen und beurteilen versus erkunden, entdecken und erfinden

Wenn die Lernenden sich einen mathematikbezogenen Inhaltsbereich in Themenstudienarbeit erschließen, so kann es sein, dass sie vorwiegend gegebenes Material verarbeiten, enthaltene Gedanken und Denkweisen ordnen und beurteilen müssen. Meist sind die Schülerinnen und Schüler in diesem Fall mit einem umfangreichen Angebot an Rohmaterialien konfrontiert, deren Inhalte sie nachvollziehen und bewerten sollen.

Es ist aber andererseits auch denkbar, dass die Rohmaterialien eher nur die Funktion haben, ein eigenes Erkunden, Entdecken oder sogar Erfinden der Lernenden anzustoßen. In diesem zweiten Fall haben die Rohmaterialien meist einen geringeren Umfang als im ersten Fall und dienen eher der Einführung in ein Problem, das die Lernenden dann gleichsam selbst „erforschen“. In der schriftlichen Themenstudie berichten die Schülerinnen und Schüler dann von ihren „Forschungs-“ bzw. Lernergebnissen.

Diese Merkmalsdimension von Themenstudienarbeit kann in erster Linie über das Angebot an Rohmaterialien und die Aufgabenstellung gesteuert werden.

Kooperative versus individuelle Arbeit mit den Rohmaterialien

Eine weitere Gestaltungsdimension der Themenstudienarbeit betrifft die Sozialform. Das Spektrum reicht hier von kooperativem Erarbeiten der zu betrachtenden Inhalte in der Lerngruppe bis hin zu Formen individueller Arbeit mit den Rohmaterialien und/oder bei der Erstellung der schriftlichen Themenstudie. Falls ein kooperatives Lernen in Lerngruppen angestrebt wird, sprechen die Gedanken in Abschnitt 3.3 für kleine Lerngruppen oder für Partnerarbeit, um so alle Gruppenmitglieder aktiv in inhaltliche Austauschprozesse einzubeziehen.

Aber auch für den Extremfall eines individuellen Arbeitens an Themenstudien kann es prinzipiell Beweggründe geben: So könnte die Vorbereitung der Lernenden auf die Facharbeit, die ihrerseits als ausführliche Themenstudie betrachtet werden kann (Kuntze, 2003b), für ein individuelles Arbeiten in Teilphasen oder während der ganzen Themenstudienarbeit sprechen. Außerdem könnten organisatorische Randbedingungen, aufgrund derer wenig Unterrichtszeit für die Themenstudienarbeit aufgewendet werden soll, zur Entscheidung für ein individuelles

Arbeiten an der Themenstudie etwa als Hausaufgabe führen. Einschränkend sei hierzu jedoch auf die Gedanken zu problemorientierten Lernumgebungen in Kapitel 3 und auf die auch in Abschnitt 5.3.2 angesprochene Leitlinie „Lernen in einem sozialen Kontext“ hingewiesen, die für die Nutzung kooperativer Arbeitsformen in der Themenstudienarbeit sprechen.

Es ist also zu entscheiden, in welchem Umfang kooperatives Arbeiten angestrebt wird und wie viel Raum einer vertiefenden individuellen Verarbeitung von Anregungen der Lernumgebung gegeben werden soll.

Austausch im Gespräch versus Elaboration eines individuellen schriftlichen Produkts

Eine Gestaltungsdimension, die prozessuale Aspekte der Themenstudienarbeit betrifft, besteht in der Schwerpunktsetzung zwischen gesprächsartigen Unterrichtselementen und schriftlichem Arbeiten. Das Spektrum reicht von einer Betonung mündlicher Formen der themenbezogenen Disputation in Lerngruppen und im Klassenplenum auf der einen Seite, bis hin zu textorientiertem, schriftlichem Arbeiten und Überarbeiten von Texten andererseits. Im ersten Fall könnten Themenstudien mündlich präsentiert und diskutiert werden. Die schriftliche Themenstudie könnte hier die Form eines Inhaltsprotokolls zur Präsentation und zur Diskussion haben. Fähigkeiten des mündlichen Ausdrucks und des Sprechens über Mathematik könnten bei einer solchen Gestaltung im Mittelpunkt des Interesses stehen.

Im zweiten Fall wäre denkbar, dass sogar Teile eines Austauschs in den Lerngruppen in Form schriftlicher Korrespondenz organisiert würden. Beispielsweise könnten lerngruppeninterne Kurzkommentare zu den einzelnen Rohmaterialien verfasst werden. Die schriftlichen Themenstudien könnten im weiteren Verlauf von anderen Lernenden geprüft, gemeinsam diskutiert und dann überarbeitet werden. Bei einer derartigen Gestaltung der Themenstudienarbeit könnte die Arbeit am Text der Förderung von schriftlicher Ausdrucksfähigkeit und der Vertiefung der schriftlich niedergelegten Lernergebnisse dienen (vgl. auch Abschnitt 3.4).

Die oben vorgestellten Gestaltungsdimensionen von Themenstudienarbeit machen deutlich, dass es einen größeren Spielraum für die Gestaltung dieser Lernumgebung gibt. Je nach Thema und je nach spezifischer Zielsetzung können Materialien, Aufgabenstellungen und die organisatorische Struktur der Themenstudienarbeit unterschiedlich ausgerichtet werden.

Erste Anhaltspunkte für die Frage, welche Arten der Gestaltung geeignet sein könnten, verständnisvolles Lernen zu einem gewählten Inhaltsbereich zu fördern, geben die in Kapitel 6 vorgestellten Pilotstudien. Für das spezifische Thema „Beweisen und Argumentieren“ und die Zielgruppe von Lernenden der 8. Jahrgangsstufe werden in Kapitel 7 exemplarisch Entscheidungen für Gestaltungsmerkmale getroffen. Diese exemplarische Realisierung von Themenstudienarbeit wird dann in den Kapiteln 8-15 nach ausgewählten Gesichtspunkten empirisch evaluiert.

5.5 Die Themenstudienarbeit als wissenschaftsorientierte Lernumgebung

Vor dem Hintergrund der Überlegungen zum wissenschaftlichen Denken und zum wissenschaftstheoretischen Grundverständnis in Abschnitt 1.4.2 wird in diesem Abschnitt erörtert, inwiefern die Themenstudienarbeit darauf ausgerichtet werden kann, wissenschaftsbezogenen Wissensaufbau zu fördern. Zu diesem Zweck wird zunächst eine kurze begriffliche Differenzierung des Terminus „Wissenschaftsorientierung“ vorgenommen und verschiedene Ausprägungen der möglichen Wissenschaftsorientierung von Lernumgebungen beschrieben. Anhand

dieser Merkmale können auch Unterschiede zwischen der Themenstudienarbeit und der Fallstudienmethode ausgemacht werden.

Die Themenstudienmethode ist eine Lernumgebung, in der mathematische Inhaltsbereiche oft aus einer Metaperspektive betrachtet werden, wodurch neben sozial geteiltem mathematischen Wissen auch Wissen über Mathematik bzw. über mathematische Begriffe in seinen Aufbau gefördert werden soll. Dazu sollte die Lernumgebung so gestaltet werden, dass der Unterricht sich in verschiedenen Bereichen an der Wissenschaft, insbesondere der Wissenschaft Mathematik, orientiert. Der Begriff „Wissenschaftsorientierung im Mathematikunterricht“ erscheint vielschichtig. Daher wird er zunächst differenziert und im hier vertretenen Verständnis präzisiert.

Komponenten von Wissenschaftsorientierung

Im Folgenden sollen vier Komponenten von Wissenschaftsorientierung im Mathematikunterricht unterschieden werden. Diese Unterscheidung wird im Hinblick auf Gestaltungsmöglichkeiten von Lernumgebungen getroffen:

- Wissenschaftsorientierung in der Art, zu lernen: Gemeint ist hier eine *Wissenschaftsorientierung des angeregten Lernprozesses*. Diese ist vom betrachteten Inhalt vergleichsweise unabhängig und betrifft die Art und Weise, auf die Wissen aufgebaut wird bzw. entsprechende Techniken des Wissensaufbaus. Beispielsweise stellt die Arbeit mit mathematischer Fachliteratur eine derartige mögliche Form des Wissensaufbaus dar. Das explorative Gewinnen von Wissen über mathematische Begriffe und Strukturen und deren Verknüpfung mit intuitiven Vorstellungen ist ein weiteres derartiges Beispiel. In Abschnitt 1.4.2 war die Rolle von Theorie und Evidenz im Zusammenhang mit wissenschaftlichem Denken (Kuhn, 1989; Lederman, 1992) angesprochen worden. Auch Methoden des theoretischen Erkenntnisgewinns anhand von Evidenz können ein Merkmal wissenschaftsorientierter Lernprozesse sein (vgl. Sodian & Kircher, 2001).

Eine Lernumgebung ist in dieser Hinsicht wissenschaftsorientiert, wenn sie Formen des Lernens bzw. des Generierens von Wissen anregt und betont, die auch in der Wissenschaft Mathematik eine Rolle spielen.

- Wissenschaftsorientierung in der Auswahl der Lerninhalte: Diese *curriculare Wissenschaftsorientierung* betrifft die Zusammensetzung der für den Unterricht ausgewählten Inhaltsbereiche und mathematischen Begriffe. Beispielsweise könnten eher wissenschaftsferne Anwendungskontexte im curricularen Fokus des Mathematikunterrichts stehen oder alternativ Inhalte thematisiert werden, die höhere wissenschaftliche Relevanz aufweisen. So ist etwa das mathematische Beweisen und Argumentieren ein Inhaltsbereich, der exemplarisch wesentliche Charakteristika von Mathematik (vgl. Heintz, 2000) repräsentieren kann (vgl. Abschnitte 7.1 und 7.3).

Eine Lernumgebung ist in diesem Sinne wissenschaftsorientiert, wenn in ihr Wissen zu Inhaltsbereichen und mathematischen Begriffen gelernt werden kann, das für die Wissenschaft Mathematik bedeutungsvoll ist.

- Wissenschaftsorientierung in der Art der Behandlung der Lerninhalte: Diese *methodisch-didaktische Wissenschaftsorientierung* umfasst die Art und Weise, wie Inhalte im Mathematikunterricht behandelt werden. Die Art der Behandlung von Inhalten und Begriffen könnte nämlich im Unterricht von der mathematischen Fachpraxis abweichen: Als Beispiel seien an dieser Stelle die oft verwendeten Plausibilitätsbetrachtungen an Einzelfällen genannt, die nicht selten als Begründung für neu eingeführte Inhal-

te angegeben werden. Demgegenüber würde eine methodisch-didaktische Wissenschaftsorientierung bedeuten, dass Inhalte ähnlich behandelt und Gedankengänge ähnlich aufgebaut würden wie in entsprechenden wissenschaftlichen Theorien (vgl. etwa für den Bereich des mathematischen Beweisens das Konzept des „präformalen Beweises“ von Blum & Kirsch, 1991, 1989).

Eine Lernumgebung ist in dieser Hinsicht als wissenschaftsorientiert anzusehen, wenn Inhalte so behandelt werden, dass die Vorgehensweisen mit der mathematischen Fachpraxis vereinbar sind.

- Wissenschaftsorientierung als eine Wissenschaft beschreibende Annäherung: Diese *metaperspektivische Wissenschaftsorientierung* bedeutet, dass im Mathematikunterricht explizit Gedanken über das Wesen der Wissenschaft Mathematik oder über bestimmte Teilthemen integriert werden. Ziel dieser Komponente von Wissenschaftsorientierung ist ein Sprechen über die Wissenschaft Mathematik und ein Charakterisieren dieser Disziplin auf einer metawissenschaftlichen Ebene, wie es von Neubrand (1990) in seinem Ebenenmodell des Sprechens über Mathematik charakterisiert wurde. Eine Lernumgebung ist in dieser Hinsicht wissenschaftsorientiert, wenn die Lernenden angeregt werden, Wissen über die Wissenschaft Mathematik, über Merkmale ihrer Fachpraxis oder über mathematische Begriffe aufzubauen.

Diese vier Komponenten von Wissenschaftsorientierung sind untereinander nicht völlig unabhängig und können sich gegenseitig unterstützen. Dies wird beispielsweise deutlich, wenn man die Förderung eines wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses betrachtet, wie es in Abschnitt 1.4.2 als Einflussgröße auf verständnisvolles Lernen angesprochen wurde. Ein wesentlicher Grundgedanke in diesem Bereich ist die Rolle von Theorie und Evidenz. Ein Verständnis zu dieser Rolle von Theorie und Evidenz kann durch die verschiedenen Komponenten der Wissenschaftsorientierung unterstützt werden: So können Lernprozesse allgemein so angeregt werden, dass Theorien als revidierbar betrachtet werden und von den Lernenden anhand von Evidenz diskutiert und ggf. abgelehnt werden sollen (*Wissenschaftsorientierung des angeregten Lernprozesses*). Als Lerngegenstände bieten sich für diesen Bereich Inhalte an, bei denen konkurrierende Theorien zur Beschreibung vorliegender Evidenz generiert und diskutiert werden können (*curriculare Wissenschaftsorientierung*). Beim inhaltlichen Vorgehen könnte innerhalb der Lernumgebung und in konkreten inhaltsbezogenen Aufgabenstellungen darauf geachtet werden, dass Theorien als revidierbare Vermutungen dargestellt werden, ein Generieren von Hypothesen sowie ein Überprüfen der eigenen Theorien anhand von Evidenz im Unterricht thematisiert und gefordert wird (*methodisch-didaktische Wissenschaftsorientierung*). Schließlich könnte Wissen zur Natur wissenschaftlichen Wissens und zu Methoden des Verifizierens oder Falsifizierens in einer metaperspektivischen Betrachtungsweise thematisiert werden (*metaperspektivische Wissenschaftsorientierung*).

Hinsichtlich der Orientierung an der Wissenschaft Mathematik ist weiter festzuhalten, dass die Themenstudienarbeit wie andere Lernumgebungen für den Mathematikunterricht auch auf das Problem stößt, dass aufgrund des Anforderungsgrades im Unterricht in der Regel keine aktuellen Fragestellungen der Wissenschaft bearbeitet werden können. Mit der Themenstudienarbeit kann aber innerhalb des gegebenen Curriculums im Sinne des Wissensaufbaus im Bereich des wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses versucht werden, eine Wissenschaftsorientierung des Lernprozesses in verschiedenen Bereichen zu verfolgen. Oft wird in der Themenstudienmethode eine inhaltliche Metaperspektive auf die Wissenschaft Mathematik angestrebt (vgl. Abschnitt 5.1). Je nach genauer Themenstellung können auch Elemente einer methodisch-didaktischen und curricularen Wissenschaftsorientierung eine wichtige Rolle spielen. Dies gilt insbesondere dann, wenn die Lernenden auf der Basis mathematischer Fachtexte arbeiten und die Aufgabe haben, auf der Grundlage dieser Auseinandersetzung mit

den Rohmaterialien für sie wesentliche Ideen darzustellen. Die Lernprozesse, die in der Themenstudienarbeit angeregt werden sollen, dürften ebenfalls oft Züge einer hohen Wissenschaftsorientierung tragen: Die Konfrontation mit Rohmaterialien, das Diskutieren über einen Inhaltsbereich und das Redigieren eines darstellenden und argumentierenden Texts sind Lernsituationen, die wissenschaftlichen Arbeitstechniken nicht unähnlich zu sein scheinen. In diesem Sinne kann die Themenstudienmethode als Lernumgebung bei geeigneter Umsetzung eine hohe Wissenschaftsorientierung aufweisen.

Die Fallstudienmethode und Komponenten von Wissenschaftsorientierung

Eine etwas andere Rolle scheint die Wissenschaft für die Fallstudienmethode im wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich zu spielen. Wie im Folgenden erörtert wird, konkurrieren beispielsweise der situationstheoretische Ansatz der Fallstudiendidaktik und seine Forderung, das Lernen unmittelbar an der Bewältigung von Situationen des Lebens auszurichten, die die Schülerinnen und Schüler konkret erfahren haben, offenbar mit Komponenten von Wissenschaftsorientierung. Kaiser (1983a) folgert etwa aus diesem situationstheoretischen Ansatz:

"Das didaktische Postulat der Wissenschaftsorientierung des Lernens wird im Rahmen der Fallstudiendidaktik zwar nicht aufgehoben, erhält jedoch nur insofern Bedeutung, als die Wissenschaften bzw. die theoretischen Konstrukte der Wissenschaften einen Beitrag zur Erhellung und Bewältigung der Lebenssituationen leisten können." (Kaiser, 1983a, S. 18)

Diese Rolle, die Kaiser der Wissenschaft und ihren Inhalten zuweist, erscheint der Konzeption der Themenstudie fast völlig gegenläufig: In der Fallstudie geht es hauptsächlich um die Entscheidung eines konkreten Falles, die sich gegebenenfalls auf das Hilfsmittel Wissenschaft stützt.

Demgegenüber soll die Metaperspektive, die bei der Themenstudienarbeit oft eingenommen wird, die Wissenschaft Mathematik und ihre Inhalte im Umfeld interdisziplinärer und konkret erfahrbarer Bezugspunkte lokalisieren helfen. Bei der Themenstudie haben also eher die konkreten Situationen die Hilfsfunktion, zur Erhellung von Bestandteilen mathematischen Wissenschaftswissens beizutragen.

Kaiser beruft sich weiter auf die Gedanken von Gerdsmeyer (1979), der den situationstheoretischen Ansatz als Modell eines induktiven Unterrichts beschreibt. Die Lernenden gelangen durch die Bearbeitung von Einzelfällen zu verallgemeinerungsfähigen, übertragbaren Aussagen.

Auf den ersten Blick im Widerspruch zu den Folgerungen Kaisers aus dem situationstheoretischen Ansatz zur Rolle der Wissenschaft steht eine andere Bemerkung von Kaiser (1973, S. 104):

"Die Darstellung des Lernprozesses nach der Fallstudie [...] hat deutlich werden lassen, dass die Fallstudienmethode als systematische Lernstrategie ein wissenschaftsorientiertes Lernen voraussetzt."

Vermutlich beschreibt Kaiser hier die Rolle der Wissenschaft auf einem anderen Niveau: Die Fallstudienmethode soll offenbar ein selbstgesteuertes, gewissermaßen forschendes Vorgehen betonen, wodurch die Schülerinnen und Schüler modellhaft Handlungsschemata aus der Wissenschaft anwenden und einüben. Dies entspricht in etwa der oben dargestellten Wissenschaftsorientierung des angeregten Lernprozesses.

Verwendet man die vier oben dargestellten Komponenten der Wissenschaftsorientierung, so ist zusammenfassend festzustellen, dass Kaiser für die Fallstudie eine Wissenschaftsorientierung im Hinblick auf den Lernprozess bejaht, die drei anderen oben aufgeführten Komponenten aber eher ablehnt, bzw. ihnen einen geringeren Stellenwert zuweist.

Wissenschaftsorientierung bei der ETH-Fallstudienmethode und Rolle des Entscheidens

Für die ETH-Fallstudien im Fach Mathematik wurde in Abschnitt 4.2.2 im Vergleich zur Fallstudienmethode im wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich eine Verschiebung in der inhaltlichen Herangehensweise beobachtet. Diese Verschiebung wirkt sich offenbar dergestalt auf Komponenten der Wissenschaftsorientierung aus, dass die ETH-Fallstudienmethode im Mathematikunterricht eine im Vergleich zur Fallstudie nach Kaiser (1973, 1983) höhere curriculare, methodisch-didaktische und metaperspektivische Wissenschaftsorientierung aufweist.

In Abschnitt 4.2.2 wurde dargelegt, dass das Entscheiden einer kontrovers diskutierbaren Fragestellung ein wesentliches Element der ETH-Fallstudien und eine Gemeinsamkeit mit der Fallstudie im wirtschaftswissenschaftlichen Bereich darstellt. Dieses Merkmal könnte sich im Mathematikunterricht einschränkend auf Möglichkeiten der Wissenschaftsorientierung der ETH-Fallstudie auswirken, denn derartig kontrovers diskutierbare Fragestellungen sind nach Gächter (1996, 2004) für mathematikbezogene Inhaltsbereiche oft nicht verfügbar.

Hinsichtlich der Wissenschaftsorientierung weist die ETH-Fallstudienmethode also eine größere Ähnlichkeit mit der Themenstudienarbeit auf als die Fallstudienmethode im gesellschafts- und wirtschaftswissenschaftlichen Bereich. Das Erfordernis einer offenen Entscheidungssituation bei der ETH-Fallstudie stellt als Konzeptionsmerkmal jedoch einen Unterschied zur Themenstudienarbeit dar, der sich einschränkend auf Möglichkeiten des auf die Wissenschaft Mathematik bezogenen Einsatzes der ETH-Fallstudienmethode auswirkt. Beispielsweise wäre eine Fragestellung wie „berichte über typische/zentrale Inhalte, Denk- und Vorgehensweisen der Kryptographie“ für die ETH-Fallstudie nicht denkbar.

ETH-Fallstudie und Themenstudie

Zur Orientierung sei an dieser Stelle nochmals kurz und zusammenfassend auf Berührungspunkte und Unterschiede zwischen Themenstudienarbeit und ETH-Fallstudie hingewiesen. Neben dem prinzipiellen Unterschied in ihrer theoretischen Fundierung und auch in den Zielsetzungen (vgl. Abschnitt 5.1) können sich die beiden Lernumgebungen nämlich in der unterrichtspraktischen Umsetzung wie auch in ihrer Wissenschaftsorientierung stark ähneln. In der Tat fallen ETH-Fallstudien, die Schülerinnen und Schüler mit ETH-Fallstudienmaterialien von Gächter anhand von geeigneten Aufgabenstellungen erarbeiten, unter die Definition von Themenstudienarbeit. Insbesondere aufgrund des Erfordernisses einer offenen Entscheidungssituation können jedoch nicht alle Realisierungen von Themenstudienarbeit als Fallstudien im Sinne der Konzeption von Gächter gelten. Die Rahmenkonzeption der Themenstudienarbeit erscheint unter diesem Blickwinkel als breiter gefasst als die der ETH-Fallstudien (vgl. etwa die Gestaltungsdimensionen in Abschnitt 5.4), auch wenn in diesem Zusammenhang nochmals an die abweichenden theoretischen Hintergründe zu erinnern ist.

Zusammenfassung

Zusammenfassend sei festgehalten, dass innerhalb der Themenstudienmethode vor allem im metaperspektivischen Bereich und hinsichtlich der angeregten Lernprozesse eine hohe Wissenschaftsorientierung angestrebt werden kann. Eine hohe angestrebte Wissenschaftsorientierung der Lernumgebung kann mit der Zielsetzung der Förderung eines tragfähigen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses bei den Lernenden (vgl. Abschnitte 1.4.2 und 5.1) korrespondieren.

Inbesondere die Fallstudienmethode im wirtschafts- und gesellschaftswissenschaftlichen Bereich scheint aufgrund ihrer kasuistischen Ausrichtung gegenüber der Themenstudienarbeit in einigen Bereichen eine geringere Wissenschaftsorientierung aufzuweisen.

Anhand dieser Gedanken wird auch deutlich, dass Wissenschaftsorientierung und Problemorientierung zunächst zwei prinzipiell unterschiedliche Merkmale von Lernumgebungen sind: Sowohl problemorientierte Lernumgebungen ohne ausgeprägte Wissenschaftsorientierung, als auch wissenschaftsorientierte Lernumgebungen, die den Leitlinien für problemorientierte Lernumgebungen (vgl. Kapitel 3) nur in sehr geringem Maße entsprechen, sind denkbar.

5.6 Kritische Bemerkungen hinsichtlich möglicher Auswirkungen der Themenstudienarbeit als wissenschaftsorientierter Lernumgebung

Der Deutlichkeit halber sei in diesem Zusammenhang kritisch angemerkt, dass davon ausgegangen wird, dass sich das Merkmal „Wissenschaftsorientierung“ von Lernumgebungen prinzipiell in ganz unterschiedlicher Weise auf schülerbezogene Variablen der Schulleistung oder ihrer Bedingungsfaktoren auswirken könnte. Folgende Gesichtspunkte seien hier herausgegriffen:

- Eine hohe Wissenschaftsorientierung der Lernumgebung muss nicht zwangsläufig zu hohen Lernleistungen im Bereich des wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses führen. Denkbare Hindernisse für die Lernenden sind beispielsweise ein zu hohes Anforderungsniveau oder zu gering ausgeprägte instruktionale Hilfsstrukturen (vgl. Abschnitt 3.2.5). Solche Hindernisse könnten aufgrund eines geringeren darstellend-erklärenden Aufbereitungsgrades möglicherweise gerade bei stark wissenschaftsorientierten Lernumgebungen zu Einschränkungen für verständnisvolle Wissensaufbauprozesse führen.
- Lernzuwächse im Bereich des mathematikbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses müssen nicht zwangsläufig auch mit Zuwächsen bei schulleistungsbezogenen Variablen zusammenhängen. Es ist denkbar, dass sich trotz einer möglichen Förderung des Wissensaufbaus im Bereich spezifischer Komponenten des wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses im Rahmen einer wissenschaftsorientierten Realisierung von Themenstudienarbeit keine oder nur geringe Steigerungen bei schulleistungsbezogenen Aufgabenlösekompetenzen zeigen. Nicht immer dürften Lernende in der Lage sein, wissenschaftsbezogenes Wissen im Kontext konkreter Aufgaben, die auch Routinen erfordern, umzusetzen. Für mögliche Zusammenhänge zwischen spezifischem wissenschaftsbezogenen Wissen und Schulleistung dürfte es auch auf den spezifischen Inhaltsbereich und die konkrete Gestaltung der Lernumgebung ankommen.

Es wird also deutlich, dass sich im Zusammenhang mit der in diesem Kapitel vorgestellten Rahmenkonzeption der Themenstudienmethode ein umfangreicher Untersuchungsbedarf ergibt. Zu fragen ist, welche Wirkungen mit Realisierungen der Lernumgebung zu assoziieren sind und in welchem Maße Zielsetzungen der Themenstudienarbeit tatsächlich erreicht werden können.

5.7 Zusammenfassung und Bemerkungen zu Forschungsdesiderata

In diesem Kapitel wurde mit der Themenstudienarbeit eine rohmaterialienbasierte Lernumgebung vorgestellt, deren Ziel es ist, verständnisvolles Lernen der Schülerinnen und Schüler zu fördern. Die Lern- und Arbeitsprozesse, die innerhalb der Themenstudienmethode angeregt werden sollen, umfassen verschiedenartige Möglichkeiten des inhaltlichen Austauschs für die Lernenden und können die Leitlinien für problemorientierten Unterricht (vgl. Kapitel 3) prinzipiell in hohem Maße berücksichtigen. Eine Reihe unterschiedlicher Gestaltungsdimensionen könnte genutzt werden, die Themenstudienarbeit wissenschaftsorientiert auszurichten.

Zu dieser theoretischen Rahmenkonzeption einer Lernumgebung für den Mathematikunterricht stellen sich Fragen, zu denen noch keine empirischen Erkenntnisse vorhanden sind:

- Zunächst ist von Interesse, ob die Lernumgebung Themenstudienarbeit überhaupt in der vorgeschlagenen Form umsetzbar ist und welche Randbedingungen sich für die Durchführung empfehlen.
- Eine damit verbundene Fragestellung betrifft auch die Zielgruppe der Themenstudienmethode. Die in Kapitel 4 beschriebenen Versionen der Fallstudienmethode wurden fast durchweg für Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe II konzipiert. Daten, inwiefern auch bereits jüngere Schülerinnen und Schüler mit einer geeignet konzipierten Themenstudienarbeit zurechtkommen, liegen noch nicht vor.
- Ein zentrales Forschungsdesideratum besteht in der Gewinnung empirischer Erkenntnisse zu den Auswirkungen von Themenstudienarbeit. Zu untersuchen ist, ob die angestrebte Unterstützung verständnisvollen Lernens sich auf Komponenten von Schulleistung und auf deren Bedingungsvariablen (vgl. Abschnitt 1.4) auswirkt.

Diesen Forschungsdesiderata wird in den folgenden Kapiteln nachgegangen. Das folgende Kapitel 6 greift Fragestellungen zur Durchführbarkeit und zu förderlichen Gestaltungsmerkmalen von Themenstudienarbeit auf. Außerdem wurde erste empirische Evidenz zu Teilbereichen des dritten der oben genannten Fragekomplexe gewonnen. In Kapitel 7 wird auf der Basis dieser Erfahrungen die Konzeption einer Themenstudie zum Inhaltsbereich des Beweisens und Argumentierens dargestellt. Diese Lernumgebung wurde in einer empirischen Studie untersucht, von der in den Kapiteln 8 bis 15 berichtet wird.

6. Pilotuntersuchungen zur Themenstudienarbeit im Mathematikunterricht

In den vorangegangenen Kapiteln wurde dargestellt, auf welche Weise gemäßigt konstruktivistisch ausgerichtete, problemorientierte Lernumgebungen auf die Förderung verständnisvollen Lernens im Mathematikunterricht ausgerichtet sein können. Eine theoretische Rahmenkonzeption für eine solche Lernumgebung wurde mit der Themenstudienarbeit in Kapitel 5 vorgestellt. Bei der praktischen Gestaltung der Lernumgebung Themenstudienarbeit ergeben sich im Detail verschiedene Möglichkeiten der Umsetzung.

Aus diesem Grund werden in diesem Kapitel praktische Erfahrungen mit Themenstudienarbeit reflektiert, die in vier Pilotuntersuchungen gewonnen wurden. Auf der Basis der in diesen Pilotstudien gemachten Erfahrungen können in der Folge methodische und didaktische Entscheidungen im Zusammenhang mit der Konzeption einer Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren in der 8. Jahrgangsstufe getroffen werden, wie sie in Kapitel 7 dargestellt werden. Zusätzlich wurden mit Hilfe der Erfahrungen der Pilotuntersuchungen Forschungsfragen konkretisiert und auch einzelne Vermutungen zu Zusammenhängen abgeleitet, denen in der in den Kapiteln 8 bis 15 beschriebenen Untersuchung weiter nachgegangen wurde. Zu einzelnen Fragestellungen wurden auch bereits während der Pilotstudien kleinere Untersuchungen angestellt, deren Ergebnisse ebenfalls in diesem Kapitel vorgestellt werden.

Am Ende des Kapitels werden Forschungsdesiderata angesprochen, die im Zusammenhang mit dem theoretischen Hintergrund aus den Erkenntnissen der Pilotstudien abgeleitet wurden. Diese Forschungsdesiderata werden in Kapitel 7 auf der Basis themenspezifischer Überlegungen zu Forschungsfragen verdichtet.

6.1. Vorbemerkungen zu den vier Pilotuntersuchungen zur Themenstudienarbeit im Mathematikunterricht

Bei der Themenstudienarbeit handelt es sich um die Konzeption einer an Paradigmen eines gemäßigten Konstruktivismus orientierten Lernumgebung. Anforderungen an Lernumgebungen, die aus Überlegungen einer gemäßigt-konstruktivistisch ausgerichteten Didaktik in Kapitel 3 abgeleitet wurden, können innerhalb der Rahmenkonzeption der Themenstudienmethode grundsätzlich in hohem Maße erfüllt werden (vgl. Abschnitt 5.3.2). Bei dem Schritt zur Umsetzung von Themenstudienarbeit im Mathematikunterricht eröffnet sich jedoch im Detail ein Spektrum von Möglichkeiten der konkreten Ausgestaltung. Gewisse Orientierungspunkte in dem diesbezüglichen, in Abschnitt 5.4 vorgestellten methodisch-didaktischen Entscheidungsraum können auch Vorschläge zur konkreten Ausgestaltung der Fallstudienmethode bieten, wie sie in den Abschnitten 4.1.4, 4.1.5, 4.2.2 und 4.2.5 diskutiert wurden. Da die Zielsetzungen der Fallstudienmethode von denen der Themenstudienarbeit abweichen können und konkrete Erfahrungsberichte etwa zur Wirkung von Randbedingungen der Lernumgebung nicht immer in der erforderlichen Detailliertheit verfügbar waren, erschien es notwendig, zunächst

praktische Erfahrungen mit Gestaltungsmerkmalen der Lernumgebung Themenstudienarbeit zu sammeln. Merkmale der Umsetzung von Themenstudienarbeit im Mathematikunterricht wurden daher in vier Pilotstudien größtenteils qualitativ getestet, um die grundsätzliche Durchführbarkeit der Lernumgebung zu untersuchen und um Detailentscheidungen im unterrichtsmethodischen Bereich auf der Basis der erworbenen Erfahrungswerte treffen zu können. Ein systematisches Verfahren, bei dem alle Variablen der Gestaltung der Lernumgebung (vgl. Abschnitt 5.4) bis auf jeweils eine variierte Bedingung konstant gehalten worden wären, ist im Hinblick auf die Vielzahl möglicher Gestaltungsvariablen der Themenstudienarbeit innerhalb einer vertretbaren Anzahl von Pilotuntersuchungen nicht zu leisten. Aus diesem Grunde wurden in den vier Pilotstudien Orientierungspunkte gewonnen, indem gleichzeitig verschiedene, in ihren Auswirkungen möglichst unabhängig beobachtbare Gestaltungsmerkmale verändert wurden.

Mit den Pilotuntersuchungen verbanden sich vier Hauptziele:

- Zunächst sollte Evidenz zur prinzipiellen Umsetzbarkeit der Unterrichtsmethode Themenstudienarbeit unter Realbedingungen schulischen Mathematikunterrichts gewonnen werden. In den Pilotstudien wurden daher schrittweise Annäherungen an Normalbedingungen, unter denen Mathematikunterricht stattfindet, unternommen.
- Bei den Pilotuntersuchungen war es außerdem von Interesse, die Lernumgebung im Hinblick auf Bedingungen ihrer Umsetzbarkeit und auf die für die Lernenden erreichbaren Lernergebnisse hin zu untersuchen, weiter zu entwickeln und zu verbessern.
- Zusätzlich ging es auch darum, erste Erkenntnisse zu möglichen Wirkungen von Themenstudienarbeit zu sammeln und, wie im Rahmen einer der Pilotstudien geschehen, in Teilbereichen näher zu untersuchen.
- Schließlich dienten die Pilotstudien dazu, die gewonnene praktische Erfahrung zum Generieren von Hypothesen zu nutzen. Einzelne solche Vermutungen wurden bereits in einer nachfolgenden Pilotstudie quantitativ überprüft.

Die Rückmeldungen der Lernenden wurden entsprechend dieser Ziele in erster Linie explorativ untersucht, um nicht durch verfrühte Einschränkungen in der Betrachtungsweise wichtige Aspekte außer Acht zu lassen. Im Rahmen der zweiten Pilotstudie wurde zusätzlich eine quantitative Begleituntersuchung angestellt.

In den ersten beiden Studien wurde die Lernumgebung Themenstudienarbeit unter den mit schulischem Mathematikunterricht nur teilweise vergleichbaren Bedingungen von Schülerakademie-Kursen erprobt. Unter anderem wurde in der ersten Pilotstudie auch im Hinblick auf die in den Kapiteln 8 bis 15 beschriebene Untersuchung die Eignung des interdisziplinär angelegten Themas „Beweisen und Argumentieren“ für die Lernumgebung Themenstudienarbeit ausgelotet.

Bei der zweiten Pilotstudie stand auch die Erkundung möglicher Auswirkungen der Themenstudienarbeit auf die Lernenden im Vordergrund.

Außerdem wurden während der ersten beiden Pilotstudien unterrichtsmethodische Erfahrungen mit verschiedenen Realisationsformen von Themenstudienarbeit gesammelt.

Die dritte und die vierte Pilotstudie fanden jeweils unter Realbedingungen schulischen Unterrichts statt. Während der dritten Pilotstudie wurde ein an die 10. Jahrgangsstufe angepasstes, eher „vorsichtiges“ Umsetzungsmodell von Themenstudienarbeit getestet.

In der vierten Pilotstudie kam der Erkundung alternativer Gestaltungsmöglichkeiten ein zentraler Stellenwert zu.

Diese vier Pilotstudien werden im Folgenden kurz vorgestellt.

6.2 Erste Pilotstudie: Themenstudienarbeit in einem Schülerakademiekurs zum Rahmenthema „Genauigkeit“

Nach den Ausführungen in Abschnitt 5.3.2 erlaubt es die theoretische Rahmenkonzeption der Lernumgebung Themenstudienarbeit, in hohem Maße auf Anforderungen einer gemäßigt-konstruktivistisch orientierten Didaktik einzugehen (vgl. Kapitel 3). Solche Anforderungen an Lernumgebungen, die besonders die individuellen Lernbedürfnisse der Lernenden berücksichtigen und ein hohes Maß an Selbstbestimmung der Lernenden ermöglichen, wurden in der Literatur insbesondere für die Förderung besonders begabter Schülerinnen und Schüler formuliert (vgl. Corno & Snow, 1986; Heller & Neber, 1997; Heller, 1999; Neber, Finsterwald & Urban, 2001; Le Maistre & Kanevsky, 1997). Die Themenstudienarbeit berücksichtigt grundsätzlich diese spezifisch auf besonders begabte Schülerinnen und Schüler ausgerichteten Anforderungen (Kuntze, 2002b). Für die erste Erprobung der Lernumgebung wurde daher ein Kurs mit besonders begabten Schülerinnen und Schülern der 11. und 12. Jahrgangsstufe im Rahmen einer Schülerakademie gewählt. Die Themenstudienarbeit fand während der 2 ½-wöchigen Arbeit des Kurses „Wie genau ist genau?“ einer Schülerakademie im Sommer 1998 statt.

Zur Umsetzbarkeit und möglichen Problemen beim rohmaterialienbasierten Lernen der Schülerinnen und Schüler in einer in der Themenstudienarbeit angeregten metaperspektivischen Betrachtungsweise lagen noch keine detaillierten Praxiserfahrungen vor. So fehlt etwa in der Literatur eine Dokumentation der Erprobung der ETH-Fallstudien (vgl. Abschnitt 4.2.5).

Auch Erkenntnisse, inwiefern sich einzelne Themen dazu eignen, von den Lernenden in Themenstudienarbeit erschlossen zu werden, waren noch nicht dokumentiert. Daher sollten die Lernenden zu verschiedenen Inhaltsbereichen rund um das Thema „Genauigkeit“ (vgl. Tab. 6.2.1) Themenstudien erarbeiten (vgl. Kuntze, 2002a). Unter diesen verschiedenen Inhaltsbereichen war auch das interdisziplinär angelegte Thema „Genauigkeit beim Beweisen und Argumentieren“, für das im Hinblick auf die Gedanken in Kapitel 7 von Interesse war, wie dieser Inhaltsbereich von Schülerinnen und Schülern in Themenstudienarbeit erarbeitet werden kann.

Schließlich mussten im Zusammenhang mit der Themenstudienarbeit erste Anhaltspunkte gewonnen werden, wie sich praktische Randbedingungen der Umsetzung möglicherweise auf Lern- und Arbeitsprozesse der Schülerinnen und Schüler auswirken könnten. Diese Variablen der konkreten Ausgestaltung sind in ihrer Bedeutung nicht zu vernachlässigen. Da ungünstige Randbedingungen des Lernens intendierte Lernprozesse be- oder gar verhindern können, dürfte eine förderliche Gestaltung des praktischen Umfeldes der Lernumgebung eine notwendige, vermutlich aber nicht hinreichende Bedingung für die Förderung verständnisvollen Lernens und den Aufbau flexibel anwendbaren Wissens seitens der Lernenden darstellen.

Im Vordergrund der ersten Pilotstudie stand daher:

- das Sammeln von Erkenntnissen zur Durchführbarkeit schülerzentrierten Arbeitens in metawissenschaftlicher Ausrichtung als Bestandteil der gemäßigt-konstruktivistisch orientierten Lernumgebung Themenstudienarbeit
- die Erprobung der Eignung des interdisziplinär angelegten Themenbereichs „Beweisen und Argumentieren“ (neben anderen ebenfalls untersuchten Inhaltsbereichen)
- die Gewinnung qualitativer Praxiserfahrungen mit Arbeitsformen des Kommunizierens in Kleingruppen, der Präsentation und der Verschriftlichung im Rahmen der Themenstudienarbeit

6.2.1 Kurze Beschreibung der Konzeption der Lernumgebung

Der Kurs der Schülerakademie war so geplant, dass mathematische Inhalte in einem ersten Teil der Kursarbeit anhand von Vorträgen der Schülerinnen und Schüler und Übungen gemeinsam erarbeitet wurden. So wurde den Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmern, die anfangs über sehr unterschiedliches mathematisches Vorwissen verfügten¹, eine gemeinsame Basis an Bezugswissen zur Verfügung gestellt. Auf dieser Grundlage wurde die Themenstudienarbeit im zweiten Teil des Schülerakademiekurses eingesetzt. Die Themenstudienarbeit sollte den Lernenden die Gelegenheit bieten, Inhalte des ersten Kursteiles aus einer Metaperspektive zu reflektieren und Verknüpfungen zu übergreifenden Vorstellungen und zu Bereichen von Alltagswissen aufzubauen. Die Themenstudienarbeit kann daher in dieser Umsetzung als Teil eines zweistufigen themenbezogenen Verarbeitungsprozesses gesehen werden.

Eine Übersicht über die konkrete Umsetzung der Themenstudienarbeit in der ersten Pilotstudie findet sich in Tabelle 6.2.1. Einzelheiten zur Konzeption des Kurses, detaillierte Berichte zum Kursablauf und zu Erfahrungen, die im Zusammenhang mit dieser Umsetzung von Themenstudienarbeit gewonnen wurden, wurden in Kuntze (1999, 2002a) beschrieben.

1. Pilotstudie: Übersicht	Rahmenthema: „Genauigkeit“ (Kurs einer Schülerakademie mit besonders begabten Schüler(inne)n der 11. und 12. Jahrgangsstufe, 1998)
Sozialform: Vierer- und Dreier-Teams (Teambildung nach Interesse)	
Verlauf / Einsatz der Materialien: <ul style="list-style-type: none"> ● Rohmaterialienmappen als Einstieg, Schwerpunktwahl durch Teilnehmer (offene Aufgabenstellung: „Stell wesentliche Gedanken vor und zieht ein Fazit!“) ● „Fixpunkt“, d.h. gegenseitiges Darstellen des Standes der Arbeiten nach einer erster Sichtung des Materials: Klärung der Zielfragen, Absprache der Interessenbereiche, Rückfragen im Kursplenum, Bericht der Schülerinnen und Schüler über die geplante weitere „Forschungsrichtung“ ● Weitere Gruppenarbeit und weitere Recherche ● nochmaliger „Fixpunkt“ ● Präsentation der Themenstudien in Vorträgen mit Leitung einer anschließenden Diskussion ● Schriftliches Protokoll des Vortrags und der Diskussion durch ein Protokollteam (mit je einem Mitglied der Themenstudiengruppe) ● Plenum: Abschlussdiskussion 	Bemerkungen: <ul style="list-style-type: none"> ● Von den Lernenden gewählte Themenbereiche: <ul style="list-style-type: none"> ■ „Wie genau ist genau?“ (Genauigkeit in Mathematik, Physik, Alltagsleben und bei der Arbeit mit dem Computer) ■ „Erkenntnistheorie und Philosophie der Mathematik“ (Genauigkeit in der Antike, Grundlagenstreit, Möglichkeiten der Erkenntnis, Rolle der Wissenschaft) ■ „Quod erat demonstrandum“ (genaue Argumentation in Mathematik, Physik und den Rechtswissenschaften) ■ „Rekursion, Fraktale und Genauigkeit“ (Genauigkeit komplexer, z.B. rekursiver Denkstrukturen, (genaue?) Bilderfassung, Zufallszahlen)

Tab. 6.2.1: Übersicht über die Themenstudienarbeit im Rahmen der ersten Pilotstudie

Ein Überblick insbesondere über die mathematischen Inhalte des ersten Kursteils findet sich bei Kuntze und Winkler (2003). Eine schriftliche Dokumentation der Kursinhalte und von Lernergebnissen durch die teilnehmenden Schülerinnen und Schüler (Bildung und Begabung e.V., 1998) umfasst auch die von den Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmern erarbeiteten Themenstudien des zweiten Teils der Kursarbeit.

¹ Dies ging aus Kurzfragebögen zu einzelnen themenspezifischen Fachbegriffen hervor, die vor dem Kurs per Post an die Kursteilnehmer versandt und ausgewertet wurden.

An dem Kurs der Schülerakademie nahmen 15 Schülerinnen und Schüler der 11. und 12. Jahrgangsstufe teil. Diese waren in dem bundesweiten Auswahlverfahren der „Deutschen SchülerAkademie“ (vgl. <http://www.schuelerakademie.de/dsa/index.html>) ausgewählt worden und können daher als besonders begabt eingeschätzt werden. Wie bereits angesprochen, war diese Lerngruppe hinsichtlich ihrer Vorkenntnisse sehr heterogen zusammengesetzt, was aus Fragebögen hervorging, die vor dem Kurs an die Teilnehmenden versandt worden waren. Die Kursarbeit umfasste 2½ Wochen und entsprach im Stundenumfang umgerechnet etwa zwei wöchentlichen Unterrichtsstunden während eines ganzen Schuljahres. Innerhalb dieses zeitlichen Rahmens nahm die Themenstudienarbeit etwa ein Viertel der Zeit ein (vgl. Kuntze, 2002a).

Die Konzeption der Themenstudienarbeit im zweiten Teil des Kurses war auf die Förderung besonders begabter Schülerinnen und Schüler ausgerichtet (Kuntze, 2002b). So wurde in der Themenstudienarbeit gemäß der Befundlage zu ATI-Effekten (vgl. Abschnitt 2.3.3) nur ein geringes Maß an instruktionaler Anleitung gegeben. Als Einstiegsmaterialien für die Themenstudienarbeit wurden ETH-Fallstudienmappen verwendet (Gächter & Frey, 1991a, 1991b, 1991c), die jedoch mit einer modifizierten Aufgabenstellung verknüpft wurden. Die ETH-Fallstudienmaterialien wiesen ein Anforderungsniveau auf, das mit den Lernvoraussetzungen der besonders begabten Schülerinnen und Schüler verträglich erschien: So wurde das vergleichsweise hohe Anforderungsniveau der Materialien der ETH-Fallstudienmappe „Was zu beweisen war“ bereits in Abschnitt 4.2.1 diskutiert. Für die weitere Arbeit und Recherche im Rahmen der Themenstudienarbeit stand den Lernenden eine kleine Fachbibliothek zur Verfügung. Die Abgrenzung der jeweiligen Themen, die sich nach individuellen Interessen der Teams gebildet hatten, wurde von diesen bzw. in Absprache mit anderen Teams im Kursplenum innerhalb des durch die Einstiegsmaterialien vorgegebenen Rahmens vorgenommen.

Aufgabe der Schülerteams war es, in der Vierer- bzw. Dreiergruppe eine Ausarbeitung zum jeweiligen Themenbereich vorzubereiten und diese dann im Kursplenum vorzustellen. Diese Präsentation und die darauffolgende Diskussion wurden von einer Protokollgruppe schriftlich zusammengefasst. Ein Mitglied der Protokollgruppe gehörte auch der Gruppe an, die die Präsentation der Themenstudien vorbereitet hatte, und hatte so die Funktion eines Bindeglieds zwischen der Präsentationsgruppe und dem Protokollteam.

Bei dieser ersten Realisierung von Themenstudienarbeit wurde intersubjektiven Aushandlungsprozessen ein breiter Raum gegeben. Sowohl zwischen den drei bis vier Mitgliedern der Themenstudienarbeitsgruppen, als auch im Kursplenum wurden Gelegenheiten des inhaltsbezogenen Austauschs angeboten. Zusätzlich hatten die Lernenden die Möglichkeit, die Kursleiterin, den Kursleiter oder auch „Expertinnen“ und „Experten“ von außen zu konsultieren (für detaillierte Informationen vgl. Kuntze, 2002a).

Die Ausarbeitung der schriftlichen Themenstudien war bei dieser Realisierung der Themenstudienarbeit insofern eher als Gruppenleistung des gesamten Kurses anzusehen, als die Protokollteams bis auf ein Mitglied aus Schülerinnen und Schülern bestanden, die nicht der jeweiligen Themenstudiengruppe angehörten. Die schriftliche Dokumentation bezog sich damit hauptsächlich auf diejenigen Ergebnisse der Themenstudienarbeit, die in der Präsentation den anderen Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmern gegenüber dargestellt werden konnten.

6.2.2 Untersuchungsmethoden

Da in dieser Pilotstudie in erster Linie Fragen der Durchführbarkeit und des Sammelns qualitativer Erfahrungen im Vordergrund standen, wurden detaillierte Aufzeichnungen zum Kursverlauf und zu Rückmeldungen der Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmer als Instrument

der Erhebung gewählt. Die Beobachtungen, die während der Kurszeiten und manchmal auch jeweils unmittelbar nach den Arbeitszeiten im Kurs protokolliert wurden, entstammen der Perspektive eines an der Intervention beteiligten Kursleiters, und stellen zeitnah festgehaltene Eindrücke dar.

Wahrnehmungen der Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmer, die in einer ausführlichen Feedbackrunde geäußert wurden, wurden während dieser Feedbackrunde ebenfalls durch Mitschriften dokumentiert.

6.2.3 Erfahrungsbericht

Ziel dieser Pilotstudie war das erste Sammeln von Erfahrungen mit der Themenstudienarbeit, bei dem auch kumulative und qualitative Beobachtungen zur Unterrichtspraxis interessierten. In diesem Abschnitt werden daher solche Erfahrungen und Beobachtungen zusammengestellt.

Zunächst ist das Ergebnis zu berichten, dass die Themenstudienarbeit in der konzipierten Form mit den Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmern grundsätzlich umgesetzt werden konnte. Dazu können auf der Basis der gemachten Beobachtungen folgende Gesichtspunkte festgehalten werden:

- Die Schülerinnen und Schüler konnten bei der Erarbeitung ihrer Präsentationen und Themenstudien den Zeitplan grundsätzlich einhalten. Zu allen vier gewählten Themen wurden von den jeweiligen Schülerteams Themenstudien erstellt. Als Beispiel sei auf eine Themenstudie zur Genauigkeit beim Beweisen und Argumentieren hingewiesen, die auch im Hinblick auf Kapitel 7 von Interesse ist (vgl. Bildung und Begabung e. V., 1998, S. 59f).
- Bei inhaltlichen Vergleichen der entstandenen Themenstudien mit den Materialien, die die Schülerinnen und Schüler bei der Themenstudienarbeit zur Verfügung gestellt bekommen hatten, ist festzustellen, dass die Schülerinnen und Schüler das inhaltliche Spektrum der Materialien im Großen und Ganzen auch in den Themenstudien ansprachen. Dies kann beispielsweise an der oben angesprochenen Themenstudie (vgl. auch Bildung und Begabung, 1998, S. 59f) nachvollzogen werden, die im Hinblick auf Gedanken zur Genauigkeit von Begründungsverfahren die wesentlichen Ideen der Themenstudienmaterialien abdeckt (vgl. Abschnitt 6.2.1, Gächter & Frey, 1991a und Abschnitt 4.2.1). Inhaltliche Schwächen in der Darstellung traten in den Themenstudien nur stellenweise auf und bezogen sich meist auf diejenigen metawissenschaftlichen Äußerungen, für die ein breites wissenschaftliches Hintergrundwissen erforderlich war. Insgesamt konnten die Lernenden also die Aufgabenstellung, wesentliche Gedanken vorzustellen und ein Fazit zu ziehen (vgl. Tabelle 6.2.1), inhaltlich erfüllen.

Speziell für das Thema „Beweisen und Argumentieren“ (vgl. Abschnitt 4.2.1 und Kapitel 7) ergab sich die Beobachtung, dass in den Darstellungen der Schülerinnen und Schüler Bemerkungen weitgehend fehlten, die auf die mathematischen Beweisbeispiele aufbauten, die in der ETH-Fallstudienmappe „Was zu beweisen war“ (Gächter & Frey, 1991a) enthalten waren. Das Anspruchsniveau dieser Materialien war in Abschnitt 4.2.1 als hoch eingeschätzt worden.

Die Schülergruppe, die das Thema „Erkenntnistheorie und Mathematik“ bearbeitete, entschloss sich, in ihrer Arbeit verstärkt selbst recherchierte Materialien einzubringen. Hier stützte sich der inhaltliche Vergleich auf die von den Lernenden angegebenen Quellen.

- Einige typische Äußerungen von Lernenden in der Feedbackrunde sind in Tabelle 6.2.1 zusammengestellt. Es wurden Ausschnitte aus den Aufzeichnungen zu Rückmeldungen der Lernenden gewählt, die die Themenstudienarbeitsphase des Kurses betrafen.

Name	Feedback-Äußerung (in Aufzeichnungen inhaltlich protokolliert)
Carla	Gruppenarbeitsphase sehr positiv empfunden, Wunsch nach mehr philosophischen Inhalten zum Kursthema
Andreas	Weniger Zeit auf den ersten Kursteil / die Vorträge verwenden, mehr Zeit für die Teamarbeit im zweiten Kursteil. Die Diskussionszeit zur Vorstellung der Themenstudien war zu knapp
Sabine	Wunsch nach noch mehr Zeit für Gruppenarbeit [Arbeit an Themenstudien], nach noch stärkerer Berücksichtigung wissenschaftsphilosophischer Inhalte
Markus	Wunsch nach noch mehr mathematischen Inhalten, Gruppenarbeit [Arbeit an Themenstudien] positiv empfunden
Ferdinand	Hätte weniger Mathematik erwartet, intensive Beschäftigung mit mathematischen Themen positiv empfunden, interdisziplinäre Verbindungen positiv empfunden
Monika	Fächerübergreifende Aspekte positiv empfunden, besonders Chaos/Fraktale und Genauigkeit, auch philosophische Hintergründe, noch mehr Zeit für Teamarbeit [an den Themenstudien] gewünscht, hat Spaß gemacht
Franz	Philosophische Gedanken erst als Schock, aber dann als interessant empfunden, Grenzbereich Mathematik / Wissenschaftsphilosophie interessant
Sandra	Inhalte manchmal schwierig, eigenen Interessen in Gruppenarbeit nachgehen zu können als positiv empfunden, hier noch mehr Zeit wünschenswert

Tab. 6.2.1: Inhalt einiger typischer Feedbackäußerungen von Kursteilnehmer(inne)n

In den Feedbackäußerungen (vgl. Tab. 6.2.1) zeigten sich häufig positive Rückmeldungen zum zweiten Teil der Kursarbeit, in dem in Gruppenarbeit die Themenstudien erarbeitet wurden. Für den zweiten Kursteil wurde wiederholt geäußert, dass eine noch längere Themenstudienarbeitsphase wünschenswert gewesen wäre. Von den Lernenden wurden verschiedene Aspekte genannt, die in der Themenstudienarbeit eine Rolle spielten. So wurden auf der inhaltlichen Ebene interdisziplinäre Verbindungen sowie übergreifende und wissenschaftsphilosophische Gedanken als in der Regel positiv bewertete Lerngelegenheiten der Themenstudienarbeit geschildert. Zum Stellenwert und Umfang innermathematischer Inhalte waren konträre Sichtweisen vorhanden. Auf unterrichtsmethodischer Ebene finden sich Bemerkungen zu einer als positiv empfundenen Teamarbeit und zu dem Umstand, dass es offenbar möglich war, „eigenen Interessen nachgehen zu können“. Aus Sicht eines Kursteilnehmers war für ein wesentliches Element der Themenstudienarbeit, nämlich für die Diskussionen zu den Vorstellungen der einzelnen Themenstudien, zu wenig Zeit vorhanden.

- Die Wahrnehmungen der an der Intervention beteiligten Kursleiterin und des Kursleiter decken sich weitgehend mit diesen Rückmeldungen der Schülerinnen und Schüler. So hatten die Kursleiterin und der Kursleiter den Eindruck, dass die Lernenden die Themenstudienarbeit im zweiten Teil des Kurses positiv empfanden und intensiv an den jeweiligen Themen arbeiteten. Beobachtungen der Aktivitäten der Schülerteams durch die Kursleiterin und den Kursleiter ergaben die Wahrnehmung eines insgesamt regen inhaltsbezogenen Austauschs zwischen den Lernenden.
- Eine weitere qualitative Beobachtung, die nur im Sinne eines Generierens von Fragestellungen und von Vermutungen für Folgestudien genutzt werden soll, stützt sich auf Feedback der Lernenden wie in Tabelle 6.2.1, auf Eindrücke der Kursleiterin und des Kursleiters während der mündlichen Präsentationen der Themenstudien und auf die schriftlichen Produkte der Schülerinnen und Schüler (vgl. Bildung und Begabung, 1998). Diese qualitative Beobachtung betrifft motivationale Dispositionen der Lernenden: Insgesamt deuten einige Wahrnehmungen und Anzeichen auf das qualitative Ergebnis hin, dass ein subjektives, auf die Wissenschaft Mathematik bezogenes Kompetenzgefühl der Lernenden gesteigert worden sein könnte. Diese mit aller Vorsicht zu bewertende Einschätzung stützt sich

letztlich auf Interpretationen von Rückmeldungen in der Feedbackrunde, die die Kursleiterin und der Kursleiter meist als selbstbewusst und optimistisch wahrnahmen, auf die durchweg recht souverän anmutenden Präsentationen der Themenstudien im Kurs und auf die damit verbundenen Diskussionen, sowie auf die Art und Weise, wie die Lernenden ihre Lernergebnisse in den schriftlichen Themenstudien darstellten.

6.2.4 Zusammenfassende Bemerkungen und Diskussion

Zusammenfassend ist auf der Basis der ersten Pilotstudie festzustellen, dass sich die Themenstudienarbeit in der erprobten Art der Umsetzung nicht nur als durchführbar erwiesen hat, sondern aus Sicht der besonders begabten Schülerinnen und Schüler auch eine anregende Lernumgebung darstellte. Verbesserungspotentiale der Themenstudienarbeit sahen einzelne Lernende, die Kursleiterin und der Kursleiter in einem etwas größeren Zeitrahmen für die Diskussion der vorgestellten Themenstudien im Kursplenum und eventuell auch für die Themenstudienarbeit insgesamt. Während die Berücksichtigung des ersteren Punkts eine vertiefte Auseinandersetzung aller Teilnehmenden mit den präsentierten Inhalten und Themenstudien erhoffen lässt, könnte die zweite Anregung auch zu Schwierigkeiten etwa beim wechselseitigen Austausch über die durch die längere Bearbeitungszeit möglicherweise inhaltlich komplexeren und umfangreicheren Themenstudien führen.

Aus Sicht der Kursleiterin und des Kursleiters ergibt sich auf der Basis der gewonnenen Erfahrungen die Vermutung, dass die Qualität der schriftlichen Ausarbeitungen wahrscheinlich noch gesteigert werden hätte können, wenn die Themenstudien direkt von den Themenstudiengruppen geschrieben worden wären. Es ergab sich also als Anregung für die Folgestudien, ob nicht eine schriftliche Ausarbeitung durch die jeweiligen Lernenden selbst favorisiert werden sollte, um eine vertiefte Darstellung der Lernergebnisse zu ermöglichen. Die Austauschprozesse der Themenstudiengruppen mit dem Kursplenum würden dann durch den Wegfall des Protokollierens der Präsentationen jeweils anderer Gruppen vermutlich eine etwas weniger zentrale Rolle spielen.

In diesem ersten Pilotversuch zeigte sich insbesondere auch die prinzipielle Eignung des Inhaltsbereichs „Beweisen und Argumentieren“ für rohmaterialienbasiertes Arbeiten in Themenstudienarbeit. Der Fokus auf die Genauigkeit und Sicherheit mathematischer und außermathematischer Formen des Beweisens und Argumentierens führte offenbar zu einer umfassenden Auseinandersetzung der betreffenden Schülergruppe mit vielen wissenschaftsbezogenen Gedanken zum mathematischen Beweisen und Argumentieren (vgl. Bildung und Begabung, 1998, S. 59f), wie sie auch im folgenden Kapitel (Abschnitt 7.3) kurz angesprochen werden. Im Hinblick auf die hohe Komplexität der eingesetzten ETH-Fallstudienmaterialien (vgl. Abschnitte 4.2.1 und 6.2.3) drängt sich die Frage auf, inwiefern der Inhaltsbereich „Beweisen und Argumentieren“ mit modifizierten Materialien auch von durchschnittlich begabten Schülerinnen und Schülern in Themenstudienarbeit bearbeitet werden könnte. Hier ist der Befund zu bedenken, dass einzelne Materialien der ETH-Fallstudienmappe „Was zu beweisen war“ (Gächter & Frey, 1991a) von den Schülerinnen und Schülern offenbar nur unter Schwierigkeiten erschlossen werden konnten: So fehlten in den Darstellungen der Schülerinnen und Schüler etwa Bemerkungen, die auf die mathematischen Beweisbeispiele, die in der Mappe enthalten waren, aufbauten. Möglicherweise hatten die Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmer Schwierigkeiten, speziell die Beweisbeispiele zum Aufbau von beweisbezogenem Wissen heranzuziehen. Dies könnte an der hohen Komplexität dieser Materialien gelegen haben. Insbesondere für die Arbeit mit durchschnittlich begabten Schülerinnen und Schülern und den Einsatz im schulischen Mathematikunterricht ergibt sich offenbar in diesem Bereich

die Notwendigkeit einer Neukonzeption von Arbeitsmaterialien zum Beweisen und Argumentieren, wie sie in Kapitel 7 dargestellt wird.

Im Hinblick auf Einsatzmöglichkeiten im Regelunterricht ist einschränkend festzuhalten, dass die Themenstudienmethode in der ersten Pilotstudie gewissermaßen unter „Idealbedingungen“ erprobt wurde. In diesem Zusammenhang ist zu fragen, wie „robust“ die beobachteten Anzeichen für Lernleistungen gegenüber veränderten Randbedingungen der Lernumgebung sind. Auch aus diesem Blickwinkel ist es von Interesse, zu untersuchen, inwiefern eine angepasste Themenstudienarbeit im Normalunterricht am Gymnasium eingesetzt werden könnte. Diese Frage wird in Kapitel 7ff wieder aufgegriffen werden.

Die vorsichtig zu bewertenden qualitativen Anzeichen für eine mögliche Steigerung eines „themenbezogenen Fähigkeitsselbstkonzepts“ (vgl. Abschnitt 1.4.4) werfen die Frage auf, inwiefern eine selbstgesteuerte intensive Beschäftigung mit Inhalten aus einer Metaperspektive heraus, wie sie in dieser Themenstudienarbeit angestrebt wurde, motivationale Dispositionen der Lernenden bzw. themenbezogene Komponenten des Fähigkeitsselbstkonzepts verbessern könnte. Diese auf ein mathematisches Thema bzw. auf die Wissenschaft Mathematik bezogene Wahrnehmung eigener Kompetenz durch die Lernenden könnte in Analogie zu Abschnitt 1.4.4 mit dem Terminus „themenbezogenes kognitives Selbstkonzept“ bzw. „themenbezogenes Kognitionsselbst“ bezeichnet werden (vgl. hierzu auch im Folgenden die Abschnitte 6.3.4.2, 7.2.7 und 8.2.3, sowie Kapitel 11). Möglicherweise trägt die Themenstudienarbeit zu der Wahrnehmung bei, individuell in der Arbeit mit Rohmaterialien aufgebautes Wissen auch selbstbewusst vertreten zu können. Davon vermutlich nicht völlig zu trennen ist die Beobachtung, dass die überwiegende Mehrheit der Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmer das Gefühl hatte, einen tragfähigen Einblick in die Wissenschaft Mathematik und eine bessere Vorstellung von wichtigen Bestandteilen mathematischer Fachkultur gewonnen zu haben (vgl. hierzu auch die Beiträge zweier Teilnehmender in Fritsch, 2002, insbesondere Berke-meier, 2002). Da diese Beobachtung auch mit dem wissenschaftstheoretischen Grundverständnis der Lernenden (vgl. Abschnitt 1.4.2) im Zusammenhang stehen könnte, wurde versucht, in der zweiten Pilotstudie nähere Erkenntnisse zu solchen Wahrnehmungen zu gewinnen (vgl. Abschnitt 6.3.4.2).

Eine weitere Frage auf der Basis der Erfahrungen der ersten Pilotstudie, die mit der Variation von Gestaltungsmerkmalen der Themenstudienmethode zusammenhängt, betrifft die Gestaltung der Materialien, mit denen die Lernenden konfrontiert werden. In der ersten Pilotstudie wurde den Schülerinnen und Schülern ähnlich der „case study method“ (vgl. Abschnitt 4.1.1) zunächst eine für die Bearbeitung des Themas ausreichende Materialsammlung zur Verfügung gestellt. Es wäre möglich, ähnlich der „case incident method“ (vgl. Abschnitt 4.1.1) Elemente der eigenen Recherche stärker zu betonen. So hatte die Schülergruppe, die das Thema „Erkenntnistheorie und Mathematik“ bearbeitete, in ihre Arbeit verstärkt selbst recherchierte Materialien eingebracht. Dies wirft die Frage auf, ob die Rohmaterialien, die an die Lernenden ausgehändigt werden, nicht reduziert werden könnten, um einen höheren Recherche-Anteil der Schülerinnen und Schüler im Hinblick auf die in die Themenstudienarbeit einbezogenen Rohmaterialien anzustreben. Inwiefern sich eine solche Herangehensweise mit reduzierten Einstiegsmaterialien und einer damit verbundenen intensiveren Suche nach relevanten Informationen in Fachtexten für Themenstudienarbeit im Mathematikunterricht empfiehlt, wird in der zweiten und auch in der vierten Pilotstudie untersucht.

Kritische Bemerkungen zur Einordnung der Ergebnisse der ersten Pilotstudie

Abschließend seien kritische Bemerkung zur Reichweite der Ergebnisse und Erfahrungen der ersten Pilotstudie gemacht. Das berichtete, auch vor dem theoretischen Hintergrund insgesamt positive Gesamtbild der Erfahrungen und Befunde steht unter der Einschränkung einer anzunehmenden unterrichtlichen Idealsituation, die das Ableiten von Implikationen für den Einsatz von Themenstudienarbeit in anderen Kontexten als schwierig erscheinen lässt.

Die gewonnenen Erkenntnisse bedürfen einer weiteren empirischen Absicherung und Kontrolle. Mögliche verfälschende Effekte, wie etwa soziale Erwünschtheit in der Feedbackrunde, könnten sich auf die erhobenen Befunde ausgewirkt haben. Die Ergebnisse werden daher in erster Linie zur Generierung von Vermutungen für Folgeuntersuchungen verwendet.

Auch die Praxiserfahrungen bei der unterrichtsmethodischen Gestaltung der Themenstudienarbeit und Folgerungen aus kritischen Rückmeldungen der Lernenden müssen bei einer Übertragung auf andere Realisierungen von Themenstudienarbeit sorgfältig geprüft werden. Aus diesem Grunde wurde in einer zweiten Pilotstudie versucht, entlang der Ergebnisse der ersten Pilotstudie zusätzliche empirische Evidenz zu gewinnen.

6.3 Zweite Pilotstudie: Themenstudienarbeit in einem Schülerakademiekurs zum Rahmenthema „Gruppentheorie“

In der ersten Pilotstudie konnten Erfahrungen zu Möglichkeiten der Umsetzung von Themenstudienarbeit gewonnen und bereits Forschungsfragen und Vermutungen zu möglichen Auswirkungen von Themenstudienarbeit generiert werden. Ziel der zweiten Pilotstudie war es, erste Erkenntnisse zu diesen Forschungsfragen zu sammeln und auch weitere Erfahrungen mit modifizierten Randbedingungen der Durchführung von Themenstudienarbeit zu sammeln.

Die methodische Gestaltung der Lernumgebung wurde insofern verändert, als die der Themenstudienarbeit zugrunde liegenden Materialien größtenteils erst in einem Rechercheprozess erschlossen werden mussten. Gleichzeitig wurde das Arbeiten der Lernenden etwas weniger von einer metaperspektivischen Sichtweise und etwas mehr von einem Darstellen der eigenen Lernergebnisse bestimmt (vgl. Abschnitt 5.4). Im Zusammenhang damit wurde wieder qualitativ beobachtet, wie es den Teilnehmenden am Kurs gelang, ihre Lernergebnisse in Themenstudien auszuarbeiten und welche Ergebnisse in diesem Verschriftlichungsprozess entstanden. Rückmeldungen und Merkmale der Lernenden, die zu ersten Erkenntnissen über mögliche Auswirkungen von Themenstudienarbeit führen könnten, wurden in eine Untersuchung einbezogen, die mit der Evaluation der Kursarbeit verknüpft war. Diese Untersuchung war in Teilbereichen auch explorativ angelegt, um ein breiteres Umfeld möglicher Bedingungsvariablen wie beispielsweise motivationaler Dispositionen und übergreifender Vorstellungen der Lernenden auf mögliche Begleiteffekte von Themenstudienarbeit zu sondieren. Ein solches, in Teilbereichen exploratives und hypothesengenerierendes Verfahren wurde gewählt, da bislang nur erste, als wenig belastbar erscheinende qualitative empirische Befunde zu den untersuchten Bereichen möglicher Auswirkungen von Themenstudienarbeit vorlagen. Ausführlichere Informationen zu den untersuchten Fragestellungen werden in Abschnitt 6.3.2 gegeben.

Im Vordergrund der zweiten Pilotstudie und der dabei gewählten Gestaltung von Themenstudienarbeit stand damit:

- das Erproben einer stärker an Recherche in Fachliteratur und Darstellung mathematischer Inhalte orientierten Form der Themenstudienarbeit
- die explorativ orientierte Beobachtung des Erarbeitens der Textproduktionen

- die Sondierung möglicher Auswirkungen der Themenstudienarbeit im Rahmen der Evaluation der Kursarbeit

6.3.1 Kurze Beschreibung der Konzeption der Lernumgebung

Für die Themenstudienarbeitsphase der zweiten Pilotstudie wurde wie in der ersten Pilotstudie ein Kurs einer Schülerakademie gewählt. Auf diese Weise konnte eine höhere Vergleichbarkeit der gewonnenen Erfahrungen mit den Ergebnissen der ersten Pilotstudie hergestellt werden. Wiederum war der Kurs der Schülerakademie so geplant, dass in einem ersten Teil der Kursarbeit mathematische Inhalte anhand von Vorträgen der Schülerinnen und Schüler und Übungen gemeinsam erarbeitet wurden. Auf diese Weise sollte eine gemeinsame Basis an Bezugswissen zur Gruppentheorie erarbeitet werden. Ausgehend von dieser gemeinsamen Wissensbasis konnten die Lernenden im zweiten Teil des Kurses in Themenstudienarbeit Einzelthemen erkunden.

Die Themenstudienarbeit sollte den Lernenden wiederum die Gelegenheit bieten, Inhalte des ersten Kursteiles aus einer übergeordneten Perspektive zu reflektieren, sowie Verknüpfungen zu übergreifenden Vorstellungen und weiterführenden Anwendungskontexten aufzubauen. Im Zusammenhang mit dem Thema „Gruppentheorie“ sollten die Lernenden in der Themenstudienarbeit begriffliches Wissen aus dem ersten Teil der Kursarbeit in unterschiedlichen Kontexten und aus verschiedenen Perspektiven heraus reflektieren und mit neuem Wissen verknüpfen. Auf diese Weise sollte die Themenstudienarbeit ähnlich der ersten Pilotstudie einen Teil eines zweistufigen inhaltsbezogenen Verarbeitungsprozesses bilden.

Im Vergleich zur ersten Pilotstudie war diese Themenstudienarbeit inhaltlich insgesamt weniger interdisziplinär und stärker innermathematisch angelegt. Dementsprechend wurde auch in der Gestaltung der Materialien, die den Schülerinnen und Schülern zur Verfügung gestellt wurden, ein stärkerer Akzent auf Quellen der Fachliteratur gelegt, in denen die Lernenden zu ihren Themen recherchieren konnten. Da dieses Recherchieren von Materialien stärker im Vordergrund stehen sollte, wurde zugunsten einer kleinen „Kursbibliothek“ auf das Format einer Materialmappe verzichtet. In dieser Kursbibliothek fand sich eine Auswahl von Fachbüchern, Artikeln und interdisziplinärer Literatur, die in ihrem Umfang beschränkt war, aber zur Bearbeitung der Themen ausreichte. Auf diese Weise sollte auch einer möglichen Überforderung vorgebeugt werden, die durch eine Vielzahl an Quellenmaterialien hohen Anspruchsniveaus hätte entstehen können. Die Kursbibliothek enthielt neben verschiedenen Quellen mathematischer Fachliteratur auch eine Auswahl an interdisziplinären Materialien, wie etwa Bildbänden mit Parkettierungen in Kunst und Architektur oder Anleitungen zum Bau von Hexaflexagonen und Kaleidozyklen.

An dem Kurs der Schülerakademie nahmen 7 Schülerinnen und 8 Schüler teil. Für die 2½-wöchige Kursarbeit standen wie in der ersten Pilotstudie etwa 50 Stunden zur Verfügung. Die Kursinhalte wurden von den Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmern dokumentiert und zusammen mit den Themenstudien in etwas gekürzter Form abgedruckt (Bildung und Begabung e.V., 2001).

Eine Übersicht über die konkrete Umsetzung der Themenstudienarbeit der zweiten Pilotstudie findet sich in Tabelle 6.3.1.

2. Pilotstudie: Übersicht	Rahmenthema: „Gruppentheorie“ (Kurs einer Schülerakademie mit besonders begabten Schüler(inne)n der 11. und 12. Jahrgangsstufe, 2000)
Sozialform: Zweier- bis Viererteams	
Verlauf / Einsatz der Materialien: <ul style="list-style-type: none"> ● Ausgabe einzelner Artikel an alle Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmer zum „Schnuppern“ und als Einstieg in bestimmte Spezialthemen ● Vorstellung einer beschränkten und inhaltlich ausreichenden Kursbibliothek (Auswahl einschlägiger Fachbücher und -texte) ● Angebot von Themen, Selbstorganisationsprozess der Teilnehmenden: Gruppenaufteilung ● Aufgabe: Kurzvortrag zu zentralen Ideen, schriftliche Dokumentation ● Schüler(innen) suchen geeignetes Material in der Kursbibliothek, teilen die Arbeit auf, forschen ggf. (je nach Gruppe und Thema) ● Themenfragen werden in einem gemeinsamen „Fixpunkt“ erarbeitet, Mitteilung des Standes des Arbeitsprozesses an alle Kursteilnehmer(innen) ● Teilnehmer arbeiten ihr Gruppenprojekt als schriftliche Themenstudie aus (Dokumentation) ● Parallel dazu: Kurzvorträge der Gruppen ● Plenum: Abschlussdiskussion, Feedback 	Bemerkungen: <ul style="list-style-type: none"> ● Gewählte Themen: <ul style="list-style-type: none"> ■ Hexaflexagone, Kaleidozyklen und Gruppen ■ Der Satz von Lagrange ■ Ringe und Körper ■ Parkettierungen ■ Friesgruppen ■ Die 17 Alhambragruppen ● Verbunden mit dem jeweiligen Thema inhaltlich verschiedene Arbeitsweisen in den unterschiedlichen Gruppen: <ul style="list-style-type: none"> ■ Forschend-experimentierendes Vorgehen (z.B. Thema „Hexaflexagone“) ■ Literaturstudien (z.B. Thema „Ringe und Körper“) ■ Interdisziplinäres Arbeiten (z.B. Thema „Friesgruppen“)

Tab. 6.3.1: Übersicht über die Themenstudienarbeit im Rahmen der zweiten Pilotstudie

6.3.2 Begleituntersuchung zur zweiten Pilotstudie und Forschungsfragen

Im Rahmen der Evaluation der Themenstudienarbeit in der zweiten Pilotuntersuchung wurde eine erste quantitative empirische Erhebung unternommen. Diese Studie stützt sich auf die theoretischen Grundlagen von Kapitel 1 und insbesondere von Abschnitt 1.4. Untersucht wurden mathematikbezogene epistemologische Beliefs, Komponenten des domänen- bzw. inhaltsbereichsspezifischen Fähigkeitsselbstkonzepts, Selbsteinschätzungen der Lernenden, ihre Sicht des Mathematikunterrichts in der Schule sowie Erwartungen der Teilnehmenden an den Kurs bzw. Feedback zur Kursarbeit. In die Untersuchung einbezogen wurden alle 15 Schülerinnen und Schüler, die am Kurs der Schülerakademie teilnahmen.

- Die Untersuchung mathematikbezogener epistemologischer Beliefs orientierte sich in dieser Pilotstudie hauptsächlich an den vier in Abschnitt 1.4.3 besprochenen Grundorientierungen. In die Untersuchung wurde zusätzlich auch der Aspekt der Brauchbarkeit mathematischen Wissens für den eigenen Erfolg bzw. für den eigenen Beruf mit einbezogen (vgl. Abschnitt 6.3.4.1). Da epistemologische Beliefs in der Literatur als relativ überdauernd angesehen werden (vgl. Abschnitt 1.4.3), ist grundsätzlich davon auszugehen, dass sich in diesem Bereich kaum kurzfristige Änderungen ergeben. Angesichts des erheblichen Zeitumfangs des Schülerakademiekurses war jedoch nicht auszuschließen, dass sich eventuell einzelne epistemologische Beliefs ändern könnten. Deshalb wurde in der Untersuchung überprüft, ob sich Anzeichen für Entwicklungen in diesem Bereich zeigen.

- Die Erhebungen zu Komponenten des inhaltsbereichsspezifischen Fähigkeitsselbstkonzepts konzentrierten sich auf den Bereich der Wissenschaft Mathematik. Dieser Bereich wurde gewählt, da sich hier in der ersten Pilotstudie qualitative Hinweise auf Veränderungen gezeigt hatten. Außerdem war dieser Bereich angesichts der verschiedenen von den Lernenden bearbeiteten Themen für alle Schülerinnen und Schüler in vergleichbarer Weise als relevant anzusehen. Auf der Basis der Erfahrungen der ersten Pilotstudie wurde für das bereichsspezifische Fähigkeitsselbstkonzept eine Zunahme erwartet.
- Auch die erhobenen Variablen der Selbsteinschätzung der Lernenden schließen einzelne motivationale Dispositionen (vgl. Abschnitt 1.4.4) ein. Ausgewertet wurde das auf das Fach Mathematik bezogene Fähigkeitsselbstbild und der emotionale Bezug der Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmer zum Fach Mathematik.
- Items zur Sicht des Mathematikunterrichts in der Schule sollten auch darüber Aufschluss geben, inwiefern sich dessen Wahrnehmung durch den Kurs der Schülerakademie änderte. Da unter anderem davon ausgegangen wird, dass die Schülerinnen und Schüler in der Schule mit der Lernumgebung Themenstudienarbeit noch keine Erfahrungen sammeln konnten, besteht die Möglichkeit, aus den Einschätzungen des schulischen Mathematikunterrichts vorsichtige Rückschlüsse auf Wahrnehmungen zum Schülerakademiekurs und zur Themenstudienarbeit zu ziehen.
- Die Auswertung von Erwartungen der Teilnehmenden an den Kurs im Vortest und entsprechenden Äußerungen des Feedbacks zur Kursarbeit im Nachtest dient der direkten Einschätzung der Lernumgebung des Schülerakademiekurses.

Da von den Schülerinnen und Schülern in der Themenstudienarbeit verschiedene Themen bearbeitet wurden, erschien in dieser Pilotstudie eine schulleistungsbezogene Messung von Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler aufgrund der mangelnden Vergleichbarkeit als nicht sinnvoll.

Auf der Grundlage dieser Überlegungen werden die folgenden Forschungsfragen untersucht:

- i) Werden epistemologische Beliefs der Lernenden durch die Lernumgebung des Schülerakademiekurses verändert?
- ii) Wird das inhaltsbereichsspezifische, auf die Wissenschaft Mathematik bezogene Fähigkeitsselbstkonzept der Lernenden gesteigert?
- iii) Wie empfinden die Schülerinnen und Schüler die Lernumgebung des Schülerakademiekurses und insbesondere die Themenstudienarbeit?
- iv) Wie wird der schulische Mathematikunterricht von den Lernenden wahrgenommen und wie entwickelt sich ggf. diese Wahrnehmung während des Schülerakademiekurses?

6.3.3 Untersuchungsmethoden

Die in der zweiten Pilotstudie eingesetzten Untersuchungsmethoden betrafen die quantitativ orientierte Begleituntersuchung zu Auswirkungen der Themenstudienarbeit einerseits und qualitative Beobachtungen zum Einsatz der Lernumgebung andererseits.

Im Rahmen der Begleituntersuchung zu Auswirkungen der Themenstudienarbeit wurden Wahrnehmungen und Einstellungen der Teilnehmenden jeweils vor dem Kurs und nach dem Kurs mit einem anonymisierten Fragebogen erhoben. Wie bereits angesprochen, waren in diesem Fragebogen auch Items zu epistemologischen Beliefs und motivationalen Variablen

wie eines themenbezogenen Fähigkeitsselbstkonzepts enthalten. Ein zusätzliches Feedback der Lernenden in offener Form wurde nach der ersten Hälfte der Kursarbeit erhoben.

Die selbst entwickelten Fragebögen von Vor- und Nachtest enthielten standardisierte und offene Items zu den folgenden Bereichen, die bereits im vorangegangenen Abschnitt erläutert wurden:

- Mathematikbezogene epistemologische Beliefs (Vor- und Nachtest)
- Bereichsspezifische Fähigkeitsselbstkonzepte (Vor- und Nachtest)
- Selbsteinschätzung der Schülerinnen und Schüler (Vor- und Nachtest)
- Erwartungen an den Kurs (Vortest)
- Feedback zur Kursarbeit (Nachtest)
- Sicht des Mathematikunterrichts in der Schule (Vor- und Nachtest)

Weil die Phase der Vorträge und Übungen bereits teilweise parallel zur Arbeit an den Themenstudienmaterialien stattfand, bezog sich der Fragebogen aus organisatorischen Gründen auf die gesamte Kursarbeit. Ein wesentlicher Bestandteil des Kurses war die Themenstudienarbeit der Schülerinnen und Schüler. Das Ziehen von Rückschlüssen aus der Auswertung der Fragebögen auf die Themenstudienarbeit ist also unter der Maßgabe möglich, dass auch die Phase der Vorträge im ersten Teil des Kurses von den Lernenden mitbewertet wurde. Trotz dieser prinzipiellen Schwierigkeit bei der Interpretation der Ergebnisse ist dieses Untersuchungsdesign als geeignet anzusehen, Hypothesen zu möglichen Auswirkungen von Themenstudienarbeit zu generieren.

Das Antwortformat der standardisierten Items umfasste eine fünfstufigen Likert-Skala („trifft voll zu/ trifft eher zu/ unentschieden/ trifft eher nicht zu/ trifft überhaupt nicht zu“) und wurde mit ganzzahligen Werten von -2 bis 2 kodiert. Einige offene Items sollten zusätzliche Informationen erfragen bzw. qualitative Erkenntnisse liefern.

Außerdem bildeten ähnlich wie in der ersten Pilotstudie detaillierte Aufzeichnungen zum Kursverlauf ein weiteres Erhebungsinstrument, da auch in dieser Pilotstudie Fragen der Durchführbarkeit und des Sammelns qualitativer Erfahrungen mit im Vordergrund standen. Diese eigenen Beobachtungen, die während der Kurszeiten und manchmal auch jeweils unmittelbar nach den Arbeitszeiten im Kurs aufgezeichnet wurden, entstammen der Perspektive eines an der Intervention beteiligten Kursleiters, und stellen wie in der ersten Pilotstudie zeitnah festgehaltene Eindrücke dar.

6.3.4 Ergebnisse der Untersuchung zu Auswirkungen der Themenstudienarbeit

In diesem Abschnitt werden Ergebnisse der Auswertung des Vor- und Nachtests zusammengestellt, die Antworten auf die in Abschnitt 6.3.2 formulierten Forschungsfragen geben. Abschnitt 6.3.4.1 enthält Ergebnisse zu mathematikbezogenen Beliefs, in den Abschnitten 6.3.4.2 und 6.3.4.3 finden sich Ergebnisse zu themenspezifischen Fähigkeitsselbstkonzepten und zu weiteren motivationalen Dispositionen im Rahmen einer Selbsteinschätzung der Lernenden. In den Abschnitten 6.3.4.4 und 6.3.4.5 werden Auswertungen zu den geäußerten Erwartungen an den Kurs und zu Feedback-Äußerungen gegeben. In Abschnitt 6.3.4.6 sind Ergebnisse zu den Sichtweisen der Schülerinnen und Schüler zum Schulunterricht dargestellt. In Abschnitt 6.3.4.7 schließlich werden die Ergebnisse zusammenfassend diskutiert.

Der Übersichtlichkeit halber werden die Ergebnisse jeweils auch im direkten Anschluss in gesonderten Abschnitten diskutiert bzw. interpretiert.

6.3.4.1 Mathematikbezogene epistemologische Beliefs

Die Items und Skalen der Fragebögen für den Bereich der mathematikbezogenen epistemologischen Beliefs waren Eigenentwicklungen. In groben Zügen orientierten sich die Items an Grundorientierungen mathematikbezogener epistemologischer Beliefs (vgl. Abschnitt 1.4.3). Weitere Aspekte wurden jedoch mit einbezogen. Die Skala „mathematisches Wissen als dynamisch und problemlösungsbezogen“ bezieht sich ihrem Sinne nach auf die Prozessorientierung, wie sie als Grundorientierung mathematikbezogener epistemologischer Beliefs in Abschnitt 1.4.3 dargestellt wurde (Beispielitem: „Mathematik entsteht dadurch, dass Menschen durch ihre gedanklichen Festlegungen Mathematik „aufbauen““). Der Grundgedanke der Anwendungsorientierung spiegelt sich in umgepolter Form grosso modo in der Skala „mathematisches Wissen als nicht anwendungsbezogen, ohne Bezug zur realen Welt“ wider (Beispielitem: „Mathematik hat keinen Bezug zur realen Welt“). Formalismus- und Schemaaspekt liegen der Skala „mathematisches Wissen als schemaartiges, formales System“ zugrunde (Beispielitem: „Mathematik ist eine fertige Sammlung theoretischen Wissens, das über lange Zeiträume angehäuft wurde“). Der Gedanke, Mathematik als fertiges Gedankengebäude zu sehen, spielt auch in der Skala „mathematisches Wissen als logisch und schlüssig (positiv) empfundenes Gedankengebäude“ eine Rolle. Hier sind die diesbezüglichen Beliefs jedoch mit einer positiven ästhetischen Sichtweise gekoppelt (Beispielitem: „Mathematik ist logisch; ein abgeschlossenes und schlüssiges Gedankengebäude“). Die Skala „mathematisches Wissen als brauchbares Wissen für späteren Erfolg und Beruf“ drückt die Wahrnehmung aus, dass die Mathematik als für den eigenen Beruf und Erfolg in der Zukunft nutzbringend angesehen wird (Beispielitem: „Mathematik bringt mir etwas für meinen späteren Beruf“).

Im Zusammenhang mit diesen mathematikbezogenen epistemologischen Beliefs und dem Antwortverhalten der Schülerinnen und Schüler in Vor- und Nachtest ist noch eine weitere Itemgruppe von Interesse: Die Lernenden sollten nennen, inwiefern ihr Bild von der Mathematik eher vom Schulunterricht oder Erfahrungen außerhalb der Schule geprägt wurde (Beispielitem: „Mein Bild von der Mathematik wird in erster Linie durch Erlebnisse/Erfahrungen außerhalb der Schule geprägt“).

Die Antworten der Lernenden wurden auf einer fünfstufigen Likert-Skala von -2 (starke Ablehnung) bis 2 (starke Zustimmung) erfasst. Eine Übersicht über die verwendeten Skalen gibt Tabelle 6.3.2. Die Reliabilitätswerte der Skalen sind akzeptabel.

Skalen	Anzahl der Items	α (Cronbach)
Mathematisches Wissen als dynamisch und problemlösungsbezogen	2	.55
Mathematisches Wissen als nicht anwendungsbezogen, ohne Bezug zur realen Welt	4	.78
Mathematisches Wissen als schemaartiges, formales System	2	.60
Mathematisches Wissen als logisch und schlüssig (positiv) empfundenes Gedankengebäude	2	.69
Mathematisches Wissen als brauchbares Wissen für späteren Beruf und Erfolg	2	.85
Prägung des Bildes von Mathematik in erster Linie durch außerschulische Erfahrungen	2	.98

Tab. 6.3.2: In der Begleituntersuchung zur 2. Pilotstudie verwendete Skalen

Die Skalen in Tabelle 6.3.2 konnten in einer Hauptkomponentenanalyse faktorenanalytisch bestätigt werden. 81% der Varianz konnte durch 5 Faktoren erklärt werden, die gerade den Skalen in Tabelle 6.3.2 entsprechen. Die Anzahl von 5 Faktoren wurde aus dem Screeplot geschlossen (der kleinste Eigenwert lag bei 0,976).

Für Vor- und Nachtest sind die durchschnittlichen Werte für die fünf betrachteten Skalen mathematikbezogener epistemologischer Beliefs in Abbildung 6.3.1 dargestellt.

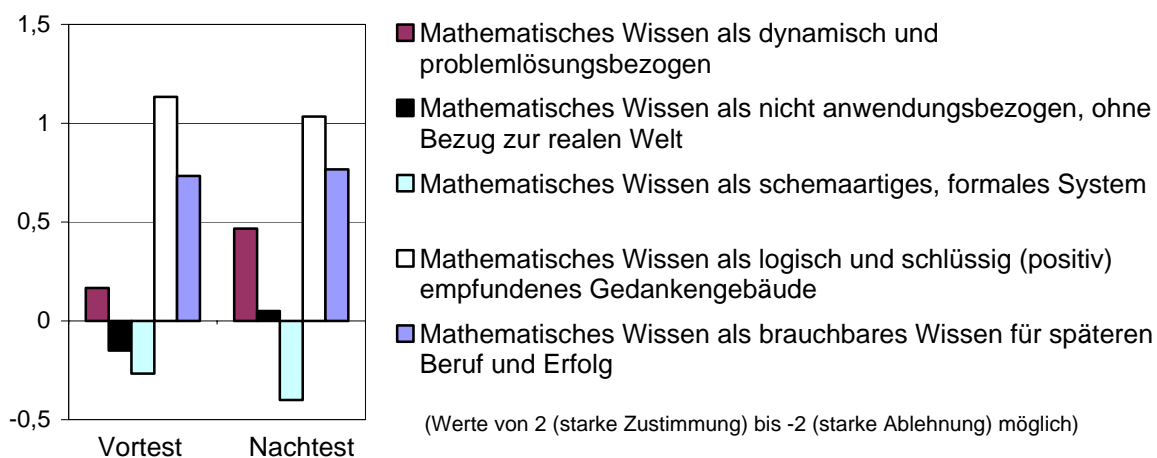


Abb. 6.3.1: Mathematikbezogene epistemologische Beliefs

Bei den in Abbildung 6.3.1 dargestellten Daten ergeben sich keine signifikanten Veränderungen zwischen Vor- und Nachtest. Als leichter Unterschied ist bei dem Antwortverhalten der 15 Schülerinnen und Schüler zu erkennen, dass Mathematik nach dem Kurs stärker als dynamisch und problemlösungsbezogen und weniger als schemaartiges, formales System wahrgenommen wurde. Die Bindung mathematischen Wissens an die reale Welt und an Anwendungen wird von den Lernenden nach dem Kurs in etwas geringerem Maße gesehen.

In Abbildung 6.3.2 finden sich die Ergebnisse zur Skala „Prägung des Bildes von Mathematik in erster Linie durch außerschulische Erfahrungen“.

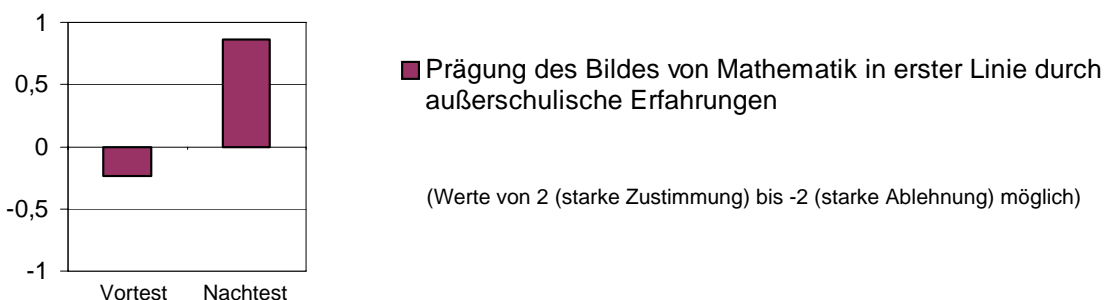


Abb. 6.3.2: Berichtete Prägung des Bildes von der Mathematik

Zwischen den beiden Messzeitpunkten ergibt sich ein hoch signifikanter Unterschied in der Beantwortung ($T=-3,556$; $df=14$; $p<0,01$; Cohen's $d=0,97$). Es zeigt sich, dass die Lernenden gleichzeitig zu den beschriebenen leichten, nicht signifikanten Veränderungen bei den epistemologischen Beliefs (vgl. Abb. 6.3.1) nach dem Kurs durchschnittlich angaben, dass ihr Bild von der Mathematik nicht mehr in erster Linie vom Schulunterricht, sondern von der Arbeit im Kurs geprägt wird, für die angenommen werden darf, dass sie die einzige mathematikbezogene außerschulische Erfahrung zwischen Vor- und Nachtest darstellte. Dass die Schülerinnen und Schüler ihr Bild von der Mathematik im Nachtest wesentlich auf ihre Erfahrungen in der Kursarbeit bezogen, wird auch durch die Auswertung der Antworten der Lernenden auf ergänzende offene Items gestützt, in denen die Kursarbeit meist direkt genannt wird (vgl. z.B. Abb. 6.3.15 in Abschnitt 6.3.5).

Diskussion:

Die epistemologischen Beliefs der Lernenden werden aus der Sicht der Schülerinnen und Schüler offenbar von der Lernumgebung des Schülerakademiekurses beeinflusst. Im Großen und Ganzen scheinen die erhobenen epistemologischen Beliefs jedoch innerhalb der betrachteten Bereiche bei leichten Verschiebungen reproduziert zu werden. Dabei zeichnen sich insofern leichte Anzeichen einer Verschiebung in den mathematikbezogenen epistemologischen Beliefs ab, als mathematisches Wissen stärker als dynamisch und als von Menschen aufgebaut, sowie etwas weniger schemaartig wahrgenommen wird.

Eine Veränderung des Bildes von Mathematik könnte sich prinzipiell jedoch auch schwerpunktmäßig außerhalb der hier betrachteten Merkmale und Grundorientierungen epistemologischer Beliefs ergeben haben. Auch aus diesem Grund werden in Abschnitt 6.3.4.2 Vorstellungen über die Wissenschaft Mathematik betrachtet, die diesbezüglich ergänzenden Aufschluss geben könnten.

6.3.4.2 Themenbezogene bzw. bereichsspezifische Fähigkeitsselbstkonzepte

Für den Bereich der themenbezogenen bzw. bereichsspezifischen Fähigkeitsselbstkonzepte lagen dem Fragebogen zwei Skalen zugrunde, die in Tabelle 6.3.3 aufgeführt sind und sich auf die Wissenschaft Mathematik beziehen.

Skalen	Anzahl der Items	α (Cronbach)
Bereichsspezifisches Selbstkonzept „Wissen über die Wissenschaft Mathematik“	4	.73
Bereichsspezifisches Selbstkonzept „Beherrschung wissenschaftsrelevanter Fähigkeiten“	3	.44

Tab. 6.3.3: In der Begleituntersuchung zur 2. Pilotstudie verwendete Skalen

Während die Reliabilitätsanalyse der Skala „bereichsspezifisches Selbstkonzept „Wissen über die Wissenschaft Mathematik““ (Beispielitem: „Ich weiß, welche Arbeitsformen in der Wissenschaft Mathematik vorherrschen“) zufrieden stellende Ergebnisse liefert, ergibt sich ein lediglich knapp ausreichender Wert für die Skala „bereichsspezifisches Selbstkonzept „Beherrschung wissenschaftsrelevanter Fähigkeiten““ (Beispielitem: „Ich weiß, wie ich mit Texten mathematischer Literatur umgehen kann“). Dies liegt möglicherweise daran, dass die Items der zweiten Skala in stärkerem Maße unterschiedliche Facetten des betrachteten Bereichs ansprechen.

Betrachtet man die mittleren Skalenwerte, so ergibt sich zwischen Vor- und Nachtest eine Zunahme für beide Aspekte des bereichsspezifischen Selbstkonzepts (vgl. Abbildung 6.3.3).

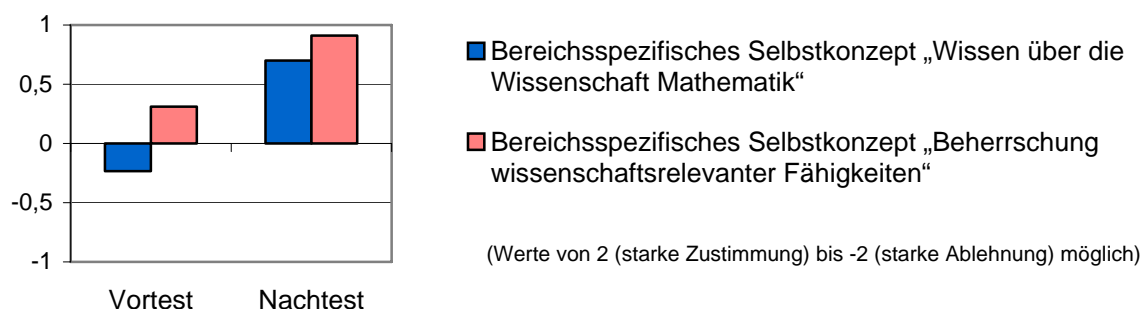


Abb. 6.3.3: Aspekte des bereichsspezifischen Selbstkonzepts

Die in Abbildung 6.3.3 dargestellten Zunahmen sind jeweils signifikant ($T=-5,61$; $df=14$; $p<0,01$; $d=1,56$ bzw. $T=-2,77$; $df=14$; $p<0,05$; $d=0,99$). Für die Skala „bereichsspezifisches Selbstkonzept „Wissen über die Wissenschaft Mathematik““ ist zum Zeitpunkt des Vortests festzustellen, dass die Schülerinnen und Schüler ihre Fähigkeiten recht verhalten einschätzen.

Die beiden betrachteten Komponenten des wissenschaftsbezogenen Selbstkonzepts weisen untereinander sowohl im Vortest als auch im Nachtest signifikante Korrelationen auf (auf einem Niveau von 0,01 zweiseitig signifikante Korrelation von $.792^{**}$ (Vortest) bzw. auf einem Niveau von 0,05 zweiseitig signifikante Korrelation von $.545^*$ (Nachtest)).

Diskussion:

Insgesamt ist festzustellen, dass für die betrachteten Komponenten des bereichsspezifisch wissenschaftsbezogenen Fähigkeitsselbstkonzepts signifikante Steigerungen beobachtet werden konnten. Ausgehend von einer verhaltenen und offenbar eher unsicheren Einschätzung zum eigenen wissenschaftsbezogenen Wissen im Vortest entwickelten die Lernenden bis zum Nachtest positive Einschätzungen.

6.3.4.3 Selbsteinschätzung der Schülerinnen und Schüler

Ein Teilfragebogen zur Selbsteinschätzung der Schülerinnen und Schüler enthielt Items zum fachspezifischen Fähigkeitsselbstbild, zum emotionalen Bezug zur Mathematik und zu berichteten Indikatoren von Schulleistung.

Die Reliabilitätskoeffizienten der Skalen für das fachspezifische Fähigkeitsselbstbild (Beispielitem: „Ich schätze mich in Mathematik als kompetent ein“) und für den emotionalen Bezug zur Mathematik (Beispielitem: „Mathematik passt gut zu mir“) sind in Tabelle 6.3.4 aufgeführt.

Skalen	Anzahl der Items	α (Cronbach)
(fachspezifisches) Fähigkeitsselbstbild Mathematik	2	.45
Emotionaler Bezug zur Mathematik	3	.54

Tab. 6.3.4: Skalen zur Selbsteinschätzung

	Item	Faktor 1	Faktor 2	Faktor 3
Fähigkeitsselbstkonzept „Wissen über die Wissenschaft Mathematik“	1	,893		
	2	,812		
(fachspezifisches) Fähigkeitsselbstbild Mathematik	3		,677	
	4		,846	
Emotionaler Bezug zur Mathematik	5	,457	,466	,384
	6			,918
	7	-,527	,600	,553

Tab. 6.3.5: Faktorenanalyse zu verschiedenen Fähigkeitsselbstkonzepten und zum emotionalen Bezug zur Mathematik (Faktorladungen größer als 0,3 dargestellt).

Die Reliabilitätswerte in Tabelle 6.3.4 erscheinen angesichts der geringen Anzahl an Items noch akzeptabel. Im Zusammenhang mit diesen Skalen stellt sich die Frage, inwiefern das fachspezifische Fähigkeitsselbstbild von dem bereits diskutierten bereichsspezifischen Selbst-

konzept „Wissen über die Wissenschaft Mathematik“ empirisch unterschieden werden kann. Einen Anhaltspunkt dafür, dass das fachspezifische Fähigkeitsselbstbild von dem wissenschaftsbezogenen (eher kognitiven) Selbstkonzept offenbar tatsächlich zu unterscheiden ist, liefert eine Faktorenanalyse in Tabelle 6.3.5, von deren drei Faktoren 74,7% der Varianz erklärt werden. Bei dieser Faktorenanalyse wurden zwei Items des bereichsspezifischen Selbstkonzepts „Wissen über die Wissenschaft Mathematik“, die sich unzweideutig auf Wissen über die Wissenschaft Mathematik beziehen, sowie die Items der Skalen „fachspezifisches Fähigkeitsselbstbild Mathematik“ und „emotionaler Bezug zur Mathematik“ einbezogen. Offenbar lassen sich die ersteren beiden Bereiche faktorenanalytisch gut trennen. Die Skala „emotionaler Bezug zur Mathematik“ hebt sich in dieser Faktorenanalyse weniger gut von den beiden anderen Faktoren ab.

Die Entwicklung der beiden in Tabelle 6.3.4 genannten Skalen zwischen Vor- und Nachtest ist in Abbildung 6.3.4 dargestellt.

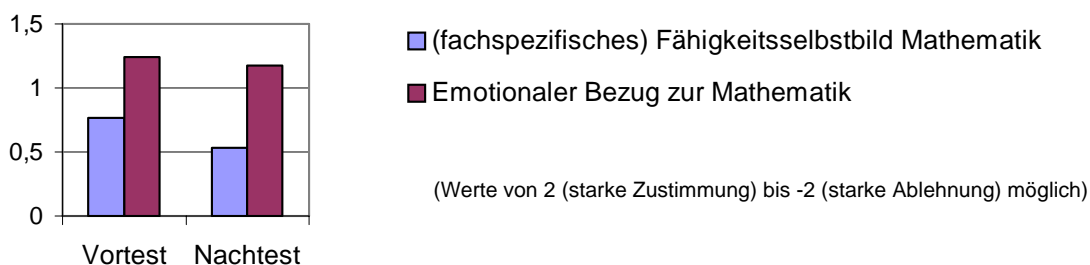


Abb. 6.3.4: Fachbezogenes Fähigkeitsselbstbild und emotionaler Bezug zur Mathematik

In Abbildung 6.3.4 ist zu erkennen, dass der bereits im Vortest hohe emotionale Bezug zum Fach Mathematik im Wesentlichen auch im Nachtest beobachtet werden konnte. Das (fachspezifische) Fähigkeitsselbstbild ging geringfügig zurück, wobei es auch im Nachtest bei einer durchschnittlich beobachtbaren verhaltenen Zustimmung blieb.

Die schulleistungsbezogenen Indikatoren lieferten Hinweise auf die Leistungsstärke der besonders begabten Schülerinnen und Schüler. So ergab die Frage nach der letzten Mathematiknote einen Durchschnittswert von 14,1 Punkten, d.h. Note 1. Als schlechteste Mathematiknote wurde von nur einer Person eine Note +2, d.h. 12 Punkte, genannt.

Diskussion:

Es ist zu vermuten, dass der leichte Rückgang des fachbezogenen Fähigkeitsselbstbildes im Zusammenhang damit zu sehen sein könnte, dass die Schülerinnen und Schüler im Rahmen des Schülerakademie-kurses im Hinblick auf das Anforderungsniveau an die Grenzen ihrer Leistungsfähigkeit herangeführt wurden. Nachdem die betreffenden Items sich in ihrer Formulierung auf „die Mathematik“ bezogen, könnten im Vortest bei der Beantwortung eher Inhalte des Schulfachs, im Nachtest auch mathematische Inhalte über den Schulstoff hinaus den Bezugspunkt für die Antworten der Schülerinnen und Schüler gebildet haben. Für diese Interpretation scheint auch die in Abbildung 6.3.2 dargestellte Entwicklung bei der berichteten „Prägung des Bildes von Mathematik“ zu sprechen. Anhand der Daten wird deutlich, dass die Entwicklung der Selbstkonzepts „Wissen über die Wissenschaft Mathematik“ und das allgemein auf die Mathematik bezogene Fähigkeitsselbstbild zwischen Vor- und Nachtest unterschiedlich bzw. in der Veränderungsrichtung sogar gegensinnig verläuft. Auch dies spricht dafür, dass es sich um unterscheidbare Bereiche von Fähigkeitsselbstkonzepten handelt.

6.3.4.4 Erwartungen der Teilnehmenden an den Kurs

Im Vortest wurden indikatorartig Erwartungen der Teilnehmenden an den Kurs erhoben, die verschiedenen Bereichen zuzuordnen sind (vgl. Abb. 6.3.5). So wurden beispielsweise inhaltliche Erwartungen im Bereich des Aufbaus von Wissen über „Mathematik an der Universität“ erfragt. Eine Reihe weiterer Items bezog sich auf Wünsche zu selbstgesteuertem Lernen, Hilfen durch die Kursleiterin bzw. den Kursleiter und auf kooperatives Arbeiten der Lernenden. Für einen Grobüberblick über Rückmeldungen zu den durch die Indikator-Items vertretenen Bereichen wurden der besseren Übersichtlichkeit halber Mittelwerte dargestellt.

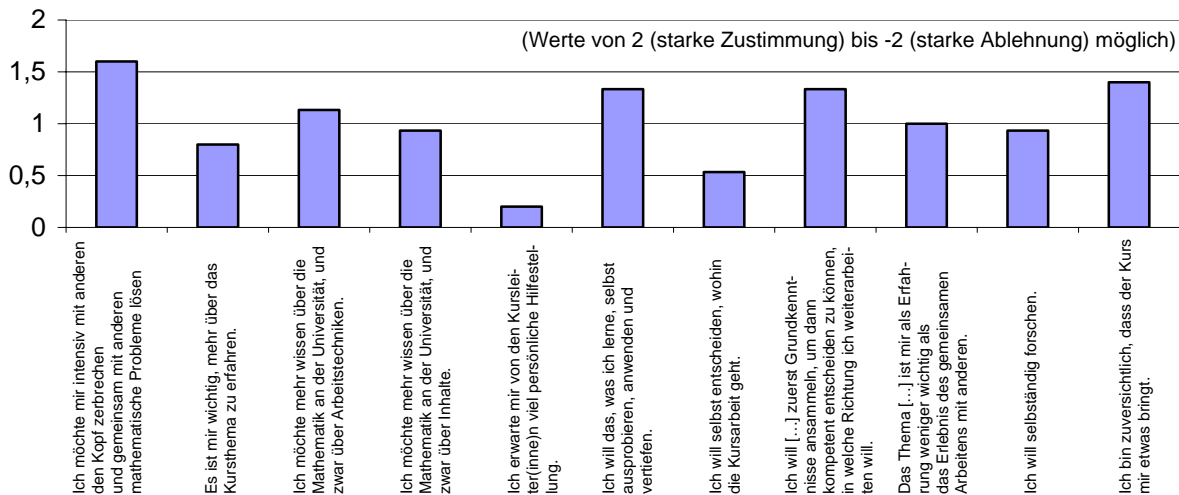


Abb. 6.3.5: Erwartungen der Teilnehmenden an den Kurs

In den Ergebnissen in Abbildung 6.3.5 zeichnet sich ab, dass die Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmer durchschnittlich angaben, mehr über Arbeitstechniken und Inhalte der Mathematik an der Universität erfahren zu wollen, sowie selbsttätige, selbstgesteuerte und kooperative Lernprozesse zu bevorzugen. Das geäußerte Bedürfnis nach Hilfestellung erscheint demgegenüber eher verhalten.

Inwiefern diese Erwartungen der Teilnehmer an den Kurs erfüllt wurden, wurde im Nachtest erfragt. Die Mittelwerte der entsprechenden Items sind in Abbildung 6.3.6 dargestellt.

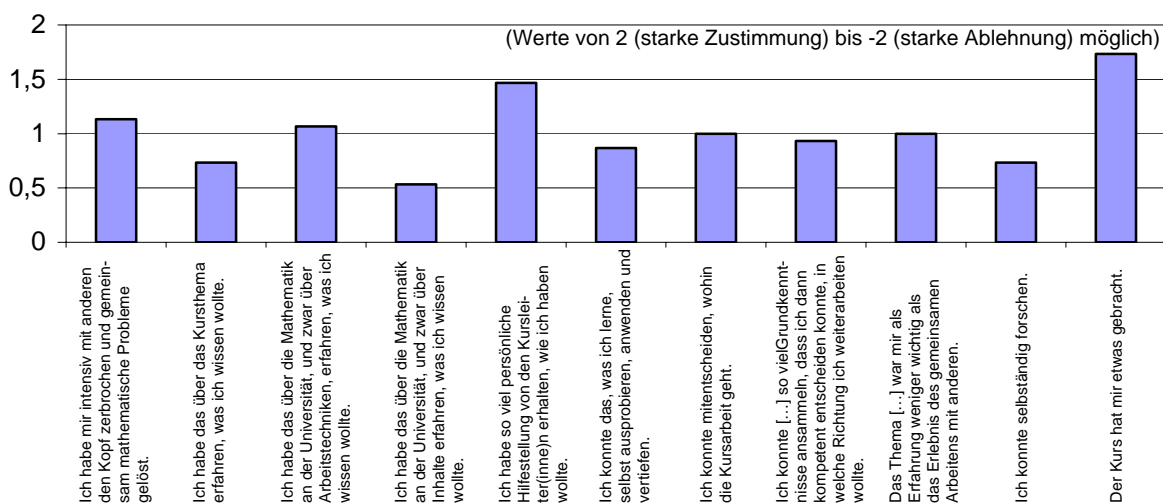


Abb. 6.3.6: Grad der Erfülltheit der Erwartungen der Teilnehmenden (Mittelwerte)

In Abbildung 6.3.6 zeigt sich bei allen Items eine durchschnittliche Zustimmung der Schülerinnen und Schüler, die in ihrer Ausprägung etwas variiert (mögliche Werte von -2 bis 2, vgl. Abschnitt 6.3.3). Die Items, die ein selbstgesteuertes Lernen ansprachen, zeigen durchweg eine deutliche Zustimmung der Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmer. Die Zufriedenheit mit persönlicher Hilfestellung ist offenbar noch stärker ausgeprägt. Die Erwartungen an die Inhalte des Kurses scheinen in der Wahrnehmung der Teilnehmenden in vergleichsweise leicht geringerem Maße erfüllt zu sein. Die Einschätzungen in diesem Bereich sind jedoch ebenfalls durchschnittlich positiv. Die Erwartungen zu Wissen über akademische Arbeitstechniken wurden offenbar eher erfüllt. Den höchsten Zustimmungswert weist das kumulative Item „Der Kurs hat mir etwas gebracht“ auf.

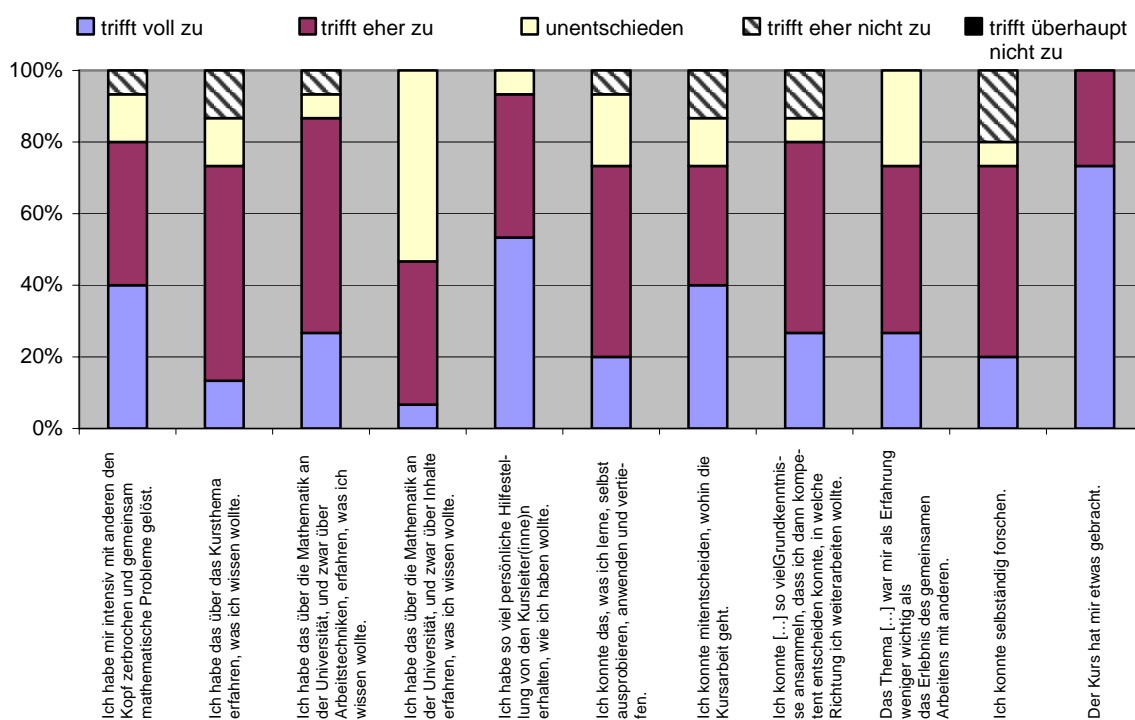


Abb. 6.3.7: Grad der Erfülltheit der Teilnehmererwartungen an den Kurs (Verteilung)

Die Verteilungen, die Abbildung 6.3.13 zugrunde liegen, können Abbildung 6.3.7 entnommen werden. Sie wurden dargestellt, um insbesondere auch den Anteil negativer Einschätzungen sichtbar zu machen. So wurde die Einschätzung „trifft überhaupt nicht zu“ von keinem der Lernenden auf irgendeines der Merkmale vergeben.

Diskussion:

Aus den Abbildungen 6.3.6 und 6.1.7 geht hervor, dass die Erwartungen der Schülerinnen und Schüler an den Kurs im Großen und Ganzen offenbar erfüllt wurden. So äußerten die Teilnehmer durchschnittlich Genugtuung, über „Mathematik an der Universität“ erfahren zu haben, was sie erfahren wollten. Die reduzierten, in den Lernumgebungen des Kurses integrierten instruktionalen Hilfen durch die Kursleiterin und den Kursleiter scheinen in dieser Form aus Sicht der Lernenden begrüßt worden zu sein. Auch Items, die sich auf einen Bereich der erlebten Selbsttätigkeit und Autonomie im Lernprozess bezogen, zeigen deutliche positive Beurteilungen im Rahmen des Feedbacks.

Führt man sich die hohen Erwartungen an den Kurs vor Augen, die bei den Lernenden im Vorfeld bestanden hatten (vgl. Abbildung 6.3.5), so scheinen diese Ergebnisse darauf hinzuweisen, dass es in vielen Bereichen gelungen sein könnte, im Kurs und in der erprobten Themenstudienarbeit ein anregendes Lernumfeld zur Verfügung zu stellen.

Es ist möglich, dass die Themenstudie einen großen Anteil an diesen positiven Rückmeldungen der Schülerinnen und Schüler hat. So wiesen die eher seminarartigen Arbeitsphasen des ersten Kursteils einen geringen Anteil an kooperativer und selbstgesteuerter Arbeit auf. Dies spricht dafür, dass sich etwa die Äußerungen der Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmer zu diesem Bereich auf die Themenstudienarbeit bezogen, die auch in größerer zeitlicher Nähe zum Nachtest lag.

6.3.4.5 Feedback der Teilnehmenden zu den eingesetzten Arbeitsformen

Aus einem Fragebogenteil zu den in der Kursarbeit eingesetzten Arbeitsformen und Unterrichtsmethoden ist für diese Arbeit besonders die Itemgruppe zur Themenstudienarbeit von Interesse. Jeweils ein Item erfragte Rückmeldungen zum Zeitpunkt des Beginns der Arbeitsform, zu ihrem zeitlichen Gesamtumfang, zu dem mit der Themenstudienarbeit verbundenen empfundenen Motivationspotential und zu der wahrgenommenen Adaptivität der Lernumgebung im Hinblick auf das selbstgesteuerte Verfolgen eigener Interessenlagen im Lernprozess. Die durchschnittlichen Werte von Zustimmung und Ablehnung in Abbildung 6.3.8 sollen wiederum einen indikatorartigen Überblick geben.

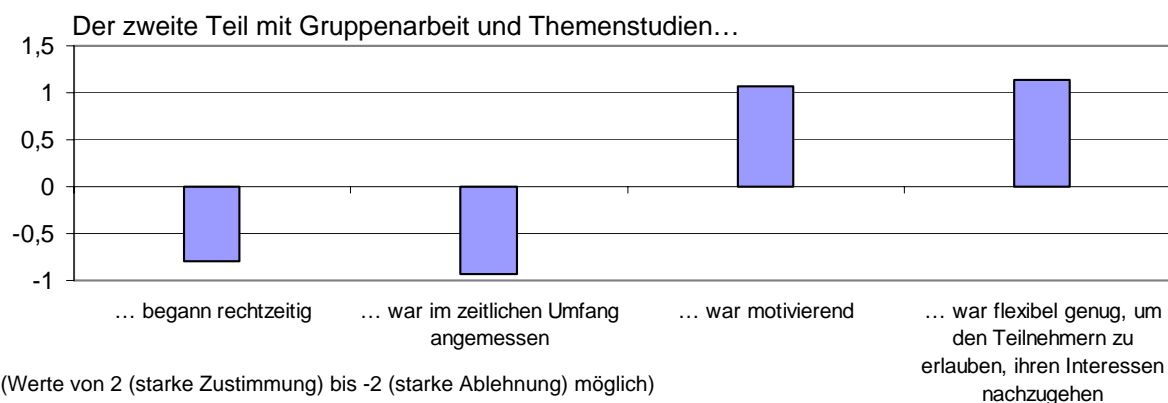


Abb. 6.3.8: Rückmeldungen zur Themenstudienarbeit (Mittelwerte als Indikatoren)

Zu einem als hoch empfundenen Motivationspotential und einem hohen wahrgenommenen Grad an Adaptivität im Hinblick auf selbstgesteuertes Lernen tritt offenbar eine kritische Sicht der zeitlichen Struktur. Aus den Antworten auf entsprechende offene Items konnte entnommen werden, dass eine Mehrzahl der Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmer sich einen noch längeren Zeitabschnitt des Lernens in Themenstudienarbeit gewünscht hätte (vgl. auch Abb. 6.3.12 in Abschnitt 6.3.5).

Zwei weitere Items bezogen sich auf die Themenstudienmaterialien. Zu den Materialien, die den Schülerinnen und Schülern für die Themenstudienarbeit zur Verfügung gestellt wurden, enthielt der Fragebogen die Fragen, ob die Materialien als „ausreichend“ bzw. ob sie als „gut und motivierend“ empfunden wurden (vgl. Abb. 6.3.9).

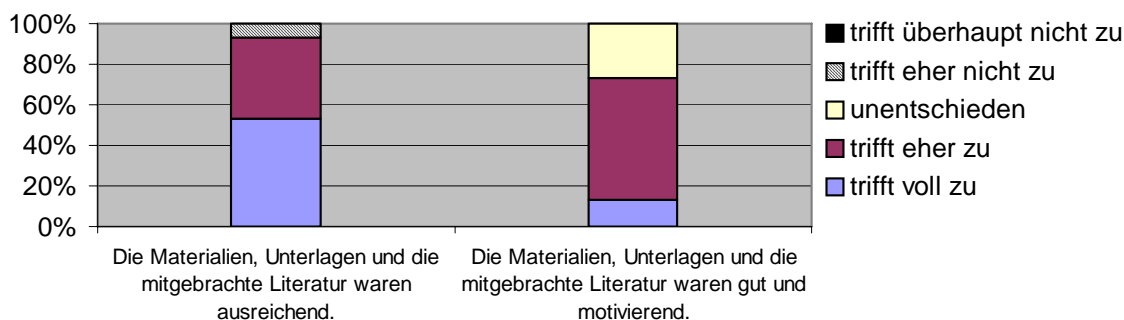


Abb. 6.3.9: Rückmeldungen zu den Themenstudienmaterialien (Verteilung)

Aus Abbildung 6.3.9 ist zu entnehmen, dass bei den Lernenden in beiden Bereichen ganz überwiegend zufriedene Urteile abgegeben wurden.

Diskussion:

Diese quantitativen Ergebnisse replizieren sinngemäß einige der mündlichen Rückmeldungen der Teilnehmerinnen und Teilnehmer an der ersten Pilotstudie (vgl. Abschnitt 6.2.3). Auch für die Themenstudienarbeit in der zweiten, während einer Schülerakademie durchgeführten Pilotstudie wurde also die Themenstudienarbeit in den Teams offensichtlich als positiv und motivierend erlebt. Gleichzeitig hätten sich die Schülerinnen und Schüler offenbar in beiden Pilotstudien einen noch früheren Beginn und einen noch längeren Zeitraum innerhalb der Kurse für die Arbeit in dieser Lernumgebung gewünscht. Dass der zur Verfügung gestellte Zeitrahmen zumindest für die zu bewältigenden Aufgaben nicht zu kurz war, geht aus dem Zustandekommen und aus der Qualität der Themenstudien hervor, die von den Teams jeweils erstellt wurden.

Es war insbesondere festzustellen, dass immerhin etwa drei Viertel der Schülerinnen und Schüler die Materialien, die oft aus Ausschnitten mathematischer Fachtexte bestanden, als „gut und motivierend“ empfanden. Möglicherweise war die Auswahl an Materialien geeignet, einen Einstieg in die Arbeit mit wissenschaftlichen Texten zu ermöglichen, ohne überfordernde und motivationsabträgliche Entwicklungen auszulösen. Möglicherweise könnte eine von den Lernenden als gelungen empfundene Arbeit mit Fachliteratur auch zu einer Steigerung der wissenschaftsbezogenen Fähigkeitsselbstbilder (vgl. Abschnitt 6.3.4.2) beigetragen haben.

6.3.4.6 Bild vom Mathematikunterricht in der Schule

Vor- und Nachtest enthielten jeweils auch einen Fragebogen zur Wahrnehmung des Mathematikunterrichts in der Schule. Auf die direkte Frage des Nachtests, ob sich das Bild der Lernenden vom Mathematikunterricht in der Schule während des Kurses verändert habe, antworteten 10 Teilnehmende mit „ja“, 5 mit „nein“.

Einen ersten Einblick in mögliche Veränderungen kann die Auswertung einer Itemserie geben, die die Beschreibung von Mathematikunterricht mit verschiedenen Eigenschaften zum Gegenstand hatte (vgl. Abb. 6.3.10). Die Schülerinnen und Schüler hatten im Vor- und Nachtest die Aufgabe, einzuschätzen, inwiefern Mathematikunterricht „langweilig“, „arbeitsintensiv“, „motivierend“, „spannend“, „lebendig“, „lebensnah“, „einfach“ bzw. „kreativitätsorientiert“ sei.

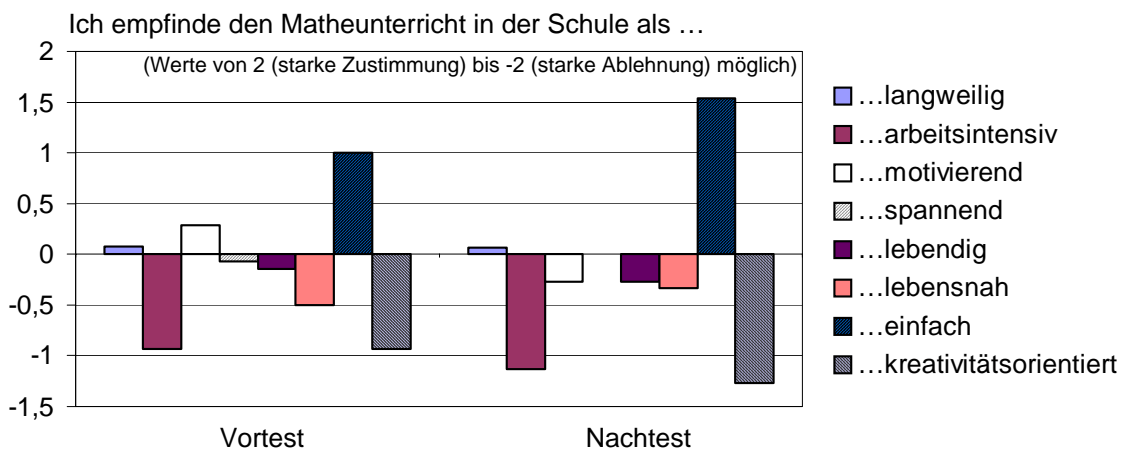


Abb. 6.3.10: Bild vom Mathematikunterricht in der Schule

Bereits im Vortest zeigt sich die durchschnittliche Einschätzung, dass der Mathematikunterricht von den Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmern als einfach und wenig arbeitsintensiv, sowie als wenig kreativitätsorientiert gesehen wurde. Diese Wahrnehmungen scheinen sich im Nachtest noch verstärkt zu haben. Außerdem ist zu beobachten, dass der Mathematikunterricht im Nachtest als weniger motivierend eingeschätzt wird. Für die Attribute „motivierend“ und „einfach“ sind diese Veränderungen zwischen Vor- und Nachtest signifikant.

Drei weitere Items des Nachtests betreffen das Verhältnis von Mathematikunterricht und der Mathematik, sowie den Nutzen des schulischen Mathematikunterrichts für das Leben sowie speziell für das Studium (vgl. Abb. 6.3.11).

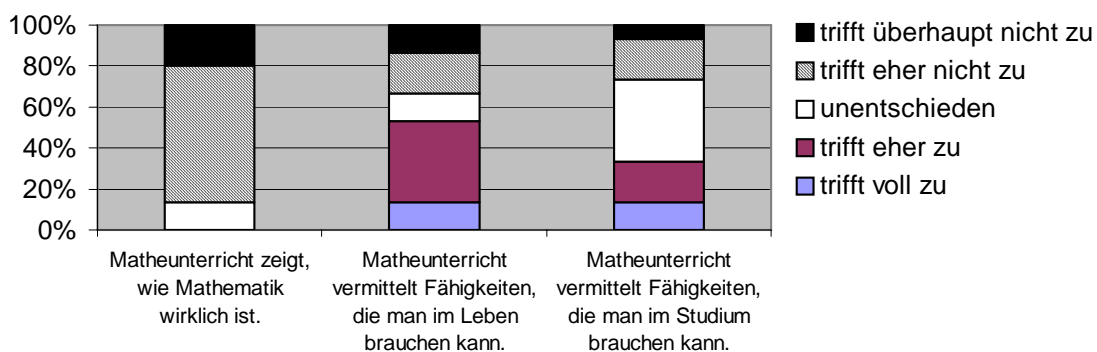


Abb. 6.3.11: Nennungen zu ausgewählten weiteren Items zum Bild vom Mathematikunterricht in der Schule (Nachtest)

Während bei den Antworten der Schülerinnen und Schüler die Einschätzung zum Ausdruck kommt, dass Mathematikunterricht eher nicht zeigt, „wie die Mathematik wirklich ist“, sind die Urteile zum Nutzen des Mathematikunterrichts für Leben und Studium eher gespalten (vgl. Abb. 6.3.11): es ergibt sich bei den entsprechenden Items durchschnittlich im Wesentlichen ein „Unentschieden“. Beide Meinungen sind jeweils deutlich vertreten.

Diskussion:

Offenbar verändert sich bei der Mehrzahl der Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmer während der Kursarbeit die Wahrnehmung des Mathematikunterrichts in der Schule: 10 gegen-

über 5 Teilnehmenden bejahten eine entsprechende direkte Frage. Angesichts des hohen Motivierungspotentials, das die Schülerinnen und Schüler der Kursarbeit und der Themenstudie zuschrieben (vgl. Abschnitte 6.3.4.4 und 6.3.4.5), erscheint es plausibel, die Veränderungen in der Sichtweise des Mathematikunterrichts an der Schule dahingehend zu interpretieren, dass die Lernenden einen gewissen Kontrast zwischen der Kursarbeit und dem Schulunterricht wahrnahmen. Der Befund, dass der schulische Mathematikunterricht als weniger motivierend gesehen wurde, könnte etwa so gedeutet werden, dass die Teilnehmenden im Vergleich mit der Lernumgebung des Kurses den Schulunterricht als weniger motivierend wahrnahmen.

Auf ähnliche Weise könnte der Vergleich mit der Kursarbeit dazu führen, dass der Mathematikunterricht an der Schule als einfacher und weniger arbeitsintensiv gesehen wurde. Diese Einschätzung könnte auf die möglicherweise im Kurs gemachte Erfahrung, anspruchsvolle Inhalte eigeninitiativ gemeistert zu haben, zurückzuführen sein.

In jedem Falle könnte aus diesen Befunden die Vermutung abgeleitet werden, dass die Themenstudienarbeit als zentraler Bestandteil der Kursarbeit auch für den Mathematikunterricht am Gymnasium eine geeignete Methode sein könnte, um den Lernenden neue Erfahrungen mit der Wissenschaft Mathematik zu eröffnen und den Aufbau wissenschaftsbezogenen Wissens zu fördern. Insbesondere für Themenbereiche, die ein wissenschaftsbezogenes Metawissen erfordern, könnte der Einsatz der Themenstudienmethode gewinnbringend sein.

6.3.4.7 Diskussion und zusammenfassende Bemerkungen

Die folgenden zusammenfassenden Bemerkungen zu den in 6.3.4 vorgestellten Untersuchungsergebnissen beziehen sich auf die in Abschnitt 6.3.3 formulierten Forschungsfragen.

Die Frage, ob epistemologische Beliefs der 15 Lernenden durch die Lernumgebung des Schülerakademiekurses verändert wurden, kann auf der Basis der vorgestellten Daten nicht eindeutig beantwortet werden. Einerseits ergeben sich für die an Grundorientierungen epistemologischer Beliefs orientierten, in die Untersuchung einbezogenen Skalen keine signifikanten Unterschiede. Lediglich geringere Anzeichen für mögliche Veränderungen, wie die einer Zunahme der Prozessorientierung und einer Abnahme im Bereich der Schemaorientierung konnten beobachtet werden. Diese kleinen Veränderungen sind nach der in 1.4.3 vorgestellten Theorie zu epistemologischen Beliefs als positiv zu bewerten.

Andererseits geben die Lernenden mehrheitlich an, ihr Bild von der Mathematik habe sich während der Arbeit im Kurs geändert und führen signifikant häufiger außerschulische Erfahrungen bei der Prägung des eigenen Bildes von Mathematik an. In einem ergänzenden offenen Item des Nachtests wird häufig der Kurs als solche prägende Erfahrung genannt.

Eine plausible Interpretation dieser Befunde ist, dass auch innerhalb der betrachteten Gruppe besonders begabter Schülerinnen und Schüler Befunde repliziert werden können, nach denen Grundorientierungen mathematikbezogener Beliefs relativ überdauernde Vorstellungen sind, die durch kürzere Interventionen nur schwer verändert werden können.

Auswirkungen auf Vorstellungen zur Mathematik in anderen Bereichen als den betrachteten Grundorientierungen epistemologischer Beliefs könnten sich dennoch ergeben haben. So deutet eine ganze Reihe von Einzelbefunden (vgl. Abschnitte 6.3.4.2, 6.3.4.4, 6.3.4.6) darauf hin, dass sich das Bild der Lernenden von der Wissenschaft Mathematik durch die Arbeit im Kurs und die darin integrierte Themenstudienarbeit verändert haben könnte. Die Fragestellung, inwiefern Themenstudienarbeit in besonderer Weise den Aufbau zutreffender Vorstellungen im Bereich des mathematikbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses fördern kann, rückt auf der Basis dieser Ergebnisse noch stärker an den Mittelpunkt des Interesses heran. Insbesondere wäre es wünschenswert, konkrete Wissenskomponenten innerhalb des wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses zu untersuchen.

Im Zusammenhang damit steht die Frage, ob das bereichsspezifische, auf die Wissenschaft Mathematik bezogene Fähigkeitsselbstbild der Lernenden gesteigert wird, wie es der Intention der Themenstudienarbeit entspricht (vgl. Abschnitt 5.1). Diese Frage kann auf der Basis der quantitativen Ergebnisse der zweiten Pilotstudie in einer ersten Näherung bejaht werden. Signifikante Änderungen im Antwortverhalten der besonders begabten Schülerinnen und Schüler geben Hinweise darauf, dass sich die vor dem Schülerakademiekurs offenbar bei den Lernenden verbreitete Unsicherheit zu einem zuversichtlichen bereichsspezifisch auf Wissen über die Wissenschaft Mathematik bezogenen Fähigkeitsselbstbild gewandelt hatte. Dieser Befund wird gestützt durch Äußerungen der Lernenden an anderer Stelle (vgl. Abschnitte 6.3.4.4 und 6.3.4.6), die sich plausibel in die Befundlage einpassen. So äußern die Schülerinnen und Schüler im Mittel, dass ihre Erwartungen hinsichtlich eines Wissenszuwachses über „Mathematik an der Universität“ erfüllt wurden und dass der Mathematikunterricht an der Schule wenig zeige, „wie Mathematik wirklich ist“. Wie stark diese veränderten Einschätzungen von den beiden Teilen des Schülerakademiekurses jeweils beeinflusst worden sein könnten, kann auf der Basis des Untersuchungsdesigns nicht quantitativ beantwortet werden. Prinzipiell könnte neben der Themenstudienarbeit auch der erste, vorbereitende Kursteil mit Vorträgen, Diskussionen und Übungen einen Einfluss gehabt haben, denn hier waren von den Lernenden ebenfalls mathematische Inhalte mit Hilfe wissenschaftlicher Fachtexte erschlossen worden. Auf der Basis des wissenschaftsorientierten Vorgehens in beiden Teilen des Kurses entsprechen die Anzeichen für eine Förderung des bereichsspezifisch wissenschaftsbezogenen Fähigkeitsselbstbildes den erwarteten Auswirkungen. Vor dem Hintergrund des Umstandes, dass im Schülerakademiekurs und in den verwendeten Materialien jedoch nicht explizit bzw. beschreibend auf Charakteristika der Wissenschaftspraxis etwa im Kontrast zu schulmathematischen Zusammenhängen hingewiesen wurde, erscheint die Deutlichkeit der Befundlage zum bereichsspezifischen wissenschaftsbezogenen Fähigkeitsselbstbild bemerkenswert.

Das allgemein auf die Mathematik bezogene Fähigkeitsselbstkonzept macht die Steigerungsbewegung des bereichsspezifisch wissenschaftsbezogenen Fähigkeitsselbstbildes übrigens nicht mit und scheint damit vom eher metaperspektivisch ausgerichteten wissenschaftsbezogenen Selbstkonzept empirisch unterschieden werden zu können.

Angesichts dieser Ergebnisse ist die Fragestellung, inwiefern sich diese Befunde auch mit durchschnittlich begabten Lernenden und kürzeren Unterrichtssequenzen replizieren lassen, im Rahmen dieser Arbeit von großem Interesse (vgl. Kapitel 7ff).

Zur dritten Forschungsfrage, wie die Schülerinnen und Schüler die Lernumgebung des Schülerakademiekurses und insbesondere die Themenstudienarbeit empfanden, können verschiedene Ergebnisse Aussagen liefern. So scheint aus den Erwartungen der Schülerinnen und Schüler an den Kurs, die offenbar in weiten Teilen erfüllt wurden, die durchschnittliche Wahrnehmung hervorzugehen, dass sie ihre Lernprozesse selbstbestimmt gestalten konnten. Auch Erwartungen zum kooperativen Arbeiten, zur Verfügbarkeit von ausreichender Hilfe und zum Verfolgen inhaltlicher Interessen sahen die Lernenden erfüllt. Dass diese Wahrnehmungen sich gerade auch auf die Themenstudienarbeit beziehen dürften, wurde in Abschnitt 6.3.4.4 dargelegt.

Im Rahmen des direkten Feedbacks der Schülerinnen und Schüler zur Themenstudienarbeit ist die Wahrnehmung zu nennen, dass diese Lernumgebung als motivierend und als flexibel genug für das Verfolgen eigener Interessen empfunden wurde. Der Wunsch nach noch mehr Arbeitszeit innerhalb der Themenstudienmethode kann vor diesem Hintergrund auch mit einer insgesamt hohen Akzeptanz dieser Lernumgebung bei den Lernenden in Zusammenhang gebracht werden.

Um weitere Rückschlüsse auf die Themenstudienarbeit ziehen zu können, interessierte schließlich die Frage, wie der schulische Mathematikunterricht von den Schülerinnen und Schülern wahrgenommen wurde und wie sich ggf. diese Wahrnehmung während des Schülerakademiekurses entwickelte. Es liegt nahe, die Ergebnisse dahingehend zu interpretieren, dass die Schülerinnen und Schüler bei der Einschätzung des schulischen Mathematikunterrichts im Nachtest die Kursarbeit als Vergleichsbasis heranzogen. Eine ähnliche Erscheinung hatte sich auch bei der berichteten Prägung des Bildes von Mathematik abgezeichnet (vgl. Abschnitt 6.3.4.1). Die Veränderungen der Sicht des Mathematikunterrichts in der Schule könnten so interpretiert werden, dass die Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmer während des Kurses einer anregenderen, anspruchsvolleren und motivierenderen Lernumgebung begegnet waren, als sie dies für ihren schulischen Mathematikunterricht wahrgenommen hatten. Bedenkenswert ist etwa, dass im Nachtest keine Kursteilnehmerinnen und kein Kursteilnehmer dem Item „Matheunterricht zeigt, wie Mathematik wirklich ist“ zustimmte. Das Zustandekommen von Vorstellungen der Lernenden über das Wesen der Mathematik scheinen diese demnach einem anderen Erfahrungsbereich zuzuschreiben als dem Schulunterricht, also etwa dem Schülerakademiekurs.

Ergebnisse zu dieser vierten Fragestellung der Untersuchung deuten also darauf hin, dass die besonders begabten Schülerinnen und Schüler den Schülerakademiekurs und auch die Themenstudienarbeit als eine anregende Lernumgebung empfanden und den Eindruck hatten, deren Lernangebote auch nutzen zu können.

6.3.5 Erfahrungsbericht: Ergänzende qualitative Beobachtungen zur Themenstudienarbeit

In diesem Abschnitt werden ähnlich wie in Abschnitt 6.2.3 Erfahrungen und Beobachtungen zur Themenstudienarbeit berichtet, die in der zweiten Pilotstudie gemacht wurden. Diese vorsichtig zu bewertenden Beobachtungen stützen sich auf die Auswertung von Antworten auf offene Fragen des Feedbackfragebogens und auch auf die am Ende von Abschnitt 6.3.3 beschriebenen Aufzeichnungen aus der Perspektive der Kursleitung. Nach einigen Ergebnissen zur Durchführbarkeit und Wahrnehmungen zur Arbeit der Lernenden werden Rückmeldungen der Schülerinnen und Schüler zur Themenstudienarbeit und zu Arbeitsformen des Kurses dargestellt (vgl. Abb. 6.3.12 und 6.3.13). Diese Feedback-Äußerungen können die Befundlage von Abschnitt 6.3.4.5 ergänzen. Entsprechend dem Untersuchungsinteresse zu Wissenszuwachsen im wissenschaftsbezogenen Bereich wird anschließend über typische Rückmeldungen und Wahrnehmungen (vgl. auch Abschnitt 6.3.4.2) berichtet, die zu solchen Zusammenhängen Auskunft geben können (vgl. Abb. 6.3.14). Die Feedback-Äußerungen in Abbildung 6.3.15 betreffen darüber hinausgehend auch epistemologische Beliefs (vgl. auch die Ergebnisse in Abschnitt 6.3.4.1).

Vorauszuschicken ist die Erkenntnis der zweiten Pilotstudie, dass die Themenstudienarbeit in der konzipierten Form mit den Kursteilnehmerinnen und -teilnehmern grundsätzlich umgesetzt werden konnte. Dazu seien auf der Basis der gemachten Beobachtungen folgende Aspekte festgehalten:

- Die geplante organisatorische Struktur und der Zeitplan konnten insgesamt eingehalten werden. Zu allen Themen wurden von den jeweiligen Schülerteams Themenstudien erstellt (für teilweise gekürzte Fassungen vgl. Bildung und Begabung e.V., 2001).

- Zum Entstehungsprozess der Themenstudien wurden von dem Kursleiter und der Kursleiterin folgende Beobachtungen gemacht, die sich auch auf die schriftlichen Produkte der Lernenden stützen:

Das Verknüpfen der neu gelernten Inhalte im Umfeld des Themas „Gruppentheorie“ mit Alltagswissen gestaltete sich insgesamt eher schwierig, während für die Lernenden verstärkt ein wissenschaftsorientiertes Arbeiten im Vordergrund stand (vgl. Abschnitte 5.4, 5.5 und auch die im Folgenden besprochenen Feedback-Äußerungen). Dieses wissenschaftsorientierte Arbeiten hatte in den verschiedenen Schülergruppen unterschiedlichen Charakter: Bei einigen Gruppen (z.B. „Satz von Lagrange“, „Ringe und Körper“) lag der Schwerpunkt auf der Recherche in einschlägiger Fachliteratur und auf der Aufbereitung von Ergebnissen der Konfrontation mit diesen Materialien. Bei anderen Gruppen (z.B. „Hexaflexagone, Kaleidozyklen und Gruppen“) ergab sich ein eher experimentell-forschender Schwerpunkt: Nach der Untersuchung gegebener Objekte, die zu Prozessen der Reflektion und Anwendung des im ersten Kursteil aufgebauten Wissens führte, wurden in dieser Gruppe Wege der Problemlösung in der Themenstudie dargestellt und diskutiert. Die in den Themenstudien schriftlich niedergelegten Lernergebnisse variieren dementsprechend: Das Darstellen von neu erkundetem Wissen im Zusammenhang mit Komponenten von Vorwissen nahm einen höheren Stellenwert ein, während metabegriffliche und metawissenschaftliche Überlegungen eher in den Hintergrund zu treten schienen. Im äußeren Erscheinungsbild der Themenstudien herrschte ein eher formaler Stil vor, in den von den Lernenden erläuternde Bemerkungen integriert wurden.
- Eine Reihe typischer Feedback-Äußerungen von Lernenden zur Themenstudienarbeit aus offenen Items des Evaluationsfragebogens („Nachtest“) sind in der folgenden Abbildung 6.3.12 wiedergegeben.

Manuela:

Der zweite Teil mit Gruppenarbeit und Themenstudien	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
... begann rechtzeitig	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
... war motivierend	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
... war flexibel genug, um den Teilnehmern zu erlauben, ihren Interessen nachzugehen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
... war im zeitlichen Umfang angemessen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Ggf. Anmerkungen und/oder Verbesserungsvorschläge dazu:
 Ich wäre gerne tiefer in das Thema vorgegangen, meiner Meinung nach hätten wir früher mit dem 2. Teil anfangen sollen.

(...)

Meine Bewertungen, die ich außerdem noch aufschreiben wollte und sich auf Fragen oben beziehen, Verbesserungsvorschläge, etc.:

Das Konzept unseres Kurses war sehr gut. Ich hätte mir gewünscht etwas mehr Zeit für den 2. Teil zu haben. Aber es war dennoch sehr schön, motivierend und eine tolle Erfahrung an diesem Kurs teilnehmen zu haben.

Klaus: Mehr Zeit für die Themenstudien wäre schön gewesen!

Eva:

Meine Bewertungen, die ich außerdem noch aufschreiben wollte und sich auf Fragen oben beziehen, Verbesserungsvorschläge, etc.:

Meiner Meinung nach hätte man die Anfangsreferate (und auch die Übungen) knapper halten können, so dass mehr Zeit für eigene „Forschung“ geblieben wäre.

Nils:

Ggf. Anmerkungen und/oder Verbesserungsvorschläge dazu:
 Man hätte die Referate schneller durchziehen sollen, um so mehr Zeit für die Themenstudie zu haben.

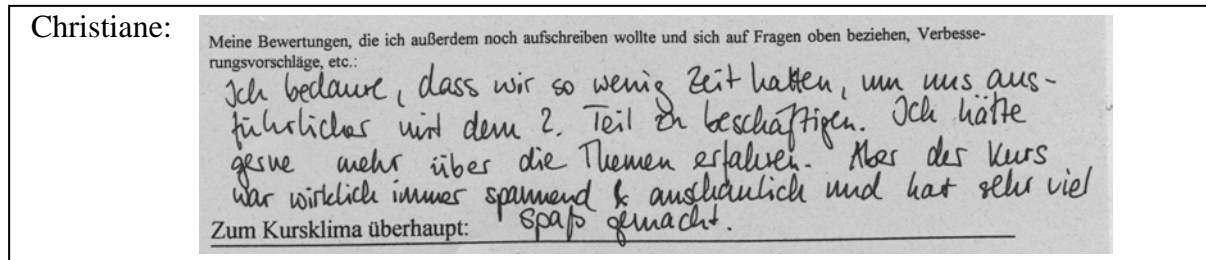


Abb. 6.3.12: Äußerungen von Lernenden in den Feedbackfragebögen zur Themenstudienarbeit im Schülerakademiekurs

Aus den Rückmeldungen der Lernenden in Abbildung 6.3.12 geht hervor, dass sich eine große Zahl an Lernenden für eine noch längere Themenstudienarbeitsphase aussprach, was durch deren früheren Beginn erreicht werden hätte sollen. Die Themenstudienarbeit wurde dabei von einigen Lernenden mit „eigener ‚Forschung‘“ und einem Vertiefen in ein Thema umschrieben.

Auch in anderen offenen Items wurden Rückmeldungen zu Arbeitsformen erhoben (vgl. Abb. 6.3.13).

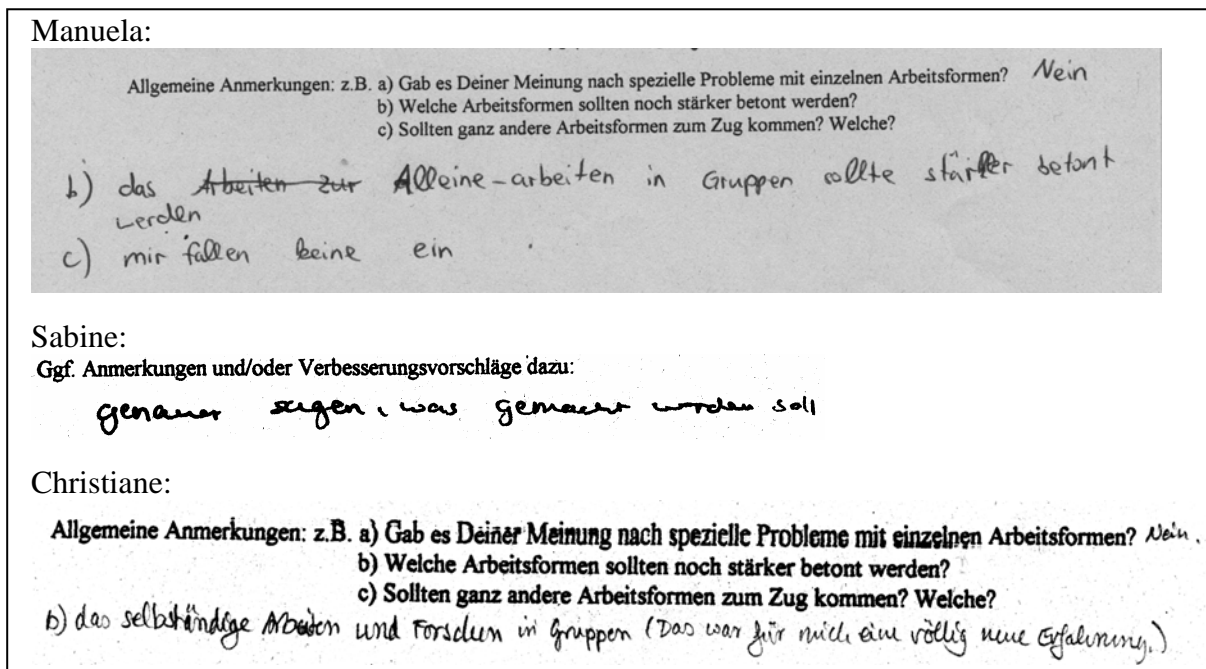


Abb. 6.3.13: Äußerungen von Lernenden in den Feedbackfragebögen zu Arbeitsformen des Schülerakademiekurses

Aus den Äußerungen in Abbildung 6.3.13 geht hervor, dass zwei der Lernenden keine Probleme mit einzelnen Arbeitsformen sahen, während sich eine Schülerin offenbar exaktere instruktionale Vorgaben gewünscht hätte. Manuela wünschte sich etwas mehr selbständige Arbeit innerhalb der Gruppenarbeit, während Christiane gerne noch mehr Erfahrungen beim „selbständige[n] Arbeiten und Forsuchen in Gruppen“ gemacht hätte. Die Äußerung von Christiane scheint sich auch gut in das Bild der Rückmeldungen von Abbildung 6.3.12 einzufügen.

- Einige Feedback-Äußerungen, die Rückschlüsse zur individuellen Wahrnehmung von Lernergebnissen zulassen, sind in Abbildung 6.3.14 zusammengefasst.

Lars:

Beurteile Deinen Lernerfolg im Kurs!

Sch denke, daß ich weit über das Kursthema einiges gelernt habe. z.B.
eine "geplante" Beweisführung

Was waren/sind Deine wichtigsten Erkenntnisse / Dein größter persönlicher Gewinn, den/die Du aus dem Kurs
3.1 ziehst?

- Die Erfahrung, wie viel interessanter ~~die~~ Mathe sein kann
- Die " " , wie "verschiedene" Themen zusammen hängen,
(durch Gruppenarbeit z.B.)
- Die Erfahrung, mit anderen zusammen über "nicht schulisch" Themen nachzudenken,
~~der Mathematik überhaupt~~

Frederick:

Beurteile Deinen Lernerfolg im Kurs!

↳ Insgesamt, wenn den thematischen Inhalten, habe ich vor allem
viel neues über mathematische / logische Denk- und Schreib(!)weisen
erfahren → bringt insgesamt viel

Was waren/sind Deine wichtigsten Erkenntnisse / Dein größter persönlicher Gewinn, den/die Du aus dem Kurs

3.1 ziehst?

- Hin- und herschmeißen in "Uni-Mathematik" → Inhalte, Beweise, Form, Herangehensweise
- Arbeiten mit anderen motivierter Lernen
- Art neue, mathematische Tätigkeiten "befragbares Handwerkszeug"

Anne:

Beurteile Deinen Lernerfolg im Kurs!

Prinzipiell habe ich alles verstanden und habe sicherlich zu vielem aus der Kursarbeit
aktives Wissen aufgebaut, aber ich weiß, dass einiges noch der Festigung bedarf, insofern,
dass ich etwige Sätze, Rechenregeln oder Ähnliches nicht parat habe, mir dieser aber bewusst
bin, sobald ich einen Anstoß erhalte.

Was waren/sind Deine wichtigsten Erkenntnisse / Dein größter persönlicher Gewinn, den/die Du aus dem Kurs

3.1 ziehst?

Ein großer Gewinn ist es auf jeden Fall, an der Dozentin gearbeitet zu haben und nun zu
wissen, wie man mathematische Zusammenhänge darstellen kann, wobei "Etwas Logik"
stark geholfen hat.

Wichtig ist es ganz bestimmt, dass ich gelernt habe, zusammen mit anderen (z. B. in
Kleingruppen) selbstständig (zumindest weitgehend) zuvor noch (relativ) unbekannte
Themen zu bearbeiten.

Außerdem ist es eine große Bereicherung, mal auf einem ganz anderen Niveau gearbeitet
zu haben und gelernt zu haben als im Schulunterricht.

Manuela:

Beurteile Deinen Lernerfolg im Kurs!

Der Kurs hat in Bezug auf Arbeitstechniken viel gebracht. Allerdings
war es mir aufgrund der vielen interessanten Kurs nicht möglich
(bzw. ich wollte nicht) mich auch außerhalb des Kurses etwas mit Gruppen
zu beschäftigen; das wäre wohl noch effektiver gewesen. Trotzdem habe ich
viel interessantes über Mathe erfahren und bin nun motiviert auf eigene Faust
mehr darüber zu erfahren.

Was waren/sind Deine wichtigsten Erkenntnisse / Dein größter persönlicher Gewinn, den/die Du aus dem Kurs

3.1 ziehst?

Zuerst wären die Arbeitstechniken zu erwähnen und das arbeiten
mit anderen. Der Kursinhalt genau war gut strukturiert und sehr
lehrreich.

Den größten persönlichen Gewinn sehe ich in der Motivation den
ich aus dem Kurs mitnehme. Ich freue mich schon darauf
selber weiterzusehen und mich mit weiteren math. Problemen
zu befassen.

6

Klaus: Was waren/sind Deine wichtigsten Erkenntnisse / Dein größter persönlicher Gewinn, den/die Du aus dem Kurs 3.1 ziehst?

den Einblick in das ~~wissenschaftliche~~ wissenschaftliche Arbeiten

Abb. 6.3.14: Äußerungen von Lernenden in den Feedbackfragebögen zur Wahrnehmung von Lernergebnissen

In den Äußerungen in Abbildung 6.3.14 werden häufig Lernergebnisse im Bereich von mathematischen Arbeitstechniken und neue Erkenntnisse über „wissenschaftliches Arbeiten“ angesprochen. Es werden etwa Fähigkeiten des Darstellens mathematischer Zusammenhänge und Erkenntnisse zu wissenschaftlichen „Herangehensweisen“ genannt. In den Äußerungen, die stellenweise auch vertieftere metakognitive Gedanken einbeziehen, scheint oft der Blick auf wissenschaftsbezogene Lernergebnisse im Vordergrund zu stehen. Im Zusammenhang mit diesen Sichtweisen zu den eigenen Lernergebnissen können auch die Äußerungen in Abbildung 6.3.15 gesehen werden.

Klaus: Beurteile Deinen Lernerfolg im Kurs!

Der Kurs war sehr wichtig in Bezug auf mein Verhältnis zur Mathematik!

Was waren/sind Deine wichtigsten Erkenntnisse / Dein größter persönlicher Gewinn, den/die Du aus dem Kurs 3.1 ziehst?

Anne:

Mein Bild von der Mathematik wird in erster Linie durch Erlebnisse/Erfahrungen außerhalb der Schule geprägt, nämlich

(jetzt vor allem) durch die Kursarbeit

(...)

Zusätzliche Bemerkungen über mein persönliches Verhältnis zur Mathematik: (fakultativ)

- hat sich durch die Kursarbeit wesentlich geändert
- Komplexität der Themenbereiche ist mir deutlich bewusster geworden
- Mathematik ist jetzt etwas, das man „aktiv“ erleben kann, indem man versucht, selbst Zusammenhänge zu finden o.ä.
- der philosophische Anteil ist mir bewusster geworden

Abb. 6.3.15: Äußerungen von Lernenden in den Feedbackfragebögen zu Änderungen im Hinblick auf Vorstellungen zur Mathematik

Diese Äußerungen geben insbesondere im Hinblick auf die Befunde in Abschnitt 6.3.4.1 qualitative Hinweise darauf, dass sich auch Auswirkungen der Kursarbeit auf epistemologische Beliefs der Schülerinnen und Schüler ergeben haben könnten. Zu den Rückmeldungen in den Abbildungen 6.3.14 und 6.3.15 sei einschränkend daran erinnert, dass sie sich auf den ganzen Kurs beziehen dürften, von dem die Themenstudienarbeit ein Teil war.

6.3.6 Zusammenfassende Bemerkungen und Diskussion

In der zweiten Pilotstudie gelang es, die Erfahrungen der ersten Pilotstudie zu ergänzen. Die Themenstudienmethode erwies sich auch unter den veränderten Bedingungen eines stärker innermathematisch geprägten Themas und einer stärker auf eigene Recherche und eigenes wissenschaftsorientiertes Arbeiten ausgerichteten Lernumgebung als prinzipiell durchführbar.

Ein deutliches Ergebnis der quantitativen Begleituntersuchung ist der Befund, dass themenbezogene Fähigkeitsselbstkonzepte der Lernenden durch den Schülerakademiekurs offenbar verbessert wurden. Die Vermutung, dass Themenstudienarbeit bereichsspezifische Komponenten des Fähigkeitsselbstbildes fördern könnte, kann damit auch aus der zweiten Pilotstudie abgeleitet werden. Kritisch anzumerken ist dazu, dass sich die Auswertungen nur auf eine kleine Stichprobenlänge beziehen ($N=15$). Für weitere Untersuchungen stellt sich also die Frage, ob entsprechende Effekte bei anderen Themen und ggf. unter anderen Gestaltungsmerkmalen von Themenstudienarbeit mit einer größeren Anzahl von Probanden reproduziert werden können. Insbesondere würde sich hier ggf. auch ein wünschenswerter Weg für den Normalunterricht andeuten, themenbezogene Komponenten motivationaler Dispositionen zu fördern.

Die Rückmeldungen der Schülerinnen und Schüler in der Begleituntersuchung liefern quantitative Evidenz zu den qualitativen Erfahrungen der ersten Pilotstudie. So konnte die Wahrnehmung, dass in der Themenstudienarbeit ein eigenaktives Lernen als selbstbestimmt und motivierend empfunden wurde, in der Begleituntersuchung zur zweiten Pilotstudie quantitativ repliziert und damit etwas weiter abgesichert werden.

Vergleicht man die Gestaltung der Themenstudienarbeit der ersten und der zweiten Pilotstudie und die entstandenen schriftlichen Themenstudien, so scheint das Einnehmen einer Metaperspektive bei der Betrachtung von Inhalten für die Schülerinnen und Schüler in der ersteren Realisierung einfacher gewesen zu sein: Zum einen könnte der Vergleich interdisziplinär verschiedener Standpunkte wie etwa beim Beweisen und Argumentieren in der ersten Pilotstudie stärker zu einer argumentierenden und vergleichenden Arbeitsweise angeregt haben. Zum anderen erforderte die vermehrte Recherchetätigkeit mit Fachtexten in der zweiten Pilotstudie möglicherweise eine zusätzliche kognitive Aktivität der Lernenden, wodurch Gedanken im Sinne einer metaperspektivischen Betrachtung leichter aus dem Blickfeld geraten sein könnten. Das Angebot von Materialien in Form einer Materialmappe könnte hier möglicherweise entlastend wirken und ein Sprechen über die in den Materialien enthaltenen Gedanken möglicherweise stärker fördern. Falls also eine metaperspektivische und metabegriffliche Betrachtungsweise der Lernenden angestrebt werden soll, wie sie für das Lernen im Themenbereich „Beweisen und Argumentieren“ besonders gewinnbringend zu sein scheint (vgl. Abschnitt 4.2, Abschnitt 6.2 und Kapitel 7), könnte sich das Format einer Materialmappe für die Rohmaterialien und eine Umsetzung ähnlich der ersten Pilotstudie empfehlen.

Insgesamt konnte mit den ersten beiden Pilotstudien ein erster Vorrat an Erfahrungen und Erkenntnissen zur Themenstudienarbeit mit besonders begabten Schülerinnen und Schülern aufgebaut werden. Ziel der folgenden beiden Pilotstudien war es unter anderem, auch innerhalb der Randbedingungen des schulischen Mathematikunterrichts Erfahrungen mit Themenstudienarbeit zu sammeln.

6.4 Dritte Pilotstudie: Themenstudienarbeit zum Thema „Kreismessung“ in der 10. Jahrgangsstufe (Gymnasium)

Die ersten beiden Pilotstudien wurden mit besonders begabten Schülerinnen und Schülern unter besonderen äußeren Randbedingungen für die Themenstudienarbeit durchgeführt. Für den Einsatz im gymnasialen Regelunterricht fehlten Erfahrungswerte.

In der dritten Pilotstudie war daher bei einer ersten Realisierung von Themenstudienarbeit im schulischen Mathematikunterricht mit Gymnasiasten der 10. Jahrgangsstufe vorrangig von Interesse, ob diese Lernumgebung unter den normalen Bedingungen des Mathematikunterrichts auch für das Erarbeiten herkömmlicher Lehrplaninhalte umsetzbar ist und welche Schwierigkeiten möglicherweise auftreten.

Im Vordergrund standen also die folgenden Untersuchungsschwerpunkte:

- das Sammeln von Erfahrung, inwiefern Themenstudienarbeit im Regelunterricht mit Schülerinnen und Schülern der 10. Jahrgangsstufe möglich ist
- das Beobachten möglicher Schwierigkeiten.

6.4.1 Kurze Beschreibung der Konzeption der Lernumgebung

Die Lerninhalte der Unterrichtssequenz zur Kreismessung, in deren Rahmen die Themenstudienarbeit erprobt wurde, bezogen sich auf den bayerischen Lehrplan (BaySTMUK, 1991). Für die Themenstudienarbeit wurde eine stark strukturierte Vorgehensweise gewählt, bei der ein größerer Themenbereich in parallel bearbeitbare, kleinere Unterthemen zerlegt wurde. Diese kleineren Themeneinheiten wurden von den Lernenden bearbeitet und vorgestellt. Der Unterricht wurde während dieser Präsentationsphase von den Schülerinnen und Schülern selbst gestaltet. In dieser Pilotstudie wurde die Lernumgebung so organisiert, dass die Schülergruppen vorab zur Aufbereitung des jeweiligen Themas eine kleine Materialienmappe erhielten und die Aufgabe hatten, zu dem jeweiligen Thema einen Vortrag, eine schriftliche Ausarbeitung, ein Plakat und einschlägige Prüfungsfragen zu erstellen.

Die Zerlegung in Einzelthemen und der stark begrenzte Umfang der Materialien gingen mit der Zielsetzung einher, dass das Durcharbeiten der Quelldokumente eher der Erarbeitung einer Darstellung der Inhalte dienen sollte als der Betrachtung der Inhalte aus einer metawissenschaftlichen Perspektive. Es kann bei der in dieser Themenstudienarbeit angestrebten Sichtweise daher von einem angepassten rohmaterialienbasierten Herangehen an Einzelthemen gesprochen werden. Das inhaltliche Vorgehen ähnelte insofern dem der zweiten Pilotstudie, als das schriftliche und mündliche Präsentieren von neu gelernten Inhalten in dieser Umsetzung einen vergleichsweise hohen Stellenwert hatte.

Aus Rücksichtnahme auf die Situation des schulischen Umfeldes wurde in der dritten Pilotstudie eine Reihe von Anpassungen vorgenommen:

- Als Sozialform wurde die Partnerarbeit gewählt. Diese Maßnahme sollte eine ungleiche Arbeitsverteilung in der Gruppe vermeiden helfen (vgl. Abschnitt 3.3). Alle Schülerinnen und Schüler sollten so in ähnlichem Maße an Erarbeitungs- und Lernprozessen beteiligt sein.
- Formen der Benotung wurden in die Unterrichtssequenz integriert. Die Benotung bezog sich auf Beobachtungen des Arbeitsprozesses, auf die Präsentation, auf die schriftliche Ausarbeitung, auf das Plakat und auf Rechenschaftsablagen zu den Prüfungsfragen anderer Gruppen. Die Benotung orientierte sich an den individuell gezeigten Lernleistungen.

- Es wurde versucht, den Umfang der Materialienmappen, mit denen die Schülerteams arbeiteten, gering zu halten. Diese Vorsichtsmaßnahme sollte dazu dienen, eine Überforderung der Lernenden zu vermeiden. Insbesondere sollte dem Aspekt Rechnung getragen werden, dass die Dokumente neu zu lernende Inhalte enthielten, während in anderen möglichen Realisierungen von Themenstudienarbeit ein den Lernenden bekannter Inhaltsbereich aus einer Metaperspektive betrachtet und vertieft wird.
- Ein instruktionales Hilfsgerüst für die Lernenden (vgl. Abschnitt 3.2.5) bildeten Aufgabenstellungen, die sich auf das im Umfang eingeschränkte Material bezogen. Durch den Ergebnisbezug der anzufertigenden Ausarbeitungen sollte die Arbeit mit den Rohmaterialien eine für die Schülerinnen und Schüler transparente Zielrichtung erhalten. Insbesondere schwächere Schülerinnen und Schüler sollten durch diese konkreten instruktionalen Hilfen unterstützt werden.

Eine im Hinblick auf den „Normalunterricht“ etwas unübliche Situation dieser Realisierung von Themenstudienarbeit bestand darin, dass die Klasse, mit der die Themenstudie der dritten Pilotstudie durchgeführt wurde, aus nur 16 Schülerinnen und Schülern bestand. Insofern herrschten positive Randbedingungen für die Beobachtung dieser Erprobung der Themenstudienmethode, die es unter anderem erlaubten, Arbeitsprozesse der einzelnen Schülerteams relativ intensiv zu beobachten.

Eine Übersicht über die konkrete Umsetzung der Themenstudienarbeit der dritten Pilotstudie findet sich in Tabelle 6.4.1.

3. Pilotstudie: Übersicht	Rahmenthema: „Kreismessung“ (Themenstudienarbeit mit Schülerinnen und Schülern der 10. Jahrgangsstufe, Schuljahr 2000/2001)
Sozialform: Partnerarbeit (Teams auf bis zu vier Lernende erweiterbar)	
Verlauf / Einsatz der Materialien: <ul style="list-style-type: none"> • Unterschiedliche Materialpakete für jede Schülergruppe (eingeschränkter Umfang: kurze Ausschnitte aus Artikeln, Lexika, Sachbüchern) • Erste Unterrichtsstunde: Ausgabe der Materialmappen, Verteilung von Themen, erster Überblick der Schülerinnen und Schüler über die Materialien Aufgabenstellung: „Gebt die wesentlichen Ideen so wieder, dass Eure Mitschüler(innen) die Grundideen Eures Themas verstehen - und zwar als Plakat, als kurzer Vortrag und als schriftliche Themenstudie (mathematischer Essay)!“ • Schüler(innen) lesen das Material (außerhalb des Unterrichts) • Zweite und dritte Unterrichtsstunde: Schüler(innen) teilen die Arbeit auf, bereiten Plakate und schriftliche Themenstudien vor; Klärung von Fragen der Schüler(innen) durch die Lehrperson • Folgestunden: Vorträge, Abfrage durch Vortragende • Abgabe der Ausarbeitungen, Korrektur und nötigenfalls Überarbeitung der Themenstudien; Benotung • Feedback 	Bemerkungen: <ul style="list-style-type: none"> • Aufteilung in die Einzelthemen: <ul style="list-style-type: none"> ■ Verfahren zur Näherung der Länge krummliniger Kurven, Berechnung des Kreisumfangs ■ Berechnung der Kreisfläche mit der Zerstückelungsmethode, Berechnung von π mit der Streifenmethode ■ Näherung von π mit der Trapezmethode, falsche „Näherungen“ ■ π im Lauf der Jahrhunderte, Näherungsverfahren von Archimedes und von Cusanus ■ Näherungsverfahren für π von Gauß, Wallis und mit der Zufallsmethode ■ Kreisbogen, Kreissektorfläche, Bogenmaß ■ Die Streitäxte des Archimedes und die Mönchen des Hippokrates ■ Eratosthenes und der Erdumfang • Zeitlicher Zwischenraum zwischen den ersten drei Unterrichtsstunden von jeweils mindestens drei Tagen

Tab. 6.4.1: Übersicht über die Themenstudienarbeit der dritten Pilotstudie

Die Unterrichtssequenz, in der das Thema Kreismessung von den Schülerinnen und Schülern in Themenstudienarbeit erkundet werden sollte, begann mit einer Einstiegsstunde, in der die Lernumgebung vorgestellt und erläutert wurde, Schülerteams zusammengestellt, Einzelthemen verteilt, die entsprechenden Materialienpakete ausgegeben wurden und in der die Lernenden Gelegenheit hatten, einen ersten Überblick über die Materialien zu gewinnen.

Bis zur nächsten Unterrichtsstunde der Sequenz war eine knappe Woche Zeit, in der die Lernenden die Materialien außerhalb des Unterrichts lesen sollten. Es folgten zwei Unterrichtsstunden, in denen die Schülerinnen und Schüler gemeinsam an den zu erstellenden Produkten, nämlich dem Vortrag, dem Plakat, der schriftlichen Themenstudie und den Prüfungsfragen zu ihrem Thema arbeiten konnten. Diese Arbeiten sollten in der Hausaufgabe fortgesetzt werden. In den darauf folgenden Unterrichtsstunden ersetzten die Vorträge der Schülerinnen und Schüler den darstellenden Unterricht zum Lehrplaninhalt „Kreismessung“. Die Prüfungsfragen der Lernenden dienten der Lernzielkontrolle in der jeweils darauffolgenden Stunde. Die Plakate wurden im Klassenzimmer ausgehängt. Die schriftlichen Themenstudien wurden abgegeben und nach Abschluss der Vortragsreihe und Überarbeitung durch die Lernenden an alle Schülerinnen und Schüler verteilt. Die schriftlichen Themenstudien konnten so zusätzlich zu individuellen Mitschriften während der Vorträge als verbindliche Grundlage für das weitere Vorgehen im Unterricht sowie für die Prüfungsvorbereitung dienen.

6.4.2 Untersuchungsmethoden

Ähnlich wie in der ersten Pilotstudie standen auch in dieser Pilotstudie Fragen der Durchführbarkeit und des Sammelns qualitativer Erfahrungen im Vordergrund. Als Erhebungsinstrument wurden daher wie in den ersten beiden Pilotstudien detaillierte Aufzeichnungen zum Verlauf des Unterrichts und zu Wahrnehmungen zur Arbeit in den Schülerteams sowie zu den gehaltenen Vorträgen der Schülerinnen und Schüler gewählt. Die eigenen Beobachtungen wurden während der Unterrichtszeit und auch jeweils unmittelbar nach den Unterrichtsstunden aufgezeichnet. Sie entstanden wie in der ersten Pilotstudie aus der Perspektive des an der Intervention beteiligten Lehrenden und stellen zeitnah festgehaltene Eindrücke dar.

Wahrnehmungen der Schülerinnen und Schüler, die in einer Feedbackrunde geäußert wurden, wurden ebenfalls durch Mitschriften dokumentiert.

6.4.3 Erfahrungsbericht

Die Themenstudienmethode in der gewählten Umsetzung zeigte sich unter den geschilderten Bedingungen des Regelunterrichts in der geplanten Form als prinzipiell durchführbar. Es konnten auch keine Anzeichen dafür festgestellt werden, dass sich das geringere Alter der Schülerinnen und Schüler negativ ausgewirkt hätte. Im Einzelnen konnten folgende Beobachtungen gemacht werden:

- Innerhalb der Lernumgebung war es den Schülerinnen und Schülern grundsätzlich möglich, die gestellten Aufgaben zu erfüllen. Festzustellen ist, dass von den Lernenden alle geforderten Vorträge und Ausarbeitungen erstellt wurden. Ein inhaltlicher Vergleich der Ausarbeitungen mit den Themenstudienmaterialien zeigt zwar eine gewisse Streuung hinsichtlich der Qualität und Verarbeitungstiefe (vgl. Kuntze & Reiss, 2004a), die zentralen Inhalte wurden aber in der Regel angesprochen und korrekt wiedergegeben. Insgesamt erwies sich die Aufgabenstellung an die Lernenden, mathematische Inhalte zu kommunizieren und sie schriftlich darzustellen, als im Anforderungsgrad angemessen.

- Der inhaltliche Vergleich der Ausarbeitungen der Schülerinnen und Schüler mit den Themenstudienmaterialien führte zu der Beobachtung, dass die mathematikbezogenen Inhalte meist sachlich richtig wiedergegeben wurden. Mit der Aufgabenstellung, zentrale Inhalte auszuwählen und diese in den Ausarbeitungen darzustellen, schienen die Lernenden unterschiedlich gut zurechtgekommen zu sein. Gewisse Defizite zeigten sich auch bei den schriftlichen Darstellungen der Lernenden in den Themenstudien. Hier wurden Schwächen beim Verbalisieren mathematischer Zusammenhänge beobachtet. Zudem war es für die Schülerinnen und Schüler offenbar ungewohnt, die eigenen Textproduktionen überarbeiten und nochmals abgeben zu müssen. Bei der Überarbeitung der Themenstudien dürften jedoch weitere Lerngelegenheiten entstanden sein. Andererseits zeichneten sich die Vorträge der Lernenden aus der Sicht der Lehrkraft meist durch eine hohe Qualität aus. Hier wurde beobachtet, dass insbesondere fachsprachliche Ausdrucksweisen, die in den Themenstudienmaterialien vorkamen, von den Lernenden erklärt und häufig benutzt wurden.
- Punktuell konnten Anzeichen für Schwierigkeiten der Lernenden auch bei der Zusammenarbeit im Team beobachtet werden. So beteiligte sich in einem Zweierteam ein Schüler nicht ausreichend an den gemeinsam zu erledigenden Arbeiten.

6.4.4 Diskussion, zusammenfassende Bemerkungen und Kritik

In der dritten Pilotstudie sollte untersucht werden, ob die Themenstudienmethode prinzipiell unter den Bedingungen des Regelunterrichts eingesetzt werden kann und welche Schwierigkeiten auftreten. Auf der Basis der gemachten Erfahrungen kann die grundsätzliche Einsetzbarkeit der Lernumgebung im Kontext des schulischen Regelunterrichts bejaht werden. Prinzipiell muss an dieser Stelle offen bleiben, welche Rolle diesbezüglich die gewählten jahrgangsstufengemäßen Anpassungen spielten. Eine Vermutung, die in Folgestudien (vgl. etwa Kapitel 8ff) zu untersuchen war, ist die, dass Themenstudienarbeit im Regelunterricht auch unter offeneren Bedingungen gelingen könnte.

In gewisser Weise wurden in der dritten Pilotstudie auch Hinweise auf Grenzen der Themenstudienmethode gefunden. So schien die Betonung des Darstellens neu gelernter Inhalte zwar zu einem Verknüpfen der neuen Inhalte mit dem mathematischen Vorwissen der Schülerinnen und Schüler geführt zu haben, das Einnehmen einer metawissenschaftlichen oder metabegrifflichen Perspektive konnte jedoch offenbar eher weniger angeregt werden.

Weitere Hinweise auf Schwierigkeiten ergaben sich hinsichtlich des kooperativen Arbeitens und mit Blick auf mögliche Schwächen bei der inhaltlichen Erarbeitung und schriftlichen Ausarbeitung der Themenstudien. Erkenntnisse, wie diesen möglichen Problemen begegnet werden könnte, sind von großem Interesse. In der dritten Pilotstudie scheint etwa das Anforderungsniveau der Lernumgebung eher nicht ursächlich für diese Schwierigkeiten zu sein: Die beobachteten interindividuellen Unterschiede könnten vielmehr bei aller notwendigen Vorsicht eher auf Unterschiede in intrapersonellen Dispositionen zurückgeführt werden, denn die Schwierigkeiten traten nur bei einigen Lernenden auf. Insgesamt ergibt sich hierzu jedoch zusätzlicher Forschungsbedarf.

Kritisch anzumerken ist zur dritten Pilotstudie, dass die geschilderten Anpassungen der Lernumgebung an den schulischen Kontext zu einer möglicherweise relativ starken inhaltlichen Steuerung der Lernenden geführt haben könnten. Metabegriffliche oder metawissenschaftliche Gedanken dürften für die Lernenden bei dieser Realisierung von Themenstudienarbeit eine deutlich untergeordnete Rolle gespielt haben.

Ein zweiter möglicher Kritikpunkt besteht darin, dass auf der Basis der Erfahrungen der dritten Pilotstudie kaum Rückschlüsse auf Effekte gezogen werden können, die mit der Lernumgebung zu assoziieren sind. Der Ertrag der dritten Pilotstudie ist damit in erster Linie unterrichtspraktischer und qualitativer Natur.

Für eine empirische Untersuchung, die Bedingungsvariablen und Einflussgrößen verständnisvollen Lernens mit einbezieht, erscheint es erforderlich, dass die Schülerinnen und Schüler parallel an einem gleichen Thema arbeiten, um so vergleichbare äußere Lernbedingungen für die einzelnen Lernenden zu erreichen. Insofern ist es für die Studie in Kapitel 7ff sinnvoll, gegenüber der Themenstudienarbeit der dritten (und auch der vierten) Pilotstudie eine diesbezüglich veränderte Setzung von Randbedingungen vorzunehmen.

Eine weitere Einschränkung der Übertragbarkeit der gemachten Erfahrungen ist darin zu sehen, dass die in dieser Pilotstudie erprobte Gestaltung der Lernumgebung vermutlich nicht für jedes Thema geeignet ist. Für zu diesem Konzept ähnliche Gestaltungen von Themenstudienarbeit erscheint es unter anderem erforderlich, dass die Inhalte in parallel bearbeitbare Einheiten aufgeteilt werden können. Eine mögliche Schwäche dieser Umsetzung könnte auch darin zu sehen sein, dass die jeweiligen Inhaltsbereiche von den Lernenden eher an Teilaspekten orientiert erkundet werden könnten und so ein metaperspektivischer Überblick der Lernenden wohl nur unter Schwierigkeiten erreicht werden kann.

Aus den Erfahrungen der dritten Pilotstudie konnten also erste Erfahrungen gewonnen werden, mit welchen Schwierigkeiten bei der Themenstudienarbeit unter den Bedingungen des Regelunterrichts zu rechnen ist. Außerdem ist zu vermuten, dass Themenstudienarbeit in der Schule auch unter offeneren Bedingungen als in der dritten Pilotstudie gelingen könnte.

6.5 Vierte Pilotstudie: Themenstudienarbeit zum Thema „Gebiete der „anderen“ Mathematik“ im Leistungskurs, 13. Jahrgangsstufe (Gymnasium)

Nachdem die ersten drei Pilotstudien eine Reihe von Erfahrungswerten und Erkenntnissen hervorgebracht hatten, die in ihrer Grundrichtung möglicherweise auch über das jeweilige Unterrichtsumfeld hinaus für den schulischen Unterricht Geltung haben könnten, wurde in einer vierten, kleineren Pilotstudie ausgelotet, in wie weit auch alternative Gestaltungsmerkmale für die Lernumgebung Themenstudienarbeit nutzbar gemacht werden könnten. Dieses Testen der „Grenzen“ der Themenstudienmethode wurde auf der inhaltlichen Ebene gepaart mit dem Untersuchungsinteresse, inwiefern sich eine metaperspektivische Herangehensweise als ein erster Zugang zu mathematischen Inhaltsbereichen eignet, die den Lernenden noch unbekannt sind. Gewählt wurden für die Themenstudienarbeit daher Inhaltsbereiche, die außerhalb des schulischen curricularen Kanons stehen.

Im Vordergrund standen damit die folgenden Untersuchungsschwerpunkte:

- Testen alternativer Konzeptionen bei den Gestaltungsmerkmalen von Themenstudienarbeit mit dem Ziel der Abgrenzung
- Erkundung der Eignung metaperspektivischen Darstellens als einer ersten Annäherung an noch unbekannte mathematische Inhaltsbereiche

6.5.1 Kurze Beschreibung der Konzeption der Lernumgebung

Diese Pilotstudie mit Schülerinnen und Schülern des Leistungskurses Mathematik der 13. Jahrgangsstufe ähnelte in gewisser Weise der Facharbeit, die die Lernenden in dieser Jahrgangsstufe anzufertigen haben. Da die Facharbeit sehr häufig als eine ausführliche Form einer Themenstudie angesehen werden kann (Kuntze, 2003b), bot sich für den Einsatz der Themenstudienarbeit die zusätzliche Zielsetzung an, diesbezügliche Arbeitstechniken der Schülerinnen und Schüler zu fördern. Um also eine Trainingsmöglichkeit für die Facharbeit anzubieten, wurde sowohl der Umfang der schriftlichen Themenstudie, als auch der zeitliche Arbeitsaufwand gegenüber der Facharbeit deutlich gekürzt.

Die Lernenden hatten die Aufgabe, sich zu mathematischen Teilgebieten, die nicht zum curricularen Kanon des Gymnasiums gehören, einen groben metaperspektivischen Überblick zu verschaffen. Damit ist gemeint, dass auf einer den Sachinhalten übergeordneten Ebene beschrieben werden sollte, welcher Natur Problemstellungen des betrachteten mathematischen Inhaltsbereichs sind, welche Begriffe eine Rolle spielen und welche Denkweisen für das jeweilige mathematische Teilgebiet typisch sind. Natürlich konnte es bei dieser Arbeit nur um eine erste Annäherung gehen. Diese sollte metaperspektivische Züge tragen.

Eine Maßnahme, die dieses metaperspektivische Arbeiten unterstützen sollte, war eine vorgegebene Obergrenze von vier Seiten für den Umfang der schriftlichen Themenstudien. Es sollten innerhalb dieses Rahmens zentrale Gedankengänge zum jeweiligen mathematischen Inhaltsbereich vorgestellt werden, die an Beispielen erläutert werden konnten. Längere darstellende Ausführungen zu Einzelinhalten waren innerhalb der vorgegebenen Seitenzahl jedoch nicht möglich.

Ähnlich wie bei der Facharbeit erarbeiteten die Schülerinnen und Schüler die Themenstudien in Einzelarbeit. Materialien, auf die sich die schriftliche Ausarbeitung und der vorzubereitende Vortrag stützten, mussten in der Regel in eigener Recherche von den Schülerinnen und Schülern zusammengetragen werden. Bei Bedarf gab die Lehrperson Hinweise auf einschlägige Literatur.

Der Leistungskurs, mit dem diese Pilotstudie im Schuljahr 2001/2002 durchgeführt wurde, bestand aus 8 Schülerinnen und 4 Schülern. In der Situation dieses Leistungskurses wurde mit der Themenstudienarbeit auch das Ziel verfolgt, den Schülerinnen und Schülern vor ihrem Abitur die Möglichkeit zu geben, gleichsam als „Blick über den Tellerrand“ ein Spektrum mathematischer Inhaltsbereiche, in denen verschiedene Facetten der Wissenschaft Mathematik repräsentiert sind, einblicksartig kennenzulernen.

Eine Übersicht über die konkrete Umsetzung der Themenstudienarbeit der vierten Pilotstudie findet sich in Tabelle 6.5.1.

Während der Erarbeitungsphase der Themenstudien und der Vorträge wurde in dieser Realisierung nur ein Teil einer Unterrichtsstunde zur Verteilung der Themen und zur Aufgabenstellung benötigt. Die Recherchetätigkeit, die Arbeit mit den recherchierten Materialien und die Ausarbeitung der Themenstudien erfolgten außerhalb des Unterrichts in Einzelarbeit. Im Umfeld der in diesem Zeitraum stattfindenden Unterrichtsstunden stand die Lehrperson für Fragen und Literaturtipps zur Verfügung. Die Vorträge der Schülerinnen und Schüler über die mathematischen Teilgebiete hatten einen Zeitrahmen von maximal 30 Minuten. Die Möglichkeit von Fragen im Anschluss an die Referate und eine kurze Abschlussdiskussion dienten auch dem gegenseitigen Feedback. Ähnlich wie in der dritten Pilotstudie mussten auch bei dieser Themenstudienarbeit die eigenen Texte von den Lernenden nötigenfalls überarbeitet

werden. Themenstudien, die in dieser vierten Pilotstudie entstanden waren, können im Internet eingesehen werden (Kuntze, 2002c).

4. Pilotstudie: Übersicht	Rahmenthema: „Die andere Mathematik“ (Themenstudienarbeit mit Schülerinnen und Schülern des Leistungskurses Mathematik, 13. Jahrgangsstufe, Schuljahr 2001/2002)
Sozialform: Einzelarbeit	
Verlauf / Einsatz der Materialien: <ul style="list-style-type: none"> ● Jede(r) Schüler(in) wählt ein mathematisches Teilgebiet (das außerhalb des schulischen Kanons liegt) aus einer Liste aus. ● Aufgabenstellung: Geben Sie in einem höchstens vierseitigen Essay wider, worum es sich in dem jeweiligen Teilgebiet dreht! Präsentieren Sie auch in einem Referat für Ihre Mitschüler(innen) typische Probleme und wichtige Begriffe des gewählten Teilgebiets! ● Schüler(innen) recherchieren frei, erhalten nötigenfalls Literaturtipps von der Lehrperson ● Schüler(innen) erarbeiten die Themenstudien, halten ihre Kurzvorträge (Obergrenze: 30 Minuten) und geben ihre schriftliche Themenstudie ab ● Diskussion mit Rückfragen, Rückmeldungen an Vortragende von Mitschüler(inne)n und von der Lehrperson ● Plenum: Abschlussdiskussion, Feedbackrunde ● Veröffentlichung der Arbeiten auf der Schulhomepage 	Bemerkungen: <ul style="list-style-type: none"> ● Themengebiete z.B. <ul style="list-style-type: none"> ■ Was ist Kryptologie? ■ Was ist Formale Begriffsanalyse? ■ Was ist Numerik? ■ Was ist Finanzmathematik? ■ Was ist Routenplanung? ■ Was ist Simulation? ■ Was sind Fraktale? ■ Was sagt die Theorie der Kugelpackungen? ■ Was ist Graphentheorie? ■ Was ist Knotentheorie? ■ Was ist Informationstheorie? ■ Was ist Statistik? ● Benotung als mündliche Leistung

Tab. 6.5.1: Übersicht über die Themenstudienarbeit der vierten Pilotstudie

6.5.2 Untersuchungsmethoden

Nachdem das Ziel dieser vierten Pilotstudie in erster Linie das Erproben alternativer Gestaltungsmöglichkeiten von Themenstudienarbeit war, wurden, wie in den drei anderen Pilotstudien auch, detaillierte Aufzeichnungen zu den Beobachtungen im Zusammenhang mit dieser Themenstudienarbeit gemacht. Diese beziehen sich aufgrund der Organisationsform der Themenstudienarbeit in erster Linie auf die Vorträge der Schülerinnen und Schüler und ihre schriftlichen Arbeiten. Die Aufzeichnungen entstanden wie in den anderen drei Pilotstudien aus der Perspektive des an der Intervention beteiligten Lehrers.

6.5.3 Erfahrungsbericht

Insgesamt konnte auch bei dieser Erprobung von Themenstudienarbeit im Leistungskurs Mathematik die prinzipielle Umsetzbarkeit der nach alternativen Gestaltungsmerkmalen konzipierten Lernumgebung festgestellt werden. Die gewählte Arbeitsform erwies sich als für die Lernenden hinsichtlich Anforderungsniveau und Anregungsgehalt geeignet. Die von den Lernenden geforderten Ausarbeitungen wurden von diesen angefertigt und entsprechende Präsen-

tationen mit Diskussion durchgeführt. Auch aus den Rückmeldungen der Schülerinnen und Schüler ergaben sich keine Hinweise auf Wahrnehmungen eines zu hohen Anforderungsniveaus in Verbindung mit der Lernumgebung.

Die schriftlichen Themenstudien (vgl. Kuntze, 2002c) wurden auch vor dem Hintergrund der Aufzeichnungen zu den Vorträgen und den nachfolgenden Diskussionen qualitativ daraufhin untersucht, inwiefern für die einzelnen Themenbereiche bedeutsame Inhalte ausgewählt worden waren und inwiefern metaperspektivische Gedanken mit den Ausführungen verknüpft wurden, um Orientierung über das jeweilige Teilgebiet zu geben. Zu beiden Aspekten war eine Streuung in der Qualität der Ausarbeitungen zu verzeichnen. Insgesamt ergab sich aus Sicht der Lehrkraft aber der Eindruck, dass die große Mehrheit der Lernenden sorgfältig individuelle Ergebnisse der eigenen Annäherung an die jeweiligen Themen ausgearbeitet hatte. Exemplarische Einzelinhalte wurden in aller Regel so vorgestellt, dass die Zuhörer der Präsentation und Leser der schriftlichen Ausarbeitung einen Einblick in das Thema gewinnen konnten. Auch metaperspektivische Gedanken zu den betrachteten mathematischen Inhaltsbereichen wurden oft integriert. Sofern metaperspektivisch orientierte Ausführungen gemacht wurden, waren in diesem Bereich aber auch gelegentliche Anzeichen für noch lückenhaftes Überblickwissen festzustellen.

6.5.4 Diskussion, zusammenfassende Bemerkungen und Kritik

Die Erfahrungen der vierten Pilotstudie deuten darauf hin, dass die gewählten alternativen Gestaltungsformen der Themenstudienarbeit zwar umsetzbar sind, jedoch insbesondere für den Einsatz in niedrigeren Jahrgangsstufen sorgsam geprüft werden sollten. Oft scheint die Umsetzung von Themenstudienarbeit in Partnerarbeit, auf der Grundlage einer Materialmappe mit einer Auswahl geeigneter Rohmaterialien und mit einer strukturierten Erarbeitungsphase mehr Unterstützung für die Lernenden zu bieten als es offensichtlich in der berichteten Lernumgebung der Fall war.

Im Sinne einer kritischen Reflexion der Erfahrungen dieser Pilotstudie sind folgende Aspekte zu nennen:

- Die gewählte Einzelarbeit bot zwar den Vorteil, dass in der Erarbeitungsphase der Themenstudien nur wenig Unterrichtszeit benötigt wurde. Dieser Vorteil wurde aber mit dem Nachteil erkauft, dass ein inhaltlicher Austausch zwischen den Lernenden im Zusammenhang mit der Arbeit an Rohmaterialien eher ausgeblieben sein dürfte. Die Möglichkeit des intersubjektiven Austauschs hätte die Lernenden jedoch möglicherweise in dieser Arbeitsphase unterstützen können. Es könnte sein, dass gerade für ein Vorbereiten von facharbeitsspezifischen Arbeitstechniken, wie es in der 11. oder 12. Jahrgangsstufe seinen Platz finden könnte, Elemente des intersubjektiven Austauschs als Bestandteil der Lernumgebung hilfreich sein könnten.
- Auch das freie Recherchieren von Materialien brachte mögliche Nachteile mit sich. Ähnlich wie in der zweiten Pilotstudie schien das Suchen geeigneter Quellen ein wenig zu Lasten anderer Arbeitsprozesse zu gehen. Eine weitere Beobachtung zur Recherche der Lernenden war die, dass oft nur eine oder zwei Quellen, wie zum Beispiel ein einschlägiges Fachbuch, herangezogen wurden. Offenbar erschien dieses Material den Lernenden als ausreichend für das Bearbeiten der Aufgabenstellung. Auch wenn bei einigen Themen tatsächlich auf der Basis einer geringen Anzahl an Quellen erfolgreich gearbeitet wurde, war gelegentlich eine stark von einer Quelle beeinflusste Sichtweise erkennbar.

Insgesamt ist daher zu überlegen, ob nicht eine Zusammenstellung mehrerer Rohmaterialienfragmente eine Unterstützung für ein stärkeres Einbeziehen verschiedener Sichtweisen, Kontexte und Perspektiven darstellen könnte.

- Den Lernenden schien es nicht leicht zu fallen, die geforderten metaperspektivischen Überblicke herzustellen. Dies könnte zum einen an der Aufgabenstellung liegen: Die Aufgabe, neues Wissen auf der Basis von Rohmaterialien aufzubauen und metaperspektivisch zu verarbeiten, könnte ein hohes Anforderungsniveau aufweisen. Zum anderen dürfte auch die Art der recherchierten und verwendeten Rohmaterialien dazu beigetragen haben, dass ein eher darstellendes Vorgehen nahegelegt wurde. Es scheint, dass je nach Inhaltsbereich eine Zusammenstellung geeigneter Rohmaterialien auch in diesem Punkt eine metaperspektivische Betrachtungsweise der Lernenden unterstützen könnte.

Insgesamt hat sich das metaperspektivische Darstellen für ein erstes Annähern der Lernenden an für sie noch unbekannte mathematische Themengebiete als grundsätzlich geeignet herausgestellt. Für die einzelnen Gestaltungsmerkmale der Lernumgebung, in der ein solches metaperspektivisches Darstellen angestrebt wird, sind jedoch die oben genannten Möglichkeiten der Unterstützung der Lernenden zu bedenken.

Abschließend sei kritisch angemerkt, dass die Erfahrungen dieser Pilotstudie hinsichtlich ihrer Übertragbarkeit vorsichtig zu bewerten sind. Ähnlich wie in der dritten Pilotstudie wäre es wünschenswert, zusätzliche Untersuchungen zu Lernergebnissen und Effekten der Lernumgebung anzustellen, um so die qualitativen Wahrnehmungen prüfen zu können.

6.6 Übersicht über wesentliche Merkmale der in den Pilotstudien erprobten Lernumgebungen

In den vorangegangenen Abschnitten wurden vier Pilotstudien zur Themenstudienarbeit und die jeweils gewonnenen Erfahrungen dargestellt. Dabei wurden verschiedene Merkmale der Lernumgebung variiert. In diesem Abschnitt wird ein Überblick über die veränderten Gestaltungsmerkmale gegeben. Dies dient dazu, die Pilotstudien gewissermaßen in einen Entscheidungsraum für das Gestalten von Themenstudienarbeit einzuordnen, dadurch eine Grundlage für die in Kapitel 7 diskutierte Konzeption der Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren zu schaffen und so Aspekte für die damit verbundene Gestaltung von Randbedingungen zusammenzustellen. Die im Folgenden besprochenen Merkmale entsprechen den in Abschnitt 5.4 dargestellten Gestaltungsdimensionen von Themenstudienarbeit.

Ein Gestaltungsmerkmal, das auch bereits für die Fallstudienmethode diskutiert wurde (vgl. Abschnitt 4.1.1) betrifft den Umfang der den Schülerinnen und Schülern zur Verfügung gestellten Materialien und die Rolle der eigenen *Recherche* der Lernenden. Das diesbezüglich in Abschnitt 4.1.1 vorgestellte Spektrum reicht von einem vollständigen vorgegebenen Materialienpaket analog zur „case study method“ ohne zusätzlicher Recherchemöglichkeit bis hin zu Lernumgebungen, in denen alle wesentlichen Informationen von den Lernenden selbst beschafft werden müssen, analog zur „case incident method“.

Mit beiden Ausprägungen dieser Gestaltungsdimension wurde in den Pilotstudien experimentiert. In der ersten und dritten Pilotstudie erhielten die Lernenden jeweils ein Materialienpaket, mit dessen Hilfe es möglich war, die jeweiligen Themenstudien zu erstellen. Demgegenüber bildete die Recherchetätigkeit der Lernenden in der zweiten und vierten Pilotstudie ein wesentliches Element der Lernumgebung (vgl. auch Tabelle 6.6.1).

Ein weiteres, in Abschnitt 5.4 diskutiertes Gestaltungsmerkmal ist in der möglichen *inhaltlichen Ausrichtung des Arbeitens* zu sehen: Themenstudienarbeit kann eher an einer metaperspektivischen Ausrichtung des Arbeitens orientiert sein oder stärker das Darstellen von Inhalten zum Ziel haben. In den Pilotuntersuchungen wurde in der ersten und vierten Pilotstudie eine metaperspektivische bzw. metawissenschaftliche Sichtweise auf den Inhaltsbereich verfolgt, während in der zweiten und dritten Pilotstudie eher das Darstellen von Inhalten, die meist für die Lernenden neu waren, im Vordergrund stand.

Diese Merkmalskonfiguration ist in Tabelle 6.6.1. schematisch dargestellt.

	Materialienpakete vorgegeben mit geringerem Anteil eigener Recherche	Eigenes Recherchieren von Materialien im Vordergrund
Betonung einer metaperspektivischen / metawissenschaftlichen Sicht auf die Inhalte	1. Pilotstudie	4. Pilotstudie
Betonung auf dem Darstellen von Inhalten	3. Pilotstudie	2. Pilotstudie

Tab. 6.6.1: Erfahrungen der Pilotstudien zu Dimensionen inhaltlichen Arbeitens und zur Rolle der einbezogenen Materialien

Charakteristika zum Merkmalsbereich „*verarbeiten, ordnen und beurteilen*“ versus „*erkunden, entdecken und erfinden*“ in Abschnitt 5.4 wurden innerhalb der Pilotstudien ebenfalls variiert. Meist arbeiteten die Lernenden in den Pilotstudien auf der Basis gegebener oder selbst gefundener fertiger Materialien. Lediglich im Rahmen der zweiten Pilotstudie erprobten einzelne Schülerteams (z.B. die Gruppe mit dem Thema „Hexaflexagone und Kaleidozyklen“) ein entdeckendes, erfindendes Vorgehen, bei dem - angestoßen durch wenige Rohmaterialien - Probleme erkundet und daraufhin Entdeckungs- oder Erkundungsprozesse in der Themenstudie dargestellt und diskutiert wurden.

Im Hinblick auf die Gestaltungsdimension der zu wählenden Sozialform ist festzustellen, dass in den ersten drei Pilotstudien jeweils ein *kooperatives Format* der Gruppen- bzw. der Partnerarbeit gewählt wurde. Mit *individuellem Arbeiten* wurde andererseits in der vierten Pilotstudie experimentiert.

Die letzte der in Abschnitt 5.4. besprochenen Gestaltungsdimensionen betrifft die Möglichkeit, Themenstudienarbeit entweder auf intensiven *mündlichen diskussionsartigen Austausch* auszurichten oder eher Formen *schriftlichen Verarbeitens* von Lernergebnissen zu betonen. In diesem Bereich wurden die zweite, die dritte und die vierte Pilotstudie so gestaltet, dass jeweils das Erstellen schriftlicher Produkte einen wichtigen Raum einnahm. Die parallel zu den schriftlichen Themenstudien von den jeweiligen Lernenden vorzubereitenden Vorträge hatten eher eine informierende Funktion für die anderen Schülerinnen und Schüler. Demgegenüber wurde in der ersten Pilotstudie ein am mündlichen Austausch orientiertes Verfahren gewählt: Die schriftlichen Themenstudien gingen hier erst aus dem Gespräch im Kursplenum hervor und stellten ein Ergebnisprotokoll zur Diskussion über gemeinsam ausgehandelte Lernergebnisse dar.

Einige kurze Bemerkungen zu weiteren Merkmalen, nach denen sich die Pilotstudien unterscheiden, seien noch angefügt. So sind Unterschiede hinsichtlich der *Zielgruppe* zu verzeichnen: In der ersten und zweiten Pilotstudie wurde mit speziell ausgewählten besonders begab-

ten Schülerinnen und Schülern gearbeitet, während die dritte und vierte Pilotstudie in einem schulischen Umfeld stattfanden. *Inhalte des gymnasialen Lehrplans* wurden nur in der dritten Pilotstudie in Themenstudienarbeit bearbeitet.

Unterschiede ergeben sich auch hinsichtlich des *zeitlichen Umfangs* der Themenstudienarbeit: Die erste und zweite Pilotstudie wiesen einen höheren Umfang an Unterrichtszeit auf als die Themenstudienarbeit in der dritten und vierten Pilotstudie.

Schließlich ist für alle vier Pilotstudien zu bemerken, dass jeweils *verschiedene Themen parallel* von verschiedenen Lerngruppen bzw. Lernenden bearbeitet wurden. Ein paralleles Arbeiten an einem gleichen Thema wurde innerhalb der Pilotstudien noch nicht realisiert. Eine solche Themenstudienarbeit erfordert offenbar eine von den Pilotstudien abweichende Gestaltung der Endphase der Unterrichtssequenz, die diesem Gestaltungsmerkmal Rechnung trägt. Die Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren, die in Kapitel 7ff beschrieben wird, weist ein derartiges Design auf.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass im Rahmen der vier Pilotstudien mit allen Ausprägungen der in Abschnitt 5.4 angesprochenen Gestaltungsdimensionen experimentiert wurde. Auch wenn die Gestaltungsdimensionen nicht unabhängig voneinander variiert wurden, so können dennoch vorsichtige Einzelvergleiche ein breiteres Erfahrungsspektrum mit möglichen Setzungen von Randbedingungen der Themenstudienarbeit erschließen. Auf diese Erfahrungen können die Entscheidungen im Zusammenhang mit der Konzeption der Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren im folgenden Kapitel zurückgreifen.

6.7 Abgeleitete Forschungsdesiderata

In diesem Kapitel wurden Erfahrungen beschrieben, die mit Themenstudienarbeit gemacht wurden. Auf qualitativer Ebene zeichneten sich dabei bereits einige Vermutungen über Auswirkungen der Themenstudienarbeit ab. In der zweiten Pilotstudie konnte auch erste quantitative empirische Evidenz zu vermuteten Zusammenhängen gefunden werden. Diese Befunde beziehen sich jedoch auf Themenstudienarbeit mit besonders begabten Schülerinnen und Schülern. Nachdem es also erste Anzeichen dafür gibt, dass Themenstudienarbeit auch im schulischen Rahmen eine anregende Lernumgebung darstellen könnte, ergibt sich das folgende Forschungsinteresse:

Es ist zu untersuchen, ob die Lernumgebung „Themenstudienarbeit“ unter den Bedingungen des gymnasialen Mathematikunterrichts tatsächlich verständnisvolles Lernen fördern kann. Dazu sollten Effekte im Zusammenhang mit Variablen der Schulleistung und diesbezüglichen Einflussgrößen untersucht werden. Von Interesse sind insbesondere auch Komponenten eines inhaltsbereichsspezifischen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses der Lernenden. Die durchzuführende Studie sollte dazu eine ausreichend aussagekräftige Stichprobe an Lernenden umfassen. Die Intervention sollte von unabhängigen Lehrpersonen durchgeführt werden.

Von Interesse ist auch die Frage nach der möglichen Zielgruppe der Themenstudienarbeit. Es wird entsprechend der positiven Erfahrungen der dritten Pilotstudie und abweichend von Empfehlungen zu Vorläufer-Lernumgebungen wie der ETH-Fallstudie versucht werden, bereits mit Schülerinnen und Schülern der 8. Jahrgangsstufe zu arbeiten.

Als Inhaltsbereich für die Themenstudienarbeit wird das Thema „Beweisen und Argumentieren“ gewählt, dessen prinzipielle Eignung für diese Lernumgebung sich in der ersten Pilotstudie gezeigt hatte. Dieser Inhaltsbereich zeichnet sich dadurch aus, dass metabegriffliches Wis-

sen von großer Bedeutung ist und hier nach den Befunden mehrerer Studien besonderer Förderbedarf besteht.

Diese bereichsspezifischen Erkenntnisse werden im folgenden Kapitel zusammen mit Gedanken zur Konzeption der Lernumgebung besprochen.

7 Konzeption einer Themenstudienarbeit zum Thema „Beweisen und Argumentieren“

In diesem Kapitel wird die Konzeption einer Themenstudienarbeit zum Inhaltsbereich „Beweisen und Argumentieren“ beschrieben. Diese Lernumgebung soll sich zum Einsatz in der 8. Jahrgangsstufe eignen.

Dafür ist es nötig, auf dieses Thema bezogene Grundlagen zu klären, die die Konzeption der Lernumgebung mitbestimmen. In Abschnitt 7.1 werden daher zunächst mathematische und mathematikdidaktische Aspekte im Zusammenhang mit dem Beweisen und Argumentieren angesprochen.

Ein Kompetenzmodell für das mathematische Beweisen und Argumentieren, sowie Bedingungsfaktoren für Beweis- und Argumentationskompetenz werden in Abschnitt 7.2 vorgestellt. In einem interdisziplinären Rahmen wird in Abschnitt 7.3 ein Überblick über Komponenten des Inhaltsbereichs „Beweisen und Argumentieren“ gegeben, da diese Überlegungen der Auswahl inhaltlicher Bestandteile der entwickelten Materialien zugrunde gelegt wurden.

Wichtige Merkmale und Voraussetzungen des konkreten unterrichtlichen Umfelds der Lernenden in der 8. Jahrgangsstufe werden im Rahmen einer kurzen Lehrplan- und Schulbuchanalyse in Abschnitt 7.4 untersucht, bevor in Abschnitt 7.5 auf der Basis der in den ersten vier Abschnitten dieses Kapitels besprochenen Voraussetzungen die Konzeption der Themenstudienarbeit mit dem Titel „Gebt mir Beweise“ vorgestellt und erörtert wird.

Forschungsfragen und Vermutungen im Zusammenhang mit der Erprobung dieser Lernumgebung enthält Abschnitt 7.6.

Die Konzeption der Lernumgebung zum Beweisen und Argumentieren kann sich auf gründliche didaktische Vorarbeiten zu diesem Inhaltsbereich stützen, die in der mathematikdidaktischen Literatur ausgearbeitet sind (für einen Überblick vgl. z.B. Knipping, 2003, Kapitel 3). Da ein zentrales Interesse der vorliegenden Arbeit die Erprobung und Erkundung der Themenstudienarbeit unter lehr- und lerntheoretischen Gesichtspunkten ist, wie sie in den Kapiteln 1 bis 5 dargestellt wurden, wird solchen Fragestellungen im Folgenden exemplarisch am Beispiel des Beweisens und Argumentierens nachgegangen.

Zu diesem Zweck werden zunächst Theorieelemente zum Beweisen und Argumentieren dargestellt, die für die vorliegende Untersuchung der Lernumgebung Themenstudienarbeit von besonderer Bedeutung sind.

7.1 Beweisen und Argumentieren in der Mathematik und im Mathematikunterricht

Für die Konzeption einer Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren ist zunächst zu klären, worum es sich bei diesem Inhaltsbereich handelt. Es wurde bereits angesprochen, dass die Praxis des Beweisens und Argumentierens ein charakteristischer Bestand-

teil der wissenschaftlichen Fachkultur der Mathematik ist. Aus diesem Grund wird in diesem Abschnitt nach einer kurzen Begriffsklärung in Abschnitt 7.1.1 zunächst schlaglichtartig die Bedeutung des Beweises für die mathematische Fachpraxis angesprochen (vgl. Abschnitt 7.1.2). Die Bedeutung, die das Beweisen und Argumentieren im Mathematikunterricht haben sollte, wird in Abschnitt 7.1.3 anhand von Zielvorstellungen in Bildungsstandards aufgezeigt. Dieser Abschnitt gibt auch einen kurzen Überblick über aktuelle Fragen zum Beweisen im Mathematikunterricht, die in der Mathematikdidaktik diskutiert wurden: Zu nennen sind hier Gedanken zum Stellenwert formaler Argumentationen im Mathematikunterricht, Überlegungen zur Rolle von Beweisprozessmodellen und Vorschläge, ob und inwiefern Darstellungen zu Funktionen des Beweises in den Mathematikunterricht integriert werden könnten.

7.1.1 Begriffsbestimmungen

In diesem Abschnitt werden kurz die Begriffe „Beweisen“ und „Argumentieren“ in dem in dieser Arbeit zugrundegelegten Verständnis näher beschrieben. Ausgegangen wird bei diesen Überlegungen von den Definitionen in Knipping (2003).

Knipping beschreibt „Argumentation“ als „Folge von Äußerungen [...], in der ein Geltungsanspruch formuliert wird und Gründe mit dem Ziel vorgebracht werden, diesen Geltungsanspruch rational zu stützen“ (Knipping, 2003, S. 34). Den Begriff „Beweis“ definiert Knipping (2003) wie folgt:

„Unter einem Beweis soll [...] eine Folge von öffentlichen Geltungsansprüchen verstanden werden, in der schrittweise die Gültigkeit von mathematischen Aussagen begründet wird“ (Knipping, 2003, S. 19)

Knipping bemerkt hierzu präzisierend:

„Geltungsansprüche sind eine öffentliche Angelegenheit, die Gültigkeit von Begründungen wird sozial ausgehandelt und ist durch eine soziale Gemeinschaft bestimmt. Was als Beweis akzeptiert bzw. nicht als Beweis akzeptiert wird, ist auch abhängig von der jeweiligen Gemeinschaft, in der ein Beweis formuliert wird.“ (Knipping, 2003, S. 19)

Dieser Definition kann in der vorliegenden Arbeit insofern zugestimmt werden, als in ihr ein *interdisziplinärer Beweisbegriff* zutreffend beschrieben wird.

Für eine Definition *mathematischer Beweise* ist zur Charakterisierung von Knipping jedoch hinzuzufügen, dass sich die Gültigkeit und Akzeptierbarkeit von Geltungsansprüchen letztlich nach der Praxis des Beweises in der Wissenschaft Mathematik richten muss. Dies bedeutet insbesondere, dass Beweise im Mathematikunterricht im Grunde auch unter fachwissenschaftlicher Perspektive korrekte deduktive Argumentationsketten darstellen oder zu solchen umformulierbar sein müssen, um als „Beweise“ oder „*mathematische Begründungen* für Aussagen“ bezeichnet werden zu können.

Eine entsprechende Orientierung an der wissenschaftlichen Praxis der Disziplin Mathematik ist auch für das *mathematische Argumentieren* von Bedeutung. So können vorgebrachte Gründe zur Stützung eines Geltungsanspruchs zwar beispielsweise aus einer induktiven Tätigkeit des Explorierens erwachsen sein, sollten jedoch im hier vertretenen Begriffsverständnis auch unter der Perspektive der Wissenschaft Mathematik valide Gesichtspunkte darstellen. Insgesamt richtet sich das Begriffsverständnis des mathematischen Beweises und Argumentierens in dieser Arbeit also nach der wissenschaftlichen Fachpraxis von Mathematikerinnen und Mathematikern, wie sie auch im folgenden Abschnitt noch etwas näher beschrieben wird. Schließlich sei angemerkt, dass im Folgenden anders als bei der oben festgelegten Bedeutung des Begriffes „*mathematische Begründung*“ stellenweise auch der Terminus „*Begründung*“ in

einem eher alltagssprachlichen Sinne verwendet wird: Gemeint sind hier Formulierungen zu kausalen Zusammenhängen wie „die Schülerin begründet ihre Sichtweise mit dem Zitat ...“.

7.1.2 Beweisen in der Mathematik

Ziel dieses Abschnittes ist es, die Bedeutung des Beweisen in der Wissenschaft Mathematik zu skizzieren. Dazu wird exemplarisch auf Beschreibungen von Elementen der Fachpraxis Bezug genommen, wie beispielsweise dem Entwickeln von Beweisen.

Die Wissenschaft Mathematik unterscheidet sich von anderen wissenschaftlichen Disziplinen ganz wesentlich durch die Art, wie Ideen und Gedankengänge argumentativ vertreten und fundiert werden müssen. Innerhalb der mathematischen Fach-Community besteht dabei im Großen und Ganzen ein weltweiter Konsens, welches Wissen allgemein als korrekt begründet anzusehen ist. Dieser Konsens wird durch Standards für Beweis- und Begründungsverfahren erreicht, die innerhalb der mathematischen Fach-Community im Wesentlichen geteilt werden (Heintz, 2000; Manin, 1977).

Eine Reihe von Mathematikerinnen, Mathematikern, Mathematikdidaktikerinnen und Mathematikdidaktikern charakterisieren die Mathematik aus diesem Grund als „beweisende Wissenschaft“ (z.B. Reiss, Hellmich & Reiss, 2002; vgl. auch Hanna, 2000; Dörfler & Fischer, 1979). Dadurch kommt zum Ausdruck, dass das Beweisen als sehr wesentlicher Bestandteil mathematischer Fachkultur anzusehen ist. Tatsächlich ist das Beweisen als eine Tätigkeit anzusehen, die aus der fachbezogenen wissenschaftlichen Sozialisation von Mathematikerinnen und Mathematikern nicht wegzudenken ist. Um die Praxis des Beweisen als integralen Bestandteil mathematischer Wissenschaftspraxis zu beschreiben, werden im Folgenden zwei aussagekräftige Bereiche herausgegriffen. Es sind dies Betrachtungen zu Funktionen des Beweisen einerseits und zur Entwicklung von Beweisen andererseits.

Die Rolle, die Beweise in der Mathematik spielen, versuchen Bell (1976), Hanna (1983, 1990, 2000), De Villiers (1990, 1999) und Schoenfeld (1994) über ihre Beschreibung von Beweisfunktionen („*functions of proof*“) zu klären. Demnach kommt Beweisen nicht nur die Funktion zu, die Wahrheit einer Aussage zu belegen, sondern auch, zu erhellen und zu erklären, warum diese Aussage gilt und in welcher Beziehung sie zu bereits bekannten Sachverhalten und Axiomensystemen steht. Außerdem bestehen wichtige Funktionen von Beweisen darin, neue Zusammenhänge zu entdecken, neue mathematische Begriffe zu entwickeln, Inhalte in neuen Zusammenhängen zu sehen und schließlich, mathematische Inhalte zu kommunizieren und zu tradieren. Auf Implikationen dieser Gedanken zu Beweisfunktionen für den Mathematikunterricht wird in Abschnitt 7.1.3 eingegangen. Dort werden auch einzelne Funktionen des Beweisen im Zusammenhang mit einem Kategoriensystem näher besprochen.

Dem Beweisen kommen also in der Mathematik vielfältige Funktionen zu, die sich unter anderem auf die Entstehung und auf die Weitergabe mathematischen Wissens erstrecken.

Weiteren Aufschluss über die Gebräuchlichkeiten der Fach-Community im Zusammenhang mit dem Beweisen geben Beweisprozessmodelle. So beschreibt Boero (1999) die Art und Weise, wie neue Beweise in der Mathematik von Expertinnen und Experten entwickelt werden. In diesem Modell der Entwicklung von Beweisen werden die Denk- und Arbeitsprozesse der Expertinnen und Experten sechs „Phasen“ zugeordnet:

- Die erste Phase bildet die Exploration der Problemstellung. Während dieser Erkundungs- und Orientierungsphase wird eine Vermutung (Hypothese) entwickelt und es werden mögliche Argumente dafür gesucht und erkannt.

- In der zweiten Phase wird die gewonnene Hypothese gemäß der jeweiligen mathematischen Konventionen formuliert.
- Diese nunmehr formal fassbare Hypothese wird in der dritten Phase ebenso erkundet wie mögliche Argumentverknüpfungen.
- Die vierte Phase besteht in einer Auswahl von Argumenten und deren Verbindung und Anordnung in einer Kette von Deduktionsschlüssen.
- Erst in der fünften Phase werden die Argumente so niedergelegt, dass ein Beweis entsteht. Da sich Boero auf die Entwicklung von Beweisen durch die „Expert(inn)en“ bezieht, soll der in dieser Phase erarbeitete Beweis mathematischen Standards (z.B. der Publikation) entsprechen.
- In einer nicht immer durchlaufenen sechsten Phase kann der Beweis an einen formalen Beweis angenähert werden.

Zu den Phasen ist anzumerken, dass das Modell Boeros nicht als linearer Prozess gemeint ist, sondern einzelne Phasen sehr lange dauern oder aber entfallen können. Auch ein wiederholtes Durchlaufen einzelner Phasenabfolgen ist möglich.

Beispielsweise kann ein derartiges, wiederholtes Durchlaufen verschiedener Phasenabfolgen beim Entwicklungsprozess des Beweises des Satzes von Fermat beobachtet werden (zur Entstehungsgeschichte dieses Beweises vgl. Singh, 1998): Im Laufe der Zeit wurden unter der Beteiligung verschiedener Mathematikerinnen und Mathematiker verschiedenste mögliche Argumentverknüpfungen erkundet und deduktive Argumentationsketten für Teilergebnisse aufgestellt. Selbst nach einer ersten Vorstellung eines Beweises nach mathematischen (Publikations-)Standards durch Andrew Wiles fand aufgrund der Entdeckung einer Beweislücke ein Rücksprung in die dritte Phase nach Boero statt, um Argumentationsmöglichkeiten zu erkunden, die zu einer Behebung der Lücke in der ersten Argumentation führte (vgl. Singh, 1998).

Auffällig an Boeros Modell ist die besondere Betonung explorativer Elemente im Beweisentwicklungsprozess: Offenbar bilden ausgedehnte Reflexions- und Erkundungsprozesse eine wichtige Grundlage für das Aufstellen einer deduktiven Argumentationskette, die als fertiger Beweis anerkannt werden kann.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass das Beweisen innerhalb der Mathematik eine zentrale Rolle spielt und durch innerfachlich geteilte Standards, Strategien und Verhaltensweisen der Expertinnen und Experten geprägt wird. Solche Verhaltensweisen werden auch bei der Charakterisierung der Funktionen von Beweisen oder in Beweisprozessmodellen beschrieben. Es stellt sich die Frage, ob und wie diese Bestandteile mathematischer Wissenschaftspraxis in den Mathematikunterricht integriert werden sollen und können.

7.1.3 Beweisen im Mathematikunterricht

In Abschnitt 7.1.2 wurde dargelegt, dass charakteristische Wesensmerkmale des mathematischen Beweises als wesentlicher Teil der wissenschaftlichen Fachpraxis der Mathematik anzusehen sind. In diesem Abschnitt wird überlegt, inwiefern diese Zusammenhänge im Mathematikunterricht deutlich werden sollten.

Dazu wird ein Überblick über den Stand der Diskussion zu ausgewählten didaktischen Fragestellungen zum Beweisen und Argumentieren gegeben. Es wird zunächst kurz erörtert, inwiefern Beweisen und Argumentieren als wichtiges Lernziel für den Mathematikunterricht gesehen wird. Mit den Zielvorstellungen der zitierten Standards steht auch die Sichtweise im Zu-

sammenhang, dass mit präformalen Elementen des Argumentierens im Mathematikunterricht tolerant umgegangen werden sollte. Eine weitere mathematikdidaktische Diskussion betrifft die Rolle, die explorative Schritte als Bestandteil von Beweisprozessen bei der Erarbeitung von Argumentationsketten im Unterricht spielen sollten. Gedanken zum Thematisieren von Funktionen des Beweises im Mathematikunterricht führen zu einer Analyse der in der Literatur verwendeten Kategorisierungen von Beweisfunktionen. Diese Aspekte stellen einen ersten Teil der mathematikdidaktischen Theorieelemente zum Beweisen und Argumentieren dar, auf die die vorliegende Arbeit aufbaut.

Beweisen und Argumentieren als Lernziel und wichtiger Bestandteil mathematikbezogener Wissens

Es war in den letzten Jahrzehnten nicht unumstritten, ob und bis zu welchem Grad mathematisches Beweisen Gegenstand des schulischen Mathematikunterrichts sein sollte. Nach Phasen, in denen das Beweisen und Argumentieren als weniger wichtig erachtet wurde, wird die Bedeutung mathematischen Beweises auch für den Mathematikunterricht in den vergangenen Jahren wieder verstärkt wahrgenommen. Als Anzeichen für diese Entwicklung seien die „Principles and Standards“ des National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) genannt, eine von Wissenschaftlerinnen, Wissenschaftlern und Lehrkräften in einem breit angelegten Diskussionsprozess erarbeitete Zusammenstellung inhaltlicher und methodischer Ziele des Mathematikunterrichts. Die aktuellen „Principles and Standards“ räumen dem Beweisen und Argumentieren weit größere Bedeutung ein als dies in früheren Formulierungen von Zielen des Mathematikunterrichts der Fall war. So sollten nach den „NCTM Standards of Teaching Mathematics“ von 1989 (NCTM, 1989), der Vorgängerversion der „Principles and Standards“ (NCTM, 2000), nur diejenigen Schülerinnen und Schüler mathematische Beweise entwickeln und konstruieren können, die ein Studium anstreben.

Die „Principles and Standards for School Mathematics“ des NCTM (2000) formulieren in Form ihrer *Standards* Zielvorstellungen für den Mathematikunterricht, die sich auf die ganze Schullaufbahn der Schülerinnen und Schüler erstrecken sollen. Einer der zehn Standards betrifft das Beweisen und Argumentieren („Reasoning and Proof“) und wird folgendermaßen charakterisiert:

„Instructional programs from prekindergarten through grade 12 should enable all students to –

- recognize reasoning and proof as fundamental aspects of mathematics;
- make and investigate mathematical conjectures;
- develop and evaluate mathematical arguments and proofs;
- select and use various types of reasoning and methods of proof.“ (NCTM, 2000, S. 56)

Dabei wird das Beweisen und Argumentieren als wesentlicher Bestandteil verständnisvollen Lernens von Mathematik aufgefasst:

„Being able to reason is essential to understanding mathematics. By developing ideas, exploring phenomena, justifying results, and using mathematical conjectures in all content areas and – with different expectations of sophistication – at all grade levels, students should see and expect that mathematics makes sense.“ (NCTM, 2000, S. 56)

Weiter wird gefordert, dass das Beweisen und Argumentieren umfassend und jahrgangsstufenübergreifend thematisiert werden soll und mit möglichst vielen verschiedenen Wissensbereichen zu verknüpfen ist:

„Reasoning and proof cannot simply be taught in a single unit on logic, for example, or by “doing proofs“ in geometry. [...] Reasoning and proof should be a consistent part of students’ mathematical experience in prekindergarten through grade 12. Reasoning mathematically is a habit of mind, and like all habits, it must be developed through consistent use in many contexts.“ (NCTM, 2000, S. 56)

Im Vergleich mit deutschen Lehrplänen gehen diese Zielvorstellungen sehr weit (vgl. Abschnitt 7.4): Der Standard „*reasoning and proof*“ betrifft alle Jahrgangsstufen und erstreckt sich im Prinzip auf alle Inhaltsgebiete.

In wesentlichen Zügen orientiert an den Standards des NCTM (2000) formulieren die Bildungsstandards der KMK (KMK, 2003) mathematische Kompetenzen, Standards und Leitideen für den Mathematikunterricht. Zu den mathematischen Kompetenzen, die ähnlich wie in den NCTM-Standards als „relevant für alle Ebenen des mathematischen Arbeitens“ bezeichnet werden (KMK, 2003, S. 11), gehört der Bereich „mathematisch argumentieren“, der folgende Komponenten umfasst:

- „ - Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind („Gibt es ...?“ , „Wie verändert sich ...?“ , „Ist das immer so ...?“) und Vermutungen begründet äußern,
- mathematische Argumentationen entwickeln (wie Erläuterungen, Begründungen, Beweise),
- Lösungswege beschreiben und begründen.“ (KMK, 2003, S. 11)

Die „allgemeinen Kompetenzen im Fach Mathematik“ der KMK-Bildungsstandards, zu denen auch das mathematische Argumentieren gehört, beschreiben Fähigkeiten, über die die Schülerinnen und Schüler mit dem Erwerb des Mittleren Schulabschlusses verfügen sollen. Während die „Principles and Standards“ des NCTM (2000) einen erwünschten Idealzustand beschreiben, verstehen sich die Kompetenzen und Standards der KMK (2003) als verbindliche Regelanforderungen an schulisches Lernen, zu denen auch der Aufbau von Fähigkeiten des Argumentierens gehört. Wie aus der oben zitierten Passage hervorgeht, wird also die Kompetenz der Lernenden, Erläuterungen oder Beweise zu entwickeln, als eine derartige Regelanforderung angesehen. Der Bedeutungsumfang der Kompetenz „mathematisch argumentieren“ wird nach den drei Anforderungsbereichen „reproduzieren“, „Zusammenhänge herstellen“ und „verallgemeinern und reflektieren“ noch genauer ausdifferenziert (KMK, 2003, S. 18):

Reproduzieren	Zusammenhänge herstellen	Verallgemeinern und Reflektieren
Mathematisch argumentieren Dazu gehört:		
<ul style="list-style-type: none"> - Routineargumentationen wiedergeben (wie Rechnungen, Verfahren, Herleitungen, Sätze, die aus dem Unterricht vertraut sind) - mit Alltagswissen argumentieren 	<ul style="list-style-type: none"> - überschaubare mehrschrittige Argumentationen erläutern oder entwickeln - Lösungswege beschreiben und begründen - Ergebnisse bzgl. ihres Anwendungskontextes bewerten - Zusammenhänge, Ordnungen und Strukturen erläutern 	<ul style="list-style-type: none"> - komplexe Argumentationen erläutern oder entwickeln - verschiedene Argumentationen bewerten - Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind und Vermutungen begründet äußern

(KMK, 2003, S. 18)

Anhand dieses Auszugs aus den „Bildungsstandards für den mittleren Schulabschluss“ wird deutlich, dass in der Zielsetzung der KMK (2003) verschiedenartige Kenntnisse und Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler zum mathematischen Argumentieren und Beweisen angestrebt werden. Es werden insbesondere auch Komponenten von Metawissen zum mathematischen Beweisen mit angesprochen: Beispielsweise sind solche im Zusammenhang mit dem Punkt „verschiedene Argumentationen bewerten“ vorauszusetzen (vgl. hierzu auch die Abschnitte 7.2.2 und 7.2.4).

Ausgewählte, in der Didaktik diskutierte Fragestellungen im Zusammenhang mit dem Beweisen und Argumentieren

Argumentieren und Beweisen ist auf der Basis dieser Ausführungen als ein wesentliches Lernziel des Mathematikunterrichts anzusehen. Im Zusammenhang mit dem Beweisen und

Argumentieren ergeben sich spezifische mathematikdidaktische Problematiken. Zu drei wichtigen Bereichen wird im Folgenden der Stand der Diskussion zusammengefasst.

a. Formale, präformale und experimentelle Beweise

Nach den Zielvorstellungen der NCTM-Standards (2000) soll beim Argumentieren und Beweisen ein altersgemäßes Niveau sprachlicher bzw. formaler Genauigkeit angestrebt werden. Die Frage, wie präzise und formalsprachlich-symbolisch Beweise im Mathematikunterricht abgefasst werden sollen, d.h. welche Rolle die Verwendung formaler Ausdrucksweisen beim Führen von Beweisen im schulischen Unterricht spielen sollte, führte in der Vergangenheit zu kontroversen Diskussionen in der Mathematikdidaktik (vgl. etwa Hanna, 1997, 2000). Mit dieser Kontroverse verbunden war auch die Frage, inwiefern formale Beweise im Unterricht überhaupt angestrebt werden sollten oder ob nicht vielmehr beispielsweise auch so genannte experimentelle Beweise, d.h. etwa ein induktives Schließen aus überprüften Einzelfällen, zulässig sein sollten.

Von Wittmann und Müller (1988a, 1988b) wurden „inhaltlich-anschauliche Beweise“ für den Unterricht vorgeschlagen. Diese inhaltlich-anschaulichen Beweisverfahren nutzen Annahmen, die nicht formal bewiesen sind, um mit plausiblen Folgerungen die Wahrheit von Behauptungen zu begründen. Oft können Einsichten in das zugrunde liegende Problem mit inhaltlich-anschaulichen Beweisen in besonderer Weise unterstützt werden. Die Methode des inhaltlich-anschaulichen Beweisens wird von Blum und Kirsch (1991, 1989) kritisch diskutiert, verfeinert und weiterentwickelt. Insbesondere wird gefordert, dass inhaltlich-anschauliche Beweise tatsächlich zu korrekten formalen Beweisen ausgebaut werden können sollen. Im Bereich der Analysis (vgl. auch Blum & Kirsch, 1979) geben Blum und Kirsch ein Beispiel für eine plausible und anschauliche Argumentation, die nicht als Beweis gelten kann. In der Folge plädieren Blum und Kirsch für ein „präformales Beweisen“, in dem nicht formal argumentiert wird, sondern die Einsicht in das Beweisproblem im Vordergrund steht. Die Beweise sollen aber prinzipiell zu formalen Beweisen gemacht werden können (vgl. hierzu auch Abschnitt 7.1.1).

Vor dem Hintergrund der Frage, welche Begründungsverfahren in der Wissenschaft und im Unterricht als Beweise angesehen werden können, vertritt Knipping (2003) in ihrer Dissertation einen alternativen, recht offenen Beweisbegriff (vgl. Abschnitt 7.1.1). Diese Begriffsbestimmung orientiert sich an wissenschaftstheoretischen Überlegungen von Lakatos (1976) zum Beweisen in der Mathematik. Lakatos nimmt den Standpunkt ein, dass Beweise in der Mathematik ähnlich wie theoretische Modelle in den Naturwissenschaften prinzipiell als revidierbar anzusehen seien. Ein Beweis wäre damit in erster Linie auf das Überzeugen einer Fach-Community ausgerichtet und könnte möglicherweise sogar durch zusätzliche Evidenz widerlegt werden. Dieser Standpunkt führt in seiner Übertragung auf die „Fach-Community“ im Klassenraum dazu, dass auch Geltungsansprüche als „Beweise“ bewertet werden könnten, die in der wissenschaftlichen Fachgemeinschaft nicht als solche anerkannt würden. Ein Beispiel wären die oben angesprochenen „experimentellen Beweise“. Zu diesem Begriffsverständnis wurden in Abschnitt 7.1.1 abgrenzende Bemerkungen gemacht.

Mit dem formalen Beweisen im Zusammenhang steht die Frage nach dem Stellenwert formalsprachlicher Formulierungsanforderungen von Argumentationen. Dass diese Frage weiterhin Aktualität besitzt, wird auch anhand der Ergebnisse einer Analyse von Lehrbuchliteratur in Abschnitt 7.4.2 erkennbar: Die formalsprachlichen Anforderungen bei der Formulierung von Beweisen sind in den untersuchten Schulbüchern in aller Regel hoch und scheinen in den vorangehenden Kapiteln der Lehrwerke meist nicht mit der später geforderten Intensität vorbereitet zu werden. Da Vorwissen für nachfolgenden Wissensaufbau von großer Bedeutung ist (vgl. Kapitel 2), könnten sich daraus Probleme für das Lernen der Schülerinnen und Schüler im Unterricht ergeben. Einige Beispiele für Äußerungen formalistisch geprägter und schema-

orientierter Schülervorstellungen, die möglicherweise auch von Schulbüchern mit begünstigt worden sein könnten, wurden in Kuntze (2004a) vorgestellt.

b. Explorative Schritte als wesentliche Bestandteile des Beweisprozesses

Ein weiterer Fokus des Standards „Argumentieren und Beweisen“ des NCTM (2000) ist die Forderung, durch explorative Arbeitsschritte die Fähigkeit der Schülerinnen und Schüler zu fördern, Beweise entwickeln zu können („developing ideas, exploring phenomena, justifying results“... , vgl. das Zitat oben (NCTM, 2000, S. 56)). Hier treffen sich die NCTM-Standards (2000) mit den Gedanken von Boero (1999) zur Entwicklung von Beweisen, sofern man letztere auf den Mathematikunterricht überträgt (vgl. Abschnitt 7.1.2). Das Wissen darüber, wie Beweise in der Mathematik entstehen, könnte nicht nur dazu beitragen, dass die Lernenden Wesensmerkmale der Beweisentwicklung als Bestandteil mathematischer Fachpraxis zutreffender wahrnehmen können. Es könnte die Schülerinnen und Schüler darüber hinaus auch dabei unterstützen, selbst mit Hilfe explorativer Lösungsstrategien Beweise zu generieren (vgl. Kuntze, 2005b). In der Tat stellen sehr oft nicht-deduktive, heuristische und explorative Gedankengänge eine Voraussetzung für das Gewinnen von Aussagen und für das Generieren von Beweisen dar. Die Bedeutung plausiblen Schließens für solche explorative Schritte hebt auch Polya (1954, 1969) hervor.

Modelle für Erarbeitungsprozesse von Beweisen im Unterricht wurden in der Vergangenheit etwa von Stein (1986) oder Steinhöfel und Reichold (1971) vorgeschlagen. Auf der Basis der Prozessmerkmale des Beweisens in der Wissenschaft, wie sie von Boero (1999) dargestellt wurden, können derartige Modelle weiterentwickelt werden. So wurde etwa für eine eigene Videostudie ein Beschreibungsmodell anhand so genannter „inhaltlicher Elemente der Erarbeitung von Beweisen im Mathematikunterricht“ abgeleitet (vgl. Kuntze & Reiss, 2004b, Kuntze, 2003a, Kuntze, Rechner & Reiss, 2004).

c. Funktionen des Beweisens

Auf einem noch allgemeineren Niveau wirft die Forderung des NCTM-Standards „Argumentieren und Beweisen“, alle Schülerinnen und Schüler sollten „Argumentieren und Beweisen als grundlegende Aspekte der Mathematik erkennen“ (vgl. Zitat oben, NCTM, 2000, S. 56), die Fragen auf, welche Rolle das Beweisen in der Mathematik spielt, welche Funktionen das Beweisen hat und insbesondere auch, welche Funktionen des Beweisens für die Schülerinnen und Schüler deutlich werden sollten. Mit der Forderung der NCTM-Standards verbunden ist also der Gedanke, dass die Lernenden die Rolle erkennen sollen, die das mathematische Argumentieren und Beweisen für mathematisches Denken spielt.

In diesem Zusammenhang beklagt De Villiers (1990), dass von Lehrpersonen und Studierenden in erster Linie ein formalistischer Standpunkt eingenommen wird, bei dem vorwiegend die Beweisfunktion des Feststellens der Wahrheit einer Behauptung gesehen wird. De Villiers stützt sich dabei auf eine empirische Studie, die an südafrikanischen Universitäten durchgeführt wurde. Zu ähnlichen Ergebnissen kommt Knuth (2002), der in einer Interviewstudie mit 17 Lehrkräften der Sekundarstufe feststellte, dass diese die Rolle des Beweisens mehrheitlich im Feststellen der Wahrheit einer Aussage sahen, die auf deduktivem Wege zustande kommt. Weitere empirische Evidenz kommt von Healy und Hoyles (1998), die der Frage nachgingen, welche Funktionen des Beweisens von Schülerinnen und Schülern innerhalb ihres wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses gesehen werden. Auch hier wurde von den Probanden mehrheitlich der Aspekt der Bestätigung der Wahrheit einer Behauptung genannt. Insgesamt scheinen also im Umfeld des traditionellen Unterrichts eher formalistische und einseitig auf den Wahrheitsaspekt fokussierte Sichtweisen zu den Funktionen des Beweisens

vorzuherrschen. Es liegt nahe, zu vermuten, dass traditioneller Mathematikunterricht den Aufbau zutreffender Vorstellungen zur Rolle von Beweisen in der Mathematik und damit zu den Funktionen des Beweises nicht ausreichend fördert.

Demgegenüber sollte es nicht zuletzt im Sinne der eingangs erwähnten NCTM-Standards ein Ziel des Mathematikunterrichts sein, auch Wissensaufbau zu anderen Funktionen des Beweises zu fördern. Welche weiteren Funktionen des Beweises dies sein könnten, wird im Folgenden dargestellt.

• ***Analyse in der Literatur verwendeter Kategorisierungen der Funktionen des Beweises***

Zu den in der Literatur verwendeten Kategorisierungen der Funktionen des Beweises (vgl. Bell, 1976; De Villiers, 1990, 1999; Hanna, 1983, 1990, 2000; Schoenfeld, 1994; Healy & Hoyles, 1998) werden im Folgenden noch einige weiterführende Anmerkungen gemacht. Stellvertretend wird dabei insbesondere auf die Zusammenstellung von Beweisfunktionen nach De Villiers (1990) und Hanna (2000) Bezug genommen.

De Villiers (1990) schlägt eine Unterscheidung von Funktionen des Beweises vor, die auf einer Kategorisierung von Bell (1976) mit den Funktionen der Verifikation, der Illumination und der Systematisierung aufbaut. De Villiers (1990) unterscheidet die Funktionen der Verifikation, der Erklärung, der Systematisierung, der Entdeckung und der Kommunikation (für eine ausführlichere Darstellung dieser Funktionen vgl. z.B. auch Knipping, 2003, S. 26ff). Weiter merkt De Villiers (1990) an, dass die oben genannten fünf Funktionen nicht erschöpfend seien und nennt als Beispiele für weitere mögliche Beweisfunktionen die ästhetische Funktion und die persönliche Selbstverwirklichung.

Hanna (2000) differenziert die Überlegungen von De Villiers weiter aus und nennt die folgenden acht „Funktionen des Beweises und des Beweises“ in der Mathematik („functions of proof and proving“, (S. 8)):

- Verifikationsfunktion („verification“): Das Erkennen der Wahrheit einer Aussage steht im Mittelpunkt dieser Funktion des Beweises.
- Erklärungsfunktion („explanation“): Hier ist das Geben von Einsichten, warum eine Aussage wahr ist, das Ziel.
- Systematisierungsfunktion („systematisation“): Beweise helfen, ein deduktiv aufgebautes System von Axiomen, Begriffen und Sätzen zu ordnen.
- Entdeckungsfunktion („discovery or invention of new results“): Beweisen ist oft ein Anlass, neue Zusammenhänge zu entdecken.
- Kommunikationsfunktion („communication“): Hier wird die Funktion des Beweises bei der Weitergabe mathematischen Wissens angesprochen.
- Aufbaufunktion („construction of an empirical theory“): Diese Beweisfunktion betont den Erkenntnisgewinn im Sinne des fortschreitenden Aufbaus wissenschaftlichen Theoriewissens.
- Explorationsfunktion („exploration“): Im Zentrum steht hier etwa das Erkunden der Bedeutung von Definitionen oder der möglichen Folgerungen aus einer Annahme.
- Eingliederungsfunktion („incorporation“): Gemeint ist die Integration einer bekannten Tatsache in einen neuen Rahmenezusammenhang und der damit verbundene Perspektivenwechsel.

Hanna (2000) ergänzt also die Gedanken von De Villiers (1990) um die Aufbau-, die Explorations- und die Eingliederungsfunktion.

Die Verifikationsfunktion bei Hanna (2000) und De Villiers (1990) ist dabei sehr weit gefasst: Eingeschlossen sind alle Aspekte der Rechtfertigung oder der Überzeugung von („conviction or justification“) der Richtigkeit eines Satzes. Der Beweis wird mithin benutzt, um persönli-

che Zweifel, wie auch Zweifel von Skeptikern auszuräumen (vgl. De Villiers, 1990, S. 17). Somit wird auch eine von Tall (1989) vorgenommene Unterscheidung, der die Entwicklung eines überzeugenden Arguments in den drei Phasen „convincing oneself“, „convincing of a friend“ und „convincing of an enemy“ sieht, von De Villiers (1990) und Hanna (2000) unter die Verifikationsfunktion subsumiert: „although extremely useful distinctions, it clearly also falls into the same category as the above“ (De Villiers, 1990, S. 18). Die eher statischen Aspekte der Überzeugtheit und der Überzeugung, sowie die eher dynamischen Gesichtspunkte des Überzeugens („conviction“) werden alle der Verifikationsfunktion zugeordnet. Hanna (2000) und De Villiers (1990) vertreten also offenbar einen sehr breit gefassten Begriff der Verifikationsfunktion.

Eine mögliche Unschärfe der Sammelkategorie „verification“/„conviction“ entsteht dadurch, dass Hanna (2000) und De Villiers (1990) nicht versuchen, eine systematische Zuordnung aufzustellen, in welchen Phasen des Entstehungsprozesses von Beweisen welche Beweisfunktionen eine Rolle spielen. Beispielsweise stellt De Villiers fest, dass Überzeugung dem Beweis oft eher vorausgeht als erst durch ihn möglich wird („Proof is not necessarily a prerequisite for conviction - [...] conviction is [...] far more frequently a prerequisite for finding a proof“, S. 18). Diese Art des „Überzeugt-Seins“ kann jedoch von Prozessen des Überzeugens anderer, die erst bei der Prüfung des Beweises durch andere Mathematiker und Mathematikerinnen eines Spezialgebiets auftreten, meist unterschieden werden.

Ein Berücksichtigen von Funktionen des Beweises während verschiedener Phasen des Entwicklungsprozesses von Beweisen könnte helfen, die Kategoriensysteme der Beweisfunktionen nach Hanna (2000) und De Villiers (1990) in diesem Punkt weiterzuentwickeln.

Aus einem ähnlichen Grund scheint der Begriff „conviction“ innerhalb des Beweisgenerierungsprozesses auch nicht leicht von der Erklärungsfunktion des Beweises abzugrenzen zu sein. Im Zentrum der Erklärungsfunktion steht die Einsicht bzw. das Verstehen, warum eine Aussage wahr ist. Aus der Perspektive des bereits fertigen Beweises scheint die Unterscheidung zum Bereich „conviction“ innerhalb von De Villiers' Verifikationsfunktion durchaus plausibel. Blickt man hingegen auf den Prozess des Entwickelns von Beweisen, so scheinen für die Bereiche „Sich-selbst-Überzeugen“ und „Überzeugens einer Freundin/eines Freundes“ explanatorische Betrachtungen eine große Rolle zu spielen, auch wenn sie noch nicht ausreichen, die Wahrheit einer Behauptung deduktiv zu belegen. Eine Unterscheidung des Überzeugungsaspekts innerhalb der Kategorie „verification“ vom Überzeugen bzw. Überzeugt-Sein durch Erklärung und Einsicht kann offenbar problematisch sein. Gerade im Mathematikunterricht kann oft das Geben einer plausiblen Erklärung, die noch nicht zu einem Beweis ausreichen muss, zur Überzeugung der Schülerinnen und Schüler von der Wahrheit einer Aussage führen.

Die Beweisfunktion der Kommunikation betont nach De Villiers (1990) den Charakter des Austauschs von Gedanken und geteiltem Wissen („shared meaning“, S. 22) zwischen Mitgliedern der mathematischen Fachcommunity, sowie das Aushandeln von Bedeutung nicht nur der betrachteten mathematischen Konzepte, sondern auch der an eine strenge Argumentation zu stellenden Anforderungen. Es scheint, dass sich dabei ebenfalls ein Überschneidungsbereich zu Prozessen des Überzeugens anderer Menschen ergibt, die nach De Villiers der Verifikationsfunktion zuzuordnen sind.

Zusammenfassend sei festgestellt, dass die Abgrenzbarkeit zwischen Verifikationsfunktion und anderen Funktionen verbessert werden könnte, sofern der Aspekt des Überzeugens anderer nicht als Bestandteil der Verifikationsfunktion untergeordnet würde. Die Verifikationsfunktion von De Villiers (1990) und Hanna (2000) scheint durch den Aspekt „conviction“ gewissermaßen zu einem „Sammelbecken“ eines ganzen Bündels von Beweisfunktionen zu werden: Auch im Hinblick auf die bereits angesprochenen Möglichkeiten, Funktionen des

Beweisens während der verschiedenen Phasen der Beweisentwicklung zu beschreiben, wird weiter unten ein modifiziertes Kategoriensystem von Funktionen des Beweisens entwickelt, das auf die Ansätze von De Villiers (1990) und Hanna (2000) aufbaut. Auf diese Weise werden Funktionen des Beweisens beschrieben, die auch mit einem Mathematikunterricht zusammenpassen, der die Entwicklung von Beweisen in den Vordergrund stellt (vgl. etwa Reiss & Renkl, 2002). Diese Kategorisierung von Funktionen des Beweisens kann nicht zuletzt auch als Hintergrundwissen für Lehrerinnen und Lehrer, die ihren Unterricht am Beweisprozessmodell von Boero (1999) orientieren, hilfreich sein.

Bevor diese Kategorisierung von Funktionen des Beweisens vorgestellt wird, wird noch auf den Ansatz von Healy und Hoyles (1998) eingegangen, die in ihrer Untersuchung mit mehr als 2400 Schülerinnen und Schülern der 10. Jahrgangsstufe ein eigenes Kategoriensystem verwendeten. Healy und Hoyles stellten die Frage: „*What is proof for?*“. Bei der Auswertung der Antworten der Schülerinnen und Schüler verwendeten Healy und Hoyles die in Tabelle 7.1.1 aufgeführten Kategorien, die mit Funktionen des Beweisens in Verbindung stehen.

Student response	Code
Not answered	0
Answers relating to verification/"truth"	1
Answers relating to explanations, reasons	2
Answers relating to providing evidence	3
Answers relating to communicating to others	4
Answers relating to discovering new theories/ideas	5
Answers relating to ability/achievement	6
Answers relating to general validity, completeness	7
Answers including some reference to logical thinking	8
Other	9

Tab. 7.1.1: Kategorien nach Healy und Hoyles (1998, S. 12)

Bei Schülerantworten, die mehreren Kategorien zugeordnet werden konnten, wurde eine mehrfache Kodierung vergeben. Healy und Hoyles fassten dieses Kategoriensystem noch während der Auswertung zu vier Kategorien zusammen:

- Wahrheit („*truth*“): Codes 1, 3, 7 und 8
- Entdeckung („*discovery*“): Code 5
- Erklärung („*explanation*“): Codes 2 und 4
- Weitere / Keine Antwort („*other / none*“): Codes 0, 6 und 9

Offenbar entsprechen diese Kategorien größtenteils der Wahrnehmung von Verifikationsfunktion, Entdeckungsfunktion bzw. Erklärungs- und Kommunikationsfunktion von Beweisen nach De Villiers (1990) und Hanna (2000). Vor diesem Hintergrund ist jedoch beispielsweise fraglich, ob Code 3 („*providing evidence*“) inhaltlich zwingend der Sammelkategorie „*truth*“ zugeordnet werden muss, oder ob hier nicht auch Komponenten von „*explanation*“ enthalten sein könnten, weswegen man Code 3 auch dieser Sammelkategorie hätte zuordnen können.

Auf der Grundlage der oben angestellten Überlegungen drängt sich die Frage auf, welcher Kategorie potentielle Schülerantworten aus dem Bereich „*conviction*“ zugeordnet würden. Eine Äußerung wie „Ein Beweis ist dazu da, dass ich mit meiner Argumentation selbst meine ärgsten Kritiker von der Wahrheit einer Aussage überzeugen kann“ könnte etwa den Codes 1, 4, 7 oder 9 zugeordnet werden, was den Grobkategorien „*truth*“, „*explanation*“ und „*other / none*“ entspräche. Es erscheint also auch für das Kategoriensystem von Healy und Hoyles als wünschenswert, mit einer modifizierten Kategorisierung von Funktionen des Beweisens eine höhere Trennschärfe erzielen zu können.

• ***Eine modifizierte Kategorisierung von Funktionen des Beweizens***

Um eine Zusammenstellung von Funktionen des Beweizens zu entwickeln, die auch auf unterschiedliche Phasen der Entwicklung von Beweisen anwendbar ist, wird als theoretische Grundlage für diese Arbeit eine modifizierte Kategorisierung vorgeschlagen, die auf den Arbeiten von De Villiers (1990) und Hanna (2000) aufbaut. Bei dieser Kategorisierung wird im Vergleich zu Hanna (2000) und De Villiers (1990) neben einigen Erweiterungen insbesondere die Beweisfunktion der Verifikation von einem Teilbereich der „*conviction*“ abgetrennt.

Um zu betonen, dass sich diese Kategorisierung nicht nur auf das fertige Produkt „Beweis“, sondern auch auf den Entwicklungsprozess von Beweisen bezieht, wurde die Bezeichnung „Funktionen des Beweizens“ gewählt.

Das Beweisen hat die Funktion,

- (1) ...Aussagen zu *verifizieren*. Ziel dieses Aspekts des Beweisprozesses ist es, dass der Beweisende weiß, ob die Aussage wahr oder falsch ist.
- (2) ...ein oder mehrere zu *Grunde liegende Probleme zu reflektieren*. Ziel ist, Einsicht in das oder die Problem(e) zu gewinnen, das oder die Problem(e) verstanden zu haben und zu wissen, warum die Aussage wahr oder falsch ist. (vgl. auch die Funktion „*explanation*“ von De Villiers, 1990 und Hanna, 2000)
- (3) ...*andere Menschen* von der Wahrheit oder Falschheit der Aussage zu *überzeugen*. Ziel dieses sozialen Prozesses ist es, dass der Beweis anerkannt wird bzw. dass der Beweisende sich erfolgreich gerechtfertigt hat.
- (4a) ...die *Ordnung mathematischen Wissens zu erkunden*. Ziel ist, nach einer Explorationsphase ein „Gefühl“ für die Implikationszusammenhänge des Beweisproblems zu haben. Diese Funktion des Beweizens entspricht in etwa dem Aspekt „*exploration*“ von Hanna (2000).
- (4b) ...eine *systematische Ordnung mathematischen Wissens herzustellen*. Ziel dieses Aspekts des Beweizens ist es, ein größeres Implikationsnetz hergestellt zu haben und zu wissen, welcher Teil der Voraussetzung ggf. wie wirkt bzw. welche Folgen Änderungen in Voraussetzung und Behauptung innerhalb einer systematischen, in einen mathematischen Teilbereich eingebetteten Betrachtung haben. Diese Funktion des Beweizens entspricht in etwa dem Aspekt „*systematisation*“ von Hanna (2000).
- (4c) ...mathematisches Wissen im Sinne des Gewinnens einer neuen Perspektive *neu zu ordnen*. Ziel ist es hier, neue Verknüpfungen zwischen verschiedenen Bereichen der Mathematik herzustellen. Diese Funktion des Beweizens entspricht in etwa dem Aspekt „*incorporation*“ von Hanna (2000).
- (5a) ...mathematisches Wissen (d.h. neue Zusammenhänge, Sätze, Begriffe) zu *entdecken*. Ziel ist es hier, aus dem Beweisprozess Anregungen und Ideen für ggf. für den Beweis nötige, neue mathematische Objekte, sinnvolle Definitionen, weitere Beweise oder neue Sätze zu gewinnen. Diese Funktion des Beweizens entspricht der Kategorie „*discovery*“ von Hanna (2000).
- (5b) ...auf neu bewiesene Aussagen für das Beweisen anderer Behauptungen *aufbauen* zu können. Im Sinne dieser Funktion ist es Ziel des Beweizens, im Rahmen eines Theorieaufbaus gleichsam „*Pfeiler*“ zu errichten, auf die sich andere Argumentationen stützen können. Diese Funktion des Beweizens umfasst in etwa den Aspekt „*construction*“ von Hanna (2000).
- (6) ...*mathematisches Wissen* in einer weltweit geteilten mathematischen Sprache *mittelbar zu machen*. Ziel ist es mithin, eine gesicherte Aussage zusammen mit ihrer Sicherung kommunizierbar und (auch über Zeiträume hinweg) tradierbar zu machen. (Vgl. die Funktion „*communication*“ von Hanna, 2000 und De Villiers, 1990 mit im Hinblick auf (3) verschobener Akzentsetzung).
- (7a,7b) ...*sich selbst* an einem Beweisproblem „*zu beweisen*“. Dies kann einen individuellen (7a) oder einen sozialen (7b) Bezug haben. Ziel dieser individuell gesehenen Funktion des Beweizens (7a) ist es, angesichts des gemeisterten Beweisproblems persönliche Befriedigung zu erzielen und Selbstbestätigung zu ernten (vgl. auch die Funktion „*self-realisation*“ von De Villiers (1990), S. 23). Ziel der sozial gesehenen Funktion der personellen Bestätigung des Beweisenden (7b) könnte es sein, sich vor einer fachlichen Community bestätigt zu sehen, den Ruhm einzustreichen, ein bekanntes Problem gelöst zu haben, evtl. sogar, die wissenschaftliche Karriere von Mathematiker(inne)n zu befördern oder den Initiationsritus in die wissenschaftliche Community, selbst einen „richtigen Satz“ bewiesen zu haben, hinter sich gebracht zu haben.
- (8) ...*Schönes zu entdecken oder Schönes zu erschaffen*. Ziel ist hier, durch einen besonders ästhetischen, „*elegant geführten*“ oder „*schönen*“ Beweis einen ästhetischen Gewinn zu erzielen. (vgl. auch die „*aesthetic function*“ von De Villiers (1990), S. 23)

(9) ... eine sichere Grundlage für Entscheidungen oder Verfahren der Praxis zu schaffen. Auch wenn diese Funktion des Beweisens in der Mathematik zunächst nicht allzu deutlich hervortreten scheint, stellt diese Funktion eine Hauptfunktion des Beweisens in juristischen Prozessen dar (vgl. Abschnitt 7.3). Es könnte sich hier jedoch auch um einen Aspekt mathematischen Beweisens handeln. Beispielsweise könnten sich bei Anwendungen der Kryptographie mit Beweisen untermauerte Erkenntnisse zu Ver- oder Entschlüsselungsalgorithmen durchaus auf praktische Entscheidungen auswirken.

Für die wichtigste Änderung im Vergleich zu früheren Kategorisierungen von Beweisfunktionen, nämlich die Trennung der Verifikationsfunktion von De Villiers (1990) und Hanna (2000) in die oben genannten Funktionen des Beweisens (1) und (3), sprechen im Wesentlichen vier Argumente, die hier in Kurzform ausgeführt werden (vgl. Kuntze, 2005f):

- Ein „pragmatisches“ Argument: Innerhalb der theoretischen Modellierung werden Unschärfen vermieden und Vereinfachungen ermöglicht: So könnten die Aspekte „convincing oneself“, „convincing of a friend“ und „convincing of an enemy“ (Tall, 1989) im Wesentlichen den Funktionen des Beweisens (1), (2) und (3) zugeordnet werden.
- Ein „didaktisches“ Argument: Schülerinnen und Schüler zeigen typische Einschränkungen im präadoleszenten wissenschaftlichen Denken (Kuhn, 1989; Bullock & Ziegler, 1994; Dunbahr & Klahr, 1989; Tschirigi, 1980; Thomas, 1997; vgl. die Abschnitte 1.4.2 und 7.2.3), die für den Mathematikunterricht und bezogen auf das Beweisen auch noch im frühen Erwachsenenalter nachgewiesen wurden (Reiss & Thomas, 2000). Diese Einschränkungen im präadoleszenten wissenschaftlichen Denken führen dazu, dass Hypothesen früh angenommen werden, auch wenn Alternativerklärungen noch nicht ausgeschlossen sind. Es ist im Mathematikunterricht also zu berücksichtigen, dass die Lernenden schnell selbst von der Wahrheit einer Behauptung überzeugt sein könnten (Funktion 1), während es sehr viel elaborierterer Argumentationen bedarf, um etwa Mitglieder einer Fach-Community zu überzeugen (Funktion 3).
- Ein „mathematikbezogenes“ Argument: Analysiert man, in welchen Phasen des Beweisentwicklungsmodells von Boero (1999) welche Funktionen des Beweisens zum Tragen kommen, (vgl. Tabelle 7.1.2), so fällt auf, dass die Funktionen (1) und (3) gut getrennt werden können: sie treten offenbar in keiner Phase gleichzeitig auf.
- Ein „empirisches“ Argument: In textlichen Eigenproduktionen von Schülerinnen und Schülern treten beide Kategorien (1) und (3) auch getrennt voneinander auf und können gut unterschieden werden (Kuntze, 2005f).

Phase (Boero, 1999)	Funktion des Beweisens											
	(1)	(2)	(3)	(4a)	(4b)	(4c)	(5)	(6)	(7a)	(7b)	(8)	(9)
I. Entwicklung einer Behauptung / Identifikation möglicher Argumente	X	X		X			X		X	(X)	(X)	
II. Formulierung einer Behauptung, die den formalen Konventionen entspricht			(X)	(X)	X	(X)	(X)	X	X	X	(X)	(X)
III. Exploration der Hypothese und möglicher Argumentverknüpfungen	X	X		X	(X)	(X)	(X)		(X)	(X)	(X)	
IV. Auswahl von Argumenten und ihre Verknüpfung in einer Kette von Deduktionsschlüssen	(X)	X		X	X	(X)	(X)		(X)	(X)	(X)	(X)
V. Organisation der Argumente in einem Beweis (der mathematischen Publikationsstandards entspricht)		X	X	X	X	(X)	(X)	X	X	X	(X)	(X)
VI. Annäherung an einen formalen Beweis		(X)	(X)	(X)	(X)	(X)		X	(X)	(X)	(X)	(X)

X : in der Regel Funktion der Phase

(X): eventuell Funktion der Phase

Tab. 7.1.2: Funktionen des Beweisens in einzelnen Phasen der Beweisentwicklung

Welche Funktionen des Beweisens von Schülerinnen und Schülern wahrgenommen werden, kann einen Hinweis darauf geben, wie reichhaltig Wissen zum Beweisen aufgebaut wurde. Insbesondere für Rückschlüsse auf Wissen, das das wissenschaftstheoretische Grundverständnis zum mathematischen Beweisen und Argumentieren (vgl. die Abschnitte 1.4.2 und 7.2.2) betrifft, dürften Vorstellungen zu Funktionen des Beweisens mit von Interesse sein. Ferner könnte sich vorhandenes Wissen über Beweisfunktionen, d.h. über den Zweck des Beweisens auch in motivationaler Hinsicht dergestalt auswirken, dass die Lernenden mathematisches Beweisen und Argumentieren verstärkt als sinnhafte Tätigkeiten wahrnehmen.

7.2 Beweis- und Argumentationskompetenz als leistungsbezogene Variable und verknüpfte Bedingungsfaktoren innerhalb eines beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses sowie im motivationalen Bereich

In den vorangegangenen Abschnitten wurde das problematische Verhältnis zwischen dem Beweisen als Bestandteil mathematischer Wissenschaftspraxis und dem Mathematikunterricht angesprochen. Tatsächlich scheinen etwa die Zielvorstellungen der NCTM-Standards (NCTM, 2000) in Deutschland bei weitem noch nicht erreicht zu sein. Diese Problematik besteht jedoch nicht nur auf der curricularen, sondern auch auf der individuellen Ebene der Lernenden. Aus diesem Grund müssen Wissensbestandteile und Fähigkeiten der lernenden Subjekte in die Betrachtung mit einbezogen werden, die mit dem mathematischen Beweisen und Argumentieren im Zusammenhang stehen. Sowohl bei der Konzeption als auch bei der Evaluation von Lernumgebungen zum Beweisen und Argumentieren müssen individuelle Fähigkeiten und Kognitionen, bereichsspezifisches Meta-Wissen, motivationale Dispositionen und auch Kontextbedingungen wie Orientierungen mathematikbezogener epistemologischer Beliefs, sowie die Beobachtung eines möglichen Wissens- und Kompetenzzuwachses zugrunde gelegt werden (vgl. Abschnitt 1.4). Deshalb werden in diesem Abschnitt schulleistungsbezogene Wissensbestandteile und Fähigkeiten, die mit der Beweis- und Argumentationskompetenz im Zusammenhang stehen, ebenso diskutiert wie motivationale Dispositionen und mögliche Orientierungen mathematikbezogener epistemologischer Beliefs, die als Kontextvariablen angesehen werden können. In dem im Folgenden dargelegten Modell von Bedingungsfaktoren der Beweis- und Argumentationskompetenz werden Kognitionen der Lernenden, die Meta-Wissen zum Beweisen und Argumentieren betreffen, als Teilkomponenten eines beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses eingeordnet.

7.2.1 Beweis- und Argumentationskompetenz und mathematische Grundkompetenzen

In den internationalen Vergleichsstudien TIMSS und PISA (Baumert et al., 1997; Deutsches PISA-Konsortium, 2001, 2004) schnitten die deutschen Schülerinnen und Schüler insbesondere bei Nicht-Routine-Aufgaben, zu denen auch Aufgaben zählten, die Argumentationen erforderten, trotz vorhandenen Grundwissens besonders schlecht ab. Auch Healy und Hoyles (1998) stellten unbefriedigende Fähigkeiten ihrer über 2400 Probanden im Beweisen und Argumentieren fest.

Diese Ergebnisse konnten von Reiss (2002) bzw. Reiss, Hellmich und Thomas (2002) in einer Studie auch mit mehr als 600 Schülerinnen und Schülern der 7. Jahrgangsstufe bestätigt wer-

den. In dieser Studie, in der Reiss et al. ein Kompetenzstufenmodell für Beweis- und Argumentationskompetenz empirisch erproben, wurden Aufgaben zur Beweis- und Argumentationsfähigkeit weitaus schlechter gelöst als Aufgaben, die Grundwissen und Routineverfahren erforderten. Mit Hilfe des verwendeten Tests, dessen Items sich auf einer Leistungsdimension anordnen ließen und der nach Dichotomisierung durch das einklassige Rasch-Modell beschrieben werden konnte, gelang es, die folgenden drei Kompetenzstufen der Beweis- und Argumentationskompetenz zu bestätigen:

- Kompetenzstufe I: Einfaches Anwenden von Regeln (Beispiel: Wechselwinkelgleichheit bei einer Winkelberechnung benutzen können)
- Kompetenzstufe II: Begründen und Argumentieren (einschrittig; Beispiel: Basiswinkelsatz zur Begründung der Gleichheit zweier Winkel heranziehen können)
- Kompetenzstufe III: Begründen und Argumentieren (mehrschrittig, d.h. mit Verknüpfung mehrerer Argumente; Beispiel: einen Kongruenzbeweis ausarbeiten können)

In der Studie von Reiss (z.B. 2002) zeigte sich, dass das Beherrschen von Grundkompetenzen wie denen des einfachen Anwendens von Regeln und des elementaren Schlussfolgerns zwar eine notwendige, jedoch keine hinreichende Bedingung für die Fähigkeit darstellt, auch Aufgaben der zweiten und dritten Kompetenzstufe zu lösen, d.h. für Beweis- und Argumentationsfähigkeit im engeren Sinne. Healy und Hoyles (1998) kamen in ihrer Studie mit Schülerinnen und Schülern der 10. Jahrgangsstufe zu dem Ergebnis, dass Probanden mit größerem Faktenwissen in allen Bereichen des untersuchten Beweisverständnisses bessere Ergebnisse erzielten, wobei die Beherrschung von Faktenwissen aber nicht die einzige mit einem guten Abschneiden assoziierte Variable darstellte. Ausreichende Grundkompetenzen im Bereich des Faktenwissens sind demnach als eine Voraussetzung für Beweis- und Argumentationskompetenz (im Folgenden synonym auch „Beweiskompetenz“) anzusehen.

Weitere Bedingungsfaktoren für die Beweiskompetenz untersuchten Healy und Hoyles (1998), Reiss, Hellmich und Thomas (2002), sowie Reiss und Thomas (2000). Es handelt sich dabei insbesondere um die beweispezifische Methodenkompetenz, Orientierungen mathematikbezogener epistemologischer Beliefs und das Auftreten präadoleszenter Einschränkungen im wissenschaftlichen Denken. Diese drei Bedingungsfaktoren werden im folgenden Abschnitt als Komponenten eines beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses eingeordnet und in diesem etwas weiteren Rahmen vorgestellt und besprochen.

7.2.2 Auf den Bereich des Beweisens und Argumentierens bezogenes wissenschaftstheoretisches Grundverständnis

Wie bereits in Abschnitt 1.4.2 angesprochen, gibt es Ansätze zur Steigerung von Schülerkompetenzen in naturwissenschaftlichen Fächern, die durch die Förderung eines wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses auch den Kompetenzerwerb der Lernenden in domänenspezifischen Inhaltsbereichen anstreben. Dabei wird das Verständnis von Wissenschaft als fächerübergreifende Kompetenz gesehen. Gemeint sind erkenntnistheoretische und das Ableiten wissenschaftlicher Feststellungen betreffende Grundkonzepte einerseits und Wissen über wissenschaftliche Praxis andererseits. Osborne, Collins, Ratcliffe, Millar und Duschl (2001) nennen mit Blick auf den schulischen naturwissenschaftlichen Unterricht als wichtigste Merkmale von Wissen über Wissenschaft:

- den tentativen Charakter wissenschaftlichen Wissens,
- die wissenschaftliche Methode,

- das Verständnis des kritischen Tests,
- den kreativen Charakter wissenschaftlicher Forschung,
- die historische Entwicklung wissenschaftlichen Wissens und
- die Pluralität wissenschaftlicher Standpunkte.

Diese Merkmale stimmen in ihrer Stoßrichtung weitgehend mit Vorschlägen zu einem „Nature of Science“ - Curriculum überein, wie sie von Sodian et al. (2001) angesprochen werden. Für den Bereich des mathematischen Beweisen und Argumentierens stellt sich die Frage, inwiefern diese auf die Naturwissenschaften fokussierten Gedanken zum wissenschaftstheoretischen Grundverständnis analog angewendet werden können.

Die zentrale Bedeutung des Beweisen für die Wissenschaft Mathematik einerseits, und der Umstand, dass sich die Wissenschaft Mathematik gerade durch die Art und Weise, in der argumentiert und bewiesen wird, von allen anderen Wissenschaften unterscheidet (vgl. Abschnitt 7.1.2), lässt es unerlässlich erscheinen, Komponenten eines auf das mathematische Beweisen bezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses zu betrachten und so die oben für ein fächerübergreifendes Verständnis von Wissenschaft genannten Merkmale auf das mathematische Beweisen und Argumentieren zu übertragen.

Diese Diskussion relevanter Aspekte stützt sich neben theoretischen Überlegungen auf eine Reihe von empirischen Befunden, die für die Notwendigkeit des Aufbaus eines angemessenen, auf das Beweisen bezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses bei den Lernenden sprechen. Diese Befunde betreffen drei Bereiche, die stellvertretend im Folgenden kurz angeführt werden.

- Lernende haben oft Schwierigkeiten, die Sinnhaftigkeit des Beweisen in der Mathematik und auch die Notwendigkeit des Beweisen einzusehen, da erforderliches Wissen über den mathematischen Beweisbegriff und Funktionen des Beweisen für die Lernenden nicht verfügbar ist. So zeigte die Studie von Healy und Hoyles (1998), dass die Probanden mehrheitlich wenig differenzierte Äußerungen zu Funktionen des Beweisen machen konnten und meist nur Einzelaspekte wahrnahmen. Dass auch mit Wissensdefiziten zu Funktionen des Beweisen bei den Lehrpersonen gerechnet werden muss, zeigen Erkenntnisse von Knuth (2002). De Villiers (1990) berichtet von Beeinträchtigungen der Unterrichtssituation durch eine bei den Lernenden verbreitete Unklarheit über Sinn und Zweck des Beweisen (vgl. auch die Darstellungen zu Funktionen des Beweisen in Abschnitt 7.1.3). Der Aufbau von Wissen zu Funktionen des Beweisen scheint also ein für das Beweisen und Argumentieren wesentlicher Aspekt des wissenschaftsbezogenen Grundverständnisses zu sein.
- Metabegriffliche Vorstellungen zu den innerhalb der Wissenschaft relevanten erkenntnistheoretischen Konzepten der „Theorie“ und der „Evidenz“ stellen Voraussetzungen für wissenschaftliches Denken etwa bei der Prüfung von Hypothesen dar. Dieser Ansatz zum Prüfen von Hypothesen (Kuhn, 1989; Bullock & Ziegler, 1994; Dunbar & Klahr, 1989; Tschirigi, 1980; Thomas, 1997) wurde bereits von Reiss und Thomas (2000) auf das mathematische Beweisen und Argumentieren übertragen. Für die Begriffe „Theorie“ und „Evidenz“ wurden dabei Bedeutungsanpassungen vorgenommen: Auf den Prozess des mathematischen Beweisen und Argumentierens bezogen stellt die „Theorie“ eine mögliche Vermutung des lernenden Subjekts oder eine aus Plausibilität abgeleitete Hypothese dar. Diese kann beim mathematischen Beweisen nicht anhand realer Experimente geprüft werden, sondern es werden unter „Evidenz“ Ergebnisse einer argumentativen Überprüfung der Vermutungen bzw. Hypothesen verstanden, die beispielsweise durch Verifizieren von Spezialfällen oder die Suche nach Gegenbeispielen erhalten werden können (eine detailgenauere Darstellung zum

hypothesenprüfenden wissenschaftlichen Denken im Bereich des Beweisen und Argumentierens wird weiter unten in Abschnitt 7.2.3 gegeben).

Auf diese Überlegungen bezogene präadoleszente Einschränkungen im wissenschaftlichen Denken für den Bereich des Beweisen und Argumentierens wurden von Reiss und Thomas (2000; vgl. auch Reiss, Hellmich & Thomas, 2002) beobachtet und konnten auch außerhalb der Bedingungen von Paper-and-Pencil-Tests oder Interviews festgestellt werden (vgl. Kuntze, 2004a).

- Schließlich ist Wissen zur Frage nach dem „Wie“ des Beweisen in der Mathematik ein grundlegender und charakteristischer Bestandteil der Wissenschaft Mathematik. Auch wenn Aspekte der Deduktion oder etwa der Logik sich als Merkmale wissenschaftlichen Denkens auch in anderen Disziplinen finden, so sind die in der Fachdisziplin geteilten „Regeln“ für mathematisches Argumentieren und Beweisen spezifisch ausgeprägt. Diese, unter dem Begriff des Methodenwissens zusammengefassten Kognitionen (vgl. Heinze & Reiss, 2003 und die Ausführungen in Abschnitt 7.2.4) sind als Wissen über mathematische Wissenschaftspraxis anzusehen. Aspekte des beweis-spezifischen Methodenwissens haben sich in verschiedenen Untersuchungen als notwendige Bedingung für Beweis- und Argumentationskompetenz herausgestellt (vgl. Healy & Hoyles, 1998; Heinze & Reiss, 2003; Heinze & Kwak, 2002). Defizite im Bereich der beweis-spezifischen Methodenkompetenz wurden in den Studien von Healy und Hoyles (1998), Reiss, Hellmich und Thomas (2002), sowie von Reiss, Klieme und Heinze (2001) beobachtet.

Diese drei Aspekte haben jeweils Bedeutung für den Aufbau von Beweis- und Argumentationskompetenz. Sie betreffen Komponenten eines grundlegenden Verständnisses des Erkenntnisgewinns und der Art gewonnener Erkenntnis in der Wissenschaft im Allgemeinen und innerhalb der Wissenschaft Mathematik im Besonderen. Es erscheint deshalb sinnvoll, ein auf den Bereich des Beweisen und Argumentierens bezogenes wissenschaftstheoretisches Grundverständnis als Rahmenkonzept für ein Bündel von Wissensbereichen und damit verbundenen Fähigkeiten zu definieren, die Bedeutung für die Beweis- und Argumentationskompetenz haben können:

Das *beweisbezogene wissenschaftliche Grundverständnis* umfasst Kognitionen und Kompetenzen der Lernenden zum Beweisen und Argumentieren, die mit epistemologischen Vorstellungen von der Wissenschaft im Allgemeinen und der Wissenschaft Mathematik im Besonderen zusammenhängen und die als Metawissen das Verständnis und das Generieren mathematischer Beweise unterstützen können oder dazu notwendig sind.

Im Folgenden werden einige Komponenten aufgezählt, die zum beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnis gehören. Zwischen diesen Komponenten gibt es Verbindungen und Überschneidungsbereiche.

Das beweisbezogene wissenschaftstheoretische Grundverständnis umfasst:

- Wissen um Umgang mit „Theorie“ und „Evidenz“ im Sinne des hypothesenprüfenden wissenschaftlichen Denkens (Reiss & Thomas, 2000; Kuntze, 2004a). Diese bereits oben angesprochene Komponente wird in Abschnitt 7.2.3 genauer dargestellt.
- Orientierungen mathematikbezogener epistemologischer Beliefs als Wissen bzw. Vorstellungen über Mathematik und damit auch über das Beweisen und Argumentieren. Zu dieser Komponente finden sich eingehendere Darstellungen in Abschnitt 7.2.5.
- Wissen über das mathematische Beweisen innerhalb der Wissenschaft Mathematik, d.h. Wissen über

- Beweismethoden. Diese Komponente des beweispezifischen Methodenwissens ist ein Teilbereich des wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses, da methodische Aspekte und Standards mathematischen Beweisens spezialgebietsübergreifend mathematischen Wissensgewinn und Theorieaufbau prägen und daher kein nur inhaltsbereichsspezifisches Wissen darstellen. Näheres zu dieser Komponente wird in Abschnitt 7.2.4 ausgeführt.
- Funktionen des Beweisens. Bei dieser Komponente handelt es sich um Meta-Wissen zum mathematischen Beweisen, das bereits in Abschnitt 7.1.3 diskutiert wurde und sich ebenfalls auf die Wissenschaft Mathematik bezieht.
- Beweiskontexte. Mit dieser Komponente ist Meta-Wissen über Situationen, in denen bewiesen wird, gemeint. Zur Komponente der Funktionen des Beweisens ergibt sich ein Überschneidungsbereich. Einige inhaltliche Anhaltspunkte zu Beweiskontexten finden sich im sachanalytischen Überblick von Abschnitt 7.3.
- Beweisentwicklung und Beweisstrategien. Hier wird Metawissen zu heuristischen Strategien der Beweisentwicklung ebenso wie Wissen über Entwicklungsprozesse von Beweisen angesprochen (vgl. die Darstellungen zum Modell von Boero in Abschnitt 7.1.2; außerdem Abschnitt 7.3).
- geschichtliche Entwicklungen, etwa bei den innerfachlichen Standards für mathematische Beweise. Einige Aspekte dieser für Beweis- und Argumentationskompetenz vermutlich weniger zentralen Komponente werden im sachanalytischen Überblick von Abschnitt 7.3 genannt.
- konkurrierende Ansichten innerhalb der Fach-Community (z.B. Rolle des „*tertium non datur*“ oder von Computerbeweisen). Auch zu dieser aus Sicht der Schulleistung möglicherweise weniger essenziellen Komponente werden einige Gedanken im sachanalytischen Überblick von Abschnitt 7.3 beschrieben. Aussagen zu diesem Aspekt können auch einer in Kapitel 6 angesprochenen Themenstudie aus der ersten Pilotstudie entnommen werden.
- interdisziplinär unterschiedliche Sichtweisen zum Beweisen und Argumentieren auch außerhalb der Mathematik. Diese Komponente beinhaltet in erster Linie Abgrenzungswissen beispielsweise zu Beweismethoden. Ausführlichere Informationen zu diesem Bereich werden ebenfalls in Abschnitt 7.3 gegeben.
- erkenntnistheoretische Hintergründe (z.B. Platonismus vs. Konstruktivismus etc.). Auch derartiges, auf mathematik-philosophische Gedanken verweisendes Meta-Wissen kann für das Beweisen von Bedeutung sein. Einige entsprechende Gesichtspunkte werden in 7.3 angeführt.
- Beweiseigenschaften. Unter dieser Komponente sollen individuelle Vorstellungen zu Eigenschaften, die Lernende dem mathematischen Beweisen zuordnen, verstanden werden (Beispiel: „mathematisches Beweisen ist trocken und undurchsichtig“). Hier ergibt sich ein Überschneidungsbereich zu mathematikbezogenen epistemologischen Beliefs.

Einige gut erforschte Komponenten des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses werden im Folgenden eingehender besprochen, da sie bei der Konzeption der Themenstudienarbeit besonders berücksichtigt wurden. Es sind dies, wie in Abbildung 7.2.1 einordnend dargestellt, der Bereich des hypothesenprüfenden wissenschaftlichen Denkens, der Bereich des beweispezifischen Methodenwissens und der Bereich der Orientierungen mathematikbezogener epistemologischer Beliefs. Zur Darstellung in Abbildung 7.2.1 sei angemerkt, dass die beiden Bereiche „die Wissenschaft allgemein betreffendes Wissen“ und „die Mathematik betreffende Kognitionen und Vorstellungen“ jeweils Anteile innerhalb des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses und außerhalb desselben

haben. Die Wirkung dieser beiden Bereiche in das beweisbezogene wissenschaftstheoretische Grundverständnis hinein ist auch auf der Basis der Darstellungen in Abschnitt 1.4 plausibel. Beispielsweise ist Wissen über logisches Folgern als Bestandteil allgemeinen wissenschaftlichen Denkens auch für das mathematische Beweisen von Bedeutung. Als ein weiteres Beispiel dürften Vorstellungen zur Mathematik wie etwa eine starke Formalismusorientierung von den Lernenden auch beim mathematischen Beweisen und Argumentieren zugrundegelegt werden (vgl. Anzeichen für solche Zusammenhänge in Kuntze, 2004a).

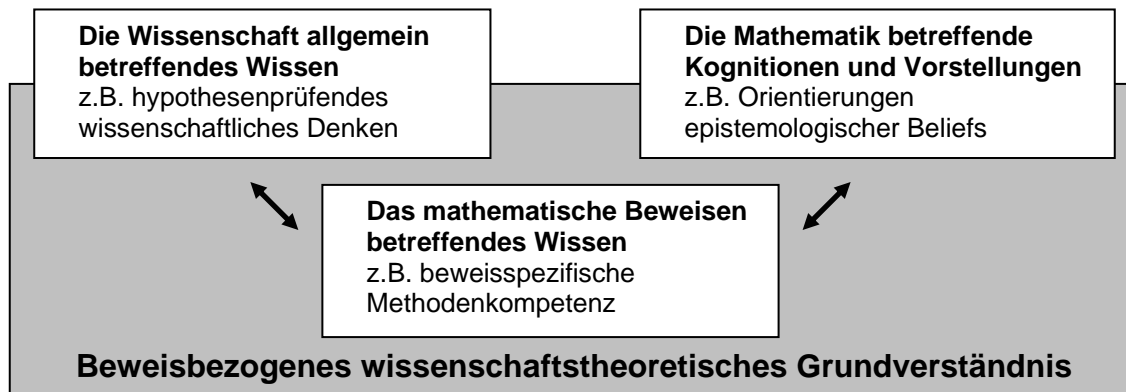


Abb. 7.2.1: Wesentliche Bereiche des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses

Für die drei in Abbildung 7.2.1 dargestellten Komponenten des Wissens über Wissenschaft allgemein, der Vorstellungen über Mathematik und des Wissens zum mathematischen Beweisen werden auch zum Zwecke der Evaluation der Themenstudienarbeit Indikatoren ausgewählt. Insbesondere werden für die in Kapitel 8 beschriebene Studie zwei Bereiche herausgegriffen, die bereits ausreichend empirisch abgesichert sind. Dies sind zum einen Grundorientierungen mathematikbezogener epistemologischer Beliefs, die als Kontextbedingungen der Lernenden angesehen werden (vgl. Abschnitt 1.4.3) und zum anderen das beweispezifische Methodenwissen der Lernenden (Healy & Hoyles, 1998; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002). Dies sind zwei Komponenten des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses, die bei der Evaluation der Themenstudienmethode Orientierung geben können. Eine quantitative Untersuchung von weiteren Komponenten des wissenschaftsbezogenen Wissens ist in einer zusätzlichen Studie geplant, die im Rahmen des von der DFG im Schwerpunktprogramm BIQUA geförderten Projektes „Begründen und Beweisen in der Geometrie - Bedingungen des Wissensaufbaus bei Schülerinnen und Schülern der Sekundarstufe“ in der Arbeitsgruppe von Kristina Reiss durchgeführt wird (vgl. Abschnitt 15.2.4). Hier wird unter anderem erhoben, welche Vorstellungen zum beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnis (z.B. empiristisches vs. deduktives Grundmodell des Argumentierens) die Lernenden im Bereich des Beweisen und Argumentierens zeigen.

Zusammenfassend kann für die Gedanken dieses Abschnitts festgehalten werden, dass unter dem Begriff des beweisbezogenen wissenschaftlichen Grundverständnisses eine ganze Reihe von Kognitionen und Kompetenzen der Lernenden zum Beweisen und Argumentieren zusammengefasst werden kann, die mit Beweis- und Argumentationskompetenz zusammenhängen oder für die ein mehr oder weniger starker Zusammenhang zu vermuten ist.

Für die in Abbildung 7.2.1 genannten Bereiche (vgl. auch die Abschnitte 1.4.2 und 1.4.3) werden im Folgenden auch einschlägige empirische Erkenntnisse in Verbindung mit dem Beweisen und Argumentieren zusammengefasst.

7.2.3 Präadoleszente Einschränkungen im hypothesenprüfenden wissenschaftlichen Denken

In Ergänzung zu den überblicksartigen Ausführungen in den Abschnitten 1.4.2 und 7.2.2 enthält dieser Abschnitt ausführlichere Gedanken zu präadoleszenten Einschränkungen im hypothesenprüfenden wissenschaftlichen Denken beim Beweisen und Argumentieren.

Es handelt sich dabei um eine Erscheinung, die die Fähigkeit zum logisch-deduktiven Denken bei der Prüfung von Hypothesen und der Interpretation von Evidenz betrifft, und die sich auf die Beweis- und Argumentationskompetenz auswirken dürfte.

Nach Kuhn, Amsel und O’Loughlin (1988) ist die Trennung von Theorie und empirisch gewonnener Evidenz das zentrale Merkmal wissenschaftlichen Denkens. So ist eine Theorie zu verwerfen, wenn die empirische Evidenz der Theorie widerspricht. Das wissenschaftlich denkende Individuum generiert auf der Basis seiner prinzipiell als revidierbar anzusehenden theoretischen Überlegungen Hypothesen, die mit der Evidenz verglichen werden. Bei diesem Prozess hypothesenprüfenden Vorgehens spielen auch Strategien des gezielten Falsifizierens von Hypothesen eine Rolle.

Im Zusammenhang mit aktuellen Untersuchungen der Beweis- und Argumentationskompetenz konnten präadoleszente Einschränkungen im wissenschaftlichen Denken (Kuhn, 1989; Bullock & Ziegler, 1994; Dunbahr & Klahr, 1989; Tschirigi, 1980; Thomas, 1997) hinsichtlich des Beweisens und Argumentierens bei Schülerinnen und Schülern bis ins frühe Erwachsenenalter hinein beobachtet werden (Reiss & Thomas, 2000).

Reiss und Thomas (2000) übertragen dabei die Beobachtung präadoleszenter Einschränkungen im wissenschaftlichen Denken aus dem Bereich der Didaktik der Naturwissenschaften auf das mathematische Beweisen und Argumentieren.

Bei den präadoleszenten Einschränkungen im wissenschaftlichen Denken handelt es sich im Wesentlichen um folgende Erscheinungen (Kuhn, 1989; Bullock & Ziegler, 1994; Dunbahr & Klahr, 1989; Tschirigi, 1980; Thomas, 1997):

- Die Probanden generieren keine Evidenz gegen eigene Annahmen, d.h. gegen eine eigene Theorie. Eine kritische Distanz zur eigenen Überzeugung, die sich in einer falsifikatorischen Denkstrategie äußern würde, scheint zu fehlen.
- Auftretende Widersprüche zwischen Evidenz und Theorie führen zur Uminterpretierung der Evidenz und nicht zur Modifikation der Theorie;
- Schlüssige Versuchspläne zur Prüfung individueller Theorien werden nicht entwickelt. Konfundierungen von Variablen werden weder bei der Herstellung von Prüfbedingungen, noch bei der Interpretation der Ergebnisse berücksichtigt;
- Hypothesen werden vergleichsweise früh angenommen, auch wenn Alternativerklärungen noch nicht ausgeschlossen sind.
- Gegenbeispiele werden (im Sinne eines hypothetisch-deduktiven Verfahrens) nicht als ausreichend zur Widerlegung einer Annahme betrachtet. Stattdessen wird versucht, empirische Evidenz anzuhäufen.
- Insgesamt wird empirische Evidenz eher zur Illustration von Theorien als zu deren Prüfung herangezogen. Die Einsicht, dass nach einer negativen Prüfung der Theorie anhand von Evidenz erstere revidiert werden muss, fehlt.

In einer Interviewstudie mit Schülerinnen und Schülern der 13. Klasse (Reiss & Thomas, 2000; Reiss & Heinze, 2001) konnten diese Einschränkungen im wissenschaftlichen Denken, die für die Phase der Präadoleszenz typisch sind, nachgewiesen werden.

Reiss und Thomas argumentieren, dass die Plausibilität von Hypothesen bzw. von Annahmen sowohl bei deren Untersuchung als auch bei der Entscheidung für eine Hypothese eine sehr wichtige Rolle spielt.

Hypothesenprüfendes wissenschaftliches Denken auf den Bereich des Beweisen und Argumentierens übertragen äußert sich darin, dass Vermutungen und noch unbelegte Behauptungen zu einem gegebenen Beweisversuch zunächst als revidierbare Hypothesen aufzufassen sind. Diese können prinzipiell anhand von Evidenz falsifiziert werden, wozu ein Gegenbeispiel ausreicht. Anders als im Bereich der Naturwissenschaften, in dem Evidenz in erster Linie als empirisch gewonnene Erkenntnis gesehen wird, kommen als Evidenz je nach Situation und Zusammenhang gegebene Bestandteile des Beweisproblems, Elemente des mathematischen Faktenwissens, in gegebenen Beweisbeispielen geäußerte Gedanken, oder auch mögliche Gegenbeispiele, die ggf. gezielt aufgesucht werden können, in Betracht. Für das Generieren von Evidenz muss außerdem bei Bedarf auf beweispezifisches Methodenwissen (vgl. Abschnitt 7.2.4) zurückgegriffen werden.

Auch anhand von textlichen Eigenproduktionen von Schülerinnen und Schülern der 8. Jahrgangsstufe, die in Themenstudienarbeit entstanden, konnten Anzeichen für präadoleszente Einschränkungen im wissenschaftlichen Denken, die sich in der Beurteilung von Beweisbeispielen niedergeschlagen hatten, gefunden werden (Kuntze, 2004a).

Es ist daher damit zu rechnen, dass diese Einschränkungen - insbesondere im Zusammenspiel mit ungünstigen Orientierungen in mathematikbezogenen epistemologischen Beliefs oder formalistisch dominierten Vorstellungen zum mathematischen Beweisen - den Wissensaufbau innerhalb der Lernumgebung Themenstudienarbeit beeinträchtigen können (vgl. hierzu auch Kuntze, 2004a).

Zusammenfassend kann also festgestellt werden, dass hypothesenprüfendes wissenschaftliches Denken im Zusammenhang mit dem Beweisen und Argumentieren möglicherweise nicht von allen Lernenden geleistet werden kann. So könnte etwa die Rolle plausibler Vermutungen zu Beweisproblemen, die zunächst den Status von zu prüfenden Hypothesen haben, nicht erkannt werden. Gezielte falsifikatorische Strategien zur Prüfung oder Widerlegung eigener Vermutungen könnten nicht verfügbar sein. Möglicherweise könnten gegebene Eigenschaften eines Beweisproblems im Sinne verfrüht angenommener, eigener Vermutungen der Lernenden zu deren Stützung uminterpretiert werden, anstatt sie in den Aufbau einer alternativen Argumentation einzubeziehen.

Diese möglichen Erscheinungsformen präadoleszenter Einschränkungen im wissenschaftlichen Denken zum Beweisen und Argumentieren deuten auch darauf hin, dass bei den Lernenden Wissen über die Natur von Wissenschaft nicht in ausreichendem Maße verfügbar sein könnte.

Der bereits in Abschnitt 1.4.2 angesprochene Befund, dass im Bereich der Naturwissenschaften eine kürzere wissenschaftstheoretisch fokussierte Intervention Verbesserungen in diesem Bereich bewirken konnte (Carey et al., 1989), lässt vermuten, dass sich eine gezielte Förderung des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses ebenfalls positiv auswirken könnte.

7.2.4 Beweisspezifisches Methodenwissen

Ein Bereich von Wissen innerhalb des beweisspezifischen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses, der ganz konkret Metawissen zum mathematischen Beweisen betrifft, ist das beweisspezifische Methodenwissen (auch: beweisspezifische Methodenkompetenz). Dieser

Begriff wird im Folgenden genauer erläutert. Gleichzeitig werden empirische Befunde zu diesem Bereich zusammengefasst.

Eine wesentliche Bedingungsvariable für Beweis- und Argumentationskompetenz scheint die beweispezifische Methodenkompetenz der Schülerinnen und Schüler zu sein. Dabei handelt es sich um ein Bündel von Kognitionen und Fähigkeiten, die das „Wie“ des Beweisens betreffen. So ist etwa Wissen um zugelassene Formen des Argumentierens und verwendbare Beweismittel als unerlässliche Voraussetzung für das Generieren von Beweisen durch die Lernenden anzusehen.

Heinze und Reiss (2003) schlagen vor, diesen Bereich des Methodenwissens in die drei Aspekte des Wissens zum „Beweisschema“, zur „Beweisstruktur“ und zur „logischen Kette“ einzuteilen. Diese Begriffe seien kurz erläutert:

- Das Wissen zum „Beweisschema“ umfasst Kenntnisse zu zulässigen Arten des Argumentierens (vgl. Harel & Sowder, 1998): Im Gegensatz zu deduktivem Schlussfolgern sind etwa induktives Verallgemeinern von Spezialfällen oder ein Sich-Berufen auf eine Autorität als mathematische Begründungsweisen nicht akzeptabel. Martin und Harel (1989) beobachteten noch bei Studenten erhebliche Defizite in diesem Bereich.
- Mit Wissen zur „Beweisstruktur“ ist das Bewusstsein für die jeweilige Bedeutung von Voraussetzung, Behauptung und Beweis gemeint. So muss in einem korrekten Beweis bewiesen werden, was zu zeigen ist, und Zirkelschlüsse sowie Beweislücken sind nicht zulässig. Es scheint, dass auch in diesem Bereich entsprechendes Wissen bei den Lernenden nicht immer in ausreichendem Maße verfügbar ist: Bereits bei der Aufgabe, die logische Struktur narrativ formulierter Behauptungen zu identifizieren, hatten Studenten in einer Studie von Selden und Selden (1995) große Schwierigkeiten.
- Das Bewusstsein, dass Beweise die Struktur einer „logischen Kette“ von Deduktionsschlüssen aufweisen, d.h. dass jeder Beweisschritt aus dem vorhergehenden – eventuell unterstützt von zusätzlichen mathematischen Informationen – abgeleitet werden kann, stellt den dritten von Heinze und Reiss (2003) vorgeschlagenen Bereich von Methodenwissen dar. Empirische Erkenntnisse zu Teilgebieten dieses Bereichs liefern Untersuchungen von Heinze und Kwak (2002) und Küchemann und Hoyles (2002).

Heinze und Reiss (2003) betonen, dass Verbindungen zwischen den drei Bereichen bestehen können.

Im Verbund müssen diese drei Wissensbereiche beispielsweise in Tests genutzt werden: Tests, die Aufschluss über die beweispezifische Methodenkompetenz von Schülerinnen und Schülern geben, wie sie von Healy und Hoyles (1998) oder auch von Reiss, Hellmich und Thomas (2002) verwendet wurden, basieren auf dem Beurteilen von fertig gegebenen Argumentationsbeispielen und sprechen alle drei der oben genannten Bereiche an. Bei dieser Erhebungsmethode können Schwierigkeiten der Probanden beim eigenen Aufstellen von Beweisen ausgeblendet werden, denn sowohl von Healy und Hoyles (1998) als auch von Reiss, Hellmich und Thomas (2002) wurde festgestellt, dass Schülerinnen und Schüler beim Generieren eigener Beweise weitaus größere Schwierigkeiten haben als beim Beurteilen vorgegebener Beweisbeispiele. Andererseits können mit diesen Tests Wissensbestandteile und Vorstellungen zu zulässigen Methoden mathematischen Beweisens erfragt werden.

In den Tests zur beweispezifischen Methodenkompetenz der Studien von Healy und Hoyles (1998) und von Reiss, Hellmich und Thomas (2002) war es Aufgabe der Schülerinnen und Schüler, vorgegebene Argumentationsbeispiele daraufhin zu beurteilen, ob sie korrekte mathematische Beweise darstellten. Es waren jeweils vier Beispiele von Begründungen gegeben, von denen zwei korrekte Beweise und zwei fehlerhafte Argumentationen waren. Eines der korrekten Beweisbeispiele war dabei in einem formalsprachlichen Formulierungsstil gehalten,

während das andere eher narrativ gestaltet war. Ein ähnlicher Unterschied bestand zwischen den beiden nicht korrekten Argumentationsbeispielen, bei denen Einzelfallbetrachtungen bzw. Nachmessen einerseits und ein Zirkelschluss andererseits vorkamen.

Im Fragebogen von Healy und Hoyles (1998) unterscheiden sich ein narrativ und ein formalsprachlich gehaltenes Beweisbeispiel neben diesem Oberflächenmerkmal darin, dass zwei verschiedene Beweisstrategien zum Einsatz kommen, nämlich einmal ein Symmetriebeweis und im anderen Beispiel ein Kongruenzbeweis. Dies eröffnet grundsätzlich zwei Möglichkeiten der Betrachtung der Resultate. Bei der Interpretation der Ergebnisse muss also im Fall der Untersuchung von Healy und Hoyles offen bleiben, ob die Probanden sich in erster Linie nach Oberflächenmerkmalen des narrativen bzw. formalsprachlichen Formats oder auch nach der verwendeten Beweisstrategie richteten, als sie die Beweisbeispiele beurteilten.

Mit Blick auf die drei von Heinze und Reiss (2003) vorgeschlagenen Aspekte der beweis-spezifischen Methodenkompetenz scheinen modifizierte derartige Tests als Indikatorengeber für wesentliche Bereiche von Methodenkompetenz als Teilbereich beweisbezogener wissenschaftstheoretischer Grundvorstellungen der Schülerinnen und Schüler nutzbar zu sein.

Das beweis-spezifische Methodenwissen stellt mithin einen abgegrenzten Bereich von notwendigem Metawissen dar, das spezifische Grundregeln der mathematischen Fachpraxis umfasst. Die empirische Forschung zu diesem Teilbereich des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses konnte eine Reihe von Befunden liefern, die darauf hindeuten, dass beweis-spezifisches Methodenwissen eine notwendige, aber nicht hinreichende Voraussetzung für Beweis- und Argumentationskompetenz ist. Außerdem konnten in den Studien auch Defizite der Lernenden in Aspekten des Methodenwissens aufgedeckt werden.

7.2.5 Orientierungen mathematikbezogener epistemologischer Beliefs

Die Ausführungen dieses Abschnitts zu Orientierungen mathematikbezogener epistemologischer Beliefs beziehen sich auf die überblicksartigen Gedanken von Abschnitt 1.4.3. Im Zusammenhang mit der Beweis- und Argumentationskompetenz gibt es eine Reihe von Anzeichen, dass Orientierungen epistemologischer Beliefs Rückwirkungen auf den einschlägigen Wissensaufbau haben könnten.

Auf noch allgemeinere Weise als beim Methodenwissen scheinen mathematikbezogene epistemologische Beliefs bzw. „mathematische Weltbilder“ (vgl. Törner, 1998; Pehkonen & Törner, 1996a, 1996b, 1999; Törner & Pehkonen, 1996; Grigutsch, Raatz & Törner, 1995; Törner & Grigutsch, 1994) Teilbereiche des wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses und die Beweis- und Argumentationskompetenz beeinflussen zu können. Insbesondere Orientierungen in den mathematikbezogenen epistemologischen Beliefs von Schülerinnen und Schülern wie die Formalismus-, die Anwendungs-, die Schema- und die Prozessorientierung wurden von der Arbeitsgruppe um Törner untersucht. Diese Orientierungen in den mathematikbezogenen epistemologischen Beliefs wurden inzwischen verbreitet in Forschungsaktivitäten zu Schüler(innen)-, Student(inn)en- und Lehrer(innen)kognitionen einbezogen (vgl. Grigutsch, 1996; Törner & Grigutsch, 1994; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002; Reiss, 2000; Lipowski, Thußbas, Klieme, Reusser & Pauli, 2003) und können Anhaltspunkte zu Grundorientierungen dem Fach Mathematik gegenüber geben (vgl. Abschnitt 1.4.3).

Der Begriff der „mathematischen Weltbilder“ nach der Definition von Törner und Grigutsch (z.B. 1994) ist jedoch insgesamt sehr weit gefasst: So fallen etwa Einstellungen und Haltungen, Meta-Kognitionen zur Wissenschaft Mathematik, zum Mathematikunterricht, zur Natur von Aufgaben und sogar motivationale Dispositionen wie das Fähigkeitsselbstbild ausdrück-

lich unter den Sammelbegriff „mathematisches Weltbild“. Pehkonen (1994, 1995, vgl. auch Pehkonen & Törner, 1996b) analysiert den Begriff der mathematischen Weltbilder zusammen mit Definitionen des Begriffs „*Beliefs*“ und kommt zu dem Ergebnis, dass eine verwirrende Vielfalt verschiedener Auffassungen dieser Termini existiert. Nicht zuletzt aufgrund des oft sehr umfassend angelegten Begriffsverständnisses divergieren auch Unterscheidungsversuche für untergeordnete Teilbereiche von *Beliefs* bzw. mathematischen Weltbildern. Bereits die Frage, auf welche Weise eine Grenzziehung zwischen einem rein kognitiven Bereich des mathematischen Sachwissens und einem Bereich der *Beliefs* im engeren Sinne vorgenommen werden könnte, gestaltet sich sehr schwierig (vgl. Pehkonen, 1994, 1995, Törner & Grigutsch, 1994). Ein zusätzliches Problem ergibt sich dadurch, dass epistemologische *Beliefs* bzw. mathematische Weltbilder einerseits das Fach Mathematik allgemein betreffen, andererseits aber auch eine auf einzelne Inhalte oder Themenbereiche bezogene bereichsspezifische Ausprägung aufweisen können.

Ein solcher bereichsspezifischer Fokus auf das Beweisen und Argumentieren steht im Mittelpunkt der vorliegenden Untersuchung. Würde man die Definition von Törner und Grigutsch (1994) zugrundelegen, fielen wohl alle Bereiche des wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses, motivationale Komponenten des Fähigkeitsselbstbildes (vgl. Helmke & Weinert, 1997) und vielleicht sogar kognitiven Teilbereichen der Beweis- und Argumentationskompetenz unter den Überbegriff der mathematischen Weltbilder. Aus diesem Grund erweist sich der Begriff für diese Arbeit als nicht sehr hilfreich. Diese Situation wird durch den uneinheitlichen Gebrauch des Terminus „*Beliefs*“ in der Literatur noch weiter erschwert.

Aus diesem Grund erscheint es nicht sinnvoll, eine Untersuchung, deren Ziel es ist, anhand einiger wohlunterschiedener Bedingungsfaktoren von Beweis- und Argumentationskompetenz die Lernumgebung Themenstudienarbeit zu evaluieren, an dem weit gefassten Begriff der mathematischen Weltbilder/*Beliefs* auszurichten. Da andererseits die recht gut erforschten Orientierungen mathematikbezogener epistemologischer *Beliefs* (Anwendungs-, Prozess-, Schema-, Formalismusorientierung, vgl. Törner & Grigutsch, 1994, Grigutsch, 1996; verfeinert von Klieme & Ramseier, 2001) als Kontextbedingungen der Lernenden auch bereichsspezifisch für das Lernen im Zusammenhang mit dem Beweisen und Argumentieren von Bedeutung sein können, sind sie als Indikatoren für Orientierungen im Meta-Wissen der Lernenden nutzbar. Zur besseren Unterscheidung wird der Begriff der mathematikbezogenen epistemologischen *Beliefs* bzw. kurz der „*Beliefs*“ daher in der vorliegenden Arbeit eingengt auf die oben bereits genannten Grundorientierungen der Anwendungs-, Prozess-, Schema-, Formalismusorientierung verwendet.

Weil diese Grundorientierungen mathematikbezogener epistemologischer *Beliefs* sich letztlich auf Vorstellungen zur Wissenschaft Mathematik beziehen, weisen sie offenbar Überschneidungsbereiche mit dem individuellen wissenschaftstheoretischen Grundverständnis auf. So haben sich auch bei einer Untersuchung zum hypothesenprüfenden wissenschaftlichen Denken bei der Beurteilung gegebener Beweisbeispiele erste Hinweise auf Wechselwirkungen zwischen Anzeichen für eine starke Formalismusorientierung und Erscheinungsformen von Einschränkungen im wissenschaftlichen Denken gezeigt (Kuntze, 2004a).

Grundorientierungen mathematikbezogener epistemologischer *Beliefs* wurden auch in der Studie zum Beweisen und Argumentieren von Reiss, Hellmich und Thomas (2002) erhoben. Während sich in der Studie von Healy und Hoyles (1998) zeigte, dass die Lernenden formales Beweisen als Norm ansahen, die von Lehrerinnen und Lehrern als gut eingestuft wird, stellten Reiss, Hellmich und Thomas (2002) für die von ihnen betrachtete Probandengruppe ein Überwiegen der Formalismus- und Schemaorientierung fest.

Für Zusammenhänge der Orientierungen mathematikbezogener epistemologischer *Beliefs* mit der Beweis- und Argumentationskompetenz ergibt sich eine Reihe plausibler Vermutungen:

So dürften Schülerinnen und Schüler mit stark formalistisch orientierten bzw. stark schemaorientierten Beliefs formale Aspekte in Beweisen als Norm für korrektes Beweisen vermutlich bevorzugen bzw. festgelegte Verfahrensweisen favorisieren. Solche formalistische bzw. schemaorientierte Vorstellungen könnten dazu führen, dass auch an eigene Beweisversuche der Anspruch gestellt wird, dass Beweise auf Anhieb in formalsprachlicher Form nach festen Verfahrensweisen aufzustellen sind. Dadurch wird jedoch vermutlich das Lösen von Beweisaufgaben zusätzlich erschwert. Dies könnte zur Folge haben, dass beispielsweise formalismusorientierte Schülerinnen und Schüler weniger erfolgreich Beweisaufgaben lösen könnten als Lernende mit hoher Prozessorientierung, die sich Inhalte eventuell aktiver erschließen und so auch explorative Techniken verstärkt einsetzen könnten.

Nach diesen Überlegungen ist zu erwarten, dass Orientierungen in den Beliefs der Schülerinnen und Schüler auch den Wissensaufbau in weniger gegenstandszentrierten Lernumgebungen wie der Themenstudienarbeit insofern beeinflussen könnten, als eine hohe Prozessorientierung Wissensaufbau begünstigt, während eine hohe Schema- oder Formalismusorientierung eher zu einer unterdurchschnittlichen Leistungsentwicklung führen könnte. Dieser Fragestellung wird in Kapitel 8ff (siehe auch Abschnitt 7.6) nachgegangen.

In der Studie von Reiss, Hellmich und Thomas (2002) zeigten sich kaum Zusammenhänge zwischen mathematikbezogenen epistemologischen Beliefs und der Beweis- und Argumentationskompetenz. Dies bedeutet, dass sich die oben vermuteten Zusammenhänge für den üblichen Mathematikunterricht möglicherweise nicht bestätigen. Eventuell werden hier auch gegenläufige Effekte wirksam. Inwiefern dennoch bestimmte Orientierungen epistemologischer Beliefs den Wissensaufbau unter den Bedingungen der Lernumgebung Themenstudienarbeit beeinflussen können, ist zu untersuchen.

7.2.6 Zusammenfassung der Gedanken zu Komponenten des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses

Zusammenfassend ist festzustellen, dass für das mathematische Beweisen notwendiges und nützliches Meta-Wissen sich in der Regel auch auf die Wissenschaft Mathematik bezieht (ggf. auch als Abgrenzungswissen). Damit sind solche Bereiche von Meta-Wissen einem auf das mathematische Beweisen bezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnis zuzuordnen. Wie Forschungsergebnisse es für einige dieser Wissensbereiche andeuten, dürfte ein adäquates wissenschaftstheoretisches Grundverständnis eine Voraussetzung für Beweis- und Argumentationskompetenz sein.

Forschungsergebnisse zu Teilkomponenten dieses beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses beziehen sich insbesondere auch auf die Bereiche präadoleszenter Einschränkungen im hypothesenprüfenden Denken, auf das beweispezifische Methodenwissen, auf Orientierungen epistemologischer Beliefs (vgl. die Abschnitte 7.2.3, 7.2.4 und 7.2.5) und auf Funktionen des Beweisens (vgl. Abschnitt 7.1.3). Es bietet sich also an, ausgewählte in Abschnitt 7.2.2 genannte Komponenten des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses in die Untersuchungen zur Themenstudienarbeit miteinzubeziehen. Aus diesem Grund werden in der in Kapitel 8ff vorgestellten Studie erste Untersuchungen zu solchen Indikatoren für das beweisbezogene wissenschaftstheoretische Grundverständnis angestellt.

Von Bedeutung für den Aufbau von Beweis- und Argumentationskompetenz sind nach den Überlegungen von Kapitel 1 auch motivationale Dispositionen der Lernenden, auf die im folgenden Abschnitt eingegangen wird.

7.2.7 Fachspezifische und themenbezogene motivationale Dispositionen

Dieser Abschnitt baut auf die Gedanken von Abschnitt 1.4.4 auf, in dem der Einfluss motivationaler Dispositionen auf Lernprozesse und Kompetenzaufbau angesprochen wurde.

Helmke und Weinert (1997) diskutieren die Bedeutung motivationaler Dispositionen für die Schulleistung. Da die Beweis- und Argumentationskompetenz als eine inhaltsbereichsbezogene Variable der Schulleistung anzusehen ist, dürften unterschiedliche Aspekte von Motivation und Interesse mit der Leistungsentwicklung im Bereich der Beweis- und Argumentationskompetenz in Verbindung stehen. Von Helmke und Weinert (1997) wird eine breite Palette von Konstrukten genannt, die dem Gebiet motivationaler Dispositionen zuzuordnen sind. Zu den stärksten Prädiktoren für Schulleistung gehören nach Helmke und Weinert das Fähigkeitsselbstbild bzw. das akademische Selbstkonzept (Pekrun, 1983) und die Selbstwirksamkeitserwartung der Schülerinnen und Schüler. Dies liegt nach Helmke und Weinert (1997) daran, dass ein hohes Fähigkeitsselbstbild bzw. eine hohe Selbstwirksamkeitserwartung Voraussetzung für das Aufnehmen von Leistungshandlungen durch die Lernenden ist und diese gegenüber Schwierigkeiten abschirmt. Eine niedrige Selbstwirksamkeitserwartung wirkt sich im Sinne ungünstiger Attributionsstile dergestalt aus, dass kritische, das Selbstwertgefühl bedrohende Lernsituationen vermieden werden und die Individuen intrapsychische Vermeidungsstrategien von Misserfolg entwickeln. Die positiven Zusammenhänge zwischen dem Fähigkeitsselbstbild einerseits und dem Lernverhalten, dem kognitiven Engagement und der Schulleistung auf der anderen Seite nehmen mit dem Alter der Schülerinnen und Schüler sowie mit ihrem Fähigkeitsniveau zu. Weiter führen Helmke und Weinert (1997) aus, dass diese Beobachtungen noch stärker ausfallen, wenn ein fachspezifisches Fähigkeitsselbstbild erhoben wird.

Für den Bereich des Beweisens und Argumentierens stellt sich die Frage, inwiefern inhaltspezifische Komponenten der Selbstwirksamkeitserwartung noch genaueren Aufschluss über diesen Bereich motivationaler Dispositionen den Lernenden geben können. Für das Beweisen und Argumentieren ist daher auch eine spezielle Ausprägung der mathematikbezogenen Selbstwirksamkeitserwartung bzw. des mathematikbezogenen akademischen Selbstkonzepts (Pekrun, 1983; Pekrun & Zirngibl, 2004) interessant: Themenspezifische Einschätzungen bzw. Kompetenzgefühle, die sich hier auf das Thema „Beweisen und Argumentieren“ beziehen, könnten sowohl für den Wissensaufbau innerhalb der Lernumgebung Themenstudienarbeit, als auch für nachfolgende Lernprozesse bedeutsam sein.

Eine solche beweisbezogene Selbstwirksamkeitserwartung bzw. ein solches spezifisches Fähigkeitsselbstkonzept könnte auf verschiedenere Weise aufgebaut sein. Zum einen fällt in Analogie zu der im Projekt PALMA auf das Fach Mathematik bezogenen Skala des akademischen Selbstkonzepts eine leistungs- bzw. aufgabenbezogene Selbstwirksamkeitserwartung ins Auge. Dieser Bereich würde sich auf die Zuversicht beziehen, Beweisaufgaben lösen oder etwa Beweise nachvollziehen zu können. Diese Ausrichtung einer beweisbezogenen Selbstwirksamkeitserwartung entspräche damit auch einem Fähigkeitsselbstbild im Hinblick auf die Beweis- und Argumentationskompetenz (vgl. Abschnitt 7.2.1).

Mit dem Blick auf Metawissen zum Beweisen, das nach den Ausführungen der Abschnitte 1.4.2 und 7.2.2ff als Voraussetzung für Beweis- und Argumentationskompetenz anzusehen ist, erscheint auch ein zweiter Bereich eines spezifischen Fähigkeitsselbstbildes bedeutsam: Eine Art beweisbezogenes kognitives Fähigkeitsselbstbild könnte auf die Zuversicht fokussiert sein, über ausreichendes Metawissen zum Beweisen und Argumentieren zu verfügen. Items der Art „Einem Mitschüler/einer Mitschülerin könnte ich erklären, worum es beim Beweisen in der Mathematik geht“ oder „Ich könnte Auskunft geben darüber, warum Mathema-

tiker(innen) nach Beweisen suchen“ könnten geeignet sein, diesen Bereich eines inhaltsbereichsspezifischen Fähigkeitsselbstkonzepts zu erheben.

Zu den beiden oben beschriebenen Bereichen von Selbstwirksamkeitserwartung wurden im Rahmen dieser Arbeit in ihrer inhaltsbereichsspezifisch auf das Beweisen und Argumentieren ausgerichteten Form Items entwickelt und in der in den Kapiteln 8ff beschriebenen Studie in einem Fragebogen eingesetzt (vgl. Abschnitt 8.2.3, sowie Kapitel 11).

Die Konzeption der diesen themenbezogenen Erhebungen zugrundeliegenden Begrifflichkeiten und Skalen orientierte sich dabei an Skalen und Konstrukten, die auch im PALMA-Projekt eingesetzt wurden (Pekrun & vom Hofe, 2000; Pekrun, Götz, Jullien, Zirngibl, v. Hofe & Blum, 2002, 2003; Götz, 2004; vgl. auch Pekrun, 1983).

Weitere motivationale Bedingungsvariablen wie Sach- und Fachinteresse an der Mathematik, intrinsische Motivation, Leistungsmotivation, instrumentell-zukunftsorientierte Motivation für das Fach Mathematik und Kompetenzmotivation in Mathematik wurden bereits in Abschnitt 1.4.4 kurz beschrieben. Diese Dispositionen beziehen sich auf die Mathematik bzw. das Unterrichtsfach Mathematik im Ganzen und sind nicht inhaltsbereichsspezifisch auf das Beweisen und Argumentieren ausgerichtet. Die entsprechenden Skalen, die auch im PALMA-Projekt eingesetzt wurden (vgl. Pekrun & vom Hofe, 2000; Jacob, 1996; Pekrun et al., 2002, 2003; Götz, 2004), konnten für die Evaluation der Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren verwendet werden. Für theoretische Hintergrundinformationen sei auf die entsprechende Literatur verwiesen.

Zusammenfassend wird davon ausgegangen, dass motivationale Dispositionen der Lernenden den Aufbau von Beweis- und Argumentationskompetenz mit beeinflussen können. Zur Erklärung der Entwicklung von Beweis- und Argumentationskompetenz kommen insbesondere auf das Fach Mathematik bezogene motivationale Variablen wie das akademische Selbstkonzept, Komponenten des Interesses oder der Leistungsmotivation in Betracht. Für die Selbstwirksamkeitserwartung erscheint es zusätzlich von Interesse, inhaltsbereichsspezifisch auf das Beweisen und Argumentieren ausgerichtete Fähigkeitsselbstkonzepte zu untersuchen.

7.2.8 Betrachtetes Modell für den Wissensaufbau im Zusammenhang mit dem Beweisen und Argumentieren

Die in Abschnitt 7.2 bisher dargestellten Wissensbestandteile und Fähigkeiten im Rahmen des wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses, sowie die betrachteten motivationalen Dispositionen stehen nach den oben angestellten Überlegungen mit der Beweis- und Argumentationskompetenz im Zusammenhang. Sie kommen damit als mögliche Einflussgrößen auf verständnisvollen Wissensaufbau zum Thema „Beweisen und Argumentieren“ in Frage (vgl. hierzu auch die überblicksartige Darstellung in Abb. 7.2.2).

Um im Sinne einer Evaluation der Lernumgebung zu untersuchen, wie stark die Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren einen themenbezogenen verständnisvollen Wissensaufbau fördern kann, interessieren Rückwirkungen des Lernens in der Lernumgebung auf einige der in Abbildung 7.2.2 dargestellten Bereiche. So dürfte verständnisvolles Lernen den Aufbau von beweispezifischer Methodenkompetenz und von Beweiskompetenz begünstigen, sowie motivationale Dispositionen der Lernenden positiv beeinflussen (vgl. entsprechende Pfeile in Abb. 7.2.2). Forschungsfragen und Vermutungen zu Zusammenhängen innerhalb dieses Modells, die aus den Überlegungen von Abschnitt 7.2 abgeleitet sind, enthält Abschnitt 7.6. Diese Forschungsfragen werden in den Kapiteln 8 bis 15 untersucht.

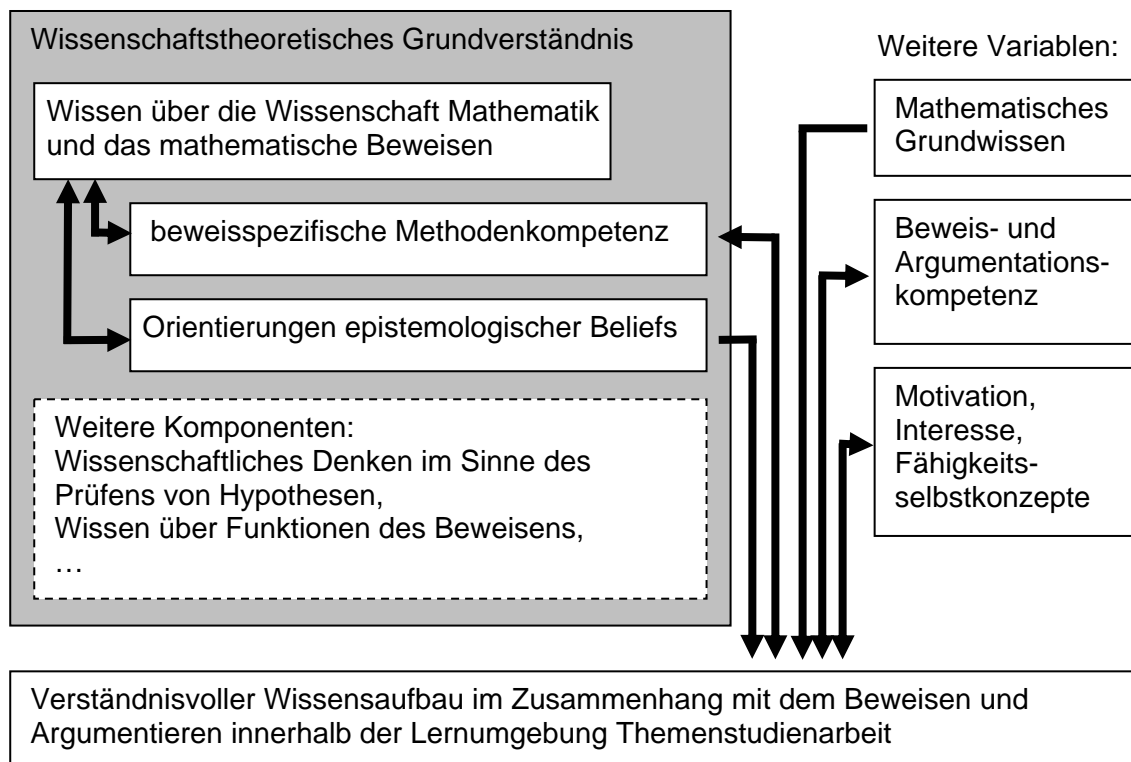


Abb. 7.2.2: Modell für Bedingungsvariablen verständnisvollen Lernens im Zusammenhang mit dem mathematischen Beweisen und Argumentieren

In diesem Abschnitt wurde ein Modell zu Bedingungsvariablen verständnisvollen Lernens zum Beweisen und Argumentieren vorgestellt, an dem nicht nur die Konzeption der Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren, sondern auch die Evaluation dieser Lernumgebung ausgerichtet werden soll.

Für die Diskussion der in dieser Lernumgebung eingesetzten Materialien und zugrundegelegten Aufgabenstellungen ist außerdem von Interesse, welche inhaltlichen Bestandteile für die Themenstudienarbeit in Frage kommen und welches curriculare Umfeld des Unterrichts für die Lernumgebung zu berücksichtigen ist. Dies wird im Folgenden überlegt.

7.3 Komponenten des mathematischen Themas „Beweisen und Argumentieren“ in einem interdisziplinären Zugang - ein kurzer sachanalytischer Überblick

Im vorangegangenen Abschnitt wurde begründet, inwiefern die Art des für die Lernenden verfügbaren Metawissens zum Beweisen in der Mathematik im Rahmen eines auf das Beweisen bezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses Einfluss auf die mathematische Beweis- und Argumentationskompetenz und ihre Entwicklung haben kann. Im Folgenden wird ein ergänzender kurzer Überblick über wesentliche inhaltliche Komponenten solchen Wissens über das Beweisen und Argumentieren in der Wissenschaft Mathematik und auch im interdisziplinären Umfeld gegeben. Ziel dieses sachanalytischen Überblicks ist es nicht, etwa alle möglichen Einzelinhalte, die mit dem Beweisen und Argumentieren in Verbindung stehen, und mögliche damit verbundene curriculare Konzeptionen zu erörtern oder

alle hier angesprochenen Komponenten des Inhaltsbereichs „Beweisen und Argumentieren“ vollständig darzustellen. Der Hauptfokus liegt vielmehr auf einem Überblick über Wissensbereiche, die mit Metawissen zum Beweisen und Argumentieren im Zusammenhang stehen. Einen Überblick über einzelne Inhalte und curriculare Gegebenheiten, die speziell für das geometrische Beweisen in der 8. Jahrgangsstufe von Bedeutung sind, gibt der nachfolgende Abschnitt 7.4.

Für die Konzeption der Themenstudienmaterialien steht die Frage im Vordergrund, welche Inhaltsbereiche im Zusammenhang mit dem Beweisen und Argumentieren für die Förderung verständnisvollen Lernens eine Rolle spielen können. Die zu wählenden Inhalte sollen den Aufbau von Beweis- und Argumentationskompetenz, von Komponenten eines tragfähigen beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses, sowie von erwünschten, auf das Beweisen und Argumentieren bezogenen motivationalen Dispositionen unterstützen (vgl. Bemerkungen zu Zielen der Themenstudienarbeit in Abschnitt 5.1). Bei der Konzeption der Themenstudienmaterialien geht es zudem weniger darum, einen detailgenau ausgearbeiteten, „idealen“ Lernweg auszuarbeiten, wie er etwa der Stoßrichtung einer gegenstandszentrierten Lernumgebung entspräche (vgl. Kapitel 2). Die ausgewählten Rohmaterialien sollen vielmehr individuelle und letztlich im Einzelnen nicht vorherbestimmte Lernprozesse anregen (vgl. die Kapitel 2 und 3), die Wissensaufbau insbesondere im Bereich des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses unterstützen und auch mathematikbezogenes Wissen in einem interdisziplinären Umfeld mit Alltagsvorstellungen vernetzen helfen sollen. Dieser Abschnitt enthält daher eine überblicksartige Sammlung von Aspekten, die für die Konzeption von Themenstudienmaterialien zum Thema „Beweisen und Argumentieren“ eine Rolle spielen können.

Aspekte in Verbindung mit dem Beweisen und Argumentieren in der Mathematik

Dass das Beweisen ein Wesensmerkmal der Wissenschaft Mathematik ist, wurde unter anderem bereits in Abschnitt 7.1 erörtert. Bestandteile der Wissenschaftspraxis werden beispielsweise bei Merkmalen des Entwickelns von Beweisen in den verschiedensten mathematischen Teildisziplinen deutlich. Ein Phasenmodell für *Entwicklungsprozesse von Beweisen* wurde in Abschnitt 7.1.2 besprochen.

Im Wesentlichen einheitliche Standards, welche Argumentationen als Beweise anerkannt werden können, bilden das in der Fach-Community geteilte *beweisspezifische Methodenwissen* ab, wie es in Abschnitt 7.2.4 beschrieben wurde: Das Wissen über „Beweisschema“, „Beweisstruktur“ und „logische Kette“ liegt im Prinzip allen mathematischen Teildisziplinen zugrunde.

Verschiedene *Funktionen des Beweisens* besonders für die Weiterentwicklung mathematischen Wissens wurden in Abschnitt 7.1.3 dargestellt (vgl. auch Kuntze, 2005f). Dabei wurde insbesondere deutlich, dass das mathematische Beweisen mit einem breiten Spektrum an Funktionen verknüpft ist, das nicht nur das Verifizieren von Behauptungen umfasst.

Beweise werden von Mathematikerinnen und Mathematikern meist in Situationen bzw. in *Kontexten* entwickelt, in denen es um neues mathematisches Wissen geht. Dies gilt auch für Situationen, in denen alternative Beweiswege zu bereits bewiesenen Sätzen oder Aussagen gesucht werden. Gesellschaftliche Merkmale von Kontexten, in denen Beweise entstehen oder vorgestellt und diskutiert werden, reichen von „einsamer Denkarbeit“ über Teamarbeit bei der Diskussion von Argumentationen bis hin zu schriftlichen Formen der Publikation und Begutachtung. Dabei gibt es einerseits individuumbezogene Elemente des Beweiskontexts und andererseits auch soziale Komponenten des Austauschs über Beweise.

Für das Führen von Beweisen gibt es unterschiedliche *Beweisstrategien* bzw. *Arten des Argumentierens*. So können beispielsweise die Beweisstrategien des Widerspruchsbeweises, des

Kontrapositionsbeweises oder des Beweises mit vollständiger Induktion unterschieden werden. Die Widerlegung einer Behauptung durch ein Gegenbeispiel folgt einer anderen Struktur als der Beweis einer Allaussage. Für den Bereich der Schulgeometrie gibt es die Beweisstrategien des Kongruenzbeweises und des Symmetriebeweises. In Geometrie-Schulbüchern findet sich darüber hinaus auch die abgrenzende Bezeichnung „Rechenbeweis“.

Folgende auf die Mathematik bezogene Wissensbereiche und Gesichtspunkte stehen mit dem Thema „Beweisen und Argumentieren“ in besonderer Verbindung:

- Das mathematische Teilgebiet der *Logik* beschäftigt sich mit Aussagen und zugelassenen Schlussweisen des Argumentierens, die der Mathematik insgesamt zugrunde liegen. Mit formalen Hilfsmitteln lassen sich Implikationen prüfen, die in alltagssprachlicher Formulierung unter Umständen recht komplex sind. Beispielsweise kann eine Behauptung bekanntlich durch den Beweis ihrer Kontraposition bewiesen werden. Auf einen Aspekt mit mathematikphilosophischer Valenz verweist das „*tertium non datur*“, das eine Basis der zweiwertigen Logik bildet: Dieser Grundsatz wurde nicht zu allen Zeiten und von allen Mathematiker(inne)n geteilt. Die Beweismethode des *Widerspruchsbeweises* bzw. des *indirekten Beweises* ist hier verankert.
- Der Ausgangspunkt für zulässige Schlussweisen des Beweises sind *Axiome*, die als unbewiesene Grundannahmen das Fundament verschiedener mathematischer Gebiete bilden. Mit den gebräuchlichen Axiomensystemen sind jedoch auch *Antinomien* verbunden (vgl. etwa die axiomatische Grundlegung der Mengenlehre nach Zermelo-Fränkel). Eine weitere Problematik besteht darin, dass etwa in der Arithmetik Aussagen formuliert werden können, über deren Wahrheit auf der Basis der Axiome der Arithmetik nicht entschieden werden kann (*Unvollständigkeitssatz von Gödel*).
- Eine Beweismethode, die in der Regel von Menschen im Detail nicht mehr nachvollzogen werden kann, ist der *Computerbeweis*, der oft zum Überprüfen einer großen endlichen Zahl zu betrachtender Fälle eingesetzt wird. Um die Zulässigkeit dieser Beweismethode hat es in der mathematischen Fach-Community zunächst keinen Konsens gegeben. Eine ähnliche Problematik ergibt sich für „biochemische Beweise“, wie sie von Dreyfus (2002) beschrieben wurden.
- Um *berühmte Beweisprobleme und berühmte Beweise* ranken sich Geschichten, die von den Medien bisweilen auch in einer breiteren Öffentlichkeit berichtet werden. Derartige Aufmerksamkeit erregte beispielsweise die Entstehungsgeschichte des Beweises zum Satz von Fermat (vgl. Singh, 1998). In der Tat ist auch die *mathematikgeschichtliche Perspektive* zum Beweisen und Argumentieren interessant. Stellvertretend sei die Entwicklung der Axiomatisierung mathematischer Theorien zur Zeit Hilberts genannt.
Einige Sätze und Beweise werden auch für den Mathematikunterricht gleichsam als Bestandteile von Allgemeinbildung angesehen. Ein Beispiel hierfür ist der Beweis der Irrationalität der Quadratwurzel aus 2, oder der der Existenz unendlich vieler Primzahlen. Auch die Vielfalt an Beweisen für den Satz von Pythagoras ist in diesem Zusammenhang zu nennen.
- *Statistische Begründungsverfahren für Hypothesen* stellen eine Art des Argumentierens dar, bei der die Sicherheit einer zu etablierenden Aussage in einem Anwendungsgebiet mit Mitteln der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik abgeschätzt werden kann.
- Insbesondere für den einführenden Unterricht zum Beweisen und Argumentieren gelten *Beweise in der Schulgeometrie* als geeignete curriculare Einheit. Die Beweistechniken von Symmetrie- und Kongruenzbeweis werden hier oft benutzt, um exemplarisch Denkweisen des mathematischen Beweises und Argumentierens zu demonstrieren.

ren. Detailliertere Informationen zu Einzelthemen dieses Inhaltsbereichs können Abschnitt 7.4 entnommen werden.

Interdisziplinäre Aspekte des Beweisens und Argumentierens

Auch außerhalb der Mathematik finden sich Situationen, die Züge eines Beweisens oder Argumentierens aufweisen. Ein gemeinsames Merkmal dieser Kontexte verschiedener Beweisverfahren ist es in der Regel, dass für das Zutreffen von Vermutungen oder Hypothesen *Sicherheit* generiert werden soll. Je nach Bereich oder Disziplin wird eine solche Sicherheit mit jeweils spezifischen Methoden erzielt.

Interdisziplinäre Sichtweisen zum Beweisen und Argumentieren, die mit mathematischen Auffassungen zu diesem Thema verglichen und kontrastiert werden können, finden sich insbesondere in den folgenden Bereichen:

- Im rechtswissenschaftlichen Bereich werden zur Absicherung von gerichtlichen Entscheidungen sowohl im Zivil- als auch im Strafprozess *juristische Beweisverfahren* eingesetzt. Diese Verfahren sind durch Gesetze geregelt und werden in juristischen Kommentaren beschrieben. Die zugelassenen Beweismittel unterscheiden sich vom Beweisen in der Mathematik ebenso wie die Mechanismen der Beweiswürdigung, d.h. des Anerkennens von Argumentationen als Beweise. Daraus ergeben sich Abweichungen in möglichen Beweiskontexten und in Funktionen des Beweisens. Ein weiterer Unterschied zu mathematischen Beweisverfahren besteht darin, dass es etwa im Strafprozess gesetzlich geregelte Beweiserhebungs- und Beweisverwertungsverbote gibt. Zu berücksichtigen ist natürlich auch, dass Rechtssysteme im internationalen Rahmen voneinander abweichen.
Die Gegenüberstellung von Aspekten juristischen und mathematischen Beweisens wurde in der Vergangenheit bereits vorgeschlagen (vgl. z.B. Gächter, 1991a)
- Das Beweisen und Argumentieren hat auch eine *philosophische Valenz*: So ist das Beweisen und Argumentieren mit der Frage nach dem Begriff der *Wahrheit*, sowie dem Ausgangspunkt bzw. den zugrundeliegenden *Prämissen von Argumentationen* verbunden. Mit derartigen Gedankengängen, die das Generieren und Absichern von Erkenntnis betreffen, befasst sich auch die *Erkenntnistheorie*.
- Die *Theologie* kann in Form von *Gottesbeweisen* eine besondere Art des Argumentierens beisteuern. Diese meist historischen Begründungsversuche der Existenz Gottes wurden auch mit den formalen Mitteln der mathematischen Logik untersucht.
- Im Bereich der *Naturwissenschaften* werden Hypothesen letztlich mit Experimenten be- oder widerlegt. Anhand dieser Experimente wird oft mit Hilfe statistischer Verfahren oder mit Hilfe der Fehlerrechnung versucht, Fehlerwahrscheinlichkeiten bzw. Fehlermargen gering zu halten. Die Suche nach derartigen statistischen und empirischen Belegen für Hypothesen unterscheidet sich vom deduktiven Beweisen in der Mathematik.
- In aller Kürze seien auch *Alltagsvorstellungen zum Begriff des Beweisens* angesprochen: Die Redewendung eines mutprobenartigen „Sich-Beweisens“ einerseits, wie auch andererseits das Plausibilität generierende und auf die Überzeugung anderer Menschen gerichtete Verwenden von „Indizien“ und Belegen (z.B. Kassenbeleg als Nachweis für einen Einkauf) sind zwei Beispiele für verbreitete alltägliche Assoziationen mit dem Beweisen.

Auf der Basis dieser Überlegungen stellt sich die Frage, welche der genannten inhaltlichen Komponenten sich für die Auswahl von Inhalten und Rohmaterialien einer Themenstudienarbeit in der 8. Jahrgangsstufe eignen.

Um verständnisvolles Lernen anzuregen, sollten Inhalte gewählt werden, die die Lernenden gut mit Vorwissen verknüpfen können. Insofern ist auch das Anforderungsniveau der Materialien zu beachten (vgl. auch die diesbezüglichen Erfahrungen der ersten Pilotstudie in Abschnitt 6.2). Um den Aufbau eines tragfähigen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses anzuregen, sollten die Materialien auf Aspekte fokussieren, die metabegriffliches und metawissenschaftliches Wissen zum Beweisen und Argumentieren umfassen.

Eine Auseinandersetzung der Schülerinnen und Schüler mit solchem Metawissen zum mathematischen Beweisen soll gefördert werden. Daher bietet es sich an, dem Vergleich zwischen mathematischen und außermathematischen Formen des Argumentierens einen hohen Stellenwert einzuräumen. Im außermathematischen Bereich kommt insbesondere das rechtswissenschaftliche Beweisen in Betracht, da es eine Stellung im Übergangsbereich zu Alltagsvorstellungen hat. Solche Alltagsvorstellungen bräuchten angesichts dieser inhaltlichen Impulse dann vermutlich nicht gesondert in den Materialien aufgegriffen werden, da davon ausgegangen werden kann, dass die Lernenden diese Verbindung selbst herstellen können.

Bei den mathematikbezogenen Rohmaterialien erscheint es sinnvoll, einerseits Informationen zur mathematischen Wissenschaftspraxis im Zusammenhang mit dem Beweisen und Argumentieren zu geben und andererseits an das Vorwissen der Lernenden mit Beweisproblemen anzuknüpfen, die im Unterricht behandelten Beweisaufgaben ähneln. Rohmaterialien, anhand derer Funktionen des Beweisens und Entwicklungsprozesse von Beweisen erkannt werden können, sollten ebenfalls in der Themenstudienmappe enthalten sein.

Mit Hilfe solcher inhaltlicher Aspekte und Materialien, die die Vielgestaltigkeit des Inhaltsbereichs „Beweisen und Argumentieren“ widerspiegeln und im Anforderungsniveau angepasst sind, könnten die Lernenden dabei unterstützt werden, aus verschiedenen Perspektiven und anhand variierender Kontexte Metawissen zum Beweisen und Argumentieren aufzubauen. Von Bedeutung für die Gestaltung der Materialien und der Lernumgebung sind auch curriculare Vorgaben der 8. Jahrgangsstufe, wie sie sich in Lehrplänen oder auch in Lehrbüchern zeigen. Auf diese Randbedingungen, die bei aller Vorsicht auch mit dem voraussetzbaren Vorwissen der Schülerinnen und Schüler in Verbindung zu bringen sind, wird im Folgenden eingegangen.

7.4 Beweisen und Argumentieren in der 8. Jahrgangsstufe in Bayern - Lehrplan und Schulbücher

In den vorangegangenen Abschnitten wurden Charakteristika des Beweisens auf der Ebene der Wissenschaft Mathematik, mathematikdidaktische Desiderata zum Beweisen und Argumentieren im Unterricht, Zielvorstellungen zum Beweisen und Argumentieren in Bildungsstandards, sowie Bedingungsvariablen für Beweis- und Argumentationskompetenz beschrieben. Um auf der Basis dieser Theorieelemente eine Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren zu konzipieren, müssen auch spezifische Bedingungen des curricularen und unterrichtlichen Umfeldes der Schülerinnen und Schüler berücksichtigt werden.

In diesem Abschnitt werden deshalb Vorgaben des Lehrplans besprochen und Ergebnisse einer Untersuchung von Schulbuchliteratur der 8. Jahrgangsstufe zum Beweisen und Argumentieren vorgestellt.

Zur Einschätzung des unterrichtlichen Umfeldes, in dem Schülerinnen und Schüler in der 8. Jahrgangsstufe Wissen zum Themenbereich „Beweisen und Argumentieren“ aufbauen können

und an das auch die zu konzipierende Lernumgebung anknüpfen muss, ist es aus zwei Gründen wichtig, Lehrplan und Schulbücher zu betrachten:

Zum einen lassen diese Quellen Rückschlüsse auf die in der 8. Jahrgangsstufe üblicherweise thematisierten Unterrichtsinhalte und bei aller notwendigen Vorsicht auch auf Aspekte der Unterrichtspraxis zu. Lehrpläne und Schulbücher spiegeln nicht zuletzt angestrebte Zielvorstellungen in bezug auf von den Schülerinnen und Schülern zu erlernende Fertigkeiten und aufzubauendes Wissen wider.

Zum anderen beeinflussen Lehrplan und Schulbücher unmittelbar das Umfeld, für das die Themenstudienarbeit als Lernumgebung konzipiert wird. Um abzuschätzen, über welches Vorwissen die Schülerinnen und Schüler verfügen können oder um zu planen, zu welchem Zeitpunkt die Themenstudienarbeit möglichst gewinnbringend eingesetzt werden kann, ist eine Untersuchung von Lehrplan und Schulbüchern von großem Interesse.

Die folgende kurze Lehrplananalyse beschränkt sich auf das Bundesland Bayern, da die drei Schulen, die an der in den Kapiteln 8 bis 16 beschriebenen Studie teilnahmen, in diesem Bundesland liegen.

7.4.1 Beweisen und Argumentieren im Lehrplan (Gymnasien in Bayern)

Aufgabe dieses Abschnittes ist es, über die zum Zeitpunkt der Erhebung gültigen Vorgaben des bayerischen Lehrplanes für die 8. Jahrgangsstufe des Gymnasiums (BaySTMUK, 1990, 1991) zum Beweisen und Argumentieren zu informieren. Zur Orientierung werden auch die auf das Beweisen und Argumentieren bezogenen curricularen Forderungen für die Jahrgangsstufen 5 bis 7 zusammengefasst.

Vorab sei angemerkt, dass das Behandeln des mathematischen Beweisens innerhalb der Fächerprofile der zweiten Lehrplanebene (BaySTMUK, 1990) verankert ist, in der der Bildungsauftrag der einzelnen Fächer charakterisiert wird. Dort findet sich die Beschreibung:

„Besondere Bedeutung hat das deduktive Schließen. Der mathematische Beweis ist hierfür ein charakteristisches Beispiel. Die Schüler erfahren, daß Herleitungen in der Mathematik streng nach Regeln erfolgen und zu widerspruchsfreien Ergebnissen führen. Die Gültigkeit mathematischer Sätze ist daher zweifelsfrei überprüfbar.“
(BaySTMUK, 1990, S. 166)

Bei dieser Formulierung ist festzustellen, dass die Fähigkeit, selbst Beweise führen zu können, für die Schülerinnen und Schüler nicht explizit gefordert wird. Im Fachlehrplan auf der vierten Lehrplanebene enthält die 8. Jahrgangsstufe jedoch entsprechende Zielvorgaben (vgl. Abschnitt 7.4.1.2). Diese spiegeln sich in etwa auch auf der dritten Lehrplanebene wider.

7.4.1.1 Beweisen und Argumentieren in der 5., 6. und 7. Jahrgangsstufe

Nach den Formulierungen des Lehrplans sollen die Schülerinnen und Schüler der 8. Jahrgangsstufe als Voraussetzung aus den Vorjahren bereits ein gewisses Vorwissen zum mathematischen Argumentieren mitbringen.

In der 5. Jahrgangsstufe spielt das Begründen und Argumentieren innerhalb der Lehrplaneinheit „Teilbarkeit der natürlichen Zahlen“ eine Rolle. Hier sollen Teilbarkeitsregeln begründet werden. In den Beschreibungen zur 6. Jahrgangsstufe findet sich kein Hinweis darauf, dass ein Argumentieren oder Beweisen mit den Lehrplaninhalten verknüpft werden soll. Erste argumentative Schritte sind für die 7. Jahrgangsstufe vorgesehen. So sollen die Schülerinnen und Schüler im Algebraunterricht die sich bei der Zahlenbereichserweiterung für die rationalen Zahlen „ergebenden Regeln und Gesetze einsehen“, womit offenbar ein Generieren von Plausibilität für diese Zusammenhänge gemeint ist.

Im Geometrieunterricht der 7. Jahrgangsstufe sollen die Schülerinnen und Schüler im Zusammenhang mit der Einheit „Winkel an Geradenkreuzungen; Winkel bei Dreiecken und Vierecken“ an das „Begründen von Zusammenhängen hingeführt“ werden, wofür die „Ableitung neuer Sätze eine wichtige Hilfe“ sein soll (BaySTMUK, 1991, S. 1201). Zwei offenbar auf die Möglichkeit deduktiven Vorgehens bezogene Aufbauvarianten werden vorgeschlagen. So kann vom Winkelsummenaxiom oder vom Parallelenaxiom ausgegangen werden. Dies bedeutet, dass auch die Rolle von Axiomen im Unterricht diskutiert werden kann.

In Verbindung mit dem Lehrplaninhalt „Symmetrie und Kongruenz von Figuren“ sollen die Schülerinnen und Schüler „beim Beschreiben und Begründen geometrischer Zusammenhänge [...] Einfallsreichtum und geistige Wendigkeit [...] entwickeln“ (BaySTMUK, 1991, S. 1201). Die Lehrplaneinheit „Dreiecke: Transversalen, besondere Dreiecke, Konstruktionen“ enthält die Bemerkung, dass „die Untersuchung der Transversalen und die Betrachtung besonderer Dreiecke“ eine „gute Gelegenheit“ bieten, „Verständnis für die Notwendigkeit des Beweisens zu wecken und erste einfache Beweisschritte durchzuführen“ (BaySTMUK, 1991, S. 1202).

Zusammenfassend ergibt sich folgendes Bild: Während eine erste vom Lehrplan vorgesehene Gelegenheit, im Unterricht zu argumentieren und zu begründen, in der 5. Jahrgangsstufe im Zusammenhang mit Teilbarkeitsregeln gegeben ist, soll die 7. Jahrgangsstufe zu begründenden Denkweisen hinführen, die erste eigene Beweisschritte der Schülerinnen und Schüler einschließen. Der Begriff „Beweis“ müsste damit bis zum Ende der 7. Jahrgangsstufe im Unterricht bereits gefallen sein, auch wenn noch keine systematischen Betrachtungen zu dieser speziellen Form des Argumentierens angestellt wurden.

7.4.1.2 Beweisen und Argumentieren in der 8. Jahrgangsstufe im Zusammenhang mit der Viereckslehre

Zu Beginn der 8. Jahrgangsstufe wird nach dem Gymnasiallehrplan (BaySTMUK, 1991) versucht, im Zusammenhang mit einer systematischeren Herangehensweise an Sätze und Beweise auch grundsätzliche Aspekte der Wissenschaft Mathematik und einige Grundlagen der Logik zu vermitteln. Diese Inhalte werden im Lehrplan mit der Viereckslehre verknüpft.

So enthält der für 18 Unterrichtsstunden, d.h. etwa ein Drittel aller Geometriestunden konzipierte Lehrplanabschnitt „Vierecke: allgemeines Viereck, besondere Vierecke, Konstruktionen“ die folgenden allgemeinen Formulierungen:

„Die Fortführung der Figurenlehre durch Betrachtungen zum Viereck gibt viele Möglichkeiten, Kenntnisse aus der Dreiecksgeometrie zu wiederholen und zu vertiefen. Dreieckslehre und Viereckslehre zusammen bilden eine solide Grundlage für reichhaltige geometrische Untersuchungen. In diesem Abschnitt sollen verstärkt wesentliche Beweistechniken vermittelt werden. Die Schüler sollen schließlich in der Lage sein, Voraussetzung und Behauptung klar zu unterscheiden, einfache Beweise selbständig durchzuführen, Kehrsätze zu formulieren und deren Beweisbedürftigkeit einzusehen.“ (BaySTMUK, 1991, S. 1205)

In diesem Abschnitt wird damit unter anderem gefordert, dass die Lernenden selbst einfache Beweise generieren können sollen, was den Kompetenzstufen II und III der Beweis- und Argumentationskompetenz (vgl. Abschnitt 7.2.1) entspricht.

In der Folge werden in BaySTMUK (1991) Inhalte der Viereckslehre zu dieser Lehrplaneinheit aufgeführt, die offenbar auf die oben beschriebene Weise erarbeitet werden sollen. Es sind dies „Begriffe beim Viereck“ („Gegenecken, Gegenwinkel, Gegenseiten, Diagonalen“), „Parallelogramm“ („Eigenschaften, insbesondere Punktsymmetrie und Erzeugung des Parallelogramms durch Verschieben einer Strecke“), „Vektorbegriff“ („Vektoraddition“), „Sonderfälle“ („Quadrat, Rechteck, Raute“), „Drachenviereck, Trapez“ („Eigenschaften, Sonderfälle: Raute, gleichschenkliges Trapez“), sowie „Viereckskonstruktionen“ (BaySTMUK, 1991, S. 1205). Dabei fällt auf, dass Lernziele zum Beweisen nur in der Vorbemerkung formuliert werden und nicht in der darauf folgenden Aufzählung von Inhalten auftreten. Möglicherweise

kommt darin eine Intention des Lehrplanes zum Ausdruck, dass beweispezifisches Metawissen zu Sätzen und Beweisen innerhalb der Viereckslehre integriert behandelt werden soll.

Ein weiterer Bezugspunkt zum Beweisen und Argumentieren ergibt sich im weiteren Verlauf der 8. Jahrgangsstufe im Abschnitt „Kreise und Geraden, Umfangswinkel“. So steht in der einleitenden Bemerkung: „Tangentenvierecke, Sehnenvierecke, Fasskreisbogenpaare sind für die Schüler neuartige Figuren mit überraschenden, leicht beweisbaren Eigenschaften“ (BaySTMUK, 1991, S. 1205). Dies könnte darauf hindeuten, dass das Beweisen und Argumentieren auch in Verbindung mit anderen Lehrplaninhalten im Unterricht weitergeführt werden soll.

7.4.1.3 Anmerkungen zu aktuellen Veränderungen im Lehrplan

In diesem Zusammenhang seien noch einige Anmerkungen zu neuerlichen curricularen Entwicklungen angefügt. Der Lehrplan BaySTMUK (1991), der zum Zeitpunkt der in Kapitel 8ff beschriebenen Studie Gültigkeit hatte, wird in der Zukunft von anderen curricularen Konzeptionen abgelöst werden. Da sich in einem zwischenzeitlich entwickelten Lehrplanentwurf für das neunjährige Gymnasium (BaySTMUK, 2003), der auch die 8. Jahrgangsstufe umfasst, sowie in einem Lehrplan der Klassen 5 mit 7 für das achtjährige Gymnasium (BaySTMUK, 2004) wesentliche Veränderungen im Bezug auf die Abschnitte 7.4.1.1 und 7.4.1.2 abzeichnen, werden zu den Neuentwicklungen im Folgenden einige kurze Bemerkungen gemacht.

In der Rahmenkonzeption zum Fach Mathematik in BaySTMUK (2003) ist eine Reihe von Hinweisen enthalten, dass die Förderung von Kompetenzen des Beweises und Argumentierens als eine wesentliche Intention angesehen wird. So wird das Begründen und Beweisen als eine Arbeitsweise genannt, die die Schülerinnen und Schüler „bei der Beschäftigung mit mathematischen Inhalten“ kennenlernen und anwenden sollen (BaySTMUK, 2003, S. 2). Lokalisiert wird diese Arbeitsweise in den Jahrgangsstufen 8 bis 10 (Mittelstufe), in denen „sich vielfältige Möglichkeiten“ bieten, „eigenständiges Begründen anzuregen“ (BaySTMUK, 2003, S. 3).

In den Jahrgangstufenlehrplänen in BaySTMUK (2003) und BaySTMUK (2004) schlagen sich diese Zielvorstellungen auf folgende Art und Weise nieder:

- Keiner der beiden Lehrpläne enthält in den Jahrgangsstufen 5 und 6 eine Bemerkung zum Beweisen, Begründen oder Argumentieren. Insbesondere erscheint das Thema „Teilbarkeit“ in der 5. Jahrgangsstufe nicht mehr.
- In der 7. Jahrgangsstufe nimmt das „Begründen von Zusammenhängen“ in beiden Lehrplänen eine deutlich sichtbare Rolle ein. So wird etwa formuliert:

„In der Jahrgangsstufe 7 erwerben die Schüler folgendes Grundwissen: [...] Sie sind in der Lage, im algebraischen bzw. geometrischen Kontext zu argumentieren“ (BaySTMUK, 2004, S. 6))

Diese Zielsetzung ist im Wesentlichen mit geometrischen Inhalten verknüpft, die auch in BaySTMUK (1991) in der 7. Jahrgangsstufe vorkommen, wie etwa Grundkonstruktionen, Winkelbetrachtungen an Figuren und Transversalen im Dreieck (letzteres nur in BaySTMUK, 2003). Die Kongruenzsätze sollen als Fundamentalsätze vorgestellt und damit nicht begründet oder bewiesen werden.

Zusätzlich soll auch anhand von Termen und Gleichungen argumentiert werden.

- Die 8. Jahrgangsstufe wird in BaySTMUK (2003) beschrieben. Hier findet sich folgender Satz in den einleitenden Bemerkungen:

Beim Begründen mathematischer Aussagen üben [die Schülerinnen und Schüler] logisches Argumentieren, das sie bereits im Lauf des bisherigen Unterrichts als ein Wesensmerkmal mathematischen Arbeitens kennen gelernt haben.“ (BaySTMUK, 2003)

Innerhalb dieser Jahrgangsstufe findet sich jedoch keine Lehrplaneinheit, in der Bemerkungen zu einem Begründen von Aussagen gemacht würden. Insbesondere ist die Lehrplaneinheit zur Viereckslehre und zum Beweisen (vgl. BaySTMUK, 1991) nicht mehr enthalten. Die in Jahrgangsstufe 7 zu behandelnden Kongruenzsätze scheinen also ihr Anwendungsgebiet bei den Kongruenzbeweisen der Viereckslehre einzubüßen.

Zusammenfassend ist damit festzustellen, dass das Beweisen und Argumentieren zwar in allgemeinen Formulierungen der Lehrpläne BaySTMUK (2003) und BaySTMUK (2004) weiterhin repräsentiert ist, andererseits aber Lehrplaninhalte bis einschließlich Jahrgangsstufe 8, die in Verbindung mit dem Beweisen standen, in Zukunft voraussichtlich abgebaut werden.

7.4.2 Ergebnisse einer Analyse von Darstellungsteilen in Schulbüchern zum Beweisen und Argumentieren

Im vorangegangenen Abschnitt 7.4.1 wurden curriculare Vorgaben zum Beweisen und Argumentieren erörtert, die die 8. Jahrgangsstufe betreffen. Da neben den Lehrplänen auch die ausführlicheren Darstellungen von Lehrbüchern einen Einfluss auf den Unterricht zum Beweisen und Argumentieren haben können, werden im Folgenden Ergebnisse einer Untersuchung von Darstellungsteilen bayerischer Lehrwerke der 8. Jahrgangsstufe besprochen. Auf diese Art und Weise kann noch besser abgeschätzt werden, in welchem Unterrichtsumfeld die zu konzipierende Lernumgebung zum Beweisen und Argumentieren erprobt werden kann.

Neben Lehrplänen könnte auch die Schulbuchliteratur das Lernen der Schülerinnen und Schüler zum Beweisen und Argumentieren beeinflussen. Schulbücher können Schülerinnen, Schülern und auch Eltern als Referenzwerke für Inhalte dienen, die im Mathematikunterricht behandelt werden. Auch für die Unterrichtsvorbereitung der Lehrpersonen dürften die Ausführungen in Schulbüchern häufig eine wichtige Grundlage bilden und damit vermutlich einen Einfluss auf den Unterricht haben. Es stellt sich also die Frage, wie das vom Lehrplan für die erste Hälfte der 8. Jahrgangsstufe vorgesehene systematischere und analysierendere Herangehen an mathematische Sätze und Beweise von den Schulbüchern begleitet wird.

Im Folgenden werden mehr als 20 Schulbücher in ihrem Aufbau und ihrer Vorgehensweise im Hinblick auf das Lehrplanthema „Beweisen und Argumentieren“ (vgl. Abschnitt 7.4.1) der 8. Jahrgangsstufe untersucht (vgl. auch Kuntze, 2002f). Um einen weiter gehenden Überblick über schulmathematisches Vorgehen in Lehrwerken geben zu können, beschränkte sich die Auswahl der Schulbuchliteratur nicht nur auf Bücher, die für den derzeit gültigen Lehrplan (BaySTMUK, 1991) konzipiert wurden. Eine Reihe meist älterer Schulbücher kann als zusätzliche Vergleichsbasis dienen, wie unter variierten curricularen Bedingungen das Herangehen an wichtige Theorieelemente für das geometrische Beweisen gestaltet werden kann. Im Zentrum der Betrachtungen steht im Folgenden der Darstellungsteil der jeweiligen Bücher, die Aufgabenblöcke wurden in der Regel nicht mit betrachtet.

Fragestellungen

Ergänzend zur Lehrplananalyse ist zunächst von Interesse, welche Inhalte zum Thema „Beweisen und Argumentieren“ sich in den Darstellungsteilen der Lehrwerke finden, und in welcher Weise diese Darstellungen aufgebaut sind. Als ein Merkmal des Aufbaus wurde die Reihenfolge der Behandlung einzelner Inhalte erfasst. Ein weiterer untersuchter Aspekt des Aufbaus war es, wie stark die Inhalte zum Beweisen mit der Viereckslehre verknüpft werden und welche Rolle Beweisbeispiele in den Darstellungsteilen spielen.

Auf der Grundlage der Überlegungen in den Abschnitten 7.1 und 7.2 interessierte ferner, welcher Stellenwert in den Lehrwerken formalsprachlichen Formulierungen zukommt und inwiefern metaperspektivische Gesichtspunkte zum Beweisen und Argumentieren in den Schulbüchern thematisiert werden.

Ergebnisse

In einem ersten Auswertungsschritt wurden einzelne Teilinhalte identifiziert, die in den Darstellungsteilen der Lehrwerke zum Beweisen und Argumentieren eine Rolle spielten. Bei dieser Untersuchung der betrachteten Schulbücher wurde eine Anzahl wiederkehrender Einzelthemen bzw. thematischer Einzelschritte festgestellt, die in Tabelle 7.4.1 aufgeführt sind.

Motivation zur Beweisbedürftigkeit in der Geometrie	Was ist ein (Lehr-)Satz?
Voraussetzung/Behauptung	Wenn-Dann-Aussagen
Regeln der Logik (auch Ansätze)	Widerlegung durch ein Gegenbeispiel
Kongruenzbeweis	Symmetrie- bzw. Abbildungsbeweis
Verneinung	Widerspruchsbeweis
Rolle der Axiome (Unterscheidung im Vergleich zu Sätzen)	Kehrsatz
„Teilweise Umkehrung“ / „mehrere Kehrsätze“	notwendige / hinreichende Bedingungen
Berechnungsbeweis bzw. Beweis durch Nachrechnen	Kontraposition
Warnung vor Zirkelschluss	

Tab. 7.4.1: Wiederkehrende Einzelthemen in Darstellungsteilen von Schulbüchern zum Beweisen und Argumentieren (ohne Berücksichtigung der Reihenfolge)

Einzelthemen	Lehrbücher																								
	Andelfinger (1971)	Barth et al. (1986)	Barth et al. (1993)	Ernst (1971)	Ernst (1975)	Faber (1968)	Höfmann (1975)	Kratz (1970)	Kratz (1977)	Kratz (1983)	Kratz (1985)	Lambacher u. Schweizer (o.J.)	Meyer (1991)	Renner (1952)	Roth u. Stingl (1972)	Roth u. Stingl (1978)	Roth (1989)	Schmid u. Schweizer (1987)	Schmid (1993)	Schröder u. Uchtmann (1967)	Suckardt u. Wohlfarth (1985)	Suckardt u. Wohlfarth (1995)	Schweizer (1969)	Teller u. Nikol (1952)	Wolff (1965)
Motivation zur Beweisbedürftigkeit				1	4			1	1	1	1		1				12			3	5			1	1
Was ist ein (Lehr-)Satz?	1	1	1	3	5	1	2	2	2	2	2	4	1					2	2	1	2	2	6	3	2
Voraussetzung/Behauptung	3	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	4	5		1	5	7	2	2	4	3	3	4		2
Wenn-Dann-Aussagen	2	2	2	7	8	1	3	8	4	4	4	3	3		2	3	1	1	1	7	4	4	2		
Regeln d. Logik (auch Ansätze)				2				4	5	5	5				5										
Widerlegung durch ein Gegenbeispiel		6	6					6	6	9	7	7	8		3		3	3	5			9			
Verneinung		3	3					7	10			8					6			5					
Symmetrie- bzw. Abbildungsbeweis		10	10	3	4	7	6	5	8	7	6	11		9	6	9	6	7		7					5
Kongruenzbeweis		11	11	4	6	8	7	6	9	8	7	10	2	10	8	8	5	3		6	6	5			6
Widerspruchsbeweis		5	9	9	6	5	6	9	11	10	9	11	12				11	4	8	6		8			
Rolle der Axiome (Untersch.)		8			3	5	1	7	11	10	8	1	2			1				2	1	1	1	2	3
Kehrsatz		6	5	5	8	9	3	8	9	12	11	12	2	6	3	8	2	4	7	4	8	8	5	3	4
„Teilw. Umkehrung“ („mehrere Kehrsätze“)		7							13	12	13						5		9						
Notwendige / hinreichende Bed.		4	7	7	9	10	9	10	10	14	13	14		9		4	7	2	8	6		9	10		
Kontraposition		4	4										8			11							7		
Berechnungsbeweis		8	8				5									7	4	10				7	7		
Warnung vor Zirkelschluss				5	7		4								6										
Mit Lehrplan (BaySTMUK, 1991) verträglich (j/n)	n	n	j	n	n	n	n	n	n	n	n	j	n	j	n	n	n	n	j	n	n	j	n	n	n

Tab. 7.4.2: Behandlung von Einzelthemen zum Beweisen und Argumentieren in Geometrie-Schulbüchern und ihre Reihenfolge

Diese Einzelthemen wurden in den Schulbüchern in unterschiedlichen Reihenfolgen behandelt. In Tabelle 7.4.2 ist die Abfolge der in Tabelle 7.4.1 aufgeführten Einzelthemen in den jeweiligen Lehrwerken durch Nummerierung dargestellt.

Offenbar existiert eine beträchtliche Variationsbreite, in welcher Reihenfolge das Thema Beweisen strukturiert wird und welche Inhalte jeweils als wichtig erachtet und angesprochen werden (vgl. Tab. 7.4.2). Auch wenn einzelne Ansätze in den Schulbüchern als mehr oder weniger geglückt einzustufen sind, scheint es sehr unterschiedliche mögliche Wege bei der schulbuchartigen Präsentation dieses Themenkomplexes zu geben.

Die Inhalte werden hinsichtlich

- ihrer Reihenfolge,
- ihrer Einbindung in die geometrischen Sachinhalte (z.B. Viereckslehre),
- der Auswahl bestimmter ergänzender Inhalte
- ihrer Verarbeitungstiefe und ihres Anspruchsniveaus

auf ganz unterschiedliche Art und Weise behandelt. Es gibt also offensichtlich bei Darstellungen zum Beweisen und Argumentieren eine breite Palette an Gestaltungsmöglichkeiten.

Ein wesentlicher Unterschied im Aufbau ist in der Art und Weise zu sehen, wie die Inhalte zu Satz und Beweis mit den Sachinhalten verknüpft werden. Zwei Herangehensweisen wurden festgestellt:

- Eine inhaltliche „Gleichordnung“ des Beweisens und Argumentierens findet sich beispielsweise bei Barth et al. (1986, 1993), Roth (1989), Schmid und Schweizer (1987). Dieser Begriff sei kurz erklärt: In neueren Büchern gibt es oft ein eigenständiges Kapitel „Beweisen“, wodurch der übergeordnete Gedanke modulhaft und lektionsartig neben die anderen Sachinhalte gestellt wird. Das Beweisen erhält dadurch, dass es separat thematisiert wird, einen besonderen Stellenwert. Andererseits wird es zu einer von anderen Inhalten abgetrennten Lektion, und damit möglicherweise ähnlich behandelt wie Sachverhalte, denen unter Umständen von den Lernenden keine übergreifende Gültigkeit beigemessen werden könnte.
- Eine inhaltliche „Unterordnung“ ist beispielsweise in den Lehrwerken von Andelfinger, 1971; Ernst, 1975; Faber, 1968; Hoffmann, 1975 festzustellen: Die Gedanken zum Beweisen werden hier „je nach Bedarf“ in die Sachinhalte eingebaut. Dadurch werden sie schwerer auffindbar, der Überblick über relevante Facetten des Beweisens dürfte von den Schülerinnen und Schülern nur eher schwer herzustellen oder aufrecht zu erhalten sein. Als Lösungsmöglichkeit dieser Problematik ist der Versuch von Suckardt und Wohlfarth (1995) und Schmid (1993) zu sehen, die eingebauten Inhalte zum Beweisen und Argumentieren vollständig innerhalb des Kapitels zur Viereckslehre abzuhandeln.

Eine Möglichkeit, das Beweisen konkret zu veranschaulichen, ist das Vorstellen von Beweisbeispielen. Hier konnte festgestellt werden, dass in allen Schulbüchern Beweisbeispiele gegeben und betrachtet werden. Nur in Ausnahmefällen (z.B. Ernst, 1975) wird ein Beweisverfahren nur beschrieben und nicht an einem Beispiel demonstriert.

Beispiele für fehlerhafte Beweise werden jedoch meist nicht diskutiert. In den seltenen Fällen, in denen ein Beispiel für einen fehlerhaften Beweis wiedergegeben wird, stellt das fehlerhafte Beweisbeispiel eine recht „knobelige“ Aufgabe relativ hohen Anforderungsgrades dar (Barth et al., 1986, 1993). Es scheint hier für die Lernenden nicht einfach zu sein, den Fehler im Beweisbeispiel zu finden. Ein „Lernen an Fehlern“ oder ein Diskutieren über die Korrektheit von Beweisen wird in den untersuchten Lehrwerken also offenbar nicht angestrebt.

In der Analyse der Schulbuchliteratur wurde auch untersucht, welcher Stellenwert formal-sprachlichen Formulierungen von Beweisen zukommt und inwiefern schemaartige Beweisformate bevorzugt werden. In diesem Zusammenhang stellte sich heraus, dass gerade bei den aufgabenrelevanten Beweisverfahren des Symmetrie- und des Kongruenzbeweises viele Schulbücher zu einer rezepthaften Vermittlung zu neigen scheinen. Durch eine derartige Kanonisierung, Standardisierung und Ausrichtung auf Prüfbarkeit könnten zwar möglicherweise Schülerkompetenzen für abgegrenzte Aufgabenformate durch entsprechende Übung gefestigt werden, andererseits besteht die Gefahr, dass durch die Automatisierung unter Umständen die Sinnhaftigkeit des Beweisens für die Lernenden verloren geht.

Zur Frage, inwiefern übergreifende, metaperspektivische Gedanken zum Beweisen und Argumentieren in den Schulbüchern dargestellt werden, ergeben sich folgende Feststellungen:

- Die Ausführungen in den Lehrwerken sind oft ausschließlich auf die Geometrie ausgerichtet. Nur in wenigen Büchern finden sich auch Beweisbeispiele aus anderen Bereichen, wie beispielsweise aus der Algebra (z.B. Barth et al., 1986, 1993).
- Es wurde untersucht, welche Aspekte des Themenbereichs „Satz und Beweis“ *nicht* in den Schulbüchern erscheinen (vgl. Abschnitt 7.3). Zu nennen sind in erster Linie metawissenschaftliche Aspekte, d.h. Gesichtspunkte, die das Wissen *über* die Mathematik betreffen. Es handelt sich um Antworten auf Fragen wie: Welche Bruchlinien hinsichtlich der Akzeptanz von Beweisen gab und gibt es in der Fach-Community (z.B. Computerbeweise, indirekte Beweise)? Wer entscheidet über die Richtigkeit von Beweisen? Wie entsteht ein Beweis (vgl. Abschnitt 7.1.2 und Boero, 1999)? Wie formal muss ein Beweis sein? Gibt es z.B. „Beweise durch Hinsehen“ anhand einer Figur?
Solche Fragen werden in der Lehrbuchliteratur offenbar insgesamt nur sehr wenig berührt. Andererseits betreffen sie aber den Bereich des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses (vgl. Abschnitt 7.2.2).
- Abgesehen von der Diskussion über das Messen im Rahmen einer Motivation der Beweisbedürftigkeit, in der das Messen oft als ungenügende Nachweismethode dargestellt wird, stellt fast kein Schulbuch mathematische Beweisvorstellungen mit dem Argumentieren in anderen Disziplinen gegenüber (vgl. Abschnitt 7.3). Eine Ausnahme bildet das ältere Lehrwerk von Schröder und Uchtmann (1967).
- Eine weitere Beobachtung in diesem Zusammenhang betrifft die Funktionen des Beweisens. Auf der Basis des in Abschnitt 7.1.3 vorgestellten Kategoriensystems ist festzustellen, dass beinahe ausschließlich die Funktion des Verifizierens in den Darstellungsteilen der Lehrwerke angesprochen wird. Auch in diesem Bereich können daher die Schülerinnen und Schüler ihren Schulbüchern nur wenig Metawissen zum Beweisen entnehmen.

Auf der Basis der Durchsicht der Schulbücher wird auch eine gewisse zeitliche Entwicklung deutlich. Es kann festgehalten werden, dass die Tendenz von einer weitgehend erklärungslos auftretenden Verwendung mathematischer Formulierungen von Axiomen, Sätzen und Beweistechniken hin zu noch eher bescheiden ausfallenden Erklärungsversuchen in der Zeit der „New Maths“ führte. In der Folge scheint ein noch stärkerer Bedarf nach Erklärung und Verständnisförderung dazu beigetragen zu haben, dass das Beweisen in einem eigenen Kapitel gewürdigt wurde. Neuerdings scheint in den Schulbüchern der 8. Jahrgangsstufe verschiedentlich wieder eine Vernetzung mit Sachinhalten der Viereckslehre angestrebt worden zu sein. In der in Tabelle 7.4.2 zitierten Schulbuchliteratur können Anzeichen für diese Entwicklungen beobachtet werden.

Die Ergebnisse der Schulbuchanalyse werden im Folgenden zusammengefasst und Implikationen für die Gestaltung der Themenstudienarbeit zu diesem Thema besprochen.

Zusammenfassung und Diskussion

Auch über die Vorgaben des Lehrplanes hinaus scheint es in den betrachteten Schulbüchern einen gewissen Kanon an gemeinsamen inhaltlichen Vorstellungen zum Thema „Sätze und Beweise“ zu geben, der sich in der lehrbuchmäßigen Behandlung der Mittelstufengeometrie etabliert hat. Eine Reihe der in Tabelle 7.4.1 aufgeführten Einzelthemen wird offenbar auch für die Behandlung der geometrischen Sachinhalte wie beispielsweise der Viereckslehre als inhaltlich notwendig angesehen. Dieser Kanon wird offenbar motiviert durch die Vorgaben des Lehrplans, durch inhaltliche Interdependenzen der Geometrie und durch gewisse, den Schulbuchautor(innen) gemeinsame Zielvorstellungen hinsichtlich benötigten Wissens über das Beweisen in der Mathematik. Offenbar wird dieser Kanon auf unterschiedliche Art und Weise aufgebaut und mit den Sachinhalten zur Viereckslehre vernetzt.

In den Darstellungsteilen der Schulbücher werden oft Beweisbeispiele verwendet. Ein Lernen an fehlerhaften Beweisbeispielen wird aber eher nicht angestrebt. Metaperspektivische Gedanken zum Beweisen als Bestandteil mathematischer Fachpraxis sind in den Lehrwerken äußerst rar. Oft scheint es, dass Beweisverfahren wie der Kongruenzbeweis algorithmisch automatisiert werden sollen, ohne den Lernenden Hintergrundinformationen zum Beweisen zur Verfügung zu stellen. Bei der Analyse der Schulbücher entsteht also oft der Eindruck, dass nahezu nur so viel über Metawissen zum Beweisen und mathematischen Argumentieren gesagt wird, wie es für die Beherrschung von Beweisaufgaben des Geometriebuchs notwendig erscheint.

Eine Lernumgebung, die verständnisvolles Lernen zum Beweisen und Argumentieren anregen soll, muss diesen Aspekten Rechnung tragen. Metaperspektivische und metabegriffliche Aspekte zu Sätzen und Beweisen sollten eine verstärkte Rolle spielen, um das möglicherweise eher formalistisch orientierte, im Unterricht aufgebaute Wissen zu ergänzen. Ein Reflektieren des Vorwissens anhand von Rohmaterialien, die auch andere Gesichtspunkte der Wissenschaftspraxis in den Vordergrund stellen, soll dazu anregen, ein tragfähiges beweisbezogenes wissenschaftstheoretisches Grundverständnis aufzubauen.

Im Folgenden werden derartige Implikationen für die Gestaltung einer Themenstudie zum Beweisen und Argumentieren für Lernende der 8. Jahrgangsstufe diskutiert.

7.5 Konzeption der Themenstudie „Gebt mir Beweise“

In den vorangegangenen Abschnitten wurden inhaltliche und mathematikdidaktische Grundlagen zum Beweisen und Argumentieren erörtert, die für die Konzeption einer Themenstudienarbeit zu diesem Inhaltsbereich in der 8. Jahrgangsstufe von Bedeutung sind. Einige Gedanken beispielsweise zu Dispositionen der Lernenden und zur Auswahl inhaltlicher Aspekte wurden bereits angestellt.

In diesem Abschnitt werden Überlegungen zur Konzeption der Lernumgebung diskutiert, die die Entwicklung der Themenstudienmaterialmappe, den Einsatz zusätzlicher Materialien für die Lehrenden und die Gestaltung der Randbedingungen der Lernumgebung im Mathematikunterricht der 8. Jahrgangsstufe betreffen. Dazu wird in Abschnitt 7.5.1 auf die besondere Situation der Themenstudienarbeit mit Schülerinnen und Schülern der 8. Jahrgangsstufe eingegangen, bevor in Abschnitt 7.5.2 Rahmenentscheidungen begründet werden. In Abschnitt 7.5.3 werden konkrete Überlegungen zur Wahl von Materialien und von Gestaltungsmerkmalen der Lernumgebung angestellt. Darauf basierende detaillierte Gedanken zu den einzelnen Rohmaterialien, zur Aufgabenstellung und zum Aufbau der Unterrichtssequenz finden sich schließlich in Abschnitt 7.5.4.

7.5.1 Die besondere Situation der Themenstudienarbeit in der 8. Jahrgangsstufe

In Abschnitt 4.2.2 wurde bereits festgestellt, dass die mathematikbezogenen ETH-Fallstudien mit einer Ausnahme für Schülerinnen und Schüler der Oberstufe konzipiert wurden. Insbesondere die ETH-Fallstudienmappe „was zu beweisen war“ (Gächter & Frey, 1991a) weist ein Anforderungsniveau auf, das sich in der ersten Pilotstudie als selbst für besonders begabte Schülerinnen und Schüler recht anspruchsvoll erwies (vgl. Abschnitt 6.2). Insofern musste mit der Konzeption der Lernumgebung für die 8. Jahrgangsstufe mit geeigneten Themenstudienmaterialien zum Beweisen und Argumentieren gewissermaßen Neuland beschriftet werden.

Die Konzeption der Lernumgebung musste sorgfältig an die Bedingungen der Altersgruppe und an voraussetzbares Vorwissen der Lernenden angepasst werden.

Im Vergleich zu den Erfahrungen der Pilotstudien (vgl. Kapitel 6) sind für das schulische Umfeld der 8. Jahrgangsstufe, für das die Themenstudienarbeit zum Thema „Beweisen und Argumentieren“ konzipiert wurde, einige spezifische Bedingungen zu beachten, die beispielsweise Lernvoraussetzungen und Vorwissen der Schülerinnen und Schüler betreffen:

- Die curricularen Zielvorgaben und die in der Schulbuchliteratur üblichen Darstellungen zum mathematischen Beweisen und zur Viereckslehre wurden im vorangegangenen Abschnitt 7.4 untersucht. Diese Untersuchung lässt bei aller gebotenen Vorsicht Rückschlüsse zum möglichen Wissensstand der Schülerinnen und Schülern zu. Hier zeigte sich unter anderem, dass das mathematische Beweisen in der 8. Jahrgangsstufe erstmals auf systematischere Weise behandelt wird. Für eine Herangehensweise, in der die Lernenden Wissen zum Beweisen aus einer metabegrifflichen und metawissenschaftlichen Perspektive reflektieren, erscheint es daher von Vorteil, mit der Themenstudienarbeit auf einen konventionell unterrichteten Darstellungsteil von Wissen zum Beweisen aufzubauen.
- Es muss davon ausgegangen werden, dass bei vielen Schülerinnen und Schülern weit geringeres Wissen vorhanden ist, als es vom Lehrplan gefordert wird (vgl. etwa die Ergebnisse zur Beweis- und Argumentationskompetenz für Lernende der 7. Jahrgangsstufe von Reiss, Hellmich & Thomas, 2002, und die Befunde von Healy & Hoyles, 1998, für etwas ältere Schülerinnen und Schüler in Großbritannien).
- In ähnlicher Weise ist damit zu rechnen, dass auch nicht alle Schülerinnen und Schüler in zufriedenstellendem Maße auf Grundwissen zu Begriffen der Geometrie zurückgreifen können (Reiss, Hellmich & Thomas, 2002; Baumert et al., 1997; Deutsches PISA-Konsortium, 2001).
- Auf der Basis der Gedanken zu Lehrplan und Schulbuchliteratur in Abschnitt 7.4 wird erwartet, dass das von den Lernenden in der 8. Jahrgangsstufe aufgebaute Wissen zum Beweisen und Argumentieren deutliche Züge einer Wissensvermittlung aufweist, die auf das Beherrschen prüfbarer Beweisaufgabenlösefähigkeiten ausgerichtet ist, ohne ein großes Maß an Lernangeboten zum Aufbau einschlägigen Metawissens wiederzuspiegeln. Auch mit dem Beweisen verknüpft Wissen des interdisziplinären Bereichs dürfte nicht für alle Lernenden verfügbar sein.
- Speziell für den Einsatz der Themenstudienmethode ist zu berücksichtigen, dass die Lernenden im Fach Deutsch in der Regel noch keine Erfahrungen mit dem Schreiben von Erörterungen und dem Aufstellen von Gliederungen gemacht haben. Nach den Vorgaben der Lehrplanebene 3 (Rahmenlehrpläne der Jahrgangsstufen, BaySTMUK, 1990) wird jedoch in der 7. Jahrgangsstufe das Verfassen von Streitgesprächen praktiziert. Auch beschreibende und berichtende Textformen spielen bereits in den Klassen

5 mit 7 eine Rolle. Die für die 8. Jahrgangsstufe vorgesehene „begründete Stellungnahme“ und Formen des Zusammenfassens von Texten könnten unter Umständen im Fach Deutsch erst später im Schuljahr unterrichtet werden. Auch für das Fach Mathematik ist davon auszugehen, dass die Schülerinnen und Schüler noch keine Erfahrungen mit mathematischen Aufsätzen sammeln konnten.

Das Aufstellen von Gliederungen und von Argumentationsketten in eigenen Texten ist im Fach Deutsch erst für die 9. Jahrgangsstufe, das textbezogene Arbeiten und die Erörterung sind für die 10. Jahrgangsstufe vorgesehen.

Es erscheint daher sehr wichtig, den Schülerinnen und Schülern Hilfestellungen sowohl für das Arbeiten mit Texten, als auch für das eigene Redigieren eines gegliederten, darstellenden und argumentierenden Texts zu geben.

Aus dieser besonderen Situation der Lernenden in der 8. Jahrgangsstufe können zusammenfassend die folgenden Forderungen an die Gestaltung der Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren gestellt werden: Zum einen erscheint es hilfreich, wenn die Lernenden bereits über eine Wissensbasis zum mathematischen Beweisen und Argumentieren verfügen, damit sie in einer metabegrifflichen Art des reflektierenden Zugangs möglichst vielfältige Verknüpfungen zwischen Inhalten herstellen können und nicht erst neue mathematische Inhalte erarbeiten müssen (vgl. auch Ergebnisse in Kapitel 6). Zum anderen erscheint es unerlässlich, in verschiedenen Bereichen Hilfestellungen und möglichst adaptive instruktionale Unterstützungsstrukturen anzubieten. Schließlich ist bei der Gestaltung der Materialmappe auf ein angemessenes Anforderungsniveau und vielfältige inhaltliche Verknüpfungsmöglichkeiten mit Vorwissen zu achten.

Diese Anforderungen an die zu gestaltende Themenstudienarbeit liegen auch den im Folgenden beschriebenen Rahmenentscheidungen zur Lernumgebung zugrunde.

7.5.2 Rahmenentscheidungen zur Lernumgebung

Im Hinblick auf die in Abschnitt 5.4 besprochenen Gestaltungsdimensionen von Themenstudienarbeit werden für die hier zu konzipierende Lernumgebung einige Rahmenentscheidungen erörtert.

Entsprechend der in Abschnitt 6.7 abgeleiteten Forschungsdesiderata wird eine Form der Themenstudienarbeit erprobt, die unter den Bedingungen des realen Mathematikunterrichts in der 8. Jahrgangsstufe einsetzbar sein soll und bei der alle Lernenden die gleiche Aufgabenstellung bearbeiten. Aufgrund des beschränkten Zeitrahmens und zur Sicherstellung von Vergleichbarkeit wurde daher entschieden, eine Materialienmappe *vorzugeben* und eigene Rechercheaktivitäten der Lernenden nicht einzufordern.

Die Überlegungen in Abschnitt 7.2 zum Zusammenwirken von Beweis- und Argumentationskompetenz und verschiedenen Bereichen des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses sprechen dafür, die inhaltliche Ausrichtung des Arbeitens in der Lernumgebung mit einer *metaperspektivischen Betrachtungsweise* zu verknüpfen. Dementsprechend stand ein Verarbeiten, Ordnen und Beurteilen gegebener Materialien im Vordergrund. Zu einer derartigen inhaltlichen Herangehensweise lagen auch parallele Erfahrungen der ersten Pilotstudie vor (vgl. Abschnitt 6.2).

Eine praktische Implikation dieser Rahmenentscheidung war, dass die Schülerinnen und Schüler vor der Themenstudienarbeit einen Grundstock an Wissen über Sätze und Beweise erwerben sollten, wie er in etwa dem in Schulbüchern vorzufindenden Kanon (vgl. Abschnitt

7.4.2) entspricht. Aus Gründen der Vergleichbarkeit wurden diese Inhalte den Lehrpersonen in den Begleitmaterialien zur Themenstudienarbeit anhand eines Schulbuchauszugs mitgeteilt.

Schließlich wurde auf der Basis der Gedanken in den Abschnitten 3.3 und 3.4 eine kooperative Ausrichtung des Arbeitens in *Partnerarbeit* gewählt, die auf das Erstellen eines *schriftlichen Produkts* ausgerichtet war. Auf diese Weise sollte ein produktorientierter verständnisvoller Lernprozess zum Beweisen und Argumentieren angeregt werden, der auch von Möglichkeiten kooperativer Interaktion unterstützt werden sollte.

Detailliertere Folgerungen aus diesen Überlegungen und den in Abschnitt 7.5.1 angesprochenen Aspekten werden im Folgenden besprochen.

7.5.3 Implikationen für die Gestaltung der Themenstudienmaterialien, begleitender Zusatzmaterialien für die Lehrkräfte und Randbedingungen der Lernumgebung

Den in Abschnitt 7.5.1 genannten spezifischen Umgebungsbedingungen wurde bei der Konzeption der Themenstudienarbeit „Gebt mir Beweise“ Rechnung getragen. Die einzelnen, im Folgenden beschriebenen Implikationen betreffen den Bereich der Materialien, die den Lernenden zur Verfügung gestellt wurden, den Bereich der zusätzlichen Materialien, die sich an die Lehrpersonen richteten, und den Bereich unterrichtsmethodischer Randbedingungen und Organisationsformen.

Auf der Basis der bisherigen Überlegungen wurden folgende Gesichtspunkte der Gestaltung der Themenstudienmaterialien zugrundegelegt:

- Der Gesamtumfang der Rohmaterialien der Themenstudienmappe wurde im Vergleich zur ETH-Fallstudie von A. Gächter (Gächter & Frey, 1991a) reduziert, um so dem Alter der Schülerinnen und Schüler Rechnung zu tragen. Andererseits hatten die Erfahrungen der dritten Pilotstudie (vgl. Abschnitt 6.4) gezeigt, dass ein gewisser Materialumfang von den Lernenden durchaus gemeistert werden kann. Es wurde also die Form einer mehrseitigen Sammlung von Dokumenten in einer Materialmappe gewählt.
- Das Anspruchsniveau der Materialien orientierte sich ebenfalls an der Altersstufe. So wurden die Textausschnitte so gewählt, dass zu große Komplexität vermieden und die Passung zu möglichem Vorwissen der Lernenden erhöht wurde (vgl. auch entsprechende Überlegungen am Ende von Abschnitt 7.3). Einzelne Dokumente wurden zu diesem Zweck in der Form von Rohmaterialien selbst verfasst, da kein im Schwierigkeitsgrad angemessenes Material zur Verfügung stand.
- Für die Gestaltung der Materialien wurde ein sogenanntes „integriertes Format“ der Darstellung von Inhalten gewählt (vgl. Renkl & Schworm, 2002, S. 263). Diese Art der Darstellung unterstützt Wissensverarbeitungs- und Lernprozesse der Schülerinnen und Schüler insofern, dass Aufmerksamkeitsverluste durch das Herstellen von Verbindungen zwischen Text und Figuren möglichst vermieden werden sollen. Die Wahl eines integrierten Formats soll Bezüge zwischen Informationsquellen dadurch erleichtern, dass diese sich auch durch das Layout in ihrem wechselseitigen Erklärungspotential gegenseitig möglichst gut unterstützen.
- Wie bereits in den Abschnitten 7.3 und 7.4.2 angesprochen, erscheint es besonders wichtig, inhaltliche Komponenten zum Beweisen und Argumentieren in den Rohmaterialien aufzugreifen, die die in Schulbüchern enthaltenen Darstellungen derart ergänzen,

dass der Aufbau zutreffender Vorstellungen im Bereich des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses mittels metabegrifflicher Betrachtungsweisen angeregt werden kann. In den Abschnitten 3.2 und 7.3 war ausgeführt worden, dass dafür eine interdisziplinäre Ausrichtung der Materialien reichhaltige Lerngelegenheiten bereitstellen kann.

- Das Integrieren einer heterogenen Auswahl an Materialien wurde angestrebt, um ein breites Spektrum möglicher Anknüpfungsmöglichkeiten und Einstiegsmöglichkeiten in die Arbeit mit den Materialien zu eröffnen. Diese Maßnahme sollte auch Vorwissensunterschieden zwischen den Lernenden entgegenkommen. Auch in diesem Zusammenhang bietet sich eine interdisziplinäre Ausrichtung der Themenstudienarbeit an.
- Das Sprechen über Beweise und über das Beweisen, wie es in der konzipierten Arbeitsform angestrebt wird und in das Erstellen von Themenstudien mündet, soll zusätzlich durch eine diesbezügliche Hilfestellung in der Materialienmappe angeregt werden: Ein in einem Dokument wiedergegebener „Dialog“ zweier fiktiver Schülerinnen über Beweisbeispiele könnte als Ermunterung der Lernenden für ein eigenes Sprechen über konkrete Argumentationsbeispiele und über das Beweisen allgemein fungieren (vgl. Abschnitt 7.5.2.5).

Die instruktionale Hilfsstruktur der Lernumgebung verfolgt das Ziel, die Lernprozesse der Schülerinnen und Schüler zu fördern (vgl. Abschnitt 3.2.5). Im Anweisungsteil sollten die Aufgabenstellungen zu einer selbsttätigen Auseinandersetzung mit den Rohmaterialien anregen. Zusätzlich erschien es unerlässlich, ein Angebot einer Vorstrukturierung der Arbeitsprozesse zu geben.

- Als eine solche Unterstützung können zeitliche Vorgaben für einzelne Arbeitsschritte dienen. Dadurch kann von den Lernenden ein äußerlich gegebenes Orientierungsgerüst für die Strukturierung der eigenen Arbeitsprozesse genutzt werden.
- Eine inhaltliche Hilfsstruktur können optionale indirekt gestellte Themenfragen bieten. Solche inhaltlichen Anstöße können beispielsweise eigene Gliederungsversuche unterstützen, ohne die Offenheit der Aufgabenstellung durch allzu kleinschrittige Vorgaben übermäßig einzuschränken.
- Eine Unterstützung für das Redigieren der Themenstudien kann ein Gliederungsvorschlag bieten. Dadurch könnten insbesondere Probleme vermieden werden, die dadurch entstehen, dass entsprechende Arbeitstechniken aus dem Fach Deutsch noch nicht verfügbar sind (vgl. Abschnitt 7.5.1).
- Adaptive Elemente der Aufgabenstellung, die beispielsweise Arbeitstechniken und Anforderungen für den Fall der Überforderung bei der Arbeit mit einigen Materialien enthalten, können helfen, ein unproduktives Stocken in Prozessen des Wissensaufbaus zu vermeiden (vgl. Abschnitt 3.2.5).

Weitere, den Lernenden zur Verfügung gestellte Hilfsressourcen, wie etwa ein Glossar zu Fremdwörtern und Fachausdrücken, sollen die Arbeit mit den rohmaterialienartigen Dokumenten ebenfalls fördern.

Wie diese Zielsetzungen für die Gestaltung von Materialien und von instruktionalen Elementen der Anleitung verfolgt wurden, wird anhand der einzelnen Dokumente der Themenstudienmappe im folgenden Abschnitt 7.5.4 beschrieben.

Begleitend zur Materialienmappe wurden Zusatzmaterialien für die Lehrpersonen entwickelt. Diese enthielten unter anderem Hinweise auf Inhalte zum Beweisen und Argumentieren und zur Viereckslehre, die vor der Themenstudie im Unterricht behandelt worden sein sollten.

In den Begleitmaterialien waren darüber hinaus auch metakognitive Tipps zusammengestellt, die die Lehrpersonen an ihre Schülerinnen und Schüler bei Bedarf weitergeben konnten. Ein Beispiel dafür waren Hinweise auf die Technik des „mind-mappings“ oder auf das „Befragen von Dokumenten“. Eine diesbezügliche individuelle Unterstützung der Schülerinnen und Schüler durch ihre Lehrerinnen bzw. Lehrer sollte bedarfsgerecht auf Schwierigkeiten der Lernenden antworten können.

Zur unterrichtsmethodischen Gestaltung der Lernumgebung erscheinen in Ergänzung zu den in Abschnitt 7.5.2 geschilderten Rahmenentscheidungen zu Gestaltungsmerkmalen folgende Implikationen sinnvoll:

- Die Integration der Lernumgebung in ein für die Schülerinnen und Schüler gewohntes Unterrichtsumfeld, d.h. die Kompatibilität der konzipierten Themenstudienarbeit mit zeitlichen und räumlichen „Normalbedingungen“ erscheint aus zweierlei Gründen wichtig: Einerseits sollen Störeffekte durch ein ungewohntes Umfeld des Unterrichts vermieden werden, da sich die Schülerinnen und Schüler ohnehin in einer für sie vermutlich ungewohnten Lernumgebung zurechtfinden müssen. Andererseits soll die Einsetzbarkeit der Lernumgebung unter alltäglichen schulischen Voraussetzungen erprobt werden. Dies soll dadurch erleichtert werden, dass sich die Themenstudienarbeit in einem üblichen, in Einzelstunden untergliederten Mathematikunterricht umsetzen lässt. Dadurch dürften die Lernenden auch in der Sichtweise unterstützt werden, dass es sich bei der Themenstudienarbeit um „normal relevanten“ Unterricht handelt.
- Für die Themenstudienarbeit wurde die Form einer Unterrichtssequenz mit einem Umfang von fünf Stunden vorgesehen. Auf diese Weise wurde den curricularen Randbedingungen Rechnung getragen und gleichzeitig den Lernenden wie auch den Lehrenden ein überschaubarer Zeitrahmen angeboten. Die Festlegung der Grobstruktur der Unterrichtssequenz sollte ebenfalls der Orientierung und der Transparenz von verbindlichen, mit der Lernumgebung verknüpften Anforderungen dienen. Die fünfstündige Unterrichtssequenz ist in Abschnitt 7.5.4.11 überblicksartig dargestellt.
- Die Bearbeitung der Themenstudienmaterialien in Partnerarbeit ist mit einigen möglichen Vorteilen verbunden, die gerade für Schülerinnen und Schüler der Mittelstufe von Bedeutung sein könnten. Bei überschaubaren Teams von zwei Lernenden ist davon auszugehen, dass eine Verbindlichkeit in der Arbeitsteilung zwischen den Mitgliedern des Teams entsteht und ein „Abtauchen in der Gruppe“ im Hinblick auf zu leistende Arbeitsprozesse erschwert wird. Andererseits steht den einzelnen Schülerinnen und Schülern bei der Kooperation eine Partnerin bzw. ein Partner zur Verfügung, der sich ebenfalls mit den Inhalten beschäftigt. Es wird mithin durch die Wahl der Sozialform Partnerarbeit versucht, die Vorteile des intersubjektiven Austauschs zu nutzen und gleichzeitig mögliche nachteilige Entwicklungen in größeren Gruppen zu vermeiden, wie sie insbesondere bei Schülerinnen und Schülern auftreten dürften, die wenig Erfahrungen mit selbständigem Arbeiten in schüleraktivierenden Unterrichtsformen haben.

Auf der Basis dieser Implikationen für die Gestaltung der Lernumgebung und ihrer Materialien erscheint es möglich, in der 8. Jahrgangsstufe verständnisvolle Lernprozesse zum Beweisen und Argumentieren zu fördern. Wie sich diese Folgerungen in einzelnen Dokumenten der Themenstudienmappe niederschlagen, wird im Folgenden dargestellt.

7.5.4 Konzeption der Materialmappe der Themenstudie (inhaltliche Aspekte, Aufgabenstellung, Einsatz der Materialien)

In diesem Abschnitt werden die Materialien der Themenstudienmappe „Gebt mir Beweise“ vorgestellt und besprochen (vgl. Kuntze, 2002e). Zunächst wird auf die Rohmaterialien der Themenstudienmappe eingegangen (vgl. Abschnitte 7.5.4.1 bis 7.5.4.8), danach die Aufgabenstellung und das instruktionale Hilfsgerüst erörtert (vgl. Abschnitt 7.5.4.9). Schließlich werden die Materialien kurz in ihren Verbindungen zu Funktionen des Beweisens diskutiert (vgl. Abschnitt 7.5.4.10). Im Folgenden wird jeweils die inhaltliche Funktion der einzelnen Dokumente kurz erläutert. Diese Darstellung dient auch als Grundlage für die Untersuchung zur Lernumgebung, von der in den Kapiteln 8ff berichtet wird. Einzelne Informationen zum geplanten zeitlichen Verlauf der Unterrichtssequenz können Abschnitt 7.5.4.11 sowie den Anhängen 1, 3 und 7.2 entnommen werden.

Auf der Grundlage des in Kapitel 2 zugrundegelegten gemäßigt-konstruktivistischen Lernmodells ist es nahezu unmöglich, die Wirkung einzelner Rohmaterialien auf das Lernen der Schülerinnen und Schüler detailliert vorausszusagen. Die Bedeutung des individuellen Vorwissens, die aktive Rolle der Lernenden, intersubjektive Austauschprozesse oder eventuelle eigene zusätzliche Recherchetätigkeit der Schülerinnen und Schüler erlauben es kaum, detaillierte Prognosen zu individuellen Lernprozessen abzugeben, die von einzelnen Materialien ausgelöst werden können. Aus diesem Grunde werden im Folgenden überblicksorientierte Gedanken zu den Materialien und darin enthaltenen inhaltlichen Aspekten kurz dargestellt, ohne diese im Detail zu analysieren.

7.5.4.1 Die Zitate von Mathematikern in Dokument 1

Wie in den Abschnitten 7.1.2 und 7.3 dargestellt, gibt es innerhalb der mathematischen Fach-Community sozial geteilte Auffassungen darüber, welche Standards an mathematisches Beweisen zu stellen sind. Dieses sozial geteilte Wissen liegt jedoch nicht als expliziter und exakt gefasster Katalog von Anforderungen vor, der einheitlich für alle Teilgebiete der Mathematik und über alle Zeiträume hinweg Gültigkeit beanspruchen könnte.

Um zu zeigen, dass und auf welche Art und Weise Auffassungen von Mathematiker(inne)n zum Beweisen innerhalb der mathematischen Fachkultur auseinander gehen können, wurden einige Zitate von Mathematikern für die Rohmaterialien der Themenstudie „Gebt mir Beweise“ ausgewählt. Nicht zuletzt die Ergebnisse der Analyse von Schulbüchern in Abschnitt 7.4.2 legen nahe, dass solche Sichtweisen zur Praxis der Wissenschaft Mathematik im Mathematikunterricht wenig vorkommen.

Um das Erschließen der in den Zitaten geäußerten Sichtweisen durch die Lernenden nicht zu behindern, wurden in den Texten einzelne Fremdwörter ersetzt und einige etwas leichtere Formulierungen eingefügt.

In dem Dokument wird auch eine Reihe von Funktionen des Beweisens (vgl. Abschnitt 7.1.3) und von Beweiskontexten (vgl. Abschnitt 7.2.2) angesprochen. Die erste Äußerung gibt im Wesentlichen die bereits diskutierten Aspekte „convincing oneself“, „convincing of a friend“ und „convincing of an enemy“ von Tall (1989) wieder.

Das zweite Zitat stammt von Atiyah (1984) und betont das Reflektieren und Verstehen von Problemen im Zusammenhang mit dem Beweisen und damit in erster Linie die Funktion der „explanation“ (Hanna, 2000; De Villiers, 1990), bzw. die Funktion „reflektieren“ nach Abschnitt 7.1.3.

Das dritte Zitat stammt von Pierre de Fermat (zitiert nach Gächter, 1991a) und bringt hauptsächlich die Funktion des Überzeugens anderer durch das Beweisen zum Ausdruck.

Eine recht konstruktivistisch ausgerichtete epistemologische Auffassung zu Beweisverfahren als Mittel der Erkenntnisgewinnung in der Mathematik und zum Wahrheitsbegriff vertritt Wilder (1944, vgl. S. 319) im vierten Zitat.

Den Aspekt der Entdeckung z.B. von Implikationsbeziehungen und den Aspekt der Kommunizierbarkeit von Inhalten im Zusammenhang mit dem Beweisen spricht Thom (1973, zitiert nach Wittmann & Müller, 1988) im fünften Zitat an. Gleichzeitig wird der erklärende Charakter des Argumentierens beim Nachvollziehbar-Machen von Gedanken zu einem mathematischen Problem betont.

Das sechste Zitat innerhalb von Dokument 1 unterstützt die Sichtweise, dass auch die Anerkennung von Beweisen innerhalb der mathematischen Fachcommunity einen Aushandlungsprozess darstellt, der grundsätzlich von den Beteiligten und zeitlichen Entwicklungen abhängig ist (vgl. Manin, 1977, S. 48).

Eine etwas formalistischer orientierte Äußerung im siebten Zitat stammt von MacLane (1981). Hier wird kurz die Rolle von Axiomen beschrieben und die Genauigkeit mathematischen Begründens, d.h. die Strenge von Beweisen erläutert. Die Unterscheidung zwischen Beweisskizzen als Grundlage von Kommunikationsprozessen bei der Prüfung und Validierung von Beweisen einerseits und „absolut strengen Beweisen“ andererseits dient nicht zuletzt dazu, unterschiedliche Grade von Genauigkeit in mathematischen Begründungsverfahren zu verdeutlichen.

Die in Dokument 1 gewählten Zitate von Mathematikern haben in erster Linie die Funktion, einen Eindruck von einer „Innensicht“ der Wissenschaft Mathematik auf das Thema „Beweisen und Argumentieren“ zu geben. Auch wenn die Lernenden anhand der umschreibenden Äußerungen der Experten kaum Detailvorstellungen zum Wesen konkreter Entstehungsprozesse von Beweisen innerhalb der Fachcommunity aufbauen können, dürften die oben besprochenen Sichtweisen es ermöglichen, in einer Metaperspektive mathematikbezogene Problematiken in Verbindung mit dem Beweisen zu beschreiben.

7.5.4.2 Die Materialien zum Beweisen im Strafprozess in den Dokumenten 2 und 5

Argumentationsweisen in einem nichtmathematischen Bereich werden in den Dokumenten 2 und 5 vorgestellt. Informationen zum Beweisen im Strafprozess, die aus unterschiedlichen Perspektiven gegeben werden, in verschiedene Kontexte eingebettet sind und sich in ihrem Anspruchsniveau wie in ihrer Darbietungsform unterscheiden, sind in diesen Dokumenten enthalten. Der rechtswissenschaftliche Beweisbegriff unterscheidet sich von mathematischen Konzepten des Argumentierens, was für die Lernenden in den beiden Dokumenten sichtbar gemacht werden soll.

In Dokument 2 ist ein kurzer „Zeitungsausschnitt“ wiedergegeben, in dem aus einem Strafprozess zu einem Raubüberfall berichtet wird. In kurzen Worten wird ein strittiges Urteil beschrieben. Eine Aufstellung möglicher Indizien zu dem Fall schließt sich an. Ein konkreter Dialog aus dem Gerichtssaal dient der weiteren Veranschaulichung sowie der Verdeutlichung des Kontexts, in den wesentliche Inhalte des Dokuments eingebettet sind.

Aus einer theoretischeren Perspektive beleuchtet Dokument 5 mögliche Verfahrensweisen der Beweiserhebung im Strafprozess. Es setzt sich aus Ausschnitten juristischer Kommentare der Strafprozessordnung zusammen. Bei diesen Ausschnitten wurde versucht, die Verwendung allzu großer sprachlicher Komplexität zu vermeiden. Dies wurde durch eine geeignete Wahl von Ausschnitten angestrebt.

7.5.4.3 Die Karikatur und die Glosse in den Dokumenten 3 und 8

Neben dem Unterhaltungswert und einer möglichen, damit verbundenen Motivationsunterstützung enthalten eine Karikatur und eine Glosse in den Dokumenten 3 und 8 wesentliche inhaltliche Informationen, die als Lernangebote die Arbeit der Schülerinnen und Schüler unterstützen sollen. So kann die in der Karikatur dargestellte Situation auch als Beispiel für ein empirisches Stützen einer Theorie durch plausible Befunde oder als das Auffinden einer Art „Beweisindiz“ gedeutet werden.

In der Glosse werden in einer Aufstellung von „Beweismethoden“ eine ganze Reihe von Überzeugungstaktiken genannt, die für mathematisches Beweisen als nicht akzeptabel anzusehen sind. Letzteres wird am Ende der Glosse angedeutet: Die „Brutalo-Methode“ bestehe darin, es „wirklich zu beweisen“.

Insbesondere zum Aufbau und zur Vertiefung beweispezifischer Methodenkompetenz (vgl. Abschnitt 7.2.4) können die beiden Dokumente 3 und 8 Anregungen liefern.

7.5.4.4 Der Zeitungsartikel in Dokument 4

Weitere Informationen über das Beweisen als Bestandteil der Praxis der Wissenschaft Mathematik enthält Dokument 4. Der Ausschnitt aus einem Artikel einer Tageszeitung berichtet vom soeben gelungenen Beweis der Catalanschen Vermutung. Die Entwicklungsgeschichte dieses berühmten Beweisproblems und bereits früher erfolgter Teillösungsschritte wird ebenso beschrieben wie das „Funktionieren“ des Begutachtungssystems von Beweisen durch wenige Expert(inn)en eines betroffenen Spezialgebiets.

Dokument 4 liefert Aspekte, die Bedeutung für das beweisbezogene wissenschaftstheoretische Grundverständnis haben, etwa dadurch, dass ergänzende Information zum Kontext des Beweisens und andeutungsweise auch zu Beweisfunktionen gegeben werden.

7.5.4.5 Die Argumentationsbeispiele in Dokument 6

Dokument 6 enthält sieben Beispiele für teils fehlerhafte Beweisversuche. Diesen Argumentationsbeispielen vorangestellt wurde ein Dialogtext, in dem die Unterhaltung zweier Schülerinnen wiedergegeben ist, die einige der nachfolgenden Argumentationsbeispiele für das Erstellen einer Themenstudie diskutieren.

Die Auseinandersetzung mit gegebenen Beispielen von Beweisversuchen, die durch Dokument 6 angeregt werden soll, zielt auf die Förderung von Fähigkeiten und Kognitionen innerhalb des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses, die auch in Tests zur beweispezifischen Methodenkompetenz (vgl. Healy & Hoyles, 1998 und Abschnitt 7.2.4) eine Rolle spielen. Beim Nachvollziehen und Bewerten der Argumentationen soll sich den Lernenden etwa die Frage stellen, ob die verwendeten Beweismethoden zulässig sind oder ob deduktive Argumentationsketten vorliegen.

Neben diesem Hauptfokus können von den Lernenden aus den Beweisbeispielen von Dokument 6 auch Aspekte zu Beweisfunktionen und zu Beweiskontexten herausgearbeitet werden.

Die gewählten Argumentationsbeispiele lassen sich vier Gruppen zuordnen. Die erste Gruppe der korrekten Beweisbeispiele zeichnet sich durch eine gewisse Nähe zu in Schulbüchern dargestellten Argumentationen aus und umfasst einen Kongruenzbeweis und einen Symmetriebeweis.

Eine zweite Gruppe von Argumentationsbeispielen wird durch inadäquate Vorstellungen zum Beweisschema (vgl. die Gedanken zu dieser Komponente beweispezifischer Methodenwissens in Abschnitt 7.2.4) charakterisiert: Ein „Beweis“ durch Nachmessen und ein Beweisver-

such, in dem der Verweis auf eine Autorität gekoppelt mit einer Einzelfallbetrachtung eine Rolle spielt, gehören zu dieser Gruppe.

Die dritte Gruppe umfasst zwei Beweisversuche, deren Fehler eher in der Struktur des Beweises liegen (vgl. Abschnitt 7.2.4). Das eine Beispiel enthält einen Zirkelschluss, im anderen Beispiel wird durch einen logischen Fehlschluss zu Beginn nur ein Spezialfall bewiesen, der verallgemeinerbar wäre.

Ein deduktiv orientiertes Beispiel, in dem ein bekannter Satz angewendet wird, und das eine kleinere Argumentationslücke aufweist, ist einer vierten Gruppe zuzuordnen.

In den Argumentationsbeispielen in Dokument 6.1 bis 6.7 wird jeweils der in Abbildung 7.5.1 wiedergegebene Satz mehr oder weniger mathematisch korrekt „bewiesen“:

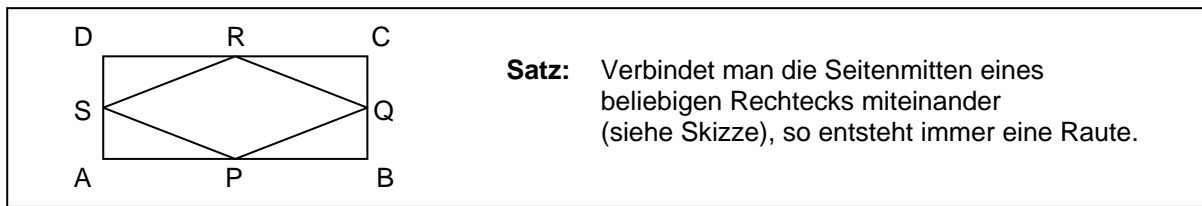


Abb. 7.5.1: Der Satz, der in den Beweisbeispielen in Dokument 6 teilweise fehlerhaft „bewiesen“ wurde

Im Folgenden werden die einzelnen Argumentationsbeispiele näher erläutert. Sie sind in der Materialmappe jeweils mit den fiktiven Schülerinnen- bzw. Schülernamen gekennzeichnet, die auch im Folgenden in Klammern mit aufgeführt werden.

Das Beispiel in Dokument 6.1 („Nadine“) enthält einen korrekten Kongruenzbeweis, der recht formalsprachlich gehalten ist und ausführlich begründet, warum das Viereck PQRS lauter gleich lange Seiten hat.

Im Beispiel in Dokument 6.2 („Alex“) wird argumentiert, dass in drei beliebig konstruierten Rechtecken Längenmessungen jeweils - bis auf Messungenauigkeiten - das gleiche Ergebnis liefern. Diese drei „beliebigen“ Vierecke werden in einem im Begründungsbeispiel beschriebenen Zufallsverfahren hergestellt, bei dem das Rechteck bestimmende Punkte mit geschlossenen Augen gezeichnet werden. Sowohl aufgrund der nicht zugelassenen Methode des Messens, als auch aufgrund des Schließens von Einzelfällen auf eine allgemeingültig formulierte Aussage werden diese Ausführungen als mathematischer Beweis abzulehnen sein.

Im Argumentationsbeispiel in Dokument 6.3 („Manuel“) wird die Behauptung nur für den Spezialfall eines Quadrates ABCD bewiesen. Die sprachlich-narrativ gehaltene Argumentation, die sich auf die Länge der Diagonalen in vier kongruenten Teilquadraten stützt, könnte leicht analog für Rechtecke verallgemeinert werden.

Das Beispiel in Dokument 6.4 („Sandra“) gibt einen als korrekt einzustufenden Symmetriebeweis wieder. Dieser ist etwas weniger formalsprachlich gehalten als das Beweisbeispiel in Dokument 6.1 und weist narrativ ausgeführte Argumentationsschritte auf.

Das Beispiel in Dokument 6.5 („Daniela“) steht für ein eher deduktives Vorgehen. Um einen im Beweisbeispiel zitierten Satz ausnutzen zu können (vgl. „Haus der Vierecke“) wird begründet, dass PQRS (vgl. Abb. 7.5.1) sowohl ein Drachenviereck, als auch ein Parallelogramm ist. Ein „Schönheitsfehler“ der kurzen, textartigen Argumentation ist, dass für das Drachenviereck nicht dargelegt wird, warum eine Diagonale von der anderen halbiert wird.

In dem in Dokument 6.6 („Frederic“) dargestellten Begründungsverfahren wird mit Hilfe des in der 8. Jahrgangsstufe noch nicht verfügbaren Satzes von Pythagoras rechnerisch begründet,

dass PQRS lauter gleich lange Seiten hat. Dies geschieht jedoch nur anhand des speziellen Zahlentripels 3, 4 und 5, weshalb kein allgemeiner Beweis vorliegt. Strittig wird ferner sein, ob der Satz des Pythagoras aus Sicht der Schüler(innen) der 8. Jahrgangsstufe zur Argumentationsbasis gezählt werden darf. Im Beweisbeispiel beruft sich „Frederic“ auf die Autorität seiner „Schwester in der 9. Klasse“, was für sich genommen ebenfalls keine für mathematisches Beweisen zulässige Methode des Argumentierens ist.

Das Beispiel in Dokument 6.7 („Benno“) beinhaltet einen Zirkelschluss. Ein argumentativer Umweg über Parallelogramm, Drachenviereck und das Haus der Vierecke erweckt den Anschein eines beweisenden Vorgehens. Das Beispiel ist in einem erklärenden, nicht sehr formalsprachlichen Stil gehalten.

In dem Dialogtext von Dokument 6, der den Argumentationsbeispielen vorangeht, kommen bereits einige Aspekte zur Einstufung der Dokumente 6.1-6.7 vor. In der Form von Vermutungen der beiden Schülerinnen wird geäußert,

- dass der Beweis in Dokument 6.1 richtig aussieht, aber nicht leicht zu verstehen sei,
- dass der „Beweis“ in Dokument 6.3 zwar richtig aussehe, jedoch nicht akzeptabel sei, man ihn aber berichtigen könnte,
- dass im „Beweis“ in Dokument 6.5 die Begründung fehle, dass eine Diagonale die andere halbiert, diese Argumentation aber „kurz und elegant“ sei,
- dass zum „Beweis“ in Dokument 6.6 Misstrauen gegenüber Erkenntnissen aus der „9. Klasse“ und anderen Maßen des Rechtecks angebracht sein könnte,
- dass im „Beweis“ in Dokument 6.7 möglicherweise „Voraussetzung und Behauptung verwechselt“ worden sein könnte.

Die Argumentationsbeispiele 6.2 und 6.4 kommen in dem Schülerinnendialog nicht vor.

7.5.4.6 Die Ausschnitte aus Lexika in Dokument 7

In Dokument 7 werden Erklärungen zum Begriff „Beweis“ wiedergegeben, die aus zwei Lexika entnommen wurden. Die Begriffserklärungen weichen erheblich voneinander ab, weil offenbar einerseits ein juristischer Beweisbegriff, andererseits ein an der Mathematik orientiertes Bild vom Beweisen vertreten wird. Im Dokument wird angeregt, auch im eigenen Lexikon nachzusehen, wodurch ein möglicher Anstoß für altersgemäße eigene Recherchetätigkeiten der Lernenden gegeben wird.

Teilbereiche des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses, die im Rahmen der Begriffsbeschreibungen in Dokument 7 angesprochen werden, sind Funktionen des Beweises, Informationen zu möglichen Beweiskontexten und der beweispezifischen Methodenkompetenz zuzuordnen.

7.5.4.7 Das „Blatt aus dem Papierkorb einer Mathematik-Studentin“ in Dokument 9

Um über die beschreibenden Aussagen in dem Zeitungsartikel von Dokument 4 hinaus konkretere Hinweise dazu zu geben, dass Beweise in einem längeren Prozess entstehen, der meist auch explorative Arbeitsschritte umfasst (vgl. die Ausführungen zum Beweisentwicklungsmodell von Boero (1999) in Abschnitt 7.1.2), wurde in Dokument 9 ein „Blatt aus dem Papierkorb einer Mathematik-Studentin“ hinzugefügt. In Dokument 9 wird das Problem der Parkettierung der euklidischen Ebene mit regelmäßigen Vielecken untersucht. Ausgehend von Einzelfalluntersuchungen werden Teilargumentationen entwickelt, die teilweise noch nicht als deduktive Begründungen ausformuliert sind. Das Dokument endet mit „OK, jetzt den Beweis:“, was offenbar auf ein nicht in Dokument 9 enthaltenes weiteres Blatt verweist. Im Sinne des Beweisentwicklungsmodells von Boero (1999) sind in Dokument 9 die Phasen der

Beweisgenerierung repräsentiert, die der Ausformulierung des Beweises als deduktiver Kette von Argumenten vorangehen. Dokument 9 kann zur Weiterentwicklung des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses insofern beitragen, als Hintergrundwissen zur Entwicklung von Beweisen, zu verwendbaren heuristischen Strategien, sowie zu Anforderungen an fertige Beweise aufgebaut werden kann.

7.5.4.8 Das „leere“ Dokument für von den Lernenden selbst eingebrachte Materialien

Am Ende der Dokumentenmappe wurde ein leeres Formular angefügt, auf das von den Schülerinnen und Schülern selbst gefundene Materialien aufgeklebt werden können. Neben der Öffnung der Materialzusammenstellung für Ergebnisse der Schülerrecherche, die durch das „leere“ Dokument für die Lernenden erkennbar werden soll, wird eine Basis für die mögliche Weiterentwicklung der Materialien geschaffen. Das „leere“ Dokument soll also zu eigener Recherche der Lernenden ermutigen.

Falls Schülerinnen und Schüler ein selbst gefundenes Dokument mit einbringen wollen, ist es wahrscheinlich, dass sie die Bedeutung dieses Dokuments als vergleichsweise hoch einschätzen. Ein bewertender themenbezogener Reflektionsprozess, inwiefern das hinzugefügte Dokument eine weitere wichtige Quelle darstellen kann, wird in der Regel dem Hinzufügen der selbst gefundenen Quelle vorangehen. Derartige Reflektionsprozesse erscheinen geeignet, Wissen zum Beweisen und Argumentieren noch besser mit Vorwissen zu verknüpfen und sind nicht zuletzt deswegen im Sinne der Ziele der Themenstudienarbeit (vgl. Abschnitt 5.1) als erwünscht einzustufen.

Zusammenfassend sei zu den Abschnitten 7.5.4.1 bis 7.5.4.8 festgehalten, dass die Themenstudienmappe eine Auswahl vielfältiger Materialien enthält, die von verschiedenem Anforderungsniveau sind, verschiedene Kontexte und Anknüpfungsmöglichkeiten bieten und ein interdisziplinäres Reflektieren des mathematischen Beweises ermöglichen.

Damit diese Materialien von den Lernenden für verständnisvolles Lernen genutzt werden können, kommt es auf die Art der Aufgabenstellung, gut abgestimmte Elemente instruktorischer Anleitung und in der Lernumgebung angebotene Hilfen an. Wie solche Hilfen in die Materialien integriert wurden, wird im Folgenden erläutert.

7.5.4.9 Instruktionales Hilfsgerüst: Aufgabenstellung, Hinweise und Hilfen

Bei der Verwendung weitgehend unaufbereiteter Ausschnitte aus Rohmaterialien in einer Lernumgebung haben Aufgabenstellung, Informationen zu ihrer Bearbeitung sowie unterstützende Hinweise offenbar eine wesentliche Bedeutung.

In diesem Abschnitt werden zuerst die Elemente der Aufgabenstellung mit ihren adaptiven Komponenten instruktorischer Anleitung besprochen, bevor als weitere Hilfsangebote für die Lernenden ein gegebener Gliederungsvorschlag und ein Glossar vorgestellt werden.

Die *Aufgabenstellung der Themenstudienarbeit* gliedert sich in zwei Teile. Zunächst wird in einer vierzeiligen Anweisung eine Kurzform der gesamten Aufgabe formuliert:

„Schreibe über das Thema „Beweisen und Begründen“ einen Aufsatz mit höchstens 6 Seiten.
Gib einen Überblick und ziehe Dein persönliches Fazit!
Verwende hierfür möglichst viele Fragen zur Rolle und zum Wesen von Beweisen und begründe Deine Entscheidungen zu diesen Fragen möglichst gut!“

(vgl. Kuntze, 2002e)

Diese Aufgabenstellung ist zunächst wenig strukturiert und bietet noch nicht viele instruktionalen Hilfen. Es wurde daher an diese Kurzform der zu bearbeitenden Aufgabenstellung ein optionales, mehrschrittiges instruktionales Hilfsgerüst aus möglichen Teilaufgabenstellungen angefügt, die den Arbeitsumfang, die Arbeitsweise und das erwartete Ergebnis etwas näher bestimmen und erklären. In diese Erläuterungen wurden als Hilfestellung Hinweise auf potentiell nützliche Strategien eingearbeitet, die unproduktive Lernphasen, wie sie etwa durch Überforderung entstehen können, vermeiden helfen sollten. Zu nennen sind in diesem Zusammenhang etwa die zur Orientierung angegebenen Zeitmarken und die Anweisungen, was getan werden kann, wenn Verständnisschwierigkeiten bei der Arbeit mit den Dokumenten auftreten. Eine weitere Hilfestellung geben in der Präzisierung der Aufgabenstellung eingearbeitete Themenfragen, deren Ziel es nicht ist, einengende Vorgaben zu machen, oder als „abarbeitbare Fragen zum Text“ zu dienen, sondern vielmehr, einen konkreten Erwartungshorizont zu formulieren und so der inhaltlichen Orientierung zu dienen. Die indirekt formulierten Vorgaben können von den Lernenden bei Bedarf als Anleitung genutzt werden. Dieser Teil des instruktionalen Hilfsgerüsts enthält folgende Beschreibung von „Arbeitsschritten“:

Folgende **Arbeitsschritte** helfen bei der Erfüllung dieser Aufgabe:

1. Lies die Dokumente „an“, d.h. bilde Dir einen Überblick über die Dokumente!
2. Sortiere die Dokumente danach, wie wichtig sie Dir für mathematische Beweise erscheinen!
Sprecht über Eure Sortierung!
3. Lies die Dokumente genauer durch – vor allem die, die Du besonders wichtig findest!
Wenn Du in einem Dokument etwas nicht verstehst, dann:
 - a) Lies es noch einmal und versuche, es zu verstehen
 - b) Besprecht das Dokument zu zweit!
 - c) Wenn das auch nicht hilft: Legt das Dokument einfach beiseite!
4. Eure Aufgabe ist es, eine **Themenstudie**, d.h. einen drei- bis sechseitigen, mathematischen Aufsatz darüber zu schreiben, was ein Beweis in der Mathematik ist, wie ein Beweis entsteht, wann und durch wen ein Beweis wirklich zu einem Beweis wird, welcher Schaden durch einen Beweisfehler entstehen kann und wozu Beweise überhaupt da sind. Überlege dazu, was Dir in den Dokumenten besonders wichtig erscheint, welche Inhalte Du ablehnst und warum.
Du sollst die Themenstudie so schreiben, dass jemand, der sie liest und die Dokumente nicht kennt, einen Überblick über das Thema „Beweise“ bekommt.
Deine Themenstudie ist umso besser, je mehr wichtige Gedanken aus den Dokumenten Du einbeziehst, und je besser Du Deine Meinung dazu begründest.
Vergiss nicht, Dich auch zum Inhalt der Dokumente, die Du nicht so aussagekräftig findest, kurz zu äußern!

Zu erledigen bis zum Ende der ersten Unterrichtsstunde !

Hausaufgabe für 1 Woche

Zu erledigen in folgenden Unterrichtsstunden und als Hausaufgabe !

(vgl. Kuntze, 2002e)

Ein *Gliederungsvorschlag* soll verdeutlichen, aus welchen inhaltlichen Teilen die Themenstudie bestehen könnte. Da den Schülerinnen und Schülern in der 8. Jahrgangsstufe aus dem Fach Deutsch der Aufsatztyp der Erörterung als eine mit einer Gliederung ausgearbeitete, argumentierende Textform noch nicht bekannt ist, ist eine derartige Hilfestellung als notwendig zu betrachten. Der gegebene Gliederungsvorschlag orientiert sich an einem fünfschrittigen rhetorischen Schema, wie es für überzeugendes Argumentieren in Wort und Schrift von Geissner (1978, 1998) vorgeschlagen wurde. Ein dementsprechender „Aufsatzplan“ besteht aus den Schritten „Einleitung“, drei etwa gleichgewichtigen Denkschritten innerhalb des „Hauptteils“ und dem „Schluss“. In Analogie zum ebenfalls von Geissner entwickelten fünfschrittigen dialektischen Aufbau werden die drei Gedankenschritte des Hauptteils in Form

zweier unterschiedlicher Betrachtungsweisen und eines syntheseartigen Vergleichs aufgebaut. Mit Hilfe von für die drei Schritte des Hauptteiles formulierten Fragen sollte die Anwendbarkeit dieses Gliederungsvorschlags für die Schülerinnen und Schüler erhöht werden (vgl. die Gedanken zu den Lernvoraussetzungen im Fach Deutsch in Abschnitt 7.5.1).

Für das zu behandelnde Thema „Beweisen und Argumentieren“ wurde daher der folgende Gliederungsvorschlag gegeben:

„Eine Themenstudie besteht aus folgenden Teilen:

I. Einleitung (wenige Sätze)

II. Hauptteil:

1. **Beweise in der Mathematik:** Was verstehst Du unter einem mathematischen Beweis, woraus besteht er und auf welche Art und Weise kann er geführt werden?

2. **Beweisen und Begründen außerhalb der Mathematik:** In welchen Situationen und in welcher Form wird begründet und bewiesen?

3. **Unterschiede zwischen Beweisen in und außerhalb der Mathematik:**

Wo siehst Du Unterschiede und Gemeinsamkeiten zwischen mathematischen und nichtmathematischen Beweisen?

III. Schlussbemerkung (wenige Sätze; z.B. Deine persönliche Position, weiterführende Gedanken)“

(vgl. Kuntze, 2002e)

Als weitere Hilfe soll ein *Verzeichnis von Fremdwörtern und Fachbegriffen* Verständnisschwierigkeiten vermeiden helfen, die auf der sprachlichen Ebene bei der Arbeit mit den Dokumenten auftreten könnten. In dieser Aufstellung sind zur zusätzlichen Unterstützung auch einige Begriffe enthalten, die den Schülerinnen und Schülern aus ihrem Geometrie-Unterricht eigentlich schon bekannt sein müssten.

7.5.4.10 In den Materialien angesprochene Funktionen des Beweisens

Bei der Besprechung einzelner Materialien wurden bereits verschiedentlich Bemerkungen über in den Dokumenten thematisierte Funktionen des Beweisens (vgl. Abschnitt 7.1.3) gemacht. In Tabelle 7.5.2 ist für alle Dokumente der Themenstudienmappe dargestellt, welche Funktionen des Beweisens jeweils angesprochen werden.

Funktionen des Beweisens	(1) - verifizieren	(2) - reflektieren	(3) - überzeugen	(4) - Ordnung erkunden/ Wissen neu ordnen	(5) - Neues entdecken/ Neues aufbauen	(6) - Wissen mittelbar machen	(7) - sich beweisen	(8) - Schönes entdecken erschaffen	(9) - Entscheidungen absichern
Dokument 1	(X)	X	X	(X)	X	(X)			
Dokument 2 *	(X)		X						(X)
Dokument 3 *	(X)		(X)						
Dokument 4	(X)		(X)		X				X
Dokument 5 *	X	(X)	X						
Dokument 6	X								
Dokument 7 (*)	X		X						(X)
Dokument 8									
Dokument 9	(X)	X							

X : Funktion des Beweisens kommt vor (X) : Funktion des Beweisens kann erschlossen werden

* : Dokumentinhalt auf außermathematische Beweisverfahren bezogen / (*) teilweise auf außermath. B. bezogen

Tab. 7.5.2: Funktionen des Beweisens in den Materialien der Themenstudienmappe

Es wird deutlich, dass sich neben der Funktion des Verifizierens, die offenbar sehr häufig in den Materialien vorkommt, auch viele andere Funktionen des Beweisen in den Materialien niederschlagen. Dies ist insbesondere vor dem Hintergrund von Abschnitt 7.4.2 von Bedeutung: In der Schulbuchanalyse hatte sich im Wesentlichen nur die Funktion des Verifizierens in den Darstellungsteilen zum Beweisen und Argumentieren gezeigt.

Eine ganz wesentliche Absicht in Verbindung mit der Förderung von Wissensaufbau im Bereich des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses der Lernenden ist darin zu sehen, dass die Funktion des Überzeugens besonders betont wurde. Die Vorstellung von einem argumentierenden Vorgehen mit der Absicht, ein kritisches Gegenüber mit den eigenen Begründungen zu überzeugen, steht nicht nur im Bezug zu Metawissen zum Beweisen wie etwa dem beweisbezogenen Methodenwissen, sondern könnte sich auch auf die Art, in der die Lernenden an Beweisaufgaben herangehen, positiv auswirken.

Die weiteren Funktionen des Beweisen neben dem Verifizieren und Überzeugen kommen mit geringerer Häufigkeit vor. Die entsprechenden Lerngelegenheiten mussten also von den Lernenden in einem aktiven Wissensaufbauprozess erschlossen werden.

7.5.4.11 Einsatz der Materialien in der fünfständigen Unterrichtssequenz

Um verständnisvolles Lernen mit den in den vorangegangenen Abschnitten beschriebenen Themenstudienmaterialien zu unterstützen, wurde vor dem Hintergrund der Gesichtspunkte insbesondere in den Kapiteln 2 bis 6 eine im Rahmen des regulären Mathematikunterrichts einsetzbare fünfständige Unterrichtssequenz konzipiert, die im Folgenden kurz beschrieben wird. Insgesamt sollten die Lernenden sich in den ersten vier Unterrichtsstunden, während derer die schriftlichen Themenstudien erarbeitet wurden, weitestgehend eigenständig in Partner- und/oder Einzelarbeit mit der Aufgabenstellung und den Materialien auseinandersetzen. Die Lehrkräfte sollten sich in diesen Stunden zurückhalten und mögliche Fragen der Lernenden nur kurz, mit möglichst wenig inhaltlichem Input und nötigenfalls mit instruktionalen Hilfestellungen zu möglichen Arbeitstechniken der Auseinandersetzung mit den Materialien beantworten.

In der *ersten Unterrichtsstunde* der Sequenz sollten die Lernenden mit dem Thema, der Aufgabenstellung und den Themenstudienmaterialien konfrontiert werden. Nach einer sehr kurzen einführenden Motivation durch die Lehrperson, sollte die Lehrkraft kurz die Arbeitsform Themenstudienarbeit, deren organisatorische Randbedingungen, sowie die Aufgabenstellung und Anforderungen an die Schülerinnen und Schüler beschreiben. Nach der Einteilung von Schülerteams sollte die Materialienmappe der Themenstudienarbeit ausgegeben werden. Anschließend sollten die Lernenden in Partnerarbeit das Material sichten, eine erste Sortierung des Materials vornehmen und die künftigen Arbeitsprozesse im Team organisieren. Die Hausaufgabenstellung auf die nächste Themenstudienarbeitsstunde, die etwa eine Woche später stattfinden sollte, bestand darin, dass die Schülerinnen und Schüler die Materialien lesen sollten.

Die *zweite Stunde* der Sequenz diene der Orientierung im Thema und seinen Inhaltsbereichen. In Partnerarbeit sollten die Schülerinnen und Schüler Gelegenheit haben, sich gegenseitig Inhalte der Materialien bzw. deren Hauptideen zu referieren und im Team zu diskutieren. Die Lehrperson sollte ohne direkte Intervention (d.h. z.B. durch Zuhören) stichprobenartig in den Einzelgruppen überprüfen, wie gut die Materialien gelesen wurden. Ziel für das Ende der Stunde war es, dass die Lernenden eine Stoffsammlung und einen weiteren Arbeitsplan, sowie ggf. eine Aufstellung noch zu klärender Fragen in der Gruppe zusammengestellt haben sollten. In der Hausaufgabe sollten die Lernenden bereits mit dem Schreiben an der Themenstudie beginnen.

Die *dritte und vierte Unterrichtsstunde* sollte im Zeichen der fortschreitenden Ausarbeitung der schriftlichen Themenstudien stehen. In den Gruppen und individuell sollte an der Ausformulierung der Textproduktionen gearbeitet werden. Dazu sollte die Stoffsammlung diskutiert, Inhalte geordnet, ggf. „Schreibaufträge“ zu Teilen der Themenstudie in den Schüler(innen)teams aufgeteilt, und evtl. weitere Ideen gesammelt werden.

Zu Beginn der *fünften Stunde* sollten die schriftlichen Themenstudien abgegeben werden. Das Zusammenführen der Ideen der Lernenden stand im Mittelpunkt dieser abschließenden Unterrichtsstunde. Dies sollte in Form einer von der Lehrperson moderierten Schülerdiskussion im Klassenplenum geschehen. Als Möglichkeiten des Einstiegs wurde den Lehrkräften vorgeschlagen, zwei Schüler(innen)teams, die zu sehr unterschiedlichen Einschätzungen gelangt sind, diese vor der Klasse diskutieren zu lassen und die anderen Lernenden immer mehr einzubeziehen, oder einen inhaltlichen Austausch über eine Rollendiskussion „Juristen“ gegen „Mathematiker“ zu initiieren. Die Suche der Lernenden nach einer gemeinsamen Einschätzung sollte möglichst in ein gemeinsames Überlegen münden, welche Inhalte in eine gute schriftliche Themenstudie aufgenommen worden sein sollten.

7.5.4.12 Zusammenfassende Bemerkungen

In diesem Abschnitt wurden Folgerungen aus den verschiedenen bisher dargestellten Theorieelementen gezogen, um Gestaltungsentscheidungen für die Themenstudienarbeit „Gebt mir Beweise“ zu treffen. Dies geschah mit der Zielsetzung, verständnisvolles Lernen in einer problemorientierten Lernumgebung zum Beweisen und Argumentieren anzuregen und so Beweis- und Argumentationskompetenz, Wissensaufbau im Bereich des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses und motivationale Dispositionen zu fördern. Empirische Anhaltspunkte, inwiefern diese Zielsetzungen erreicht werden, sollen in den folgenden Kapiteln gewonnen werden.

Im Sinne der am Ende des vorangegangenen Kapitels formulierten Forschungsdesiderata (vgl. Abschnitt 6.7) und basierend auf den für den Inhaltsbereich „Beweisen und Argumentieren“ interessierenden Dispositionen der Lernenden (vgl. die Ausführungen in Abschnitt 7.2) werden für die entwickelte Lernumgebung im Folgenden Forschungsfragen und Vermutungen zu Zusammenhängen abgeleitet. Diese werden in den Kapiteln 8 bis 16 untersucht.

7.6 Forschungsfragen und vermutete Zusammenhänge

In der vorliegenden Arbeit wurde bisher argumentiert, dass verständnisvolles Lernen, wie es gemäßigt-konstruktivistischen Paradigmen entspricht, in problemorientierten Lernumgebungen gefördert werden kann. Die Themenstudienmethode ist als derartige problemorientierte Lernumgebung anzusehen, in der insbesondere Metawissen zu mathematischen Begriffen gefördert werden soll. Ein Inhaltsbereich, in dem derartige Kognitionen der Lernenden besonderer Förderung bedürfen, ist das geometrische Beweisen und Argumentieren. Es erscheint wahrscheinlich, dass Komponenten des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses in der konzipierten Themenstudienarbeit gefördert werden können und sich auch Rückwirkungen auf die Beweis- und Argumentationskompetenz abzeichnen. Nicht zuletzt Erkenntnisse der Pilotstudien deuten darauf hin, dass unter anderem auch bereichsspezifische motivationale Dispositionen mit Themenstudienarbeit positiv beeinflusst werden könnten.

In diesem Abschnitt werden aus diesem Grund Forschungsfragen und vermutete Zusammenhänge formuliert, die sich aus den bisher angestellten Überlegungen ableiten und die in einer empirischen Studie zu der konzipierten Themenstudienarbeit „Gebt mir Beweise“ untersucht werden. Von dieser Studie berichten die folgenden Kapitel 8 bis 15.

Unter anderem in Abschnitt 7.4 wurde dargestellt, dass mit der konzipierten Lernumgebung für die 8. Jahrgangsstufe Neuland beschritten wurde. Die entsprechende, für die unternommene Studie zentrale Forschungsfrage lautet daher:

- I. Ist die Themenstudie „Gebt mir Beweise“ in der 8. Jahrgangsstufe in der konzipierten Form durchführbar und welche Probleme der unterrichtlichen Umsetzung zeigen sich gegebenenfalls?

Natürlich interessieren auf der Basis der betrachteten Dispositionen der Lernenden auch mögliche Auswirkungen, die das Arbeiten der Lernenden in der Lernumgebung auf diese Dispositionen hat bzw. ob in diesem Bereich Abhängigkeiten von Prädispositionen der Lernenden erkennbar werden. Die dementsprechende Forschungsfrage lautet:

- II. Wie entwickeln sich leistungs-, metawissensbezogene und motivationale Dispositionen der Lernenden in der Themenstudie zum Beweisen und Argumentieren? Welche Interaktionen zwischen möglichen Veränderungen dieser Variablen und Prädispositionen der Lernenden zeichnen sich ab?

Zu dieser zweiten Forschungsfrage werden im Folgenden auf der Grundlage der dargestellten Theorieelemente verschiedene Vermutungen formuliert.

Vermutungen zu Effekten des Lernens in der Themenstudienarbeit bzw. zu Auswirkungen der Lernumgebung:

Für den Bereich der Schulleistung, d.h. speziell der Beweis- und Argumentationskompetenz (vgl. Abschnitte 7.2.1 und 7.2.8) wird vor dem Hintergrund der entsprechenden Überlegungen dieses und der vorangegangenen Kapitel erwartet, dass die Lernenden von der Themenstudienarbeit profitieren:

Vermutung 1:

Die Bearbeitung der Themenstudienarbeit „Gebt mir Beweise“ steigert die Beweis- und Argumentationskompetenz der Schülerinnen und Schüler.

Im Bereich des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses (vgl. Abschnitte 7.2.2ff) besteht auf der Basis der bisher dargestellten Überlegungen die Vermutung, dass Zuwächse in der beweispezifischen Methodenkompetenz (vgl. Abschnitt 7.2.4) mit der Nutzung von Lerngelegenheiten während der Themenstudienarbeit einhergehen dürften:

Vermutung 2a:

Die Auseinandersetzung mit den Beweisbeispielen in der Themenstudienmappe fördert die Methodenkompetenz der Schülerinnen und Schüler. Insbesondere wird erwartet: Je besser Beurteilungen von Beweisbeispielen begründet, beschrieben und/oder eingeordnet werden, desto besser werden sie beurteilt und desto größer ist der Kompetenzerwerb im Bereich der beweispezifischen Methodenkompetenz.

Ein weiterer Bereich des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses, in dem sich Auswirkungen ergeben könnten, ist das Wissen der Lernenden über Funktionen des Beweisens (vgl. Abschnitt 7.2.2). Da Zusammenhänge zwischen dem Lernen im Bereich des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses und Kompetenzzu-

wachsen zum Beweisen und Argumentieren anzunehmen sind, werden auch Effekte in diesem Bereich erwartet, die evtl. auch mit Entwicklungen im motivationalen Bereich zusammenhängen könnten. Von Interesse ist es daher, folgende Vermutung zu prüfen:

Vermutung 2b:

Eine stärkere Wahrnehmung von Funktionen des Beweisens in den Themenstudien führt zu größeren Lernzuwächsen.

Auf der Basis der Überlegungen zu motivationalen Dispositionen der Lernenden (vgl. u. a. Abschnitte 7.2.7 und 7.2.8) und Erkenntnissen aus den Pilotstudien (vgl. Kapitel 6) werden zu diesem Bereich folgende Vermutungen untersucht:

Vermutung 3a:

Das beweisbezogene kognitive Fähigkeitsselbstkonzept der Schülerinnen und Schüler nimmt bei der Bearbeitung der Themenstudienarbeit „Gebt mir Beweise“ zu.

Vermutung 3b:

Es könnten sich auch positive Auswirkungen auf Komponenten der allgemein auf das Fach Mathematik bezogenen motivationalen Dispositionen und auf das beweisbezogene Fähigkeitsselbstkonzept ergeben.

Vermutungen zu Lernvoraussetzungen der Probanden im Zusammenhang mit erzielten Lernergebnissen:

Aus dem allgemein postulierten Einfluss von verfügbarem Vorwissen auf den Wissensaufbau (vgl. etwa Kapitel 2) und berichteten Beobachtungen von ATI-Effekten lassen sich die folgenden, auf die konzipierte Lernumgebung zum Beweisen und Argumentieren übertragenen Vermutungen ableiten:

Vermutung 4a:

Leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler profitieren mehr als leistungsschwächere.

Vermutung 4b:

Schülerinnen und Schüler mit größerer Methodenkompetenz verbuchen größere Lernzuwächse.

Aus den Gedanken der Abschnitte 1.4.4 und 7.2.7 ergibt sich die folgende Erwartung hinsichtlich motivationaler Eingangsvoraussetzungen:

Vermutung 4c:

Schülerinnen und Schüler mit besseren motivationalen Eingangsvoraussetzungen verbuchen größere Lernzuwächse.

Grundorientierungen epistemologischer Beliefs als Kontextfaktoren dürften sich ebenfalls auf die individuelle Nutzung von Lernangeboten der Themenstudienarbeit auswirken können. Folgende Zusammenhänge werden auf der Grundlage der Überlegungen in den Abschnitten 1.4.3 und 7.2.5 erwartet:

Vermutungen 4d:

Prozessorientiertere Schülerinnen und Schüler können sich die heterogenen Materialien der Themenstudienarbeit aktiver erschließen und dürften daher in der Themenstudienarbeit in den Bereichen Beweis- und Argumentationskompetenz und beweispezifische Methodenkompetenz stärker gefördert werden. Aus ähnlichen Gründen könnte sich Anwendungsorientierung positiv auswirken. Eine ausgeprägte Schemaorientierung dürfte sich eher negativ auswirken, da Lerngelegenheiten nicht zuletzt aufgrund

der Darbietungsform gegebenenfalls nicht optimal genutzt werden könnten. Für die Formalismusorientierung könnten sich positive oder auch negative Wirkungen abzeichnen: Einerseits könnte ein hohes Bewusstsein für formale fachsprachliche Elemente ein Anzeichen für hohes entsprechendes Vorwissen sein, andererseits könnte die Orientierung an formalen Oberflächenmerkmalen verständnisvolles Lernen behindern.

Mögliche Bedeutung von Randbedingungen der Lernumgebung

Auf der Grundlage des gemäßigt-konstruktivistischen Lernmodells (vgl. Kapitel 2 und 3) und der angestellten Überlegungen zu Gestaltungsmerkmalen und möglichen Problemen für das Lernen in rohmaterialienbasierten Lernumgebungen (vgl. Kapitel 4 und 5) erscheint es naheliegend, von einer substanziellen Bedeutung der Randbedingungen der Lernumgebung auszugehen. Im Sinne der ersten Forschungsfrage sollte zu dieser Vermutung teilweise auch explorativ Evidenz gewonnen werden, in welchen Bereichen Randbedingungen sich als besonders entscheidend erweisen.

So interessiert beispielsweise die explorative Frage nach Unterschieden im Feedback zwischen Klassen, die eventuell mit Unterschieden in den Randbedingungen in Zusammenhang gebracht werden können. Weiter sollte untersucht werden, inwiefern sich etwa Zusammenhänge zwischen Merkmalen der Arbeitszeitnutzung im Unterricht sowie der Wahrnehmung der Lernumgebung durch Schülerinnen, Schüler oder Lehrkräfte einerseits und Indikatoren für verständnisvolles Lernen andererseits andeuten.

Dieses Untersuchungsinteresse korrespondiert auch mit der Notwendigkeit einer Kontrollerhebung, wie die Lernumgebung in den verschiedenen Klassen umgesetzt bzw. implementiert wurde und inwiefern verständnisvolles Lernen jeweils ggf. durch ungünstige Randbedingungen behindert worden sein könnte (vgl. hierzu Abschnitt 8.4.1 und Kapitel 9).

8 Design einer empirischen Untersuchung zur Evaluation der Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren in der Sekundarstufe I

Nachdem in den Kapiteln 1 bis 5 theoretische Grundlagen der gemäßigt-konstruktivistisch orientierten Lernumgebung Themenstudienarbeit entwickelt wurden, konnte in Kapitel 6 über erste Erkenntnisse zu möglichen Auswirkungen der Themenstudienmethode berichtet werden. Aus diesen Erkenntnissen und aus spezifisch auf den Inhaltsbereich „Beweisen und Argumentieren“ bezogenen Überlegungen in Kapitel 7 wurden am Ende des vorangegangenen Kapitels Forschungsfragen und Vermutungen zu Zusammenhängen abgeleitet. Diesen Forschungsfragen geht eine empirische Studie nach, deren Design im Folgenden beschrieben wird.

In diesem Kapitel wird vorgestellt, wie Auswirkungen von Themenstudienarbeit auf verschiedene Variablen und Zusammenhänge mit Bedingungsfaktoren untersucht werden. Das nachfolgende Kapitel 9 enthält die Auswertung einer Kontrolluntersuchung zur Implementation der Themenstudienarbeit. Über weitere Ergebnisse der Studie wird in den Kapiteln 10 bis 14 berichtet. Die Befunde werden schließlich in Kapitel 15 in der Zusammenschau diskutiert.

Beschrieben wird im Folgenden eine Feldstudie mit Vor- und Nachtestdesign, in der „paper-and-pencil“-Tests, Fragebögen und ergänzend auch weitere in diesem Kapitel beschriebene Instrumente zum Einsatz kamen (vgl. Abschnitt 8.2). Vor und nach der Themenstudienarbeit wurden jeweils Beweis- und Argumentationskompetenz, beweispezifisches Methodenwissen, sowie motivationale Dispositionen erhoben (vgl. Abschnitte 8.1.3 und 8.2).

Vergleichsmöglichkeiten ergeben sich zu einer nach Beweis- und Argumentationskompetenz parallelisierten Referenzgruppe, die in einer in Abschnitt 8.1.1 kurz beschriebenen, eher gegenstandszentrierten Lernumgebung unterrichtet wurde.

Um Effekte der Themenstudienarbeit einschätzen zu können, wurde ferner kontrolliert, inwiefern die Lernumgebung in den beteiligten Klassen frei von erheblich beeinträchtigenden Bedingungen implementiert wurde (vgl. Abschnitt 8.4.1). Diese Kontrolluntersuchung stützte sich unter anderem auf teilstandardisierte Aufzeichnungen der Lehrkräfte, auf Feedbackfragebögen der Schülerinnen und Schüler, sowie auf Lehrer- und Schülerinterviews.

Vorab sei ein kurzer Überblick über dieses Kapitel gegeben: Es beginnt in Abschnitt 8.1 mit Rahmeninformationen zur Struktur und zum Umfeld der Studie sowie zu den an der Untersuchung teilnehmenden Lehrkräften, Schülerinnen und Schülern. Die einzelnen Untersuchungsinstrumente werden detaillierter in Abschnitt 8.2 vorgestellt, bevor in Abschnitt 8.3 ein Gesamtüberblick über das Untersuchungsdesign gegeben wird. In Abschnitt 8.4 werden Auswertungsmethoden im Hinblick auf die gestellten Forschungsfragen überblicksartig beschrieben.

8.1 Rahmeninformationen zur Untersuchung

Die hier beschriebene Untersuchung entstand im Rahmen einer Pilotstudie innerhalb des Forschungsprojekts „Begründen und Beweisen in der Geometrie - Bedingungen des Wissensaufbaus bei Schülerinnen und Schülern der Sekundarstufe“, das von der Deutschen Forschungsgemeinschaft im DFG-Schwerpunktprogramm „Bildungsqualität von Schule“ (Antragstellerin und Antragssteller: Kristina Reiss und Joachim Thomas) gefördert wurde.

In dieser Pilotstudie wurden zwei Unterrichtsmodule zum Beweisen und Argumentieren parallel erprobt. Bei diesen Unterrichtsmodulen handelte es sich einerseits um Themenstudienarbeit mit der in Abschnitt 7.5 diskutierten Mappe „Gebt mir Beweise“, und andererseits um eine Unterrichtssequenz „Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen“ (vgl. Abschnitt 8.1.1). Innerhalb des Untersuchungsdesigns dieser Studie, in der die genannten beiden Lernumgebungen unter parallelisierten Bedingungen erprobt wurden, gibt es für die Themenstudienmethode keine Kontrollgruppe im klassischen Sinne, d.h. keine Kontrollgruppe, die kein spezifisches Treatment erhielt: Beide Gruppen von Probanden arbeiteten mit neuartigen, nach jeweils eigenen didaktischen Gesichtspunkten konzipierten Unterrichtsmethoden und dafür erstellten Materialien. Trotzdem kann die Gruppe der Schülerinnen und Schüler, die mit den heuristischen Lösungsbeispielen arbeitete, unter bestimmten Voraussetzungen als Referenzgruppe betrachtet werden. Um solche Vergleiche anzustellen, werden zu dieser Lernumgebung im Folgenden einige überblicksartige und einordnende Informationen gegeben. Die nachfolgenden Abschnitte enthalten Informationen zu den Teilnehmenden, zur zeitlich-organisatorischen Struktur der Studie und zur Schulung der beteiligten Lehrkräfte.

8.1.1 Informationen zur Referenzgruppe: Die Unterrichtssequenz „Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen“

Dieser Abschnitt beschreibt einige Merkmale der Lernumgebung „Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen“. Diese Hintergrundinformationen sind für die Interpretation von Vergleichen notwendig, die im folgenden Kapitel zwischen der Schülergruppe, die die Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren erprobte, und der Referenzgruppe, die mit heuristischen Lösungsbeispielen lernte, angestellt werden. Für vertiefte Darstellungen zur theoretischen Fundierung der heuristischen Lösungsbeispiele sei auf die Literatur (vgl. z.B. Reiss & Renkl, 2002; Groß, 2003) verwiesen.

Während der Unterrichtssequenz „Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen“ (vgl. Reiss & Renkl, 2002; Groß, 2003) vollziehen die Schülerinnen und Schüler in Einzel- und Partnerarbeit lückentextartig gestaltete Beispiele für Beweisfindungen nach und ergänzen sie. Diese Beispiele für Beweisfindungen sind am Beweisentwicklungsmodell von Boero (1999) orientiert. Explorative Vorarbeiten und das Aktivieren von relevantem Grundwissen wird in den Aufgabenstellungen, die in die Materialien integriert sind, betont.

Bei den heuristischen Lösungsbeispielen handelt es sich um nach didaktischen Kriterien strukturierte und aufbereitete Materialien, die von den Lernenden selbsttätig und kooperativ bearbeitet werden sollen. Zu den Eintragungen, die die Schülerinnen und Schüler in den Lückentexten machen, erhalten die Lernenden in regelmäßigen Abständen Feedback von der Lehrperson.

Das „Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen“ stellt eine Arbeitsform dar, deren zentrales Ziel es ist, heuristische Fähigkeiten und Beweisstrategien zu trainieren. Durch unmittelbar lernstoffbezogene, am Lösen von aufgabenartigen Beweisproblemen orientierte Materialien

sollen gezielt Fähigkeiten unterstützt werden, wie sie von den Probanden in dem eingesetzten Beweiskompetenztest (vgl. Abschnitt 8.2.1) auch genutzt werden könnten.

Es ist darüber hinaus davon auszugehen, dass das Vorgehen in den heuristischen Lösungsbeispielen auch mit dem gewöhnlichen Unterrichtsumfeld der Schülerinnen und Schüler gut verträglich ist: In den heuristischen Lösungsbeispielen werden ausgehend von Grundwissen Schritt für Schritt Argumente aufgebaut, was in der Grundtendenz einem aufgabenorientierten Vorgehen des herkömmlichen Unterrichts entsprechen dürfte und auch mit den oft knapper gehaltenen Beweisbeispielen in der Schulbuchliteratur harmonisieren kann. Zu solchen Beweisbeispielen werden explorative Arbeitsschritte trainiert (vgl. Abschnitt 7.4).

Beim Lernen mit Lösungsbeispielen handelt es sich um einen bereits recht gut erforschten Typ einer Lernumgebung, deren Lernwirksamkeit sich bereits in einer Reihe von Untersuchungen gezeigt hat. So spricht Renkl (z.B. 1997b, 2001; vgl. auch Reiss & Renkl, 2002) davon, dass Lernende in einer Reihe von Studien das Lernen an Lösungsbeispielen gegenüber einer hierarchisch aufgebauten Instruktion bevorzugten und dass das Lernen mit Lösungsbeispielen aus verschiedenen Gründen herkömmlichen Lernmethoden wie etwa Formen des Lernens mit Regeln überlegen ist. Auf der Basis dieser Erkenntnisse ist zu erwarten, dass Schülerinnen und Schüler, die mit dem Unterrichtsmodul „Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen“ arbeiten, ihre Beweis- und Argumentationskompetenz steigern können.

Versucht man das „Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen“ im Sinne der Gedanken von Kapitel 2 einzuordnen, so scheint diese Lernumgebung weitgehend einem instruktionalen Paradigma zu folgen. So ist die Steuerung der Lernenden bei den heuristischen Lösungsbeispielen im Vergleich zur Themenstudie wesentlich stärker. Die heuristischen Lösungsbeispiele sind so angelegt, dass die Lernenden Arbeitsblattgehäfte in festgelegter Reihenfolge anhand relativ kleinschrittiger Aufgabenstellungen durcharbeiten. Unmittelbar folgendes Feedback durch das Verbessern der Eintragungen anhand einer Musterlösung, die die Lehrperson präsentiert, trägt ebenfalls zum instruktionalen Charakter bei. Die heuristischen Lösungsbeispiele stellen also eine eher gegenstandsorientierte Lernumgebung dar, die weit weniger als die Themenstudienarbeit an Vorstellungen einer gemäßigt-konstruktivistisch geprägten Didaktik ausgerichtet ist.

Das „Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen“ ist damit eine Lernumgebung, in der das Lösen von Beweisproblemen in einer auf die Unterrichtspraxis gut abgestimmten Weise schülerorientiert trainiert wird. Den Schülerinnen und Schülern sollen dabei Strategien zum Lösen von Beweisaufgaben an die Hand gegeben werden, die auch zur Beantwortung von Items in Tests zur Beweis- und Argumentationskompetenz von großem Nutzen sein können. Empirische Forschungsergebnisse zum Einsatz von Lösungsbeispielen weisen auf die Wirksamkeit dieser Lernumgebung hin.

Wenn der Einsatz der Themenstudienarbeit daher in einer mit dem „Lernen mit Heuristischen Lösungsbeispielen“ vergleichbaren Weise die Beweis- und Argumentationskompetenz der Schülerinnen und Schüler steigern könnte, so würde ein derartiger Befund daher für die Lernwirksamkeit des gemäßigt-konstruktivistisch orientierten Ansatzes der Themenstudie im Bereich der Beweis- und Argumentationskompetenz sprechen. Insofern können die Klassen, die das Unterrichtsmodul „Lernen mit Heuristischen Lösungsbeispielen“ erprobten, als Referenzgruppe betrachtet werden, die erste vorsichtige Rückschlüsse auf die Themenstudienarbeit zulässt.

Damit derartige Vergleiche möglich werden, mussten zunächst die teilnehmenden Schülerinnen und Schüler in parallelisierte Gruppen eingeteilt werden. Informationen zu den teilnehmenden Schülerinnen und Schülern, Lehrerinnen und Lehrern, ihren Schulen sowie zur Bildung der parallelisierten Gruppen enthält der folgende Abschnitt.

8.1.2 Teilnehmende Schülerinnen und Schüler, Lehrpersonen und Schulen

In diesem Abschnitt werden einige Rahmeninformationen über die an der Studie teilnehmenden Schülerinnen und Schüler, Lehrerinnen und Lehrer, sowie die beteiligten Schulen gegeben. Anhand dieser Daten wird herausgearbeitet, dass es sich bei den untersuchten Lernenden um eine Auswahl von Probanden handelt, die geeignet ist, „normale“ Verhältnisse eines gymnasialen Schulumfelds widerzuspiegeln.

An der Studie nahmen insgesamt elf Klassen der 8. Jahrgangsstufe dreier Gymnasien teil. Dies waren alle achten Klassen der drei Gymnasien, so dass es sich an den beteiligten Schulen um eine Kompletterhebung der 8. Jahrgangsstufe handelte. Die Lehrpersonen waren am Schuljahresbeginn ohne Berücksichtigung der Pilotstudie für die Klassen eingeteilt worden. Offenbar kann also davon ausgegangen werden, dass im Hinblick auf die an der Studie Beteiligten „Normalverhältnisse“ vorlagen.

Die beteiligten Gymnasien lagen in einem städtischen Umfeld, das für die drei Schulen vergleichbar war.

An den drei Schulen wurden unterschiedliche Gymnasialzweige und Fremdsprachenfolgen angeboten. Da Gymnasialzweige und Sprachenfolgen beispielsweise durch das damit verbundene Entscheidungsverhalten von Eltern, Schülerinnen und Schülern beim Übertritt an das Gymnasium oder durch unterschiedliche Stundentafeln möglicherweise einen Einfluss auf die schulleistungsbezogene Zusammensetzung der beteiligten Klassen haben können, sind diese schultypspezifischen Kontextbedingungen in Tabelle 8.1.1 wiedergegeben.

Schulnummer und Schultyp	Klassenbezeichnung	Schüler(innen) (Vortest)	Sprachenfolge
1 Neusprachliches Gymnasium	A	20	Latein, Englisch
	B	27	Englisch, Latein
	C	25	Englisch, Latein
	D	17	Französisch, Latein
2 Mathematisch-naturwissenschaftliches Gymnasium	E	27	Englisch, Französisch
	F	29	Englisch, Französisch
	G	27	Englisch, Französisch
3 Neusprachliches Gymnasium	H	32	Englisch, Latein
	I	31	Englisch, Latein
	K	28	Latein, Englisch
	L	20	Latein, Englisch

Tab. 8.1.1: Übersicht über schultypspezifische Kontextbedingungen der an der Untersuchung beteiligten Klassen und jeweilige Klassenstärken (Vortest)

Von den elf Klassen wurden nach einer ersten Auswertung des Vortests zur Beweis- und Argumentationskompetenz (vgl. Abschnitt 8.2.1) vor dem zweiten Vortest sechs Klassen dem Unterrichtsmodul Themenstudienarbeit und fünf Klassen dem Unterrichtsmodul „Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen“ zugeteilt. Bei dieser Zuteilung wurde so weit wie möglich nach der durchschnittlichen Beweis- und Argumentationskompetenz der Klassen parallelisiert (vgl. Tab. 8.1.2). Dabei wurden auch die in den Itemgruppen der drei Kompetenzstufen erreichten Ergebnisse und die Verteilung von Schülerzahlen auf erreichte Gesamtpunkte-Scores innerhalb der Klassen berücksichtigt. Außerdem wurde versucht, eine hinsichtlich der schultypspezifischen Kontextbedingungen asymmetrische Zuteilung zu vermeiden.

**Vortest: Beweis- und Argumentationskompetenz
(Punkte-Scores, möglicher Maximalwert: 26 Punkte)**

Klasse	Mittelwert	N	Standardabweichung
A	13,750	20	4,1943
B	15,685	27	3,7778
C	16,300	25	4,1357
D	18,176	17	3,4908
E	15,630	27	4,9334
F	15,534	29	4,7036
G	12,981	27	5,2651
H	13,031	32	4,6869
I	14,645	31	4,1936
K	11,375	28	3,9385
L	14,625	20	3,6774
Insgesamt	14,558	283	4,6120

Themenstudienarbeit	Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen
D (18,176)	
B (15,685)	C (16,300)
E (15,630)	F (15,534)
L (14,625)	I (14,645)
H (13,031)	A (13,750)
G (12,981)	K (11,375)

Tab. 8.1.2: Beweis- und Argumentationskompetenz (Punkte-Scores) im Vortest und Zuordnungen zu den beiden Unterrichtsmodulen (in Klammern: jeweilige durchschnittliche Gesamtpunktescores im Vortest)

Insgesamt nahmen N=283 Schülerinnen und Schüler am Beweiskompetenz-Vortest der Untersuchung teil. Aufgrund von Fluktuationen im Zusammenhang mit dem Halbjahreswechsel und Abwesenheiten von Schülerinnen und Schülern an Testtagen ergab sich eine geringere Anzahl von Probanden, die an Vor- und Nachtests teilgenommen hatten. So gab es beispielsweise N=232 Schülerinnen und Schüler, die an Vor- und Nachtest zur Beweis- und Argumentationskompetenz (vgl. Abschnitt 8.2.1) teilnahmen.

Die Probanden verteilten sich in etwa gleich auf die beiden Geschlechter: Am Vortest nahmen 141 Schülerinnen und 142 Schüler teil.

8.1.3 Zeitlich-organisatorischer Rahmen der Untersuchung

Einen Überblick über den zeitlich-organisatorischen Rahmen der Untersuchung enthält Abbildung 8.1.1. Darin sind die Testzeitpunkte und die Unterrichtsstunden der Intervention verzeichnet. Rechts werden die jeweils eingesetzten Instrumente genannt. Detaillierte Informationen zu diesen Instrumenten folgen in Abschnitt 8.2.

Auch das Unterrichtsmodul „Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen“ wurde in einer Abbildung 8.1.1 entsprechenden fünfständigen Unterrichtssequenz von den Lernenden der Referenzgruppe bearbeitet und mit den gleichen Instrumenten untersucht. Ein kleiner Unterschied bestand darin, dass die Schülerinnen und Schüler bei der Themenstudienarbeit nach der ersten Stunde außerhalb des Unterrichts einige Tage Zeit zum Lesen der Materialien hatten, während die Unterrichtsstunden zu den heuristischen Lösungsbeispielen an unmittelbar aufeinander folgenden Unterrichtstagen stattfanden. Auch zwischen diesen Stunden wurden entsprechende Hausaufgaben zur Arbeit an den heuristischen Lösungsbeispielen gegeben.

Die Untersuchung begann mit einem Vortest im Spätherbst 2002, auf dessen Basis die Zuteilung der Klassen zu den beiden Unterrichtsmodulen erfolgte (vgl. Abschnitt 8.1.2).

Eine Schulung der Lehrkräfte (vgl. Abschnitt 8.1.4) fand in der Folge des ersten Vortests statt. Kurz vor dem Beginn der Unterrichtssequenz wurden in einem zweiten Vortest ergänzende Informationen zur beweispezifischen Methodenkompetenz und zu Interesse, Motivation und beweispezifischer Selbstwirksamkeitserwartung der Schülerinnen und Schüler erhoben. In

den Klassen der Schule Nr. 3 konnte nach Vorgabe der beteiligten Lehrpersonen aus Zeitgründen nur ein Teil des zweiten Vortests, nämlich der Fragebogen zu Interesse, Motivation und beweispezifischer Selbstwirksamkeitserwartung eingesetzt werden.

Teilstandardisierte Lehreraufzeichnungen während der Unterrichtssequenz sollten Rückmeldungen zu deren Ablauf geben und Wahrnehmungen der Lehrkräfte während der Erprobung der Unterrichtsmodule festhalten.

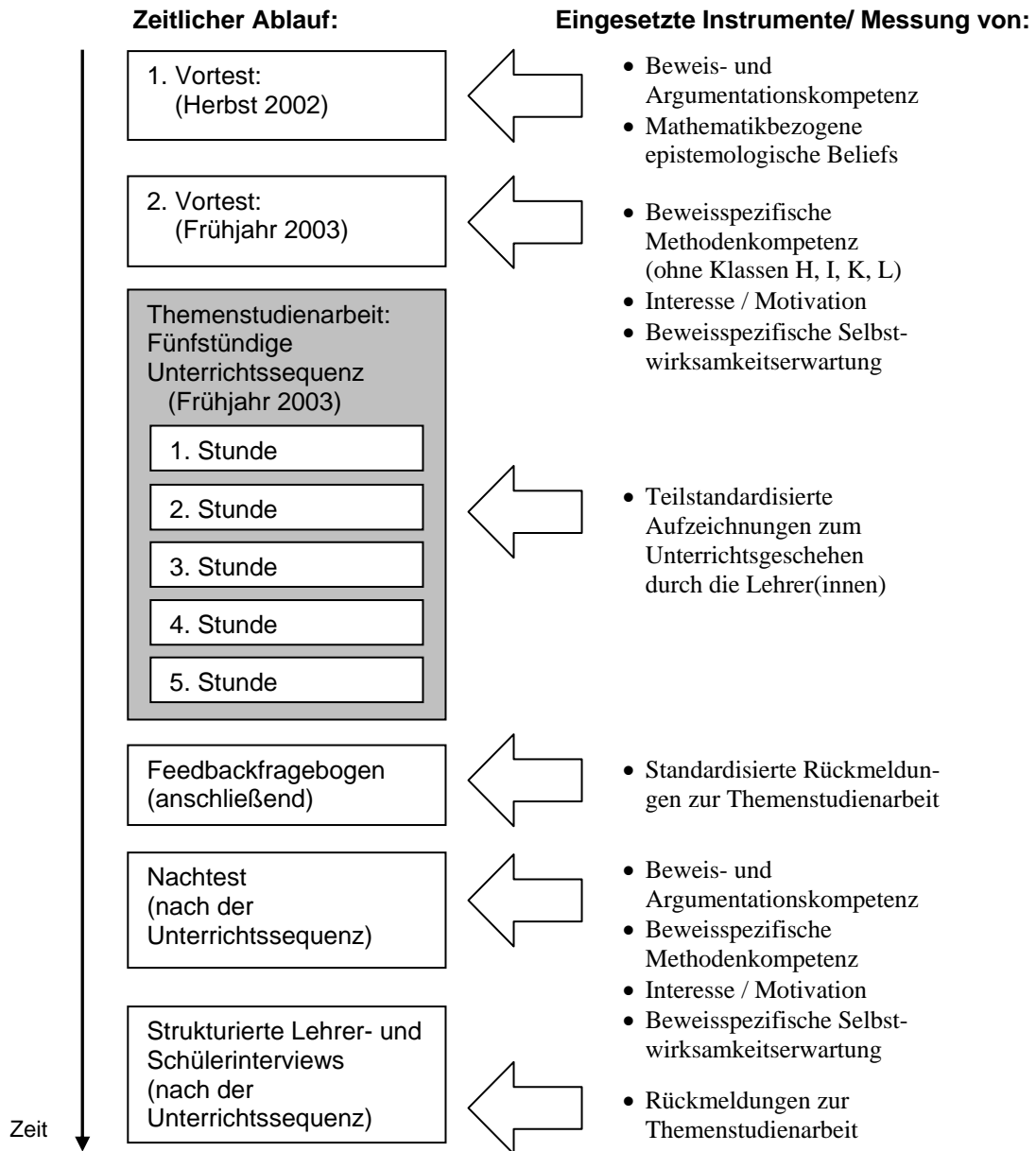


Abb. 8.1.1: Schematische Übersicht über den zeitlichen Ablauf der Untersuchung der Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren

Unmittelbar nach der fünfstündigen Unterrichtssequenz füllten die Schülerinnen und Schüler einen Feedbackfragebogen zu den zurückliegenden Stunden aus. Ein Nachtest in der darauffolgenden Stunde enthielt Testteile zu Interesse, Motivation und beweispezifischer Selbstwirksamkeitserwartung, beweispezifischer Methodenkompetenz und Beweis- und Argumentationskompetenz.

Um die quantitativen Daten zu kontrollieren, bzw. um zusätzliche, qualitative Informationen zu den Unterrichtsmodulen von den Beteiligten einzuholen, wurden nach der Unterrichtssequenz strukturierte Interviews mit den Lehrerinnen und Lehrern, sowie mit ausgewählten Schülerinnen und Schülern durchgeführt.

Zusammenfassend kann also festgestellt werden, dass die in Abschnitt 7.2 beschriebenen Variablen (vgl. auch das Modell in Abb. 7.2.2) zeitnah vor und nach der Intervention gemessen wurden, um so Auswirkungen der Lernumgebungen auf Kompetenzen und Dispositionen der Lernenden zu erfassen. Zusätzliche Erhebungen zur Durchführung der Themenstudie dienten der Kontrolle und dem Erkunden möglicherweise auftretender Probleme.

8.1.4 Schulung der Lehrkräfte

Bereits zu Beginn des Schuljahres hatten die beteiligten Lehrkräfte allgemeine Informationsmaterialien erhalten, denen beispielsweise relativ detailliert zu entnehmen war, welche Lehrplaninhalte zum Zeitpunkt des Vortests vor der Erprobung der Unterrichtssequenz behandelt worden sein sollten (vgl. Abschnitt 7.5).

Zwischen dem 1. und 2. Vortest wurden die Lehrpersonen für die Durchführung der zu erprobenden Unterrichtsmodule geschult. Diese Schulung wurde vom Verfasser dieser Arbeit durchgeführt. Zwei Wochen vor diesem Schulungstermin erhielten die Lehrerinnen und Lehrer ein Materialienpaket zugeschickt, das die Themenstudienmappe bzw. die heuristischen Lösungsbeispiele beinhaltete und ergänzende Informationen zum Einsatz der jeweiligen Materialien umfasste.

Inhalte, die mit den Lehrpersonen an dem Schulungstermin besprochen wurden, waren:

- Grundelemente der Schülertätigkeit in der Themenstudienarbeit
- Arbeitsanweisungen und Arbeitsschritte im Unterricht
- Beschreibungen der einzelnen Stunden
- Tipps und Wünsche zum Lehrerverhalten, z.B. zur Benotung oder zum Umgang mit Fragen von Schülerinnen und Schülern
- Organisatorische Aspekte, z.B. Umgang mit stundenweisem Fehlen von Schülerinnen und Schülern, Umgang mit Test-Codes auf den Ausarbeitungen der Lernenden, etc.
- Nach Bedarf: Nochmalige Information zu den einzusetzenden Materialien

Eine Zusammenfassung insbesondere mit der Übersicht über die fünf Stunden der Unterrichtssequenz erhielten alle Lehrerinnen und Lehrer als Gedankenstütze. Entsprechende Informationen wurden den Lehrkräften auch zum Unterrichtsmodul „Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen“ gegeben.

Insgesamt ist also festzuhalten, dass die beteiligten Lehrerinnen und Lehrer detaillierte Informationen bekamen, wie sie die Lernumgebungen im Unterricht durchführen sollten und welche Voraussetzungen durch den vorangegangenen Unterricht vorhanden sein sollten.

8.2 Instrumente der Untersuchung

In diesem Abschnitt werden die eingesetzten Untersuchungsinstrumente kurz erläutert. Die Instrumente beziehen sich jeweils auf die in Kapitel 1 und Abschnitt 7.2 entwickelte Theorie.

8.2.1 Messungen der Beweis- und Argumentationskompetenz der Schülerinnen und Schüler (Vortest und Nachtest)

Zur Messung der Beweis- und Argumentationskompetenz wurde in der Untersuchung als Vortest ein innerhalb des Forschungsprojekts „Begründen und Beweisen in der Geometrie“ bereits erprobter, Rasch-skalierbarer „Paper-and-Pencil-Test“ eingesetzt. Dieser Test umfasste neben Items zu Grundwissen auch eine Reihe von Aufgaben, die Beweis- und Argumentationskompetenz erfordern (Reiss, 2002; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002). Wie bereits in Abschnitt 7.2.1 besprochen, können die Items dieses Tests auf der Basis theoretischer fachdidaktischer Überlegungen in die folgenden drei Kompetenzstufen eingeteilt werden:

- Kompetenzstufe I: Einfaches Anwenden von Regeln
- Kompetenzstufe II: Begründen und Argumentieren (einschrittig)
- Kompetenzstufe III: Begründen und Argumentieren (mehrschrittig, d.h. mit Verknüpfung mehrerer Argumente)

Die Zuordnung der Items zu diesen Kompetenzstufen orientierte sich am Kenntnisstand der Schülerinnen und Schüler im ersten Halbjahr der 8. Jahrgangsstufe. So sind beispielsweise Items, die sich auf Winkelberechnungen an parallelen Geraden bezogen, als einfaches Anwenden von Regeln einzuordnen.

Analog zu diesem Vortest wurde in der Arbeitsgruppe von Kristina Reiss ein vom Vortest verschiedener Nachtest konzipiert, der noch etwas stärker auf Inhalte des ersten Halbjahrs der 8. Jahrgangsstufe zugeschnitten war. Insbesondere wurden Items zur Viereckslehre integriert (vgl. die Lehrplananalyse in Abschnitt 7.4). Die Zuordnung der Items zu Kompetenzstufen erfolgte analog zum Vortest.

Vor- und Nachtest waren nicht identisch, um einerseits die Ergebnisse des Nachtests nicht dadurch zu beeinflussen, dass die Aufgaben den Lernenden schon aus dem Vortest bekannt sein könnten und um andererseits zu befürchtende Deckeneffekte zu vermeiden.

In Vor- und Nachtest zur Beweis- und Argumentationskompetenz waren jedoch einzelne Parallelitems enthalten, anhand derer mögliche Veränderungen zwischen den Testzeitpunkten zusätzlich geprüft werden konnten. Diese Items waren teils in Vor- und Nachtest völlig identisch, teils nach Inhalt, Darbietungsform der Aufgabe und Art der Lösungsschritte übereinstimmend konzipiert.

Um Deckeneffekte zu vermeiden, enthielt der Nachtest insgesamt einen höheren Anteil an beweis- und argumentationsbezogenen Aufgaben und zeichnete sich aus diesem Grund im Ganzen durch ein höheres Anforderungsniveau aus als der Vortest. Die nicht zwischen Vor- und Nachtest parallelisierten Aufgaben waren also im Nachtest durchschnittlich anspruchsvoller als im Vortest. Wie bereits angesprochen, wurde diese Steigerung im Anforderungsniveau angesichts des zu erwartenden Wissenszuwachses notwendig, um zu vermeiden, dass sich im Nachtest Deckeneffekte zeigen.

8.2.2 Messungen der beweispezifischen Methodenkompetenz der Schülerinnen und Schüler (Vortest und Nachtest)

Zur Messung der beweispezifischen Methodenkompetenz der Schülerinnen und Schüler wurden im 2. Vortest und im Nachtest „Paper-and-Pencil-Tests“ eingesetzt, die sich an den Fragebögen von Healy und Hoyles (1998) orientierten. In diesen Fragebögen sollten die Pro-

banden vorgegebene, teilweise fehlerhafte Argumentationsbeispiele zu einem geometrischen Satz jeweils auf ihre Korrektheit hin prüfen und beurteilen. Bei den vier Argumentationsbeispielen handelte es sich um zwei korrekte Beweise, von denen einer in einem eher formalen und einer in einem eher narrativen Format gehalten war, sowie zwei fehlerhafte Begründungsversuche, von denen einer einen Zirkelschluss enthielt, während der andere auf einer induktiven Argumentationsweise beruhte.

Anschließend an die jeweilige Beurteilung der Korrektheit folgten Items, in denen die Schülerinnen und Schüler aufschreiben sollten, welche Beweise sie als einem eigenen Beweis am ähnlichsten einstufen würden, welchen Beweis sie wählen würden, um einer Mitschülerin oder einem Mitschüler die Behauptung zu erklären, welcher der Beweise sie am besten überzeugte, und auf welche der Begründungen die Lehrperson die beste Note geben würde.

Als Modifikation der Fragebögen, die von Healy und Hoyles (1998) oder auch Reiss, Hellmich und Thomas (2002) bzw. Reiss, Klieme und Heinze (2001) eingesetzt wurden, wurden in den in dieser Untersuchung verwendeten Tests auch offene Fragen verwendet. So sollten die Schülerinnen und Schüler jeweils eine Begründung angeben, wenn sie Beweisversuche als nicht korrekt einstufen. Auch zu den vier Items, die sich auf alle Beweisbeispiele zusammen bezogen, sollte begründet werden, warum beispielsweise eine Begründung dem eigenen Beweis am ähnlichsten wäre. Diese offenen Fragestellungen sollten es ermöglichen, einen tieferen Einblick in das Antwortverhalten der Schülerinnen und Schüler zu gewinnen, als es pure Multiple-Choice-Fragebögen erlauben.

In den Klassen H, I, K und L konnten aufgrund einer Vorgabe der beteiligten Lehrkräfte dieser Schule keine Vortestdaten zur beweisspezifischen Methodenkompetenz erhoben werden.

8.2.3 Fragebogen zu Interesse, Motivation und Fähigkeitsselbstkonzepten der Schülerinnen und Schüler (Vortest und Nachtest)

Der eingesetzte Multiple-Choice-Fragebogen zu Fähigkeitsselbstkonzept, Interesse und Motivation der Schülerinnen und Schüler für das Fach Mathematik und den Mathematikunterricht basiert auf einem Fragebogen aus der Arbeitsgruppe um Reinhard Pekrun, der im PALMA-Projekt eingesetzt wurde. Wie in den Abschnitten 1.4.4 und insbesondere 7.2.7 beschrieben, betreffen die Itemgruppen, die für den in dieser Untersuchung verwendeten Fragebogen ausgewählt wurden, die Bereiche

- Akademisches Selbstkonzept in Mathematik
- Interesse in Mathematik:
 - Sachinteresse
 - Fachinteresse
- Motivation:
 - Intrinsische Motivation in Mathematik
 - „Performance Approach“
 - „Performance Avoidance“
 - Instrumentell-zukunftsorientierte Motivation in Mathematik
 - Kompetenzmotivation in Mathematik („Mastery-oriented Performance Goals“)

Die zu diesen Bereichen von Motivation gehörigen Items, von denen bekannt war, dass es auf ihre Reihenfolge innerhalb des Fragebogens nicht ankommt, wurden neu zusammengesetzt und um zwei selbst entwickelte Itemgruppen ergänzt, die auf das Thema „Beweisen und Ar-

gumentieren“ zugeschnitten waren. Wie in Abschnitt 7.2.7 erläutert, sollten diese beiden Itemgruppen zwei themenbezogene Formen des Fähigkeitsselbstkonzepts messen:

- Themenbezogenes Kognitionsselbst / themenbezogene kognitive Selbstwirksamkeitserwartung: Die Lernenden sollten hier zum Ausdruck bringen, als wie tragfähig und einsetzbar sie ihr Wissen zum Themenbereich „Beweisen und Argumentieren“ einschätzen, wenn sie etwa zu diesem Thema Auskunft geben sollten. Damit verknüpft gesehen wird ein individuelles Kompetenzgefühl für Wissen zum mathematischen Beweisen und Argumentieren. Wie bereits beschrieben, handelt es sich beim themenbezogenen Kognitionsselbst gewissermaßen um ein Fähigkeitsselbstkonzept, das sich auf eine themenbezogene Metaperspektive bezieht.
- Themenbezogenes Fähigkeitsselbst / themenbezogene Selbstwirksamkeitserwartung: Hier sind Einschätzungen der Schülerinnen und Schüler von Interesse, die die individuelle Zuversicht betreffen, im konkreten Umgang mit Beweisaufgaben und Beweisen erfolgreich zu sein. Das themenbezogene Fähigkeitsselbst ist also eine Form des Fähigkeitsselbstkonzepts bzw. der Selbstwirksamkeitserwartung, die sich direkt auf aufgabenartige beweispezifische Anforderungen des Unterrichts oder auch möglicher Prüfungen erstreckt - ähnlich wie sich das akademische Selbstkonzept im Fach Mathematik aus dem PALMA-Fragebogen als domänenspezifisches Fähigkeitsselbstkonzept auf das Fach Mathematik insgesamt bezieht.

Bei allen Items des Multiple-Choice-Fragebogens konnten die Probanden auf einer fünfstufigen Likert-Skala („stimmt genau“/„stimmt weitgehend“/„stimmt etwas“/„stimmt kaum“/„stimmt gar nicht“) Zustimmung bzw. Ablehnung signalisieren. Vor- und Nachtest zu Interesse, Motivation und beweispezifischer Selbstwirksamkeitserwartung der Schülerinnen und Schüler waren identisch.

8.2.4 Erhebungen zu den mathematikbezogenen epistemologischen Beliefs von Schülerinnen und Schülern (Vortest)

Epistemologische Beliefs sind als relativ überdauernde Dispositionen der Lernenden anzusehen (vgl. die Abschnitte 1.4.3 und 7.2.5). Auch wenn sich bei der längeren Intervention der zweiten Pilotstudie (vgl. Abschnitt 6.3) geringfügige Anzeichen für Veränderungen in den mathematikbezogenen epistemologischen Beliefs der Lernenden gezeigt hatten, werden Beliefs in dieser Studie mit ihrer nur fünfständigen Interventionsphase als überdauernde Kontextvariablen angesehen. Epistemologische Beliefs wurden daher nur im Vortest erhoben.

Diese Kontextvariablen überdauernder Vorstellungen von der Mathematik und Einstellungen zum Mathematikunterricht können dazu dienen, Unterschiede zwischen Lernenden im Hinblick auf das Lernen in Themenstudienarbeit zu erklären (vgl. die Abschnitte 1.4.3 und 7.2.5, sowie für zu prüfende Vermutungen Abschnitt 7.6).

Zur Erhebung von Grundorientierungen epistemologischer Beliefs bei den an der Untersuchung Beteiligten wurde innerhalb des ersten Vortests ein Multiple-Choice-Test benutzt, der auf einem modifizierten Fragebogen aus der Arbeitsgruppe um Törner basiert (Grigutsch, Raatz & Törner, 1995; Klieme & Ramseier, 2001) und innerhalb des Forschungsprojekts bereits eingesetzt und erprobt wurde (vgl. Reiss, Hellmich & Thomas, 2001).

Auch bei den Items des hier eingesetzten Multiple-Choice-Fragebogens konnten die Probanden auf einer fünfstufigen Skala („stimmt genau“ / „stimmt größtenteils“ / „unentschieden“ / „stimmt nur teilweise“ / „stimmt gar nicht“) Zustimmung bzw. Ablehnung signalisieren.

8.2.5 Systematisierte Lehreraufzeichnungen während der Unterrichtssequenz

Als Instrument, mit dessen Hilfe Wahrnehmungen der Lehrkräfte zum Verlauf der getesteten Unterrichtssequenzen festgehalten werden sollten, wurden den Lehrerinnen und Lehrern tabellarisch vorstrukturierte Formulare für Unterrichtsmitschriften an die Hand gegeben. Bemerkungen und Beobachtungen zum Unterrichtsgeschehen, sowie summarische, standardisierte und offene Feedbackfragen sollten aus der Perspektive der Lehrperson jeweils über die einzelnen Stunden informieren.

In den Stundenprotokollformularen waren vorgesehene Ablaufbestandteile der Lernumgebung bereits aufgedruckt. Insofern dienten die Protokolle auch als Gedankenstütze für die Lehrerinnen und Lehrer bei der Durchführung der Unterrichtssequenz. Die vorgedruckten Stundenbestandteile sollten von den Lehrerinnen und Lehrern entsprechend des tatsächlichen Stundenverlaufs nach Bedarf gestrichen und modifiziert werden.

Als Instrument der Untersuchung hatten diese teilstandardisierten Lehreraufzeichnungen eine mehrfache Funktion. Einerseits war es im Sinne einer Kontrolle möglich, einen Einblick in das Unterrichtsgeschehen im Zusammenhang mit den neuartigen Lernumgebungen zu gewinnen, ohne die Schülerinnen und Schüler - wie es etwa bei einem Videografieren der Unterrichtssequenz der Fall gewesen wäre - durch zusätzliche, für die Lernenden wahrnehmbare Untersuchungen zu beeinflussen.

Andererseits konnte mit diesem Instrument zeitnah die Wahrnehmung der Lehrpersonen aufgezeichnet werden. Es ist davon auszugehen, dass Lehrerinnen und Lehrer mit den von ihnen unterrichteten Schülerinnen und Schülern vertraut sind und auch etwa Anzeichen für die Arbeitshaltung und für Stimmungen ihrer Schülerinnen und Schüler im Zusammenhang mit den Lernumgebungen wahrnehmen. Ähnlich wie bei einem hochinferenten Rating können aus diesen Einschätzungen bei aller Vorsicht Rückschlüsse auf Prozesse im Klassenraum gezogen werden. Insofern ergänzt dieses Instrument durch qualitative Informationen die mit anderen Instrumenten gewonnenen quantitativen empirischen Daten.

8.2.6 Feedback-Fragebogen für die Schülerinnen und Schüler

Nach der Unterrichtssequenz erhielten die Schülerinnen und Schüler einen Multiple-Choice-Fragebogen mit einigen zusätzlichen offenen Items, der helfen sollte, die persönlichen Einschätzungen der Schülerinnen und Schüler zu den Unterrichtsmodulen abzuschätzen. Der Feedbackfragebogen orientierte sich an einem Fragebogen, der in der Arbeitsgruppe um Andreas Helmke an der Universität Landau eingesetzt wurde, um Schülerwahrnehmungen zu videografierten Unterrichtsstunden zu erfassen. Dieser Fragebogen wurde angepasst und erweitert. Dabei wurden auch einige offene Fragen integriert, um den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit zu geben, persönliche Einschätzungen und Verbesserungsvorschläge anzugeben.

Das Feedback schloss naturgemäß die persönliche Perspektive als wesentliches Element ein: Items wie „Ich habe in den letzten Mathematikstunden konzentriert gearbeitet“ geben auch Aufschluss darüber, wie die Schülerinnen und Schüler ihr eigenes Lernen und Arbeiten sahen. Zu den folgenden Kriterien enthielt der Feedbackfragebogen standardisierte Items:

- Motivation der Lernenden bei der Arbeit
- Konzentriertes Arbeiten

- Wahrgenommenes Anforderungsniveau bzw. wahrgenommener Schwierigkeitsgrad
- Einhalten des Zeitplans/Erreichbarkeit der Ziele der jeweiligen Stunde
- Zielklarheit des Arbeitens
- Wahrgenommenes Verständnis der Lerninhalte
- Vergleich mit sonstigem Mathematikunterricht

8.2.7 Strukturierte Gruppeninterviews mit Schülerinnen und Schülern

Zur Kontrolle und Ergänzung der größtenteils quantitativen Daten der Feedbackfragebögen wurden von studentischen Hilfskräften strukturierte Interviews mit Kleingruppen von Schülerinnen und Schülern geführt. Diese Interviews dienten auch der erweiterten Erhebung von Rückmeldungen der Lernenden.

In die Gruppeninterviews wurden insgesamt zwei Klassen je Unterrichtsmodul einbezogen. Es handelte sich um die Klassen B und E, sowie für das Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen um die Klassen C und F.

Die Studentinnen sprachen je einbezogener Klasse mit drei Gruppen jeweils dreier Schülerinnen und Schüler. Dabei waren die Gruppen so ausgewählt, dass je eine Gruppe aus Lernenden des unteren, des mittleren und des oberen Leistungsdrittels zusammengesetzt war.

Neben der Kontrollfunktion im Hinblick auf die Feedbackfragebögen, die u.a. darin bestand, dass im Interview die Möglichkeit von Nachfragen gegeben war, sollten auch weitere Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit der Themenstudienarbeit erfragt werden. Auf diese Weise sollte es möglich werden, eine vertiefere Rückmeldung zu den getesteten Lernumgebungen zu erhalten.

8.2.8 Strukturierte Einzelinterviews der beteiligten Lehrpersonen

Alle an der Untersuchung beteiligten Lehrkräfte wurden von Mitarbeitern des Lehrstuhls für Didaktik der Mathematik in einem strukturierten Interview zu ihren Wahrnehmungen in Verbindung mit der Unterrichtssequenz befragt. Das Interview hatte den Zweck, ausführliche Rückmeldungen zu erhalten. Die Lehrerinnen und Lehrer wurden zu Beginn der Interviews darauf hingewiesen, jederzeit vertiefende Anmerkungen zu den standardisiert formulierten Fragen zu machen, sofern sie dies wünschten. Dadurch sollte ein möglichst umfassendes Spektrum gewonnener Erfahrungen erhoben werden. Insbesondere zur Einschätzung von Randbedingungen der Durchführung der Unterrichtssequenzen sind diese zusätzlichen qualitativen Erkenntnisse von Interesse.

Ähnlich wie die Schülerinterviews wurden die Interviews mit den Lehrpersonen aufgezeichnet und in ein tabellarisches Protokoll übertragen, das fragebogenähnlich ausgewertet werden konnte.

8.2.9 Auswertung der schriftlichen Themenstudien hinsichtlich des Beurteilens in den Materialien gegebener Argumentationsbeispiele

Wie bereits in 7.5.4.5 angesprochen wurde, waren in den Themenstudienmaterialien sieben Beispiele für Argumentationen als Dokumente enthalten. Auch wenn dies in der Aufgabenstellung nicht ausdrücklich gefordert worden war, konnten die Schülerinnen und Schüler zu diesen Argumentationsbeispielen in ihren schriftlichen Themenstudien Bemerkungen machen und/oder deren Korrektheit beurteilen. Bei dieser Auswertung von Textproduktionen wurde auch der theoretische Hintergrund von Abschnitt 3.4 berücksichtigt. Im Folgenden wird ein Kategoriensystem vorgestellt, nach dem Merkmale der von den Schülerinnen und Schülern geäußerten Bemerkungen zu den Beweisbeispielen erfasst wurden.

Im Zusammenhang mit diesem Teil der Untersuchung sollten auch Aussagen zur Förderung der beweispezifischen Methodenkompetenz als Teilbereich des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses und zur Art und Qualität der Nutzung diesbezüglicher Lerngelegenheiten gewonnen werden. Deshalb war von Interesse, ob ein Beweisbeispiel von den Lernenden überhaupt beurteilt worden war, ob die Beurteilung gegebenenfalls begründet wurde und inwiefern diese Begründung als korrekt einzustufen ist. Weiter wurde beobachtet, ob die Bemerkung zu dem jeweiligen Argumentationsbeispiel mit charakterisierenden, beschreibenden oder sogar klassifizierenden Äußerungen verbunden war und ob die Bemerkungen innerhalb der Themenstudien mit anderen Inhalten verknüpft waren. Letztere Variablen dienen der Abschätzung von Kontextmerkmalen der Äußerungen zu den Argumentationsbeispielen, von denen nicht auszuschließen ist, dass sie deren Beurteilung mit beeinflussen können (vgl. auch Kuntze, 2004a).

Für jedes Argumentationsbeispiel wurden also die in Tabelle 8.2.1 aufgeführten Merkmale erfasst und jeweils Zuordnungen zu den in der Tabelle genannten Kategorien vorgenommen.

A: Korrektheit des Argumentationsbeispiels:		
Kategorien:	0	keine Bemerkung zum Argumentationsbeispiel
	1	Bemerkung zum Argumentationsbeispiel, aber keine Entscheidung, ob es als korrekt oder als fehlerhaft anzusehen ist (z.B. „bin mir nicht sicher“)
	2	richtige Entscheidung über die Korrektheit des Argumentationsbeispiels
	3	falsche Entscheidung über die Korrektheit des Argumentationsbeispiels
B: Begründung der Entscheidung über die Korrektheit des Argumentationsbeispiels:		
Kategorien:	0	keine Begründung
	1	unklare bzw. unverständliche begründende Äußerung
	2	richtige Begründung
	3	Fehler in der Begründung
D: Beschreibende Äußerungen zu den Argumentationsbeispielen / Charakterisierung der Argumentationsbeispiele / Klassifizierung:		
Kategorien:	0	keine beschreibende oder charakterisierende Äußerung
	1	beschreibende oder charakterisierende Äußerung(en)
E: Ein- bzw. Anbindung der Bemerkungen zum Argumentationsbeispiel in bzw. an andere Inhalte der Themenstudie:		
Kategorien:	0	nicht vorhanden
	1	vorhanden

Tab. 8.2.1: Kategoriensystem für Schülerbeurteilungen von Argumentationsbeispielen

Auf der Basis dieser Kodierungen wurden auch zusammenfassende Kennwerte generiert, wie beispielsweise die Gesamtanzahl der in einer Themenstudie korrekt beurteilten Beweisbeispiele. Für die Auswertung war natürlich auch die Gruppierung der Argumentationsbeispiele nach den in Abschnitt 7.5.4.5 vorgestellten Merkmalen von Bedeutung.

8.2.10 Auswertung der schriftlichen Themenstudien hinsichtlich von den Schülerinnen und Schülern beschriebener Funktionen des Beweisen

Ein weiterer Fokus der Auswertung der schriftlichen Themenstudien der Schülerinnen und Schüler, der mögliche Rückschlüsse auf Lernergebnisse im Bereich des wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses zulassen sollte, waren von den Schülerinnen und Schülern geäußerte Funktionen des Beweisen.

Um der Art und Weise, wie Funktionen des Beweisen von den einzelnen Schülerinnen und Schülern angesprochen werden, gerecht zu werden, wurde bei der Auswertung nach einigen Kriterien differenziert. Diese Kriterien können in einem gewissen Maße möglichen individuellen Unterschieden beim Wissensaufbau Rechnung tragen. So wurde als ein potentielles Anzeichen für die Qualität des über Funktionen des Beweisen aufgebauten Wissens erhoben, inwiefern Äußerungen den Charakter einer „Eigenproduktion“, d.h. einer mit eigenen Worten formulierten eigenen Idee hatten oder inwiefern Materialien der Themenstudienmappe sinngemäß wiedergegeben („Rekonstruktion“) oder gar wörtlich zitiert werden („Reproduktion“). Weiter wurde untersucht, ob durch Äußerungen von Schülerinnen und Schülern gewissermaßen indirekt auf die Wahrnehmung einer Funktion des Beweisen zurückgeschlossen werden kann, oder ob die betreffenden Schülerinnen bzw. Schüler explizit Funktionen des Beweisen zum Inhalt ihrer Äußerung machen. Diese Unterscheidung wurde vorgenommen, da die Lernenden nicht ausdrücklich die Aufgabe hatten, über Funktionen des Beweisen zu schreiben. Auf diese Weise kann auch über die expliziten Äußerungen zu Funktionen des Beweisen hinaus abgeschätzt werden, welche Wahrnehmungen zu diesem Inhaltsbereich bei Schülerinnen und Schülern bestehen.

Das Kategoriensystem, das der Auswertung von Schüleräußerungen zu Funktionen des Beweisen zugrunde liegt, wurde in Abschnitt 7.1.3 vorgestellt. Nach diesem Kategoriensystem werteten zwei Beurteilende alle schriftlichen Themenstudien der Schülerinnen und Schüler aus. Bei abweichenden Beurteilungen kam ein Konsensverfahren zum Einsatz, in dem immer ein Konsens zu einer gemeinsamen Kodierung gefunden werden konnte. Da zur Einstufung der Schüleräußerungen auch der Kontext der Textpassagen in den Themenstudien zu berücksichtigen war, folgte die Auswertung der beiden Beurteilenden einer interpretativen Technik der Gewinnung des jeweiligen Sinngehalts der Äußerungen (vgl. auch Linder, 2004).

Wie oben beschrieben, wurde dabei zusätzlich zu jeweils angesprochenen Funktionen des Beweisen mit erfasst, ob es sich bei entsprechenden Textstellen jeweils um

- Eigenproduktionen,
- Rekonstruktionen oder
- Reproduktionen handelte.

Ferner wurde jeweils unterschieden, ob Funktionen des Beweisen

- explizit als solche angesprochen wurden (z.B. „man beweist, um jemanden von seiner Behauptung zu überzeugen“) oder ob
- aus anderen Äußerungen indirekt auf Funktionen des Beweisen zurückgeschlossen werden kann (Äußerung einer rekonstruierbaren Vorstellung, z.B. „Ein Beweis ist die Darlegung der Wahrheit eines Satzes“).

Die in dieser Auswertung gewonnenen deskriptiven Daten können beispielsweise probandenbezogen mit anderen Beobachtungen und Messungen in Beziehung gesetzt werden. Von Interesse sind hier vorwiegend Daten zu Leistung, beweispezifischer Methodenkompetenz, Interesse, Motivation und Fähigkeitsselbstkonzepten.

8.3 Übersicht über das Design der Untersuchung und Einordnung der Instrumente

In den vorangegangenen Abschnitten wurden Instrumente der Untersuchung vorgestellt, mit deren Hilfe die in Kapitel 7 konzipierte Lernumgebung zum Beweisen und Argumentieren evaluiert werden soll. Aufgabe dieses Abschnittes ist es, eine Übersicht zu geben, wie die beschriebenen Instrumente bei der Auswertung zusammenwirken sollen. Zu diesem Zweck wird ein Überblick über das gesamte Untersuchungsdesign gegeben, bevor im folgenden Abschnitt 8.4 weiter präzisiert wird, auf welche Weise Erkenntnisse zu den beiden Forschungsfragen gewonnen werden sollen.

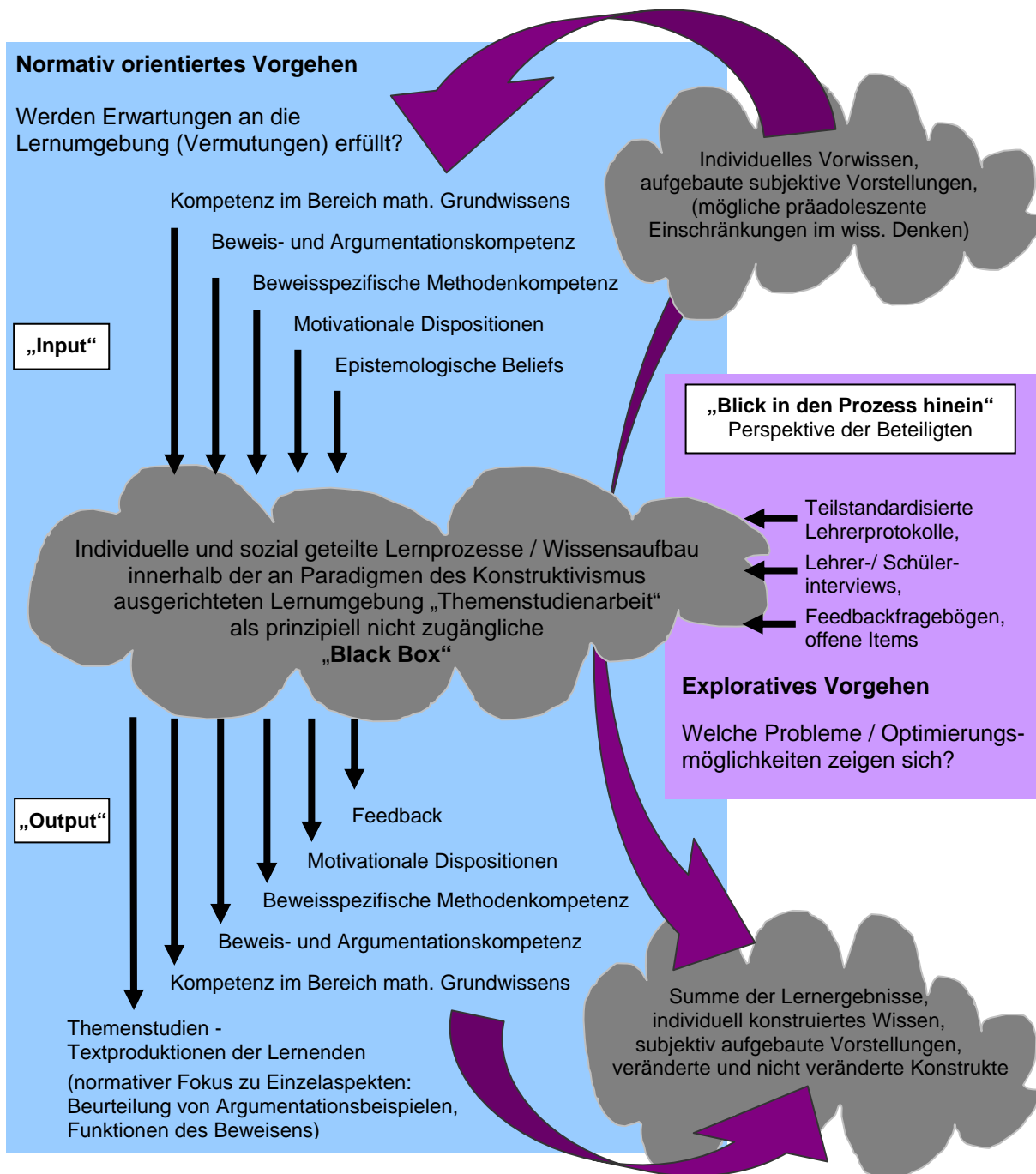


Abb. 8.3.1: Evaluation der Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren (Übersicht)

In Abbildung 8.3.1 sind die in Abschnitt 8.2 vorgestellten Untersuchungsinstrumente in ihrem Zusammenwirken überblicksartig dargestellt. Gegenstand der Untersuchung ist letztlich in Lernprozessen aufgebautes Wissen und die Beobachtung von Dispositionen der Lernenden. Nach den in Kapitel 2 erörterten gemäßigt-konstruktivistischen Modellvorstellungen besteht grundsätzlich das Problem, dass sowohl Konstrukte des Vorwissens, als auch Wissensaufbauprozesse in der Lernumgebung und deren Ergebnisse prinzipiell unzugänglich sind.

In Abbildung 8.3.1 sind diese Bereiche daher als „Black Boxes“ dargestellt. Den Lern- und Wissensaufbauprozessen kann sich die evaluierende Untersuchung von zwei Seiten annähern:

- Einerseits werden in einer normativ orientierten Untersuchung indikatorenartig spezielle und abgegrenzte Konstrukte in Vor- und Nachtest erfasst. Vergleiche in diesem Bereich ermöglichen für diese indikatorenartigen Konstrukte Aussagen zum „Input“ und „Output“ der Lernumgebung. Variablen wie mathematisches Grundwissen, Beweis- und Argumentationskompetenz, beweispezifisches Methodenwissen, Interesse, Motivation und Fähigkeitsselbstkonzepte spielen in diesem normativ orientierten Teil der Untersuchung eine zentrale Rolle (vgl. auch Abb. 7.2.2).
- Andererseits kann durch Rückmeldungen der Beteiligten ein Blick in den Prozess des Wissensaufbaus in der Lernumgebung hinein getan werden. Bei diesem eher explorativ orientierten Untersuchungsteil interessieren weniger individuelle Konstruktionsprozesse der einzelnen Lernenden, sondern es kommt im Sinne der evaluationsorientierten Forschungsfrage auf Wahrnehmungen zur Lernumgebung an, die von mehreren Lernenden oder Lehrpersonen gemacht wurden. Im Sinne eines hypothesengenerierenden Verfahrens kann auch die Auswertung weiterer gewonnener Daten in diesen explorativen Untersuchungsteil einfließen.

Insofern werden im normativ orientierten Untersuchungsteil spezielle Konstrukte des Vorwissens herausgegriffen, deren Entwicklung bis zum zweiten Messzeitpunkt des Nachtests verfolgt werden kann und die gleichsam als Indikatoren genutzt werden.

Zusätzliche Evidenz zur Lernumgebung soll der explorative Untersuchungsteil liefern. Auf der Basis der Beobachtungen in diesem Bereich sollen vor allem ergänzende qualitative Erkenntnisse und Vermutungen gewonnen werden, die in Folgeuntersuchungen geprüft werden können.

8.4 Zur Methodik der Untersuchung der gestellten Forschungsfragen

In diesem Abschnitt wird in Ergänzung zu den bisher in diesem Kapitel gegebenen Informationen näher erklärt, wie Erkenntnisse zu den beiden am Ende von Kapitel 7 formulierten Forschungsfragen erhoben und ausgewertet werden.

Zunächst wird in Abschnitt 8.4.1 festgelegt, wie die erste Forschungsfrage nach der Durchführbarkeit der Themenstudienarbeit und möglichen Problemen beantwortet werden kann. Diese Frage beinhaltet eine normative und eine explorative Komponente: Die normative Komponente betrifft den Teil der Frage nach der Durchführbarkeit der Themenstudie. Hier werden im Sinne der Überlegungen der Kapitel 1 bis 7 indikatorenartige Kriterien festgelegt, die einzuschätzen helfen, ob die Durchführung der Themenstudienarbeit in den einzelnen Klassen insgesamt als gelungen bezeichnet werden kann.

Die explorative Komponente der ersten Forschungsfrage betrifft mögliche Probleme, die in der Lernumgebung möglicherweise auftreten und das Identifizieren von Verbesserungsmöglichkeiten. Die Untersuchung wird sich in diesem Bereich insbesondere auf Rückmeldungen

der am Unterrichtsgeschehen Beteiligten stützen, die sich in Aufzeichnungen, Fragebögen und Interviews niederschlagen.

Zur zweiten Forschungsfrage, die die Entwicklung leistungsbezogener, metawissensbezogener und motivationaler Dispositionen der Lernenden in der Themenstudienarbeit auch im Zusammenhang mit Prädispositionen der Schülerinnen und Schüler zum Gegenstand hat, wird in Abschnitt 8.4.2 ausgeführt, wie bei der Auswertung von Ergebnissen zu diesem Bereich vorgegangen wird.

8.4.1 Durchführbarkeit der Themenstudienarbeit und mögliche auftretende Probleme

Es wurde oben bereits auf die normative und die explorative Komponente der ersten Forschungsfrage hingewiesen. In diesem Abschnitt wird zunächst ausführlicher dargelegt, anhand welcher Kriterien beantwortet werden soll, inwiefern die Durchführung der Themenstudienarbeit in den einzelnen Klassen jeweils als im Wesentlichen gelungen bezeichnet werden kann. Daran schließt sich eine kurze Beschreibung der Erhebung zur explorativen Komponente der ersten Forschungsfrage an.

Um Effekte der Themenstudienarbeit auf Lernende etwa im Sinne der zweiten Forschungsfrage zu untersuchen, kommt es darauf an, dass diese Lernumgebung im Mathematikunterricht von den beteiligten Lehrkräften jeweils implementiert wird. Gräsel und Parchmann (2004; vgl. auch Snyder et al., 1992) sprechen für ein entsprechendes Untersuchungsdesign von einer „Top-Down-Implementation“, bei der eine Unterrichtskonzeption von den Lehrkräften möglichst wie vorgesehen realisiert werden soll. Nach dieser modellartigen Sichtweise, bei der Implementation gleichsam als linearer Prozess der Umsetzung angesehen wird, ist zur Kontrolle der Implementation mit Hilfe von theoriebasierten Kriterien oder Merkmalslisten zu überprüfen, inwieweit die vorgesehene Konzeption im Unterricht realisiert wurde. Derartige Kontrolluntersuchungen stellen eine Voraussetzung für die Auswertung von Daten zu Effekten der Lernumgebung dar: Für den Fall einer nicht gelungenen Implementation kann über die Wirkungen der Lernumgebung keine Aussage gemacht werden (Gräsel & Parchmann, 2004).

In den Kapiteln 2 bis 5 wurde herausgearbeitet, dass mit der Themenstudienmethode verständnisvolles Lernen gefördert werden soll. Ob sich Themenstudienarbeit im Unterricht als „umsetzbar“ erweist bzw. umgesetzt wurde, ist nicht zuletzt aus diesem Grund nicht nur eine dichotome Entscheidung zwischen einem „Scheitern“ und einem „Gelingen“ dieser Arbeitsform. Es ist vielmehr davon auszugehen, dass die Übergänge fließend sind: In Abbildung 8.4.1 ist der Zusammenhang schematisch dargestellt, dass zwischen den Extremen „Scheitern“ und „Gelingen“ grundsätzlich auch Durchführungen der Themenstudienarbeit mit beträchtlichen Einschränkungen für verständnisvolle Lernprozesse liegen können.

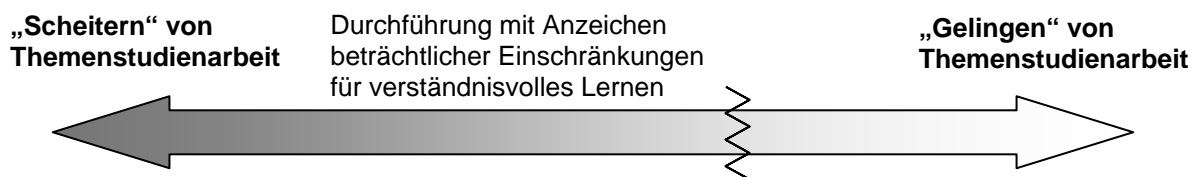


Abb. 8.4.1: Schematische Darstellung zum Grad des Gelingens von Themenstudienarbeit

Sowohl um zu entscheiden, ob eine Themenstudienarbeit nahezu gescheitert oder gelungen ist, als auch, um solche Einschränkungen für verständnisvolles Lernen identifizieren zu können, sind Kriterien heranzuziehen, die Rückschlüsse auf die Qualität der betreffenden Unterrichtssituationen zulassen (vgl. Abschnitt 1.2). Einige wesentliche solche Kriterien werden im Folgenden angeführt. Diese Kriterien sollen kontrollieren helfen, inwiefern die Umsetzung der Themenstudie in den jeweiligen Klassen als „im Wesentlichen gelungen“ bezeichnet werden kann. Um einschätzen zu können, wie gut sich Themenstudienarbeit im Unterricht umsetzen lässt, werden Rückmeldungen der Schülerinnen und Schüler sowie der beteiligten Lehrpersonen nach einigen indikatorenartigen Kriterien ausgewertet. Diese Kriterien beziehen sich unter anderem auf Variablen wahrgenommener Unterrichtsqualität, die im Zusammenhang mit einem kognitiv aktivierenden Mathematikunterricht stehen (vgl. Abschnitt 1.2).

Folgende Merkmale dienen der Einschätzung, wie gut es den Lernenden im konkreten Unterricht gelungen ist, in Themenstudienarbeit zu arbeiten und zu lernen (vgl. Helmke, 2003):

- „Konzentriertes Arbeiten“: Dieses Merkmal betrifft die Intensität der Mitarbeit der Schülerinnen und Schüler in der Lernumgebung im Sinne der kognitiven Aktivierung (vgl. Abschnitt 1.2). Eine geringe Konzentration im Arbeiten der Lernenden aus Sicht der Lehrpersonen oder der Schülerinnen und Schüler dürfte auf Einschränkungen verständnisvollen Lernens hinweisen, wie sie etwa durch Ablenkungsquellen oder auch durch disziplinäre Probleme im Klassenraum entstehen könnten.
- „Einhalten des Zeitplans und Erreichbarkeit der Ziele der jeweiligen Stunde“: „Pacing“, d.h. ein angemessenes Verhältnis von Unterrichtsstoff und Zeitverteilung, ist ein Teilmerkmal der kognitiven Aktivierung, die eine der Grunddimensionen von Unterrichtsqualität darstellt (vgl. Abschnitt 1.2). Für das Gelingen von Themenstudienarbeit ist von Interesse, ob es den Lernenden in der Unterrichtssequenz gelingt, die Teilziele innerhalb der Zeitstruktur und das Gesamtziel der fünf Unterrichtsstunden zu erreichen bzw. ob die zur Verfügung stehende Lernzeit für die zu erledigenden Arbeiten ausreicht. Auch die Lehrperson hat durch Erläuterungen der Aufgabenstellung oder durch das Einräumen von Unterrichtszeit Anteil daran, dass die Schülerinnen und Schüler den Zeitplan einhalten und Ziele erreicht werden können. Sollte der Zeitplan insgesamt nicht eingehalten werden können, erscheint es aus zweierlei Gründen besonders schwer, von einer gelungenen Umsetzung der konzipierten Unterrichtssequenz zu sprechen:
 - Zum einen ist für den Fall des Arbeitens unter übermäßigem Zeitdruck mit Einschränkungen für verständnisvolles Lernen und Erscheinungen der Überforderung zu rechnen.
 - Zum anderen ist eine nicht ausreichende Bearbeitungszeit ein Anzeichen dafür, dass die konzipierte Lernumgebung nicht wie vorgesehen implementiert werden konnte. Hier ist auch einzuschätzen, ob mögliche kompensierende Maßnahmen evtl. als Abweichung von der vorgegebenen Lernumgebung bewertet werden müssen.
- „Wahrgenommenes Anforderungsniveau“: Empfinden die Lernenden das Anforderungsniveau einer Lernumgebung als sehr hoch, könnte dies verständnisvolle Lernprozesse insofern behindern, als eine optimale Passung unter diesen Umständen schwer zu erreichen ist und Erscheinungen der Überforderung der Lernenden sich negativ auswirken könnten. Wenn das Anforderungsniveau von den Schülerinnen und Schülern als hoch wahrgenommen wird, könnte dies auch an fehlenden Hilfsangeboten der Lehrperson liegen.

- „Klarheit der Aufgabenstellung“: Klarheit darüber, was das Ziel der Themenstudienarbeit ist und welche Ergebnisse von den Lernenden gefordert werden, ist eine wesentliche Voraussetzung für verständnisvolles Lernen. So ist „Klarheit und Strukturiertheit“ auch eine der Grunddimensionen von Unterrichtsqualität nach Clausen, Reusser und Klieme (2003, vgl. auch Abschnitt 1.2). Hier ist es Aufgabe der Lehrperson, über die Aufgabenstellung zu informieren und Rückfragen der Schülerinnen und Schüler zu klären. Es ist wahrscheinlich, dass eine unklare Aufgabenstellung zu Erscheinungen der Überforderung und auch zu Problemen beim Einhalten zeitlicher Vorgaben führen kann.
- „Abwesenheit von äußeren Störungen“: Wesentlich für eine gelungene Durchführung von Lernumgebungen erscheint es, dass sich Störungen von außen wie beispielsweise Unterbrechungen des Unterrichts oder Abwesenheit von Schülerinnen und Schülern durch Krankheit in Grenzen halten. Derartige mögliche Beeinträchtigungen können sich in schulischen Lernumgebungen generell auf verständnisvolles Lernen auswirken.
- „Motivation der Lernenden“: Motivationale Dispositionen von Schülerinnen und Schülern oder von Gruppen von Schülerinnen und Schülern können ebenfalls das verständnisvolle Lernen in der Themenstudienarbeit beeinflussen (vgl. Abschnitt 1.4.4). Eine geringe Motivation der Schülerinnen und Schüler könnte auch eine Auswirkung widriger Umstände wie beispielsweise einer unklaren Aufgabenstellung sein. Das Motivierungspotential einer Lernumgebung wird auch als ein Bestandteil der kognitiven Aktivierung gesehen (vgl. Abschnitt 1.2).

Diese Merkmale spiegeln sich in den Items des Feedbackfragebogens wider, der in Abschnitt 8.2.6 vorgestellt wurde. Weitere empirische Evidenz zu Unterrichtsmerkmalen, die Rückschlüsse darauf zulassen, inwiefern es gelingt, verständnisvolles Lernen in Themenstudienarbeit zu fördern, wird in den strukturierten Lehrer- und Schülerinterviews, sowie in den teilstandardisierten Lehreraufzeichnungen erhoben.

Zur Beurteilung, ob in einer Klasse von einer gelungenen Umsetzung der Themenstudienarbeit gesprochen werden kann, erscheint es notwendig, auf der Basis der oben beschriebenen Merkmale ein Gesamtbild zu erstellen. In dieses Gesamtbild werden eher direkte Indikatoren wie das „Einhalten des Zeitplans“ und die „Abwesenheit von äußeren Störungen“, sowie auch indirekte Anzeigengeber wie „konzentriertes Arbeiten“ oder „Motivation der Lernenden bei der Arbeit“ einbezogen. Ergeben sich in einem Teilbereich Anzeichen für gravierende Erschwernisse für verständnisvolles Lernen und damit für eine gelungene Implementation der Themenstudienarbeit, so ist zu überlegen, inwiefern diese Hindernisse eventuell durch kompensierende Umstände aufgefangen werden konnten oder ob davon auszugehen ist, dass sie die Umsetzung der Themenstudie erheblich beeinträchtigten.

Auf der Basis der vorgestellten Indikatoren erscheint es also möglich, einzuschätzen, inwiefern die Durchführung der Themenstudienarbeit in den jeweiligen Klassen eventuelle Anzeichen beträchtlicher Einschränkungen verständnisvoller Lernprozesse aufweist. Mit Hilfe der Indikatoren können auch qualitative Gesamteindrücke zum Grad des Gelingens der Themenstudienarbeit in den einzelnen Klassen untermauert werden.

Explorativer Fokus zu Problemen und Verbesserungsmöglichkeiten der Lernumgebung Themenstudienarbeit

Das Erkunden der explorativen Fragestellung, welche Probleme und Optimierungsmöglichkeiten der Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren sich zeigen, stützt sich auf

Rückmeldungen der teilnehmenden Lehrkräfte, Schülerinnen und Schüler. Diese Rückmeldungen werden in den Interviews, Feedbackfragebögen und Unterrichtsprotokollen erhoben. Wahrnehmungen können sich darüber hinaus auch in den schriftlichen Themenstudien der Schülerinnen und Schüler niederschlagen.

Dieser Teil der Untersuchung versteht sich als ergänzende Erhebung mit dem Zweck eines weiterführenden Generierens von Hypothesen. Aus diesem Grund werden zur Beantwortung der Frage, welche Randbedingungen sich positiv oder negativ auswirken könnten, verschiedene der erhobenen Daten herangezogen.

8.4.2 Entwicklungen leistungsbezogener, metawissensbezogener und motivationaler Dispositionen der Schülerinnen und Schüler

In diesem Abschnitt wird erläutert, wie Ergebnisse zur zweiten Forschungsfrage und zu den in 7.6 formulierten Vermutungen gewonnen werden sollen. Insofern kann dieser Abschnitt auch als erster Überblick über das Vorgehen in den Kapiteln 10 bis 14 angesehen werden.

Die Forschungsfrage, wie sich leistungsbezogene, metawissensbezogene und motivationale Dispositionen der Lernenden in der Themenstudie zum Beweisen und Argumentieren entwickeln und welche Zusammenhänge sich zwischen diesen Veränderungen und Prädispositionen der Lernenden abzeichnen, betrifft die im Modell von Abbildung 7.2.2 dargestellten Bedingungsvariablen für verständnisvollen Wissensaufbau zum Beweisen und Argumentieren. Zu diesen Einflussgrößen wurden in Abschnitt 7.6 Vermutungen abgeleitet. Nach diesen Vermutungen werden die folgenden Ausführungen gegliedert.

Folgende, auf die in Abschnitt 7.6 vorgestellten Vermutungen bezogene Teiluntersuchungen gehören zu der hier beschriebenen Studie:

- Um abzuschätzen, inwiefern die Bearbeitung der Themenstudienarbeit „Gebt mir Beweise“ die Beweis- und Argumentationskompetenz der Schülerinnen und Schüler steigern kann, werden auf zweierlei Art und Weise Vergleiche angestellt: Einerseits kann die Entwicklung zwischen Vor- und Nachtest mit der Referenzgruppe derjenigen Schülerinnen und Schüler verglichen werden, die mit heuristischen Lösungsbeispielen arbeiteten. Andererseits kann das Abschneiden der Schülerinnen und Schüler in Items der Kompetenzstufen II und III mit Routinefähigkeiten und Grundkompetenzen aus Kompetenzstufe I in Relation gesetzt werden. Zu diesem Vergleich wird angenommen, dass die mathematischen Grundkompetenzen sich während der Unterrichtssequenz der beiden Lernumgebungen zumindest nicht rückläufig entwickeln. Außerdem können Auswertungen von Parallelitems in Vor- und Nachtest weiteren Aufschluss geben.
- Die erste Vermutung zum beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnis betrifft die beweispezifische Methodenkompetenz: Um zu untersuchen, inwiefern die Auseinandersetzung mit den Beweisbeispielen in der Themenstudienmappe die Methodenkompetenz der Schülerinnen und Schüler fördert, werden auf die Schülerarbeiten bezogene Daten zur Beurteilung von Argumentationsbeispielen aus der Themenstudienmappe, die Aufschluss über die Art und Qualität der Nutzung von diesbezüglichen Lerngelegenheiten geben können (vgl. Abschnitt 8.2.9), mit Daten der Methodenkompetenztests verglichen.

- Die zweite Vermutung zum beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnis bezieht sich auf Funktionen des Beweisens. Die Untersuchung, ob eine stärkere Wahrnehmung von Funktionen des Beweisens in den Themenstudien mit größeren Lernzuwächsen einhergeht, stützt sich auf die in Abschnitt 8.2.10 beschriebene Auswertung der schriftlichen Themenstudien. Auch hier werden Vergleiche mit Vor- und Nachtestdaten angestellt.
- Um abzuschätzen, inwiefern die Schülerinnen und Schüler in ihren motivationalen Dispositionen gefördert werden, werden die Angaben der Lernenden in den entsprechenden Vor- und Nachtests ausgewertet. Im Einzelnen wird für verschiedene Skalen untersucht, ob beweisbezogene Fähigkeitsselbstkonzepte der Schülerinnen und Schüler zunehmen und ob positive Auswirkungen auf Komponenten der allgemein auf das Fach Mathematik bezogenen motivationalen Dispositionen beobachtet werden können.
- Um die in Abschnitt 7.6 aufgestellten Vermutungen zu Lernvoraussetzungen der Probanden im Zusammenhang mit erzielten Lernergebnissen zu untersuchen, werden Korrelationen errechnet und einzelne der oben angesprochenen Teiluntersuchungen für bestimmte Untergruppen der Schülerinnen und Schüler fokussiert. So wird etwa verglichen, ob leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler mehr als leistungsschwächere von der Themenstudienarbeit profitieren, ob Schülerinnen und Schüler mit größerer Methodenkompetenz oder größerer Motivation größere Lernzuwächse verbuchen oder ob beispielsweise prozessorientierte Schülerinnen und Schüler in der Themenstudienarbeit stärker gefördert werden.

In diesem Untersuchungsteil kommen in erster Linie quantitative Methoden zum Einsatz. Dies schließt ein, dass im Falle von Skalen aus mehreren Items, zu denen die jeweiligen Probanden mit Hilfe von Likert-Skalen Einschätzungen äußern, jeweils entsprechend der üblichen Auswertungspraxis davon ausgegangen wird, dass die über die Skalen aggregierten Daten intervallskaliert sind. An den Stellen dieser Arbeit, an denen auch arithmetische Mittelwerte auf der Basis einzelner Items betrachtet werden, dienen diese lediglich einem größeren Überblick und sollen die Darstellungen von Auswertungsergebnissen leichter lesbar machen. Dies betrifft beispielsweise indikatorartige Anzeigengeber wie Rückmeldungen im Feedbackfragebogen. Solche Ergebnisse werden auch entsprechend vorsichtig interpretiert.

Die quantitativen Auswertungsmethoden der Untersuchung dienen hauptsächlich einem eher makroskopischen Erkenntnisgewinn zu einzelnen Variablen, die für die Evaluation der untersuchten Lernumgebung die Rolle von Indikatoren übernehmen und die hohe Komplexität schulischer Lernprozesse auf überblicksartige „Eckdaten“ reduzieren. Diese Variablen waren in den vorangegangenen Kapiteln als wesentlich für Kompetenzaufbau und verständnisvolles Lernen erkannt worden.

9 Kontrolluntersuchung zur Implementation und Umsetzbarkeit der Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren in der 8. Jahrgangsstufe

In diesem Kapitel wird versucht, zu beurteilen, inwiefern die Umsetzung der Themenstudienarbeit in den jeweiligen Klassen als gelungen bezeichnet werden kann. Dies entspricht einerseits dem normativen Fokus der ersten Forschungsfrage nach der Umsetzbarkeit von Themenstudienarbeit. Andererseits ist diese Kontrolluntersuchung nach Abschnitt 8.4.1 notwendig, denn im Sinne einer Top-Down-Strategie der Implementation (vgl. Gräsel & Parchmann, 2004) ist sicherzustellen, dass die Themenstudienarbeit in der Feldstudie hinreichend gut umgesetzt wurde und nicht unter erheblich beeinträchtigenden äußeren Bedingungen für verständnisvolles Lernen stattfand. Die Kriterien, nach denen dies beurteilt wird, wurden in Abschnitt 8.4.1 beschrieben und werden im Folgenden aufgegriffen.

Klärend sei darauf hingewiesen, dass die im Rahmen der Kontrolluntersuchung gewonnenen Daten nur vorsichtig zu bewertende, grobe Anzeichen liefern können, auf deren Basis zu beurteilen versucht wird, ob die Themenstudienarbeit frei von erheblich beeinträchtigenden Bedingungen für verständnisvolles Lernen implementiert wurde.

Sofern sich keine Hinweise auf gravierende Beeinträchtigungen der Implementation zeigen, macht es Sinn, Wissens- und Kompetenzaufbau der Schülerinnen und Schüler zu untersuchen. Dieses Kapitel versucht also gewissermaßen bei aller bei der Interpretation der Daten gebotener Vorsicht Vorbedingungen zu klären, damit in den nachfolgenden Kapiteln Ergebnisse der empirischen Studie, deren Design in Kapitel 8 beschrieben wurde, vorgestellt werden können.

Zunächst kann für alle Klassen festgestellt werden, dass die Lernumgebung Themenstudienarbeit sich in der konzipierten Form als prinzipiell durchführbar erwies. Offenbar ergaben sich in keiner der sechs Klassen, in denen die Lernumgebung umgesetzt wurde, so große Probleme, dass ein ganzes oder ein teilweises Scheitern der Unterrichtsmethode die Folge gewesen wäre. Beispielsweise liegen aus allen Klassen die von den Schülerinnen und Schülern erstellten schriftlichen Themenstudien vor.

Um groben Einblick zu gewinnen, wie gut sich die Themenstudienarbeit im Unterricht umsetzen ließ und ob hinderliche Implementationsmerkmale ein verständnisvolles Lernen beeinträchtigt haben könnten, werden Rückmeldungen der Schülerinnen und Schüler sowie der beteiligten Lehrerinnen und Lehrer nach den in Abschnitt 8.4.1 aufgeführten indikatorenartigen Kriterien ausgewertet.

In Einzelnen handelt es sich um folgende untersuchte Merkmale (vgl. Helmke, 2003):

- Motivation der Lernenden bei der Arbeit
- Konzentriertes Arbeiten
- Wahrgenommenes Anforderungsniveau
- Einhalten des Zeitplans und Erreichbarkeit der Ziele der jeweiligen Stunde

- Klarheit der Aufgabenstellung
- Abwesenheit von äußeren Störungen

Um also im Sinne dieser Kriterien eine vorsichtige Einschätzung zu gewinnen, inwiefern die Themenstudienarbeit in den einzelnen beteiligten Klassen als gelungen bezeichnet werden kann, werden im Folgenden Rückmeldungen der Schülerinnen, Schüler, Lehrerinnen und Lehrer ausgewertet.

Abschnitt 9.1 berichtet zunächst von Rückmeldungen der Schülerinnen und Schüler in den Feedbackfragebögen. Diese kumulativen Wahrnehmungen der Lernenden werden in Abschnitt 9.2 den standardisierten Einschätzungen der Lehrerinnen und Lehrer gegenübergestellt, die diese während der Unterrichtssequenz zu den jeweiligen Unterrichtsstunden festhielten. Weitere Informationen aus den Lehrerprotokollen und Ergebnisse einer Auswertung auf der Basis der Lehrerinterviews werden in Abschnitt 9.3 zusammengefasst. Nach ergänzenden Informationen über die Durchführung der Themenstudienarbeit auf der Basis der offenen Items der Feedbackfragebögen in Abschnitt 9.4 werden in Abschnitt 9.5 zusammenfassende Gesamteinschätzungen zur Durchführung der Themenstudienarbeit in den beteiligten Klassen gegeben. Diese werden in Abschnitt 9.6 diskutiert. Abschnitt 9.7 enthält kurze Bemerkungen zur Befundlage in der Referenzgruppe.

9.1 Rückmeldungen der Schülerinnen und Schüler zur Themenstudienarbeit in den Feedbackfragebögen

Am Ende der fünften Stunde der Unterrichtssequenz beantworteten die Schülerinnen und Schüler einen Feedbackfragebogen (vgl. Abschnitte 8.1.3 und 8.2.6), in dem sie ihre Wahrnehmungen zum Arbeiten und Lernen in der Themenstudienarbeit wiedergeben sollten. In diesem Abschnitt wird ein erster Überblick über das Antwortverhalten der Schülerinnen und Schüler bei den standardisierten Items gegeben.

Die Items beziehen sich unter anderem auf die folgenden fünf Kriterien, die auch Rückschlüsse auf Randbedingungen für Lernprozesse zulassen (vgl. Abschnitt 8.4.1; Helmke, 2003):

- Motivation und Interesse der Lernenden bei der Arbeit
- Konzentriertes Arbeiten
- Wahrgenommenes Anforderungsniveau
- Einhalten des Zeitplans und Erreichbarkeit der Ziele der jeweiligen Stunde
- Klarheit der Aufgabenstellung

In der Reihenfolge dieser Kriterien werden im Folgenden klassenbezogene Ergebnisse einzelner Items des Feedbackfragebogens vorgestellt.

Motivation der Lernenden bei der Arbeit

Zwei Items des Feedbackfragebogens geben Auskunft zur Motivation der Schülerinnen und Schüler bei der Arbeit (vgl. Abbildungen 9.1.1 und 9.1.2). Das erste Item fragte nach dem Interesse der Schülerinnen und Schüler, das sie den Lerninhalten entgegengebracht hatten (vgl. Abb. 9.1.1).

Was wir in den letzten fünf Mathestunden durchgenommen hatten, fand ich

- (6) sehr interessant
- (5) ziemlich interessant
- (4) einigermaßen interessant
- (3) nicht so interessant
- (2) ziemlich uninteressant
- (1) völlig uninteressant

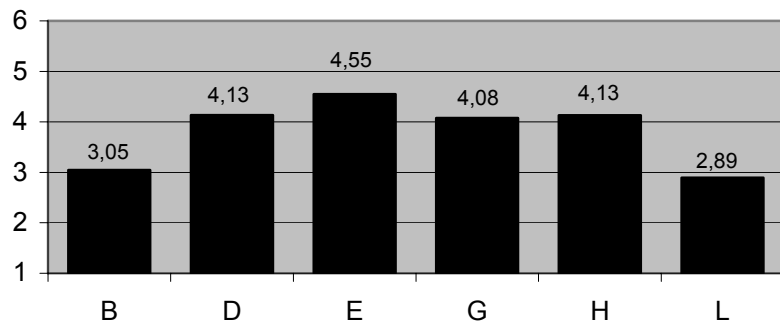


Abb. 9.1.1: Durchschnittliche Beantwortung des Feedbackfragebogen-Items zum Interesse bei der Arbeit nach Klassen (Item 6)

In Abb. 9.1.1 zeigen sich Hinweise auf Klassenunterschiede. Während die Klassen B und L durchschnittlich eine leicht negative mittlere Einschätzung aufweisen, werden in den anderen Klassen durchweg moderat positive Einschätzungen verzeichnet. Ein Scheffé-Test bestätigt, dass die Abweichungen der Klassen B bzw. L gegenüber Klasse E, die einen besonders positiven Wert zeigt, signifikant bzw. hoch signifikant sind.

In den letzten fünf Mathestunden war ich...

- (5) sehr motiviert bei der Sache
- (4) eher motiviert bei der Sache
- (3) einigermaßen motiviert bei der Sache
- (2) kaum motiviert bei der Sache
- (1) überhaupt nicht motiviert bei der Sache

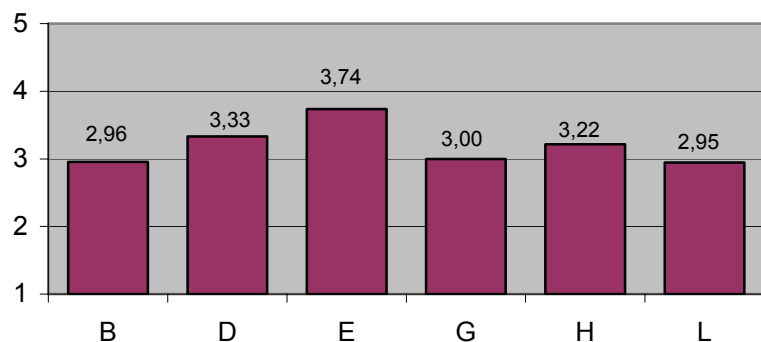


Abb. 9.1.2: Durchschnittliche Beantwortung des Feedbackfragebogen-Items zur Motivation bei der Arbeit nach Klassen (Item 7)

Keine signifikanten Klassenunterschiede im Scheffé-Test ergeben sich hingegen beim zweiten Item zur Motivation der Lernenden bei der Arbeit (vgl. Abb. 9.1.2). Da die mittlere Antwortalternative hier leicht positiv formuliert ist, kann von einer moderat positiven Einschätzung über alle Klassen hinweg ausgegangen werden.

Während sich also die Schülerinnen und Schüler in den Klassen B und L im Gegensatz zu den anderen Klassen durchschnittlich als weniger interessiert für die Inhalte der Unterrichtssequenz bezeichneten, gaben die Lernenden in allen Klassen durchschnittlich an, zumindest „einigermaßen motiviert bei der Sache“ gewesen zu sein.

Konzentriertes Arbeiten

Die durchschnittlichen Einschätzungen der Schülerinnen und Schüler, wie konzentriert sie beim Erstellen ihrer Themenstudien gearbeitet hatten, sind in Abbildung 9.1.3 dargestellt.

In den letzten fünf Mathestunden habe ich...

- (6) sehr konzentriert gearbeitet
- (5) konzentriert gearbeitet
- (4) einigermaßen konzentriert gearbeitet
- (3) nicht so konzentriert gearbeitet
- (2) ziemlich wenig konzentriert gearbeitet
- (1) überhaupt nicht konzentriert gearbeitet

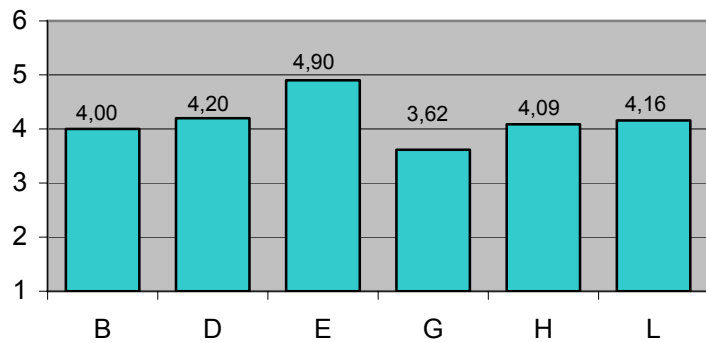


Abb. 9.1.3: Durchschnittliche Beantwortung des Feedbackfragebogen-Items zum konzentrierten Arbeiten nach Klassen (Item 2)

Insgesamt antworteten die Lernenden in allen Klassen durchschnittlich, zumindest „einigermaßen konzentriert“ gearbeitet zu haben. In Klasse E gaben die Schülerinnen und Schüler sogar im Mittel an, „konzentriert“ bei der Arbeit gewesen zu sein. Im Scheffé-Test unterscheidet sich diese Klasse signifikant von Klasse G. Hinweise darauf, dass die Konzentration aus Sicht der Lernenden in einer der Klassen stark gestört worden sein könnte, ergeben sich anhand dieser Daten nicht.

Wahrgenommenes Anforderungsniveau

Das wahrgenommene Anforderungsniveau der Lernumgebung wurde in zwei Items des Feedbackfragebogens erfragt (vgl. Abb. 9.1.4 und 9.1.5).

In den letzten fünf Mathestunden war der Matheunterricht für mich ...

- (5) viel zu schwer
- (4) eher etwas zu schwer
- (3) genau richtig
- (2) etwas zu leicht
- (1) viel zu leicht

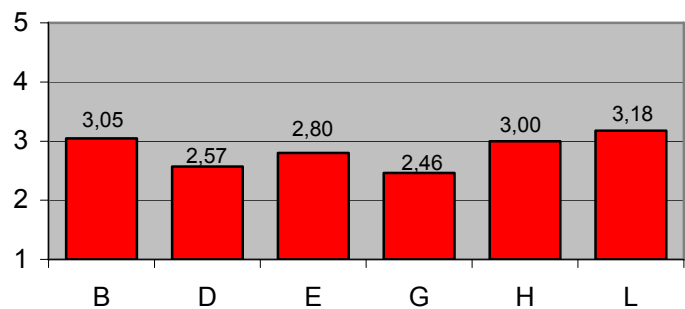


Abb. 9.1.4: Durchschnittliche Beantwortung des Feedbackfragebogen-Items zum wahrgenommenen Anforderungsniveau nach Klassen (Item 5)

In den letzten fünf Mathestunden habe ich das Arbeiten als ...

- (5) sehr schwierig empfunden.
- (4) eher schwierig empfunden.
- (3) vom Schwierigkeitsgrad her genau passend empfunden.
- (2) eher leicht empfunden.
- (1) sehr leicht empfunden.

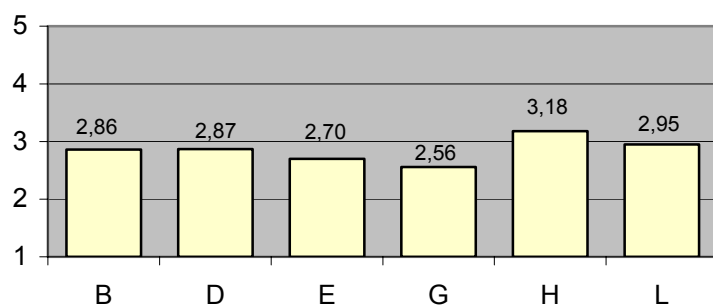


Abb. 9.1.5: Durchschnittliche Beantwortung des Feedbackfragebogen-Items zum wahrgenommenen Schwierigkeitsgrad des Arbeitens nach Klassen (Item 8)

Bei beiden Items ergeben sich im Scheffé-Test keine signifikanten Klassenunterschiede. Die Schülerinnen und Schüler beurteilten den Anforderungsgrad der Themenstudienarbeit in der Regel im Mittel als „genau richtig“ bzw. „vom Schwierigkeitsgrad her genau passend“ mit einem zu „eher leicht“ tendierenden durchschnittlichen Ergebnis in Klasse G.

Da bei diesen Items von der Mitte abweichende Einschätzungen in beiden Richtungen problematisch sein könnten, sind auch die jeweiligen Verteilungen von Interesse. Bei einer Auswertung der Verteilungsdaten der einzelnen Antworten zeigt sich, dass in Klasse H gut 45% der Schülerinnen und Schüler das Arbeiten als eher schwierig oder sehr schwierig empfanden, gefolgt von 37% bzw. 27% der Schülerinnen und Schüler in den Klassen L bzw. B und D. In den anderen Klassen lag dieser Anteil deutlich unter 20%. Weniger als 28% der Schülerinnen und Schüler in den Klassen H und L bezeichneten den Schwierigkeitsgrad des Arbeitens als „genau passend“.

Diese Befundlage bei der Verteilung der Antworten ähnelt der Beantwortung von Item 5: Die Klassen H und L haben hier die höchsten Werte für die Kategorie „eher zu schwer“ (27% bzw. 35%) und die geringsten Werte für „genau richtig“.

Insgesamt ist also in den Klassen H und L die Anzahl der Lernenden, die das Anforderungsniveau als eher zu hoch einstufen, nicht gering. In den Klassen B, D, E und G ergeben sich keine ausgeprägten Anzeichen für ein verbreitetes Überforderungs- oder Unterforderungsgefühl der Lernenden.

Einhalten des Zeitplans und Erreichbarkeit der Ziele der jeweiligen Stunde

Ein wesentliches Merkmal ist die Wahrnehmung der Lernenden, ob sie den Zeitplan der Unterrichtssequenz einhalten und die Ziele der jeweiligen Stunde erreichen konnten. Das mittlere Antwortverhalten hierzu ist in Abb. 9.1.6 dargestellt.

In den letzten fünf Mathestunden konnte ich den Zeitplan der jeweiligen Stunde ...

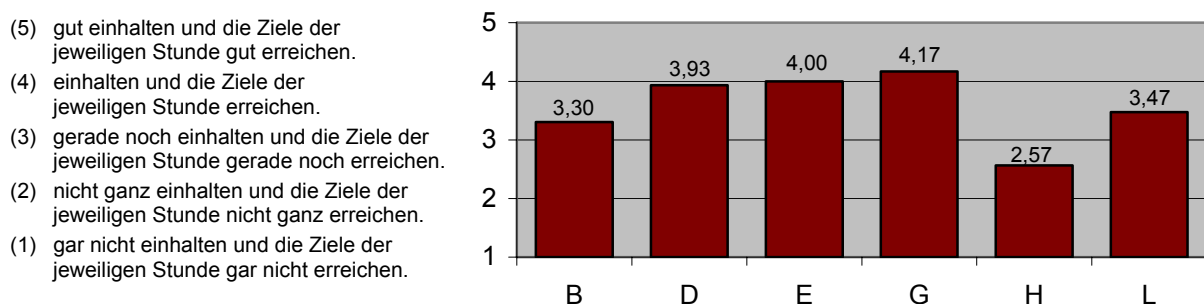


Abb. 9.1.6: Durchschnittliche Beantwortung des Feedbackfragebogen-Items zum Einhalten des Zeitplans und zum Erreichen der jeweiligen Stundenziele nach Klassen (Item 9)

Bei der klassenweisen Auswertung zeigt sich, dass die Lernenden in einer Gruppe aus den Klassen D, E und G durchschnittlich recht gut mit dem Zeitplan zurecht kamen, während die Schülerinnen und Schüler der Klassen B und L im Mittel immerhin „gerade noch“ die jeweiligen Stundenziele erreichen konnten. Die Schülerinnen und Schüler in Klasse H äußerten durchschnittlich eine deutlich verhaltenere Einschätzung, die sich zwischen „gerade noch einhalten“ und „nicht ganz einhalten“ bewegt. Klasse H unterscheidet sich dabei signifikant von Klasse D und hoch signifikant von den Klassen E und G (Scheffé-Test).

Dieses von anderen Klassen abweichende durchschnittliche Antwortverhalten in Klasse H lässt möglicherweise darauf schließen, dass Teile der Arbeit in dieser Klasse unter Zeitdruck erledigt werden mussten oder nicht erledigt werden konnten.

Einen näheren Rückschluss auf den Anteil von Schülerinnen und Schülern mit Zeitproblemen lässt auch die prozentuale Verteilung der jeweiligen Antworten zu. Hier zeigt sich, dass mehr als 60% der Schülerinnen und Schüler in Klasse H angaben, den Zeitplan nicht ganz oder gar nicht einhalten gekonnt zu haben. In den Klassen B und L sind dies etwa 25% bzw. 26%, während dieser Anteil in den übrigen Klassen D, E und G unter 10% liegt.

Klarheit der Aufgabenstellung

Ein weiteres Item des Feedbackfragebogens sollte indikatorenartig erheben, inwiefern den Schülerinnen und Schülern klar war, was das Ziel der Themenstudienarbeit war (vgl. Abb. 9.1.7). Ergänzende Information kann ein weiteres Item geben, in dem gefragt wurde, inwiefern die Lernenden das, was sie bearbeiteten, verstanden hatten (vgl. Abb. 9.1.8).

War Dir klar, was das Ziel der Arbeit in den letzten fünf Mathestunden war?

- (6) völlig klar
- (5) ziemlich klar
- (4) einigermaßen klar
- (3) nicht so klar
- (2) ziemlich unklar
- (1) völlig unklar

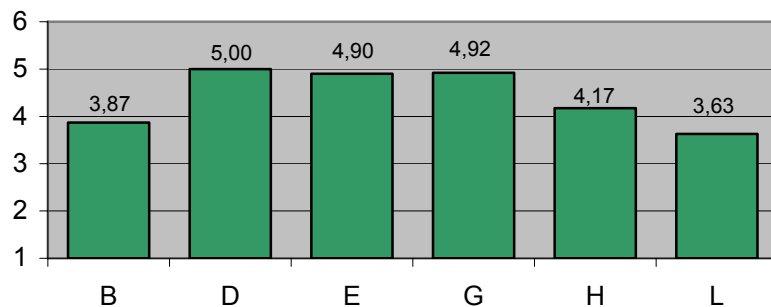


Abb. 9.1.7: Durchschnittliche Beantwortung des Feedbackfragebogen-Items zur Zielklarheit des Arbeitens nach Klassen (Item 4)

Was wir in den letzten fünf Mathestunden bearbeitet haben, habe ich...

- (6) sehr gut verstanden
- (5) gut verstanden
- (4) einigermaßen verstanden
- (3) nicht so gut verstanden
- (2) schlecht verstanden
- (1) sehr schlecht verstanden

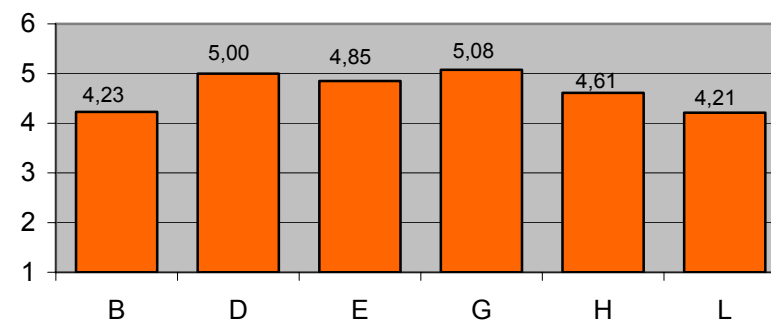


Abb. 9.1.8: Durchschnittliche Beantwortung des Feedbackfragebogen-Items zum Verständnis der Inhalte nach Klassen (Item 1)

Bei beiden Items ergaben sich keine signifikanten Klassenunterschiede im Scheffé-Test. Insgesamt war den Lernenden in den Klassen D, E und G im Mittel recht klar, was das Ziel der Arbeit war. Dem entspricht die durchschnittliche Einschätzung in diesen Klassen, ein gutes Verständnis erzielt zu haben. Leicht verhaltener äußerten sich die Schülerinnen und Schüler in den Klassen B, H und L, die das Ziel der Arbeit durchschnittlich noch als „einigermaßen klar“ einstufen.

Die Einschätzungen zur Zielklarheit könnten damit zu tun haben, dass die Unterrichtssequenz im Vergleich zum sonstigen Mathematikunterricht nahezu einmütig von den Lernenden als

andersartig wahrgenommen wurde: Der Anteil an Schülerinnen und Schülern, die auf ein entsprechendes Item antworteten, dass die Stunden der Unterrichtssequenz „anders als sonst“ waren, lag durchweg nahe 90% und darüber.

Zusammenfassung und Diskussion

Insgesamt kann festgehalten werden, dass in den Bereichen „Motivation der Lernenden bei der Arbeit“, „Konzentriertes Arbeiten“, und „Zielklarheit des Arbeitens“ auf der Basis der Rückmeldungen der Schülerinnen und Schüler in den Feedbackfragebögen keine gravierenden Beeinträchtigungen der Themenstudienarbeit festzustellen waren. Bei dem von den Schülerinnen und Schülern wahrgenommenen Anforderungsniveau zeigte sich in Klasse H ein erhöhter Anteil an Lernenden, die das Arbeiten als schwierig empfanden: Knapp die Hälfte der Schülerinnen und Schüler dieser Klasse gab eine entsprechende Rückmeldung, gegenüber nur etwas weniger als einem Drittel der Lernenden, die das Anforderungsniveau als genau passend empfanden. In Klasse H zeigten sich auch Anzeichen dafür, dass eine Mehrheit der Schülerinnen und Schüler den Zeitplan nicht einhalten und jeweilige Teilziele des Arbeitens nicht erreichen konnten. Knapp zwei Drittel der Lernenden dieser Klasse äußerten sich im Feedbackfragebogen entsprechend, während der Anteil der Lernenden, die Zeitprobleme angaben, in den anderen Klassen höchstens bei etwa einem Viertel der Schülerinnen und Schüler lag.

Während sich also für Klasse H aus der Auswertung der Feedbackfragebögen einige Anzeichen für mögliche Einschränkungen verständnisvollen Lernens in der Themenstudienarbeit ergaben, zeichnen sich derartige gravierende Einschränkungen für die anderen Klassen eher nicht ab.

Den Rückmeldungen der Schülerinnen und Schüler werden im Folgenden Wahrnehmungen aus der Lehrerperspektive gegenübergestellt.

9.2 Einschätzungen der Lehrerinnen und Lehrer in den Protokollen zur Unterrichtssequenz – standardisierte Items

Weiteren Aufschluss über die Umsetzung der Themenstudienarbeit können die teilstandardisierten Lehreraufzeichnungen zu den einzelnen Stunden der Unterrichtssequenz geben (vgl. Anhang 3). In diesen Aufzeichnungs-Formularen sollten die Lehrkräfte den Ablauf der jeweiligen Stunden und ihre Wahrnehmung zur Arbeit der Schülerinnen und Schüler protokollieren. Enthalten waren auch standardisierte Items, in denen zeitnah angegeben werden sollte, wie „motiviert“ und wie „konzentriert“ die Lernenden gearbeitet hatten, als wie schwierig sie das Arbeiten empfanden und ob sie den Zeitplan einhalten bzw. die Ziele der jeweiligen Stunden erreichen konnten. Es stand jeweils eine vierstufige Skala für die Antwort zur Verfügung (4: „trifft voll zu“, 3: „trifft eher zu“, 2: „trifft eher nicht zu“, 1: „trifft überhaupt nicht zu“), die von den Lehrkräften in Einzelfällen um Zwischenstufen oder ein „unentschieden“ (als 2,5 codiert) ergänzt wurde. Über die Einschätzungen wird im Folgenden berichtet. Eine Gesamteinschätzung zu allen fünf Stunden wurde in den Lehrerinterviews erhoben.

In den Abbildungen 9.2.1 bis 9.2.4 sind die Angaben der Lehrkräfte aus den Aufzeichnungen je Klasse als Verläufe wiedergegeben. Zusätzlich wurde in die Diagramme die Gesamteinschätzung zu allen fünf Stunden der Sequenz aufgenommen.

**„In dieser Stunde waren die Schülerinnen und Schüler motiviert“
(4: trifft voll zu, ... , 1: trifft überhaupt nicht zu)**

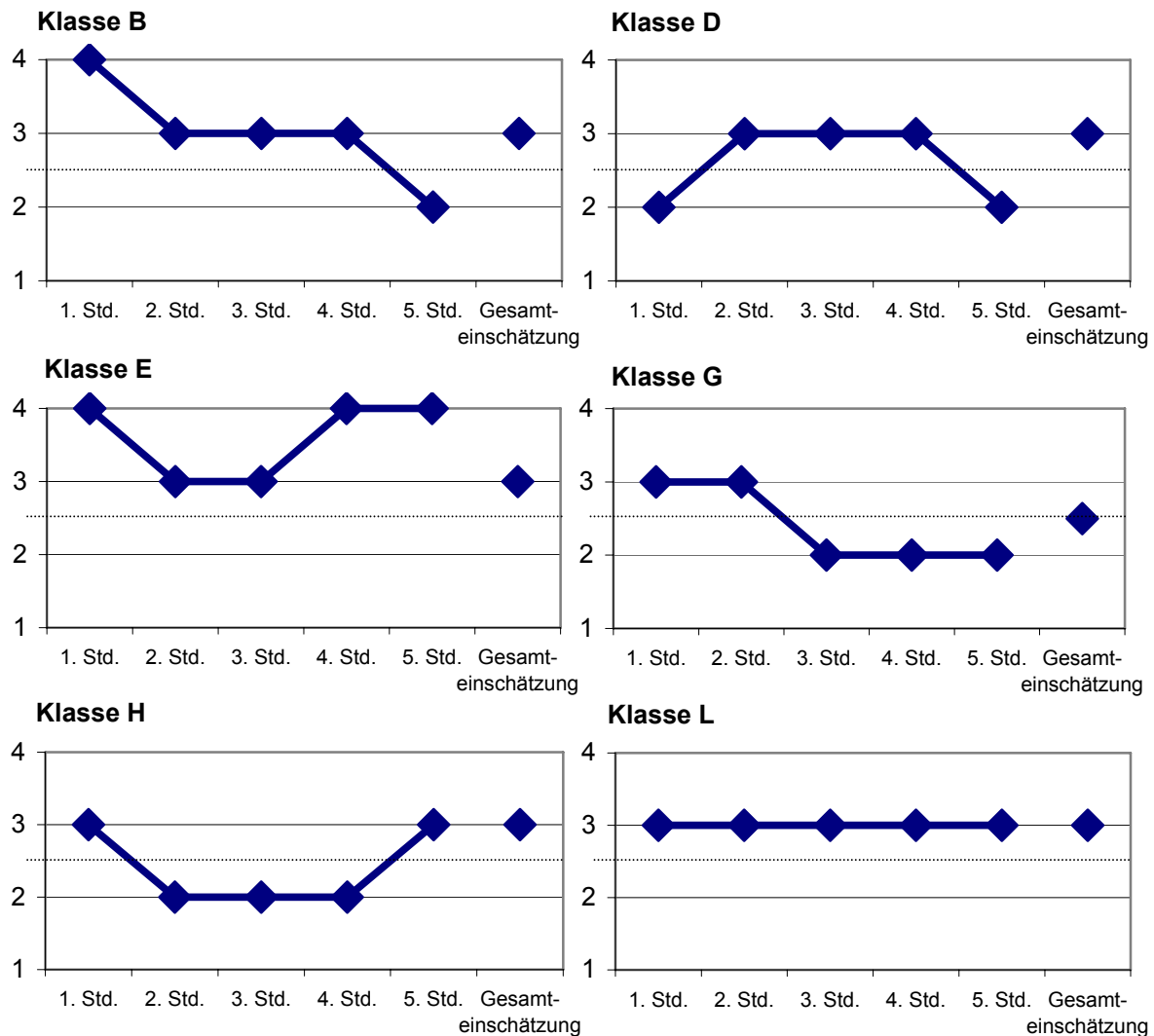


Abb. 9.2.1: Wahrgenommene Motivation der Schülerinnen und Schüler

Für die Motivation der Schülerinnen und Schüler zeigen sich in den einzelnen Klassen in der Wahrnehmung der einzelnen Lehrpersonen recht unterschiedliche Verläufe (vgl. Abb. 9.2.1). Bis auf Klasse G und H dominieren positive Beurteilungen der Motivation die Verläufe. In Klasse G und H geben die Lehrpersonen trotz mehrheitlich leicht negativer Einschätzungen jedoch in den Interviews keine negativen Gesamtbeurteilungen ab. Da insbesondere auch keine Antworten der Kategorie 1-„trifft überhaupt nicht zu“ zu verzeichnen sind, wird davon ausgegangen, dass in diesem Bereich keine Anzeichen für gravierende Beeinträchtigungen des verständnisvollen Lernens in der Themenstudienarbeit auszumachen sind.

Die Verläufe zur Konzentration der Schülerinnen und Schüler bei der Arbeit sind in Abbildung 9.2.2 dargestellt.

**„In dieser Stunde haben die Schülerinnen und Schüler konzentriert gearbeitet“
(4: trifft voll zu, ... , 1: trifft überhaupt nicht zu)**

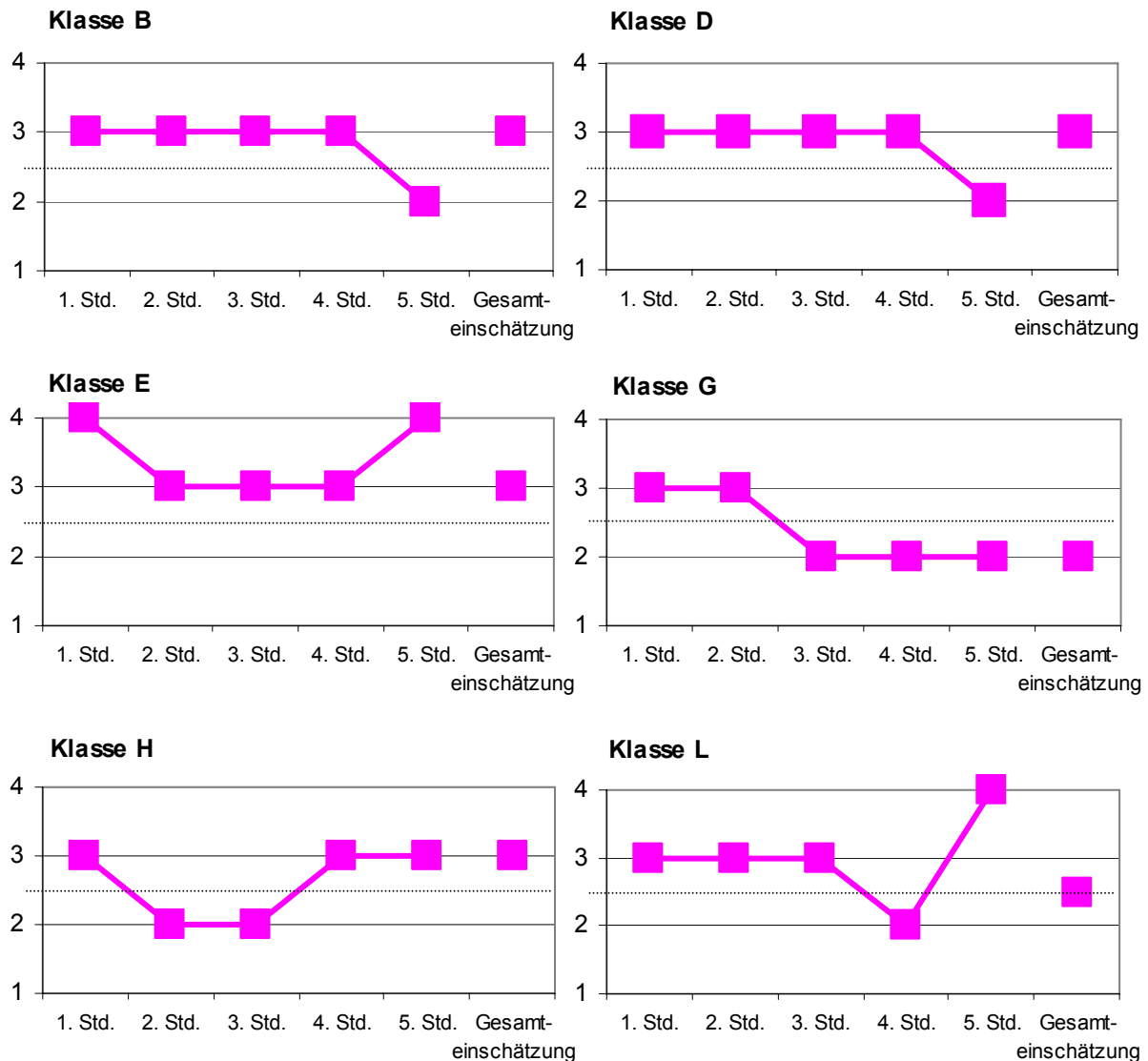


Abb. 9.2.2: Wahrgenommene Konzentration der Schüler(innen) bei der Arbeit

Bis auf Klasse G dominieren jeweils positive Beurteilungen die Unterrichtssequenz, die sich auch in positiven Gesamturteilen widerspiegeln. In Klasse G ist nach der zweiten Unterrichtsstunde ein Abfall der Konzentration festzustellen. Diese leicht negative Wahrnehmung entspricht auch der Gesamteinschätzung durch die Lehrerin. Die Wahrnehmung deckt sich ferner mit der Angabe der Schülerinnen und Schüler in den Feedbackfragebögen (vgl. Abb. 9.1.3). Es wurde andererseits nicht die Beobachtung gemacht, dass die Schülerinnen und Schüler dieser Klasse „überhaupt nicht konzentriert“ gearbeitet hätten.

**„Die Schülerinnen und Schüler empfanden das Arbeiten heute als schwierig“
(4: trifft voll zu, ... , 1: trifft überhaupt nicht zu)**

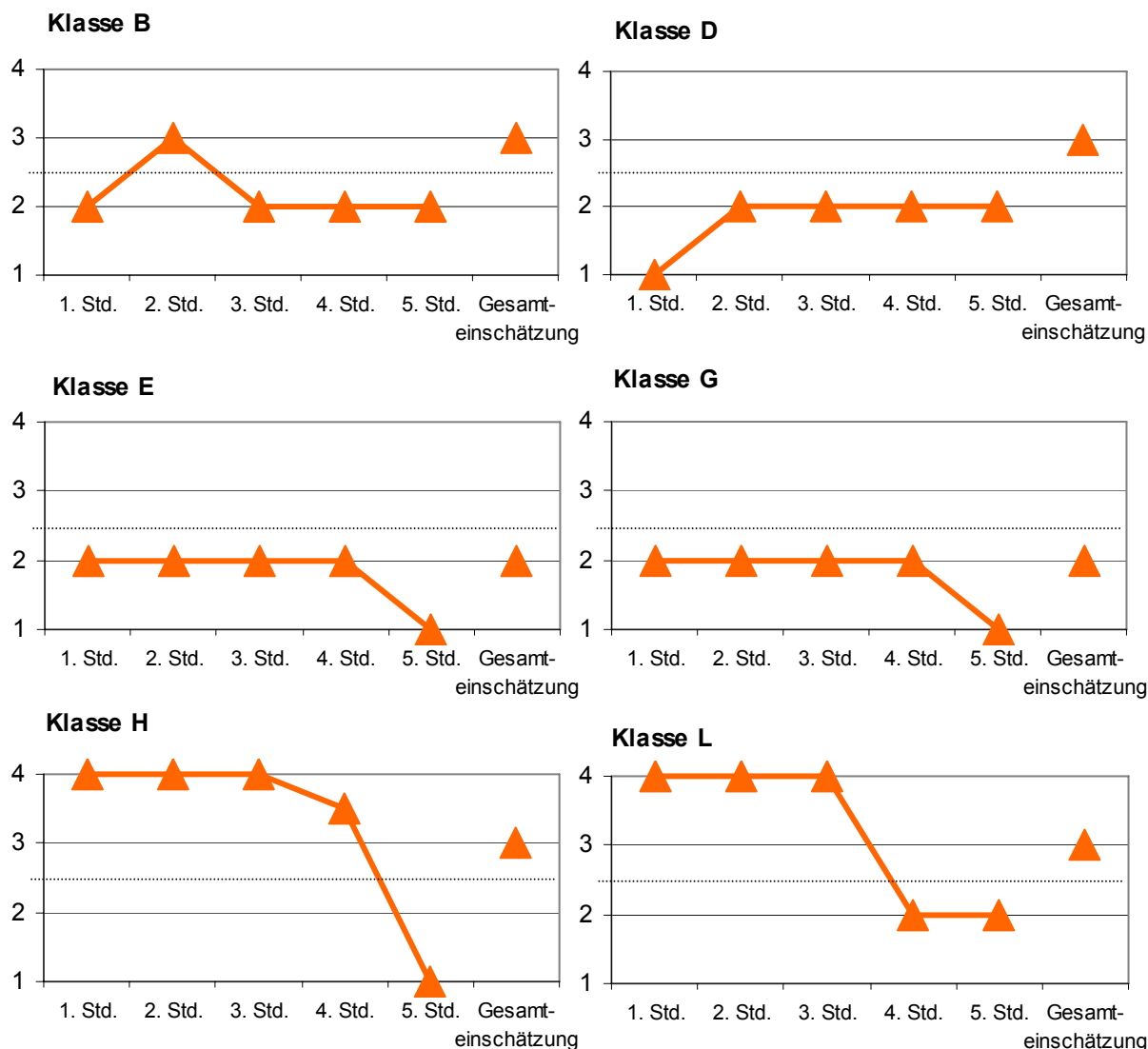


Abb. 9.2.3: Wahrnehmung, wie schwierig die Schüler(innen) das Arbeiten empfanden

Die Einschätzungen der Lehrerinnen und Lehrer zum wahrgenommenen Anforderungsniveau des Arbeitens zeigen in Klasse B, D, E und G insofern eine positive Einschätzung, als sich jeweils keine Anzeichen für Überforderung erkennen lassen (vgl. Abb. 9.2.3). Die Gesamteinschätzungen in den Klassen B und D weisen dennoch in die Richtung, dass die Lernenden in diesen Klassen die Arbeit möglicherweise doch als schwierig empfunden haben könnten.

Davon abweichende Verläufe sind für die Klassen H und L festzustellen: Hier nahmen die Lehrpersonen wahr, dass die Schülerinnen und Schüler das Arbeiten jeweils in den ersten drei Stunden offenbar als sehr schwierig empfanden. Während diese Einschätzung in Klasse L bereits in der vierten Stunde abfällt, d.h. noch innerhalb der Phase des Erarbeitens der Themenstudien in den Schülerteams, bleibt das wahrgenommene Anforderungsniveau in Klasse H hoch. Erst in der fünften Stunde der Unterrichtssequenz, in der Ergebnisse der Themenstudienarbeit im Klassenplenum diskutiert wurden, fällt das wahrgenommene Anforderungsniveau in Klasse H ab. Entsprechende Gesamteinschätzungen in den Klassen H und L unterstützen dieses Bild.

In der mittleren Wahrnehmung der Schülerinnen und Schüler der Klassen H und L wurde das Anforderungsniveau im Mittel jedoch offenbar etwas weniger ausgeprägt hoch eingeschätzt (vgl. Abbildungen 9.1.4 bis 9.1.7):

„Die Schülerinnen und Schüler konnten den Zeitplan einhalten / die Ziele der heutigen Stunde erreichen.“ (4: trifft voll zu, ... , 1: trifft überhaupt nicht zu)

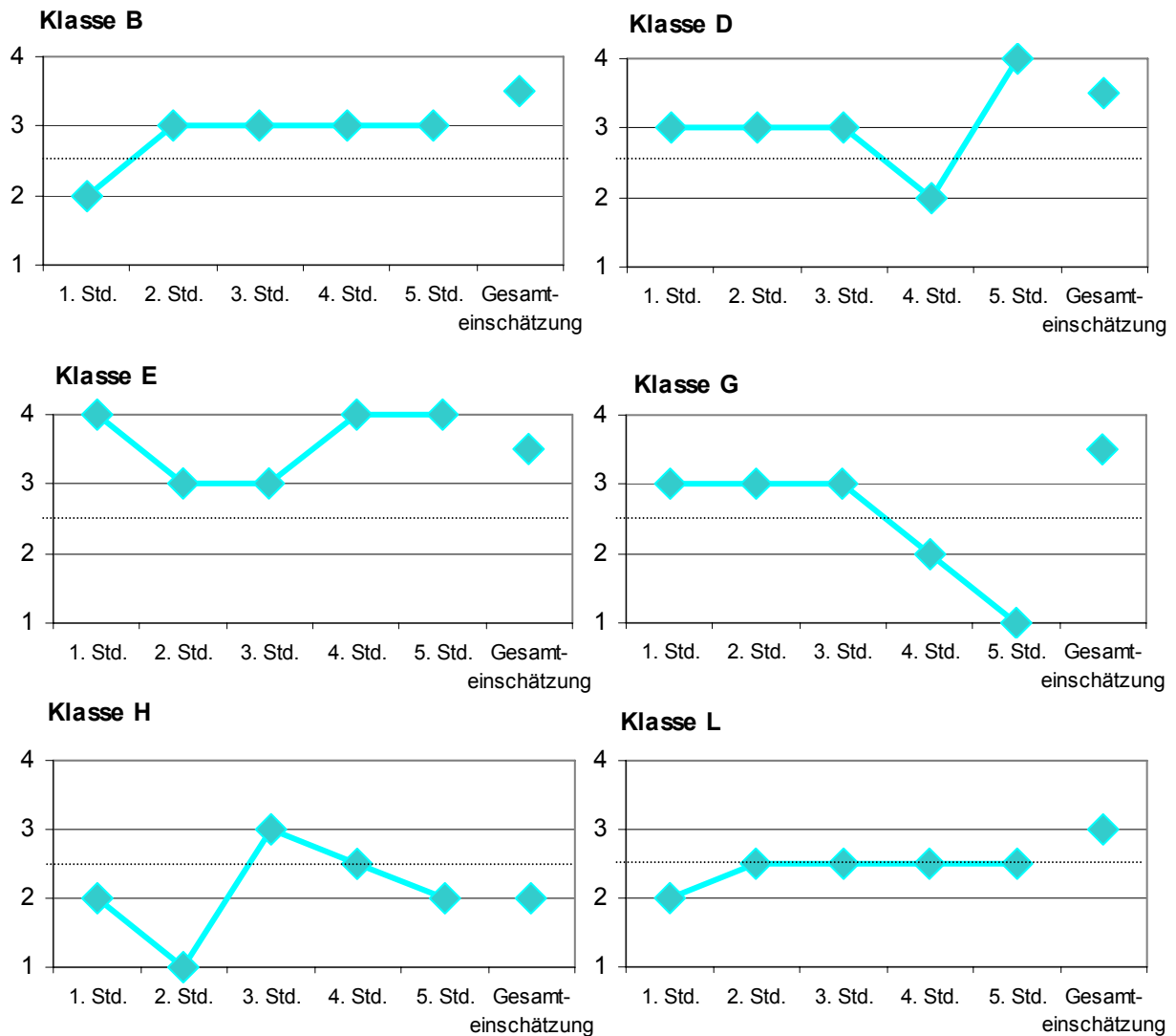


Abb. 9.2.4: Wahrnehmung, inwiefern die Schüler(innen) den Zeitplan einhalten und die Ziele der jeweiligen Stunde erreichen konnten

Die Einschätzungen der Lehrerinnen und Lehrer, inwiefern die Schülerinnen und Schüler den Zeitplan einhalten und die Ziele der jeweiligen Stunde erreichen konnten (vgl. Abb. 9.2.4), sind in den Klassen B, D und E im Großen und Ganzen positiv. Etwas verhaltener stellt sich das Bild in den Klassen G und L dar: Trotz Hinweisen auf Zeitschwierigkeiten gegen Ende in Klasse G und einem möglicherweise schwierigen Start in Klasse L sind die Gesamteinschätzungen der Lehrerinnen dieser Klassen jeweils positiv. Ein möglicherweise problematischerer Verlauf zeigt sich in Klasse H: In der zweiten Stunde, in der die Lernenden in Partnerarbeit arbeiten sollten, konnten diese aus Sicht des Lehrers den Zeitplan überhaupt nicht einhalten. Nach einer möglichen kurzen Entspannung in der dritten und vierten Stunde scheint sich die Situation gegen Ende der Unterrichtssequenz wieder verschlechtert zu haben. Klasse H ist die einzige Klasse mit einem negativen Gesamturteil des Lehrers.

Zusammenfassende Bemerkungen und Diskussion

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass sich bei den oben dargestellten Ergebnissen nur geringere Unterschiede zwischen der Sicht der Lehrkräfte und den Rückmeldungen der Schülerinnen und Schüler ergeben. Für die Durchführung der Themenstudienarbeit zeichnen sich in den Lehrerprotokollen im motivationalen Bereich kaum Probleme ab. Die Konzentration bei der Arbeit scheint nur in Klasse G etwas zu wünschen übrig gelassen zu haben. Beim Anforderungsniveau könnten aus Lehrersicht in Klasse L und insbesondere in Klasse H überfordernde Situationen bestanden haben. Den Zeitplan einhalten und die Ziele erreichen konnten nach Wahrnehmung der Lehrkräfte die Klassen B, D und E jeweils sehr gut bis gut und die Klassen G und L mit leichten Schwierigkeiten. Größere Zeitprobleme und Probleme beim Erreichen der jeweiligen Stundenziele scheinen sich in Klasse H ergeben zu haben.

9.3 Weitere Einschätzungen der Lehrerinnen und Lehrer zur Durchführung der Themenstudienarbeit aus den Protokollen zur Unterrichtssequenz und aus den strukturierten Lehrerinterviews

Im vorangegangenen Abschnitt wurden bereits Gesamteinschätzungen der Lehrpersonen zu den standardisierten Items der Lehrerprotokolle vorgestellt, die in den strukturierten Interviews nach der Unterrichtssequenz erhoben wurden (vgl. die ersten fünf Fragen in Tabelle 9.3.1). Weitere Gesamteinschätzungen aus den Lehrerinterviews betreffen Merkmale, die ebenfalls parallel in den Feedbackfragebögen der Schülerinnen und Schüler erhoben wurden. In Tabelle 9.3.1 sind die jeweiligen Antworten auf diese ausgewählten Fragen dargestellt.

Von der Lehrperson unterrichtete Klasse	B	D	E	G	H	L
Wie konzentriert haben die Schüler(innen) insgesamt gearbeitet? (++) Sehr konzentriert, (+) eher konzentriert, (0) unentschieden, (-) eher nicht konzentriert, (—) überhaupt nicht konzentriert	(+)	(+)	(+)	(-)	(+)	(0)
Wie schwierig empfanden die Schüler(innen) das Arbeiten insgesamt? (sww) Sehr schwierig, (sw) eher schwierig, (0) unentschieden, (nsw) eher nicht schwierig, (üsw) überhaupt nicht schwierig	(nsw)	(nsw)	(sw)	(sw)	(nsw)	(nsw)
Konnten die Schüler(innen) den Zeitplan insgesamt einhalten? (++) Sehr gut, (+) eher schon, (0) unentschieden, (-) eher nicht, (—) überhaupt nicht	(++)	(++)	(++)	(++)	(-)	(+)
Konnten die Schüler(innen) die Ziele insgesamt erreichen? (++) Sehr gut, (+) eher schon, (0) unentschieden, (-) eher nicht, (—) überhaupt nicht	(+)	(+)	(+)	(+)	(-)	(+)
Wie motiviert waren die Schüler(innen) insgesamt in der Unterrichtssequenz? (++) Sehr motiviert, (+) eher motiviert, (0) unentschieden, (-) eher nicht motiviert, (—) überhaupt nicht motiviert	(+)	(+)	(+)	(0)	(+)	(+)
Wie gut haben die Schüler(innen) das verstanden, womit sie sich in der Themenstudienarbeit beschäftigt haben? (++) Sehr gut verstanden, (+) eher schon verstanden, (0) unentschieden, (-) eher nicht verstanden, (—) überhaupt nicht verstanden	(-)	(++)	(+)	(+)	(0)	(-)
War den Schüler(inne)n klar, was das Ziel der Arbeit in den letzten fünf Mathestunden war? (++) Völlig klar, (+) eher schon klar, (0) unentschieden, (-) eher nicht klar, (—) überhaupt nicht klar	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(-)
Wie interessant fanden die Schüler(innen) die Inhalte der Unterrichtssequenz? (++) Sehr interessant, (+) eher interessant, (0) unentschieden, (-) eher nicht interessant, (—) überhaupt nicht interessant	(-)	(-)	(0)	(+)	(+)	(-)

Tab. 9.3.1: Antworten in den teilstandardisierten Lehrerinterviews

Antworten auf die Fragen zur Konzentration, zum wahrgenommenen Anforderungsniveau, zum Einhalten des Zeitplans und zum Erreichen von Zielen, sowie zur Motivation bei der Arbeit waren bereits in den Diagrammen der Abbildungen 9.2.1 bis 9.2.4 eingetragen worden. Zu den Fragen nach dem Verständnis der behandelten Inhalte und zur Zielklarheit zeigen sich vorwiegend in den Klassen B und L leicht negative Beurteilungen der Lehrkräfte. Diese Beurteilungen scheinen sich als geringe Unterschiede auch in der Wahrnehmung der Lernenden widerzuspiegeln (vgl. Abbildungen 9.1.10 und 9.1.11). Ähnlich verhält es sich mit den Klassen B und L bei der Frage zum Interesse für die Inhalte. Auch hier sind Ähnlichkeiten mit der Wahrnehmung der Schülerinnen und Schüler erkennbar (vgl. Abb. 9.1.1).

Von Interesse ist ferner, inwiefern äußere Störungen das Lernen und Arbeiten in der Themenstudienarbeit beeinträchtigt haben könnten. In den Lehrerprotokollen wurden als solche Störungen insbesondere Abwesenheiten von Schülerinnen und Schülern wegen Krankheit und aufgrund von Schulveranstaltungen, sowie Unterbrechungen durch das Schulleben betreffende, fachfremde organisatorische Ansagen oder sonstige nicht fachbezogene Tätigkeiten genannt. Erstere Störungen betrafen in erster Linie einzelne Schüler(innen) oder Schülergruppen, zweite Störungen wirkten sich hauptsächlich auf eine geringere Arbeitszeit für die Beschäftigung mit den Materialien und für das Redigieren der Themenstudien aus. Da die Lern- und Arbeitsprozesse von der zweiten bis zur vierten Stunde der Unterrichtssequenz bei den Schülerinnen und Schülern weitgehend selbstorganisiert abliefen, dürften zeitliche Einschränkungen in diesen Stunden weitaus besser kompensiert werden können als in der ersten Stunde der Sequenz, in der die Schülerinnen und Schüler erstmalig mit den Materialien konfrontiert wurden. In dieser Stunde musste auch das Lesen der Materialien in der Hausaufgabe in den Schülerteams vorbereitet werden. Diese Aufgabe erstreckte sich, wie in Abschnitt 8.1.3 beschrieben, auf etwa eine ganze Woche. Für einen gelungenen Einstieg in die Themenstudienarbeit erscheint es daher notwendig, dass für die erste Begegnung mit den Materialien ein Mindestmaß an Zeit zur Verfügung steht. Aus Tabelle 9.3.2 geht hervor, dass sich Störungen in einigen Klassen auch auf den zeitlichen Ablauf der Einstiegsstunde auswirkten.

Klasse	Zeit für Partnerarbeit in der 1. Stunde in Minuten	Gesamte Partnerarbeitszeit in der 1. bis 4. Stunde in Minuten	Bemerkungen zu Beeinträchtigungen der Arbeit (Wahrnehmungen der Lehrkräfte)
B	5	112	(Gehäufte) Abwesenheit mehrerer Schüler(innen) durch Krankheit/ Schulveranstaltung
D	16	145	
E	20	140	
G	ca. 20	ca. 150	(Gehäufte) Abwesenheit mehrerer Schüler(innen) durch Krankheit gegen Ende der Unterrichtssequenz
H	10	134	(Gehäufte) Abwesenheit mehrerer Schüler(innen) durch Krankheit
L	20	ca. 145	(Gehäufte) Abwesenheit mehrerer Schüler(innen) durch Krankheit, aber Bemerkungen, dass Arbeit trotz Krankheit ernst genommen wurde (teilweise Kompensation in Hausarbeit)

Tab. 9.3.2: Beeinträchtigungen der Arbeit und Auswirkungen auf die im Unterricht zur Verfügung stehende Zeit

Die Daten in Tabelle 9.3.2 weisen darauf hin, dass offenbar insbesondere in den Klassen B und H Beeinträchtigungen der Themenstudienarbeit durch äußere Faktoren auftraten: In Klasse B hatten die Schülerinnen und Schüler lediglich 5 Minuten für die eigene Beschäftigung mit den Materialien. Durch verschiedene fachfremde Organisationstätigkeiten entstand ein Zeitverlust von etwa 30 Minuten über die Unterrichtssequenz hinweg.

Auch in Klasse H stand den Lernenden nur ein Zeitraum von 10 Minuten zur ersten Begegnung mit der Materialienmappe zur Verfügung. In der zweiten Stunde der Unterrichtssequenz bemerkte der Lehrer in seinem Protokoll eine oberflächliche und lückenhafte Beschäftigung der Schülerinnen und Schüler mit den Materialien, was darauf hindeuten könnte, dass der Einstieg der Lernenden in die Themenstudienarbeit unter Zeitdruck eine Nutzung der Lese- und Vorbereitungszeit auch in der Hausaufgabe beeinträchtigt haben könnte.

Die Klassen D, E, G und L ähneln sich hinsichtlich ihrer Daten zur Zeitstruktur. Insgesamt scheinen äußere Beeinträchtigungen der Arbeit im Unterricht in diesen Klassen keine starke Rolle gespielt zu haben.

9.4 Ergänzende Informationen aus den offenen Items der Feedbackfragebögen der Schülerinnen und Schüler

Als Ergänzung der bisher vorgestellten Rückmeldungen der an der Erprobung der Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren Beteiligten wurden offene Items des Feedbackfragebogens ausgewertet. Die Äußerungen der Schülerinnen und Schüler wurden kodiert und Anzahlen von Nennungen erfasst.

Hinter dieser Untersuchung steht das Interesse, ausführlichere und qualitative Aussagen zu erhalten, die vertiefte Informationen zum Antwortverhalten bei den standardisierten Items des Feedbackfragebogens geben können. Bei offenen Items ist davon auszugehen, dass die Schülerinnen und Schüler ihre Rückmeldungen vorwiegend dann niederschreiben, wenn diese ihnen wirklich wichtig sind, da die Hürde, Rückmeldungen zu geben, bei diesen Items höher sein dürfte. Zu erwarten sind Nennungen zu einzelnen Aspekten, die von den Lernenden besonders intensiv wahrgenommen wurden. Insofern ist davon auszugehen, dass auch geringere Nennungshäufigkeiten von Bedeutung sein könnten. Insgesamt ist bei der Bewertung der Daten aufgrund der geringen Stichprobenlängen jedoch große Vorsicht erforderlich.

In der hier wiedergegebenen Auswertung wurden kritische Äußerungen der Schülerinnen und Schüler zur Durchführung der Themenstudienarbeit betrachtet, die in mindestens einer beteiligten Klasse mindestens von etwa 10% der Lernenden genannt wurden. Von Interesse waren Nennungen, die sich auf in diesem Abschnitt diskutierte Merkmale (vgl. Aufzählung am Anfang von Kapitel 9 und in Abschnitt 8.4.1) bezogen. Solche Rückmeldungen werden im Folgenden besprochen:

- Die Konzentration sahen 10% der Schülerinnen und Schüler in Klasse D durch einen hohen Lärmpegel im Klassenzimmer während der Partnerarbeitsphasen beeinträchtigt. In den anderen Klassen lag die relative Häufigkeit entsprechender Nennungen jeweils unter 5%.
- Verschiedene Codes betrafen Rückmeldungen zur zeitlichen Struktur der Themenstudienarbeit. Nennungen, dass zu wenig Bearbeitungszeit zur Verfügung stand, kamen in den Klassen E (ca. 12%), H (ca. 28%) und L (ca. 5%) vor. In Klasse L bemängelten andererseits knapp 10% der Lernenden, zu schnell mit der Arbeit fertig geworden zu sein. Ein Code, der nur in Klasse H auftrat und hier von gut 17% der Schülerinnen und Schüler geäußert wurde, bezieht sich auf einen speziellen Sachverhalt zur Zeitstruktur: Beklagt wurde, dass zu viel Zeit zwischen der ersten und der zweiten Stunde der Unterrichtssequenz zur Verfügung stand und zu wenig Zeit in den weiteren Stunden. Einige Beispiele für solche Nennungen werden in Abbildung 9.4.1 wiedergegeben.

10. Was hat Dir an den letzten fünf Mathestunden gefallen / nicht gefallen?
„ – Wir wussten am Anfang gar nicht was wir überhaupt machen sollten. – 1 Woche Pause nach der 1. Stunde war viel zu lang (man hatte die Hälfte wieder vergessen.)“
„ Pro: Interessante Sache: mit den Dokumenten, Mal ein bisschen Abwechslung Contra: Zu wenig Zeit, Schlecht aufgeteilte Arbeitszeit“
„ Wir hatten viel zu viel Zeit zum Lesen gehabt (1 Woche) und viel zu wenig Zeit für das Bearbeiten. Außerdem fand ich es ziemlich langweilig!“
„ Zu viel Vorbereitungszeit, zu wenig Arbeitszeit“

Abb. 9.4.1: Rückmeldungen einzelner Schülerinnen und Schüler aus Klasse H

- Ein weiterer Code kam ebenfalls nur in Klasse H vor (ca. 14%): Demnach sei die Aufgabenstellung am Anfang unklar gewesen. Gut 10% der Schülerinnen und Schüler in Klasse H nannten die Aufgabenstellung „kompliziert“, gegenüber ca. 4% in Klasse G und keinen entsprechenden Nennungen in den anderen Klassen.
- Ein Hinweis auf mögliche Beeinträchtigungen in der Motivation oder Konzentration von Lernenden bei der Arbeit könnte sich darin widerspiegeln, dass Schülerinnen und Schüler in Klasse B (ca. 19%), G (ca. 9%), H (ca. 10%) und L (ca. 10%) die Themenstudienarbeit als „langweilig“ bezeichneten.
- Eine Beeinträchtigung durch krankheitsbedingte Abwesenheit von Mitschülerinnen bzw. Mitschülern wird von Lernenden in Klasse B (ca. 15%), punktuell in Klasse D (ca. 5%) und in Klasse L (ca. 10%) genannt.

Diskussion

Die Antworten der Schülerinnen und Schüler zu den offenen Items, die Rückschlüsse auf mögliche gravierende Beeinträchtigungen verständnisvollen Lernens im konkreten Unterricht zulassen könnten, sind besonders für Klasse H auffällig. Hier äußerte sich teilweise mehr als ein Viertel der Schülerinnen und Schüler dahingehend, dass zu wenig Arbeitszeit zur Verfügung stand. Dies könnte dadurch verursacht worden sein, dass der Arbeitsauftrag bis zur zweiten Stunde von den Schülerinnen und Schülern nicht ausreichend verstanden worden war und dementsprechend notwendige Vorarbeiten für die zweite Stunde nicht erledigt wurden. Im weiteren Verlauf könnte diese Situation zu Zeitmangel und einem erhöhten wahrgenommenen Schwierigkeitsgrad geführt haben.

9.5 Gesamtübersicht zu Implementationsmerkmalen in den einzelnen Klassen

Auf der Basis der in den vorangegangenen Abschnitten vorgestellten Ergebnisse wird in diesem Abschnitt ein Gesamtüberblick über die Ausprägungen der untersuchten Implementationsmerkmale der Themenstudienarbeit hergestellt. Dieser dient als Grundlage für die Diskussion im folgenden Abschnitt, inwiefern die Durchführung der Themenstudienarbeit in den einzelnen beteiligten Klassen als gelungen bezeichnet werden kann. Insgesamt richten sich die Gesamteinschätzungen nach den in Abschnitt 8.4.1 dargestellten Kriterien. Die zusammenfassende Auswertung der Ergebnisse der Abschnitte 9.1 bis 9.4 enthält Tabelle 9.5.1.

Klasse	B	D	E	G	H	L
Kriterium						
Einhalten des Zeitplans/Erreichbarkeit der Ziele der jeweiligen Stunde (Lehrerprotokoll - durchschnittlich, vgl. Abb. 9.2.4)	(+)	(+)	(+)	(O)	(-)	(O)
Einhalten des Zeitplans/Erreichbarkeit der Ziele der jeweiligen Stunde (Lehrerinterview)	(+)	(+)	(+)	(+)	(-)	(+)
Einhalten des Zeitplans/Erreichbarkeit der Ziele der jeweiligen Stunde (Schülersicht, vgl. Abb. 9.1.6)	(O)	(+)	(+)	(+)	(-)	(O)
Wahrgenommenes Anforderungsniveau (Lehrerprotokoll, vgl. Abb. 9.2.3)	(+)	(+)	(+)	(+)	(-)	(-)
Wahrgenommenes Anforderungsniveau (Schülersicht)	(+)	(+)	(+)	(+)	(O)	(O)
Konzentriertes Arbeiten (Lehrerprotokoll, vgl. Abb. 9.2.2)	(+)	(+)	(+)	(-)	(O)	(+)
Konzentriertes Arbeiten (Schülersicht)	(+)	(+)	(+)	(O)	(+)	(+)
Motivation der Lernenden (Lehrerprotokoll, vgl. Abb. 9.2.1)	(+)	(+)	(+)	(O)	(O)	(+)
Motivation der Lernenden (Schülersicht)	(O)	(+)	(+)	(+)	(+)	(O)
Klarheit der Aufgabenstellung im Rückblick (Schülersicht)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)
Abwesenheit von Schüler(inne)n (nach Lehrerprotokollen)	(-)	(+)	(+)	(-)	(-)	(O)
„Time on task“ – erste Stunde der Unterrichtssequenz	(-)	(O)	(+)	(+)	(-)	(+)
„Time on task“ – gesamt	(-)	(+)	(+)	(+)	(O)	(+)

Tab. 9.5.1: Gesamtübersicht über Merkmale der Durchführung von Themenstudienarbeit

In Tabelle 9.5.1 wurden die Ergebnisse aus den Abschnitten 9.1 bis 9.4 indikatorenartig zusammengefasst. Bei Anzeichen für erheblich beeinträchtigende Bedingungen für verständnisvolles Lernen wurde „(-)“ vergeben, bei einer undeutlicheren Befundlage „(O)“ und bei einer insgesamt unproblematisch erscheinenden Situation das Symbol „(+““. Für die einzelnen Klassen werden diese Gesamtbilder im folgenden Abschnitt jeweils diskutiert.

9.6 Gesamtschätzung zur Themenstudienarbeit in den einzelnen Klassen und Diskussion

Die in diesem Kapitel vorgestellten indikatorenartigen Ergebnisse können genutzt werden, um den vorsichtigen Versuch einer Beurteilung der Implementationsbedingungen der Themenstudienarbeit in den beteiligten Klassen zu machen. Es sei darauf hingewiesen, dass es sich nur um eine erste grobe Abschätzung der Wahrnehmungen von Lernenden und Lehrenden handelt, die in Folgestudien möglichst noch differenzierter erhoben werden könnten. In diesem Abschnitt werden die Befunde der Kontrolluntersuchung für die teilnehmenden Klassen zusammenfassend besprochen.

Aus der Zusammenstellung in Tabelle 9.5.1 geht offenbar hervor, dass sich für die Klassen D und E keine Anzeichen irgendwelcher gravierenden Beeinträchtigungen der Themenstudienarbeit ergeben. Hier deuten die Befunde auf eine „rundum gelungene“ Umsetzung von Themenstudienarbeit hin.

Die Durchführung der Themenstudienarbeit in Klasse B wurde offenbar durch eine ungünstige Zeitstruktur insbesondere auch in der ersten Stunde und durch gehäufte Abwesenheiten von Schüler(inne)n beeinträchtigt. Möglicherweise war eine verhaltene Beurteilung zum Ein-

halten des Zeitplans seitens der Schülerinnen und Schüler und eine wenig ausgeprägte Motivation beim Arbeiten eine Folge der vergleichsweise geringen Arbeitszeit und eines erschwerten Einstiegs in die Unterrichtssequenz. Offenbar fiel den Lernenden aber das Arbeiten in der Lernumgebung nicht allzu schwer, so dass trotzdem konzentriert gearbeitet werden konnte.

In Klasse G könnte sich eine mangelnde Konzentration bzw. eine nicht optimale Arbeitshaltung der Lernenden, die aus dem Lehrerprotokoll hervorgeht, und auch eine Häufung bei Abwesenheiten von Schüler(inne)n beeinträchtigend ausgewirkt haben.

In Klasse L lassen sich Anzeichen für die Wahrnehmung eines hohen Anforderungsgrades, für leichte Schwierigkeiten, den Zeitplan einzuhalten und für gehäufte Abwesenheiten von Schüler(inne)n feststellen. Offenbar können jedoch auch Beobachtungen zu möglicherweise kompensierenden Effekten wie etwa einer guten Zeitnutzung und einem konzentrierten Arbeiten gemacht werden.

Angesichts der gesamten Befundlage der Klassen B, G und L muss es daher angemessen erscheinen, auch für diese drei Klassen jeweils noch von einer unter den Bedingungen einer Feldstudie gelungenen Umsetzung der Themenstudienarbeit zu sprechen.

Eine wahrscheinlich recht ungünstige Verkettung widriger Umstände scheint das Arbeiten und Lernen der Schülerinnen und Schüler in Klasse H beeinträchtigt zu haben. Obwohl die Lernenden angeben, motiviert und konzentriert gearbeitet zu haben, häufen sich einige Indikatoren, die darauf hindeuten, dass diese positive Einstellung nicht ausreichte, um sowohl aus Sicht der Lernenden als auch der Perspektive der Lehrperson andere beeinträchtigende Umstände zu kompensieren. So ist erkennbar, dass offenbar der Einstieg der Schülerinnen und Schüler in die Arbeit mit den Rohmaterialien dadurch erschwert wurde, dass die Aufgabenstellung möglicherweise nicht ausreichend geklärt wurde und nur wenig Zeit für die erste „Kontaktaufnahme“ der Lernenden mit den Materialien zur Verfügung stand. Es sei daran erinnert, dass die Schülerinnen und Schüler in dieser Stunde einen ersten Überblick über die Dokumente gewinnen und gemeinsam eine erste Ordnung der Materialien herstellen sollten. Die folgende Lesezeit wurde möglicherweise nicht ausreichend genutzt, so dass die von Partnerarbeit geprägten Folgestunden von den Lernenden wahrscheinlich nicht genügend vorbereitet waren. Dadurch entstand in der Folge vermutlich ein erheblicher Zeitdruck. Für diese Interpretation der Befunde spricht auch, dass einige schriftliche Themenstudien der Schülerinnen und Schüler aus Klasse H erst einige Tage nach dem Ende der Unterrichtssequenz nachgereicht wurden.

Qualitative Beobachtungen während persönlicher Gespräche und der Lehrerinterviews deuten ferner darauf hin, dass der Lehrer, der in Klasse H unterrichtete, der Themenstudienarbeit sehr skeptisch gegenüberstand. Eine ähnliche Haltung konnte ansonsten nur bei der Lehrerin von Klasse L beobachtet werden. Möglicherweise hatte auch dieser Umstand negative Auswirkungen auf die Umsetzung der Themenstudie in Klasse H.

Angesichts dieses Gesamtbildes der Befundlage erscheint Vorsicht bei der Verwendung von Untersuchungsdaten aus Klasse H angebracht. Insbesondere für die quantitativen Auswertungen zur Evaluation der Lernumgebung Themenstudienarbeit wird daher so vorgegangen, dass Klasse H zwar trotz der Zweifel hinsichtlich der Implementation zunächst nicht ausgeschlossen wird, es werden jedoch zur Information ergänzend auch Auswertungsergebnisse unter Ausschluss von Klasse H angegeben.

Abschließend kann zu den in diesem Abschnitt vorgestellten Ergebnissen mit Blick auf den normativen Fokus der ersten Forschungsfrage konstatiert werden, dass sich die Themenstudienmethode insgesamt bereits für Schülerinnen und Schüler zu Beginn der Mittelstufe, und damit für die Sekundarstufe I als grundsätzlich durchführbar erwiesen hat.

Aufschluss darüber, als wie gewinnbringend sich die Lernumgebung etwa für schulleistungsbezogene themenspezifische Kompetenzen und motivationale Dispositionen der Schülerinnen und Schüler erwies, geben die folgenden Kapitel 10 bis 13. Untersuchungen zum explorativen Fokus der ersten Forschungsfrage enthält Kapitel 14.

9.7 Bemerkung zur Implementation der Lernumgebung „Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen“ der Referenzgruppe

Eine Auswertung von Rückmeldungen der beteiligten Lehrpersonen, Schülerinnen und Schüler zur Lernumgebung „Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen“ wurde analog zu den in diesem Abschnitt vorgestellten Auswertungen auch für die Referenzgruppe durchgeführt. Insgesamt konnten beim „Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen“ in keiner der fünf Klassen der Referenzgruppe Hinweise auf gravierende Beeinträchtigungen der Durchführung festgestellt werden. Lediglich in Klasse F zeigten sich leichte Schwierigkeiten in den Bereichen Motivation und Konzentration der Schülerinnen und Schüler. Mit Blick auf den dafür notwendigen Umfang werden diese unauffälligen Befunde an dieser Stelle nicht im Einzelnen dargestellt.

10 Ergebnisse der Untersuchung - Entwicklung der Beweis- und Argumentationskompetenz

Zur Überprüfung der am Ende von Kapitel 7 formulierten Vermutungen werden in den Kapiteln 10 bis 13 Ergebnisse zur zweiten Forschungsfrage dargestellt. Dieses Kapitel beschäftigt sich mit Ergebnissen zur Entwicklung der Beweis- und Argumentationskompetenz. Motivationale Dispositionen der Lernenden werden im folgenden Kapitel 11 betrachtet. Kapitel 12 fasst Ergebnisse zu Teilkomponenten des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses der Lernenden zusammen. Kapitel 13 widmet sich schließlich der möglichen Rolle verschiedener Prädispositionen der Lernenden für den Wissens- und Kompetenzaufbau in der Themenstudienarbeit.

In diesem Kapitel werden Ergebnisse zur Beweis- und Argumentationskompetenz vorgestellt: Nach kurzen Erläuterungen zur Auswertung der entsprechenden Vor- und Nachtestdaten werden zur Orientierung und zur Einschätzung der Ergebnisse für die Themenstudienarbeit Vergleiche zur Referenzgruppe angestellt. Eine gesonderte Betrachtung der zwischen Vor- und Nachtest parallelisierten Aufgaben gibt weiteren Aufschluss zur Leistungsentwicklung im Bereich der Beweis- und Argumentationskompetenz, bevor Ergebnisse einer ergänzenden Auswertung zu eigeninitiativ von den Lernenden im Test geäußerten Begründungen wiedergegeben werden. Am Ende des Abschnitts werden die wesentlichen Ergebnisse zusammengefasst. Eine kurze Diskussion der Befunde schließt sich an.

10.1 Ergebnisse zur Beweis- und Argumentationskompetenz

Die Beweis- und Argumentationskompetenz der Schülerinnen und Schüler wurde mit einem Vor- und einem Nachtest gemessen (vgl. Abschnitt 8.2.1). Diese beiden Tests waren insgesamt voneinander verschieden, so dass in der Auswertung mit Residuen einer Vortest-Nachtest-Regression gearbeitet wird, um über- oder unterdurchschnittliche Leistungsverläufe auszumachen. Beide Tests enthielten jedoch eine Gruppe von Items, die zwischen den Tests dadurch parallelisiert waren, dass die Aufgaben übereinstimmten oder nach Aufgabenstellung und erforderlichen Lösungsschritten völlig analog gestaltet waren.

Die Items sind drei Kompetenzstufen zuzuordnen (vgl. Abschnitt 8.2.1). Die niedrigste Kompetenzstufe umfasst Fähigkeiten aus dem Bereich des Grundwissens und des elementaren Schlussfolgerns auf dem Niveau des einfachen Anwendens von Regeln. Die Kompetenzstufen 2 und 3 stellen Niveaus der Beweis- und Argumentationskompetenz dar.

Da es keine Vergleichsgruppe ohne Intervention gab, können Veränderungen der Argumentationskompetenz der Interventionsgruppen nicht in einem direkten Vergleich festgestellt werden. Vergleiche zur Referenzgruppe stellen lediglich eine erste Auswertungsmöglichkeit dar, die vorwiegend der Orientierung dienen kann.

Legt man die Annahme zu Grunde, dass sich Grundkompetenzen durch die Intervention zumindest nicht verschlechtern, so können Hinweise auf eine mögliche Leistungssteigerung in der Beweis- und Argumentationskompetenz insofern gewonnen werden, als Ergebnisse für die Kompetenzstufen 2 und 3 auf das Grundwissen, d.h. die Leistung in Items der Kompetenzstufe 1 bezogen werden. Dies ist eine zweite Auswertungsmöglichkeit, um die Entwicklung der Beweis- und Argumentationskompetenz abschätzen zu können. Voraussetzungen für derartige Rückschlüsse auf Leistungssteigerungen bestehen darin, dass einerseits die Items der Kompetenzstufe 1 im Nachtest nicht anspruchsvoller ausfallen als im Vortest, andererseits das Anspruchsniveau der Items der Kompetenzstufen 2 und 3 im Nachtest höher liegt als im Vortest. Diese Voraussetzungen waren für die verwendeten Tests aufgrund von deren Konzeption erfüllt.

Wie bereits angesprochen, ergibt sich eine dritte Aufschlussmöglichkeit durch die Betrachtung der parallelen Items in Vor- und Nachtest.

Der erste Schritt der Auswertung der Tests bestand darin, die Lösungsversuche der Schülerinnen und Schüler einem beschreibenden Kategoriensystem zuzuordnen. Diese Kategorien wurden anschließend aufgabenweise mit Punktwerten von 0, 1 oder 2 bewertet. Auf der Basis dieser Punktwerte wurden probandenbezogene Gesamtpunktescores für Vor- und Nachtest berechnet. Die Maximalpunktzahl im Vortest betrug 26 Punkte, im Nachtest 22 Punkte.

Auf der Basis dieser Gesamtscores wurden die Lernenden jeweils für Vor- und Nachtest Leistungsdritteln zugewiesen, die analog zu einem Mediansplit gebildet wurden. Diese Einteilung wurde für die gesamte Stichprobe, d.h. für Schülerinnen und Schüler beider Lernumgebungen gemeinsam vorgenommen.

Eine Übersicht über die in den Experimentalgruppen durchschnittlich erreichten Gesamtpunktescores sind für Themenstudienarbeit und Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen in Tabelle 10.1.1 dargestellt. In dieser Tabelle sind auch die nicht standardisierten Vortest-Nachtest-Residuen zu einer gemeinsamen linearen Regression aller Probanden aufgeführt. Diese Werte lassen eventuelle Rückschlüsse auf im Gruppenmittel über- oder unterdurchschnittliche Leistungsentwicklungen in einer der beiden Experimentalgruppen zu. Vortest- und Nachtest-Gesamtpunkte-Scores korrelieren insgesamt mit 0,539** (**: zweiseitige Signifikanz: $p < 0,01$).

Lernumgebung		Vortest: Gesamtpunkte- Score (max. mögl.: 26)	Nachtest: Gesamtpunkte- Score (max. mögl.: 22)	Durchschnittliches Vortest-Nachtest- Residuum
Themenstudien- arbeit (N=121)	Mittelwert	15,182	9,996	- 0,06455
	Standardabw. Standardfehler des Mittelwerts	4,3407 0,3946	3,8947 0,3541	3,375350 0,306850
Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen (N=111)	Mittelwert	14,590	9,851	0,07037
	Standardabw. Standardfehler des Mittelwerts	4,6158 0,4381	3,9667 0,3765	3,237096 0,307252
Insgesamt (N=232)	Mittelwert	14,899	9,927	---
	Standardabw. Standardfehler des Mittelwerts	4,4745 0,2938	3,9214 0,2575	

Tab. 10.1.1: Übersicht über Vor- und Nachtest-Gesamtpunkte-Scores und Probandenzahlen bezüglich der beiden Experimentalgruppen

In Vor- und Nachtest ergeben sich keine signifikanten Unterschiede zwischen der Lernenden-Gruppe, von der Themenstudien erarbeitet wurden und der Referenzgruppe, in der mit heuris-

tischen Lösungsbeispielen gelernt wurde. Bei den nicht standardisierten Residuen zeigt sich, dass die Schülerinnen und Schüler der Referenzgruppe ihre Ergebnisse zwischen Vor- und Nachtest im Mittel geringfügig überdurchschnittlich steigerten. Die mittleren Residuenwerte unterscheiden sich jedoch nicht signifikant (T-Test: $T = -,310$, $df = 230$, $p = ,757$). Der absolute Unterschied zwischen den mittleren Leistungsentwicklungen in den beiden Experimentalgruppen bewegt sich in der Größenordnung von unter 5% der Punkte einer Teilaufgabe.

Unter Berücksichtigung des Kategoriensystems, das die Lösungsversuche der Schülerinnen und Schüler beschrieb, wurden die für die einzelnen Items erreichten Punktezahlen anschließend dichotomisiert, d.h. auf die möglichen Punktwerte 0 und 1 abgebildet.

Nach den einzelnen Kompetenzstufen zusammengefasste Summen dichotomisierter Punktezahlen und die Gesamtpunktzahl auf der Basis der dichotomisierten Punktwerte der einzelnen Items wurden durch die Anzahl der Items dividiert, um so auf 1 bezogene Anteilswerte zu erhalten. Es ergeben sich also für alle drei Kompetenzstufen Anteilswerte, die auch Rückschlüsse auf prozentuale Lösungshäufigkeiten in den entsprechenden Itemgruppen zulassen.

In Tabelle 10.1.2 sind zunächst die solchermaßen errechneten anteiligen normierten Gesamtscores in Vor- und Nachtest nach den erprobten Lernumgebungen getrennt aufgeschlüsselt und mit den jeweiligen Probandenzahlen dargestellt. Die erste Spalte betrifft wieder den Vortest, die zweite den Nachtest. In der dritten Spalte sind die mittleren nicht standardisierten Residuenwerte einer linearen Regression über alle Probanden angegeben.

Lernumgebung		Normierter Vortest-Score Basis: dichotomisierte Daten	Normierter Nachtest-Score Basis: dichotomisierte Daten	Durchschnittliches Vortest-Nachtest-Residuum (dichotomisierte Daten)
Themenstudienarbeit (N=121)	Mittelwert	0,3662	0,3673	- 0,0085158 ,16997406 ,01545219
	Standardabw. Standardfehler des Mittelwerts	0,1917 0,0174	0,1838 0,0167	
Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen (N=111)	Mittelwert	0,3373	0,3726	0,0092830 ,15383925 ,01460178
	Standardabw. Standardfehler des Mittelwerts	0,1774 0,0168	0,1786 0,0170	
Insgesamt (N=232)	Mittelwert	0,3524	0,3699	---
	Standardabw. Standardfehler des Mittelwerts	0,1851 0,0122	0,1810 0,0119	

Tab. 10.1.2: Übersicht über anteilige Vor- und Nachtestscores und Probandenzahlen bezüglich der beiden Lernumgebungen

Auch bei den Werten in Tabelle 10.1.2 zeigen sich kaum Hinweise auf mögliche Unterschiede in der Leistungsentwicklung. Signifikante Unterschiede zwischen den Werten für die Themenstudienarbeit und für das „Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen“ in Tabelle 10.1.2 konnten nicht gefunden werden (z.B. T-Test für die Residuenwerte: $T = -0,834$; $df = 230$; $p = 0,405$).

Kompetenzstufen und Leistungsdrittel

In den Tabellen 10.1.3 und 10.1.4 werden die Ergebnisse auf der Basis der Dichotomisierung der Items im Vor- bzw. Nachtest nach einzelnen Kompetenzstufen und Leistungsdritteln aufgeschlüsselt. Die für die Kompetenzstufen normierten Daten beziehen sich auf alle Lernenden.

Leistungsdrittel		Kompetenzstufe I	Kompetenzstufe II	Kompetenzstufe III
1: unteres Leistungsdrittel (N=80)	Mittelwert	,5069	,0500	,0125
	Standardabw.	,13676	,15095	,07855
2: mittleres Leistungsdrittel (N=74)	Mittelwert	,7087	,2095	,0878
	Standardabw.	,10677	,27457	,19157
3: oberes Leistungsdrittel (N=74)	Mittelwert	,8689	,4808	,2564
	Standardabw.	,10089	,30624	,27615
Insgesamt (N=232)	Mittelwert	,6930	,2457	,1185
	Standardabw.	,18951	,30858	,22303

Tab. 10.1.3: Vortest: Norm. Durchschnittsscores von Leistungsdritteln in Kompetenzstufen

Leistungsdrittel		Kompetenzstufe I	Kompetenzstufe II	Kompetenzstufe III
1: unteres Leistungsdrittel (N=77)	Mittelwert	,3636	,1472	,0303
	Standardabw.	,24517	,18332	,09645
2: mittleres Leistungsdrittel (N=78)	Mittelwert	,6891	,3333	,1197
	Standardabw.	,18978	,20806	,16966
3: oberes Leistungsdrittel (N=77)	Mittelwert	,8312	,5065	,3074
	Standardabw.	,16937	,23946	,25228
Insgesamt (N=232)	Mittelwert	,6282	,3290	,1523
	Standardabw.	,28202	,25667	,21663

Tab. 10.1.4: Nachtest: Norm. Durchschnittsscores von Leistungsdritteln in Kompetenzstufen

Der Abstufung zwischen Kompetenzstufen und Leistungsdritteln nach ergibt sich jeweils eine in etwa ähnliche Verteilung wie in den Vorläuferstudien von Reiss, Hellmich und Thomas (2002), sowie von Heinze und Reiss (2004), in der sich offenbar das Kompetenzstufenmodell des rasch-skalierbaren Testinstruments niederschlägt. Die stellenweisen Abweichungen der hier vorgestellten Werte von den in diesen Vorgängerstudien erhobenen Daten (vgl. z.B. Heinze & Reiss, 2004, S. 241) können darauf zurückzuführen sein, dass sich curriculare Gegebenheiten und Testzeitpunkte zwischen den Populationen der Vorläuferstudien und dieser Studie unterschieden: Der Vortest von Heinze und Reiss mit niedersächsischen Schülerinnen und Schülern fand nämlich gegen Ende der 7. Jahrgangsstufe statt. Aus diesem Grund wurde eine Dichotomisierung der in Bayern in der 8. Jahrgangsstufe durchgeführten Tests analog zum Nachtest von Heinze und Reiss vorgenommen, der ebenfalls in Jahrgangsstufe 8 stattgefunden hatte. Jener Nachtest wiederum unterschied sich aufgrund der abweichenden curricularen Voraussetzungen in einigen Punkten von dem in der hier beschriebenen Studie eingesetzten Nachtest-Instrument, so dass auch hier keine direkte Vergleichbarkeit zu den Vorläuferstudien hergestellt werden konnte. Insgesamt konnten für die hier untersuchten beiden bayerischen Experimentalgruppen die grundsätzlichen Eigenschaften des Testinstruments repliziert werden.

Für die in dieser Studie auf der Basis der dichotomisierten Werte vorgenommene Auswertung konnte die Zuordnung von Items zu Kompetenzstufen zwischen Vor- und Nachtest, die beide in der 8. Jahrgangsstufe stattfanden, parallelisiert werden. Dies war möglich, da keine Anpassungen an spezifische Lernvoraussetzungen der 7. Jahrgangsstufe notwendig waren.

Für Vor- und Nachtest ergibt sich in Tabelle 10.1.3 und 10.1.4 jeweils eine Abstufung, die widerspiegelt, dass die Kompetenzstufen aufeinander aufbauen. So gelingt es beispielsweise

im Vortest Probanden des unteren Leistungsdrittels mit einem Durchschnittsscore von 0,05 kaum, Items der Kompetenzstufe II zu lösen und mit ca. 0,01 äußerst selten, Aufgaben der Kompetenzstufe III erfolgreich zu bearbeiten. Schülerinnen und Schüler des mittleren Leistungsdrittels haben mit ca. 0,09 bei den Aufgaben der Kompetenzstufe III noch einen relativ geringen Wert, während durchschnittlich ca. ein Viertel dieser Aufgaben von Schülerinnen und Schülern des oberen Leistungsdrittels mit Erfolg bearbeitet wird.

Zu den Daten in Tabelle 10.1.3 und 10.1.4 sei hier nochmals darauf hingewiesen, dass Vor- und Nachtest voneinander verschieden waren. Auf eine tatsächliche Abnahme etwa der Aufgabenlösekompetenz auf Kompetenzstufe I kann daher beispielsweise nicht geschlossen werden.

Eine Gegenüberstellung der Aufschlüsselung in Leistungsdritteln und Kompetenzstufen für die beiden Lernumgebungen enthält Tabelle 10.1.5.

Themenstudienarbeit N=121

Vortest

Leistungsdritteln		Kompetenzstufe I	Kompetenzstufe II	Kompetenzstufe III
1: unteres Leistungsdritteln (N=39)	μ	,5100	,0641	,0128
	σ	,13896	,16934	,08006
2: mittleres Leistungsdritteln (N=37)	μ	,7057	,2162	,0811
	σ	,12036	,30140	,18684
3: oberes Leistungsdritteln (N=45)	μ	,8543	,4889	,2778
	σ	,10001	,29172	,27294
Insgesamt (N=121)	μ	,6979	,2686	,1322
	σ	,18660	,31650	,23066

Nachtest

Leistungsdritteln		Kompetenzstufe I	Kompetenzstufe II	Kompetenzstufe III
1: unteres Leistungsdritteln (N=35)	μ	,3071	,1429	,0190
	σ	,24318	,20269	,07850
2: mittleres Leistungsdritteln (N=45)	μ	,6889	,3407	,0963
	σ	,20054	,19448	,15279
3: oberes Leistungsdritteln (N=41)	μ	,8110	,5041	,3008
	σ	,18355	,23714	,26672
Insgesamt (N=121)	μ	,6198	,3388	,1433
	σ	,29244	,25453	,21869

μ : Mittelwert; σ : Standardabweichung

Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen N=111

Vortest

Leistungsdritteln		Kompetenzstufe I	Kompetenzstufe II	Kompetenzstufe III
1: unteres Leistungsdritteln (N=41)	μ	,5041	,0366	,0122
	σ	,13630	,13183	,07809
2: mittleres Leistungsdritteln (N=37)	μ	,7117	,2027	,0946
	σ	,09244	,24887	,19853
3: oberes Leistungsdritteln (N=33)	μ	,8889	,4697	,2273
	σ	,10015	,32928	,28204
Insgesamt (N=111)	μ	,6877	,2207	,1036
	σ	,19333	,29913	,21445

Nachtest

Leistungsdritteln		Kompetenzstufe I	Kompetenzstufe II	Kompetenzstufe III
1: unteres Leistungsdritteln (N=42)	μ	,4107	,1508	,0397
	σ	,23955	,16792	,10926
2: mittleres Leistungsdritteln (N=33)	μ	,6894	,3232	,1515
	σ	,17711	,22799	,18803
3: oberes Leistungsdritteln (N=36)	μ	,8542	,5093	,3148
	σ	,15089	,24542	,23831
Insgesamt (N=111)	μ	,6374	,3183	,1622
	σ	,27123	,25971	,21492

Tab. 10.1.5: Durchschnittsscores von Leistungsdritteln in Kompetenzstufen: Vor- und Nachtest, nach Lernumgebungen getrennt

Vergleicht man in den vier in Tabelle 10.1.5 enthaltenen Tabellen jeweils die letzten Zeilen, so kann für beide Lernumgebungen eine relative Zunahme der Werte bei den Kompetenzstufen II und III festgestellt werden, während auf Kompetenzstufe I im Nachtest etwas geringere Werte gemessen wurden. Da Vor- und Nachtest verschieden waren, kann daraus jedoch prinzipiell nicht eine Abnahme bei Grundkompetenzen der Kompetenzstufe I gefolgert werden. Die Ergebnisse werden in Abschnitt 10.5 näher diskutiert und interpretiert.

Zwischen den beiden Experimentalgruppen konnten bei den oben dargestellten Daten wieder keine signifikanten Unterschiede gefunden werden.

Parallelitems zwischen Vor- und Nachtest

Im Folgenden wird untersucht, inwiefern diese Ergebnisse auch durch die Auswertung der in Vor- und Nachtest parallelisierten Items gestützt werden. Von den vier Parallelitems sind drei der Kompetenzstufe I und eines der Kompetenzstufe III zuzuordnen.

In Itempaar 1 wurden die Lernenden jeweils nach der Berechnung der Größe von Winkeln an einem Parallelogramm gefragt. Für das Item des Nachtests werden weiter unten in Abschnitt 10.3 noch ergänzende Informationen gegeben, insbesondere ist dieses Item in Abbildung 10.3.1 abgedruckt. Bei Itempaar 2 sollten die Schülerinnen und Schüler zuordnen, ob eine gegebene Figur durch Achsenspiegelung, Punktspiegelung, Drehung um 90° oder auch Verschiebung aus einer Originalfigur hervorgegangen sein kann. In Itempaar 3 war von den Lernenden anzugeben, dass zwei vorgegebene Winkelpaare an parallelen Geraden aufgrund ihrer Lage als Wechselwinkel gleich groß sind. Bei Itempaar 4 schließlich sollten die Schülerinnen und Schüler begründen, dass die Winkelsumme im Dreieck 180° beträgt.

In Tabelle 10.1.6 sind die durchschnittlichen dichotomisierten Punktezahlen der Itempaare nach Lernumgebungen getrennt aufgeführt. Abbildung 10.1.1 veranschaulicht die Daten jeweils für die Lernumgebungen.

Itempaar	1		2		3		4		
	I		I		I		III		
Kompetenzstufe	Vortest	Nachtest	Vortest	Nachtest	Vortest	Nachtest	Vortest	Nachtest	
Themenstudienarbeit (N=121)	μ	,5537	,6116	,6860	,4215	,7273	,7686	,1570	,2975
	σ	,49917	,48942	,46607	,49585	,44721	,42348	,36534	,45907
Heur. Lösungsbeispiele (N=111)	μ	,6667	,6577	,6757	,4414	,5586	,8108	,1171	,3874
	σ	,47354	,47665	,47024	,49881	,49881	,39344	,32302	,48936
Insgesamt (N=232)	μ	,6078	,6336	,6810	,4310	,6466	,7888	,1379	,3405
	σ	,48931	,48286	,46708	,49629	,47907	,40905	,34557	,47491

μ : Mittelwert; σ : Standardabweichung

Tab. 10.1.6: Durchschnittliche dichotomisierte Punktezahlen der Parallelitems

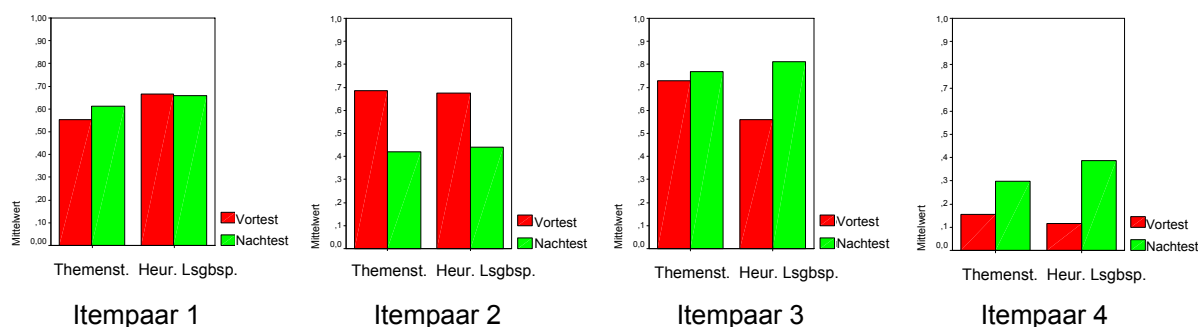


Abb. 10.1.1: Durchschnittlich in Parallelitems erzielte Punkte (Vor- und Nachtest)

Vergleicht man die Ergebnisse in Abbildung 10.1.1 direkt zwischen den Experimentalgruppen, so zeigt sich nur bei Itempaar 3 im Vortest eine (hoch) signifikante Abweichung ($T=2,704$; $df=221,590$; $p<0,01$). Signifikante Unterschiede bei einem t-Test gepaarter Stichproben ergeben sich zwischen Vor- und Nachtest im Falle der Themenstudienarbeit für die Abnahme bei Itempaar 2 (zweiseitig hoch signifikant mit $T=4,722$; $df=120$; $p<0,01$) und für die Zunahme bei Itempaar 4 (zweiseitig hoch signifikant mit $T=-2,725$; $df=120$; $p<0,01$).

Im Falle des „Lernens mit heuristischen Lösungsbeispielen“ wurde ebenfalls eine hoch signifikante Abnahme bei Itempaar 2 (zweiseitig hoch signifikant mit $T=4,097$; $df=110$; $p<0,01$) und hoch signifikante Zunahmen bei den Itempaaren 3 und 4 (zweiseitig hoch signifikant mit $T=-5,011$; $df=110$; $p<0,01$ und $T=-4,852$; $df=110$; $p<0,01$) festgestellt.

	Lernumgebung	N	Mittelwert	Standardabweichung	Standardfehler des Mittelwertes
Durchschnittswert der Parallelitems auf Kompetenzstufe I im Vortest	Themenstudienarbeit	121	,6556	,29166	,02651
	Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen	111	,6336	,30136	,02860
Durchschnittswert der Parallelitems auf Kompetenzstufe I im Nachtest	Themenstudienarbeit	121	,6006	,30006	,02728
	Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen	111	,6366	,29319	,02783

Tab. 10.1.7: Durchschnittswerte der Parallelitems auf Kompetenzstufe I in Vor- und Nachtest

Der Durchschnittswert der mittleren dichotomisierten Punktwerte der Parallelitems auf Kompetenzstufe I stagniert im Großen und Ganzen in etwa (vgl. Tab. 10.1.7): Es ergeben sich bei den Durchschnittswerten keine signifikanten Unterschiede zwischen Vor- und Nachtest und auch keine beim Vergleich der beiden Experimentalgruppen.

Demgegenüber sind bei Itempaar 4, das der Kompetenzstufe III zuzuordnen ist, für beide Lernumgebungen hoch signifikante Zuwächse zu verzeichnen. Dies entspricht einem kleinen bzw. mittleren Effekt ($d=0,34$ bzw. $d=0,65$ (Cohen) für Themenstudie bzw. heuristische Lösungsbeispiele)

10.2 Kontrolluntersuchung auf mögliche Klasseneffekte

Von Interesse ist, ob die im vorangegangenen Abschnitt dargestellten Ergebnisse durch Effekte mit beeinflusst werden, die in erster Linie auf einzelne Klassen zurückzuführen sind. Eine Auswertung der durchschnittlichen Vortest-Nachtest-Residuen nach Klassen ist in Tabelle 10.2.1 und in Abbildung 10.2.1 dargestellt.

Klassen	Durchschnittliches nicht standardisiertes Residuum zwischen Vor- und Nachtestscore	N	Standardabweichung
Themenstudienarbeit			
B	-1,074	23	2,811
D	-0,182	16	2,828
E	1,384	21	2,813
G	1,675	17	4,163
H	-1,475	25	4,035
L	-0,045	19	2,083
Heur. Lösungsbeispiele			
A	0,097	17	2,723
C	1,213	23	3,194
F	-0,192	27	3,206
I	0,108	23	3,127
K	-0,906	21	3,710
Insgesamt	0,000	232	3,303

Tab. 10.2.1: Durchschnittliche nicht standardisierte Vortest-Nachtest-Residuen nach Klassen

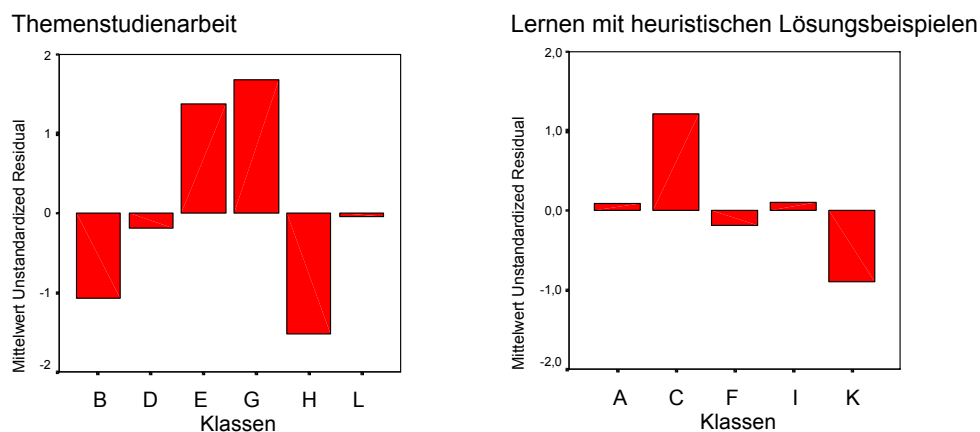


Abb. 10.2.1: Durchschnittliche nicht standardisierte Vortest-Nachtest-Residuen nach Klassen bezogen auf Punktescores

Um zu untersuchen, ob die Leistungsentwicklung in einer der aufgeführten Klassen über- oder unterdurchschnittlich verläuft, wurde getestet, ob der klassenbezogene Residuenmittelwert signifikant von 0 oder vom durchschnittlichen Residuum einer der Experimentalgruppen abweicht. Hier war festzustellen, dass Klasse E bei den Punktescores als einzige Klasse signifikant gegenüber dem Residuenmittelwert von 0 abweicht ($p < 0,05$).

Insgesamt ergeben sich zwischen den Klassen keine sehr großen absoluten Unterschiede im Vergleich zum Gesamtdurchschnitt, d.h. zum Residuenmittel 0. Die größten durchschnittlichen Abweichungen beim nicht standardisierten Residuum der Punktescores erreichen beispielsweise nicht die Marke von zwei Punkten, was einem gelösten Item (von insgesamt 11) entsprechen würde. Außer einer etwas größeren Streuung zwischen Klassen bei der Themenstudienarbeit lässt sich offenbar kein wesentlicher, für eine der Lernumgebungen typischer Befund erkennen.

Führt man die gleiche Auswertung ohne Berücksichtigung von Klasse H durch, in der die Lernenden nach den Befunden von Kapitel 9 unter schwerwiegenden Einschränkungen für verständnisvolles Lernen arbeiten mussten und für die in Tabelle 10.2.1 erwartungsgemäß ein unterdurchschnittlicher Leistungsverlauf verzeichnet wurde, so erhält man die in Tabelle 10.2.2 aufgeführten Werte.

Klassen	Durchschnittliches nicht standardisiertes Residuum zwischen Vor- und Nachtestscore	N	Standardabweichung
Themenstudienarbeit			
B	-1,241	23	2,792
D	-0,306	16	2,850
E	1,220	21	2,788
G	1,470	17	4,172
L	-0,228	19	2,082
Heur. Lösungsbeispiele			
A	-0,1028	17	2,720
C	1,055	23	3,187
F	-0,363	27	3,205
I	-0,067	23	3,129
K	-1,145	21	3,712

Tab. 10.2.2: Durchschnittliche nicht standardisierte Residuen zwischen Vor- und Nachtest nach Klassen (ohne Klasse H)

In diesem Fall erhält man für keine Klasse einen signifikant vom Durchschnitt abweichenden Leistungsverlauf. Auch bei einem direkten Vergleich aller Klassen untereinander in einem Scheffé-Test ergeben sich keine signifikanten Unterschiede zwischen den Klassen, und zwar weder jeweils innerhalb der Lernumgebungen, noch bei einem gemeinsamen Vergleich aller Klassen.

Dies deutet darauf hin, dass offenbar durch die Hinzunahme von Klasse H der Gesamtdurchschnitt soweit abgesenkt wurde, dass sich die leicht überdurchschnittliche Leistungsentwicklung in Klasse E signifikant vom Durchschnitt unterscheidet. Trüge man also den Ergebnisse der Kontrolluntersuchung in Kapitel 9 dadurch Rechnung, dass Klasse H, in der die Themenstudienarbeit möglicherweise nicht frei von gravierenden Beeinträchtigungen für verständnisvolles Lernen durchgeführt worden war, aus der Untersuchung ausgeklammert würde, so wäre die Stichprobe frei von Klasseneffekten der hier untersuchten Art. Auch aus diesem Grund wurden zur Kontrolle die in diesem Kapitel dargestellten Auswertungen auch unter Ausschluss von Klasse H gerechnet.

Zusammenfassung von Ergebnissen zur Beweis- und Argumentationskompetenz unter Berücksichtigung der Kontrolluntersuchung zu Implementationsmerkmalen

Berücksichtigt man die Ergebnisse der Implementations-Kontrolluntersuchung von Kapitel 9 dadurch, dass man die Daten von Klasse H aus der Auswertung ausschließt, so ergeben sich für die Entwicklung der Beweis- und Argumentationskompetenz im Großen und Ganzen mit den in 10.1 vorgestellten Daten vergleichbare Werte. Auch wenn sich die Richtungen der Werte beim durchschnittlichen Vortest-Nachtest-Residuum umkehren (0,1338 für die Themenstudienarbeit-Experimentalgruppe gegenüber -0,1157 für die Referenzgruppe), so können wie bei den in Abschnitt 10.1 vorgestellten Ergebnissen keine signifikanten Unterschiede der Beweiskompetenz zwischen den Experimentalgruppen gefunden werden. Auch die im folgenden Abschnitt 10.3 berichteten Auswertungsergebnisse zur Beweis- und Argumentationskompetenz verändern sich im Großen und Ganzen nicht.

10.3 Untersuchung zum Auftreten eigeninitiativ geäußerter Begründungen

Über die Punktwerte der Tests zur Beweis- und Argumentationskompetenz hinaus ist von Interesse, ob Schülerinnen und Schüler zur Beantwortung von Items in ihren Lösungen auch Begründungen äußern, wenn diese nicht explizit in der Aufgabenstellung gefordert werden. Für solche eigeninitiativ geäußerte Begründungen hatte sich in der Studie von Reiss (2002) gezeigt, dass Klassen, in denen solche Begründungen signifikant häufiger als in anderen Klassen auftraten, deutlich überdurchschnittliche Ergebnisse bei der Beweis- und Argumentationskompetenz aufwiesen. Diese Erscheinung wurde auf die Vermutung zurückgeführt, dass im Unterricht dieser Klassen das Argumentieren einen höheren Stellenwert haben könnte, wodurch eine höhere Bereitschaft, eigeninitiativ Argumentationen zu äußern, auch zu einem besseren Abschneiden auf den Kompetenzstufen II und III führen könnte. Daher werden im Folgenden auch einige Befunde zu eigeninitiativ geäußerten Begründungen vorgestellt.

Im Vortest waren drei Items enthalten, bei denen eine Begründung nicht gefordert und von den Lernenden eigeninitiativ ergänzt werden konnte. Bei der Häufigkeit des Auftretens eigeninitiativ geäußerter Begründungen zeigte sich im Vortest kein größerer Unterschied zwischen den beiden Experimentalgruppen. Die Lernenden der Referenzgruppe äußerten insgesamt etwas häufiger eigeninitiativ Begründungen.

Im Nachtest war ein Item so beschaffen, dass eine Begründung in der Aufgabenstellung nicht verlangt wurde, jedoch als ergänzende Äußerung bei der Lösung der Aufgabe sinnvoll erscheinen konnte (vgl. Abb. 10.3.1). Die Antworten der Lernenden zu diesem Item wurden daher untersucht. In dem Item wurden die Lernenden nach der Berechnung der Größe von Winkeln in einem Parallelogramm gefragt.

Aufgabenstellung:

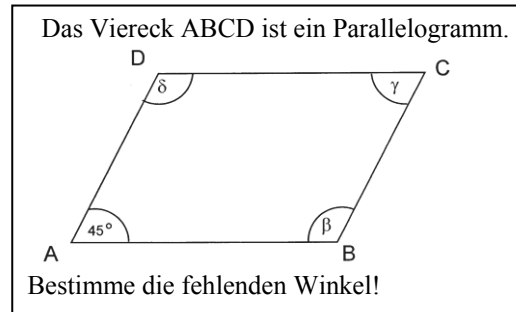


Abb. 10.3.1: Nachtest-Item mit der Möglichkeit, eigeninitiativ Begründungen zu äußern

Die Ergebnisse zu den eigeninitiativ geäußerten Begründungen ermöglichen vorsichtige Hinweise darauf, inwiefern in den Lernumgebungen die Bereitschaft und Fähigkeit unterstützt worden sein könnte, auch rechnerische Winkelbestimmungen zu begründen. In Abb. 10.3.2 sind zwei Beispiele für Antworten mit eigeninitiativ geäußerten Begründungen wiedergegeben. Um auch überblicksartige Aussagen zur Form eigeninitiativ geäußerter Argumentationen von Schülerinnen und Schülern zu erhalten, wurde in der Auswertung der Schülerlösungen auch zwischen „Formelbegründungen“, worunter formalsprachlich-symbolische Begründungen verstanden werden sollen, und „Wortbegründungen“, d.h. mit sprachlichen Mitteln ausformulierten Argumentationen, differenziert.

Testaufgabenlösung
von Anja mit eigeninitiativ
geäußerter Begründung:

(Code: „Wortbegründung“)

Bestimme die fehlenden Winkel!

$$\begin{aligned} \gamma &= 45^\circ, \text{ da beide Winkel an einer Diagonalen.} \\ \beta &= 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ \text{ da } \alpha \text{ und } \beta \text{ supplementär} \\ &\text{ sich zu } 180^\circ \text{ ergänzen} \\ \delta &= 135^\circ \text{ da wieder Diagonalen gegenüberliegende Winkel} \end{aligned}$$

Testaufgabenlösung
von Marie mit eigeninitiativ
geäußerter Begründung:

(Code: „Wortbegründung“ und
„Formelbegründung“)

Bestimme die fehlenden Winkel!

$$\begin{aligned} \alpha &= 45^\circ = \gamma \text{ (Parallelogramm } \& \text{ gegenwinkel} \\ &\text{ gleich groß)} \\ 360^\circ - 90^\circ &= 270^\circ \text{ (Innenwinkelsumme)} \\ 270^\circ : 2 &= 135^\circ \text{ (Innenwinkelsumme)} = \beta = \delta \\ \text{Da die gegenwinkel immer gleich} \\ \text{groß sind müssen } \beta \text{ und } \delta \text{ auch gleich} \\ \text{groß sein da } \text{Innenwinkelsumme} &= 360^\circ \text{ ist muss} \\ \text{man } 360^\circ - 45^\circ &= \beta \text{ und dann geteilt} \\ \text{durch } 2 \end{aligned}$$

Abb. 10.3.2: Zwei Lösungen von Lernenden zum Item in Abb. 10.3.1

Beispielsweise äußert Anja in Abb. 10.3.2 eine sprachlich gehaltene Begründung für ihre Lösung bei der Winkelbestimmung, während Marie zunächst eine formalsprachlich-symbolische Argumentation aufschreibt und eine zusätzliche „Wortbegründung“ hinzufügt. Abbildung 10.3.3 gibt eine Übersicht zur Häufigkeit des Auftretens von Begründungen.

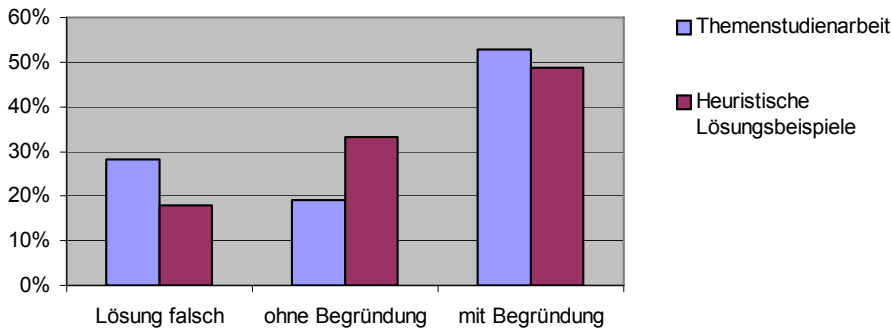


Abb. 10.3.3: Lösungen des Items ohne Begründungsaufforderung (relative Häufigkeiten)

Wie aus Abbildung 10.3.3 hervorgeht, wurde das Winkelberechnungs-Item von Themenstudien-Schülerinnen und -Schülern etwas weniger häufig korrekt gelöst als von den Lernenden der Referenzgruppe. Umgekehrt wurden richtige Lösungen von den Themenstudien-Schülerinnen und -Schülern mit korrekter Lösung jedoch häufiger eigeninitiativ begründet. In Abbildung 10.3.4 wird die Form der Begründungen ausgewertet: Dargestellt sind die relativen Häufigkeiten der oben beschriebenen verschiedenen Arten eigeninitiativ geäußerter Argumentationen. Unterschieden wurde zwischen den Kategorien „Formelbegründung“ und „Wortbegründung“, zusätzlich wurde erfasst, wie oft beide Formen eigeninitiativ geäußerter Argumentationen zu beobachten waren.

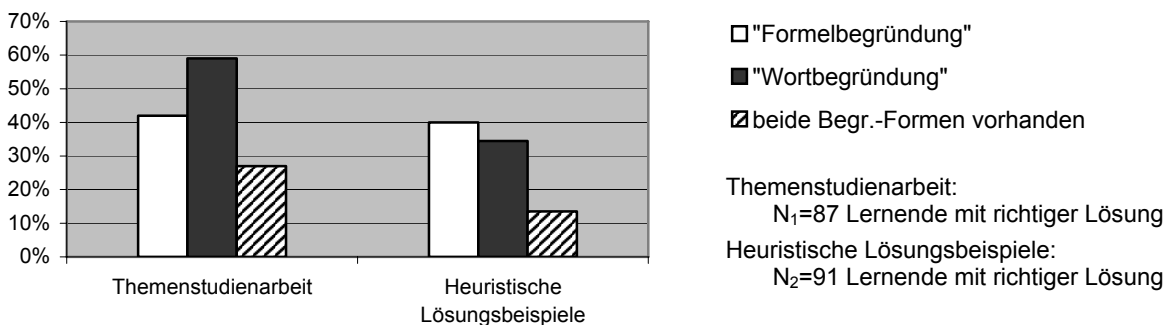


Abb. 10.3.4: Relative Häufigkeiten verschiedener Begründungsformen (Angaben bezogen auf Lernende mit richtigen Lösungen)

In Abbildung 10.3.4 wurde die relative Häufigkeit gegebener Wort- und Formelbegründungen bezogen auf die richtigen Lösungen dargestellt. Zur Orientierung wurde zusätzlich auch angegeben, mit welcher relativen Häufigkeit beide Begründungsformen von Schülerinnen und Schülern geäußert wurden. Deutlich fällt der Unterschied bei den eigeninitiativen „Wortbegründungen“ aus: Bei Schülerinnen und Schülern, die Themenstudien erarbeitet hatten und das Item korrekt lösten, sind hoch signifikant mehr „Wortbegründungen“ ($p < 0,01$) festzustellen, während sich bei „Formelbegründungen“ kein signifikanter Unterschied ergibt. Vergleichsweise etwas mehr Lernende, die Themenstudien erarbeitet hatten, nutzten beide Begründungsformen.

Da anzunehmen ist, dass die Häufigkeit des Äußerns von Begründungen auch mit der Beweis- und Argumentationskompetenz der Schülerinnen und Schüler zusammenhängen könnte, wurden in Abbildung 10.3.5 die relativen Häufigkeiten des Äußerns von Begründungen für verschiedene (Vortest-)Leistungsdrittel dargestellt.

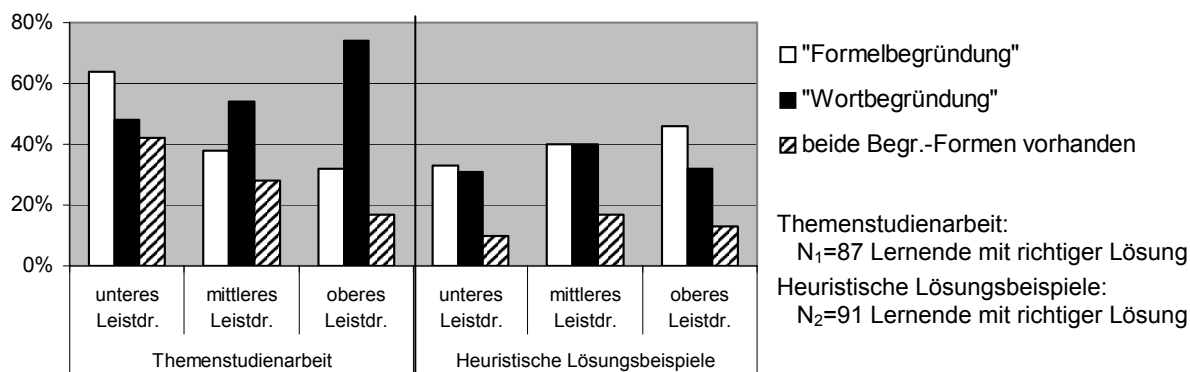


Abb. 10.3.5: Relative Häufigkeiten verschiedener Begründungsformen nach Leistungsdritteln (Angaben bezogen auf Lernende mit richtigen Lösungen)

Für die Schülerinnen und Schüler, die Themenstudien erarbeitet hatten, zeigt sich, dass Lernende des unteren Leistungsdrittels am häufigsten „Formelbegründungen“ gaben (oft gepaart mit Wortbegründungen) und dabei anteilmäßig selbst das oberste Leistungsdrittel der Schülerinnen und Schüler der Referenzgruppe übertrafen. Lernende des oberen Leistungsdrittels der Themenstudien-Gruppe gaben häufiger sprachlich formulierte Begründungen an. In Abbildung 10.3.5 deuten sich Unterschiede zwischen den Experimentalgruppen an.

Die Bereitschaft und Fähigkeit, sprachlich ausformulierte Begründungen zu äußern, könnte also bei der Themenstudienarbeit mit der Beweis- und Argumentationskompetenz im Zusammenhang stehen. Zwischen den entsprechenden Variablen wurden Korrelationen berechnet, die in Tabelle 10.3.1 zusammengestellt sind.

Themenstudienarbeit (N=121)	„Formelbegründung“	„Wortbegründung“	beide Begründungsformen vorhanden
Beweiskompetenz (Vortest)		(,220*)	
Beweiskompetenz (Nachttest)	(,192*)	,277**	
Beweiskompetenz-Residuum	,275**	(,186*)	(,224*)
Heuristische Lösungsbeispiele (N=111)			
Beweiskompetenz (Vortest)	(,236*)		
Beweiskompetenz (Nachttest)	,277**		
Beweiskompetenz-Residuum			

* : p < 0,05 **: p < 0,01 Nicht signifikante Korrelationen ausgeblendet
Werte in Klammern nach Bonferoni-Korrektur nicht mehr signifikant

Tab. 10.3.1: Korrelationen zwischen dem „freiwilligen“ Äußern von Begründungen und Variablen der Beweis- und Argumentationskompetenz (Pearson)

In Tabelle 10.3.1 zeigen sich schwächere Zusammenhänge, die für die beiden Lernumgebungen unterschiedlich ausfallen. Bei der Themenstudienarbeit hängen die vergleichsweise häufiger

fig verzeichneten Wortbegründungen im Nachtest noch etwas stärker mit der Beweis- und Argumentationskompetenz zusammen als im Vortest. Überdurchschnittliche Leistungszuwächse scheinen bei der Themenstudienarbeit eher mit dem eigeninitiativen Äußern von Begründungen einherzugehen.

Dies scheint bei den heuristischen Lösungsbeispielen weniger der Fall zu sein. Abgesehen davon ergibt sich bei den heuristischen Lösungsbeispielen bereits beim Vortestscore eine geringfügige Korrelation zur Äußerung von Formelbegründungen, die sich zum Nachtest hin etwas verstärkt. Darüber hinaus zeigen sich für die Referenzgruppe keine Zusammenhänge.

Im Vorgriff auf Untersuchungen auf der Basis von Auswertungen der Textproduktionen der Schülerinnen und Schüler, über die in Kapitel 12 berichtet wird, sei bereits an dieser Stelle angemerkt, dass das Auftreten eigeninitiativ geäußelter Begründungen im Nachtest auch mit Qualitätskriterien für das Argumentieren der Lernenden in den schriftlichen Textproduktionen korreliert. Diese Merkmale der Textproduktionen werden auch als Indikatoren für die Nutzung von Lernangeboten zum eigeninitiativen Argumentieren angesehen. So korreliert das Auftreten von „Wortbegründungen“ mit der Anzahl in den Textproduktionen begründeter Beurteilungen von Argumentationsbeispielen der Themenstudienmaterialien (zweiseitig signifikante Korrelation von ,270*) und mit der Anzahl richtiger Begründungen für die Beurteilung von Argumentationsbeispielen (,285*).

10.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde Vermutung 1 (vgl. Abschnitt 7.6) geprüft, nach der das Erarbeiten von Themenstudien die Beweis- und Argumentationskompetenz der Schülerinnen und Schüler steigert. Empirische Evidenz zu Vermutung 1 umfasst Vergleiche zur Referenzgruppe, Auswertungen bezogen auf Kompetenzstufen, zu Parallelitems und zu eigeninitiativ im Test geäußerten Begründungen.

Insgesamt wurden zwischen den Experimentalgruppen keine signifikanten Unterschiede im Bereich der Beweis- und Argumentationskompetenz und ihrer Entwicklung gemessen. Anzeichen dafür, dass die Beweis- und Argumentationskompetenz bei beiden Experimentalgruppen zwischen Vor- und Nachtest gesteigert wurde, ergeben sich aus zwei Befunden. Zum Einen ist zu beobachten, dass die Items der Kompetenzstufen II und III im Vergleich zum Abschneiden bei Aufgaben zum Grundwissen in Kompetenzstufe I durchschnittlich etwas besser bearbeitet wurden. Zum Anderen zeigt sich bei der Untersuchung von Items, die zwischen Vor- und Nachtest parallelisiert waren, dass die Leistung bei Items zum Grundwissen auf Kompetenzstufe I im Mittel in etwa gleich bleibt, während das Item auf Kompetenzstufe III im Nachtest in beiden Experimentalgruppen signifikant besser bearbeitet wird.

Einen punktuellen Hinweis auf mögliche Unterschiede in einem Teilaspekt der Beweis- und Argumentationskompetenz gibt die Auswertung zu eigeninitiativ geäußerten Begründungen der Schülerinnen und Schüler. Hier zeigen sich unter den korrekten Lösungen größere Häufigkeiten bei sprachlich gehaltenen Begründungen für diejenigen Schülerinnen und Schüler, die Themenstudien erarbeitet hatten. Stärker als bei den heuristischen Lösungsbeispielen scheint das eigeninitiative Äußern von Begründungen korrelativ mit überdurchschnittlichen Zuwächsen der Beweis- und Argumentationskompetenz und auch mit der Nutzung von Lernangeboten der Themenstudienarbeit zusammenzuhängen.

10.5 Diskussion

Die in diesem Kapitel vorgestellten Ergebnisse werden im Folgenden insbesondere vor dem Hintergrund von Vermutung 1 (vgl. Abschnitt 7.6) interpretiert und diskutiert.

Im Hinblick auf die Ergebnisse zu den Tests der Beweis- und Argumentationskompetenz sei daran erinnert, dass die Aufgaben in Kompetenzstufe I im Nachtest nicht anspruchsvoller als im Vortest waren, während die Aufgaben der Kompetenzstufen II und III insgesamt im Nachtest ein höheres Anforderungsniveau als im Vortest aufwiesen. Beobachtet wurde für beide Experimentalgruppen, dass in Relation zum Abschneiden bei den Items der Kompetenzstufe I die mittlere Lösungsrate für die Items der Kompetenzstufen II und III in der Regel zunahm (vgl. Tabelle 10.1.5). Aus diesem Grund können die Ergebnisse so interpretiert werden, dass die Beweis- und Argumentationskompetenz (Kompetenzstufen II und III) der Lernenden zwischen Vor- und Nachtest, die vergleichsweise zeitnah vor und nach der Unterrichtssequenz durchgeführt wurden, durchschnittlich zugenommen hat.

Der leichte Rückgang bei den Scores in Kompetenzstufe I könnte dadurch zustande gekommen sein, dass bei einem insgesamt anspruchsvolleren Nachtest die Lernenden auf grundkompetenzbezogene Items evtl. weniger Bearbeitungszeit verwendeten. Dies erscheint wahrscheinlicher als eine Abnahme des Grundwissens zwischen dem Vor- und Nachtest, zumal sich die Items der Kompetenzstufe I auf Grundkompetenzen erstreckten, die im untersuchten Zeitraum im Unterricht immer wieder genutzt worden sein dürften.

Es sei angemerkt, dass bei den Abschnitt 10.1 zugrundeliegenden Daten bei der Beweis- und Argumentationskompetenz Anzeichen für Klasseneffekte zu beobachten sind. Die Klasseneffekte verschwinden, wenn Klasse H entsprechend der Befunde von Kapitel 9 aus der Auswertung ausgeschlossen wird, ohne dass sich jedoch die Befunde grundlegend verändern.

Parallelitems

Weiteren Aufschluss hinsichtlich einer Zunahme der Beweis- und Argumentationskompetenz in den Experimentalgruppen bietet die Interpretation der Parallelitems. Hier zeigt sich für die Punktesumme der drei Parallelitems auf Kompetenzstufe I eine Stagnation, während die Lösungshäufigkeit des Parallelitems auf Kompetenzstufe III zunimmt.

Der Vergleich der Parallelitems scheint also die oben geäußerte Deutung der Tabellen 10.1.3 bis 10.1.5 zu bestätigen, dass die Beweis- und Argumentationskompetenz im Vergleich zum Grundwissen zunimmt.

Eine mögliche Erklärung für den hoch signifikanten Rückgang der Lösungshäufigkeit bei Itempaar 2 könnte mit dem Schwierigkeitsgrad bzw. der erforderlichen Überlegungszeit bei dieser Aufgabe gegeben werden. Möglicherweise stand den Lernenden im Nachtest aufgrund von dessen insgesamt höherem Schwierigkeitsgrad im Mittel weniger Arbeitszeit für genaueres Überlegen zur Verfügung, was sich insbesondere bei Itempaar 2 im Nachtest niederschlagen haben könnte.

Auch wenn die Schülerinnen und Schüler der Referenzgruppe bei den parallelisierten Items im Nachtest geringfügig besser abschnitten, zeigt sich für beide Experimentalgruppen im Großen und Ganzen auch bei den Parallelitems ein vergleichbares Bild.

Eigeninitiative geäußerte Begründungen

Das eigeninitiative Äußern von Begründungen nach dem Erarbeiten von Themenstudien geht offenbar auch im Vergleich zur Referenzgruppe eher mit Lernfortschritten bei der Beweis- und Argumentationskompetenz einher. Dies wird auch an im Nachtest etwas ausgeprägteren

Korrelationen sichtbar. Insgesamt sind die festgestellten, recht geringen Korrelationen mit großer Vorsicht zu interpretieren. Vorsicht ist auch angesichts der Tatsache angebracht, dass die Begründungen im Item nicht gefordert wurden. Dass insbesondere textlich gehaltene korrekte Begründungen bei den Lernenden der Themenstudien-Gruppe häufiger auftreten, könnte an der textlichen Auseinandersetzung mit dem Inhaltsbereich „Beweisen und Argumentieren“ liegen. Im argumentationsbezogenen sprachlichen Kommunizieren könnte möglicherweise ein wesentlicher, auch für Beweis- und Argumentationskompetenz bedeutsamer Fokus des Wissensaufbaus derjenigen Lernenden liegen, die Themenstudien erarbeitet hatten. Andererseits ist es wahrscheinlich, dass sich diesbezügliche Teilkompetenzen neben den „Wortbegründungen“ insgesamt nur sehr begrenzt im Beweis- und Argumentationstest niederschlagen konnten. Möglicherweise wurde also in der Themenstudienarbeit verständnisvolles Lernen in einem Bereich angeregt, der nicht direkt vom Beweis- und Argumentationskompetenztest gemessen wurde.

Zusammenfassung

Bei den Ergebnissen zur Beweis- und Argumentationskompetenz der Schülerinnen und Schüler zeigen sich keine signifikanten Unterschiede zwischen den beiden Experimentalgruppen. Die Unterschiede zwischen den Lernendengruppen sind sehr gering. Es ist also von einem vergleichbaren Leistungsverlauf in den beiden Experimentalgruppen auszugehen. Die Themenstudienarbeit scheint damit Beweis- und Argumentationskompetenz insgesamt in ähnlichem Ausmaß zu fördern wie dies durch Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen erreicht werden kann.

Rückschlüsse darauf, dass tatsächlich von einer Steigerung der Beweis- und Argumentationskompetenz ausgegangen werden kann, lassen die oben diskutierten Vergleiche zwischen den Itemgruppen der verschiedenen Kompetenzstufen und die Gegenüberstellung der Lösungshäufigkeiten der Parallelitems zu. Bei aller Vorsicht kann auf der Basis der Daten dieser Studie die in Abschnitt 7.6 geäußerte Vermutung 1, dass die Themenstudienarbeit „Gebt mir Beweise“ die Beweis- und Argumentationskompetenz der Schülerinnen und Schüler steigert, im Wesentlichen als bestätigt gelten.

Um abschätzen zu können, wie groß dieser Kompetenzzuwachs in den beiden Lernumgebungen im Vergleich zu Lernenden ohne Treatment ist, ist es wünschenswert, in eine Folgeuntersuchung auch Vergleichsgruppen ohne Treatment bzw. mit einem herkömmlichen Unterrichts-Treatment einzubeziehen. Auf der Basis solcher Daten könnte festgestellt werden, ob der beobachtete Zuwachs an Beweis- und Argumentationskompetenz in Experimentalgruppen auch wirklich höher liegt als der von „Non-Treatment“-Vergleichsgruppen.

Die Daten zu eigeninitiativ geäußerten Begründungen deuten auf Unterschiede in Aspekten der aufgebauten Beweis- und Argumentationskompetenz zwischen den beiden Experimentalgruppen hin. Möglicherweise wurde in der Themenstudienarbeit bei Lernenden, die das betrachtete Item lösen konnten, stärker der Aufbau einer Argumentationsbereitschaft und das Vorbringen von sprachlich gehaltenen Begründungen gefördert als in der Referenzgruppe.

11 Ergebnisse der Untersuchung – Interesse, Motivation und Fähigkeitsselbstkonzepte der Schülerinnen und Schüler

In diesem Kapitel werden Ergebnisse aus Vor- und Nachtest zu motivationalen Dispositionen der Schülerinnen und Schüler dargestellt. Um zu prüfen, inwiefern die Vermutungen 3a und 3b in Abschnitt 7.6 zutreffen, sind sowohl Vergleiche zwischen den Experimentalgruppen als auch zwischen Vor- und Nachtest von Interesse.

Da die Untersuchungsinstrumente im Hinblick auf beweisbezogene Skalen des Fähigkeitsselbstkonzepts teilweise neu entwickelt worden waren, werden im folgenden Abschnitt zunächst die Ergebnisse von Faktorenanalysen und Reliabilitätsanalysen wiedergegeben. Im Anschluss daran werden Ergebnisse der Erhebungen berichtet und diesbezügliche Vergleiche angestellt.

11.1 Ergebnisse von Faktoren- und Reliabilitätsanalysen

Die Multiple-Choice-Fragebögen zu Motivation, Interesse und Fähigkeitsselbstkonzepten waren in Vor- und Nachtest identisch und umfassten 36 Items, zu denen auf einer fünfstufigen Skala Zustimmung oder Ablehnung signalisiert werden konnte.

Die Fragebögen umfassten Items zu den in den Abschnitten 1.4.4 und 7.2.7 vorgestellten Bereichen. Eine Zuordnung der Items zu diesen Bereichen auf der Basis des Test-Designs ist in Tabelle 11.1.1 wiedergegeben.

	Items
Akademisches Selbstkonzept in Mathematik	1, 9, 15, 16, 24, 29
Interesse in Mathematik:	
Sachinteresse	5, 14, 28
Fachinteresse	6, 20, 35
Motivation:	
Intrinsische Motivation in Mathematik	2, 10, 25
„Performance Approach“	4, 11, 18, 33
„Performance Avoidance“	8, 12, 23, 27
Instrumentell-zukunftsorientierte Motivation in Mathematik	7, 17, 31
Kompetenzmotivation in Mathematik („Mastery-oriented Performance Goals“)	3, 22
Themenbezogenes Kognitionsselbst / themenbezogene kognitive Selbstwirksamkeitserwartung zum Themenbereich „Beweisen und Argumentieren“	13, 19, 26, 36
Themenbezogenes Fähigkeitsselbst / themenbezogene Selbstwirksamkeitserwartung zum Themenbereich „Beweisen und Argumentieren“	21, 30, 32, 34

Tab. 11.1.1: Zuordnung der Items zu Bereichen von Interesse und Motivation

Zu Interesse und Motivation liegen Vor- und Nachtestdaten von insgesamt N=215 Schülerinnen und Schülern aus allen 11 Klassen vor. Davon erarbeiteten N₁=115 Lernende Themenstudien, während N₂=100 Schülerinnen und Schüler mit heuristischen Lösungsbeispielen lernten.

Zunächst ist von Interesse, ob sich die in Tabelle 11.1.1 aufgeführten Bereiche motivationaler Dispositionen zufriedenstellend in Faktoren widerspiegeln bzw. wie reliabel die jeweiligen Itemgruppen sind. Insbesondere die beiden auf das mathematische Beweisen und Argumentieren bezogenen Itemgruppen, die neu konzipiert wurden, waren zu untersuchen.

In den Tabellen 11.1.2 und 11.1.3 finden sich die Ergebnisse von Faktorenanalysen zu Vor- und Nachtest, deren jeweils sechs Faktoren durch Eigenwerte größer als 1 festgelegt wurden. Diese sechs Faktoren gingen auch aus entsprechenden Screeplots hervor. Sie erklären 66,2 % der Varianz des Antwortverhaltens im Vortest bzw. 67,9 % der Varianz im Nachtest. Zur besseren Übersicht wurden Faktorladungen kleiner als 0,4 in den Tabellen 11.1.2 und 11.1.3 jeweils ausgeblendet.

Item	Faktor 1: Akademisches Selbstkonzept in Mathematik	Faktor 2: Sach- und Fachinteresse, intrinsische und Kompetenz- motivation	Faktor 3: „fremdbewer- tungsbezogene“ Leistungs- orientierung	Faktor 4: „sozial ver- gleichende“ Leistungs- orientierung	Faktor 5: Instrumentell- zukunfts- orientierte Motivation in Mathematik	Faktor 6: Themenbezogenes Fähigkeits- und Kognitionsselbst („Beweisen und Argumentieren“)
1	,793					
9	,773					
15	,729					
16	,816					
24	,777					
29	,774					
2		,655				
5		,742				
6		,707				
10		,763				
14		,625				
20		,650				
22		,707				
25		,818				
28		,821				
35		,614				
3		,435	,552			
4			,807			
12			,806			
8				,577		
11				,784		
18				,802		
23			,533	,519		
27			,441	,658		
33				,734		
7					,820	
17					,803	
31					,825	
21*	,548					,425
30	,649					,506
32	,537					,480
34	,529					
13	,489					,646
19						,678
26						,555
36*						,661

* : Item entsprechend Testdesign umgepolt

Tab. 11.1.2: Ergebnisse der Faktorenanalyse zum Interesse-, Motivations- und Fähigkeitsselbstkonzept-Fragebogen im Vortest

Für den Vortest ergeben sich die folgenden Faktoren (vgl. Tabelle 11.1.2):

- *Faktor 1* beinhaltet mit den Items 1, 9, 15, 16, 24, 29 das akademische Selbstkonzept in Mathematik. Ein ganzes Stück weniger stark laden die Items 21, 30, 32 und 34, die das themenbezogene Fähigkeitsselbst bzw. die themenbezogene Selbstwirksamkeitserwartung betreffen und Item 13 für die themenbezogene kognitive Selbstwirksamkeitserwartung mit einer Faktorladung unter 0,5.
Die Items 21, 30 und 32 laden außerdem im Vergleich zu Faktor 1 etwas abgeschwächt auf dem „beweisbezogenen“ *Faktor 6*, dessen am höchsten ladende Items gerade die des themenbezogenen Kognitionsselbsts bzw. der themenbezogenen kognitiven Selbstwirksamkeitserwartung sind (Items 13, 19, 26, 36)
- *Faktor 2* mit den Items 2, 5, 6, 10, 14, 20, 25, 28, 35, sowie 22 und 3 (Item 3: Faktorladung unter 0,5) umfasst einen Großbereich aus Sachinteresse, Fachinteresse und intrinsischer Motivation für Mathematik, sowie den Bereich der Kompetenzmotivation Mathematik, d.h. der „mastery-oriented performance goals“ (Items 3 und 22).
- *Faktor 3* und *Faktor 4* teilen sich untereinander die Items um die Motivationsbereiche des „performance approach“ (Items 4, 11, 18, 33) und der „performance avoidance“ (Items 8, 12, 23, 27) auf, wobei auch Item 3 noch einmal auf Faktor 3 lädt.
Diese Verteilung legt mit einem Blick auf den Wortlaut dieser Items die Interpretation nahe, dass Faktor 4 eher eine „sozial vergleichende“ Leistungsorientierung und Faktor 3 eine Art „fremdbewertungsbezogene“ Leistungsorientierung zum Ausdruck bringen könnte. Das Vorkommen von Item 3 („in Mathematik strenge ich mich an, weil ich in diesem Fach etwas können möchte“) in Faktor 4 wäre dadurch ebenfalls plausibel erklärbar: Die Rückmeldung zu „etwas können“ könnte nämlich in Noten oder Lob bzw. Tadel der Lehrperson gesehen werden.
- *Faktor 5* umfasst gerade den Bereich „instrumentell-zukunftsorientierte Motivation Mathematik“ mit den Items 7, 17 und 31.

Für den Nachtest liefert die Faktorenanalyse eine noch bessere Trennung zwischen Itemgruppen als im Vortest (vgl. Tabelle 11.1.3), wobei sich gleichzeitig eine hohe Konsistenz mit der Faktorenanalyse des Vortests ergibt.

So stimmen die Faktoren 2, 3, 4 und 5 in der Itemzuordnung mit dem Vortest überein, sogar die Größenordnungen der Faktorladungen gleichen sich. Alle beweisbezogenen Items wurden auch im Nachtest als Faktor 6 zusammengefasst und trennen sich nun von Faktor 1 ab (Ladungen größer als 0,5 betrachtet). Faktor 1 bleibt abgesehen davon stabil.

Im Einzelnen ergibt sich folgendes Bild:

- *Faktor 1* bildet mit den Items 1, 9, 15, 16, 24, 29 gerade das akademische Selbstkonzept in Mathematik, ab. Item 30 („Beweisaufgaben kann ich lösen“) lädt mit weniger als 0,5.
- *Faktor 2* mit den Items 2, 5, 6, 10, 14, 20, 25, 28, 35, sowie 22 und 3 (Item 3: Ladung unter 0,5) umfasst wie im Vortest den großen Block aus Sachinteresse, Fachinteresse und intrinsischer Motivation für Mathematik, sowie den Teilbereich der Kompetenzmotivation Mathematik („mastery-oriented performance goals“) mit den Items 3 und 22.
- *Faktor 3* und *Faktor 4* teilen sich auf die ähnliche Art und Weise wie im Vortest untereinander die Items um die Motivationsbereiche des „performance approach“ (Items 4, 11, 18, 33) und der „performance avoidance“ (Items 8, 12, 23, 27) auf, wobei wieder auch Item 3 auf Faktor 3 lädt.
Die Interpretation auf der Basis der Vortestergebnisse, dass Faktor 4 eher eine „sozial

vergleichende“ Leistungsorientierung und Faktor 3 eine Art „fremdbewertungsbezogene“ Leistungsorientierung zum Ausdruck bringt, scheint sich insofern zu bestätigen, dass die Vortestergebnisse im Nachtest repliziert werden.

- *Faktor 5* umfasst wie im Vortest genau den Bereich „instrumentell-zukunftsorientierte Motivation Mathematik“ mit den Items 7, 17 und 31
- *Faktor 6* vereint die beiden Itemgruppen des themenbezogenen, d.h. des beweispezifischen Kognitionsselbts (Item 13, 19, 26, 36) und des themenbezogenen Fähigkeitsselbts (Item 21, 30, 32, 34). Item 30 lädt als einziges doppelt, jedoch nur einfach mit mehr als 0,5, und zwar in Faktor 6.

Item	Faktor 1: Akademisches Selbstkonzept in Mathematik	Faktor 2: Sach- und Fachinteresse, intrinsische und Kompetenz- motivation	Faktor 3: „fremdbewer- tungsbezogene“ Leistungs- orientierung	Faktor 4: „sozial ver- gleichende“ Leistungs- orientierung	Faktor 5: Instrumentell- zukunfts- orientierte Motivation in Mathematik	Faktor 6: Themenbezogenes Fähigkeits- und Kognitionsselbst („Beweisen und Argumentieren“)
1	,711					
9	,801					
15	,698					
16	,755					
24	,743					
29	,694					
2		,756				
5		,752				
6		,755				
10		,779				
14		,644				
20		,665				
22		,752				
25		,836				
28		,814				
35		,677				
3		,465	,546			
4			,829			
12			,824			
8				,666		
11				,745		
18				,796		
23			,630	,503		
27			,402	,716		
33				,801		
7					,870	
17					,840	
31					,798	
21*						,525
30	,487					,672
32						,665
34						,517
13						,716
19						,630
26						,609
36*						,675

* : Item entsprechend Testdesign umgepolt

Tab. 11.1.3: Ergebnisse der Faktorenanalyse zum Interesse-, Motivations- und Fähigkeitsselbstkonzept-Fragebogen im Nachtest

Die Ergebnisse der Reliabilitätsanalysen der Skalen sind in Tabelle 11.1.4 zusammengefasst. Die Werte für Cronbach's Alpha sind durchweg zufriedenstellend und bewegen sich in der Größenordnung der in PALMA (Pekrun et al., 2002, 2003) gefundenen Werte.

Die Alpha-Werte für Itemgruppen entsprechend der im Nachtest gefundenen Faktoren (mit Ladung größer als 0,5) wurden insbesondere wegen der Aufspaltung der Bereiche des „performance approach“ und der „performance avoidance“ in die Faktoren 3 und 4 ebenfalls ermittelt. Orientiert an den Ergebnissen der Faktorenanalyse werden im Folgenden auch die Auswertungsergebnisse aufgeschlüsselt werden.

Itemgruppe	Items	Vortest α	Nachtest α
Akademisches Selbstkonzept in Mathematik	1, 9, 15, 16, 24, 29	.92	.92
Interesse in Mathematik:			
Sachinteresse	5, 14, 28	.84	.85
Fachinteresse	6, 20, 35	.72	.77
Motivation:			
Intrinsische Motivation in Mathematik	2, 10, 25	.84	.89
„Performance Approach“	4, 11, 18, 33	.78	.80
„Performance Avoidance“	8, 12, 23, 27	.79	.80
Instrumentell-zukunftsorientierte Motivation in Mathematik	7, 17, 31	.88	.91
Kompetenzmotivation in Mathematik („Mastery-oriented Performance Goals“)	3, 22	.60	.68
Themenbezogenes Kognitionsselbst / themenbezogene kognitive Selbstwirksamkeitserwartung zum Themenbereich „Beweisen und Argumentieren“	13, 19, 26, 36*	.78	.78
Themenbezogenes Fähigkeitsselbst / themenbezogene Selbstwirksamkeitserwartung zum Themenbereich „Beweisen und Argumentieren“	21*, 30, 32, 34	.81	.79
An den Faktorenanalysen orientierte Itemgruppierungen			
Faktor 1: Akademisches Selbstkonzept / (NT) Fähigkeitsselbstkonzept in Mathematik	1, 9, 15, 16, 24, 29	.92	.92
Faktor 2: Sach- und Fachinteresse, intrinsische und (NT) Kompetenzmotivation	2, 5, 6, 10, 14, 20, 22, 25, 28, 35	.93	.94
Faktor 3: „fremdbewertungsbezogene“ Leistungsorientierung (NT)	3, 4, 12	.74	.77
Faktor 4: „sozial vergleichende“ Leistungsorientierung (NT)	8, 11, 18, 27, 33	.82	.85
Faktor 5: Instrumentell-zukunftsorientierte Motivation (NT) in Mathematik	7, 17, 31	.88	.91
Faktor 6: Themenbezogenes Fähigkeits- und Kognitionsselbst (NT) („Beweisen und Argumentieren“)	13, 19, 21*, 26, 30, 32, 34, 36*	.87	.87

* Item entsprechend Testdesign umgepolt

Tab. 11.1.4: Ergebnisse der Reliabilitätsanalysen von Itemgruppen in Vor- und Nachtest

11.2 Diskussion

Ein besonderes Augenmerk gilt den Reliabilitätswerten der neu entwickelten themenbezogenen Itemgruppen. Insgesamt zeigt sich für diese neuen, beweisbezogenen Itemgruppen, dass es offenbar im Nachtest und teilweise auch im Vortest gelungen ist, themenbezogene Teilbereiche eines bereichsspezifischen Fähigkeitsselbstkonzepts anzusprechen und faktorenanalytisch abzutrennen. Damit steht auch für künftige Studien ein zusätzliches, auf das mathematische Beweisen und Argumentieren bezogenes Untersuchungsinstrument entsprechender motivationaler Dispositionen zur Verfügung. Wie in Tabelle 11.1.4 abzulesen ist, ist die Reliabilität für die beiden in diesem Faktor enthaltenen Itemgruppen zufriedenstellend und mit der

des Fragebogens aus der Arbeitsgruppe von Reinhard Pekrun (Pekrun et al., 2002, 2003) vergleichbar.

In diesem Zusammenhang ist besonders interessant, dass sich vom Vortest zum Nachtest die Itemgruppe des themenbezogenen Fähigkeitsselbts anders als die Itemgruppe für das themenbezogene Kognitionsselbst erst aus dem allgemein auf die Mathematik bezogenen akademischen Selbstkonzept gleichsam „herauslöst“: Im Vortest wird das themenbezogene, d.h. beweispezifische Fähigkeitsselbst von den Probanden offenbar noch nicht sehr deutlich vom akademischen Selbstkonzept für Mathematik allgemein unterschieden, während die Grenze zwischen diesen beiden Bereichen im Nachtest deutlich ausfällt. Daraus ergeben sich zwei plausible Implikationen:

- Diese Beobachtung bedeutet zum Einen, dass es sinnvoll ist, zwischen den beiden themenbezogenen Ausprägungen von Selbstwirksamkeitserwartung zu unterscheiden und nicht alle acht Items in der Auswertung zu einem einzigen Merkmal zu vereinen, wie es das Ergebnis der Faktorenanalyse des Nachtests für sich alleine genommen nahegelegt hätte. Die Items des themenbezogenen Fähigkeitsselbts und die Itemgruppe des themenbezogenen Kognitionsselbts zeigen in der Faktorenanalyse des Vortests ein deutlich unterschiedliches Verhalten.
- Zum Anderen könnte in diesem Befund ein Anzeichen dafür zu sehen sein, dass zwischen Vor- und Nachtest, d.h. während der Arbeit der Schülerinnen und Schüler in den Lernumgebungen ein Bewusstsein der Lernenden dafür gesteigert wurde, den Themenbereich „Beweisen und Argumentieren“ als spezielle inhaltliche Einheit innerhalb der Mathematik wahrzunehmen.

Auf der Basis der Ergebnisse der Faktorenanalysen wird in der weiteren Auswertung folgendermaßen vorgegangen: Für die Skalen des PALMA-Fragebogens, die teilweise zu Faktoren zusammenfallen, werden der Einfachheit halber diese Faktoren betrachtet. Darüber hinaus erscheint es geboten, die beiden beweisbezogenen Skalen getrennt auszuweisen: Das unterschiedliche Verhalten der Skalen zum beweisbezogenen Kognitionsselbst und zum beweisbezogenen Fähigkeitsselbst in Vor- und Nachtest weist darauf hin, dass die beiden in die Testkonzeption neu eingebrachten Konstrukte von den Probanden auch als voneinander unterschiedlich wahrgenommen wurden.

11.3 Auswertungen zu motivationalen Dispositionen der Schülerinnen und Schüler

Um zu prüfen, inwiefern die Vermutungen 3a und 3b zur Entwicklung motivationaler Dispositionen in der Themenstudienarbeit zutreffen, werden im Folgenden Ergebnisse aus Vor- und Nachtest zu Interesse, Motivation und Fähigkeitsselbstbildern verglichen. Zur weiteren Orientierung werden auch Vergleiche mit der Referenzgruppe herangezogen. Diese Vergleiche erstrecken sich auf die in die Betrachtung einbezogenen motivationalen Dispositionen (vgl. Abschnitt 11.2).

Wie bereits in den vorangegangenen Abschnitten beziehen sich die folgenden Daten zunächst auf alle beteiligten Klassen einschließlich Klasse H, für die nach Kapitel 9 Beeinträchtigungen bei der Implementation der Themenstudienarbeit festgestellt wurden. Eine ergänzende Auswertung, die den Ergebnissen von Kapitel 9 Rechnung trägt, findet sich im zweiten Teil dieses Abschnitts.

Einen ersten Überblick über motivationale Dispositionen in beiden Experimentalgruppen in Vor- und Nachtest gibt Abbildung 11.3.1, in der für beide Messzeitpunkte jeweils Durchschnittswerte dargestellt sind.

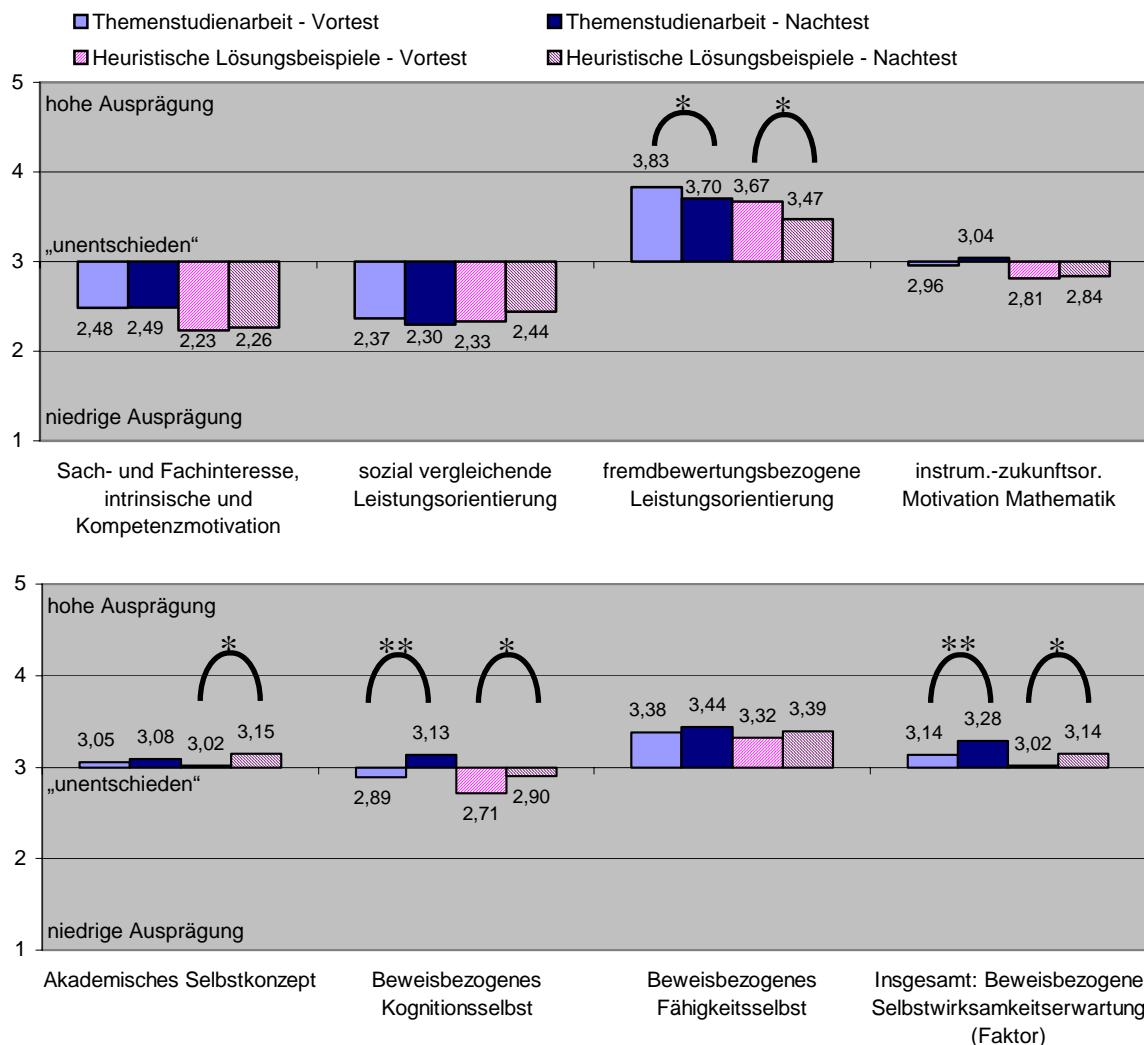


Abb. 11.3.1: Durchschnittswerte motivationaler Dispositionen für die beiden Lernendengruppen in Vor- und Nachtest (Themenstudie: $N_1=115$, Lösungsbeispiele: $N_2=100$)

Zum Zeitpunkt des Vortests unterscheiden sich die beiden Experimentalgruppen hinsichtlich der motivationalen Voraussetzungen der Schülerinnen und Schüler nur bei dem Faktor „Sach- und Fachinteresse Mathematik“ signifikant: Hier war der Durchschnittswert bei der Referenzgruppe der Lernenden, die sich später mit den heuristischen Lösungsbeispielen beschäftigte, etwas stärker negativ ausgeprägt als bei der Gruppe derjenigen Schülerinnen und Schüler, die Themenstudien erarbeiteten (T-Test: $T=2,208$; $df=213$; $p<0,05$; $d=0,30$). Dieser Unterschied bleibt zum Nachtest hin in etwa stabil. Im Nachtest können hinsichtlich der Mittelwerte der erhobenen motivationalen Dispositionen keine signifikanten Unterschiede zwischen den Experimentalgruppen beobachtet werden.

Von Interesse sind auch die möglichen Veränderungen zwischen Vor- und Nachtest, die in einem t-Test gepaarter Stichproben getestet und zur besseren Übersicht in Abbildung 11.3.1 eingetragen wurden. Jeweils innerhalb der Experimentalgruppen ergeben sich signifikante Veränderungen zwischen Vor- und Nachtest, für die jeweils auch Cohen's d als Effektstärke

angegeben wird. Für die Schülerinnen und Schüler, die Themenstudien erarbeitet hatten, zeigen sich folgende Befunde:

- Der Faktor „fremdbewertungsbezogene Leistungsorientierung“ nimmt signifikant ab ($T=2,026$; $df=114$; $p<0,05$; $d=0,15$).
- Das beweisbezogene Kognitionsselbst der Schülerinnen und Schüler nimmt hoch signifikant zu ($T=-3,139$; $df=114$; $p<0,01$; $d=0,25$).
- Ferner ergibt sich auch für den aus den beiden letztgenannten Skalen gebildeten Faktor „beweisbezogene Selbstwirksamkeitserwartung“ eine hoch signifikante Steigerung ($T=-2,691$; $df=114$; $p<0,01$; $d=0,17$).

Demgegenüber zeigen sich bei der Referenzgruppe (heuristische Lösungsbeispiele) folgende signifikante Veränderungen zwischen Vor- und Nachtest:

- Der Faktor „fremdbewertungsbezogene Leistungsorientierung“ nimmt signifikant ab ($T=2,599$; $df=99$; $p<0,05$; $d=0,21$).
- Das durchschnittliche, allgemein auf das Fach Mathematik bezogene akademische Selbstkonzept steigt signifikant an ($T=-2,424$; $df=99$; $p<0,05$; $d=0,13$).
- Das beweisbezogene Kognitionsselbst der Schülerinnen und Schüler nimmt signifikant zu ($T=-2,422$; $df=99$; $p<0,05$; $d=0,21$).
- Schließlich ergibt sich auch für den aus den beiden beweisbezogenen Skalen gebildeten Faktor „beweisbezogene Selbstwirksamkeitserwartung“ insgesamt noch eine signifikante Steigerung ($T=-2,006$; $df=99$; $p<0,05$; $d=0,15$).

Versucht man, die Veränderungen zwischen Vor- und Nachtest nach ihrer Größe zwischen den Experimentalgruppen zu vergleichen, indem man die Differenzwerte zwischen Vor- und Nachtest betrachtet, so ergeben sich die in Abbildung 11.3.2 aufgetragenen Werte.

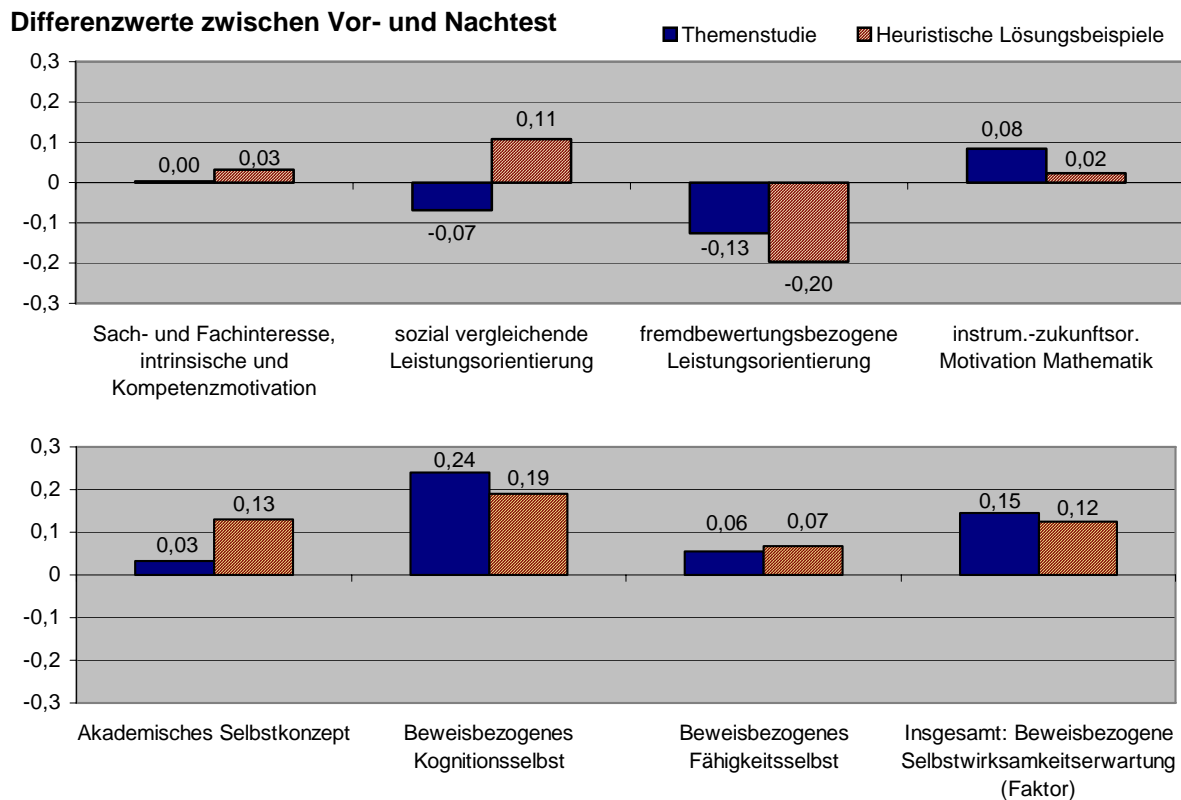


Abb. 11.3.2: Durchschnittswerte für Veränderungen motivationaler Dispositionen in den beiden Lernendengruppen zwischen Vor- und Nachtest

Beim Vergleich zwischen den Experimentalgruppen in Abbildung 11.3.2 zeigt sich eine Reihe nicht signifikanter Unterschiede, etwa beim akademischen Selbstkonzept Mathematik und bei den beiden Komponenten der Leistungsorientierung. Die Veränderungen bei den beweisbezogenen Selbstkonzepten sind für die beiden Experimentalgruppen im Mittel meist ähnlich ausgeprägt.

Kontrolluntersuchung zu Klasseneffekten

Um zu prüfen, ob im Bereich motivationaler Dispositionen der Schülerinnen und Schüler Anzeichen für Klasseneffekte beobachtet werden können, wurden Scheffé-Tests durchgeführt. Bei den motivationalen Eingangsvoraussetzungen, die im Vortest erhoben worden waren, wurde dabei lediglich bei der instrumentell-zukunftsorientierten Motivation für Mathematik ein im Scheffé-Test signifikanter punktueller Klasseneffekt beobachtet: Hier unterschied sich der Wert in Klasse E signifikant von dem in Klasse K.

Bei der Entwicklung vom Vortest zum Nachtest sind Anzeichen für Klasseneffekte erkennbar, die sich insbesondere auf den Bereich der Entwicklung bei den Fähigkeitsselbstbildern der Lernenden beziehen, weswegen die mittleren Differenzwerte für diese Skalen in Abbildung 11.3.3 dargestellt wurden.

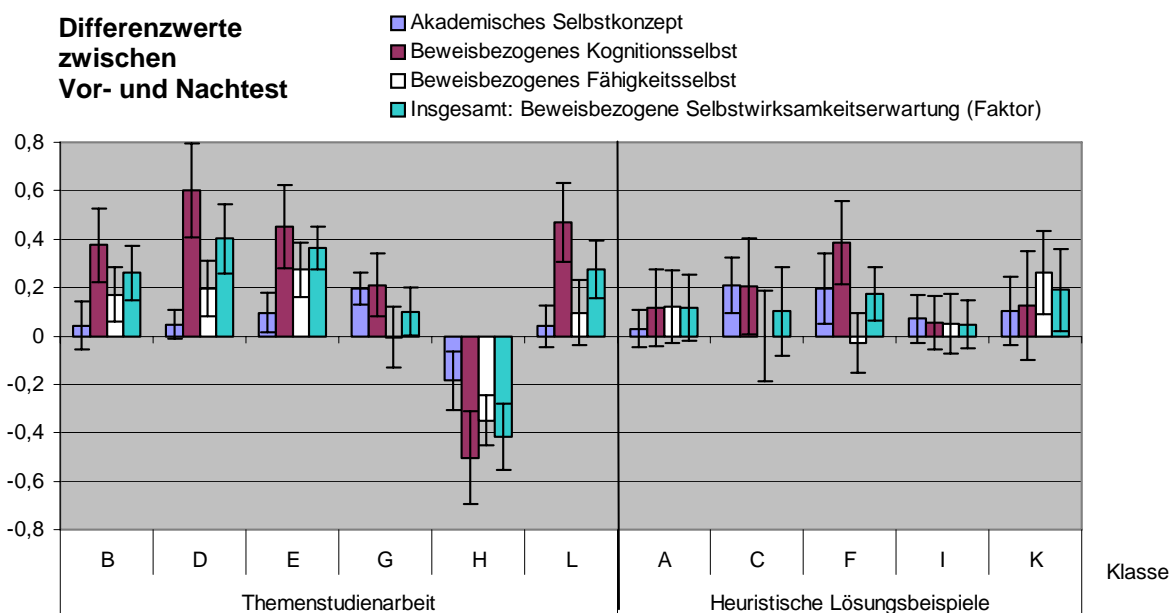


Abb. 11.3.3: Kontrolle der Daten zu Fähigkeitsselbstbildern auf Klasseneffekte

In Abbildung 11.3.3, in der auch die Standardfehler der Mittelwerte als Fehlerbalken eingezeichnet wurden, zeigt sich für Klasse H mit ausgeprägten negativen Werten ein auffälliger Befund. Sowohl für das akademische Selbstkonzept, als auch für das beweisbezogene Kognitionsselbst und den allgemeinen Faktor der beweisbezogenen Selbstwirksamkeitserwartung ist Klasse H die einzige Klasse, in der diese Fähigkeitsselbstbilder rückläufig sind. Insbesondere im Vergleich mit den anderen Themenstudien-Klassen ergeben sich Abweichungen. Im Scheffé-Test zum Faktor der beweisbezogenen Selbstwirksamkeitserwartung zeigt sich eine signifikante Abweichung zwischen Klasse E und Klasse H ($p < 0,05$), die mit einer Aufspaltung der Klassen in zwei homogene Untergruppen einhergeht. Eine Aufspaltung der Klassen in zwei homogene Untergruppen ergibt sich auch beim Scheffé-Test zum beweisbezogenen

Kognitionsselbst. Ergänzend sei angemerkt, dass Klasse H auch bei allen anderen Skalen negative Werte bei der Entwicklung motivationaler Dispositionen aufweist.

Die Klasseneffekte der beschriebenen Art entfallen, sofern die Ergebnisse der Kontrolluntersuchung von Kapitel 9, bei der sich Anzeichen für gravierende Beeinträchtigungen für verständnisvolles Lernen bei der Umsetzung der Themenstudienarbeit in Klasse H gezeigt hatten, dadurch berücksichtigt werden, dass die Daten von Klasse H nicht in die Auswertung einbezogen werden. Aufgrund der Ergebnisse von Kapitel 9 und der besseren Eigenschaften des dann nicht von Klasseneffekten beeinträchtigten Datensatzes werden im folgenden kurzen Abschnitt Auswertungsergebnisse berichtet, die sich unter Ausschluss von Klasse H ergeben.

Ergebnisse unter Berücksichtigung der Kontrolluntersuchung zur Implementation

In diesem Abschnitt werden Ergebnisse zu Interesse, Motivation und Fähigkeitsselbstkonzepten dargestellt, die den Befunden der Kontrolluntersuchung von Kapitel 9 dadurch Rechnung tragen, dass die Daten aus Klasse H aufgrund der Anzeichen für Probleme bei der Implementation nicht mit einbezogen werden. Eine Auswertung der Mittelwerte für die verschiedenen erhobenen motivationalen Dispositionen, in der signifikante Veränderungen zwischen Vor- und Nachtest markiert wurden, findet sich in Abbildung 11.3.4.

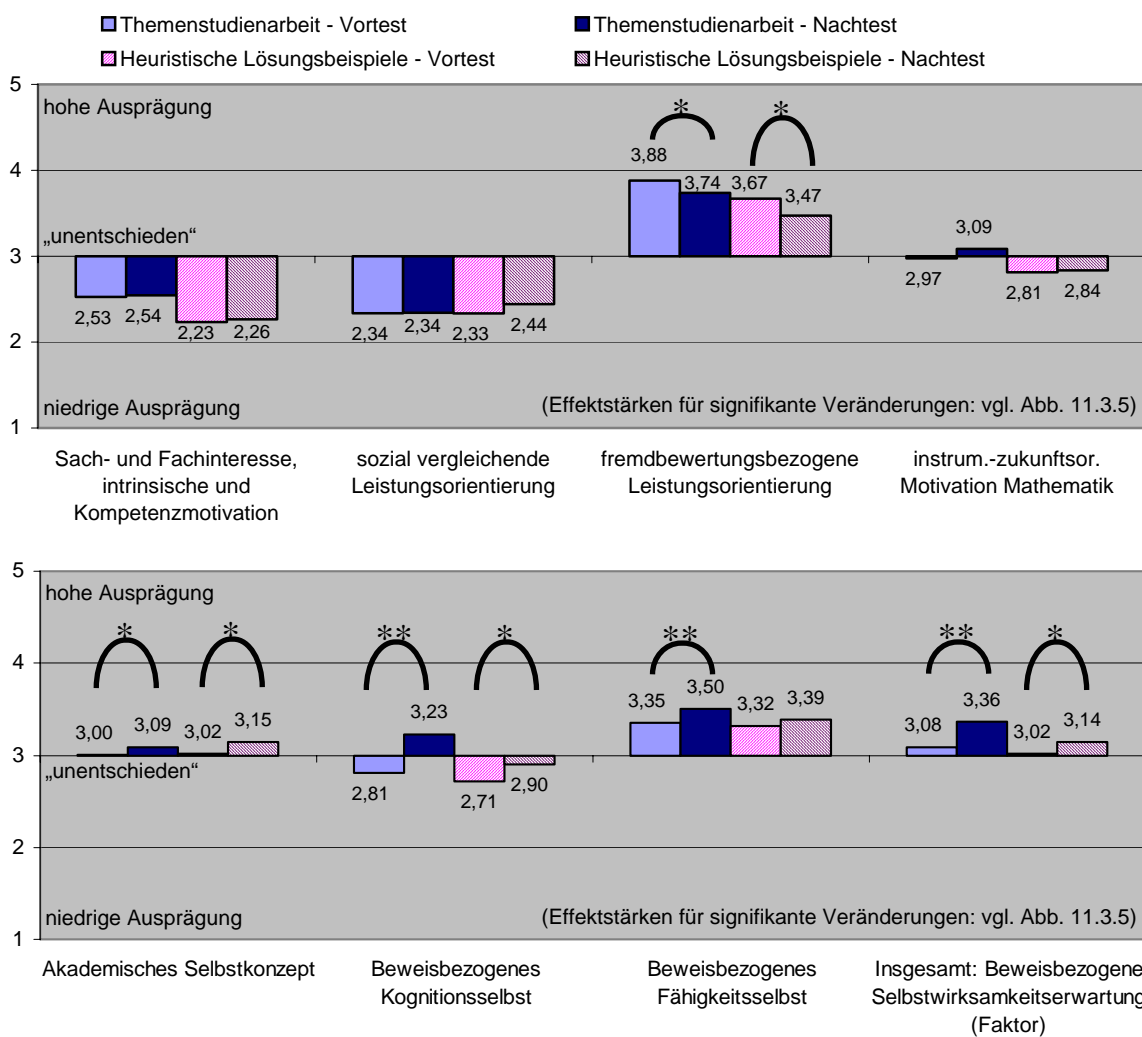


Abb. 11.3.4: Durchschnittswerte motivationaler Dispositionen für die beiden Lernendengruppen in Vor- und Nachtest (Themenstudie: N₁=93, Lösungsbeispiele: N₂=100)

Gegenüber Abbildung 11.3.1 ergeben sich in Abbildung 11.3.4 insofern Änderungen, als die Gruppe der Lernenden, die Themenstudien erarbeitet hatten, nun zusätzlich auch etwa für das beweisbezogene Fähigkeitsselbst eine hoch signifikante Steigerung aufweist. Auch für das allgemein auf Mathematik bezogene akademische Selbstkonzept zeigt sich bei der Themenstudienarbeit nun eine signifikante Steigerung. Bei den Änderungen der beweisbezogenen Fähigkeitsselbstkonzepte in der Themenstudien-Gruppe zeigen sich gesteigerte Effektstärken (einzelne Werte in Abb. 11.3.5, z.B. Zunahme des beweisbezogenen Kognitionsselbst bei der Themenstudienarbeit: $d=0,45$).

Während sich im Vortest hinsichtlich der motivationalen Voraussetzungen der Schülerinnen und Schüler nur bei den Faktoren „Sach- und Fachinteresse Mathematik“ und „fremdbewertungsbezogene Leistungsorientierung“ signifikante Unterschiede der beiden Experimentalgruppen ergeben, die jeweils zum Nachtest hin in etwa stabil bleiben, werden im Nachtest darüber hinaus signifikante Unterschiede beim beweisbezogenen Kognitionsselbst verzeichnet. Beim beweisbezogenen Kognitionsselbst hatte es im Vortest keinen signifikanten Unterschied zwischen den Experimentalgruppen gegeben. Hier gewinnen die Schülerinnen und Schüler der Themenstudienarbeits-Gruppe zum Nachtest hin durchschnittlich eine leicht positive Einschätzung, während die Lernenden, die mit heuristischen Lösungsbeispielen gearbeitet hatten, auch im Nachtest zu einer im Mittel leicht negativen Beurteilung kommen.

Betrachtet man wiederum die Veränderungen zwischen Vor- und Nachtest ihrer Größe nach, d. h. die Differenzwerte zwischen Vor- und Nachtest (vgl. Abb. 11.3.5), so fallen teils deutliche Unterschiede zur Auswertung in Abbildung 11.3.2 ins Auge. In Abbildung 11.3.5 sind zur Orientierung die Effektstärken der signifikanten Vortest-Nachtest-Veränderungen angegeben.

Differenzwerte zwischen Vor- und Nachtest

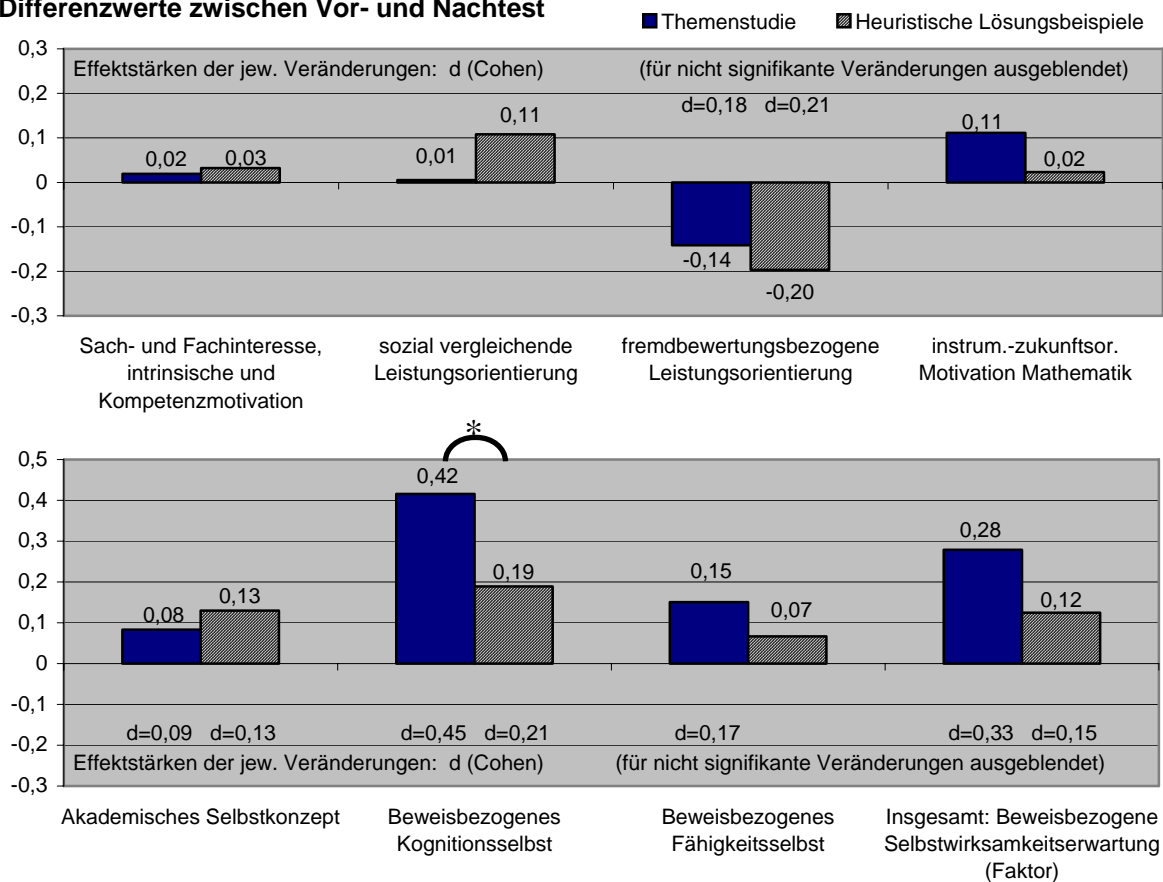


Abb. 11.3.5: Durchschnittswerte für Veränderungen motivationaler Dispositionen in den beiden Lernendengruppen zwischen Vor- und Nachtest

In Abbildung 11.3.5 zeigten sich neben einer Reihe von kleineren Abweichungen auch ein signifikanter Unterschied zwischen den beiden Experimentalgruppen beim Zuwachs des beweisbezogenen Kognitionsselbsts, der bei der Themenstudienarbeit mehr als doppelt so groß ausfällt ($T=2,123$; $df=191$; $p<0,05$). Auch beim beweisbezogenen Fähigkeitsselbst ist der Wert für die mittlere Steigerung bei der Themenstudienarbeit nun doppelt so groß wie die nicht signifikante Steigerung beim „Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen“.

11.4 Diskussion

Geprüft wurden in diesem Kapitel die Vermutungen 3a und 3b (vgl. Abschnitt 7.6), in denen eine Zunahme des beweisbezogenen kognitiven Fähigkeitsselbstkonzepts der Schülerinnen und Schüler und positive Auswirkungen auch auf weitere motivationale Dispositionen erwartet wurden.

Zunächst erscheinen die motivationalen Eingangsbedingungen der Schülerinnen und Schüler sowohl im Hinblick auf die beiden Experimentalgruppen als auch hinsichtlich der beteiligten Klassen als im Allgemeinen recht homogen. Mit Ausnahme des Sach- und Fachinteresses, sowie der fremdbewertungsbezogenen Leistungsorientierung zwischen den Experimentalgruppen und punktuellen Anzeichen für eine Abweichung zwischen Klassen bei der instrumentell-zukunftsorientierten Motivation für Mathematik wurden bei den Auswertungen zum Vortest keine signifikanten Abweichungen festgestellt.

Bei den Vortest-Ergebnissen erscheint es insgesamt etwas überraschend, dass das beweisbezogene Fähigkeitsselbstkonzept stärker ausgeprägt ist als das allgemein mathematikbezogene akademische Selbstkonzept. Dies könnte an der Formulierung oder der Rezeption der einzelnen Items liegen. Möglicherweise empfanden die Schülerinnen und Schüler die in den inhaltsbereichsspezifischen Items angesprochenen Anforderungen als weniger groß, abgegrenzter oder überschaubarer als bei den allgemein das Fach Mathematik betreffenden Items.

Die demgegenüber niedrigen Eingangswerte zum beweisbezogenen Kognitionsselbst könnten auf eine Einschätzung der Lernenden hinweisen, über geringes Wissen im Bereich des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses zu verfügen. Dies ist vor dem Hintergrund zu sehen, dass der einführende Unterricht zum geometrischen Beweisen nicht lange vor dem Testtermin abgeschlossen worden war. Dass das beweisbezogene Kognitionsselbst (Beispielitem: „Einem Mitschüler könnte ich erzählen, worum es beim Beweisen in der Mathematik geht.“) geringer ausgeprägt war als das akademische Selbstkonzept Mathematik (Beispielitem: „Mathe-Aufgaben kann ich gut lösen.“), könnte so zu interpretieren sein, dass die Lernenden im vorhergehenden Mathematikunterricht eher in geringerem Maße den Eindruck aufbauen konnten, ein ausreichendes beweisbezogenes Metawissen zu haben.

Bei der Entwicklung der untersuchten motivationalen Dispositionen zum Nachtest hin zeigen sich kaum Unterschiede zur Referenzgruppe. So scheinen auf der Basis der berichteten Befunde in beiden Lernumgebungen die allgemeine beweisbezogene Selbstwirksamkeitserwartung und speziell das beweisbezogene Kognitionsselbst in ähnlicher Weise gefördert worden zu sein. Bei der Zunahme des beweisbezogenen Kognitionsselbsts handelt es sich der Effektstärke nach um einen kleinen Effekt. Das höhere Signifikanzniveau und die absoluten Werte könnten einen Hinweis darauf geben, dass diese Entwicklung für die Themenstudienarbeit ausgeprägter war als bei den heuristischen Lösungsbeispielen.

Insgesamt sprechen die Daten zur Entwicklung motivationaler Dispositionen zwischen Vor- und Nachtest dafür, dass insbesondere inhaltsbereichsbezogene motivationale Dispositionen durch die Themenstudienarbeit in erwünschter Weise gefördert werden können. Die in Abschnitt 7.6 aufgestellte Vermutung 3a, dass eine Zunahme der beweisbezogenen kognitiven

Selbstwirksamkeitserwartung der Schülerinnen und Schüler erwartet wird, konnte also auf der Basis dieser Auswertung bestätigt werden: Beim beweisbezogenen Kognitionsselbst zeigt sich eine signifikante Steigerung, die einem kleinen Effekt entspricht ($d=0,25$).

Eine breitere Rückwirkung der Themenstudienarbeit auf motivationale Dispositionen (vgl. Vermutung 3b in Abschnitt 7.6) wie dem „akademischen Selbstkonzept Mathematik“, dem mathematikbezogenen Sachinteresse, dem Fachinteresse oder der intrinsischen Motivation bleibt auf der Basis dieser Auswertungen aber offenbar eher aus.

Vor dem Hintergrund der beobachteten Klassenunterschiede im Hinblick auf Klasse H sollten die Auswertungen aber mit Vorsicht behandelt werden: Es ist sehr plausibel, dass die Anzeichen für Überforderungserscheinungen bei der Arbeit der Schülerinnen und Schüler in Klasse H, die durch äußere Erschwernisse bei der Implementation wie etwa einer anfangs unklaren Aufgabenstellung und Zeitmangel bei der Bearbeitung hervorgerufen worden sein dürften, insbesondere auf motivationale Dispositionen negative Einflüsse ausgeübt haben könnten. Gerade Fähigkeitsselbstkonzepte dürften durch als misslungen erlebte Lern- und Arbeitsprozesse negativ beeinflusst werden können.

Insofern können die völlig untypisch anmutenden Werte von Klasse H in Abbildung 11.3.3 plausibel erklärt werden und erscheinen vor den Hintergrund der Befunde der Kontrolluntersuchung in Kapitel 9 als geradezu erwartungskonform. In Abbildung 11.3.3 scheint darüber hinaus indirekt auch die Gesamteinschätzung von Kapitel 9 gestützt zu werden, dass die dort berichteten geringfügigen Anzeichen für mögliche Beeinträchtigungen verständnisvollen Lernens in den Klassen B, G und L nicht zu einer mit Klasse H vergleichbaren erschwerten Implementationssituation geführt haben dürften.

Diskussion der Ergebnisse der Zusatzauswertung unter Berücksichtigung der Kontrolluntersuchung zur Implementation

In eine abschließende Diskussion und Bewertung der Ergebnisse zu motivationalen Merkmalen der Schülerinnen und Schüler und deren Entwicklung zwischen Vor- und Nachtest sollten daher in jedem Falle auch Auswertungen einbezogen werden, in denen die Daten von Klasse H nicht berücksichtigt werden. Die Ergebnisse dieser Analysen wurden in den Abbildungen 11.3.4 und 11.3.5 zusammengefasst.

Auch wenn bereits auf der Basis der Befunde von Abbildung 11.3.1 etwa Vermutung 3a (vgl. Abschnitt 7.6) bestätigt werden konnte, so zeichnen die Zusatzauswertungen ohne Berücksichtigung der Daten aus Klasse H ein von den Abbildungen 11.3.1 und 11.3.2 abweichendes Bild. Dieses wird im Folgenden kurz diskutiert und anschließend mit den Überlegungen der vorangegangenen Aspekte der Diskussion verbunden.

Sowohl die Daten zur Entwicklung motivationaler Dispositionen zwischen Vor- und Nachtest als auch die Unterschiede zur Referenzgruppe derjenigen Lernenden, die sich mit heuristischen Lösungsbeispielen befassten, sprechen dafür, dass motivationale Dispositionen durch die Themenstudienarbeit in erwünschter Weise gefördert werden können.

Die in Abschnitt 7.6 aufgestellte Vermutung 3a, dass eine Zunahme der beweisbezogenen kognitiven Selbstwirksamkeitserwartung der Schülerinnen und Schüler erwartet wird, konnte durch die Ergebnisse bestätigt werden. In der Tat zeigt sich beim beweisbezogenen Kognitionsselbst eine deutliche Steigerung, die auch noch signifikant größer ausfällt als in der Referenzgruppe, in der ebenfalls bereichsspezifisch auf den Aufbau von Wissen und Metawissen zum Beweisen und Argumentieren fokussiert wurde. Dieser Unterschied zeigt sich auch in den jeweiligen Effektstärken. Offenbar nahmen die meisten Schülerinnen und Schüler einen eigenen Kompetenzzuwachs im Bereich des beweisbezogenen Kognitionsselbsts wahr.

Möglicherweise wirkte sich dieses subjektive Kompetenzerlebnis auch auf Einschätzungen zum beweispezifischen Fähigkeitsselbst aus. Hier war für die Themenstudie eine signifikante Zunahme zu verzeichnen, die für die Referenzgruppe eher ausblieb. Da in der Referenz-Lernumgebung gerade Beweisaufgaben trainiert wurden, wäre es zu erwarten gewesen, dass die Lernenden im Nachtest Items wie „Beweisaufgaben kann ich lösen“ oder „Ich könnte einen Beweis ausarbeiten, wenn die Beweisidee feststeht“ vermehrt zustimmen würden.

Eine hohe Selbstwirksamkeitserwartung ist in der Regel ein guter Prädiktor für eine positive Leistungsentwicklung (vgl. Abschnitt 1.4.4 und 7.2.7). Falls dies auch für die beweispezifische Selbstwirksamkeitserwartung gilt, ist davon auszugehen, dass die Probandengruppe, die Themenstudien erarbeitete, nach der Unterrichtssequenz bessere Voraussetzungen für den subsequenten Wissens- und Kompetenzaufbau mitbrachte als die Referenzgruppe, die mit den heuristischen Lösungsbeispielen gearbeitet hatte. Insofern ist die Zunahme bei den beweisbezogenen Selbstwirksamkeitsskalen für die Themenstudienarbeit durchaus positiv zu bewerten und dürfte auch mit Wissens- und Kompetenzzuwächsen zu assoziieren sein.

Auch andere positive Auswirkungen auf motivationale Dispositionen konnten für die Themenstudie beobachtet werden (vgl. Vermutung 3b in Abschnitt 7.6). So verbessert sich das allgemein auf das Fach Mathematik bezogene akademische Selbstkonzept. Diese Steigerung könnte für den Fall der Themenstudie in der Folge der Steigerung des beweisbezogenen Kognitions-selbsts zustande gekommen sein, d.h. das bereichsspezifische Kompetenzerlebnis könnte von den Lernenden auf das ganze Fach Mathematik generalisiert worden sein. Für die Referenzgruppe mit den heuristischen Lösungsbeispielen erstaunt es, dass sich eine signifikante Steigerung der allgemeinen mathematischen Selbstwirksamkeitserwartung ergibt, während sich jedoch das beweisbezogene Fähigkeitsselbst nicht signifikant ändert. Eine Erklärung hierfür könnte auch in der Vermutung gesehen werden, dass die Steigerung des akademischen Selbstkonzepts in erster Linie auf die Schülerzentriertheit des Arbeitens in den beiden Lernumgebungen zurückzuführen sein könnte. Auch in stärker instruktional geprägten schülerzentrierten Lernumgebungen dürften die Schülerinnen und Schüler eigenes Arbeiten und Lernen als gelingendes eigenes mathematikbezogenes Handeln erleben und so ihr akademisches Selbstkonzept steigern können.

Der signifikante Rückgang der Fremdbewertungsorientierung beim Unternehmen von mathematikbezogenen Anstrengungen bei beiden Gruppen von Lernenden könnte einen ähnlichen Grund haben. Insgesamt ist es durchaus wünschenswert, wenn Schülerinnen und Schüler weniger aufgrund von Lob oder Tadel von außen als vielmehr beispielsweise aus eigenen Kompetenzwahrnehmungen heraus Leistungsanstrengungen unternehmen. Eine derartige mögliche Tendenz zu mehr Autonomie im eigenen lernbezogenen Handeln könnte eine Folge der intensiven Einzel- und Partnerarbeit sein, die die Schülerinnen und Schüler in den beiden Lernumgebungen erlebten.

Eine breitere Rückwirkung der beiden Lernumgebungen auf motivationale Dispositionen wie dem mathematikbezogenen Sachinteresse, dem Fachinteresse oder der intrinsischen Motivation bleibt offenbar eher aus. Insgesamt erscheint die Stabilität des Sach- und Fachinteresses und der intrinsischen Motivation über die Unterrichtssequenz hinweg als theoriekonform, da Interesse als relativ überdauernde motivationale Disposition gilt, die kaum durch kürzere Interventionen im Unterricht verändert werden kann (vgl. Krapp, 1992; Helmke & Weinert, 1997). Interessant wäre es in diesem Zusammenhang auch, zusätzlich auf das Beweisen bezogene Dimensionen des Interesses zu erheben, um Aufschluss über mögliche inhaltspezifische Entwicklungen zu erhalten. Möglicherweise könnte sich am Ende der fünfständigen Unterrichtssequenz auch bei einigen Lernenden eine Art inhaltlichen „Sättigungseffekts“ ergeben haben, der zu der Wahrnehmung führte, genug über das Beweisen und Argumentieren zu wis-

sen. Dies könnte ebenfalls zu einer Stagnation des Sach- und Fachinteresses im Nachtest beigetragen haben.

Bemerkungen zu einer Zusammenschau der Ergebnisse zur Entwicklung motivationaler Dispositionen

Versucht man, die Interpretation der Ergebnisse der Auswertungen unter Ein- und Ausschluss von Klasse H zu verbinden, so fällt zunächst auf, dass Themenstudienarbeit möglicherweise abhängig von Implementationsmerkmalen sehr unterschiedliche Auswirkungen im motivationalen Bereich haben könnte. Es ist wahrscheinlich, dass diese Lernumgebung diesbezüglich weniger „robust“ gegenüber ihrem Einsatz durch verschiedene Lehrpersonen und in verschiedenen Klassen ist als andere Lernumgebungen, die sich möglicherweise auch besser in gebräuchliche Routinen des Klassenraumes einpassen können.

Schließt man Klasse H in die Untersuchung mit ein, so scheinen motivationale Dispositionen der Lernenden in der Themenstudienarbeit grosso modo vergleichbar gut gefördert zu werden wie in der Referenzgruppe. Die Ergebnisse aus diesem Kapitel weisen jedoch zusätzlich darauf hin, dass im Falle einer hinreichenden Qualität der Implementation (vgl. Abschnitt 8.4.1 und Kapitel 9) insbesondere themenbezogene Fähigkeitsselbstkonzepte und Kompetenzgefühle mit der Themenstudienarbeit stärker gefördert werden könnten als mit gegenstandszentrierten Lernumgebungen wie etwa der Referenz-Lernumgebung.

Unabhängig vom Umgang mit den Ergebnissen von Kapitel 9 entsprechen die Ergebnisse der Vermutung 3a (vgl. Abschnitt 7.6), nach der das beweisbezogene Kognitionsselbst durch die Themenstudienarbeit gesteigert wird. Allgemeinere positive Auswirkungen auf motivationale Merkmale gemäß Vermutung 3b konnten nur eher punktuell beobachtet werden.

12 Ergebnisse der Untersuchung – Beweisbezogenes wissenschaftstheoretisches Grundverständnis

In diesem Kapitel werden, orientiert an den Vermutungen 2a und 2b (vgl. Abschnitt 7.6) zwei Bereiche des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses untersucht: Zunächst wird in Abschnitt 12.1 der Frage nachgegangen, inwiefern die Auseinandersetzung der Lernenden mit den Argumentationsbeispielen der Themenstudienmappe mit einer Steigerung der beweispezifischen Methodenkompetenz einhergeht. Im zweiten Teil dieses Kapitels (Abschnitt 12.2) wird untersucht, welche Vorstellungen zu Funktionen des Beweisens die Schülerinnen und Schüler in ihren Themenstudien äußern und inwiefern diese Wahrnehmungen in der vermuteten Weise mit Lernfortschritten und Motivationszuwächsen zusammenhängen. Beide Untersuchungsteile dieses Kapitels stützen sich auch auf Auswertungen der schriftlichen Themenstudien der Schülerinnen und Schüler.

12.1 Beweisspezifische Methodenkompetenz und Auseinandersetzung mit den Argumentationsbeispielen der Themenstudienmappe

Dieser Abschnitt enthält Ergebnisse zur Überprüfung der Vermutung 2a (vgl. Abschnitt 7.6), nach der die Auseinandersetzung mit den Argumentationsbeispielen der Themenstudienmappe die Methodenkompetenz der Schülerinnen und Schüler fördert. Insbesondere wurde in Abschnitt 7.6 erwartet: Je gründlicher Beurteilungen von Argumentationsbeispielen begründet, beschrieben oder eingeordnet werden, desto besser werden sie beurteilt und desto größer ist die Förderung der Lernenden gerade im Bereich der beweispezifischen Methodenkompetenz.

Um Vermutung 2a prüfen zu können, wird im Folgenden zunächst allgemein untersucht, ob sich die Themenstudienarbeit insgesamt bereits positiv auf die beweispezifische Methodenkompetenz auswirkt (Abschnitt 12.1.1). Aufgrund voneinander verschiedener Vor- und Nachtests werden in diesem Abschnitt in erster Linie Vergleichsbetrachtungen zur Referenzgruppe herangezogen. Daran anschließend werden in einer differenzierenden Betrachtungsweise Erkenntnisse auf der Basis von Auswertungen der schriftlichen Themenstudien zusammengetragen, in denen die Lernenden Bemerkungen über die Argumentationsbeispiele von Dokument 6 machten. Hieraus werden indikatorartige Daten gewonnen, die Aussagen über die Nutzung von diesbezüglichen Lerngelegenheiten der Themenstudienarbeit zulassen. (Abschnitt 12.1.2). Auf der Basis dieser Ergebnisse kann untersucht werden, inwiefern eine verstärkte Auseinandersetzung der Schülerinnen und Schüler mit den Argumentationsbeispielen mit einer Förderung der beweisbezogenen Methodenkompetenz einhergeht (Abschnitt 12.1.3).

12.1.1 Beweisspezifische Methodenkompetenz

Im Folgenden werden Ergebnisse zur beweisspezifischen Methodenkompetenz vorgestellt, die sich auf Vor- und Nachtest beziehen und im Zusammenhang mit denen auch Vergleiche zur Referenzgruppe gezogen werden.

Bei den ersten vier Items des Tests zur beweisbezogenen Methodenkompetenz mussten die Schülerinnen und Schüler jeweils Argumentationsbeispiele beurteilen. Enthalten waren in Vor- und Nachtest jeweils zwei korrekte und zwei fehlerhafte Beweisbeispiele. Wenn die Schülerinnen und Schüler ein Argumentationsbeispiel als fehlerhaft erkannten, sollten sie dies jeweils begründen. Ein indikatorartiges Methodenkompetenz-Score wurde gebildet, indem korrekte Beurteilungen von Beweisbeispielen einschließlich notwendiger Begründungen bei den fehlerhaften Argumentationsbeispielen jeweils mit 2 Punkten bewertet wurden. Bei richtiger Entscheidung über die Korrektheit der fehlerhaften Argumentationsbeispiele und gleichzeitig fehlender oder fehlerhafter Begründung wurde jeweils 1 Punkt vergeben.

Insgesamt wiesen die Argumentationsbeispiele des Nachtests aufgrund der Testkonzeption ein deutlich höheres Anforderungsniveau auf als die des Vortests. Dies spiegelt sich offenbar auch in den durchschnittlichen Testscores zur Methodenkompetenz wieder, die für die beiden Experimentalgruppen in Tabelle 12.1.1 dargestellt sind. Die beiden Experimentalgruppen unterschieden sich hinsichtlich der Summe der erreichten Punkte weder im Vortest noch im Nachtest signifikant voneinander.

Zwischen Vor- und Nachtest zur beweisspezifischen Methodenkompetenz ergibt sich eine zweiseitig hoch signifikante Korrelation von 0,302** (Pearson). Die auf die beiden Gruppen bezogenen durchschnittlichen Residuen bei einer gemeinsamen linearen Regression, die zwischen Vor- und Nachtest gerechnet wurde, weisen keinen signifikanten Unterschied zwischen den Experimentalgruppen auf. Der absolute Unterschied der mittleren nicht standardisierten Residuen zwischen den beiden Gruppen erscheint vernachlässigbar.

Als Bemerkung zu den Probandenzahlen sei daran erinnert, dass in Schule 3 kein Vortest zur beweisspezifischen Methodenkompetenz durchgeführt werden konnte. In die Auswertung konnten daher nur Schülerinnen und Schüler einbezogen werden, die an beiden Tests teilnahmen (Klassen A, B, C, D, E, F, G).

Es sei weiterhin nochmals daran erinnert, dass Vor- und Nachtest zur beweisspezifischen Methodenkompetenz voneinander verschieden waren. Aus diesem Grund mussten die Daten der Referenzgruppe zum Vergleich herangezogen werden.

Lernumgebung		Vortest-Score Methoden- kompetenz (max.: 8 Punkte)	Nachtest-Score Methoden- kompetenz (max.: 8 Punkte)	Durchschnittliches Vortest-Nachtest- Residuum
Themenstudien- arbeit	Mittelwert	5,1507	4,6986	,0285949
	N	73	73	73
	Standardabw.	1,73742	2,09288	1,93360434
Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen	Mittelwert	5,0159	4,5714	-,0331338
	N	63	63	63
	Standardabw.	1,50796	1,87268	1,70085006
Insgesamt (alle Klassen)	Mittelwert	5,0882	4,6397	,0000000
	N	136	136	136
	Standardabw.	1,63059	1,98764	1,82306934

Tab. 12.1.1: Methodenkompetenz-Scores und durchschnittliche Vortest-Nachtest-Residuen

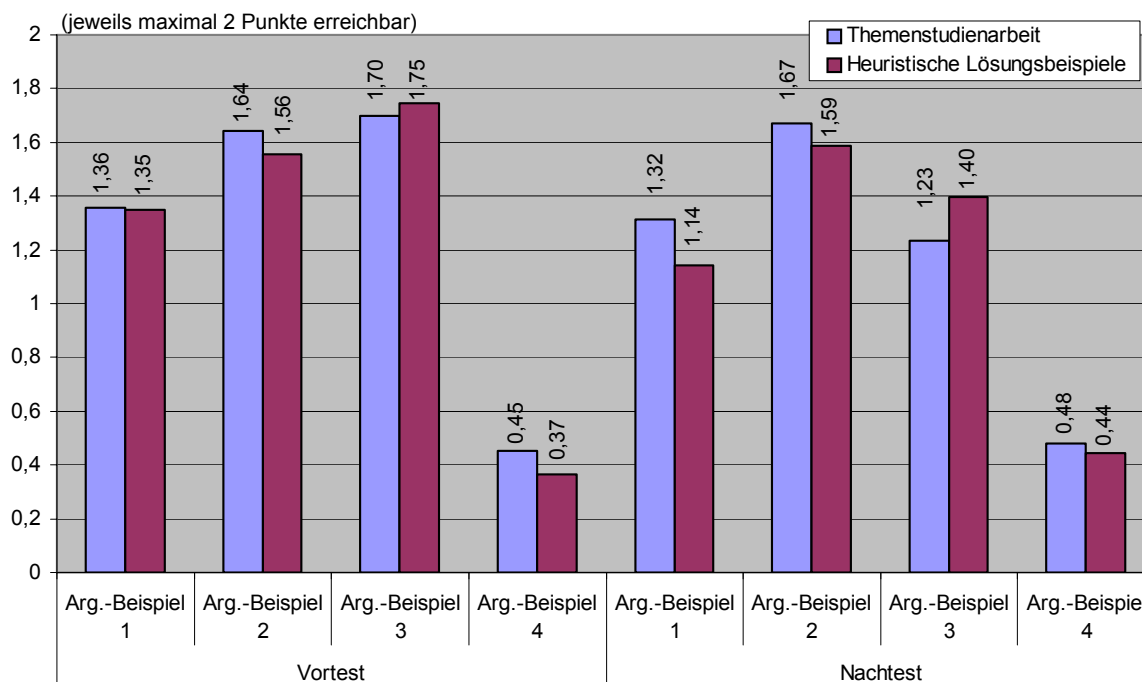


Abb. 12.1.1: Durchschnittliche Punktescores für die einzelnen Argumentationsbeispiele der Tests zur beweispezifischen Methodenkompetenz

Die durchschnittlich in den einzelnen Items von Vor- und Nachtest erreichten Punktezahlen finden sich für die beiden Experimentalgruppen in Abbildung 12.1.1.

Insgesamt zeigte sich im Vortest, dass es für die Lernenden bei den fehlerhaften Argumentationsbeispielen 1 und 4 schwieriger war, alle Punkte zu erzielen als bei den korrekten Beweisbeispielen 2 und 3. Für Argumentationsbeispiel 1 liegt dies offenbar mit an der geforderten Begründung: Lässt man die Anforderung der Begründung beiseite, so bewegt sich der Prozentsatz derjenigen Probanden, die das Argumentationsbeispiel richtig beurteilten, in der Größenordnung von Beweisbeispiel 2. Lediglich Argumentationsbeispiel 4 wurde von deutlich weniger als der Hälfte der Schülerinnen und Schüler richtig beurteilt. Dieses äußerlich eher formal gehaltene Argumentationsbeispiel enthält einen Zirkelschluss, d.h. es steht für eine nicht adäquate Vorstellung zur Beweisstruktur (vgl. Abschnitt 7.2.4).

Auch im Nachtest waren die Argumentationsbeispiele 1 und 4 fehlerhaft, wobei wieder Argumentationsbeispiel 1 für eine Fehlvorstellung zum Beweisschema und Argumentationsbeispiel 4 mit einem Zirkelschluss für eine inadäquate Vorstellung zur Beweisstruktur stand. Die Argumentationsbeispiele 2 und 3 waren korrekt.

Die Schülerinnen und Schüler, die Themenstudien erarbeitet hatten, schnitten in den Items 1, 2 und 4 leicht besser ab als die Referenzgruppe. Bei Item 3, in dem eine auf einen Abbildungsbeweis aufbauende korrekte Argumentation dargestellt wird, ist dies umgekehrt. Die Abweichungen bei den Items 1 und 4 zugunsten der Themenstudienarbeit sind hauptsächlich auf die größere Häufigkeit an korrekten Begründungen zurückzuführen. Auf diesen Aspekt wird im Folgenden noch genauer eingegangen.

Anhand der von den Schülerinnen und Schülern zu Argumentationsbeispiel 1 und 4 vorgebrachten Begründungen kann Metawissen aus dem Bereich der Methodenkompetenz unter weitgehendem Ausblenden der Möglichkeit des Ratens, die bei Multiple-Choice-Items zwangsläufig gegeben ist, genauer abgeschätzt werden. Die prozentuale Häufigkeit korrekter

Begründungen für Beurteilungen der fehlerhaften Argumentationsbeispiele 1 und 4 ist in Abbildung 12.1.2 für Vor- und Nachtest dargestellt.

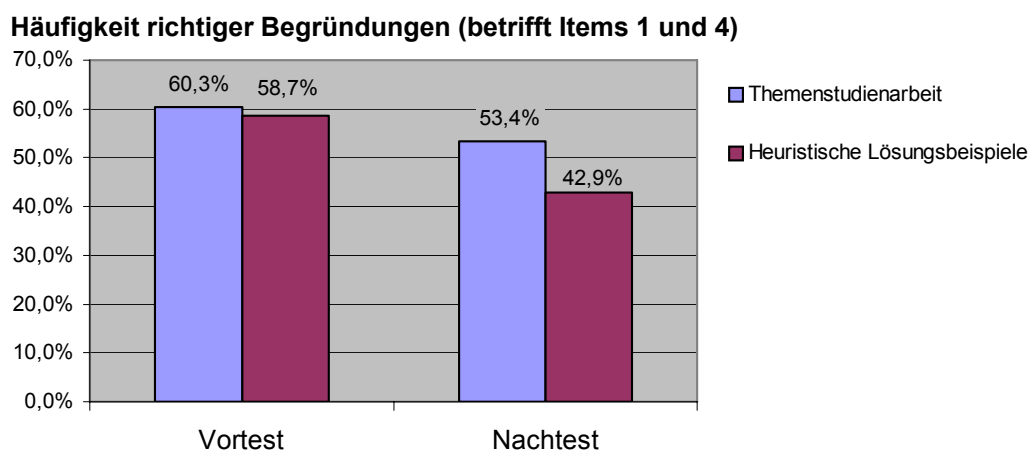


Abb. 12.1.2: Häufigkeit richtiger Begründungen bei der Beurteilung von Argumentationsbeispielen im Methodenkompetenz-Test

Im Vortest begründet in beiden Experimentalgruppen ein nahezu identischer Prozentsatz von etwa 60% aller Schülerinnen und Schüler mindestens eine der Beurteilungen zu Argumentationsbeispiel 1 oder 4 korrekt.

Im anspruchsvolleren Nachtest zeigt sich jedoch ein Unterschied von mehr als 10 Prozentpunkten zwischen den beiden Lernumgebungen. Lernende, die Themenstudien erarbeitet hatten, gaben damit häufiger korrekte Begründungen für Beurteilungen der beiden Argumentationsbeispiele ab als Lernende der Referenzgruppe.

Zusammenfassung

Zusammenfassend ist für die Ergebnisse zur beweisbezogenen Methodenkompetenz festzuhalten, dass sich bei dem Methodenkompetenz-Score keine signifikanten Unterschiede zwischen den Experimentalgruppen zeigen. Die Ergebnisse deuten jedoch darauf hin, dass die Themenstudien-Schülerinnen und -Schüler ihre Entscheidungen zu den fehlerhaften Argumentationsbeispielen im Nachtest im Mittel möglicherweise etwas besser begründeten.

Diskussion

In diesem Abschnitt wurden erste Erkenntnisse zu Vermutung 2a (vgl. Abschnitt 7.6) wiedergegeben. Bezieht man die Vermutung, dass die Auseinandersetzung mit den Argumentationsbeispielen die beweisbezogene Methodenkompetenz der Lernenden fördert, vereinfachend auf die ganze Lernumgebung, so zeigt der Vergleich der Themenstudienarbeit zur Referenz-Lernumgebung keine signifikanten Unterschiede. In beiden Gruppen entwickelten sich die mittleren Methodenkompetenzscores also in ähnlicher Weise. Es zeigen sich damit keine signifikanten globalen Anzeichen, die auf eine die Referenzgruppen-Intervention global übertreffende Wirksamkeit der Themenstudienarbeit in diesem Bereich hätten schließen lassen. Darüber hinaus zeichnen sich jedoch im Detail Hinweise darauf ab, dass die Schülerinnen und Schüler, die Themenstudien erarbeitet hatten, zwischen Vor- und Nachtest möglicherweise in Teilkomponenten ihres beweisbezogenen Methodenwissens profitiert haben könnten: Es deutet sich nämlich an, dass Schülerinnen und Schüler, die Themenstudien erarbeitet hatten, bei

den Items des Nachtests, in denen ein eigenes Argumentieren verlangt war, möglicherweise sorgfältiger begründet und argumentiert zu haben scheinen. Hierfür spricht die etwas sicherere Begründung der Fehlerhaftigkeit der Argumentationsbeispiele 1 und 4.

Gemäß Vermutung 2a (Abschnitt 7.6) wird im Folgenden stärker detailorientiert der Frage nachgegangen, inwiefern speziell Anzeichen verstärkter Nutzung entsprechender Lernangebote der Themenstudienarbeit mit Zuwächsen der beweisspezifischen Methodenkompetenz und auch der Beweis- und Argumentationskompetenz einhergehen.

Dies ist von Interesse, weil aufgrund der eher geringen instruktionalen Steuerung der einzelnen Arbeitsprozesse bei der Themenstudienarbeit davon auszugehen ist, dass die Beschäftigung mit den Argumentationsbeispielen der Themenstudienmaterialien in sehr unterschiedlicher Intensität von den Lernenden geleistet wurde. Daher wird im Folgenden ein genauerer Blick auf das Lernen anhand der Argumentationsbeispiele der Themenstudienmaterialien geworfen. Dazu wurden Indikatoren aus den schriftlichen Themenstudien der Schülerinnen und Schüler gewonnen, die Rückschlüsse auf die Intensität der Auseinandersetzung der Lernenden mit diesen Materialien zulassen.

12.1.2 Beurteilung von Argumentationsbeispielen in den schriftlichen Themenstudien

Um Vermutung 2a aus Abschnitt 7.6 näher zu prüfen, werden in diesem Abschnitt Ergebnisse der Auswertung der schriftlichen Themenstudien hinsichtlich der Beurteilung der in der Themenstudienmappe enthaltenen Argumentationsbeispiele vorgestellt. Dabei handelt es sich um die Untersuchung eines speziellen Teilaspekts der Arbeiten der Lernenden.

Die Aufgabenstellung der Themenstudienarbeit schrieb den Schülerinnen und Schülern nicht zwingend vor, die Korrektheit der Argumentationsbeispiele in Dokument 6 (vgl. Abschnitt 7.5.4.5) zu beurteilen. Angesichts dieses Umstands und der langen zur Verfügung stehenden Arbeitszeit ist davon auszugehen, dass die Bemerkungen zu den Argumentationsbeispielen, die die Lernenden in ihre schriftlichen Ausarbeitungen integrierten, aus einem Gefühl der Sicherheit heraus gemacht wurden. Über Charakteristika und Untersuchungsmöglichkeiten zu Darstellungen von Lernergebnissen in textlichen Eigenproduktionen von Schülerinnen und Schülern war bereits in Abschnitt 3.4 gesprochen worden (vgl. auch Kuntze, 2004a; Kuntze & Prediger, 2005). Diese Datengrundlage erschien daher geeignet, vorsichtige Rückschlüsse auf die Auseinandersetzung der Lernenden mit den Argumentationsbeispielen der Themenstudienmaterialien und diesbezügliche Vorstellungen der Lernenden ziehen zu können. Ziel der Auswertung war es, indikatorenartige Daten zur Qualität der Nutzung von Lernangeboten zu gewinnen. Wie bereits in Abschnitt 8.2.9 und weiter unten noch angesprochen, wurden zur wechselseitigen Kontrolle mehrere relevante Aspekte im Kodierverfahren berücksichtigt und entsprechende Variablen gebildet.

Insgesamt finden sich in 35 von 87 Themenstudien Bemerkungen zu den Argumentationsbeispielen von Dokument 6. Beurteilungen zu allen Argumentationsbeispielen werden nur in wenigen Arbeiten gemacht. Insgesamt sind große Unterschiede in der Ausführlichkeit und Gründlichkeit der Schüleräußerungen festzustellen. Das Spektrum reicht von der bloßen Nennung als Beispiel oder von in den Text eingearbeiteten Andeutungen bis hin zu einer gründlichen Diskussion der einzelnen Argumentationsbeispiele.

Als Information zu den folgenden Auswertungen sei noch einmal an die inhaltliche Gruppierung der Argumentationsbeispiele von Dokument 6 erinnert (vgl. Abschnitt 7.5.4.5), die in

Tabelle 12.1.2 zur besseren Übersicht nochmals wiedergegeben ist. In dieser Tabelle werden die Argumentationsbeispiele auch nochmals kurz charakterisiert.

Argum.-Beispiel der Themenstudienmappe	Dokument Nr.	Kurze Beschreibung	♣	♦	♥	♠
„Nadine“	„6.1“	formalsprachlich gehaltener Kongruenzbeweis	♣			
„Alex“	„6.2“	narrativ gehaltene Argumentation mit Nachmessen an drei zufällig generierten Figuren		♦		
„Manuel“	„6.3“	narrativ gehaltene Argumentation nur für den Spezialfall eines Quadrats			♥	
„Sandra“	„6.4“	teilweise narrativ, teilweise formalsprachlich gehaltener Symmetriebeweis	♣			
„Daniela“	„6.5“	narrativ gehaltene, deduktive Argumentation mit kleinerer Beweislücke				♠
„Frederic“	„6.6“	narrativ gehaltene Argumentation mit Berufen auf die Autorität der „Schwester in der 9. Klasse“ und Verwendung des Satzes von Pythagoras für ein Zahlenbeispiel		♦		
„Benno“	„6.7“	narrativ gehaltene Argumentation mit Zirkelschluss			♥	

- ♣: Korrekte Beweisbeispiele mit Beweisstrategie „nahe an der Unterrichtspraxis“ (vgl. Abschnitte 7.4 und 7.5.4.5; Kongruenz- und Symmetriebeweis)
- ♦: Argumentationsbeispiel mit inadäquater Vorstellung zum Beweisschema
- ♥: Argumentationsbeispiel mit Fehler in der Beweisstruktur
- ♠: Deduktiv geprägtes Argumentationsbeispiel mit Anwendung eines übergeordneten Satzes

Tab. 12.1.2: Übersicht über die Argumentationsbeispiele der Themenstudienmappe

Die Codierung der Äußerungen zu den Argumentationsbeispielen wurde in Abschnitt 8.2.9 beschrieben. Ausgewertet wurde, inwiefern geäußerte Beurteilungen von Argumentationsbeispielen zutreffend waren, inwiefern Beurteilungen begründungslos geäußert wurden oder aber Begründungen der eigenen Entscheidung anhand des jeweiligen Argumentationsbeispiels gegeben wurden. Ferner interessierte zur Einschätzung der Qualität der Auseinandersetzung mit den Argumentationsbeispielen, ob diese in den Arbeiten beschrieben oder charakterisiert wurden und ob versucht wurde, die Äußerung zu den Argumentationsbeispielen inhaltlich in einen größeren Gedankengang der Themenstudie einzubinden. Diese Aspekte scheinen als näherungsweise Indikatoren zur Einschätzung der Nutzung von Lerngelegenheiten im Zusammenhang mit den Argumentationsbeispielen geeignet. Es sei daran erinnert, dass die individuelle Nutzung von Lerngelegenheiten innerhalb von Mediationsprozessen bei dem in Abbildung 1.4.1 vorgestellten Lernmodell von entscheidender Bedeutung ist.

Zur Orientierung wird im Folgenden zunächst eine deskriptive Orientierung über die in den Themenstudien beobachteten Äußerungen zu den Argumentationsbeispielen gegeben, bevor auf dieser Basis Vermutung 2a geprüft werden kann.

Die Ergebnisse zur Korrektheit der zu den einzelnen Argumentationsbeispielen geäußerten Beurteilungen sind in Abbildung 12.1.3 dargestellt. Aus diesem Diagramm gehen die jeweiligen prozentualen Anteile hervor, mit denen das betreffende Argumentationsbeispiel zutreffend oder fehlerhaft beurteilt wurde. Bemerkungen zu Argumentationsbeispielen ohne Entscheidung über deren Korrektheit wurden ebenfalls erfasst. Die Werte beziehen sich auf die Gesamtheit derjenigen Themenstudien, in denen Äußerungen zu Argumentationsbeispielen enthalten waren.

Die relative Häufigkeit des Vorkommens von Äußerungen zu den jeweiligen einzelnen Argumentationsbeispielen bewegt sich zwischen 34% und 21% aller Themenstudien. Am häufigsten beurteilt wurde der Kongruenzbeweis in Dokument 6.1. Die am seltensten angesprochenen Argumentationsbeispiele 6.6 und 6.7 wurden jeweils noch in etwa der Hälfte derjenigen Schülerarbeiten beurteilt, die Äußerungen zu irgendeinem der Argumentationsbeispiele enthielten.

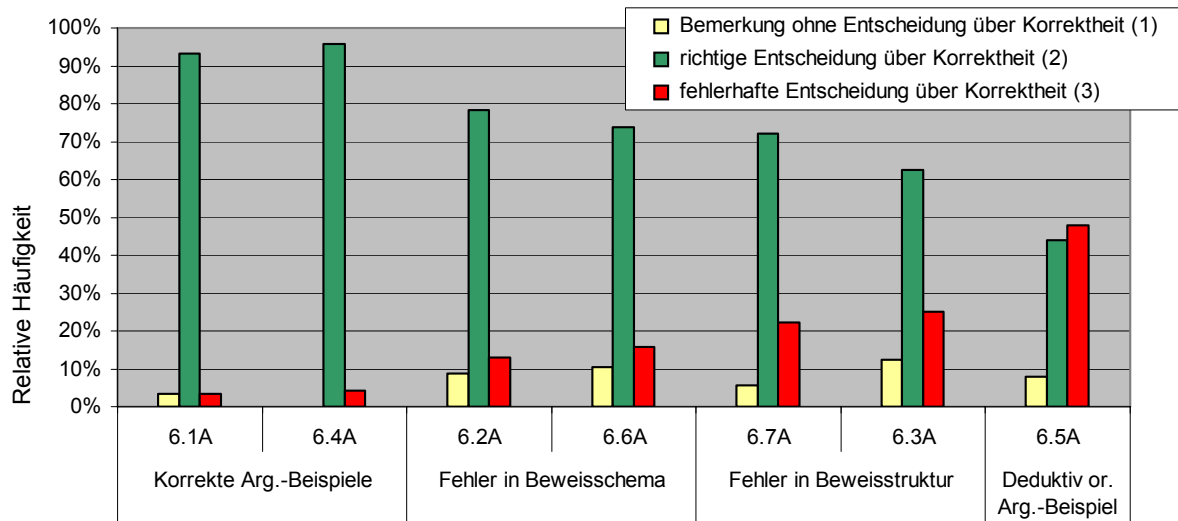


Abb. 12.1.3: Beurteilung der Beweisbeispiele der Themenstudienmappe bezogen auf die Anzahl der Themenstudien mit Äußerung zum jeweiligen Argumentationsbeispiel

Bei den Beurteilungen der Argumentationsbeispiele in den schriftlichen Themenstudien der Schülerinnen und Schüler zeigt sich, dass die unterrichtsnah formulierten korrekten Beweisbeispiele eher zutreffend eingeschätzt wurden als die fehlerhaften Argumentationen. Innerhalb der Gruppe der fehlerhaften Argumentationsbeispiele wurden offenbar diejenigen Beispiele, die Fehler im Beweisschema aufweisen, durchschnittlich noch etwas zutreffender beurteilt als die Argumentationsbeispiele mit einer inadäquaten Beweisstruktur. Beispielsweise fällt ungefähr ein Drittel der Schülerinnen und Schüler, die das Argumentationsbeispiel in Dokument 6.3 erwähnten, kein oder ein falsches Urteil. Besonders schwer fiel es den Schülerinnen und Schülern offenbar, das deduktiv orientierte Beweisbeispiel mit seiner kleinen Beweislücke zutreffend zu beurteilen. Etwa die Hälfte aller Einschätzungen zu dem deduktiv argumentierenden Beweisbeispiel 6.5 war fehlerhaft. Von den Lernenden wurde oft die sprachlich gehaltene Form als „unmathematisch“ gerügt oder der Beweis als „missglückter“ Symmetrie- oder Kongruenzbeweis missdeutet.

Befunde zur Korrektheit von Begründungen für Beurteilungen von Argumentationsbeispielen finden sich in Abbildung 12.1.4.

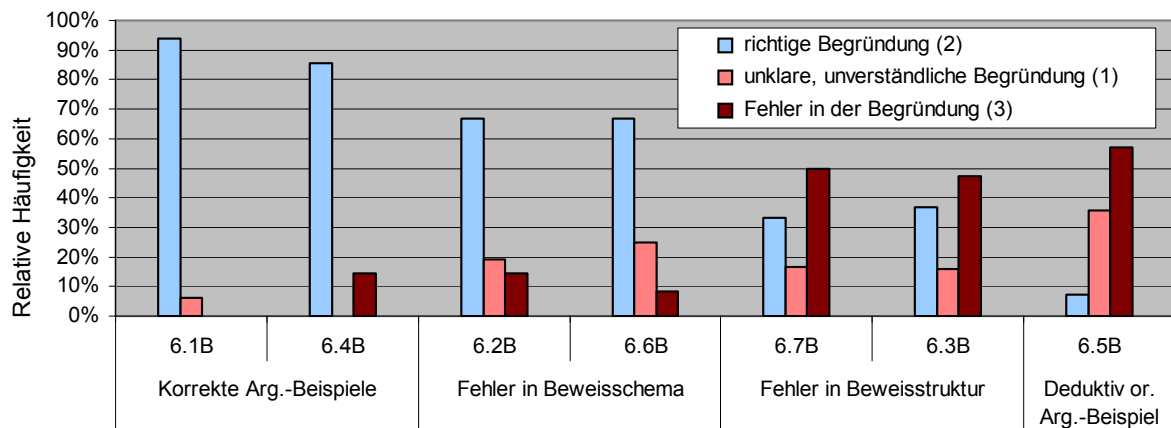


Abb. 12.1.4: Begründungen von Beurteilungen der Argumentationsbeispiele

Je nach Argumentationsbeispiel wurden zwischen 53% und 91% der Beurteilungen in den Themenstudien begründet. Beurteilungen der korrekten Argumentationsbeispiele 6.1 und 6.4 wurden nur in etwas mehr als der Hälfte der Fälle begründet (53% bzw. 61%). Hier unterblieb eine Begründung insbesondere oft dann, wenn diese Dokumente in der Themenstudie lediglich als Beispiele für gelungene Kongruenz- bzw. Symmetriebeweise herangezogen wurden. Beurteilungen der fehlerhaften Argumentationsbeispiele wurden demgegenüber weit häufiger begründet (Anteil zwischen 63% und 91%). Eine Ausnahme bildete das deduktiv geprägte Beispiel 6.5 mit 56% an begründeten Beurteilungen.

Schwierigkeiten der Schülerinnen und Schüler beim Begründen von Beurteilungen der Argumentationsbeispiele treten in Abbildung 12.1.4 nach ihrer abgestuften Verteilung ähnlich wie in Abbildung 12.1.3 auf, wobei sich der jeweilige Anteil fehlerhafter Äußerungen jeweils meist vergrößert. Beispielsweise scheinen richtige Begründungen zum deduktiv orientierten Beweisbeispiel 6.5 eher eine Ausnahme darzustellen.

Eine Übersicht über die Variablen „beschreibende Äußerungen“ (D), sowie über die „thematische Anbindung der Bemerkungen zu den Argumentationsbeispielen“ (E) finden sich in den Abbildungen 12.1.5 und 12.1.6.

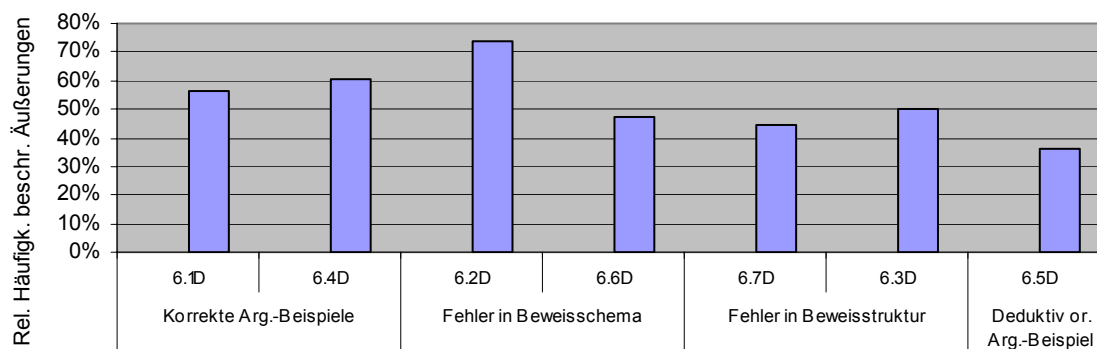


Abb. 12.1.5: Relative Häufigkeiten beschreibender und charakterisierender Äußerungen zu Argumentationsbeispielen, bezogen auf die Anzahl der Themenstudien mit Äußerung zum jeweiligen Argumentationsbeispiel

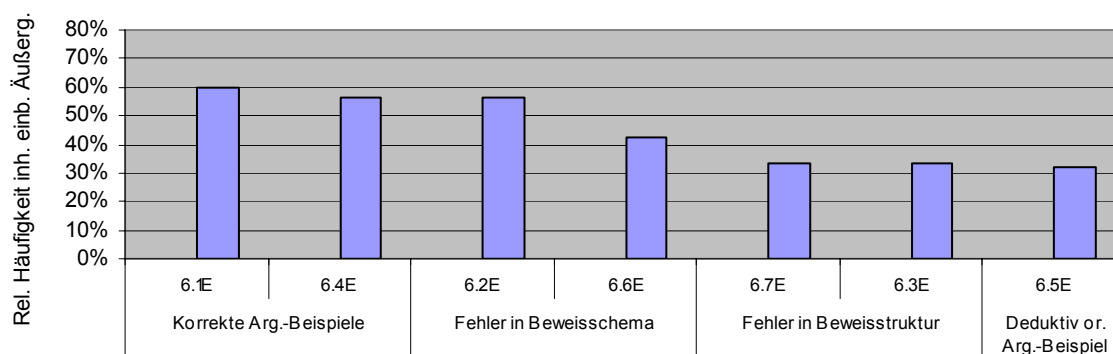


Abb. 12.1.6: Relative Häufigkeiten von Äußerungen der inhaltlichen Einbindung von Argumentationsbeispielen

Aus Abbildung 12.1.5 geht hervor, dass Beschreibungen und Charakterisierungen von Argumentationsbeispielen etwa bei der Hälfte der Beurteilungen von Beweisbeispielen vorkamen. Das Spektrum reicht von kurzen, stichwortartigen Einordnungen verschiedener von den Lernenden identifizierter Beweisstrategien bis hin zu Beschreibungsversuchen der jeweils zugrundeliegenden Argumentationsideen. Oft werden in diesen Bemerkungen Ergebnisse der Auseinandersetzung mit den Argumentationsbeispielen zusammengefasst.

Inhaltlich einbindende Äußerungen, bei denen die Argumentationsbeispiele mit der allgemeinen Gedankenführung der schriftlichen Themenstudien inhaltlich verknüpft werden, waren insgesamt bei weitem nicht immer zu verzeichnen (vgl. Abb. 12.1.6). Die höheren Werte bei den korrekten Beweisbeispielen sind damit zu erklären, dass diese nicht selten als Beispiele für gelungene Beweise angeführt wurden. Argumentationsbeispiel 6.2 mit der verwendeten Methode des Messens wurde häufig als Beispiel für eine im mathematischen Sinne nicht adäquate Begründungsmethode angesprochen.

Erste Hinweise zu Vermutung 2a

Um gemäß Vermutung 2a erste Hinweise zu finden, ob und inwiefern eine gründlichere Beschäftigung mit den Argumentationsbeispielen die beweisbezogene Methodenkompetenz fördern könnte, wurde untersucht, inwiefern das Nennen von Begründungen, das auch unabhängig von deren Richtigkeit als ein Indikator für eine gesteigerte Intensität der Auseinandersetzung mit den Beweisbeispielen angesehen werden kann, mit einer vermehrten richtigen Einschätzung der Beweisbeispiele im Zusammenhang steht, die ihrerseits als Anzeichen für eine höhere beweispezifische Methodenkompetenz interpretiert werden kann.

Dazu wurde zunächst versuchsweise für jede Themenstudie ein „Argumentationsbeispiel-Beurteilungsscore“ errechnet, indem von der Anzahl der richtig eingeschätzten Argumentationsbeispiele die Anzahl falsch beurteilter Argumentationsbeispiele abgezogen wurde. Über alle Themenstudien hinweg, in denen Argumentationsbeispiele angesprochen wurden, ergibt sich das in Abbildung 12.1.7 dargestellte Bild.

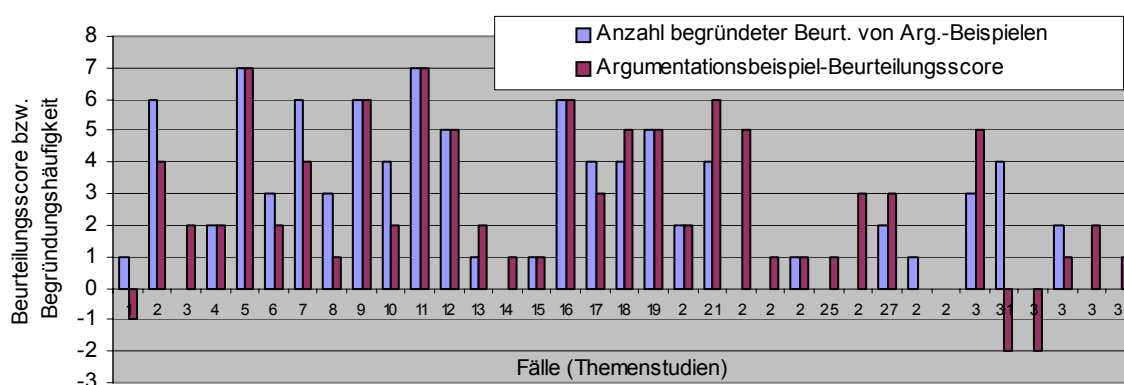


Abb. 12.1.7: Argumentationsbeispiel-Beurteilungsscore und Begründungshäufigkeit

In Abbildung 12.1.7 entsteht der Eindruck, dass ein Zusammenhang zwischen den beiden betrachteten Größen besteht. Die Auftretenshäufigkeit von Begründungen zu den Beurteilungen der Argumentationsbeispiele korreliert mit dem Argumentationsbeispiel-Beurteilungsscore mit $.688^{**}$ (**: zweiseitig hoch signifikant) innerhalb des Datensatzes der 35 Themenstudien, in denen Argumentationsbeispiele angesprochen werden.

Zur Kontrolle wurden in einer weiteren Auswertung alle 162 Beurteilungen von Argumentationsbeispielen zusammengefasst. Entsprechend der in Abschnitt 8.2.9 beschriebenen Auswertung (vgl. Daten in Abb. 12.1.3 bis 12.1.6) wurden bezogen auf alle Beurteilungen dichotome Variablen für die Korrektheit von Beurteilungen von Argumentationsbeispielen und deren Begründungen, für Fehler bei Beurteilungen und Begründungen, sowie für beschreibende und inhaltlich einbindende Äußerungen gebildet. Auch um die Beobachtung in Abb. 12.1.7 zu prüfen, wurden für diese Variablen die in Tabelle 12.1.3 dargestellten Korrelationen errechnet.

	Korrektheit der Begründung	Beschr. / charakteris. Äußerung	Inhaltliche Einbindung
Korrektheit der Beurteilung	,398**	,236**	,238**
Fehler bei der Beurteilung	-,380**	-,221**	
Korrektheit der Begründung	1	,471**	,234**

* : p < 0,05 **: p < 0,01 Nicht signifikante Korrelationen ausgeblendet
ggf. Werte in Klammern nach Bonferoni-Korrektur nicht mehr signifikant

Tab. 12.1.3: Korrelationstabelle zur Beurteilung von Argumentationsbeispielen (N=162)

Die Korrelation von **.398**** zwischen korrekten Begründungen und der Korrektheit von Beurteilungen, wie auch die negative Korrelation von **-.380**** zwischen korrekten Begründungen und fehlerhaften Beurteilungen der Argumentationsbeispiele bestätigen den in Abbildung 12.1.7 berichteten Zusammenhang. Diese Korrelationen sind auch nach einer Bonferoni-Korrektur (vgl. Bortz, 1999) signifikant ($p < 0,05$).

Beschreibende und charakterisierende Äußerungen zu Argumentationsbeispielen korrelieren erwartungsgemäß positiv mit korrekten Begründungen, abgeschwächt auch mit korrekten Beurteilungen und negativ mit Beurteilungsfehlern.

Auch die inhaltliche Einbindung der Äußerungen zu Argumentationsbeispielen scheint eher mit korrekten Beurteilungen und Begründungen einherzugehen.

Eine lernendenbezogene Auswertung, die für jede Schülerin und jeden Schüler die Anzahl der in der schriftlichen Themenstudien behandelten, begründeten, beschriebenen und inhaltlich eingebundenen Argumentationsbeispiele berücksichtigt, liefert ebenfalls Ergebnisse, die mit den oben vorgestellten konsistent sind. Die entsprechenden Korrelationen sind in Tabelle 12.1.4 dargestellt.

(N=47)	Anzahl korrekter Begründungen	Anzahl beschr. / charakterisierender Äußerungen	Anzahl inhaltlich eingebundener Arg.-Beispiele
Anzahl korrekter Beurteilungen	,732**	,585**	,417**
Anzahl beschreibender / charakterisierender Äußerungen	,677**		

* : p < 0,05 **: p < 0,01 Nicht signifikante Korrelationen ausgeblendet
ggf. Werte in Klammern nach Bonferoni-Korrektur nicht mehr signifikant

Tab. 12.1.4: Korrelationen auf Lernende bezogener Daten zur Beurteilung von Argumentationsbeispielen

Beispielsweise hängen die Anzahl korrekter Begründungen und die Anzahl beschreibender und charakterisierender Bemerkungen mit der Anzahl korrekt beurteilter Beweisbeispiele zusammen. Über diese Daten hinaus korreliert die Anzahl fehlerhafter Beurteilung negativ mit der Anzahl der korrekten Begründungen von Argumentationsbeispielen ($-0,363^*$).

Zusammenfassung

Die Auswertungsergebnisse zu Beurteilungen von Argumentationsbeispielen in den schriftlichen Themenstudien zeigen, dass insbesondere fehlerhafte Argumentationsbeispiele von den Schülerinnen und Schülern gelegentlich nicht zutreffend beurteilt werden. Fehlerhafte Be-

gründungen der Beurteilungen treten hier im Vergleich zu Beurteilungsfehlern mit einer noch größeren relativen Häufigkeit auf.

Zwischen der Korrektheit der Beurteilungen und Anzeichen für die Nutzung von Lerngelegenheiten wie Begründungen oder beschreibenden Äußerungen zu den Argumentationsbeispielen ergeben sich Zusammenhänge.

Diskussion

Aus den oben vorgestellten Daten geht hervor, dass die schriftliche Auseinandersetzung mit den Argumentationsbeispielen der Themenstudienmaterialien zwischen den Lernenden stark variiert. Offenbar schlagen sich hier auch unterschiedlich intensive Prozesse des Wissensaufbaus nieder. Diese Interpretation wird davon gestützt, dass die Korrektheit der Beurteilung von Argumentationsbeispielen mit einigen Indikatoren zusammenhängt, die Rückschlüsse auf die Intensität der Auseinandersetzung zulassen. In diesem Zusammenhang sind begründende und Argumentationsbeispiele beschreibende Äußerungen zu nennen.

Es gibt also offenbar ein breites Spektrum der Nutzung von mit den Argumentationsbeispielen verbundenen Lerngelegenheiten und der Qualität der Auseinandersetzung mit diesem Teil der Themenstudienmaterialien.

Betrachtet man die Korrektheit der Beurteilung von Argumentationsbeispielen als eine Variable, die Aussagen über die beweispezifische Methodenkompetenz machen kann, so könnten diese Zusammenhänge auch bereits im Sinne von Vermutung 2a dahingehend interpretiert werden, dass eine intensivere Beschäftigung mit den Argumentationsbeispielen der Themenstudienmaterialien mit einer höheren Methodenkompetenz einherging.

Um nun zu überprüfen, ob die Lernenden, die in ihren Themenstudien beim Beurteilen von Argumentationsbeispielen eine höhere Methodenkompetenz zeigen, bereits vorher über eine höhere Methodenkompetenz verfügten, oder ob diese in der Lernumgebung möglicherweise erst gefördert wurde, werden im folgenden Abschnitt die Daten aus Vor- und Nachtest zur beweispezifischen Methodenkompetenz herangezogen.

12.1.3 Verknüpfung der Auswertung der Tests zur beweispezifischen Methodenkompetenz und der Auswertung der schriftlichen Themenstudien

Im Folgenden wird zur Prüfung von Vermutung 2a (Abschnitt 7.6) untersucht, inwiefern die Auseinandersetzung mit den Argumentationsbeispielen der Themenstudienmaterialien den Aufbau von beweispezifischer Methodenkompetenz fördert. Wie in Abschnitt 8.2.9 und im vorangegangenen Abschnitt ausgeführt, kann dazu mit Hilfe von indikatorenartigen Daten auf der Basis der schriftlichen Themenstudien auf die Intensität der Auseinandersetzung mit den Argumentationsbeispielen zurückgeschlossen werden.

Für diese Auswertungen werden die themenstudienbezogenen Daten mit den lernendenbezogenen Daten in Verbindung gebracht. Da drei Lernende nicht zweifelsfrei zugeordnet werden konnten, war es möglich, N=70 Schülerinnen und Schüler, für die Methodenkompetenz- und Themenstudienmaterialien vorlagen, in diesen Untersuchungsteil einzubeziehen.

Nachdem zu erwarten ist, dass die beweispezifische Methodenkompetenz sich auch auf die Beweiskompetenz der Lernenden auswirken kann (vgl. Modell in Abb. 7.2.2), wurde bei den folgenden Auswertungen auch die Entwicklung der Beweiskompetenz mit betrachtet.

Ein erster Indikator für die Beschäftigung mit den Argumentationsbeispielen der Themenstudienmaterialien ist die Anzahl der in den schriftlichen Themenstudien beurteilten Argumenta-

tionsbeispiele. Es wird angenommen, dass Lernende, die beurteilend über Argumentationsbeispiele schreiben, sich mit diesen in der Regel stärker beschäftigt haben als Schülerinnen und Schüler, die diese in ihren schriftlichen Themenstudien gar nicht erwähnen.

In Abbildung 12.1.8 wird die Gruppe derjenigen Lernenden, die mindestens ein Argumentationsbeispiel der Themenstudienmaterialien beurteilt hatten, mit der Gruppe der übrigen Lernenden verglichen.

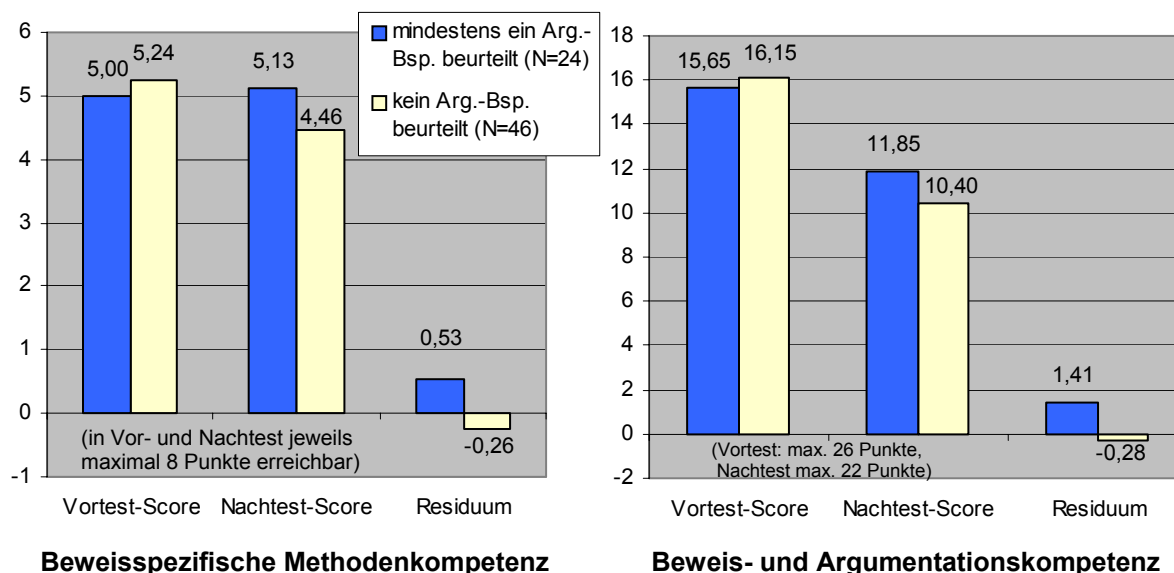


Abb. 12.1.8: Abschneiden in Vor- und Nachtest zur beweispezifischen Methodenkompetenz und zur Beweis- und Argumentationskompetenz für verschiedene Teilgruppen mit unterschiedlicher Anzahl in der Themenstudie angesprochener Argumentationsbeispiele

Anhand der Vor- und Nachtestscores zur beweispezifischen Methodenkompetenz wird deutlich, dass die 24 Schülerinnen und Schüler, die mindestens ein Argumentationsbeispiel beurteilt hatten, ausgehend von einem niedrigeren Vortestergebnis im Mittel ein etwas besseres Nachtestscore erreichen als diejenigen 46 Lernenden, die in ihrer Themenstudie nicht auf Argumentationsbeispiele eingegangen waren. Entsprechend zeigt sich auch ein Vorsprung beim durchschnittlichen nicht standardisierten Residuum. Diese Unterschiede sind nicht signifikant. Zur Kontrolle wurden auch die Vortests zur Beweis- und Argumentationskompetenz und zu motivationalen Dispositionen der beiden Gruppen ausgewertet, nicht zuletzt um zu prüfen, ob die leicht unterschiedliche Entwicklung auf Unterschieden in diesbezüglichen Lernvoraussetzungen beruhen könnte (vgl. auch Abb. 12.1.8 rechts). In diesen Bereichen zeigt sich bei den Vortests nirgendwo ein signifikanter Unterschied.

Im Zusammenhang damit sind jedoch Anzeichen für eine mögliche Wechselwirkung zwischen der Beurteilung von Argumentationsbeispielen und der Beweis- und Argumentationskompetenz interessant. In Abbildung 12.1.8 rechts zeigt sich für die Beweis- und Argumentationskompetenz ein analoges Ergebnis wie bei der beweispezifischen Methodenkompetenz in Abbildung 12.1.8 links. Der Unterschied zwischen den nicht standardisierten Residuenmittelwerten ist hier signifikant ($T=2,04$; $df=68$; $p<0,05$; $d=0,51$) und hat die Größenordnung eines mittleren Effekts. Dies bedeutet, dass die Lernenden, die Argumentationsbeispiele beurteilten, bei der Beweis- und Argumentationskompetenz überdurchschnittlich von der Themenstudienarbeit profitierten.

Für die Förderung des Aufbaus von beweispezifischer Methodenkompetenz ist es plausibel, dass erst von einem Beurteilen mehrerer Argumentationsbeispiele durch die Lernenden sub-

stanziale Effekte zu erwarten sind. Aus diesem Grund wurden in Abbildung 12.1.9 zusätzlich Ergebnisse von Lernenden, die mindestens vier der sieben Argumentationsbeispiele beurteilt hatten, den Mittelwerten der übrigen Schülerinnen und Schüler gegenübergestellt.

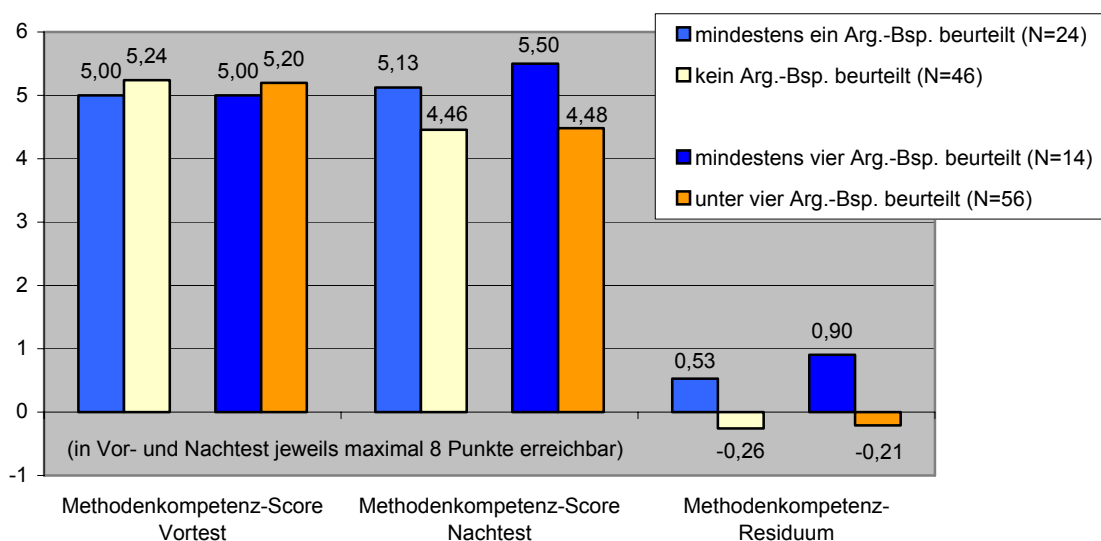


Abb. 12.1.9: Abschneiden in Vor- und Nachtest zur beweispezifischen Methodenkompetenz für verschiedene Teilgruppen mit unterschiedlicher Anzahl in der Themenstudie angesprochener Argumentationsbeispiele

Diese Ergebnisse deuten wie vermutet auf einen verstärkten Zusammenhang hin. Die relativ geringe Stichprobenlänge führt jedoch vermutlich dazu, dass auf dem 5%-Niveau knapp keine signifikanten Unterschiede mehr zwischen den mittleren Residuenwerten dieser Gruppe im Vergleich zu allen Themenstudien-Schülerinnen und -Schülern beobachtet werden konnten, auch wenn eine Tendenz zu erkennen ist (Cohen's $d=0,62$). Die Absolutwerte bedeuten immerhin, dass die Lernenden, die mindestens vier Argumentationsbeispiele beurteilt hatten, im Mittel etwa um ein halbes von vier Items im Nachtest besser abschnitten als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler, die weniger als vier Argumentationsbeispiele diskutierten.

Berechnet man für diejenigen Schülerinnen und Schüler, die Argumentationsbeispiele erwähnten, Korrelationen zwischen der Zahl der in den Themenstudien angesprochenen Argumentationsbeispiele und dem Methodenkompetenz-Residuum, so ergibt sich eine zweiseitig signifikante Korrelation von $0,244^*$.

Im Folgenden wird zur Prüfung von Vermutung 2a ein weiterer Indikator für die Nutzung von Lerngelegenheiten im Zusammenhang mit den Argumentationsbeispielen der Themenstudienmaterialien herangezogen: Es liegt nämlich auf der Hand, dass besonders beim Begründen der Beurteilungen zu Argumentationsbeispielen Wissen und Fähigkeiten aufgebaut werden dürften, die der beweispezifischen Methodenkompetenz zuzurechnen sind. Aus diesem Grund wurden in Abbildung 12.1.10 Gruppen nach dem Kriterium gebildet, ob mindestens eine Beurteilung zu einem Beweisbeispiel in der Themenstudie begründet wurde. Ähnlich wie bereits bei einigen Auswertungen des vorangegangenen Abschnitts spielte es dabei keine Rolle, ob die Beurteilung oder die Begründung korrekt war.

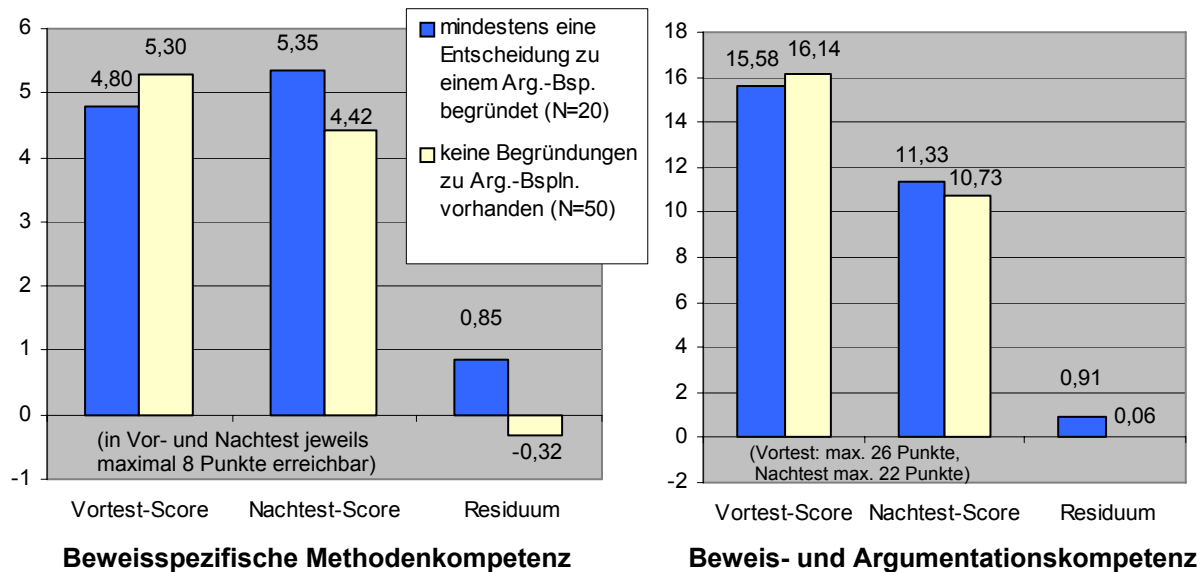


Abb. 12.1.10: Abschneiden in Vor- und Nachtest zur beweispezifischen Methodenkompetenz und zur Beweiskompetenz für verschiedene Teilgruppen nach Anzahl begründeter Beurteilungen von Argumentationsbeispielen

Aus Abbildung 12.1.10 geht hervor, dass sich die oben bereits in anderem Zusammenhang ansatzweise beobachteten Effekte noch weiter verstärken. Die Mittelwerte der nicht standardisierten Methodenkompetenz-Residuen unterscheiden sich nun signifikant ($T=2,35$; $df=68$; $p<0,05$; $d=0,66$).

Dafür, dass das Begründen von Beurteilungen der Argumentationsbeispiele eine hohe Aussagekraft für die Zunahme von beweispezifischer Methodenkompetenz zu haben scheint, spricht auch die zweiseitig hoch signifikante Korrelation von $.674^{**}$ (Pearson) zwischen der Zahl korrekt begründeter Argumentationsbeispiele und dem Methodenkompetenz-Residuum. Zur Information wurde in Abbildung 12.1.10 rechts auch der entsprechende Vergleich für die Beweis- und Argumentationskompetenz angegeben. Hier zeichnen sich Unterschiedlichkeiten parallel zu den Ergebnissen in Abbildung 12.1.8 ab. Die Unterschiede zwischen den Gruppen sind jedoch nicht signifikant.

Eine intensivere Auseinandersetzung mit den Argumentationsbeispielen der Themenstudienmaterialien kann auch darin zum Ausdruck kommen, dass Argumentationsbeispiele ihrem Gedankengang oder der verfolgten Beweisstrategie nach charakterisiert und beschrieben werden. Es wird daher der Indikator des Vorkommens beschreibender und charakterisierender Äußerungen zu den Argumentationsbeispielen betrachtet (vgl. Abb. 12.1.11).

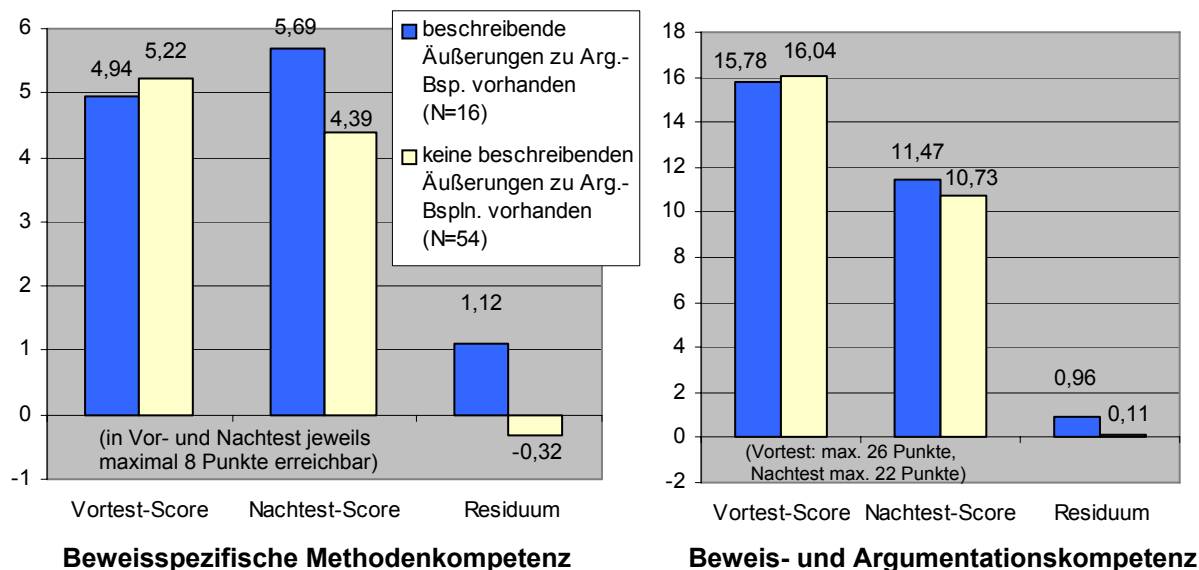


Abb. 12.1.11: Abschneiden in Vor- und Nachtest der beweispezifischen Methodenkompetenz und der Beweis- und Argumentationskompetenz für verschiedene Teilgruppen nach Anzahl beschreibender Äußerungen zu Argumentationsbeispielen

In Abbildung 12.1.11 ist zu erkennen, dass sich die oben bereits diskutierten Befunde zur Methodenkompetenz nochmals verstärkt zeigen. Der nun hoch signifikante Unterschied der mittleren Residuenwerte ($T=2,20$; $df=68$; $p<0,01$; $d=0,84$) überschreitet nach seinem Absolutwert ein halbes Argumentationsbeispiel im Nachtest deutlich. Bei dem Unterschied handelt es sich um einen großen Effekt. Auch die Nachtestergebnisse der beiden Gruppen unterscheiden sich signifikant ($T=2,70$; $df=68$; $p<0,05$; $d=0,69$).

Die Anzahl der beschriebenen bzw. charakterisierten Argumentationsbeispiele korreliert zweiseitig signifikant in Höhe von $.473^*$ (Pearson) mit dem nicht standardisierten Methodenkompetenz-Residuum. Dies bedeutet, dass über das Vorkommen hinaus auch die Anzahl der Beschreibungen bzw. Charakterisierungen nochmals mit einem höheren Methodenkompetenzzuwachs zusammenhängt.

Eine Auswertung zur Beweis- und Argumentationskompetenz ist in Abbildung 12.1.11 rechts dargestellt. Wie hieraus hervorgeht, scheint der Zusammenhang mit der Entwicklung der Beweis- und Argumentationskompetenz eher lose zu sein. Hier ergeben sich zwar kleinere Abweichungen, die ihrer Richtung nach die oben vorgestellten Befunde stützen, diese sind aber nicht signifikant.

Für die Einschätzung der Nutzung von Lerngelegenheiten war ferner von Interesse, inwiefern die inhaltliche Einbindung der Beurteilungen von Argumentationsbeispielen mit Wissens- und Kompetenzaufbau im Bereich des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses im Zusammenhang steht. Insgesamt ist zu vermuten, dass das Wahrnehmen von Verbindungen und das Aufsuchen von Anknüpfungsmöglichkeiten für die Beurteilung von Beweisbeispielen eine von den oben beschriebenen Arten der Auseinandersetzung mit den Argumentationsbeispielen eher verschiedene Tätigkeit darstellt. Hier wird es für die Lernenden in erster Linie darum gehen, Sinn in Querverbindungen zu sehen und beispielsweise Argumentationsbeispiele als aussagekräftige Beispiele in übergreifende Darstellungen zu integrieren.

Teilt man die Lernenden nach dem Kriterium, ob Einbindungen überhaupt vorkommen, in Gruppen auf, so erhält man die in Abbildung 12.1.12 dargestellten Ergebnisse.

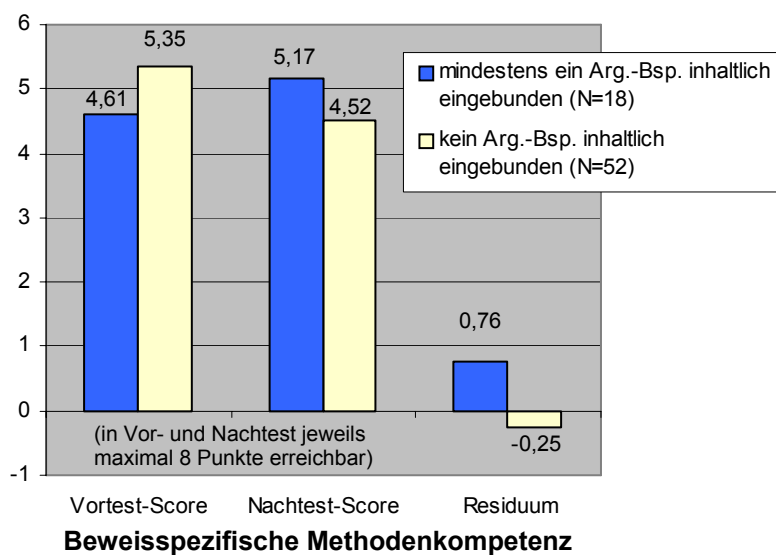


Abb. 12.1.12: Abschneiden in Vor- und Nachtest zur beweispezifischen Methodenkompetenz für verschiedene Teilgruppen nach der inhaltlichen Einbindung der Diskussion von Argumentationsbeispielen

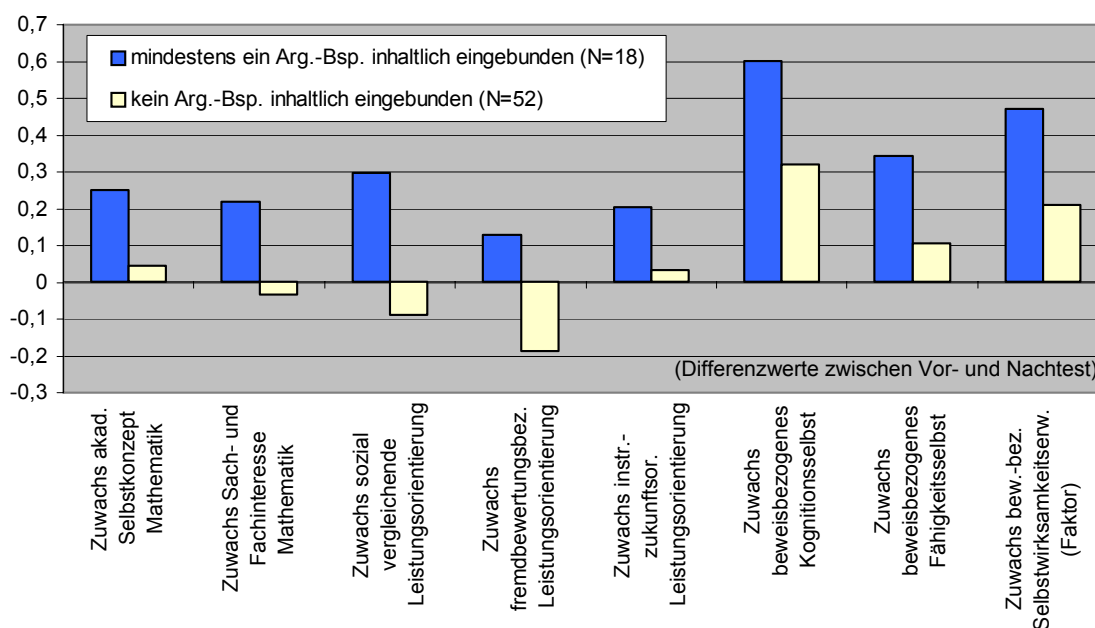


Abb. 12.1.13: Veränderungen bei motivationalen Dispositionen der Gruppe von Lernenden, die die Bemerkungen zu Argumentationsbeispielen inhaltlich einbanden

Für die Anzahl der inhaltlich in die Gedanken der Themenstudie eingebundenen Beurteilungen zeichnet sich ein etwas schwächerer Zusammenhang zum Aufbau von Methodenkompetenz ab (vgl. Abb. 12.1.12) als etwa in Abbildung 12.1.11: Zwischen den durchschnittlichen Residuenwerten der Gruppen ergibt sich auf dem 5%-Niveau kein signifikanter Unterschied mehr, obwohl sich Anzeichen für eine Tendenz zeigen (Cohen's $d=0,55$). Dies ist möglicherweise auch auf die geringe Stichprobenlänge zurückzuführen.

Während bei allen oben vorgestellten Ergebnissen die Gruppeneinteilung keine signifikanten Unterschiede im Bereich der Entwicklung motivationaler Dispositionen liefert, zeigen sich interessanterweise für das inhaltliche Einbinden der Beurteilungen der Beweisbeispiele Effek-

te in diesem Bereich (vgl. Abb. 12.1.13, zu den dargestellten Skalen vgl. Kapitel 11). Diese scheinen nicht von den motivationalen Prädispositionen der Lernenden abzuhängen, denn hier zeigten sich in einer entsprechenden Auswertung keine signifikanten Unterschiede zwischen den Gruppen.

Die in Abbildung 12.1.13 gegenübergestellten Lernendengruppen unterscheiden sich für den Zuwachs des auf Mathematik bezogenen Fähigkeitsselbstkonzepts und der beweisbezogenen Selbstwirksamkeitserwartung signifikant ($T=2,10$; $df=68$; $p<0,05$; $d=0,56$; bzw. $T=2,06$; $df=68$; $p<0,05$; $d=0,54$). Hier handelt es sich jeweils um einen mittleren Effekt. Möglicherweise führt die geringe Stichprobenlänge dazu, dass sich für die Zuwächse des Sach- und Fachinteresses ($d=0,49$), der fremdbewertungsbezogenen ($d=0,51$) und der sozial vergleichenden Leistungsorientierung ($d=0,49$), sowie des beweisbezogenen Fähigkeitsselbsts ($d=0,45$) keine signifikanten Unterschiede ergeben.

Zusammenfassung

Zur Untersuchung von Vermutung 2a wurden in diesem Abschnitt anhand von Indikatoren für die Nutzung von Lerngelegenheiten verschiedene Untergruppen von Lernenden in der Auswertung gegenübergestellt. Auf der Basis von Äußerungen der Lernenden zu Argumentationsbeispielen konnte so die Entwicklung der beweispezifischen Methodenkompetenz zwischen Vor- und Nachtest verglichen werden. Ergänzende Evidenz lieferte die Betrachtung von Korrelationen zwischen Variablen der beiden verknüpften Bereiche.

Für alle gebildeten Gruppen war zu beobachten, dass sie sich im Vortest zur beweispezifischen Methodenkompetenz nicht signifikant voneinander unterschieden. In der Regel hatte die Gruppe, die sich in den Themenstudien stärker mit Argumentationsbeispielen auseinandersetzte, sogar ein schlechteres mittleres Vortestergebnis. Zum Nachtest hin zeigten sich Anzeichen für einen überdurchschnittlichen Fortschritt jeweils bei der Gruppe, von der erwartet wurde, dass sie sich mit den Argumentationsbeispielen intensiver beschäftigt hatte. Nahezu alle verwendeten Indikatoren für die Nutzung von Lerngelegenheiten im Zusammenhang mit den Argumentationsbeispielen führten zu Beobachtungen von Unterschieden. Für Methodenkompetenzzuwächse aussagekräftiger als die Zahl beurteilter Argumentationsbeispiele erscheint die Zahl der begründeten Beurteilungen von Argumentationsbeispielen. Beschreibende und charakterisierende Äußerungen stellten sich als ein Merkmal heraus, das besonders stark mit einer überdurchschnittlichen Entwicklung der beweispezifischen Methodenkompetenz zusammenhing. Inhaltliche Einordnungen stellten ein Kriterium dar, das möglicherweise auch für die Förderung motivationaler Dispositionen bedeutsam ist.

Anzeichen für eine überdurchschnittliche Förderung der Beweis- und Argumentationskompetenz durch die Nutzung von Lerngelegenheiten zeigten sich insbesondere in Verbindung mit dem Indikator der Anzahl beurteilter Argumentationsbeispiele.

Diskussion

Beweisbeispiele wurden in den Themenstudien nicht etwa hauptsächlich von denjenigen Schülerinnen und Schülern angesprochen, die ohnehin über eine höhere Methodenkompetenz verfügten. Im Gegenteil wies die Gruppe von Schülerinnen und Schülern, die sich in ihren Themenstudien mit Argumentationsbeispielen auseinandersetzte, im Mittel eher leicht unterdurchschnittliche Prädispositionen im Bereich der beweispezifischen Methodenkompetenz und der Beweis- und Argumentationskompetenz auf. Die Prädispositionen im Bereich von Interesse, Motivation und Fähigkeitsselbstkonzepten waren ebenfalls unauffällig. Diese Gruppe profitierte von der Themenstudienarbeit offenbar so, dass im Nachtest mehr als um-

gekehrte Verhältnisse in der beweispezifischen Methodenkompetenz und punktuell auch in der Beweis- und Argumentationskompetenz herrschten.

Wie in Vermutung 2a (vgl. Abschnitt 7.6) erwartet, scheint also die Auseinandersetzung mit den Argumentationsbeispielen der Themenstudienmappe offenbar mit einer Förderung der beweispezifischen Methodenkompetenz einhergegangen zu sein.

Die Beschäftigung mit den Argumentationsbeispielen der Themenstudienmappe dürfte sich auch über den Bereich der beweispezifischen Methodenkompetenz hinaus ausgewirkt haben. Die beobachteten Hinweise auf Rückwirkungen auf die Beweis- und Argumentationskompetenz sind hier zu anzuführen.

Eine besondere Rolle könnte möglicherweise das inhaltliche Einbinden von Beurteilungen zu Argumentationsbeispielen spielen: Die beobachteten möglichen Auswirkungen auf die Förderung motivationaler Dispositionen könnte dadurch zustande gekommen sein, dass das Verknüpfen von beweispezifischen Inhalten mit allgemeinen Gedanken zum Beweisen als individuelle Sinnkonstruktion der Lernenden interpretiert werden kann. Möglicherweise wird der Motivationszuwachs durch ein gelungenes Vernetzen von unterrichtstypischen Aufgabensituationen in den Argumentationsbeispielen mit allgemeineren Vorstellungen zum Beweisen und Argumentieren begünstigt. Diese Interpretation der Befunde verweist auch darauf, dass verschiedene Bereiche des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses untereinander als vernetzt anzusehen sind und die in der Themenstudienarbeit angeregten Lernprozesse diesen Bereich wahrscheinlich als Ganzes mit involvieren. Auf diese Weise könnten sich auch mögliche Wirkungen im motivationalen Bereich ergeben haben.

Da bei gleichzeitig auftretenden relativ hohen Effektstärken nicht alle untersuchten Unterschiede auf dem 5%-Niveau signifikant wurden, wäre es wünschenswert, diesen Untersuchungsteil in einer vertiefenden Studie mit einer größeren Stichprobe zu wiederholen, um die gemachten Beobachtungen zu prüfen.

12.2 Wahrnehmung von Funktionen des Beweises durch die Lernenden

In diesem Abschnitt wird untersucht, inwiefern gemäß Vermutung 2b (Abschnitt 7.6) eine stärkere Wahrnehmung von Funktionen des Beweises in den Themenstudien zu größeren Lernzuwächsen führt. Die Wahrnehmung von Funktionen des Beweises (vgl. Abschnitt 7.1.3) stellt eine spezielle Teilkomponente des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses der Schülerinnen und Schüler dar, die neben dem beweispezifischen Methodenwissen als ein weiterer möglicher Indikator für Wissen und Vorstellungen über das mathematische Beweisen fungieren kann. Im Rahmen der in Abschnitt 7.4 beschriebenen Lehrplan- und Schulbuchanalyse war festgestellt worden, dass in den untersuchten Lehrwerken und Lehrplänen nahezu ausschließlich die Funktion des Verifizierens von Aussagen thematisiert wurde. Es sei auch noch einmal daran erinnert, dass in der Untersuchung von Healy und Hoyles (1998) 50% der Lernenden Beweisfunktionen zum Aspekt „truth“, 35% zum Aspekt „explanation“, und 1% zum Aspekt „discovery“ nannten. 28% der Probanden wurden der Kategorie „other/none“ zugeordnet (zu dem in der Studie von Healy und Hoyles verwendeten Kategoriensystem vgl. Abschnitt 7.1.3).

In den Materialien der Themenstudienmappe spielten neben der Funktion des Verifizierens auch verschiedene andere Funktionen des Beweises eine Rolle (vgl. Abschnitt 7.5.4.10). Wissensaufbau der Lernenden zu Funktionen des Beweises in der Themenstudienarbeit dürfte Hintergrundwissen im Rahmen des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses betreffen. Die Schülerinnen und Schüler könnten durch ein vermehrtes Wahr-

nehmen vielfältiger Funktionen des Beweisens Wissen zur Disziplin Mathematik und zur Sinnhaftigkeit des mathematischen Beweisens aufbauen. Insofern besteht die Hoffnung, dass sich auch motivationale Dispositionen, die auf das Fach Mathematik oder auf das Beweisen gerichtet sind, positiv verändern könnten. Insbesondere der Blick auf das interdisziplinäre Umfeld und ein dementsprechendes Verknüpfen und Vergleichen von Vorstellungen zum Beweisen könnte zu einer gesteigerten Wahrnehmung der Sinnhaftigkeit des mathematischen Beweisens führen.

Im Folgenden wird daher untersucht, welche Funktionen des Beweisens die Schülerinnen und Schüler bei der Darstellung ihrer Lernergebnisse in den schriftlichen Themenstudien ansprechen. Daraus können bei aller Vorsicht auch erste Hinweise darauf gewonnen werden, welches Wissen und welche Vorstellungen die Lernenden in diesem Bereich aufbauen konnten.

In diesem Abschnitt werden zunächst Ergebnisse der Untersuchung von in den Themenstudien geäußerten Vorstellungen zu Funktionen des Beweisens vorgestellt¹. Um erste grobe Hinweise auf eventuell mit der Themenstudienarbeit verknüpfte Lernergebnisse zu gewinnen, können diese Daten im Rahmen einer groben Orientierung mit den Befunden der Studie von Healy und Hoyles (1998) verglichen werden.

Auf dieser Grundlage wird untersucht, inwiefern im Sinne von Vermutung 2b ein Wahrnehmen von Funktionen des Beweisens mit Lern- und Motivationszuwächsen einhergeht. Nach einer Zusammenfassung werden die Ergebnisse diskutiert.

Insgesamt bringen die Lernenden in ihren Themenstudien eine Reihe verschiedener Funktionen des Beweisens zum Ausdruck (vgl. Kuntze, 2005f). In Abbildung 12.2.1 sind auf der Grundlage der N=87 Themenstudien prozentuale Anteile dargestellt, die Äußerungen zu den jeweiligen Funktionen des Beweisens betreffen. Einbezogen wurden alle Äußerungen, die zu Funktionen des mathematischen Beweisens gemacht wurden. Es wurde das Kategoriensystem für Funktionen des Beweisens aus Abschnitt 7.1.3 verwendet.

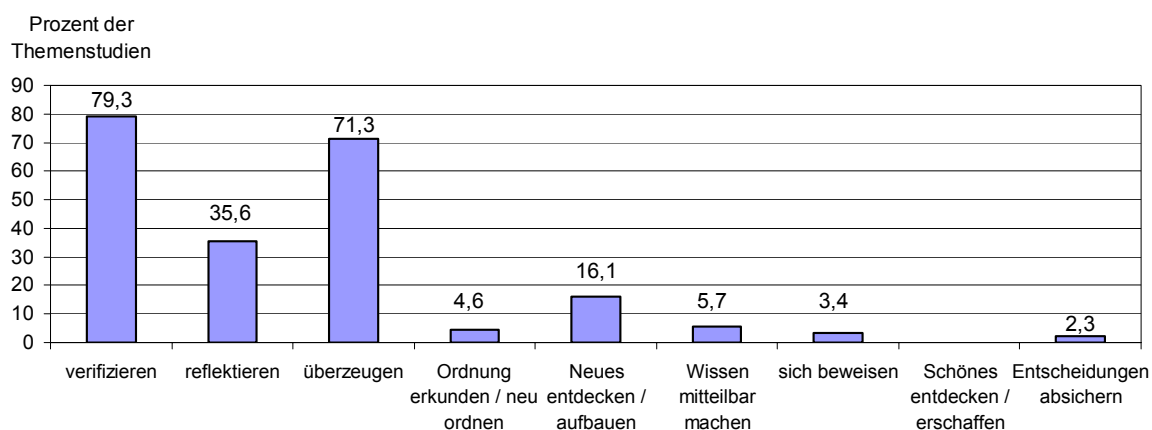


Abb. 12.2.1: Prozentualer Anteil der Themenstudien, in denen Funktionen des Beweisens jeweils genannt werden, aufgeschlüsselt auf die in Abschnitt 7.1.3 aufgestellten Kategorien für Funktionen des Beweisens (vgl. Linder, 2004)

Es dominierten Wahrnehmungen der Funktion *Verifizieren*, die in knapp vier Fünfteln aller Themenstudien angesprochen wurde, dicht gefolgt von der Funktion „überzeugen“ mit Nennung in über 70% aller Arbeiten. In über einem Drittel der Themenstudien wurde die Funkti-

¹ Dieser Teil der Untersuchung entstand im Zusammenhang mit einer Zulassungsarbeit von Manuela Linder (Linder, 2004)

on des *Reflektierens zugrundeliegender Probleme* erwähnt. Immerhin noch in über 16% aller Themenstudien wurde *Neues entdecken* als Funktion des mathematischen Beweisens gesehen.

Die Äußerungen zu Funktionen des Beweisens in den Themenstudien stammen von Schülerinnen und Schülern, die diese Funktionen meist in gemeinsamen schriftlichen Arbeiten zum Ausdruck brachten. Betrachtet man die auf die einzelnen Lernenden bezogene Auswertung in Abbildung 12.2.2, so ergibt sich in etwa ein ähnliches Bild wie bei der auf die Themenstudien bezogenen Auswertung in Abbildung 12.2.1.

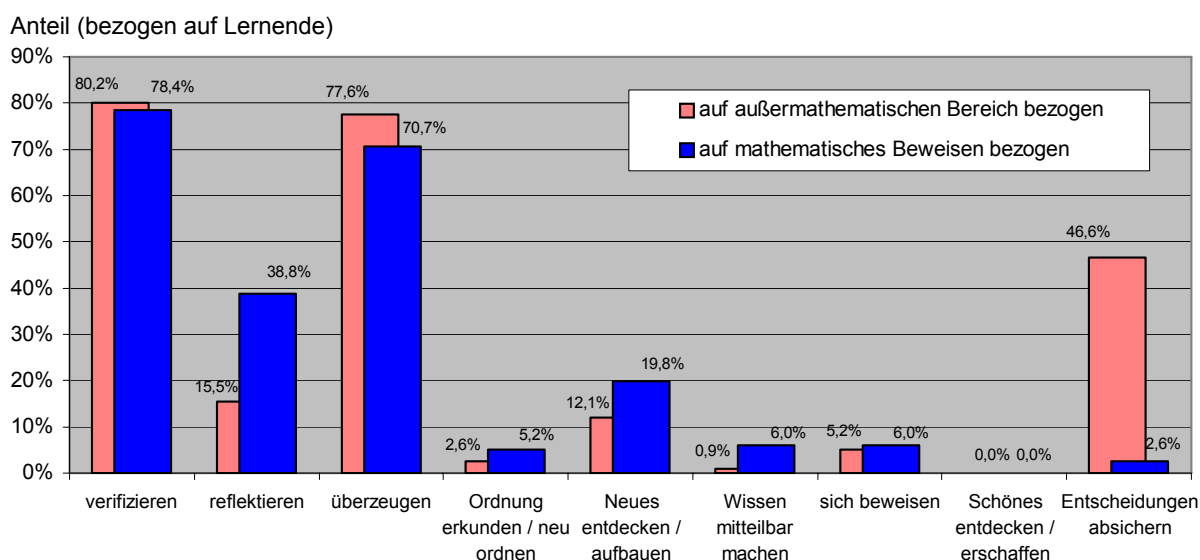


Abb. 12.2.2: Äußerungen zu Funktionen des Beweisens (probandenbezogene Auswertung)

In Abbildung 12.2.2 sind zusätzlich auch die relativen Häufigkeiten von Äußerungen zu Funktionen des Beweisens in außermathematischen Bereichen dargestellt. Hier wird deutlich, dass das *Verifizieren* und das *Überzeugen* inner- und außermathematisch grosso modo etwa gleich häufig als Funktion des Beweisens gesehen wurde. Das *Absichern realer Entscheidungen* wurde demgegenüber offenbar eher dem außermathematischen, insbesondere dem juristischen Beweisen zugeschrieben. Umgekehrt stand aus der Sicht der Schülerinnen und Schüler das *Reflektieren* und das *Gewinnen von Einsicht in zugrundeliegende Probleme* eher beim mathematischen Beweisen im Vordergrund, als dies für den außermathematischen Bereich, insbesondere für den juristischen Bereich, wahrgenommen wurde. Auch das *Entdecken und Aufbauen neuen Wissens* wurde noch eher dem mathematischen Beweisen zugeschrieben. Die relativ seltenen Äußerungen zum *Mittelbarmachen von Wissen* wurden offenbar meist auch mit dem mathematischen Bereich assoziiert.

Ein Zusammenhang zwischen den Äußerungen zu Funktionen des Beweisens im mathematischen und im außermathematischen Bereich zeigt sich auch in entsprechenden Korrelationen. So korreliert die Anzahl der angesprochenen auf das mathematische Beweisens bezogenen Funktionen mit der Anzahl der außermathematischen Funktionen mit $.616^{**}$ (**: zweiseitig hoch signifikante Korrelation nach Pearson).

Auf der Ebene der einzelnen Kategorien der Funktionen des Beweisens zeichnet sich auch eine Reihe entsprechender Korrelationen zwischen dem Auftreten mathematikbezogener und außermathematischer Äußerungen zu Funktionen des Beweisens ab (vgl. Tabelle 12.2.1).

Korrelationen (Pearson) (N=121)	verifizieren (außermath.)	reflektieren (außermath.)	überzeugen (außermath.)	Ordnung erkunden/ neu ordnen (außermath.)	Neues entdecken/ aufbauen (außermath.)	Wissen mittelbar machen (außermath.)	sich beweisen (außermath.)	Entscheidungen absichern (außermath.)
verifizieren (math.)	,366**		(,233**)					
reflektieren (math.)	(,179*)	,447**			(,256**)			
überzeugen (math.)	,376**		,567**					(,263**)
Ordnung erkunden/ neu ordnen (math.)				,698**				
Neues entdecken/ aufbauen (math.)				(,194*)	,549**		(,277**)	(,243**)
Wissen mittelbar machen (math.)	(-,284**)					,368**		
sich beweisen (math.)					,353**		,596**	

* : p < 0,05 **: p < 0,01 Nicht signifikante Korrelationen ausgeblendet
Werte in Klammern nach Bonferoni-Korrektur nicht mehr signifikant

Tab. 12.2.1: Korrelationen zwischen Äußerungen zu Funktionen des Beweises im mathematischen und außermathematischen Bereich

Um zur Prüfung von Vermutung 2b Hinweise zur Beantwortung der Frage nach möglichen Auswirkungen eines potentiellen Wissensaufbaus zu Funktionen des Beweises zu erhalten, wurde untersucht, ob vermehrte Äußerungen zu vielfältigen Funktionen des Beweises mit einem überdurchschnittlichen Zuwachs der Beweis- und Argumentationskompetenz oder von motivationalen Dispositionen einhergehen. Als Indikator für das Wahrnehmen vielfältiger Funktionen des Beweises wurde die Anzahl der für das mathematische Beweisen angesprochenen Funktionen zugrunde gelegt. Vor dem Hintergrund der unter anderem in Abschnitt 7.1.3 diskutierten empirischen Befunde, nach denen Lernende oft nur die Verifikationsfunktion des mathematischen Beweises wahrnehmen, wurde zwischen Lernenden, die in ihren Themenstudien mindestens zwei Funktionen des Beweises ansprachen und solchen, die höchstens einen Aspekt nannten, unterschieden. Die Ergebnisse sind in Abbildung 12.2.3 dargestellt.

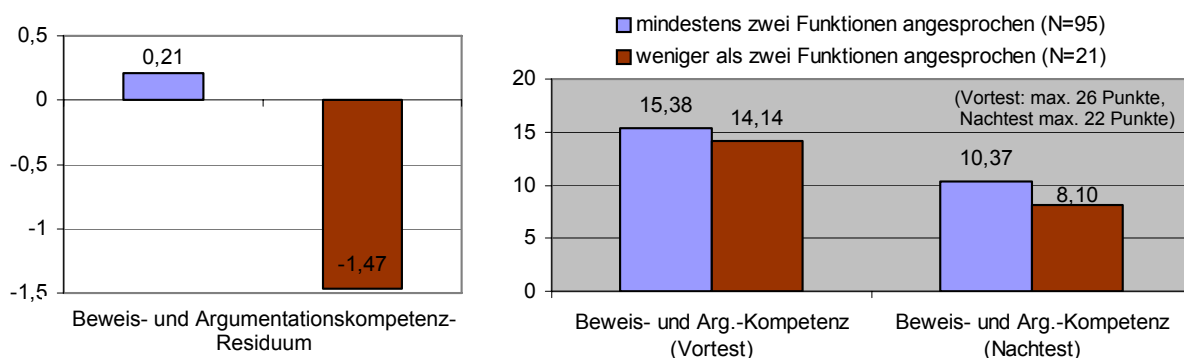


Abb. 12.2.3: Beweiskompetenzentwicklung und Werte in Vor- und Nachttest nach der Anzahl angesprochener Funktionen des Beweises in der Mathematik

Der in Abbildung 12.2.3 dargestellte Unterschied in der Entwicklung der Beweis- und Argumentationskompetenz ist signifikant (T=2,083, df=114, p<0,05; d=0,49). Auch auf der Basis

der dichotomisierten Daten ergibt sich ein signifikanter Unterschied zwischen den Residuenwerten der betrachteten Gruppen ($T=2,105$, $df=114$, $p<0,05$; $d=0,50$). Die Schülerinnen und Schüler, die in ihren Themenstudien mindestens zwei Funktionen des mathematischen Beweises angesprochen hatten, schnitten im Nachtest durchschnittlich um fast eine Teilaufgabe besser ab als die Lernenden, die weniger als zwei Funktionen des Beweises erwähnten.

Zur Kontrolle sind in Abbildung 12.2.3 rechts auch die Beweis- und Argumentationskompetenz-Scores in Vor- und Nachtest dargestellt.

Trotz eines eingangs leicht besseren Abschneidens derjenigen Schülerinnen und Schüler, die mindestens zwei Funktionen des Beweises ansprachen, gibt es keinen signifikanten Unterschied der beiden Gruppen im Vortest. Signifikant unterscheiden sich die beiden Gruppen jedoch in den Nachtest-Scores ($T=2,436$, $df=114$, $p<0,05$; $d=0,53$).

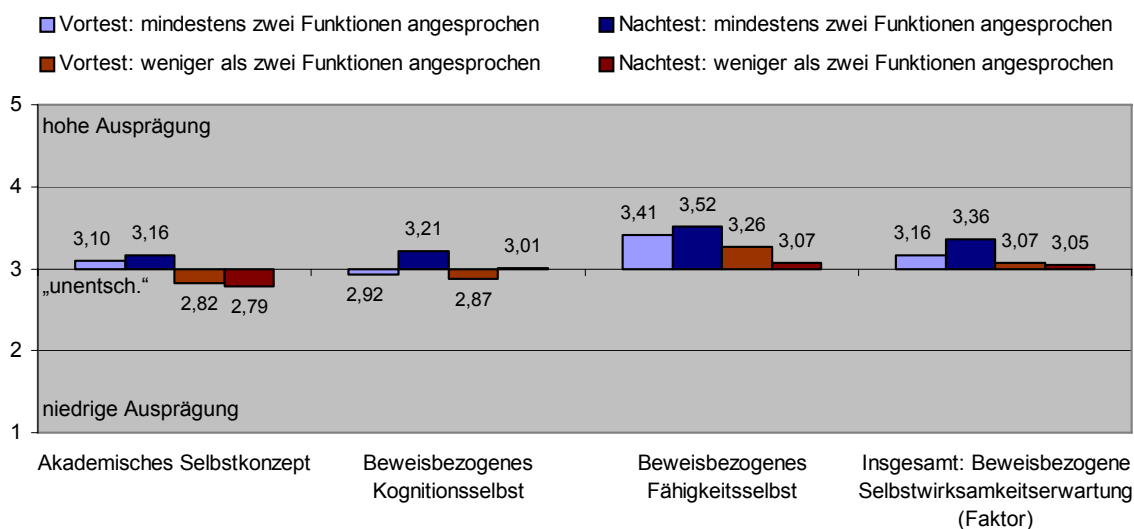


Abb. 12.2.4: Durchschnittliche Werte zu Fähigkeitsselbstkonzepten nach der Anzahl angesprochener Funktionen des Beweises in der Mathematik

Keine signifikanten Unterschiede ergeben sich bei Prädispositionen der beiden Gruppen im motivationalen Bereich (vgl. auch Abb. 12.2.4). Bei der Überprüfung von Vermutung 2b zeigen sich im Nachtest hingegen signifikante Abweichungen beim akademischen Selbstkonzept ($T=2,152$, $df=113$, $p<0,05$; $d=0,38$) und beim beweispezifischen Fähigkeitsselbst ($T=2,071$, $df=113$, $p<0,05$; $d=0,46$).

Betrachtet man die Differenzwerte zwischen Vor- und Nachtest, um Unterschiede in der Entwicklung motivationaler Dispositionen nachzuweisen, so zeigt sich beim beweispezifischen Fähigkeitsselbst eine signifikant unterschiedliche Veränderung ($T=2,162$, $df=113$, $p<0,05$; $d=0,53$): Das beweispezifische Fähigkeitsselbst entwickelt sich für Lernende, die weniger als zwei Funktionen des Beweises ansprechen, sogar rückläufig.

Für Einschätzungen zur Nutzung von Lerngelegenheiten stellt sich über die Betrachtungen zur Anzahl angesprochener Funktionen des Beweises hinaus die Frage, inwiefern die Wahrnehmung *spezifischer* Funktionen als noch aussagekräftigerer Indikator für den Aufbau *neuen* Wissens zu Funktionen des Beweises in den Blick genommen werden könnte.

Eine Funktion, die sich in diesem Sinne zur Untersuchung anbietet, ist die Funktion des *Überzeugens*. Diese von den Themenstudien-Schülerinnen und -Schülern sehr häufig wahrgenommene Funktion wurde von Healy und Hoyles (1998) weitaus seltener beobachtet: Selbst wenn man den Bereich „truth“ vollständig im Sinne der Kategorie „conviction“ auslegen

würde (vgl. die Ausführungen in 7.1.3), so erhielte man noch nicht die über 70% an Schülerinnen und Schülern, die die Funktion des Überzeugens in ihren Themenstudien erwähnten.

Auch vor dem Hintergrund der eingangs in diesem Abschnitt angestellten Überlegungen zur möglicherweise gesteigerten Wahrnehmung der Sinnhaftigkeit des mathematischen Beweises erscheint es sinnvoll, exemplarisch die Funktion des „Überzeugens“ zu betrachten. Diese Funktion ist inhaltlich offenbar auch nahe des interdisziplinären Schnittbereichs hin zum Beweisen im juristischen Bereich anzusiedeln und dürfte damit in ihrer Wahrnehmung oft das Ergebnis von inhaltlichen Verknüpfungsprozessen während der Themenstudienarbeit sein. Diese Sichtweise erscheint auch angesichts der noch etwas höheren Wahrnehmung der Funktion des Überzeugens im außermathematischen Bereich plausibel (vgl. Abb. 12.2.2).

Im Folgenden wird daher die Gruppe derjenigen Lernenden unterschieden, die die Funktion des *Überzeugens* für das mathematische Beweisen ansprechen. Um einen noch stärkeren Indikator dafür zu haben, dass die Schülerinnen und Schüler diese Funktion tatsächlich sahen, wurden nur Äußerungen einbezogen, die im Rating (vgl. Abschnitt 8.2.10, für detailliertere Informationen zum Rating vgl. Linder, 2004; auch Kuntze, 2005f) als Eigenproduktionen eingestuft wurden, d.h. in denen die Lernenden den entsprechenden Zusammenhang mit eigenen Worten so ausdrückten, dass ein bloßes Übernehmen von Inhalten aus den Themenstudienmaterialien ausgeschlossen werden konnte.

In Abbildung 12.2.5 sind die Daten der Beweis- und Argumentationskompetenz für diese Gruppe im Vergleich mit den anderen Lernenden dargestellt.

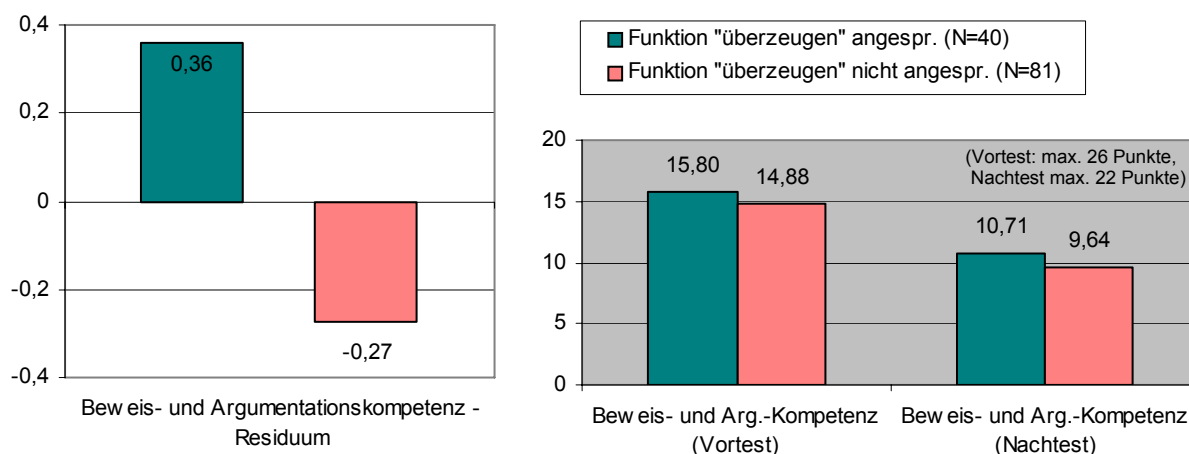


Abb. 12.2.5: Durchschnittliche Werte der Beweis- und Argumentationskompetenz in der Gruppe der Lernenden, die die Funktion *Überzeugen* des mathematischen Beweises zum Ausdruck bringen (als Eigenproduktion)

Bei diesen Daten ergeben sich keine signifikanten Unterschiede. Diejenigen Schülerinnen und Schüler, die das *Überzeugen* als Funktion des Beweises in der Mathematik nannten, verfügten über geringfügig bessere Vor- und Nachtestergebnisse und verbuchten leicht höhere Kompetenzzuwächse (vgl. Abb. 12.2.5).

Daten zur Entwicklung der motivationalen Merkmale der Gruppe, in der das *Überzeugen* als Funktion des Beweises in textlicher Eigenproduktion angesprochen wurde, sind in Abbildung 12.2.6 wiedergegeben. Zum Vergleich werden auch hier die Werte der anderen Schülerinnen und Schüler betrachtet.

Differenzwerte zwischen Vor- und Nachtest

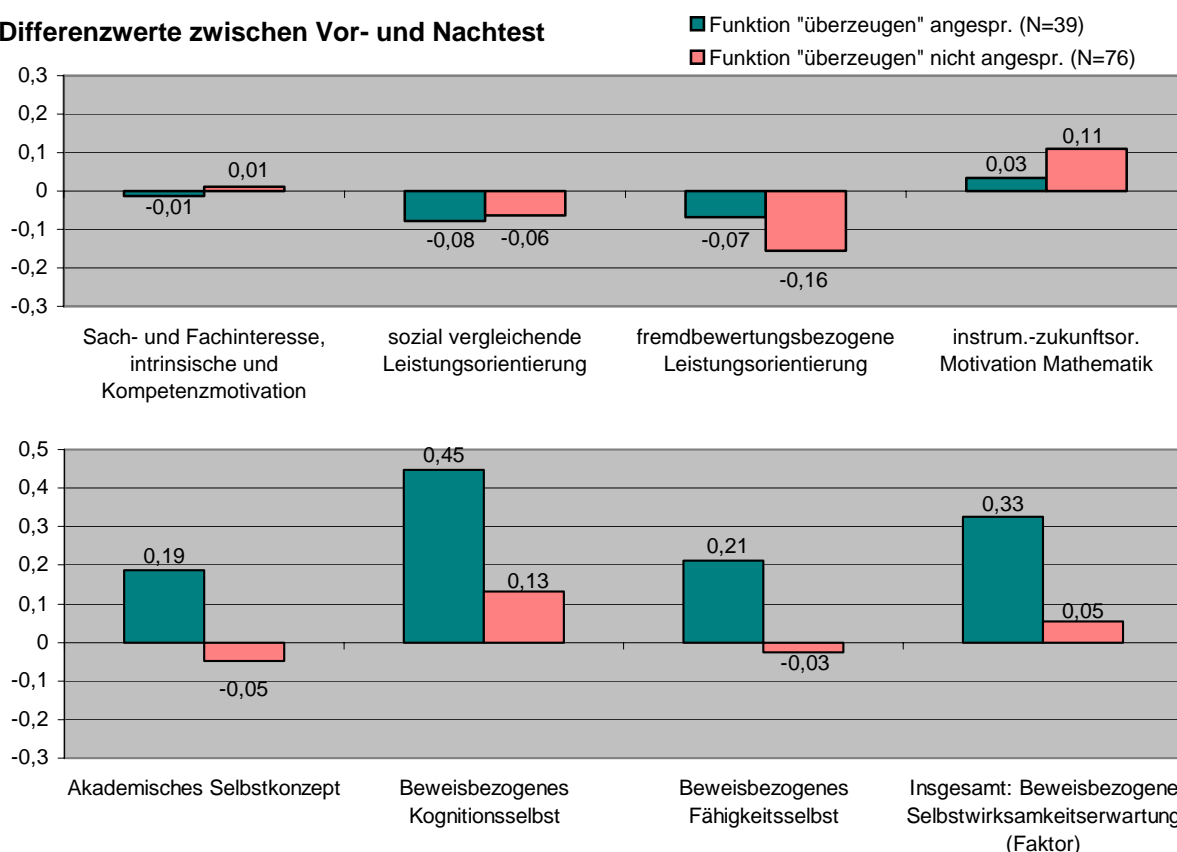


Abb. 12.2.6: Veränderungen motivationaler Dispositionen der Gruppe der Lernenden, die die Funktion „überzeugen“ des mathematischen Beweises zum als Eigenproduktion Ausdruck bringen

Während sich zwischen den beiden Gruppen im Vortest keine signifikanten Unterschiede ergaben, zeigen sich im Nachtest signifikante Unterschiede beim akademischen Selbstkonzept ($T=2,076$; $df=116$; $p<0,05$; $d=0,41$), beim beweisbezogenen Kognitionsselbst ($T=2,021$; $df=116$; $p<0,05$; $d=0,41$) und auch bei der beweisbezogenen Selbstwirksamkeitserwartung insgesamt ($T=2,093$; $df=116$; $p<0,05$; $d=0,40$).

Bei den in Abbildung 12.2.6 dargestellten Differenzwerten unterscheiden sich die beiden betrachteten Gruppen hoch signifikant bei der Zunahme des akademischen Selbstkonzepts ($T=2,898$; $df=113$; $p<0,01$; $d=0,59$), sowie signifikant beim beweisbezogenen Kognitionsselbst ($T=1,983$; $df=113$; $p<0,05$; $d=0,41$), beim beweisbezogenen Fähigkeitsselbst ($T=2,236$; $df=113$; $p<0,05$; $d=0,45$) und dementsprechend auch beim Faktor der beweisbezogenen Selbstwirksamkeitserwartung ($T=2,431$; $df=113$; $p<0,05$; $d=0,51$).

Zusammenfassung

Zur Prüfung von Vermutung 2b aus Abschnitt 7.6 verfolgte die Untersuchung der schriftlichen Themenstudien nach Äußerungen zu Funktionen des Beweises das Ziel, neben dem beweispezifischen Methodenwissen Merkmale der Schülerinnen und Schüler in einem zweiten Bereich des auf das mathematische Beweisen bezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses mit den Variablen der Beweis- und Argumentationskompetenz, der Methodenkompetenz und motivationaler Dispositionen in Verbindung zu bringen.

Insgesamt zeigt sich, dass die vier Funktionen des *Verifizierens*, des *Überzeugens*, des *Reflektierens zugrunde liegender Probleme* und des *Entdeckens bzw. Aufbauens von neuem Wissen* über der 10%-Marke der Nennungen in Themenstudien liegen. Es ist festzustellen, dass das Auftreten von Äußerungen zu Funktionen des außermathematischen Beweisens mit dem mathematikbezogener Äußerungen häufig jeweils zusammenzuhängen scheint.

Im Hinblick auf Vermutung 2b wurden Anzeichen für Zusammenhänge zwischen der Anzahl angesprochener Funktionen des Beweisens und der Steigerung der Beweis- und Argumentationskompetenz sowie der Veränderung motivationaler Dispositionen gefunden.

Eine spezifische Untersuchung zur Funktion des *Überzeugens*, die nach den eingangs geäußerten Überlegungen eine Rolle für die Nutzung von Lerngelegenheiten zum Aufbau neuen Wissens spielen könnte, deckt signifikant stärkere Steigerungen der beweis- und mathematikbezogenen akademischen Selbstkonzepte und Kompetenzgefühle bei denjenigen Lernenden auf, die diese Funktion des Beweisens in Eigenproduktion zum Ausdruck gebracht hatten.

Diskussion

Bei der Auswertung der schriftlichen Themenstudien nach Äußerungen zu Funktionen des Beweisens wurde Evidenz gewonnen, um Vermutung 2b (vgl. Abschnitt 7.6) prüfen zu können, nach der eine stärkere Wahrnehmung von Funktionen des Beweisens, die sich in den Themenstudien niederschlägt, zu größeren Lern- und Motivationszuwächsen führen sollte. Auf der Basis der vorgestellten Ergebnisse konnten signifikante Befunde zur Bestätigung dieser Vermutung gefunden werden.

Eine Schwierigkeit der Untersuchung liegt darin, dass Unterschiede in der Wahrnehmung von Funktionen des Beweisens, die möglicherweise bereits vor der Themenstudienarbeit zwischen den Lernenden bestanden, in der Untersuchung dergestalt interferieren, dass Lernende, die in der Themenstudienarbeit zusätzliches Wissen in diesem Bereich aufbauten, mit solchen zusammengefasst werden mussten, die möglicherweise bereits vorher über ein reichhaltiges beweisbezogenes wissenschaftstheoretisches Grundverständnis verfügten, und evtl. weniger neues Wissen aufbauten. Hier wäre es wünschenswert, in einer Folgeuntersuchung Vor- und Nachtestdaten zu verschiedenen Komponenten des wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses zu erheben, um Einflüsse dieser Wissensbereiche untersuchen zu können. Die Anzahl der angesprochenen Funktionen des Beweisens ist als quantitative Variable, die Wissen zu Funktionen des Beweisens abbilden soll, vielleicht auch deswegen problematisch, weil in ihr die Elaboriertheit des diesbezüglichen Wissens, d.h. seine Qualität, nicht im erwünschten Maße in der Auswertung berücksichtigt werden kann. Insofern erscheinen spezifischer ausgerichtete Untersuchungen erforderlich.

Einen ersten, schlaglichtartigen Hinweis in dieser Richtung geben die Befunde zur Funktion des *Überzeugens* (Abbildungen 12.2.5 und 12.2.6). Auf der Basis der Ergebnisse von Healy und Hoyles (1998) und der in Abbildung 12.2.2 vorgestellten höheren Anzahl an Nennungen zum *Überzeugen* im außermathematischen Bereich erscheint es wahrscheinlich, dass entsprechende Vorstellungen zu Funktionen des mathematischen Beweisens größtenteils innerhalb der Themenstudienarbeit aufgebaut wurden. Dabei könnte insbesondere die fächerübergreifende Auseinandersetzung mit Situationen des Beweisens in verschiedenen gesellschaftlichen Kontexten eine Schlüsselrolle gespielt haben. Da dieser interdisziplinär orientierte und auf das mathematische Beweisen ausgerichtete Wissensaufbau sowohl mit einem möglichen Erlebnis der Lernenden, tragfähige Vorstellungen zum Beweisen gewonnen zu haben, als auch mit der Wahrnehmung gesellschaftlicher Relevanz des Beweisens zusammenhängen könnte, erscheinen die Beobachtungen zu signifikant erhöhten Werten der auf die Mathematik und das Be-

weisen bezogenen Selbstkonzepte der Schülerinnen und Schüler recht plausibel. Insofern könnten die Ergebnisse dergestalt interpretiert werden, dass über die Förderung von Wissensaufbau im Bereich des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses auch motivationale Dispositionen und eventuell auch Komponenten der Beweis- und Argumentationskompetenz positiv beeinflusst werden könnten.

13 Ergebnisse der Untersuchung – Wechselwirkungen mit Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler

Zur Prüfung der Vermutungen 4a bis 4d (vgl. Abschnitt 7.6) werden in diesem Kapitel Ergebnisse dargestellt, die sich auf mögliche Zusammenhänge zwischen Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler und Entwicklungen bei lernendenbezogenen Variablen, insbesondere der Kompetenz- und Motivationsentwicklung, beziehen.

In Abschnitt 13.1 werden Ergebnisse zu Lernvoraussetzungen im Bereich der Beweis- und Argumentationskompetenz untersucht. Abschnitt 13.2 setzt sich mit Lernvoraussetzungen auseinander, die der beweisspezifischen Methodenkompetenz zuzuordnen sind. In Abschnitt 13.3 werden Ergebnisse zu motivationalen Lernvoraussetzungen zusammengestellt. Mögliche Auswirkungen von epistemologischen Beliefs der Lernenden als Prädispositionen für Lernprozesse in der Themenstudienarbeit werden in Abschnitt 13.4 betrachtet.

13.1 Lernvoraussetzungen im Bereich der Beweis- und Argumentationskompetenz

In Abschnitt 7.6 war auf der Basis von Erkenntnissen zu ATI-Effekten Vermutung 4a aufgestellt worden, nach der leistungstärkere Schülerinnen und Schüler mehr von der Themenstudienarbeit profitieren müssten als leistungsschwächere Lernende. Demnach sollten unsicherheitsorientierte Lernende mit höheren schulleistungsbezogenen Lernvoraussetzungen die Lernangebote besser nutzen können als sicherheitsorientierte Schülerinnen und Schüler, die ihrerseits in stärker instruktional geprägten Lernarrangements höhere Lernzuwächse erzielen müssten. Um diese Vermutung prüfen zu können, wird die Gruppe der Themenstudien-Schülerinnen und -Schüler auch mit der Referenzgruppe verglichen, in der die eher instruktional geprägten heuristischen Lösungsbeispiele bearbeitet wurden.

Für einen ersten Überblick über die Entwicklung der Beweis- und Argumentationskompetenz wurden für die beiden Experimentalgruppen jeweils getrennt Regressionsgeraden berechnet. Die Korrelationen zwischen Vor- und Nachtest liegen für die Gruppe der Themenstudien-Schülerinnen und -Schüler ($N_1=121$) bei $0,500^{**}$, für die Referenzgruppe bei $0,579^{**}$ ($N_2=111$) (**: zweiseitig hoch signifikant). Es ergibt sich also für die Themenstudienarbeit ein etwas geringerer Zusammenhang als für die heuristischen Lösungsbeispiele. Die Regressionsgeraden für beide Lernumgebungen sind in Abbildung 13.1.1 dargestellt. Im Streudiagramm wurde das Punktegesamtscore im Nachtest gegen das Vortestergebnis aufgetragen.

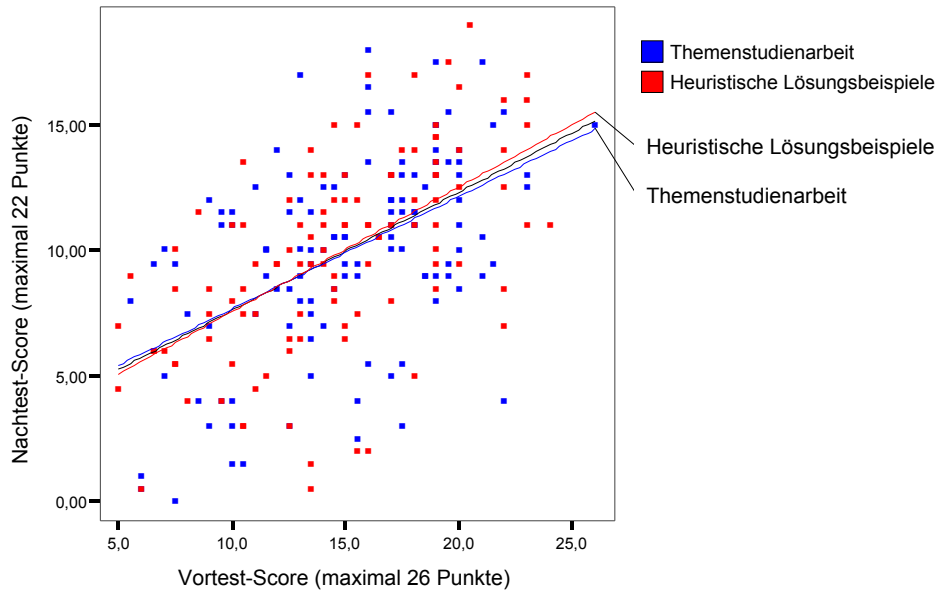


Abb. 13.1.1: Vortest-Nachtest-Regressionsgeraden zur Beweiskompetenz

Themenstudienarbeit					Heuristische Lösungsbeispiele						
Modell	Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten	T	Signifikanz	Modell	Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten	T	Signifikanz
	B	Standardfehler	Beta				B	Standardfehler	Beta		
1 (Konstante)	3,190	1,125		2,836	,005	1 (Konstante)	2,596	1,027		2,528	,013
SCORE	,448	,071	,500	6,292	,000	SCORE	,497	,067	,579	7,408	,000
a. Abhängige Variable: NSCORE						a. Abhängige Variable: NSCORE					

Themenstudienarbeit (ohne Klasse H)					
Modell	Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten	T	Signifikanz
	B	Standardfehler	Beta		
1 (Konstante)	4,508	1,227		3,673	,000
SCORE	,388	,076	,466	5,105	,000
a. Abhängige Variable: NSCORE					

Tab. 13.1.1: Kennwerte aus getrennten Regressionsanalysen für die Experimentalgruppen

Insgesamt ist in Abb. 13.1.1 festzustellen, dass die Regressionsgerade für die Themenstudienarbeit nicht steiler zu verlaufen scheint als die Gerade für die heuristischen Lösungsbeispiele. Dies bedeutet, dass leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler, die in Themenstudienarbeit gelernt hatten, im Hinblick auf die Beweis- und Argumentationskompetenz entgegen der Erwartung eher geringfügig weniger stark profitierten als in der stärker instruktional geprägten Referenz-Lernumgebung. Umgekehrt scheint es unterdurchschnittlich leistungsfähigen Lernenden mit der Themenstudienarbeit gelungen zu sein, ihre Beweis- und Argumentationskompetenz im Mittel geringfügig stärker zu steigern als beim Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen. Ein zur Erwartung sogar eher entgegengesetzter ATI-Effekt deutet sich an, sofern man Klasse H mit ihren problematischen Implementationsbedingungen nicht in die Auswertung einschließt (vgl. Tab. 13.1.1 unten): Die Regressionsgerade für die Themenstudienarbeit verläuft dann noch flacher, und aus Tabelle 13.1.1 geht für den Vergleich der Themenstudienarbeit mit der instruktionaler geprägten Referenz-Lernumgebung in diesem Falle hervor, dass die nicht standardisierten Koeffizientenwerte der Regressionsgeraden jeweils außerhalb der Standardfehlermarge um die Werte der jeweils anderen Schülergruppe liegen.

Zur Kontrolle auf mögliche Klasseneffekte bei diesen sich abzeichnenden Zusammenhängen wurden auch klassenweise Näherungsgeraden bestimmt, die in den Streudiagrammen in Abbildung 13.1.2 eingezeichnet wurden. Die Werte der Koeffizienten der Geraden und ihre Standardfehler können Abbildung 13.1.3 entnommen werden.

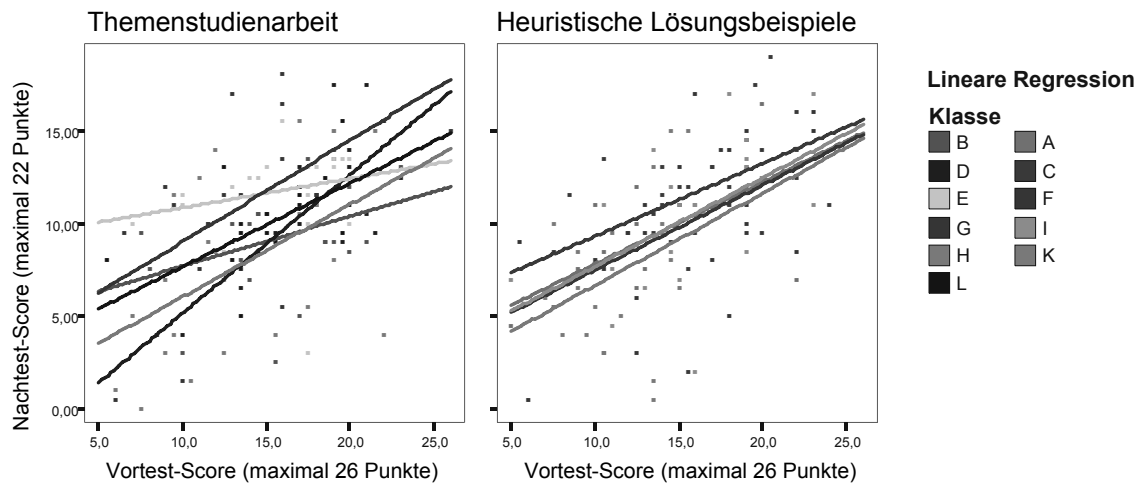


Abb. 13.1.2: Regressionsgeraden zwischen Vor- und Nachtestpunktescore (klassenbezogen)

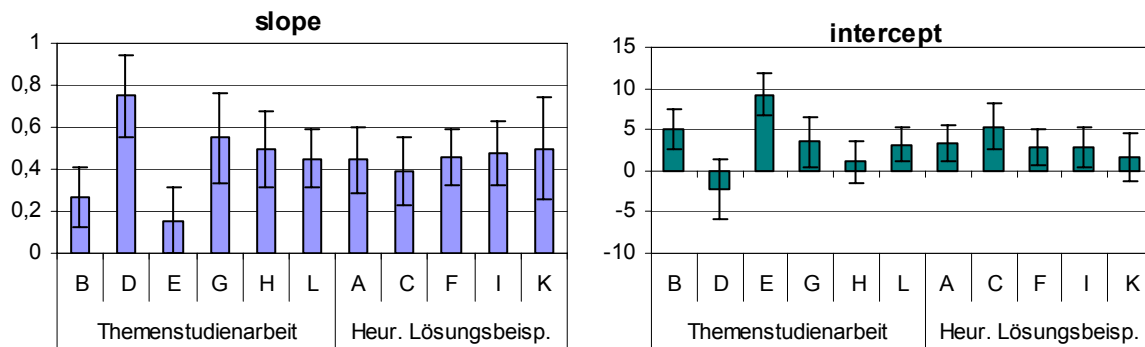


Abb. 13.1.3: Steigungskoeffizienten (slope) und Achsenabschnittswerte (intercept) nach Klassen mit Standardfehlerbalken

In den Abbildungen 13.1.2 und 13.1.3 zeigen sich bei der Themenstudienarbeit Anzeichen für Klassenunterschiede in den Zusammenhängen zwischen Vor- und Nachtestergebnis der Beweis- und Argumentationskompetenz. Demgegenüber streuen die Regressionsgeraden in der Referenzgruppe nur sehr gering. Beispielsweise zeigen sich zwischen den Themenstudien-Klassen D und E (vgl. auch B) recht unterschiedliche Verläufe, deren Abweichungen angesichts der Standardfehler der Geradenkoeffizienten ins Auge fallen.

Wegen der Schwankungen zwischen Klassen werden die Befunde von Abb. 13.1.1 zusätzlich anhand einer auf Leistungsdrittelgruppen (vgl. Kapitel 10) bezogenen Auswertung geprüft.

In Tabelle 13.1.2 zeigen sich bei den auf die Gesamtstichprobe bezogenen Residuen nach Leistungsdritteln geringe Unterschiede, die den in Abbildung 13.1.1 gemachten Beobachtungen im Wesentlichen entsprechen: Während die Schülerinnen und Schüler des unteren Leistungsdrittels bei der Themenstudienarbeit im Nachtest-Punktescore im Mittel geringfügig überdurchschnittlich abschnitten, entwickelte sich das mittlere Leistungsdrittel eher durchschnittlich und das obere Leistungsdrittel leicht unterdurchschnittlich. Für die Residuen auf der Basis der dichotomisierten Daten zeigt sich kein linear deutbarer Befund. Bei den heuristischen Lösungsbeispielen profitierte das obere Leistungsdrittel im Mittel geringfügig überdurchschnittlich, während das untere Leistungsdrittel eine eher unterdurchschnittliche Leistungsentwicklung zeigte.

		Themenstudienarbeit		Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen	
Leistungsdrittel (Vortest)		Residuum auf der Basis der Punktescores	Residuum Basis: dichotomisierte Daten	Residuum auf der Basis der Punktescores	Residuum Basis: dichotomisierte Daten
unteres Leistungsdrittel (1)	Mittelwert	0,2032138	-0,0407247	-0,2112770	-0,0329898
	N	39	39	41	41
	Standardabw. Std. d. Mw.	3,82285172 0,61214619	0,16359604 0,02619633	2,77024766 0,43264000	0,13629575 0,02128582
mittleres Leistungsdrittel (2)	Mittelwert	0,0798677	0,0253451	0,0062970	0,0102159
	N	37	37	37	37
	Standardabw. Std. d. Mw.	3,29008396 0,54088647	0,16287582 0,02677662	3,73399856 0,61386558	0,15824997 0,02601613
oberes Leistungsdrittel (3)	Mittelwert	-0,4153597	-0,0084425	0,4921247	0,0607576
	N	45	45	33	33
	Standardabw. Std. d. Mw.	3,06381108 0,45672599	0,17914019 0,02670464	3,23304589 0,56280105	0,15791303 0,02748913
Insgesamt	Mittelwert	-,0645516	-,0085158	0,0703671	0,0092830
	N	121	121	111	111
	Standardabw. Std. d. Mw.	3,37534951 ,30684996	,16997406 ,01545219	3,23709553 0,30725151	0,15383925 0,01460178

Tab. 13.1.2: Durchschnittliche Residuen (bezogen auf beide Experimentalgruppen) nach Leistungsdritteln

Ein Scheffé-Test zum Vergleich der Leistungsdrittel innerhalb der Themenstudienarbeit liefert keine signifikanten Unterschiede zwischen den Leistungsdrittelgruppen, es ist also auf diese Weise kein ATI-Effekt nachweisbar. Bei den heuristischen Lösungsbeispielen werden die Unterschiede zwischen unterem und oberem Leistungsdrittel in einem Scheffé-Test für das Residuum auf der Basis der dichotomisierten Daten signifikant, hier sind also Anzeichen für einen ATI-Effekt vorhanden.

Die Unterschiede bei den Gegenüberstellungen jeweils entsprechender Leistungsdrittel-Gruppen zwischen den beiden Lernumgebungen sind nicht signifikant. Hier wirkt sich möglicherweise aus, dass die Probandenzahlen in den einzelnen Zellen und auch die absoluten Unterschiede nicht sehr groß sind.

Wanderungen zwischen Leistungsdritteln

Um für Schülerinnen und Schüler mit unterschiedlichen Prädispositionen im Vortest einen weiteren Überblick über die Entwicklung der Beweis- und Argumentationskompetenz in den beiden Experimentalgruppen zu erlangen, wurde außerdem untersucht, welche Anteile an Lernenden eines Vortest-Leistungsdrittels im Nachtest dem gleichen oder einem anderen Leistungsdrittel angehörten.

Zwischen den Leistungsdritteln in Vor- und Nachtest ergeben sich die in Abbildung 13.1.4 dargestellten Wanderungen. Dargestellt wird, welche Anteile der Lernenden der drei Vortest-Leistungsdrittel im Nachtest in jeweilige Nachtest-Leistungsdrittel fielen. Beispielsweise waren 51,3% der Lernenden der Themenstudien-Gruppe, die im Vortest zum unteren Leistungsdrittel gehörten, im Nachtest ebenfalls im unteren Leistungsdrittel zu finden, während 33,3% der Lernenden des unteren Leistungsdrittels im Nachtest das mittlere Leistungsdrittel erreichten, etc.

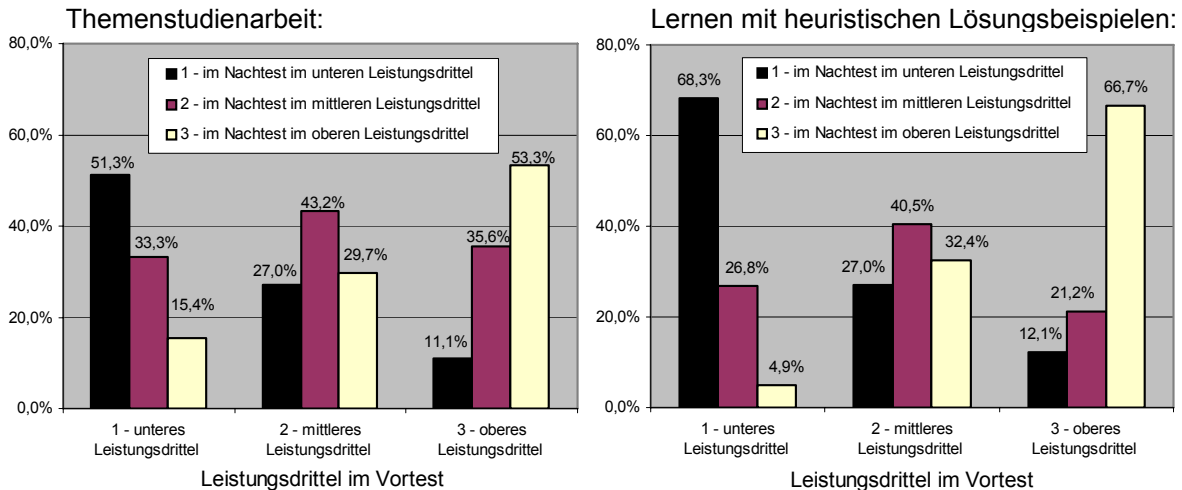


Abb. 13.1.4: Wanderungen zwischen Leistungsdritteln zwischen Vor- und Nachtest (Leistungsdrittel bezogen auf alle Lernenden, Prozentwerte bezogen auf die Anzahl der Schülerinnen und Schüler in Vortest-Leistungsdritteln)

Offenbar ergeben sich bei der Themenstudienarbeit etwas stärkere Fluktuationen in beide Richtungen als beim „Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen“. So konnten bei der Themenstudienarbeit knapp die Hälfte der Schülerinnen und Schüler des unteren Leistungsdrittels in höhere Leistungsdrittel aufsteigen. Insgesamt stiegen bei der Themenstudienarbeit mehr Probanden vom unteren in das mittlere oder obere Leistungsdrittel auf als von diesen Dritteln in das untere Leistungsdrittel abstiegen. Nur aus dem oberen Leistungsdrittel stiegen mehr Lernende in das mittlere Leistungsdrittel ab als von dort aufstiegen.

Bei den Schülerinnen und Schülern, die mit heuristischen Lösungsbeispielen gelernt hatten, zeigen sich im unteren und im oberen Leistungsdrittel mit jeweils über zwei Dritteln vergleichsweise hohe Anteile an Lernenden, die in diesen einander entgegengesetzten Leistungsdritteln verharren.

Zur Kontrolle wurde ergänzend ausgewertet, inwiefern Prädispositionen im Bereich von Interesse, Motivation und Fähigkeitsselbstkonzepten über die Leistungsdrittel hinweg asymmetrisch zwischen den Experimentalgruppen verteilt sein könnten, was zur Erklärung der berichteten Befunde hätte beitragen können. In diesem Bereich konnten jedoch im Vergleich der Leistungsdrittel keine wesentlichen Unterschiede beobachtet werden.

Eine weitere Auswertung zu Vermutung 4a betrifft das beweispezifische Methodenwissen, im Zusammenhang mit der Beweiskompetenz. In Abbildung 13.1.5 sind die Prädispositionen und die Nachtestergebnisse nach Beweiskompetenz-Leistungsdritteln aufgeschlüsselt.

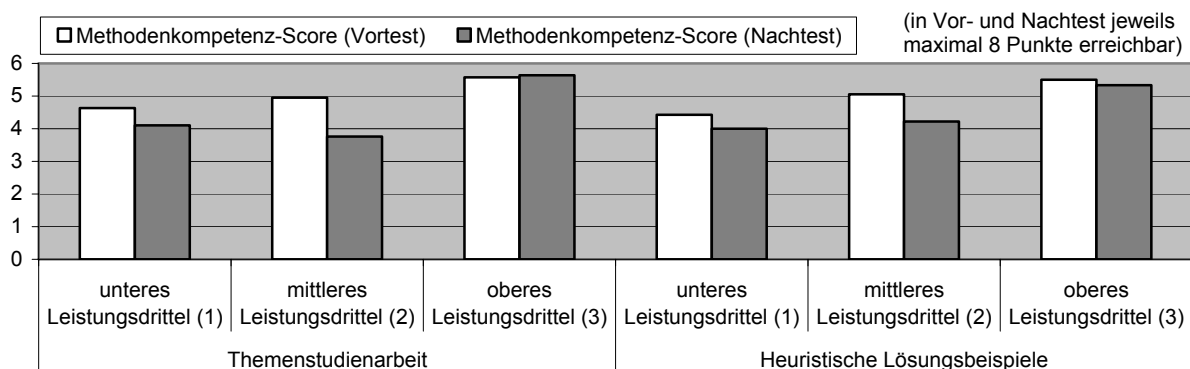


Abb. 13.1.5: Beweisspezifische Methodenkompetenz nach Leistungsdritteln

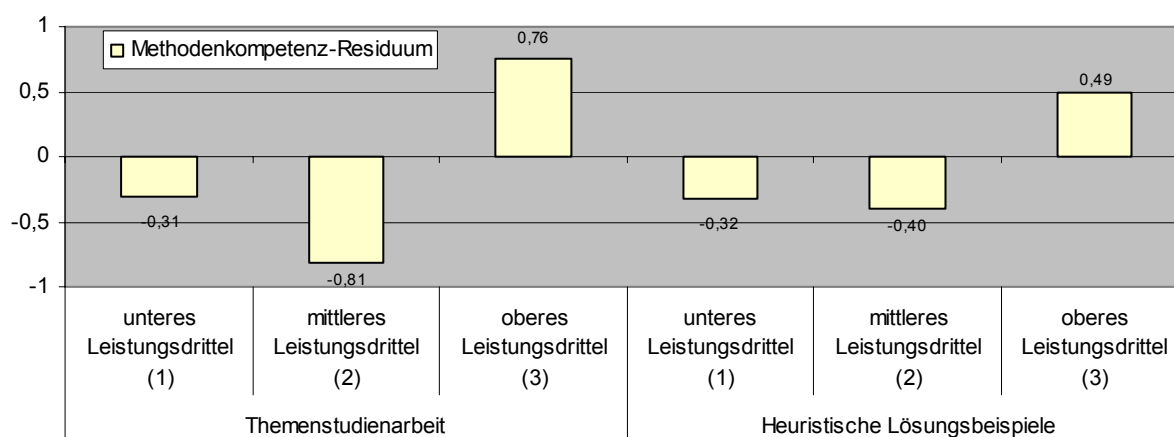


Abb. 13.1.6: Entwicklung der Methodenkompetenz nach Leistungsdritteln

Zu Abbildung 13.1.5 zeigt sich zwischen den beiden Experimentalgruppen beim paarweisen Vergleich der entsprechenden Leistungsdritteln im t-Test kein signifikanter Unterschied. Die Abweichungen der Prädispositionen zwischen den Leistungsdritteln jeweils innerhalb der beiden Experimentalgruppen sind ebenfalls nicht signifikant (Scheffé-Tests).

Bei der in Abbildung 13.1.6 dargestellten Entwicklung der Methodenkompetenz ergibt sich bei der Themenstudienarbeit ein punktuell Anzeichen für einen ATI-Effekt: Im Scheffé-Test zeigt sich ein signifikanter Unterschied zwischen dem mittleren und dem oberen Leistungsdrittel ($p < 0,05$). Auch die Nachtstergenergebnisse dieser beiden Dritteln weichen im Scheffé-Test (hoch) signifikant voneinander ab ($p < 0,01$).

Bei den heuristischen Lösungsbeispielen zeigen sich keine signifikanten Unterschiede zwischen den Leistungsdritteln.

Zusammenfassung

Vermutung 4a, nach der leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler in der Themenstudienarbeit im Mittel weniger stark profitieren sollten als leistungsstärkere Lernende, konnte für die Entwicklung der Beweis- und Argumentationskompetenz auf der Basis der Auswertung von Regressionskoeffizienten, Residuenmittelwerten und Beobachtungen zu Wanderungen zwischen Leistungsdritteln nicht bestätigt werden. Vergleiche zur Referenzgruppe der Lernenden, die mit den eher instruktionistisch geprägten heuristischen Lösungsbeispielen arbeiteten, deuten darauf hin, dass ATI-Effekte der in Abschnitt 7.6 erwarteten Art bei der Themenstudienarbeit nicht nur ausblieben, sondern möglicherweise in umgekehrter Richtung vorhanden sein könnten.

Während sich bei motivationalen Dispositionen der Lernenden in Abhängigkeit von Leistungsdritteln der Beweis- und Argumentationskompetenz keine Hinweise auf ATI-Effekte zeigen, scheint sich ein ATI-Effekt der in Vermutung 4a (Abschnitt 7.6) beschriebenen Art höchstens für die Entwicklung der beweispezifischen Methodenkompetenz abzuzeichnen.

Diskussion

Wie in Kapitel 6 ausgeführt wurde, wurde die Themenstudienmethode zunächst in Kontexten der Förderung besonders begabter Schülerinnen und Schüler eingesetzt. Nach den Überlegungen in den Kapiteln 4, 5 und auch 6 entspricht die Themenstudienarbeit insbesondere Anforderungen an Lernumgebungen, die den Lernbedürfnissen unsicherheitsorientierter Lerner mit

hohen Kompetenzwerten entgegenkommen (vgl. Corno & Snow, 1986; Kuntze, 2002b). Nach den Gedanken vorangegangener Kapitel müssten umgekehrt sicherheitsorientierte Lernende mit niedrigeren Kompetenzwerten stärker als Lernende mit hohen Eingangsvoraussetzungen von den instruktional stark strukturierten und eher kleinschrittig organisierten heuristischen Lösungsbeispielen profitieren können. Ein ATI-Effekt wurde für die Themenstudie auch deshalb vermutet, weil die Verfügbarkeit von Vorwissen für den weiteren Kompetenzaufbau eine wesentliche Rolle spielen dürfte.

Die oben zusammengestellten Befunde sprechen aber offenbar größtenteils eine andere Sprache. Die in Abschnitt 7.6 aufgestellte Vermutung 4a, dass in der Themenstudienarbeit leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler mehr als leistungsschwächere profitieren, konnte nicht bestätigt werden. Im Gegenteil scheinen Lernende mit ungünstigeren Ausgangsvoraussetzungen etwas stärker zu profitieren als Schülerinnen und Schüler mit höheren Vortest-Kompetenzwerten. Ob es sich dabei möglicherweise lediglich um einen Regressionseffekt handelt, ist schwer zu klären. Jedenfalls ergeben sich für die heuristischen Lösungsbeispiele in der Referenzgruppe trotz des ausgeprägten instruktionalen Gerüsts und Elementen der Wiederholung von Geometriewissen Anzeichen für einen ATI-Effekt, wie er in Abschnitt 7.6 für die Themenstudienarbeit erwartet wurde.

Es ist daher wahrscheinlich, dass für den Wissensaufbau in der Themenstudienarbeit das Vorwissen im Bereich der Beweis- und Argumentationskompetenz weniger wichtig gewesen sein könnte als für das Lernen der Referenzgruppe. Möglicherweise wurden bei der Themenstudienarbeit durch Lerngelegenheiten, die für die Schülerinnen und Schüler eher ungewohnt waren, „die Karten stärker neu gemischt“. Es könnte sein, dass in der Themenstudienarbeit Möglichkeiten für neue Zugänge zum Thema „Beweisen“ enthalten waren, die auch von Lernenden mit geringeren Eingangsvoraussetzungen genutzt werden konnten. Dies könnte sich im Leistungsbereich ausgewirkt haben.

Hierzu ist auch anzusprechen, dass sich bei der Beweiskompetenz der Zusammenhang zwischen Eingangsvoraussetzungen und Nachtest-Scores im Vergleich zwischen den Klassen für die Themenstudienarbeit inhomogener darstellte als für die Referenzgruppe (vgl. Abb. 13.1.2 und 13.1.3). Dies könnte darauf zurückzuführen sein, dass sich bei der Themenstudienarbeit möglicherweise Randbedingungen der Umsetzung dieser Lernumgebung deutlicher auf die Nutzung von Lerngelegenheiten und die Bedeutung von Vorwissen ausgewirkt haben könnten, als dies bei stärker instruktional geprägten Unterrichtsarrangements wie dem Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen der Fall ist. Zur Identifizierung solcher wesentlicher Randbedingungen und möglicher zugrunde liegender Wirkungsgefüge ergibt sich zusätzlicher Untersuchungsbedarf, der auch über die in Kapitel 14 berichteten Aspekte hinausgehen sollte.

Als prinzipielle Erklärungsmöglichkeit für die in diesem Abschnitt vorgestellten Ergebnisse zu Lernvoraussetzungen im Bereich der Beweiskompetenz waren zur Kontrolle auch motivationale Prädispositionen der Leistungsdrittel untersucht worden. Was diese Prädispositionen angeht, so sind jedoch keine Asymmetrien zwischen den Experimentalgruppen erkennbar. Weder das Ausbleiben des erwarteten ATI-Effekts hinsichtlich der Beweis- und Argumentationskompetenz bei der Themenstudienarbeit noch der ATI-Effekt bei den heuristischen Lösungsbeispielen scheint also auf unterschiedliche motivationale Voraussetzungen oder Auswirkungen der Lernumgebung im motivationalen Bereich zurückzuführen zu sein.

Für die Lernvoraussetzungen in Bereich der Beweis- und Argumentationskompetenz erscheint das Ergebnis interessant, dass bei der Themenstudienarbeit möglicherweise eine ausreichende Beweiskompetenz für überdurchschnittliche Zuwächse der beweispezifischen Methodenkompetenz notwendig sein könnte. Nur das obere Leistungsdrittel verbuchte in beiden Lernumgebungen im Mittel überdurchschnittliche Methodenkompetenzentwicklungen. Dieser Zuwachs unterscheidet sich bei der Themenstudienarbeit signifikant von der Entwicklung des

mittleren Leistungsdrittels. Dieser Befund zum beweisbezogenen Methodenwissen kann also für diesen Bereich des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses als vorsichtig zu bewertendes mögliches Anzeichen für einen ATI-Effekt der erwarteten Art interpretiert werden.

Inwiefern darüber hinaus auch Prädispositionen im Bereich des Methodenwissens selbst für Methodenkompetenz-Zuwächse von Bedeutung sein könnten, wird im folgenden Abschnitt untersucht werden.

13.2 Lernvoraussetzungen im Bereich der beweispezifischen Methodenkompetenz

In diesem Abschnitt wird entsprechend Vermutung 4b in Abschnitt 7.6. untersucht, inwiefern Lernende mit besseren Prädispositionen im Bereich des beweisbezogenen Methodenwissens die Lernangebote besser zur Steigerung ihrer beweispezifischen Methodenkompetenz und ihrer Beweis- und Argumentationskompetenz nutzen können.

Um einen ersten Überblick über die Entwicklung der beweispezifischen Methodenkompetenz in Abhängigkeit von Prädispositionen in diesem Bereich zu gewinnen, wurde versucht, die Lernenden nach den Methodenkompetenz-Vortest-Werten in Drittel einzuteilen. Da die Punktwerte des Tests diskret sind, weist das obere „Drittel“ weniger Probanden auf als das mittlere und untere „Drittel“. Für die Methodenkompetenz-Residuen dieser Untergruppen sind in Abbildung 13.2.1 Mittelwerte dargestellt.

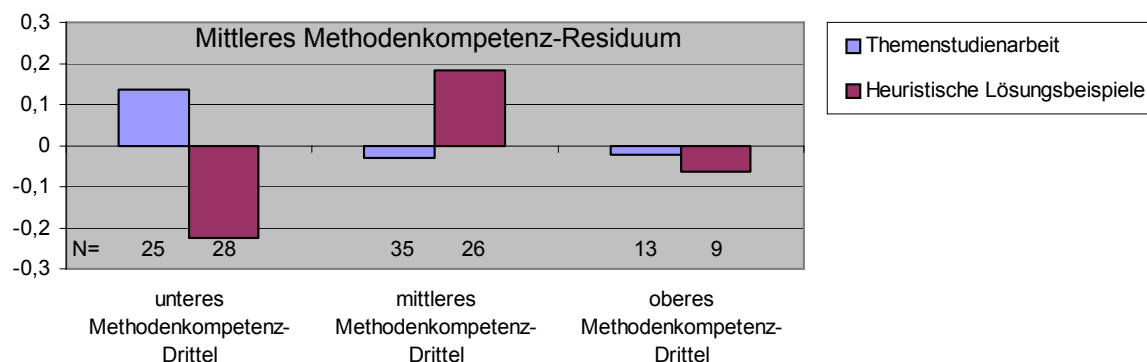


Abb. 13.2.1: Mittleres Methodenkompetenz-Residuum für Drittelungen nach den Methodenkompetenz-Vortestwerten

Unterschiede, die auf einen ATI-Effekt der erwarteten Art hindeuten könnten, sind offenbar bei beiden Experimentalgruppen eher nicht auszumachen.

Einen weiteren Hinweis darauf, dass die Methodenkompetenz-Residuen eher wenig von den entsprechenden Prädispositionen der Lernenden, d.h. von den Vortestergebnissen abzuhängen scheinen, gibt der Befund, dass diese beiden Variablen für beide Experimentalgruppen nicht korrelieren.

Um zu untersuchen, inwiefern die beweisbezogene Methodenkompetenz als Prädisposition mit der Beweis- und Argumentationskompetenz und insbesondere ihrer Entwicklung zusammenhängt, wurden die Korrelationen in Tabelle 13.2.1 berechnet.

Korrelation (Pearson) des Methodenkompetenz-Score im Vortest mit:	Themenstudienarbeit (N=73)	Heuristische Lösungsbeispiele (N=63)
Beweis- und Argumentationskompetenz (Vortest)	(,240*)	(,290*)
Beweis- und Argumentationskompetenz (Nachtest)	,360**	(,258*)

* : $p < 0,05$ **: $p < 0,01$ Nicht signifikante Korrelationen ausgeblendet
Werte in Klammern nach Bonferoni-Korrektur nicht mehr signifikant

Tab. 13.2.1: Korrelationen zwischen Methodenwissen und Beweiskompetenz

In Tabelle 13.2.1 zeigt sich, dass Prädispositionen im Bereich des beweispezifischen Methodenwissens mit der Beweis- und Argumentationskompetenz zum Zeitpunkt des Vortests möglicherweise schwach korrelieren. Während sich dieser Zusammenhang in der Referenzgruppe zum Nachtest hin eher noch abschwächt, verstärkt er sich für die Themenstudienarbeit weiter, so dass sich im Nachtest auch nach einer Bonferoni-Korrektur (vgl. Bortz, 1999) eine hoch signifikante Korrelation ergibt ($p < 0,01$). Eine ergänzende Auswertung ergibt, dass bei der Themenstudienarbeit das Residuum der Beweis- und Argumentationskompetenz mit dem Vortestergebnis der beweisbezogenen Methodenkompetenz schwach korreliert ($0,251^*$, Korrelation zweiseitig signifikant mit $p < 0,05$). Dies bedeutet, dass etwa Lernende mit anfänglich ausgeprägterem Methodenwissen im Mittel eine eher überdurchschnittliche Leistungsentwicklung bei der Beweiskompetenz verzeichneten.

Zusammenfassung:

Insgesamt geben diese Ergebnisse Hinweise darauf, dass der Zusammenhang zwischen Prädispositionen der beweispezifischen Methodenkompetenz und deren Entwicklung zum Nachtest hin anders als erwartet eher gering ist: Das Methodenkompetenz-Residuum zeigt keine Korrelation zum Vortestergebnis.

Prädispositionen der Methodenkompetenz korrelieren in der Referenzgruppe eher nicht mit der Zunahme der Beweis- und Argumentationskompetenz, während bei der Themenstudien-Schülerinnen und -Schüler Anzeichen für einen positiven Zusammenhang vorhanden sind.

Diskussion:

Zunächst ist festzuhalten, dass sich ein ATI-Effekt im Sinne von Vermutung 4b (Abschnitt 7.6) nicht zeigt.

Die Befunde zur Bedeutung von Prädispositionen im Bereich des Methodenwissens für die Entwicklung von Beweiskompetenz könnten möglicherweise dahingehend interpretiert werden, dass die Treatments in den beiden Experimentalgruppen unterschiedliche Angriffspunkte hatten: Nach der Konzeption der Lernumgebung ist es plausibel, dass in der Themenstudienarbeit möglicherweise insbesondere verständnisvolles Lernen im Bereich des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses angeregt wurde. Dies könnte entsprechend gemäßigt-konstruktivistischer Vorstellungen vom Lernen zur Folge gehabt haben, dass die Lernenden verstärkt auf ihr diesbezügliches Vorwissen, d.h. auch auf ihre Prädispositionen im Bereich des beweispezifischen Methodenwissens aufbauten. Das neu aufgebaute Wissen zum beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnis könnte sich bei der Themenstudienarbeit auf die Beweis- und Argumentationskompetenz ausgewirkt haben.

Bei den heuristischen Lösungsbeispielen, in denen gezielt Beweisaufgabenlösekompetenzen vermittelt werden sollten, könnte andererseits Vorwissen in diesem Bereich eine stärkere Rolle gespielt haben als Wissen im Bereich von beweispezifischer Methodenkompetenz.

13.3 Lernvoraussetzungen im Bereich motivationaler Dispositionen

Nach den Ausführungen in den Abschnitten 1.4.4 und 7.2.7 dürften auch Lernvoraussetzungen im Bereich von Interesse, Motivation und Fähigkeitsselbstkonzepten für das Lernen in den erprobten Lernumgebungen von Bedeutung sein. Zu untersuchen ist die Vermutung 4c aus Abschnitt 7.6, dass Lernende mit besseren motivationalen Eingangsvoraussetzungen größere Lernzuwächse verbuchen.

Die zum Zeitpunkt des Vortests erfragten Variablen motivationaler Prädispositionen (vgl. Kapitel 12) zeigen untereinander beinahe durchweg hoch signifikante positive korrelative Zusammenhänge. Um angesichts dieser zahlreichen Korrelationen zwischen den motivationalen Variablen einen Überblick über die Struktur der Zusammenhänge zu gewinnen, wurden die Variablen auf der Basis einer Faktorenanalyse mit zwei Faktoren in Ladungsdiagrammen dargestellt (vgl. Abb. 13.3.1).

Es ist zu beobachten, dass bei den motivationalen Eingangsvoraussetzungen die sozial vergleichende und die fremdbewertungsbezogene Leistungsmotivation gemeinsam mit der instr. zukunftsorientierten Motivation bei beiden Experimentalgruppen eine erste Komponente bilden. Die Variablen des akademischen Selbstkonzepts im Fach Mathematik, das beweisbezogene Kognitions- und Fähigkeitsselbst machen zusammen mit dem „benachbart“ liegenden Sach- und Fachinteresse eine zweite Komponente aus.

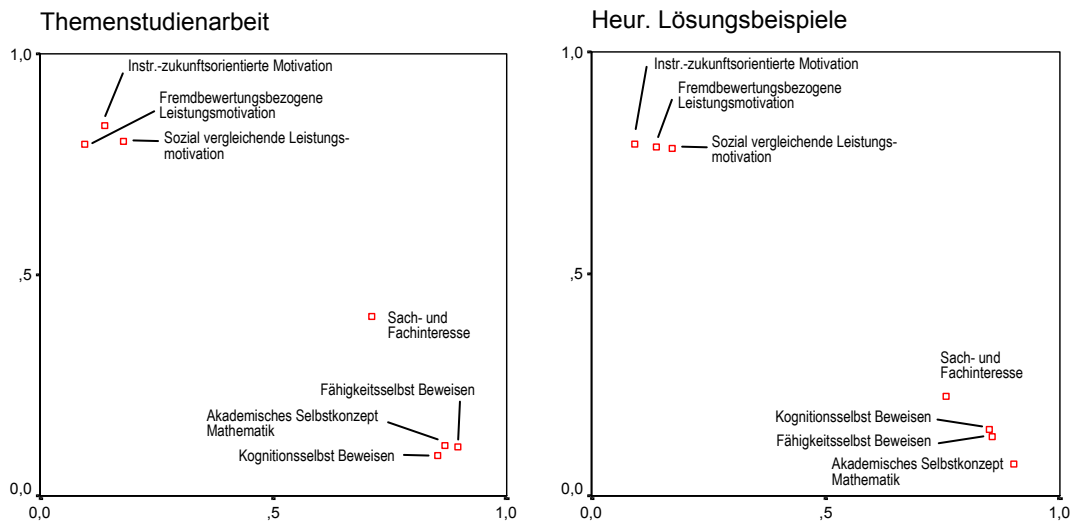


Abb. 13.3.1: Ladungsdiagramme für motivationale Prädispositionen (Komponentendiagramme im rotierten Raum)

Um die mögliche Bedeutung motivationaler Prädispositionen für Beweiskompetenz, Methodenkompetenz sowie für deren Entwicklung zu erkunden, wurden Korrelationen berechnet, die im Folgenden besprochen werden.

	Akademisches Selbstkonzept	Sach- und Fachinteresse	Sozial vergl. Leistungsor.	Fremdbewbez. Leistungsor.	Instr. zukunftsor. Motivation	Beweisspezifisches Kognitionsselbst	Beweisspezifisches Fähigkeitsselbst	Beweisspezifische Selbstwirksamkeitserwartung (Faktor)
Themenstudienarbeit (N=116)								
Beweiskompetenz-Score (Vortest)	,370**	(,213*)					(,277**)	(,231*)
Beweiskompetenz-Score (Nachtest)	,539**	,357**	(,254**)	(,191*)	(,249**)	,317**	,505**	,439**
Beweiskompetenz-Residuum	,389**	(,277**)	(,267**)	,307**	,375**	(,266**)	,408**	,361**
Heuristische Lösungsbeispiele (N=104)								
Beweiskompetenz-Score (Vortest)	(,304**)	(,242*)			(,256**)	,364**	,315**	,373**
Beweiskompetenz-Score (Nachtest)	,414**	,332**	(,235*)		(,257**)	,427**	,429**	,467**
Beweiskompetenz-Residuum	(,305**)	(,246*)	(,249*)	(,204*)		(,282**)	,316**	,324**
* : p < 0,05 ** : p < 0,01 Nicht signifikante Korrelationen ausgeblendet Werte in Klammern nach Bonferoni-Korrektur nicht mehr signifikant								

Tab. 13.3.1: Korrelationen zwischen motivationalen Prädispositionen und Variablen der Beweis- und Argumentationskompetenz (Pearson)

Motivationale Prädispositionen zeigen nach Tabelle 13.3.1 deutliche Zusammenhänge mit einigen leistungsbezogenen Prädispositionen und insbesondere mit der Zunahme der Beweis- und Argumentationskompetenz und Nachtestscores.

Besonders ausgeprägt sind diese positiven korrelativen Zusammenhänge beim akademischen Selbstkonzept und bei den beiden Komponenten des beweisbezogenen Fähigkeitsselbstkonzepts. Hier nehmen die Zusammenhänge für beide Lernumgebungen vom Vortest zum Nachtest hin weiter zu. Etwas schwächer korreliert jeweils das Sach- und Fachinteresse mit Vor- und Nachtestdaten und mit dem Beweiskompetenz-Residuum. Auch hier verstärkt sich die Korrelation jeweils zum Nachtest hin. Diese Zunahme erscheint jeweils bei der Themenstudienarbeit etwas stärker ausgeprägt als bei der Referenzgruppe.

Insgesamt liegen die Werte ungefähr in der Größenordnung üblicherweise beobachteter Korrelationen zwischen Fachleistung und Fachinteresse bzw. Motivation (vgl. Schiefele, Krapp & Schreyer, 1993). Die Korrelationswerte für die betrachteten Fähigkeitsselbstkonzepte liegen eher etwas höher.

Zu Prädispositionen der sozial vergleichenden und fremdbewertungsbezogenen Leistungsorientierung zeigt sich im Vortest kein Zusammenhang. Bei diesen motivationalen Merkmalen zeigen sich jedoch bei beiden Lernumgebungen Anzeichen für Zusammenhänge mit den Beweiskompetenz-Residuenwerten.

Bei der instrumentell-zukunftsorientierten Motivation für Mathematik besteht zum Zeitpunkt des Vortests nur in der Referenzgruppe ein Zusammenhang. Demgegenüber korreliert bei der Themenstudienarbeit das Beweiskompetenz-Residuum mit den Prädispositionen der instrumentell-zukunftsorientierten Motivation. Dies bedeutet, dass diese Motivationskomponente bei den Themenstudien-Schülerinnen und -Schülern in erster Linie mit Lernzuwächsen zu assoziieren ist, während sich bei der Referenzgruppe kein Zusammenhang zu überdurchschnittlichen Leistungszuwächsen zeigt.

Insgesamt scheinen die Zuwächse der Beweis- und Argumentationskompetenz bei der Themenstudienarbeit mit den meisten gemessenen Komponenten von Motivation, Interesse und Selbstwirksamkeitserwartung zusammenzuhängen. Diese Zusammenhänge fallen bei der Referenzgruppe in der Regel etwas schwächer aus.

Korrelationen mit dem Methodenkompetenz-Residuum	Akademisches Selbstkonzept	Sach- und Fachinteresse	Sozial vergl. Leistungsor.	Fremdbewbez. Leistungsor.	Instr. zukunftsor. Motivation	Beweisspezifisches Kognitionsselbst	Beweisspezifisches Fähigkeitssselbst	Beweisspezifische Selbstwirksamkeitserwartung (Faktor)
Themenstudienarbeit (N=73)	,351**	,343**				,390**	,458**	,452**
Heuristische Lösungsbeispiele (N=62)	,392**	,382**					(,300*)	(,291*)

* : p < 0,05 **: p < 0,01 Nicht signifikante Korrelationen ausgeblendet
Werte in Klammern nach Bonferoni-Korrektur nicht mehr signifikant

Tab. 13.3.2: Korrelationen zwischen motivationalen Prädispositionen und Variablen der beweispezifischen Methodenkompetenz

Zusammenhänge motivationaler Prädispositionen zeigen sich auch zur Entwicklung der beweispezifischen Methodenkompetenz (vgl. Tabelle 13.3.2). Der groben Richtung nach ähneln die Ergebnisse den oben vorgestellten Befunden zur Beweis- und Argumentationskompetenz. Wieder können deutliche Korrelationen der motivationalen Lernvoraussetzungen im Bereich des akademischen Selbstkonzepts und der beweispezifischen Selbstwirksamkeitskomponenten beobachtet werden. Diese sind in der Gruppe der Schülerinnen und Schüler, die Themenstudien erarbeiteten, bei den beweisbezogenen Fähigkeitsselfbildern stärker ausgeprägt als in der Referenzgruppe, deren Korrelationswerte in diesem Bereich nach einer Bonferoni-Korrektur nicht mehr signifikant sind: Eine positive eigene Kompetenzeinschätzung im Vortest geht offenbar mit Lernzuwächsen bei der beweispezifischen Methodenkompetenz als Teilbereich des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses einher.

Bei den Prädispositionen von Sach- und Fachinteresse ist der Zusammenhang mit Methodenkompetenzzuwächsen noch stärker ausgeprägt als bei der Beweis- und Argumentationskompetenz (vgl. Tab. 13.3.1). Hier dürfte also für beide Lernumgebungen gelten, dass stärker an Mathematik interessierte Schülerinnen und Schüler ihre beweispezifische Methodenkompetenz überdurchschnittlich steigern konnten.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass in beiden Lernumgebungen motivationale Eingangsdispositionen der Schülerinnen und Schüler mit der Entwicklung von Beweiskompetenz und mit Ausnahme von Variablen der Leistungsmotivation auch mit der Entwicklung der beweispezifischen Methodenkompetenz zusammenhängen. Besonders ausgeprägt sind diese Zusammenhänge beim akademischen Selbstkonzept, bei den beweispezifischen Fähigkeitsselfbildern und beim Sach- und Fachinteresse.

Hinter den Unterschieden zwischen den verschiedenen Korrelationswerten könnten sich Hinweise auf unterschiedliche Wirkungszusammenhänge bei den verschiedenen Lernumgebungen verbergen. Einen diesbezüglichen zusätzlichen Einblick in Zusammenhänge zwischen Leistungsentwicklung und motivationalen Prädispositionen kann auch eine Übersicht ähnlich Abbildung 13.3.1 mit Ladungsdiagrammen für die beiden Experimentalgruppen bieten (vgl. Abb. 13.3.2), in die auch die oben betrachteten Residuenvariablen einbezogen sind.

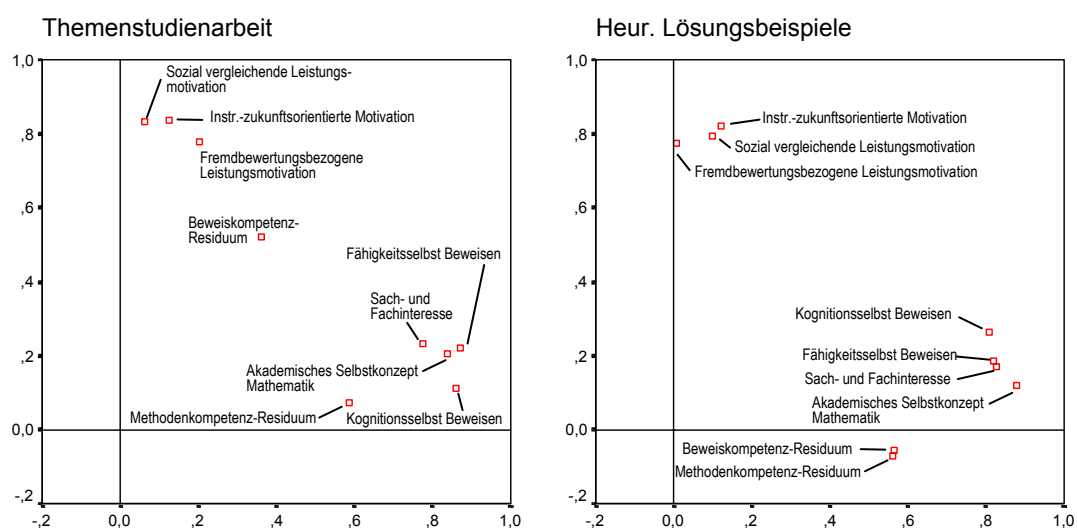


Abb. 13.3.2: Ladungsdiagramme für motivationale Prädispositionen und schulleistungsbezogenen Entwicklungsvariablen (Komponentendiagramme im rotierten Raum)

In Abb. 13.3.2 ist zu beobachten, dass die Lernfortschritte bzw. Kompetenzzuwächse für die beiden Lernumgebungen etwas unterschiedlich verteilt sind. Bei der Themenstudienarbeit ist das Beweiskompetenz-Residuum mit beiden Faktoren aus Abbildung 13.3.1, insbesondere auch mit der Leistungsmotivation und der instrumentell-zukunftsorientierten Motivation in Zusammenhang zu bringen, während sich für die heuristischen Lösungsbeispiele sogar eine geringfügig negative Faktorladung der betrachteten Residuen mit diesem Faktor ergibt. Das Methodenkompetenz-Residuum lokalisiert sich bei beiden Lernumgebungen eher im Umfeld von akademischem Selbstkonzept, Fachinteresse und beweispezifischen Fähigkeitsselbstkonzepten. Dies war auch bei den vorangegangenen korrelativen Betrachtungen bereits beobachtet worden.

Zu Abbildung 13.3.2 stellt sich die weiterführende Frage, wie stark die Variablen der Kompetenzentwicklung mit dem Sach- und Fachinteresse und mit den betrachteten Fähigkeitsselbstkonzepten assoziiert sind. Zu diesem Zweck wurden zur Kontrolle auch entsprechende Ladungsdiagramme ohne Leistungsmotivation und instrumentell-zukunftsorientierter Motivation erstellt, die den Befund replizierten, dass die Methodenkompetenz-Entwicklung bei der Themenstudienarbeit eher mit Prädispositionen der Fähigkeitsselbstkonzepte und der Beweis- und Argumentationskompetenz zusammenzuhängen scheint als in der Referenzgruppe, bei der die beiden Residuenvariablen einen gemeinsamen Faktor bilden, der von den motivationalen Variablen recht deutlich abgetrennt ist.

Zusammenfassung

Zusammenfassend kann zu den dargestellten Ergebnissen festgestellt werden, dass sich erwartungsgemäß Zusammenhänge zwischen motivationalen Prädispositionen und der Leistungs- und Motivationsentwicklung zeigen. Wenn man die beiden Experimentalgruppen vergleicht, so ähneln sich einige dieser Zusammenhänge im Großen und Ganzen.

Besonders starke Zusammenhänge mit der Beweis- und Argumentationskompetenz und der beweispezifischen Methodenkompetenz zeigen sich beim Akademischen Selbstkonzept, beim Sach- und Fachinteresse und bei den Komponenten der beweisbezogenen Selbstwirksamkeitserwartung. Die Korrelationen zu diesen Variablen werden zum Nachtest hin noch stärker.

Zwischen den Lernumgebungen zeigen sich jedoch auch Hinweise auf möglicherweise unterschiedliche Wirkungszusammenhänge. So stand das Beweiskompetenz-Residuum bei der Themenstudienarbeit offenbar stärker mit Variablen der Leistungsmotivation im Zusammenhang. Zu nennen ist auch die Entwicklung der beweisbezogenen Methodenkompetenz, die bei der Themenstudienarbeit mit beweisbezogenen Fähigkeitsselbstkonzepten stärker zusammenhing als dies für die Referenz-Lernumgebung der Fall war.

Diskussion

In diesem Abschnitt wurden Ergebnisse zusammengestellt, die der Prüfung der Vermutung 4c aus Abschnitt 7.6 dienen sollten, nach der Schülerinnen und Schüler mit günstigeren motivationalen Eingangsvoraussetzungen größere Lernzuwächse verbuchen.

Die vorgestellten Ergebnisse scheinen diese Vermutung zu bestätigen. Bereits zum Zeitpunkt des Vortests bestehen etwa bei der Beweis- und Argumentationskompetenz Anzeichen für derartige Zusammenhänge, die sich zum Nachtest hin in der Regel noch verstärken. Auch zu den Residuen der Beweis- und Argumentationskompetenz und des Methodenkompetenz-Scores, deren Werte Rückschlüsse auf über- oder unterdurchschnittliche Leistungsentwicklungen zulassen, ergeben sich deutliche Korrelationen. Diese Zusammenhänge scheinen für die Themenstudienarbeit meist etwas stärker ausgeprägt zu sein als für die Referenz-Lernumgebung.

Die Anzeichen dafür, dass motivationale Prädispositionen in den beiden Lernumgebungen möglicherweise leicht unterschiedliche Rollen gespielt haben könnten, liefern auch erste Hinweise darauf, dass die Lernfortschritte in der Themenstudienarbeit stärker von motivationalen Merkmalen getragen worden sein könnten, als dies bei der instruktional orientierten Lernumgebung der heuristischen Lösungsbeispiele der Fall gewesen sein könnte. Beispielsweise zeigten sich in Abbildung 13.3.2 stärkere Zusammenhänge der Residuenvariablen mit motivationalen Indikatoren, als dies für die heuristischen Lösungsbeispiele der Fall war. Diese Interpretation der Befunde ist für die Themenstudienarbeit, bei der Lernende sich nach Interesse mit verschiedenen Rohmaterialien auseinandersetzen konnten, durchaus plausibel.

Möglicherweise könnten den vorgestellten Ergebnissen auch komplexere Wirkmechanismen zwischen Interesse, Motivation und Schulleistung zugrunde liegen. Hier könnten zusätzliche Untersuchungen beispielsweise zu Profilen motivationaler Prädispositionen, wie sie mit Hilfe von Clusteranalysen identifiziert werden können (vgl. Rudolph & Reiss, 2005), weiteren Aufschluss für die Interpretation der festgestellten Zusammenhänge geben.

Inwiefern die Befunde zu Entwicklungen von Schulleistung und motivationalen Variablen auch mit Prädispositionen im Bereich epistemologischer Beliefs in Zusammenhang zu bringen sein könnten, wird im folgenden Abschnitt erkundet.

13.4 Lernvoraussetzungen im Bereich der epistemologischen Beliefs der Lernenden

In diesem Abschnitt wird die Rolle epistemologischer Beliefs für Leistungs- und Motivationsentwicklung untersucht. Die im Folgenden vorgestellten Ergebnisse dienen dazu, die Vermutungen 4d aus Abschnitt 7.6 zu überprüfen: Erwartet wird, dass prozessorientierte Schülerinnen und Schüler sich die heterogenen Materialien aktiver und besser erschließen können und daher in der Themenstudienarbeit am stärksten gefördert werden dürften, sowohl,

was Beweis- und Argumentationskompetenz und beweispezifische Methodenkompetenz, als auch, was Interesse, Motivation und Fähigkeitsselbstkonzepte betrifft. Für die Schemaorientierung wird erwartet, dass sich mögliche Inkompatibilitäten dieser Sichtweise von Mathematik als „Regelsammlung“ mit der eher wenig strukturierten Lernumgebung negativ auswirken könnten. Eine hohe Anwendungsorientierung könnte sich positiv auf die Lernprozesse der Schülerinnen und Schüler auswirken, da die Themenstudienarbeit Verknüpfungsmöglichkeiten mit Aspekten des Beweisens in mathematikbezogenen und interdisziplinären Anwendungskontexten anbietet. Bei der Formalismusorientierung ist mit zwei möglichen, einander gegenläufigen Tendenzen zu rechnen: Einerseits könnte auf einem hinreichenden Kompetenzniveau die Betonung formaler Gesichtspunkte der Beweis- und Argumentationskompetenz förderlich sein, andererseits könnte aber die formalismusorientierte Sichtweise, dass Beweise nach formalen Oberflächenmerkmalen formuliert sein müssten, auch negative Folgen beispielsweise für das Beurteilen von Argumentationsbeispielen und damit auf die Arbeit mit einigen Teilen der Themenstudienmaterialien haben (vgl. hierzu auch Kuntze, 2004a).

Im folgenden Abschnitt 13.4.1 werden zunächst Ergebnisse der Faktoren- und Reliabilitätsanalysen zu dem verwendeten Fragebogen wiedergegeben. Abschnitt 13.4.2 enthält Ergebnisse zu Zusammenhängen zwischen Grundorientierungen epistemologischer Beliefs als Prädispositionen und Leistungs- sowie Motivationsentwicklung bei der Themenstudienarbeit.

13.4.1 Faktoren- und Reliabilitätsanalysen

In diesem Abschnitt werden Daten der Skalierung und einer Faktorenanalyse zu dem in den Vortest integrierten Fragebogen zusammengefasst, mit dem Grundorientierungen mathematikbezogener epistemologischer Beliefs der Schülerinnen und Schüler erhoben wurden.

Skala	Items	α (Cronbach)
Anwendungsorientierung	1, 3, 7*, 13*, 18, 20*	.80
Prozessorientierung	5, 16, 19	.59
Formalismusorientierung	8, 11, 12, 17	.44
Schemaorientierung	2, 6	.60

* : Item gemäß Testdesign umgepolt

Tab. 13.4.1: Reliabilitätswerte zu Grundorientierungen epistemologischer Beliefs

Item	Faktor 1: Anwendungs- orientierung	Faktor 2: Prozess- orientierung	Faktor 3: Formalismus- orientierung	Faktor 4: Schema- orientierung
1	,757			
7*	,754			
13*	,718			
3	,665			
20*	,645			
18	,639			
16		,822		
5		,677		
19		,629		
12			,654	
11			,639	
8			,551	
17			,492	
2				,824
6				,745

* : Item gemäß Testdesign umgepolt

Faktorladungen unter ,4 ausgeblendet

Tab. 13.4.2: Faktorenanalyse zu Grundorientierungen epistemologischer Beliefs

Im Fragebogen waren Skalen zu den vier in den Abschnitten 1.4.3 und 7.2.5 angesprochenen Grundorientierungen epistemologischer Beliefs enthalten. Die Reliabilitätswerte der verwendeten Skalen sind in Tabelle 13.4.1 dargestellt. Bei Prozess- und Schemaorientierung mussten Items ausgeschlossen werden, um akzeptable Reliabilitätswerte zu erreichen. Der niedrige, gerade noch akzeptable Wert von Cronbach's α für die Formalismusorientierung hätte sich durch den Ausschluss zweier Items noch geringfügig auf etwa .50 steigern lassen. Zugunsten einer breiteren inhaltlichen Abdeckung durch die enthaltenen Items und auch aufgrund der Ergebnisse der Faktorenanalyse wurde jedoch mit einer auf den vier genannten Items basierenden Skala gearbeitet. Die Ergebnisse der Faktorenanalyse finden sich in Tabelle 13.4.2. Die vier Faktoren erklären 53,96% der Varianz. Die Faktoren stimmen nach Testdesign mit den Skalen überein, die Werte der Faktorladungen sind zufriedenstellend.

13.4.2 Grundorientierungen epistemologischer Beliefs als Prädispositionen

Bei den im Folgenden zusammengefassten Ergebnissen steht die Frage im Vordergrund, welche Rolle Prädispositionen im Bereich epistemologischer Beliefs für Wissens- und Kompetenzaufbau, sowie für die Motivationsentwicklung spielen.

	Prozess- orientierung	Formalismus- orientierung	Schema- orientierung
Anwendungsorientierung	,221**	(-,149*)	(,139*)
Prozessorientierung			(,176*)
Formalismusorientierung			,299**

* : $p < 0,05$ **: $p < 0,01$ Nicht signifikante Korrelationen ausgeblendet
Werte in Klammern nach Bonferoni-Korrektur nicht mehr signifikant

Tab. 13.4.3: Korrelationen zwischen Grundorientierungen epistemologischer Beliefs

Zunächst sei angemerkt, dass die erhobenen Daten zu den Grundorientierungen epistemologischer Beliefs in groben Zügen die Ergebnisse von Grigutsch (1996) bzw. Törner und Pehkonen (1996) replizieren, wonach Anwendungs- und Prozessorientierung, sowie Formalismus- und Schemaorientierung jeweils untereinander korrelieren (vgl. Tabelle 13.4.3). Die von Grigutsch (1996), bzw. Törner und Pehkonen (1996) berichtete, sehr schwache negative Korrelation zwischen Prozessorientierung und Schema- bzw. Formalismusorientierung konnte jedoch nicht beobachtet werden.

Zwischen den beiden Experimentalgruppen stimmen die Mittelwerte für die Ausprägung der Prozessorientierung (3,18 bzw. 3,10 auf einer Skala von 1 bis 5), Formalismusorientierung (4,03 bzw. 4,06) und Schemaorientierung (3,82 bzw. 3,83) gut überein. Nur bei der Anwendungsorientierung besteht zwischen den beiden Gruppen ein hoch signifikanter Unterschied ($T=3,49$; $df=226$; $p<0,01$; $d=0,46$; Mittelwerte 3,34 bzw. 2,96).

Einen ersten Überblick über mögliche Zusammenhänge mit der Beweis- und Argumentationskompetenz, die möglicherweise mit Prädispositionen im Bereich epistemologischer Beliefs in Verbindung zu bringen sind, geben die Korrelationen in Tabelle 13.4.4 für die Gruppe der Schülerinnen und Schüler, die Themenstudien erarbeitet hatten.

Themenstudienarbeit (N=119)	Anwendungs- orientierung	Prozess- orientierung	Formalismus- orientierung	Schema- orientierung
Beweiskompetenz-Score (Vortest)		,277**		
Beweiskompetenz-Score (Nachtest)		,289**		

* : $p < 0,05$ **: $p < 0,01$

Nicht signifikante Korrelationen ausgeblendet

Werte in Klammern nach Bonferoni-Korrektur nicht mehr signifikant

Tab. 13.4.4: Korrelationen zwischen Grundorientierungen epistemologischer Beliefs und Variablen der Beweis- und Argumentationskompetenz (Pearson)

Hier ist festzustellen, dass nur die Prozessorientierung mit der Beweis- und Argumentationskompetenz korrelativ zusammenzuhängen scheint: eine hohe Prozessorientierung scheint mit einem höheren Vor- und Nachtest-Score einherzugehen. Wertet man ergänzend ähnlich wie in Kapitel 10 die Korrelationen auch auf der Basis der dichotomisierten Daten für die Beweis- und Argumentationskompetenz aus, zeigt sich neben einem Zusammenhang von $0,297^{**}$ für den Nachtest auch eine Korrelation zum Beweiskompetenz-Residuum von $0,243^{**}$. Höhere Werte der Prozessorientierung könnten damit mit überdurchschnittlichen Zuwächsen der Beweis- und Argumentationskompetenz zu assoziieren sein. Ein entsprechender, schwächerer Korrelationswert zum Residuum der Punktescores wurde nicht mehr signifikant.

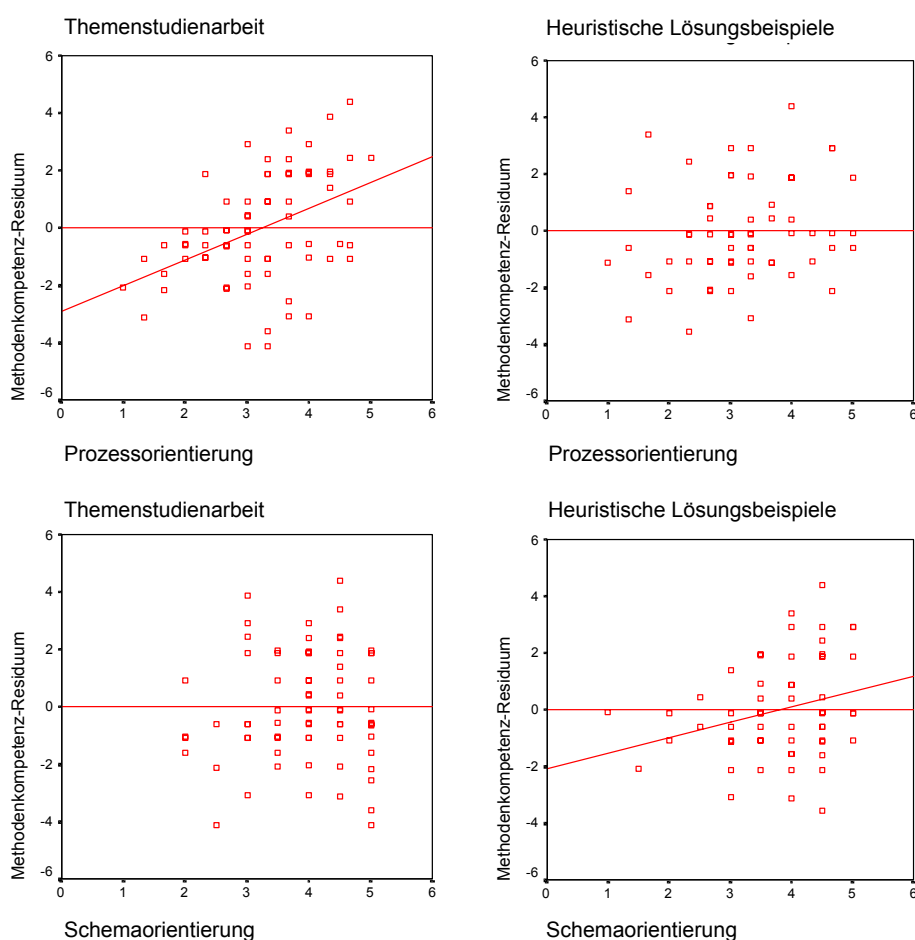


Abb. 13.4.1: Streudiagramme zur Entwicklung der beweispezifischen Methodenkompetenz in Abhängigkeit von Prädispositionen im Bereich epistemologischer Beliefs

Bei der beweissspezifischen Methodenkompetenz zeigen sich im Vortest keine Korrelationen zu Grundorientierungen epistemologischer Beliefs. Für die Steigerung des Methodenwissens scheint bei der Themenstudienarbeit ebenfalls die Prozessorientierung eine Rolle zu spielen: Das Methodenkompetenzresiduum korreliert mit ,431** mit der Prozessorientierung, ein Zusammenhang, der auch aus Abbildung 13.4.1 hervorgeht. Dieser Zusammenhang mit dem Kompetenzzuwachs ist offenbar abhängig von der Lernumgebung: Auch ein Vergleich mit dem entsprechenden Streudiagramm für die heuristischen Lösungsbeispiele zeigt für die Referenzgruppe keine Hinweise auf einen entsprechenden korrelativen Zusammenhang. Wie anhand des Streudiagramms in Abbildung 13.4.1 deutlich wird, deutet sich für die heuristischen Lösungsbeispiele vielmehr eine Korrelation des Methodenkompetenzzuwachses mit der Schemaorientierung an. Diese Korrelation des Methodenkompetenzresiduums mit der Schemaorientierung von ,279* ist für die Referenz-Lernumgebung der einzige signifikante Zusammenhang mit den untersuchten Grundorientierungen epistemologischer Beliefs.

In Vermutung 4d war angenommen worden, dass prozessorientierte Schülerinnen und Schüler in der Themenstudienarbeit dadurch am stärksten gefördert werden sollten, dass sie im Zusammenhang mit ihrem Bild vom Fach Mathematik die Lernangebote der heterogenen Materialien möglicherweise aktiver und besser nutzen konnten. Aus diesem Grund wird im Folgenden geprüft, ob die in Kapitel 11 vorgestellten Indikatoren für die Nutzung von Lerngelegenheiten, die sich auf den Umgang mit den Argumentationsbeispielen der Themenstudienmappe beziehen, erste Hinweise darauf liefern könnten, dass möglicherweise tatsächlich eine intensivere Auseinandersetzung der stärker prozessorientierten Lernenden mit den Materialien beobachtet werden könnte. Entsprechende Ergebnisse für diejenigen Schülerinnen und Schüler, bei denen vollständige Methodenkompetenzdaten vorliegen, finden sich in Tabelle 13.4.5.

Themenstudienarbeit (N= 69)	Prozessorientierung
Anzahl begründeter Beurteilungen von Argumentationsbeispielen	(,263*)
Anzahl richtiger Begründungen für Beurteilungen von Argumentationsbsp.	,319**
Anzahl von beschreibend. Äußerungen zu Argumentationsbeispielen	,321**

* : p < 0,05 **: p < 0,01 Nicht signifikante Korrelationen ausgeblendet
Werte in Klammern nach Bonferoni-Korrektur nicht mehr signifikant

Tab. 13.4.5: Signifikante Korrelationen zwischen Grundorientierungen epistemologischer Beliefs und Daten zur Beurteilung von Argumentationsbeispielen in den Themenstudien (Pearson)

Aus Tabelle 13.4.5 geht hervor, dass einige der Indikatoren für die Lernangebotsnutzung tatsächlich mit der Prozessorientierung der Schülerinnen und Schüler korrelieren: Offenbar korreliert die Prozessorientierung schwach mit der Anzahl der Begründungen für Beurteilungen von Argumentationsbeispielen und etwas deutlicher mit der Anzahl richtiger Begründungen sowie mit der Zahl charakterisierender Beschreibungen von Argumentationsbeispielen. Diese Variablen dienten in Abschnitt 12.1 als Indikatoren für die Intensität der Auseinandersetzung mit den Argumentationsbeispielen der Themenstudienmaterialien.

Eine zusätzliche interessante Beobachtung im Sinne von Vermutung 4d betrifft die Formalismusorientierung: Es zeigt sich ein schwächerer korrelativer Zusammenhang von 0,240* zwischen der Formalismusorientierung und der Anzahl falscher Beurteilungen von Argumentationsbeispielen. Dieser Befund scheint die qualitativen Erkenntnisse in Kuntze (2004a), nach denen formalistisch orientierte Sichtweisen Fehleinschätzungen von Argumentationsbeispielen begünstigen können, auf quantitative Weise zu bestätigen.

Die Untersuchung der Äußerungen zu Funktionen des Beweisens in den Themenstudien der Schülerinnen und Schüler bildeten in Abschnitt 12.2 einen weiteren Fokus auf Wissenskomponenten im Bereich des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses der Schülerinnen und Schüler, die auch im Zusammenhang mit der Nutzung von Lerngelegenheiten zu sehen sind. Für diesen Bereich wurden daher ebenfalls Korrelationen zu epistemologischen Beliefs der Lernenden errechnet (vgl. Tabelle 13.4.6).

Themenstudienarbeit (N= 66)	Anwendungs- orientierung	Prozess- orientierung	Formalismus- orientierung	Schema- orientierung
Anzahl angesprochene Funktionen des Beweisens	(,242*)	(,275*)		
Anzahl angesprochene Funktionen des Beweisens außerhalb der Mathematik			(-,288*)	
Anzahl nur auf Mathematik bezogener Funktionen des Beweisens		,376**		
Anzahl nur auf Jura bezogener Funktionen des Beweisens			-,379**	

* : p < 0,05 **: p < 0,01

Nicht signifikante Korrelationen ausgeblendet
Werte in Klammern nach Bonferoni-Korrektur nicht mehr signifikant

Tab. 13.4.6: Korrelationen zwischen Grundorientierungen epistemologischer Beliefs und angesprochenen Funktionen des Beweisens (Pearson)

Bei den Korrelationen in Tabelle 13.4.6 fällt auf, dass höhere Werte der Prozessorientierung eher mit höheren Anzahlen angesprochener Funktionen des Beweisens einhergehen, die dem Argumentieren in der Mathematik zugeordnet wurden. Vergleichsweise etwas reichhaltiger scheint die Wahrnehmung von Funktionen des Beweisens bei stark prozessorientierten Lernenden gewesen zu sein, wenn diese speziell über das mathematische Beweisen schreiben. Eher formalismusorientierte Schülerinnen und Schüler sprachen etwas weniger Funktionen des Beweisens an, die außermathematische Situationen betreffen. Dies trifft insbesondere auf Funktionen juristischer Beweisverfahren zu, einem Bereich, zu dem Lerngelegenheiten in den Themenstudienmaterialien enthalten waren.

Zusammenfassung

Zusammenfassend ist bei den vorgestellten Ergebnissen zu epistemologischen Beliefs zunächst festzuhalten, dass sich erwartungsgemäße Zusammenhänge zwischen Anwendungs- und Prozessorientierung, sowie zwischen Schema- und Formalismusorientierung zeigen, wodurch in groben Zügen Ergebnisse von Grigutsch (1996) bzw. Törner und Pehkonen (1996) repliziert werden.

Die beiden Experimentalgruppen unterscheiden sich in ihren Prädispositionen zu epistemologischen Beliefs nur hinsichtlich einer höheren durchschnittlichen Anwendungsorientierung der Themenstudien-Schülerinnen und -Schüler.

Für die Beweis- und Argumentationskompetenz und ihre Entwicklung in der Themenstudienarbeit scheinen höhere Werte der Prozessorientierung förderlich gewesen zu sein.

Für das beweisbezogene wissenschaftstheoretische Grundverständnis ergeben sich ebenfalls Anzeichen, dass epistemologische Beliefs als Prädispositionen für den Wissensaufbau von Bedeutung sein könnten: Wieder gehen bei der Themenstudienarbeit hohe Werte der Prozessorientierung mit überdurchschnittlichen Zuwächsen der beweispezifischen Methodenkompetenz einher. Gleichzeitig begründeten und beschrieben stärker prozessorientierte Schülerinnen und Schüler Beurteilungen von Argumentationsbeispielen in der Themenstudienarbeit öfter

und zutreffender. Demgegenüber ist bei den heuristischen Lösungsbeispielen nur die Schemaorientierung mit Methodenkompetenzzuwachsen korreliert.

Auch bei dem in den Themenstudien gezeigten Wissen zu Funktionen des Beweisens, einem anderen Bereich des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses, hebt sich die Prozessorientierung von anderen epistemologischen Beliefs ab. Stärker prozessorientierte Schülerinnen und Schüler sprachen in ihren Themenstudien vielfältigere Funktionen des mathematischen Beweisens an als wenig prozessorientierte Lernende.

Diskussion

Die in Abschnitt 7.6 aufgestellten Vermutungen 4d, nach denen die betrachteten Grundorientierungen epistemologischer Beliefs als Prädispositionen für Bedingungsvariablen beweisbezogenen Wissens- und Kompetenzaufbaus in der Themenstudienarbeit unterschiedliche Rollen spielen könnten, wurden nur teilweise bestätigt.

Eine Bedeutung für Wissens- und Kompetenzaufbau könnte wie erwartet offenbar der Prozessorientierung zukommen. So hatten stärker prozessorientierte Schülerinnen und Schüler bereits eher höhere durchschnittliche Vortest-Scores der Beweis- und Argumentationskompetenz. Überdurchschnittliche Lernzuwächse verbuchten diese Schülerinnen und Schüler bei der Beweis- und Argumentationskompetenz und bei Komponenten des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses: Eine größere Vielfalt an wahrgenommenen Funktionen des Beweisens könnte das Ergebnis einer intensiveren verständnisvollen Auseinandersetzung dieser Lernenden mit den Themenstudienmaterialien sein und zu der erhöhten Anzahl in den Themenstudien erwähnter Funktionen des Beweisens geführt haben. Die Argumentationsbeispiele der Themenstudienmappe scheinen ebenfalls intensiver in Lernprozesse einbezogen worden zu sein als von weniger prozessorientierten Lernenden. Eine plausible Folge dieser Beschäftigung ist der überdurchschnittliche Methodenkompetenzzuwachs der stark prozessorientierten Schülerinnen und Schüler. In Verbindung damit sei daran erinnert, dass die Methodenkompetenz-Vortestwerte noch nicht mit der Prozessorientierung korrelierten. Vermutlich ist es den prozessorientierteren Schülerinnen und Schülern im Zusammenhang mit ihrer Sichtweise von Mathematik besonders gut gelungen, Lernangebote der Themenstudienarbeit zu verständnisvollem Lernen zu nutzen. Die Interpretation, dass die Nutzung von Lernangeboten der Themenstudienarbeit eine wesentliche Rolle gespielt haben könnte, stützt auch ein Vergleich mit der Referenzgruppe: Bei den Lernenden, die mit heuristischen Lösungsbeispielen gelernt hatten, zeigt sich für das Residuum der beweis-spezifischen Methodenkompetenz kein Zusammenhang mit der Prozessorientierung, sondern vielmehr einer mit der Schemaorientierung (vgl. z. B. Abb. 13.4.1). Möglicherweise könnte der eher kleinschrittige, instruktional geprägte Aufbau der heuristischen Lösungsbeispiele stärker denjenigen Lernenden entgegen gekommen sein, die Mathematik als Sammlung von Regeln zur Lösung von Aufgaben sahen. Demgegenüber könnten die Lerngelegenheiten der Themenstudienarbeit eher geeignet gewesen sein, Schülerinnen und Schüler zu aktivieren, die Mathematik als dynamische und problemzentrierte Disziplin wahrnehmen.

Eine starke Formalismusorientierung tritt als Eingangsvoraussetzung für verständnisvolles Lernen in der Themenstudienarbeit eher negativ in Erscheinung. Formalistisch orientierte Lernende haben möglicherweise Schwierigkeiten, Lerngelegenheiten insbesondere zur Weiterentwicklung des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses zu nutzen. So gelang es diesen Schülerinnen und Schülern nur begrenzt, interdisziplinäre Bezüge zwischen verschiedenen, in den Themenstudienmaterialien repräsentierten Beweisverfahren in ihren Themenstudien so darzustellen, dass Funktionen des Beweisens im außermathematischen Bereich angesprochen und mathematikbezogenen Funktionen des Beweisens gegen-

übergestellt wurden. Hierin lag eine wesentliche Lerngelegenheit der Themenstudienarbeit. Für den Bereich des Methodenwissens bedeutsam erscheint die positive Korrelation der Formalismusorientierung mit der Anzahl falsch beurteilter Argumentationsbeispiele. Dies scheint ein quantitativer Befund dafür zu sein, dass eine formalistische Orientierung das Untersuchen von Beweisbeispielen eher behindern könnte. Entsprechende qualitative Untersuchungen haben ergeben, dass Fehlbeurteilungen von Argumentationsbeispielen oft durch eine Orientierung der Lernenden an formalen Oberflächenmerkmalen der Argumentationsbeispiele begünstigt werden können (Kuntze, 2004a). Die entstehenden Fehleinschätzungen können auch als Ausdrucksformen präadoleszenter Einschränkungen des wissenschaftlichen Denkens interpretiert werden (vgl. Abschnitte 1.4.2 und 7.2.3; Kuntze, 2004a).

Insgesamt scheint der die Prozessorientierung betreffende Teil von Vermutung 4d durch die Ergebnisse bestätigt zu werden. Während sich eher keine Erkenntnisse ergaben, die die Vermutungen in Abschnitt 7.6 zur Schema- und zur Anwendungsorientierung stützen könnten, erwies sich die Formalismusorientierung als Disposition, die möglicherweise die Nutzung von Lerngelegenheiten in der Themenstudienarbeit eher erschwerte.

14 Ergebnisse der Untersuchung – Befunde zu Verbesserungsmöglichkeiten der Themenstudienarbeit

In diesem Kapitel wird dem explorativen Teil der ersten Forschungsfrage nachgegangen, inwiefern sich bei der Themenstudie „Gebt mir Beweise“ in der 8. Jahrgangsstufe Probleme der unterrichtlichen Umsetzung zeigen. Eng damit verbunden ist die Frage nach Verbesserungspotentialen der erprobten Themenstudienarbeit.

Zunächst werden bereits in den vorangehenden Kapiteln dargestellte Ergebnisse angesprochen, die auf Verbesserungsmöglichkeiten der erprobten Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren hindeuten (Abschnitt 14.1). In Abschnitt 14.2 werden weitere, explorativ gewonnene Ergebnisse zu möglicherweise in der Lernumgebung aufgetretenen Problemen zusammengefasst. In Abschnitt 14.3 werden Ergebnisse in Verbindung mit einer explorativen Best-Practice-Untersuchung zusammengetragen, bevor diese Befunde in Abschnitt 14.4 interpretiert und Implikationen für eine verbesserte Lernumgebung erörtert werden.

14.1 Anzeichen für Verbesserungspotentiale auf der Basis der bisher vorgestellten Ergebnisse und Diskussion möglicher Implikationen

Insgesamt ist auf der Basis der in den Kapiteln 9ff vorgestellten Ergebnisse festzuhalten, dass bei der Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren keine gravierenden Durchführungshindernisse auftraten. Die Schwierigkeiten in einer der beteiligten Klassen (Klasse H, vgl. Kapitel 9) erscheinen vermeidbar.

Folgende der bisher vorgestellten Befunde könnten Hinweise auf einzelne Möglichkeiten geben, die Themenstudie „Gebt mir Beweise“ für die 8. Jahrgangsstufe weiter zu verbessern:

- Die in Kapitel 12 wiedergegebenen Ergebnisse zur beweisspezifischen Methodenkompetenz zeigten Hinweise, dass Lernende, die die Argumentationsbeispiele der Themenstudienmaterialien in ihrer Themenstudie diskutierten, ihre Methodenkompetenz überdurchschnittlich steigern konnten. Sofern dieser Effekt mit einer intensiveren Auseinandersetzung mit den Argumentationsbeispielen zu assoziieren ist, liegt es nahe, die Aufgabenstellung der Themenstudienarbeit dahingehend zu modifizieren, dass das Besprechen der Argumentationsbeispiele in den Ausarbeitungen verpflichtend gefordert wird. Diese Veränderung könnte die Aufmerksamkeit der Lernenden noch stärker auf die Argumentationsbeispiele lenken und zu einer intensiveren Auseinandersetzung mit diesen Lernangeboten führen.
- Auf die Schwierigkeiten und Beeinträchtigungen für verständnisvolles Lernen, die in Klasse H (vgl. Kapitel 9) beobachtet werden mussten, kann insofern reagiert werden, dass die Lehrkräfte noch besser über die Bedeutung der ersten Stunde der Unterrichtssequenz informiert werden: Ein „gelungener Start“ in das rohmaterialien-gestützte Arbeiten sollte in mehrfacher Hinsicht gewährleistet werden:

Eine Voraussetzung ist es, dass den Schülerinnen und Schülern die Aufgabenstellung transparent wird und die mit dem Zeitplan der Unterrichtssequenz verknüpften Anforderungen klar formuliert werden. Dazu gehört es auch, das Ziel der Arbeit verständlich und verbindlich festzulegen. Für diesen Aspekt erscheint weniger eine Veränderung der Themenstudienarbeit oder ihrer Materialien notwendig, als vielmehr eine intensivierte Unterstützung der Lehrerinnen und Lehrer.

Eine zweite Voraussetzung scheint darin zu bestehen, dass die Lernenden in der ersten Stunde der Unterrichtssequenz genug Zeit brauchen, einen ersten Überblick über die Materialien zu gewinnen. Nach den Ergebnissen in Abschnitt 9.3 scheint für einen gelungenen Einstieg in die Arbeit mit den Materialien ein Zeitrahmen von etwa 20 Minuten in Partnerarbeit erforderlich zu sein. Falls nicht gelingt, diese Zeit in der ersten Stunde der Sequenz einzuräumen, wie es in den Klassen B und H der Fall war, ist zu erwägen, eventuell den Einstieg in die Themenstudienarbeit im Rahmen einer Doppelstunde in Angriff zu nehmen. Auch die Gesamtarbeitszeit in den Folgestunden könnte vor dem Hintergrund der geringen Werte und des eher unterdurchschnittlichen Abschneidens von Klasse B von Bedeutung für Wissens- und Kompetenzaufbau in der Themenstudienarbeit sein (vgl. Abschnitt 9.3).

- Ein weiteres Verbesserungspotential besteht möglicherweise bei der Förderung leistungsfähigerer Schülerinnen und Schüler, da im Vergleich mit der Referenzgruppe bei der Themenstudienarbeit leistungsstärkere Lernende eher etwas schwächer profitiert haben könnten, während Schülerinnen und Schüler mit geringeren Lernvoraussetzungen eine vergleichsweise geringfügig überdurchschnittliche Leistungsentwicklung aufwiesen. Im Vergleich zu den oben genannten möglichen Verbesserungspotentialen scheinen die Zusammenhänge, die dieser Beobachtung zugrunde liegen könnten, komplexer zu sein. Möglichkeiten, wie dieser Befund zu interpretieren sein könnte, und wie darauf bei der Gestaltung von Themenstudienarbeit reagiert werden könnte, werden deshalb in der Diskussion im folgenden Kapitel 15 besprochen.

Um im Hinblick auf Verbesserungspotentiale des Lernens in Themenstudienarbeit ergänzende, über die Daten der vorangegangenen Kapitel hinausgehende Evidenz einbeziehen zu können, werden im folgenden Abschnitt Lehrer- und Schülerinterviews, sowie die Feedbackfragebögen der Schülerinnen und Schüler auf einschlägige Hinweise hin ausgewertet.

14.2 Hinweise auf Probleme und Verbesserungsmöglichkeiten aus Rückmeldungen zur Lernumgebung

In diesem Abschnitt werden ausgewählte Ergebnisse aus Lehrer- und Schülerinterviews, sowie aus den Feedbackfragebögen vorgestellt, die für die Frage nach Verbesserungsmöglichkeiten der Themenstudie zum Beweisen und Argumentieren von Bedeutung sein könnten. Diese Beobachtungen sind auch geeignet, an einigen Stellen bei der Interpretation der in den vorangegangenen Kapiteln vorgestellten Ergebnisse zu helfen.

14.2.1 Lehrerinterviews

In den Interviews, die mit den beteiligten Lehrerinnen und Lehrern geführt wurden, wurde nach einigen möglicherweise für das Gelingen und für die Zielerreichung in der Themenstudienarbeit bedeutsamen Merkmalen der Lernumgebung und Begleitumständen ihrer Durch-

führung gefragt. Solche Fragen sind zusammen mit den Antworten der Lehrkräfte in Tabelle 14.2.1 zusammengestellt.

Klasse	B	D	E	G	H	L
Wie fanden die Schüler(innen) die äußere Form der Themenstudienmaterialien? (2: Sehr positiv / 1: eher positiv / 0: unentschieden / -1: eher negativ / -2: sehr negativ)	1	1	0	0	0	-1
In welcher Form hat die äußere Form der Materialien oder einzelner Texte die Arbeit der Schüler(innen) beeinflusst? (2: Sehr positiv / 1: eher positiv / 0: unentschieden / -1: eher negativ / -2: sehr negativ)	1	0	0	0	0	0
Wie effektiv und zielstrebig haben die Schüler(innen) bei den Diskussions- und Arbeitsprozessen, die innerhalb der Partnerarbeit stattgefunden haben, gearbeitet? (2: Sehr / 1: eher / 0: unentsch. / -1: eher nicht / -2: überhaupt nicht effektiv und zielstrebig)	1	1	0	1	-1	-1
Für wie gravierend halten Sie das Problem der begrenzten Lesefähigkeit der Schüler(innen) für die Bearbeitung der Themenstudie „Gebt mir Beweise“ in der 8. Jgst.? (2: Sehr / 1: eher / 0: unentsch. / -1: eher nicht / -2: überhaupt nicht gravierend)	2	-1	2	2	0	-2
Für wie adressatengerecht / altersgemäß halten Sie die Themenstudienmaterialien? (2: Sehr / 1: eher / -1: eher nicht / -2: überhaupt nicht adressatengerecht)	-1	1	1	1	1	1
Halten Sie Schüler(innen) der 8. Jgst. für „reif“ genug für die Themenstudienarbeit? (2: Ja, auf jeden Fall / 1: eher schon / -1: eher nicht / -2: Nein, auf keinen Fall)	-1	1	1	1	1	1
Halten Sie den Zeitrahmen, den die Schüler(innen) für die Bearbeitung der Themenstudie hatten, für angemessen? (2: Ja, auf jeden Fall / 1: eher schon / -1: eher nicht / -2: Nein, auf keinen Fall)	1	1	-1	-1	1	-1
Gibt es in den Themenstudienmaterialien eine ausreichende Differenzierung bei den Anforderungsniveaus (im Schwierigkeitsgrad) der einzelnen Dokumente? (2: Ja, auf jeden Fall / 1: eher schon / -1: eher nicht / -2: Nein, auf keinen Fall)	1	1	1	1	1	1
Eine entscheidende Rolle spielt die Aufgabenstellung der Themenstudie. Würden Sie für die 8. Klasse ein Mehr an Anleitung/Führung befürworten? (2: Mehr Anleitung / 1: eher mehr Anl./ -1: eher nicht mehr Anl./ -2: überhaupt nicht mehr Anl.)	1	1	1	1	1	-1
Halten Sie es für das Gelingen der Themenstudienarbeit der Schüler(innen) wichtig, dass sie an die Themenstudienarbeit bereits gewöhnt sind? (2: Sehr wichtig / 1: eher wichtig / -1: eher unwichtig / -2: völlig unwichtig)	1	-2	1	1	1	-2
Halten Sie es für förderlich für die Themenstudienarbeit der Schüler(innen), wenn sie schon Erfahrungen mit anderen schüleraktivierenden Unterrichtsformen haben? (2: Sehr / 1: eher / -1: eher nicht / -2: überhaupt nicht förderlich)	1	1	1	2	2	1
Halten Sie ein systematisches Heranführen der Schüler(innen) an die Themenstudienarbeit im Sinne eines „Unterrichts über Unterricht“ für sinnvoll? (2: Sehr / 1: eher sinnvoll / 0: unentschieden / -1: eher nicht / -2: überhaupt nicht sinnvoll)	1	1	-1	1	0	-1
Für wie wichtig halten Sie die gute Beherrschung von Grundwissen als Voraussetzung für die Themenstudienarbeit? (2: Sehr wichtig / 1: eher wichtig / -1: eher nicht wichtig / -2: überhaupt nicht wichtig)	1	1	-1	2	1	1

Tab. 14.2.1: Ausgewählte Fragen der Lehrerinterviews und Antworten der Lehrkräfte

Zur siebten Frage in Tabelle 14.2.1 sei noch angemerkt, dass sich die Lehrerinnen und Lehrer, die den Zeitrahmen der Themenstudienarbeit für eher nicht angemessen hielten, in unterschiedlicher Weise äußerten: Während die Lehrerin in Klasse L mehr Zeit wünschte, hätten die Lehrkräfte in den Klassen E und G eine straffere Zeitstruktur bevorzugt.

Diskussion

Insgesamt geht aus den Antworten der in Tabelle 14.2.1 wiedergegebenen Fragen der Lehrerinterviews hervor, dass sich in der Wahrnehmung der Lehrkräfte keine ausgeprägten einmütigen Auffassungen über notwendige Verbesserungen der Lernumgebung abzeichnen. Aus den jeweils geringfügig abweichenden Einschätzungen ergeben sich offenbar nur wenig Hinweise auf Verbesserungspotentiale. Beispielsweise könnte es nach den Einschätzungen der Lehrkräfte förderlich sein, die Lernenden im Unterricht stärker mit schülerzentrierten Arbeitsformen und Themenstudienarbeit auf die Unterrichtssequenz vorzubereiten. So könnte möglicherweise auch der von drei der Lehrpersonen geäußerten Problematik der begrenzten Lesefähigkeit entgegengewirkt werden.

Fünf der sechs beteiligten Lehrerinnen und Lehrer befürworteten eine verstärkte Anleitung in der Aufgabenstellung. Inwiefern ein entsprechendes Bedürfnis auch auf Seiten der Schülerinnen und Schüler beobachtet werden konnte, wird in den folgenden Abschnitten geprüft.

14.2.2 Offene Items des Feedbackfragebogens an die Lernenden

In diesem Abschnitt werden Äußerungen der Schülerinnen und Schüler zu den offenen Items des Feedbackfragebogens ausgewertet, die zusätzlich zu den bereits in Kapitel 9 dargestellten Bemerkungen beobachtet wurden. In Tabelle 14.2.2 sind diejenigen Codes für Äußerungen wiedergegeben, die mindestens in einer Klasse die Größenordnung von 10% oder auf alle Lernenden bezogen mindestens 5% erreichten.

Klassen	B	D	E	G	H	L	Gesamt
Negative Rückmeldungen zur Themenstudienarbeit:							
Aufsatz zu lang (Anforderung an den Umfang bemängelt)	0,00%	25,00%	11,54%	4,35%	0,00%	9,52%	7,59%
Aufsatz / viel Schreibarbeit	11,54%	25,00%	3,85%	13,04%	0,00%	14,29%	10,34%
Weitere Strukturierungshilfe für Aufsatz vermisst	0,00%	5,00%	3,85%	13,04%	3,45%	0,00%	4,14%
Mehr Anleitung / Gliederung	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	10,34%	19,05%	4,83%
schwierig	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	6,90%	9,52%	2,76%
Viele Blätter / viel Material	3,85%	15,00%	7,69%	13,04%	17,24%	14,29%	11,72%
Unbrauchbare(s) Dokument(e) enthalten	7,69%	10,00%	3,85%	4,35%	0,00%	0,00%	4,14%
Unklarheit, wozu Themenstudienarbeit gut ist	7,69%	10,00%	3,85%	0,00%	10,34%	14,29%	7,59%
Gefühl, nichts gelernt zu haben	26,92%	0,00%	0,00%	0,00%	6,90%	0,00%	6,21%
langweilig	19,23%	0,00%	3,85%	8,70%	10,34%	9,52%	8,97%
Zu schnell fertig	0,00%	5,00%	0,00%	0,00%	0,00%	9,52%	2,07%
Positive Rückmeldungen zur Themenstudienarbeit:							
Selbsttätigkeit / Freiarbeit / andere Methode als sonst	11,54%	65,00%	76,92%	47,83%	44,83%	38,10%	46,90%
Partnerarbeit	46,15%	10,00%	0,00%	52,17%	17,24%	0,00%	21,38%
Mehr Spaß bei der Arbeit	0,00%	0,00%	7,69%	4,35%	6,90%	14,29%	5,52%
Arbeitsmaterialien positiv	0,00%	5,00%	11,54%	8,70%	0,00%	0,00%	4,14%
Thema interessant	0,00%	0,00%	0,00%	13,04%	6,90%	0,00%	3,45%
Zusammenhänge zwischen Mathematik und Alltag feststellen	3,85%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	9,52%	2,07%
Beschäftigung mit Spezialbereich, sich intensiv Gedanken machen	0,00%	10,00%	11,54%	4,35%	3,45%	4,76%	5,52%

Tab. 14.2.2: Häufigkeit des Auftretens von Äußerungen von Schülerinnen und Schülern in den offenen Items des Feedbackfragebogens

Bei den negativen Rückmeldungen in Tabelle 14.2.2 waren Äußerungen zum Arbeitsumfang und zu Anforderungen im Zusammenhang mit dem Schreiben eines mathematischen Aufsatzes und dem Wunsch nach zusätzlichen diesbezüglichen Hilfen vergleichsweise häufig. Auch der große Umfang der Materialien, zu deren Gesamtheit nicht alle Lernende Zugänge fanden, wurde gelegentlich bemängelt. Nennungen, die von einer Unsicherheit über den Zweck der Themenstudienarbeit geprägt waren, zeigten sich mit einer geringeren Häufigkeit ebenfalls über einige Klassen verteilt. Das Gefühl eines geringen eigenen Lernfortschritts ist in Klasse B mit einem Viertel der Lernenden recht verbreitet. In Klasse B bezeichneten auch relativ viele Lernende die Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren als „langweilig“.

Weitaus häufiger als die oben unterschiedenen negativen Äußerungen kamen positive Rückmeldungen vor, die das selbsttätige Lernen und Arbeiten bei der Themenstudienarbeit, die methodische Abwechslung und die Kooperation in den Schülerteams betonten. Solche Aspekte wurden insgesamt von mehr als der Hälfte der Schülerinnen und Schüler genannt. Kriterien für positive Rückmeldungen zur Themenstudienarbeit, die auch mit dem Inhalt bzw. der Art der Herangehensweise zusammenzuhängen scheinen, waren neben dem Interesse für das Thema das Herstellen von Zusammenhängen zwischen Mathematik und Alltag und die intensive Beschäftigungsmöglichkeit mit einem Spezialbereich. Auch die Arbeitsmaterialien wurden von einer Reihe von Schülerinnen und Schülern in positiven Bemerkungen genannt.

14.2.3 Schülerinterviews

Die strukturierten Gruppeninterviews mit jeweils drei Dreiergruppen von Schülerinnen und Schülern aus den beiden Klassen B und E wurden hinsichtlich möglicher Probleme und Verbesserungspotentiale der Themenstudienarbeit „Gebt mir Beweise“ explorativ ausgewertet. Die drei Interviewgruppen waren jeweils nach Zugehörigkeit zu Vortest-Leistungsdritteln zusammengesetzt worden. In den Interviews konnten keine gravierenden Unterschiede im Antwortverhalten der verschiedenen Leistungsgruppen festgestellt werden. Aus diesem Grund werden die Rückmeldungen der Lernenden in den Interviews kumulativ untersucht.

Die Fragen nach der Wahrnehmung des Anforderungsniveaus der Lernumgebung, des Interesses, der Motivation und der Konzentration bei der Arbeit, sowie nach dem Zurechtkommen mit dem Zeitplan wurden vergleichbar beantwortet wie in den Feedbackfragebögen. In ergänzenden Bemerkungen wiesen einzelne Schülerinnen darauf hin, dass die Arbeitshaltung im Unterricht in den Themenstudienstunden nicht optimal gewesen sei und dass einige Schülerinnen und Schüler in der Hausaufgabe konzentrierter gearbeitet hätten. Auch der Lärmpegel im Klassenzimmer habe sich in den Partnerarbeitsphasen störend ausgewirkt. Die interviewten Schülerinnen und Schüler empfanden die Themenstudienarbeit als eher nicht schwierig, eher (inhaltlich) interessant und gaben an, eher motiviert und konzentriert gearbeitet zu haben. Mit dem Zeitplan kamen die Schülerinnen und Schüler mehrheitlich gut zurecht.

Als interessanteste Erfahrungen wurden von den Lernenden zum einen Merkmale der Arbeitsform wie die Beschäftigung mit den Dokumenten der Materialienmappe, das Schreiben eines Aufsatzes, und das „Sich-befassen-müssen“ mit dem Thema Beweisen hervorgehoben, zum anderen nannten die Schülerinnen und Schüler inhaltliche Aspekte, insbesondere die Vergleichsmöglichkeit mit dem Beweisen im juristischen Bereich.

Auf die Frage, was an der Themenstudienarbeit verbessert werden sollte, antworteten einzelne Schülerinnen und Schüler mit den Vorschlägen, eine noch genauere Aufgabenstellung und mehr Anleitung zu geben, die auch spezifizieren sollten, auf welche Themen im Aufsatz eingegangen werden sollte, sowie die Themenstudienmaterialien im Umfang zu reduzieren. Die Meinungen, welche Materialien weniger brauchbar seien, gingen jedoch auseinander: Während sich beispielsweise ein Schüler für eine Reduzierung der mathematischen Beweisbeispiele aussprach, wurden diese von einem anderen gerade als interessant betrachtet. Auch die Relevanz der Dokumente zum Beweisen im Strafprozess wurde uneinheitlich beurteilt. Einige Lernende berichteten ferner von Verständnisschwierigkeiten bei einigen der Rohmaterialien. Verbesserungsvorschläge zum Verhalten der Lehrperson bezogen sich oft auf eine intensivere Unterstützung, die sich Schülerinnen und Schüler erhofft hatten. So sollte die Lehrkraft „mehr erklären“, und den Unterricht „mehr gestalten“. Eine Reihe von Schülerinnen und Schülern sahen die Lehrerrolle jedoch andererseits darin, eher nur zu beobachten und waren deshalb mit dem Handeln ihrer Lehrerin bzw. ihres Lehrers offenbar zufrieden.

In den Interviews sollten die Lernenden außerdem Schwierigkeiten beschreiben, die sie bei der Themenstudienarbeit hatten. Genannt wurden insbesondere Schwierigkeiten beim schriftlichen Formulieren der Lernergebnisse. Zwei Schülern fiel es schwer, den Anfang der Themenstudie zu schreiben. Die Lernenden dreier Interviewgruppen äußerten keine Schwierigkeiten bzw. gaben an, dass ihnen das Arbeiten leicht gefallen sei. In einer Gruppe wurde geäußert, dass das Arbeiten mit den Materialien anspruchsvoll, aber „machbar“ gewesen sei.

In den Interviews wurden darüber hinaus Fragen zu Auswirkungen von Themenstudienarbeit auf die Lernenden gestellt. Die Rückmeldungen zu den von den interviewten Schülerinnen und Schülern wahrgenommenen Auswirkungen der Themenstudienarbeit scheinen im Großen und Ganzen die quantitativen Ergebnisse zu bestätigen: So gaben die Lernenden beispielsweise mehrheitlich an, sich mit dem Beweisen in etwa auszukennen und einer Mitschülerin bzw. einem Mitschüler erklären zu können, was als Beweis zählt und was nicht.

Vor dem Hintergrund der Ergebnisse in Kapitel 10 und in Abschnitt 13.1 erscheinen die Antworten auf die Frage, ob die Lernenden glaubten, dass „bessere Schüler(innen) durch die Themenstudienarbeit noch besser und schwächere Schüler(innen) noch schwächer“ würden, besonders interessant. Hier vertraten alle interviewten Schülerinnen und Schüler den Standpunkt, dass leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler auf keinen Fall schwächer geworden seien. Die meisten Lernenden äußerten die Einschätzung, dass alle Schülerinnen und Schüler besser geworden seien. Die Schülerinnen und Schüler zweier Interviewgruppen vermuteten, dass „gute Schüler [und Schülerinnen] gut“ geblieben, aber vor allem schwächere „stärker“ geworden seien.

14.3 Hinweise auf Verbesserungsmöglichkeiten aus einer explorativen Best-Practice-Untersuchung

In den Abschnitten 10.2 und 11.3 waren bereits im Rahmen von Kontrolluntersuchungen klassenbezogene Ergebnisse berichtet worden. Aus den Ergebnissen von Kapitel 9 zu Wahrnehmungen der Durchführung der Themenstudienarbeit geht hervor, dass insbesondere Klasse E sich von den anderen beteiligten Klassen positiv abhob. So weist die Gesamtübersicht über die verschiedenen untersuchten Implementationsmerkmale in Tabelle 9.5.1 nur positive Bewertungen auf. Auch die klassenbezogenen Ergebnisse zur Entwicklung der Beweis- und Argumentationskompetenz in Abbildung 14.3.1 weisen darauf hin, dass es sich im Sinne einer „best practice“-Untersuchung lohnen könnte, die Randbedingungen der Themenstudienarbeit in Klasse E im Folgenden in explorativer Weise etwas eingehender zu betrachten.

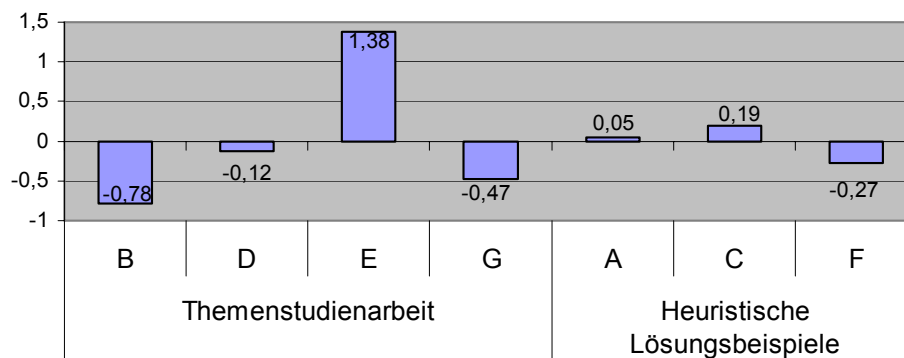


Abb. 14.3.1: Nicht standardisierte Residuenmittelwerte zur beweisbezogenen Methodenkompetenz nach Klassen

Die Schülerinnen und Schüler aus den Klassen E und G besuchten das mathematisch-naturwissenschaftliche Gymnasium. Die Vortestwerte in Klasse E zeigten keine überdurchschnittliche Beweis- und Argumentationskompetenz (vgl. Abschnitt 8.1.2). Die Zuwächse der Beweiskompetenz in Klasse E sind jedoch vergleichsweise groß (vgl. Abschnitt 10.2). Noch stärker fallen die Residuen der beweispezifischen Methodenkompetenz ins Auge, die in Abbildung 14.3.1 nach Klassen aufgeschlüsselt sind. Im Folgenden wird daher explorativ untersucht, mit welchen anderen Variablen dieser Methodenkompetenzzuwachs assoziiert ist.

Klasse E unterscheidet sich bei einem Scheffé-Test unter den Themenstudienklassen hinsichtlich der Residuenwerte in Abbildung 14.3.1 hoch signifikant von Klasse B ($p < 0,01$) und signifikant von Klasse G ($p < 0,05$). Paarweise T-Tests liefern hoch signifikante Unterschiede zu Klasse B und G, sowie einen signifikanten Unterschied zu Klasse D. Auch zu den Klassen der Referenzgruppe ergeben sich bei Klasse E in paarweisen T-Tests signifikante bzw. hoch signifikante Unterschiede (Klassen A und C: $p < 0,05$; Klasse F: $p < 0,01$).

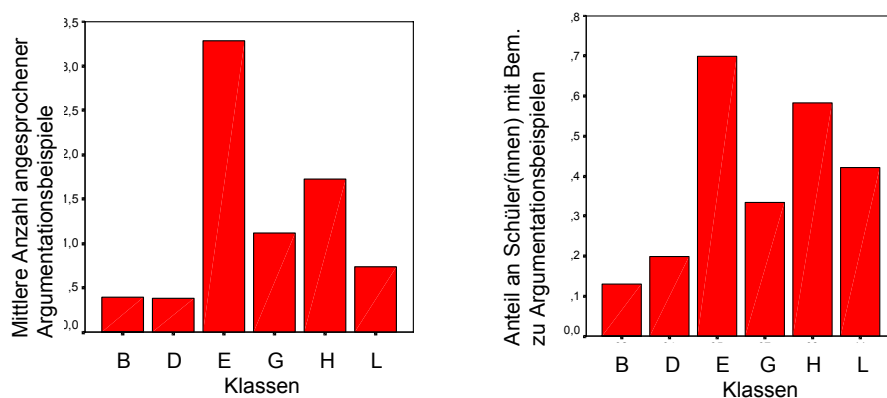


Abb. 14.3.2: Durchschnittliche Anzahl in den schriftlichen Themenstudien angesprochener Argumentationsbeispiele und Anteil der Lernenden, die zu mindestens einem Argumentationsbeispiel Stellung nahmen

Zu den Ergebnissen hinsichtlich der Methodenkompetenz in Kapitel 12 ist ferner festzuhalten, dass offenbar das Beurteilen von Argumentationsbeispielen in Klasse E häufiger vorkommt (vgl. Abb. 14.3.2). Während der durchschnittliche Wert in den Klassen B, D und L dadurch recht niedrig ausfällt, dass viele Schülerinnen und Schüler gar keine der Argumentationsbeispiele diskutierten, wurden in Klasse E durchschnittlich zu etwas mehr als drei Beweisbeispielen Äußerungen gemacht. In Abbildung 14.3.2 rechts finden sich Informationen zum Anteil der Lernenden, die zu mindestens einem Argumentationsbeispiel Stellung nahmen (der Wert 1 entspräche der ganzen Klasse).

Gleichzeitig war in Klasse E der Anteil an Schülerinnen und Schülern, die ihre Themenstudie alleine erstellten, vergleichsweise hoch. Ein individuelles Schreiben an der Themenstudie könnte mit einer intensiveren Beschäftigung mit den Materialien zu assoziieren sein. Da dieser Umstand für das vergleichsweise gute Abschneiden von Klasse E mit bedeutsam sein könnte, werden im Folgenden einige Auswertungsergebnisse vorgestellt, die zwischen Lernenden unterscheiden, die individuelle Themenstudien schrieben, und solchen, die im Team ihre schriftlichen Darstellungen von Lernergebnissen abgefasst hatten.

Ob die Themenstudie von einer Schülerin oder einem Schüler alleine geschrieben oder von mehreren Schüler(inne)n gemeinsam verfasst wurde, hat möglicherweise einen Einfluss auf die Intensität der Auseinandersetzung der einzelnen Lernenden mit den Rohmaterialien. Basierend auf einem kooperativen Austausch über die Materialien könnte es einen Unterschied machen, ob beim Zu-Papier-Bringen der Ideen nochmals intensive individuelle Elabora-

tionsprozesse stattfinden oder ob das Schreiben der Themenstudie abschnittsweise unter Mitgliedern eines Teams verteilt wird.

In Abbildung 14.3.3 sind Ergebnisse der beweisbezogenen Methodenkompetenz zusammengestellt, bei der zwischen Lernenden unterschieden wird, die ihre Themenstudien alleine oder andererseits gemeinsam verfasst hatten.

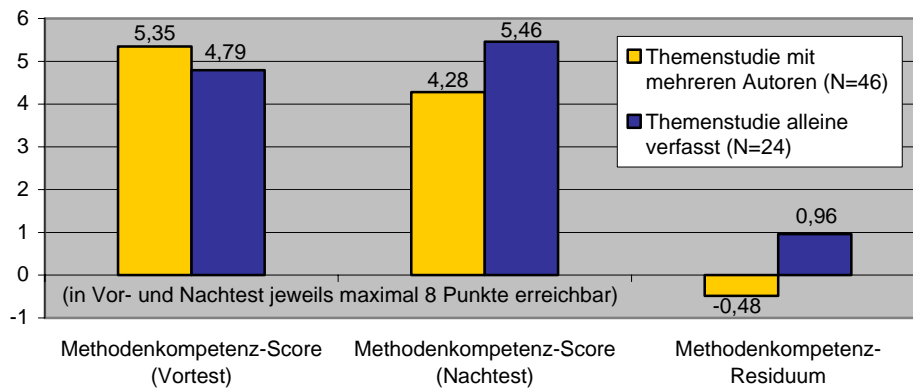


Abb. 14.3.3: Entwicklung der Methodenkompetenz bei Schüler(inne)n, die Themenstudien alleine oder gemeinsam verfassten

Es ist festzustellen, dass die Lernenden, die alleine Themenstudien verfassten, beim Methodenwissen hoch signifikant besser zulegen als die Gruppe der anderen Schülerinnen und Schüler ($T=3,13$; $df=68$; $p<0,01$; $d=0,77$). Während die Vortestwerte noch keine signifikanten Unterschiede aufweisen, unterschieden sich bereits die Nachtestwerte signifikant ($T=2,26$; $df=68$; $p<0,05$; $d=0,56$).

Diskussion

Neben einer gelungenen Implementation der Themenstudienarbeit nach den in Kapitel 9 besprochenen Merkmalen konnten für Klasse E zwei weitere mögliche Merkmale einer „best practice“ identifiziert werden: Einerseits setzten sich die Lernenden in dieser Klasse vergleichsweise intensiver schriftlich mit den Argumentationsbeispielen der Themenstudienmappe auseinander, andererseits findet sich in Klasse E ein hoher Anteil an Schülerinnen und Schülern, die ihre Themenstudie alleine geschrieben hatten. Letztere Lernende verzeichneten im Nachtest auch über die Gesamtstichprobe hinweg bessere Ergebnisse bei der beweispezifischen Methodenkompetenz als Lernende, die ihre Themenstudien gemeinsam verfasst hatten. Welches dieser Merkmale eventuell zur Erklärung einer überdurchschnittlichen Methodenkompetenzentwicklung in Frage kommen könnte, kann auf der Basis dieser Auswertungen nicht entschieden werden, da die Merkmale nicht unabhängig voneinander auftraten.

Möglicherweise trägt ein arbeitsteiliges Vorgehen in Schülergruppen beim Schreiben der Themenstudie dazu bei, dass nicht alle Lernenden sich mit allen Inhalten in gleicher Intensität beschäftigten. Eine diesbezügliche Verbesserung, die versucht, den Effekt des Verlangsamens der eigenen Gedanken durch das Schreiben (vgl. Abschnitt 3.4) für alle Lernende und alle Inhalte besser zu nutzen, besteht darin, dass die Lernenden jeweils persönliche Themenstudien schreiben sollen. Der Austausch über Rohmaterialien und Inhalte der Themenstudie in Partnerteams sollte jedoch trotzdem möglich sein, um individuelle Lernprozesse zu unterstützen (vgl. Abschnitt 3.3).

Eine mögliche Verbesserung der Themenstudienarbeit durch ein individuelles Ausarbeiten der Themenstudien könnte wie in Abschnitt 14.1 vorgeschlagen mit der ergänzenden Aufgabenstellung verknüpft werden, zu allen Argumentationsbeispielen Stellung zu nehmen.

14.4 Diskussion

Im Folgenden werden die in diesem Kapitel besprochenen Befunde diskutiert, die möglicherweise auf Probleme der Umsetzung der Themenstudienarbeit im Unterricht oder auf Verbesserungsmöglichkeiten der Lernumgebung hindeuten könnten. Einige daraus abgeleitete Implikationen für einen zukünftigen Einsatz der Themenstudienarbeit „Gebt mir Beweise“ in der 8. Jahrgangsstufe und für Anschlussuntersuchungen wurden bereits angesprochen.

Insgesamt ist festzustellen, dass die Themenstudienarbeit sich grundsätzlich als gut durchführbar erwies (vgl. u.a. Abschnitt 14.1). Bei der Diskussion einzelner Befunde, die auf mögliche Probleme der Lernumgebung und Verbesserungspotentiale schließen lassen, ist zu berücksichtigen, dass diese Lernumgebung für die Schülerinnen und Schüler und auch für die beteiligten Lehrerinnen und Lehrer neu und ungewohnt war. Auch aus den Rückmeldungen von Lehrkräften, Schülerinnen und Schülern geht stellenweise hervor, dass die Themenstudienarbeit tatsächlich als eine Unterrichtskonzeption jenseits des üblichen Mathematikunterrichts erlebt wurde (vgl. etwa die Daten am Ende von Abschnitt 9.1). Aus diesem Aspekt der „ungewohnten Lern- und Arbeitssituation“ ergeben sich zwei mögliche Auswirkungen, die das Entstehen und auch das Wahrnehmen von Problemen beeinflusst haben könnten:

- Einerseits könnte sich die mangelnde Routine im Umgang mit der Lernumgebung erschwerend ausgewirkt haben. So konnten vermutlich nicht allen Schülerinnen und Schüler auf förderliche Arbeitstechniken zurückgreifen, die beispielsweise den Umgang mit den Themenstudienmaterialien erleichtert hätten. Außerdem könnten sich eingeschliffene Rollenmuster des Klassenraumgeschehens ausgewirkt haben. So werden in einigen Schülerrückmeldungen Aktivitäten des Erklärens und „Gestaltens“ des Unterrichts durch die Lehrperson angemahnt, die der Rollenverteilung des in Deutschland dominierenden fragend-entwickelnden Unterrichtsverfahrens entsprechen. Es erscheint plausibel, dass Lernende, die sich an eine eher rezeptive Rolle in einem lehrergesteuerten Unterricht gewöhnt haben, grundsätzlich Schwierigkeiten haben, in einer offeneren Lernumgebung Lernprozesse stärker „in die eigene Hand“ zu nehmen. Mögliche Folgen sind beispielsweise auch Beeinträchtigungen der Arbeitshaltung und der Konzentration während der Unterrichtsstunden.
- Ein anderer möglicher Wirkungszusammenhang ist vermutlich gegenläufig: Die unterrichtsmethodische „Abwechslung“, die durch das eher selbstgesteuerte Lernen in Zweiertteams und durch die ungewohnte inhaltliche Ausrichtung der Themenstudienarbeit entsteht, könnte zusätzliche Lernmotivation aktiviert haben. Dieser Effekt könnte insofern verzerrend wirken, als Lernende mit größeren Erfahrungen im Bereich des Arbeitens in schülerzentrierten Unterrichtsformen eine eher geringere solche zusätzliche Lernmotivation aufweisen könnten.

Diese Überlegungen sollen der Einsicht dienen, dass die Befunde hinsichtlich ihrer Übertragbarkeit auf andere Unterrichtszusammenhänge grundsätzlich vorsichtig interpretiert werden müssen. Im Folgenden wird bei der Diskussion der Befunde daher von der konkreten Unterrichtssituation dieser Feldstudie ausgegangen.

In der Wahrnehmung einiger Schülerinnen und Schüler bestand ein Problem des Lernens in der Themenstudienarbeit darin, dass die Materialien als umfangreich, einzelne Materialien als schwer verständlich und das Schreiben der Themenstudie als arbeitsintensiv empfunden wurde. Einige Lernende wünschten sich ferner eine präzisere Anleitung beim Arbeitsauftrag. Inwiefern diese Rückmeldungen als Anzeichen für Probleme im Zusammenhang mit der Themenstudienarbeit zu interpretieren sind, die zu Korrekturen in der Lernumgebung führen sollten, ist angesichts der oben angestellten Überlegungen nicht eindeutig zu beantworten.

Es liegt auf der Hand, dass die Lernsituation der Konfrontation mit den Rohmaterialien der Themenstudienmappe von vielen Lernenden als herausfordernd und anspruchsvoll empfunden werden kann, denn die angestrebte Konfrontationssituation mit den multikontextuell und multiperspektivisch angelegten Materialien soll ja gerade weitgehend selbstgesteuerte Lernprozesse initiieren. Auch ein als arbeitsintensiv und anspruchsvoll empfundenenes Redigieren von Themenstudien kann einerseits als Anzeichen für intensive Lernprozesse oder andererseits als ein Anhaltspunkt für individuelle Beeinträchtigungen beim Lernen interpretiert werden.

Da von verschiedenen Lernenden unterschiedliche Materialien positiv hervorgehoben wurden, ist es auch fraglich, ob der von manchen Lernenden als zu groß empfundene Umfang der Materialienmappe generell reduziert werden sollte. Festzuhalten ist, dass manche Randbedingungen der Lernumgebung von Lernenden bemängelt wurden. Insgesamt besteht jedoch weiterer Forschungsbedarf, inwiefern instruktionale Elemente der Themenstudienarbeit im Einzelnen verbesserungsfähig sind, wie sich zusätzliche Elemente der Anleitung auswirken würden oder welche Materialien modifiziert oder weggelassen werden könnten.

Eine Folgerung für die Praxis könnte in jedem Falle darin bestehen, die Lehrperson noch stärker in ihrer Rolle als Lernberater(in) einzubinden. Individuelle Probleme beim Umgang mit einzelnen Rohmaterialien, Klärungen von Aufgabenstellungen, an den Wissensstand angepasste Tipps der Lehrperson zu Lern- und Arbeitsstrategien könnten helfen, unproduktive Prozesse bei der Themenstudienarbeit zu vermeiden. Einige Schülerinnen und Schüler gaben die Rückmeldung, dass sich ihr Lehrer während der Partnerarbeitsphasen eher unbeteiligt verhielt. Eine Verbesserungsmöglichkeit der Themenstudienarbeit könnte also darin bestehen, den Lehrkräften noch mehr Hilfen zu geben, wie sie schülerzentrierte Lern- und Arbeitsphasen fördernd begleiten können. Insofern erscheint eine intensive Vorbereitung und Betreuung der Lehrerinnen und Lehrer bei der Implementation der Themenstudienarbeit unerlässlich.

Nach den Überlegungen der Abschnitte 14.1 und 14.3 besteht eine weitere Verbesserungsmöglichkeit der Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren vermutlich darin, dass von den Schülerinnen und Schülern gefordert wird, jeweils individuell eine Themenstudie zu verfassen und die Argumentationsbeispiele der Materialien in den Themenstudien zu besprechen.

In Abschnitt 14.1 wurde ferner auf die möglicherweise sehr wichtige Rolle der Bearbeitungszeit im Unterricht hingewiesen. Verbesserungspotentiale bestehen hier unter anderem darin, insbesondere in der ersten Unterrichtsstunde der Sequenz ausreichend Zeit für einen ersten Kontakt mit den Rohmaterialien zur Verfügung zu stellen.

Zusammenfassend ist hervorzuheben, dass es auf der Basis der vorgestellten Ergebnisse einerseits einige deutliche Hinweise auf mögliche Verbesserungspotentiale gibt, wie beispielsweise eine verbesserte Nutzung von Lerngelegenheiten im Zusammenhang mit den Argumentationsbeispielen der Themenstudienmappe. Andererseits besteht zu anderen potentiellen Verbesserungsmöglichkeiten weiterer Forschungsbedarf: So wäre es beispielsweise wünschenswert, vertieftere Erkenntnisse zur Nutzung verschiedener Materialien und zu möglichen Auswirkungen von Ergänzungen des instruktionalen Hilfsgerüsts der Themenstudienarbeit zu gewinnen.

Im Großen und Ganzen stieß die Durchführung der Themenstudienarbeit auf keine gravierenden Probleme, so dass Verbesserungen der Lernumgebung in erster Linie dem Ziel einer weiteren Optimierung beim Anregen verständnisvoller Lernprozesse dienen können.

15 Diskussion und Ausblicke

Dieses Kapitel enthält eine zusammenfassende Diskussion von Ergebnissen, die in den Kapiteln 9 bis 14 dargestellt wurden (Abschnitt 15.1). Im Zusammenhang mit diesen Überlegungen werden auch Implikationen für Verbesserungen der Lernumgebung und Anschlussfragen erörtert. Ausblicke auf Folgeuntersuchungen, die sich auf einige dieser Fragen beziehen, werden in Abschnitt 15.2 gegeben.

15.1 Zusammenfassende Diskussion

Die in den Kapiteln 9 bis 14 dargestellten Ergebnisse wurden in diesen Kapiteln jeweils bereits diskutiert. Dieser Abschnitt hat die Aufgabe, die einzelnen Befunde in einer Gesamtschau zusammenzuführen und auf diese Weise auch mögliche Implikationen für Theorie und Praxis abzuleiten. Dazu werden die Ergebnisse kumuliert betrachtet. Abschnitt 15.1.1 widmet sich der Frage, inwiefern Themenstudienarbeit auf der Basis der gewonnenen Daten als eine Lernumgebung anzusehen ist, die bereits in der Mittelstufe zur Förderung verständnisvollen Lernens zum Beweisen und Argumentieren eingesetzt werden kann. Dies entspricht dem Fokus der ersten Forschungsfrage in Abschnitt 7.6.

Die beobachteten Auswirkungen der untersuchten Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren werden in Abschnitt 15.1.2 diskutiert.

Wissensaufbau wird nach dem hier vertretenen Verständnis als individuelle Konstruktionsleistung auf der Basis der kognitiven und motivationalen Prädispositionen der lernenden Subjekte angesehen (vgl. Kapitel 1, 2 und 3). Um auf dieser Basis Möglichkeiten der Themenstudienarbeit als Lernumgebung zur Förderung verständnisvollen Lernens einschätzen zu können, sind Anzeichen für Auswirkungen bestimmter Lernvoraussetzungen auf Wissensaufbau und Motivationsentwicklung von Interesse. Diese Aspekte werden in Abschnitt 15.1.3 vor dem Hintergrund der Untersuchungsergebnisse insbesondere von Kapitel 13 erörtert. Auf der Basis dieser Betrachtungen werden auch vorsichtige Rückschlüsse auf die Art von Wissensaufbau gezogen, die in der Themenstudienarbeit vorwiegend angeregt worden sein könnte.

Mögliche Implikationen der Ergebnisse für Theorie und Praxis werden in Abschnitt 15.1.4 angesprochen.

In Abschnitt 15.1.5 sind Anschlussfragen zusammengestellt, die sich auf der Basis der gewonnenen Ergebnisse stellen.

15.1.1 Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren im Mathematikunterricht der Mittelstufe

Erfahrungen und Erkenntnisse zur Themenstudienarbeit waren in den Pilotstudien hauptsächlich für Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe II gewonnen worden (vgl. Kapitel 6).

Ein wesentliches Ziel der in den Kapiteln 8ff beschriebenen Studie war es, zu erkunden, inwiefern diese Lernumgebung bereits in der Sekundarstufe I zur Förderung verständnisvollen Wissensaufbaus zum Beweisen und Argumentieren eingesetzt werden kann. (vgl. Forschungsfrage 1 in Abschnitt 7.6). Betrachtet man die Ergebnisse der Untersuchung unter diesem Blickwinkel, so kann diese Frage positiv beantwortet werden. Dafür sprechen die folgenden Gesichtspunkte:

- In der Themenstudie zum Beweisen und Argumentieren waren den Lernenden mit heterogenen und multiperspektivisch angelegten Rohmaterialien konfrontiert worden. Aufbauend auf ihr Vorwissen konnten die Schülerinnen und Schüler mit diesen heterogenen Materialien offenbar umgehen. So geht aus den Feedbackfragebögen hervor, dass sowohl hinsichtlich des wahrgenommenen Anforderungsniveaus als auch hinsichtlich des wahrgenommenen Anregungsgehalts in den Augen der Schülerinnen und Schüler Lernbedingungen gesetzt wurden, die die Lernenden beim Wissensaufbau unterstützten (vgl. Kapitel 9). Die Schwierigkeiten, die bei der Themenstudienarbeit in einer der Klassen auftraten, erscheinen vermeidbar: Nach den Rückmeldungen der Beteiligten war die erste Unterrichtsstunde der Sequenz in dieser Klasse von Zeitmangel und Aufgabenunklarheit gekennzeichnet, was offenbar zu einer unzureichenden Vorbereitung der Schülerinnen und Schüler und Zeitknappheit in den Folgestunden führte. Durch geeignete Maßnahmen des betreffenden Lehrers hätte diese Situation vermutlich vermieden werden können.
- Von einem individuell unterschiedlichen Umgang mit den Rohmaterialien der Themenstudienmappe zeugen die schriftlichen Ausarbeitungen der Schülerinnen und Schüler. Die Lernenden betonten manche Inhalte besonders und berücksichtigten andere weniger stark (vgl. die Ergebnisse in Kapitel 12). Dies kann als Hinweis darauf interpretiert werden, dass Schülerinnen und Schüler die Inhalte der Rohmaterialien mit ihrem individuellen Wissen verknüpften und in Prozessen eines „making sense“ persönliche Schwerpunkte setzen konnten.
- Anzeichen für Wissens- und Kompetenzzuwächse, die auf verständnisvolles Lernen in der Themenstudienarbeit hindeuten, zeigen sich bei der Beweis- und Argumentationskompetenz und bei den untersuchten Komponenten des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses der Schülerinnen und Schüler. Auf Steigerungen der Beweis- und Argumentationskompetenz weist die durchschnittliche Zunahme der Testwerte der Lernenden bei Items der Kompetenzstufen 2 und 3 im Verhältnis zu Aufgaben der Kompetenzstufe 1 ebenso hin wie der Vergleich zwischen Parallelitems der beiden Tests. Die Nutzung von Lernangeboten der Themenstudienarbeit scheint sich insbesondere auch für Komponenten des wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses bemerkbar zu machen: Hier zeigen sich gerade für Schülerinnen und Schüler, die sich intensiv mit den Argumentationsbeispielen der Materialmappe auseinandergesetzt hatten, deutliche Hinweise auf überdurchschnittliche Lernzuwächse. Die Wahrnehmung vielfältiger Funktionen des Beweisens, die in den Themenstudienarbeiten vorkamen, ging ebenfalls eher mit Lern- und Kompetenzzuwächsen einher.
- Die Bedeutung motivationaler Dispositionen für verständnisvollen Wissensaufbau zeigte sich deutlich (vgl. Abschnitt 14.3). Umso positiver ist es zu bewerten, dass motivationale Dispositionen insbesondere im Bereich domänen- und inhaltsbereichsspezifischer Fähigkeitsselbstkonzepte gefördert wurden. Nicht zuletzt nachfolgendes Lernen könnte durch diese gesteigerten Fähigkeitsselbstkonzepte erleichtert werden (vgl. Abschnitte 1.4.4 und 7.2.7).

Die Ergebnisse der in den vorangegangenen Kapiteln geschilderten Feldstudie liefern also offenbar erste vorsichtig zu interpretierende Hinweise darauf, dass es den Lernenden möglich

war, in weitgehend selbstgesteuerte Prozesse verständnisvollen Lernens einzutreten. Das Generieren von tiefer gehenden Erkenntnissen, wie sich solche Prozesse des verständnisvollen Lernens gestaltet haben könnten, welche Lerngelegenheiten genutzt wurden und wie verschiedene Lern- und Arbeitstechniken ineinander griffen, bedarf weiterer Untersuchungen. Im Zusammenhang mit der Förderung verständnisvollen Lernens stellt sich auch die Frage, wie übertragbar die Ergebnisse auf verständnisvolles Lernen zu anderen Inhaltsbereichen sind. Hier besteht ebenfalls Anlass zu weiterführenden Untersuchungen.

15.1.2 Auswirkungen verständnisvollen Lernens in der Themenstudienarbeit als problemorientierter Lernumgebung

In diesem Abschnitt wird ein zusammenfassendes Resümee zu den beobachteten Auswirkungen der Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren gezogen.

Die Beweis- und Argumentationskompetenz der Schülerinnen und Schüler hatte bei der Evaluation der Themenstudienarbeit eine wesentliche Bedeutung, denn sie stellte gewissermaßen eine Eckgröße zur Abschätzung des „outcome“ der Lernumgebung dar. Insgesamt wurde der Kompetenzaufbau zum Beweisen und Argumentieren in der Themenstudienarbeit nicht signifikant besser gefördert als in der Referenzgruppe durch das Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen (vgl. Abschnitt 10.1). Dieses Ergebnis ist insofern bemerkenswert, als sich abzeichnet, dass Beweiskompetenz durch die Themenstudienarbeit in vergleichbarer Weise gefördert werden zu können scheint wie bei einem Training anhand von Beweisaufgaben.

Ein Fokus der Themenstudienarbeit war die Förderung von Wissensaufbau zu Komponenten des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses. Verständnisvolles Lernen in diesem Bereich sollte durch die Auseinandersetzung der Schülerinnen und Schüler mit den Rohmaterialien der Themenstudienmappe angeregt werden.

In der Tat konnten Anzeichen beobachtet werden, dass verständnisvolles Lernen im Bereich des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses durch die Auseinandersetzung mit den Themenstudienmaterialien gefördert wurde. So zeigten sich für das beweispezifische Methodenwissen klare Befunde, dass überdurchschnittliche Lernfortschritte mit der Beschäftigung mit den Argumentationsbeispielen der Themenstudienmaterialien einhergingen (vgl. Abschnitt 12.1). Korrelative Zusammenhänge deuteten ferner darauf hin, dass in Bereich des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses übertragbares Wissen aufgebaut wurde, denn dieses Wissen scheint auch in den Tests zur Beweis- und Argumentationskompetenz umgesetzt worden zu sein.

Weiteren Aufschluss zum Wissensaufbau in Bereich des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses geben die Auswertungsergebnisse zu Äußerungen der Schülerinnen und Schüler über Funktionen des Beweises (vgl. Abschnitt 12.2). Vergleicht man die gefundenen Häufigkeiten von Nennungen *grosso modo* mit den Ergebnissen der Untersuchung von Healy & Hoyles (1998), so ist festzustellen, dass die Lernenden in ihren Themenstudien mehr verschiedene Funktionen des Beweises nannten als dies von Healy und Hoyles für ihre Probanden beobachtet wurde. Auch wenn aufgrund von Unterschieden der Untersuchungsmethoden und der untersuchten Population nur sehr vorsichtige Folgerungen aus diesem Vergleich möglich sind, kann auf der Basis der Ergebnisse zumindest gefolgert werden, dass Funktionen des Beweises, auf die mit Hilfe der Themenstudienmaterialien geschlossen werden kann, von den Lernenden oft auch angesprochen wurden. Weitere Untersuchungen, beispielsweise mit einem Vor- und Nachtest zu Funktionen des Beweises, sind zu dieser Komponente des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses wünschenswert.

Insgesamt scheinen die Ergebnisse der Untersuchung zu bestätigen, dass sich das Lernen mit Rohmaterialien, so wie es in der Themenstudienarbeit umgesetzt wurde, durchaus zum Wissensaufbau im Mathematikunterricht eignet. Die Nutzung der einzelnen Materialien zum Wissensaufbau durch die Lernenden könnte möglicherweise durch weitere instruktionale Elemente, wie beispielsweise einer Verpflichtung, zu den Argumentationsbeispielen der Themenstudienmappe Stellung zu nehmen, noch weiter verbessert werden.

Die Themenstudienarbeit zeigte auch wünschenswerte Auswirkungen auf motivationale Dispositionen der Schülerinnen und Schüler. Signifikante Zuwächse zeigten sich insbesondere bei den untersuchten beweisbezogenen Fähigkeitsselbstkonzepten und bei dem allgemein auf das Fach Mathematik bezogenen akademischen Selbstkonzept. Die Motivationszuwächse sind für das beweisbezogene Kognitionsselbst bei der Themenstudienarbeit offenbar etwas stärker ausgeprägt als bei der Referenzgruppe. Dies spricht dafür, dass die Lernumgebung geeignet ist, die Lernenden bei der Entwicklung eines subjektiven Kompetenzgefühls zu unterstützen, das sich unter anderem positiv auf nachfolgendes Lernen zum Beweisen und Argumentieren auswirken könnte. Inwiefern dieses themenbezogene, eher auf Metawissen bezogene gesteigerte Kompetenzgefühl von tatsächlichen Zuwächsen im Metawissen zum mathematischen Beweisen herrührt, müsste in einer weiteren Studie untersucht werden, in der eine größere Bandbreite von Komponenten des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses erhoben werden sollte.

15.1.3 Rolle von Prädispositionen der Lernenden und mögliche Implikationen

In diesem Abschnitt werden Befunde zur Rolle von Prädispositionen der Schülerinnen und Schüler für verständnisvolles Lernen und Kompetenzaufbau diskutiert. Entsprechend des Aufbaus von Kapitel 13 werden zunächst die Ergebnisse zu Prädispositionen der Beweis- und Argumentationskompetenz angesprochen, bevor auf Lernvoraussetzungen der beweisbezogenen Methodenkompetenz, auf motivationale Prädispositionen, sowie auf die Rolle epistemologischer Beliefs für das Lernen in der Themenstudienarbeit eingegangen wird.

Prädispositionen der Beweis- und Argumentationskompetenz, neue Zugänge zum mathematischen Beweisen und fächerübergreifende Kompetenzen

Gewissermaßen ein paradoxes Ergebnis sind die Hinweise darauf, dass gerade auch Lernende mit geringeren Eingangsvoraussetzungen in der Themenstudienarbeit gefördert zu werden scheinen. Diese profitieren offenbar geringfügig stärker als die entsprechenden Schülerinnen und Schüler der Referenzgruppe, die in der weitaus instruktionistischer geprägten Lernumgebung der heuristischen Lösungsbeispiele lernten. Dieses Ergebnis widerspricht auf den ersten Blick den Befunden der Lehr- und Lernforschung zu ATI-Effekten, nach denen eher Lernende mit hohen Eingangsvoraussetzungen in offenen Lernumgebungen höhere Lernleistungen erzielen, während Lernende mit niedrigeren Lernvoraussetzungen instruktional gehaltene Unterrichtsformen stärker zum Wissens- und Kompetenzaufbau nutzen können.

Vor dem Hintergrund der Befunde der PISA-Studie von 2003 (Deutsches PISA-Konsortium, 2004), in der erstmals die fächerübergreifende Kompetenz des Problemlösens untersucht wurde, kann dieses Ergebnis jedoch plausibel interpretiert werden. In PISA 2003 zeichnete sich ab, dass die Schülerinnen und Schüler im internationalen Vergleich bei der fächerübergreifenden Problemlösekompetenz besser abschnitten als bei mathematischen Problemlöseaufgaben. Dies wurde so interpretiert, dass die fächerübergreifende Problemlösekompetenz der deutschen Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht offenbar nicht im wün-

schenswerten Umfang zum Aufbau von Fähigkeiten des mathematischen Problemlösens genutzt wird.

Ein ähnlicher Effekt könnte zu den beobachteten Ergebnissen im Bereich des Beweisens und Argumentierens geführt haben: Es ist wahrscheinlich, dass die Themenstudienarbeit mit ihren interdisziplinären Materialien und Lernangeboten ein fächerübergreifendes Vernetzen von Wissen gefördert hat und die Lernenden dadurch auch fächerübergreifende Kompetenzen stärker mit mathematischen Inhalten verknüpfen konnten. Ein solches Angebot eines „neuen Einstiegs“ in das mathematische Beweisen und Argumentieren könnte offenbar vergleichsweise unabhängiger von den mathematikbezogenen Eingangsvoraussetzungen für die Schülerinnen und Schüler nutzbar gewesen sein. Dies könnte zur Folge gehabt haben, dass leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler eher stärker von der Themenstudienarbeit profitieren konnten als Lernende der Referenzgruppe, und leistungstärkere Schülerinnen und Schüler aus ihrem mathematikbezogenen Kompetenzvorsprung geringfügig weniger Kapital schlagen konnten.

Eine Möglichkeit der Erklärung der vergleichsweise geringen Zunahme der Beweis- und Argumentationskompetenz der Lernenden des oberen Leistungsdrittels besteht darin, dass die Lernangebote weniger auf die Verbesserung der Beweisaufgabenlösekompetenz ausgerichtet waren, sondern vielmehr auf verschiedene Bereiche des beweispezifischen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses zielten. Das Ausbleiben der zu erwartenden ATI-Effekte bei der Beweis- und Argumentationskompetenz könnte auch darauf zurückzuführen sein, dass die leistungstärkeren Schülerinnen und Schüler möglicherweise vorwiegend in einem Bereich Lernleistungen vollbrachten, der von den Beweiskompetenztests kaum erfasst wurde.

Möglicherweise half die Themenstudienarbeit den schwächeren Lernenden durch das Angebot neuer Zugänge zum Thema, mögliche Wissensdefizite zum Beweisen und Argumentieren auszugleichen, während die leistungstärkeren Lernenden aufbauend auf ihrer Beweiskompetenz Beziehungen der Wissenschaft Mathematik im interdisziplinären Umfeld erkundeten und Wesensmerkmale des Beweisens und Argumentierens aus einer metawissenschaftlichen Perspektive argumentativ erörtert haben könnten.

Diese Vermutung bedarf insgesamt weiterer Untersuchung: Aufschluss könnten zusätzliche Tests geben, die neben der Beweisaufgabenlösekompetenz auch ein breites Spektrum an Komponenten des beweispezifischen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses in die Erhebung einbeziehen.

Für den Fall, dass lediglich die Steigerung der Beweisaufgabenlösekompetenz im Vordergrund stehen soll, bestünde eine mögliche Implikation für die Unterrichtspraxis darin, die Themenstudienmaterialien stärker auf konkrete Beweisprobleme auszurichten und die leistungstärkeren Schülerinnen und Schüler noch gezielter durch instruktionale Hilfen in ihren Lernprozessen anzuleiten.

Zusammenfassung

Die Beobachtung, dass Schülerinnen und Schüler mit ungünstigeren Eingangsvoraussetzungen beim Aufbau von Beweis- und Argumentationskompetenz nicht unterdurchschnittlich gefördert wurden, könnte darauf zurückzuführen sein, dass diesen Lernenden neue Zugänge zum mathematischen Beweisen angeboten wurden, so dass sie fächerübergreifende Kompetenzen stärker mit dem mathematischen Beweisen verknüpfen konnten. Leistungstärkere Schülerinnen und Schüler könnten andererseits möglicherweise vorwiegend in Bereichen Wissen aufgebaut haben, die im Beweiskompetenztest nicht gemessen wurden. Dazu ist beispielsweise Wissensaufbau im metawissenschaftlichen und interdisziplinären Bereich des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses zu rechnen.

Mögliche Folgerungen für die Praxis bestehen darin, dass insbesondere leistungsstärkere Lerner noch besser in ihrer Beweis- und Argumentationskompetenz gefördert werden könnten, indem beim instruktionalen Hilfsgerüst der Themenstudienarbeit noch stärker differenziert wird. Beispielsweise könnten Zusatzaufträge an stärkere Schülerinnen und Schüler und eine intensiviertere Betreuung durch die Lehrperson zu einer noch konsequenteren Differenzierung und kompetenzbezogenen Anleitung beitragen.

Prädispositionen der beweispezifischen Methodenkompetenz und Lernen zum beweispezifischen wissenschaftstheoretischen Grundverständnis

Im Hinblick auf Prädispositionen der Methodenkompetenz zeichnet sich bei der Methodenkompetenzentwicklung keine klare Grundrichtung ab (vgl. Abschnitt 13.2). Eine geringe Korrelation zeigt sich zwischen dem Methodenkompetenz-Vortestergebnis und dem Beweiskompetenz-Residuum. Dies bedeutet, dass im Unterschied zur Referenzgruppe bei der Themenstudienarbeit Schülerinnen und Schüler mit höherem Methodenwissen etwas stärker bei der Beweiskompetenz profitieren konnten.

Prädispositionen im Bereich von Motivation, Interesse und Fähigkeitsselbstkonzepten: Bedeutung für verständnisvolles Lernen

Prädispositionen im Bereich von Motivation, Interesse und Selbstwirksamkeitserwartung scheinen für Lern- und Kompetenzzuwächse in der Themenstudienarbeit eine etwas ausgeprägtere Rolle gespielt zu haben als für die Referenzgruppe (vgl. Abschnitt 14.3). Angesichts der relativ offenen Bedingungen der Lernumgebung erscheint es plausibel, dass Schülerinnen und Schüler etwa weitgehend interessegeleitet Lerngelegenheiten nutzen können. Hohe Fähigkeitsselbstkonzepte könnten ergänzend dazu beigetragen haben, dass Lernende bei der Auseinandersetzung mit den Rohmaterialien etwas ausdauernder arbeiteten. Insgesamt scheint bestätigt zu werden, dass motivationale Dispositionen für verständnisvolles Lernen bedeutsam sind.

Prädispositionen im Bereich epistemologischer Beliefs: „Prozessorientierte Materialien“ für prozessorientierte Lerner?

Insbesondere prozessorientierte Lernende scheinen bei der Themenstudienarbeit etwas mehr zu profitiert zu haben als weniger prozessorientierte Schülerinnen und Schüler. Diese Beobachtung ist im Bereich des beweispezifischen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses an einigen Stellen ausgeprägt, etwa bei der Methodenkompetenz und bei der Wahrnehmung von Funktionen des Beweisens. Bei den heuristischen Lösungsbeispielen profitierten hinsichtlich der Methodenkompetenz eher schemaorientierte Schülerinnen und Schüler.

Diese Befunde machen deutlich, dass individuelle Vorstellungen über Mathematik als Fach und als Wissenschaft bei der Nutzung von Lernangeboten der untersuchten Lernumgebungen möglicherweise eine nicht zu vernachlässigende Rolle spielen. Bei der Themenstudienarbeit zeichnet sich gewissermaßen ein erwarteter „ATI-Effekt“ auf inhaltlicher Ebene ab: Einerseits könnten die möglicherweise eher „prozessorientierten Inhalte“ der Themenstudienmaterialien vor allem prozessorientierte Lerner angesprochen haben. Andererseits könnte die Art des Arbeitens in der Lernumgebung, etwa die Konfrontation mit heterogenen Rohmaterialien, eher prozessorientierten Lernenden entgegengekommen sein.

Eine Folgerung aus diesen Befunden könnte es sein, bei der Gestaltung von Themenstudienmaterialien und Aufgabenstellungen stärker auf die Lernbedürfnisse beispielsweise weniger

prozessorientierter Lernender einzugehen. Es wäre etwa möglich, weitere Hilfs-Ressourcen anzubieten, oder sogar Materialien ähnlich den heuristischen Lösungsbeispielen in einem Materialienpool im Klassenzimmer zur Verfügung zu stellen. Solche Maßnahmen würden eine noch stärkere Differenzierung innerhalb der Lernumgebung implizieren. Um noch zielgerechter Lernende mit unterschiedlichen Dispositionen nach ihren Bedürfnissen fördern zu können, wäre es wichtig, in Anschlussuntersuchungen mögliche Wirkungen und Wechselwirkungen verschiedener Elemente der Themenstudienarbeit auf Lernprozesse zu erkunden.

Prädispositionen und Lernen in der Themenstudienarbeit – Zusammenfassung

Anhand der Gedanken dieses Abschnitts werden auch Grenzen von quantitativen Evaluationsfeldstudien sichtbar: Oft gewähren solche Untersuchungen nur erste und abgegrenzte Einblicke und Anzeichen für Zusammenhänge. Insgesamt ist auch deutlich geworden, dass das hochkomplexe Geschehen im Unterricht kaum durch isolierte und lineare, monokausale Ursache-Wirkungs-Zusammenhänge beschreibbar ist. Dies trifft insbesondere auch für die Themenstudienarbeit zu. Das Lernen in dieser Lernumgebung ist offenbar noch ein wenig stärker als beim „Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen“ von klassenbezogenen und individuellen Faktoren abhängig. Neben motivationalen Dispositionen wie Interesse und Selbstwirksamkeitserwartung scheinen epistemologische Beliefs und möglicherweise auch fächerübergreifende Kompetenzen eine Rolle zu spielen. Klassen- und schülerteambezogene Charakteristika dürften hinzukommen, worauf Unterschiede in der Wahrnehmung der Lernumgebung zwischen Klassen oder verschiedenen Lehrkräften hindeuten (vgl. etwa Ergebnisse in den Kapiteln 9 und 14).

Um also ergänzende und vertiefende Erkenntnisse über das Lernen in Themenstudienarbeit und Zusammenhänge mit Prädispositionen der Lernenden zu gewinnen, wäre es nicht nur interessant, die diskutierten Ergebnisse quantitativ zu replizieren, sondern auch, qualitativ Lernprozesse in einzelnen Schülergruppen genauer zu ergründen. Bevor in Abschnitt 15.1.5 solche Anschlussfragen erörtert werden, werden im folgenden Abschnitt Folgerungen aus den Ergebnissen für Theorie und Praxis abgeleitet.

15.1.4 Implikationen der Studie im theoretischen Bereich und Folgerungen für die Praxis

In der in Kapitel 8ff vorgestellten Studie wurde eine nach theoretischen Gesichtspunkten konzipierte Lernumgebung in einer ersten Herangehensweise evaluiert. Dabei wurden mit Hilfe der Erhebung verschiedener Bedingungsvariablen und Einflussgrößen auf Beweis- und Argumentationskompetenz Erkenntnisse zu Ergebnissen verständnisvollen Lernens gewonnen.

Zunächst ist festzuhalten, dass einige bereits für andere Probandenkreise bekannte Ergebnisse repliziert werden konnten. Zu nennen sind etwa Ergebnisse von Healy & Hoyles (1998) zum beweisbezogenen Methodenwissen, Befunde von Reiss, Hellmich & Thomas (2002) zum Kompetenzstufenmodell der Beweis- und Argumentationskompetenz oder Resultate von Grigutsch, Raatz & Törner (1995) zu Grundorientierungen epistemologischer Beliefs und deren Korreliertheit. Auch Teilergebnisse zur Wahrnehmung von Funktionen des Beweisens entsprachen in wesentlichen Ergebnissen den Beobachtungen etwa von De Villiers (1990).

Die Themenstudienarbeit als eher problemorientierte Lernumgebung zeigte im Schulleistungsbereich ähnliche Kompetenzzuwächse der Lernenden wie das stärker instruktional geprägte „Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen“. Die Ergebnisse scheinen dafür zu spre-

chen, dass in der gemäßigt-konstruktivistisch orientierten Themenstudienarbeit der Aufbau von Beweis- und Argumentationskompetenz im Mittel ähnlich gut gefördert wird wie in der beweisaufgabenorientierten schülerzentrierten Referenz-Lernumgebung.

Einzelne Teilbefunde deuten darauf hin, dass die Lernenden durch das Verknüpfen von Wissen in der Themenstudienarbeit auch fächerübergreifende Kompetenzen für den Aufbau von Beweis- und Argumentationskompetenz genutzt haben könnten. Zu derartigen Wechselwirkungen besteht jedoch zusätzlicher Forschungsbedarf.

Das beweisbezogene wissenschaftstheoretische Grundverständnis mit seinen in Kapitel 7 dargestellten Teilkomponenten scheint auch auf der Basis der Ergebnisse dieser Studie wesentlich für den Aufbau von Beweis- und Argumentationskompetenz zu sein. Neben der Replikation bereits bekannter Ergebnisse zur beweisbezogenen Methodenkompetenz konnten erste Anzeichen für Zusammenhänge mit der Wahrnehmung von Funktionen des Beweisens durch die Lernenden gefunden werden. Auch präadoleszente Einschränkungen im wissenschaftlichen Denken konnten in ihrer Wechselwirkung mit beweispezifischer Methodenkompetenz und der Formalismusorientierung als Grundorientierung epistemologischer Beliefs nachgewiesen werden (vgl. Kuntze, 2004a und Ergebnisse in Abschnitt 13.4.2). Diese Anzeichen für die Bedeutung des beweispezifischen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses verdeutlichen auch den Bedarf nach weiteren Untersuchungen, in die Operationalisierungen weiterer Komponenten des beweispezifischen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses eingeschlossen werden sollten.

Im Bereich von Interesse, Motivation und Fähigkeitsselbstbildern zeigten sich Zusammenhänge sowohl zur Beweis- und Argumentationskompetenz als auch zu deren Zunahme in den Experimentalgruppen (vgl. Abschnitt 13.3). In der beschriebenen Studie wurden Skalen zum beweispezifischen Kognitionsselbst und zum beweispezifischen Fähigkeitsselbst konzipiert und erfolgreich pilotiert (vgl. die Abschnitte 7.2.7 und 11.1). Insbesondere bei dieser inhaltsbereichsspezifischen Komponente des akademischen Selbstkonzepts bzw. der Selbstwirksamkeitserwartung konnten Steigerungen verzeichnet werden (vgl. Abschnitt 11.2). Das kognitive Fähigkeitsselbst steigerte sich bei Schülerinnen und Schülern, die Themenstudien erarbeiteten, etwas stärker als bei den Lernenden, die sich mit den heuristischen Lösungsbeispielen beschäftigt hatten. Dies kann auch als weiterer Hinweis darauf gewertet werden, dass in der Themenstudienarbeit als problemorientierter Lernumgebung der Aufbau von beweisbezogenem Metawissen verstärkt gefördert worden sein könnte.

Folgerungen für die Praxis, also etwa Anregungen zu Verbesserungen in der Umsetzung der Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren, wurden bereits in Kapitel 14 diskutiert und verschiedentlich auch in den vorangegangenen Abschnitten angesprochen. Die Ergebnisse dieser Überlegungen werden im Folgenden nochmals schwerpunktmäßig zusammengefasst.

- Insbesondere die explorativen Beobachtungen in Kapitel 14 zu Anzeichen für „best practice“ in einer der untersuchten Klassen (Klasse E) motivieren die beiden Implikationen, dass es für den Wissensaufbau lohnend sein könnte, einerseits das Beurteilen der Argumentationsbeispiele von den Lernenden verpflichtend zu fordern, andererseits die schriftlichen Themenstudien zwar in Teams erarbeiten, sie jedoch jeweils alleine verfassen zu lassen.
- Etwas grundlegendere Modifikationen der erprobten Lernumgebung wurden oben in den Abschnitten 15.1.1-15.1.3 diskutiert. So könnte es lohnend sein, zu untersuchen, ob sich eine noch stärkere Differenzierung der instruktionalen Hilfsstrukturen in der Lernumgebung positiv auswirkt. Es könnten etwa die Materialien noch stärker auf verschiedene epistemologische Beliefs abgestimmt sein. Instruktionale Hilfsstrukturen

für leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler könnten diese eventuell dabei unterstützen, verstärkt im Bereich der Beweis- und Argumentationskompetenz zu lernen.

15.1.5 Anschlussfragen

Auf der Basis der Überlegungen der vorangegangenen Abschnitte ergibt sich eine Reihe von Anschlussfragen. Der Übersichtlichkeit halber werden diese Anschlussfragen in diesem Abschnitt zusammengefasst.

Die in Abschnitt 10.1 dargestellten Befunde geben Anhaltspunkte, dass die Beweis- und Argumentationskompetenz in der Themenstudienarbeit gesteigert wurde. Um hier ergänzende Evidenz zu erhalten, stellt sich die bereits in Abschnitt 10.4 angesprochene Frage:

- (1) Inwiefern kann in einer Studie mit einer Non-Treatment-Vergleichsgruppe bestätigt werden, dass Themenstudienarbeit hilft, Beweis- und Argumentationskompetenz der Lernenden zu fördern? Sind die Kompetenzzuwächse für die Themenstudienarbeit stärker als im gewöhnlichen, fragend-entwickelnden Unterricht?

Erkenntnisse zur beweispezifischen Methodenkompetenz und zur Wahrnehmung von Funktionen des Beweises durch die Schülerinnen und Schüler weisen darauf hin, dass Wissensaufbau in diesen Komponenten des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses durch die Beschäftigung der Lernenden mit den Themenstudienmaterialien offenbar gefördert wurde. Diese ermutigenden Ergebnisse führen zur Frage, inwiefern auch andere Komponenten des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses als Einflussgrößen auf Beweis- und Argumentationskompetenz wirksam werden könnten.

- (2) Wie groß sind Lernzuwächse der Schülerinnen und Schüler in weiteren Komponenten des beweisbezogenes wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses? Welche dieser Komponenten sind für den Aufbau von Beweis- und Argumentationskompetenz bedeutsam? Wie können solche Komponenten in Untersuchungen operationalisiert werden? Wie hängen diese Komponenten untereinander zusammen?

In den vorangegangenen Abschnitten wurde für die Themenstudienarbeit als problemorientierte Lernumgebung mehrfach angeregt, adaptive instruktionale Hilfen insbesondere auch für leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler anzubieten. Damit verbinden sich die Fragen:

- (3) Ist es möglich, durch das Zur-Verfügung-Stellen weiterer instruktionaler Hilfsstrukturen die Nutzung der Lernangebote der Materialien noch stärker zu unterstützen? Wie gut werden solche Hilfen von den Lernenden genutzt? Wie wirkt sich die Nutzung der Hilfsstrukturen auf Bedingungsvariablen der Beweis- und Argumentationskompetenz aus?

Weitere Fragestellungen, die sich auf Prozesse des Lernens in der Themenstudienarbeit konzentrieren und sich auch auf Überlegungen in Abschnitt 15.1.3 beziehen, sind die folgenden:

- (4) Wie kann das Nutzen „neuer Zugänge“ zum Beweisen und Argumentieren und die mögliche Nutzung fächerübergreifender Kompetenzen in der Themenstudienarbeit beschrieben werden? Wie äußern sich solche Lernprozesse im Arbeitsprozess? Auf welche Weise spielen die Materialien eine Rolle für das Lernen?

Im Zusammenhang mit diesen Aspekten stehen auch weitere Fragen, die sich auf einen qualitativen Erkenntnisgewinn zu Prozessen verständnisvollen Lernens richten, wie sie in der Themenstudienarbeit stattfinden können:

- (5) Wie gestalten sich Lernprozesse bei der Arbeit mit den Rohmaterialien in Partnerteams bzw. Gruppen von Lernenden? Gibt es hier weitere Optimierungsmöglichkeiten und wie wirken sich Hilfen aus?

Zur Einschätzung von Prozessen des Wissens- und Kompetenzaufbaus in der Themenstudienarbeit böte es sich auch an, Fallstudien zu Lernprozessen einzelner Schülerinnen und Schüler und den von ihnen erarbeiteten Produkten zu erstellen, um qualitative Antworten auch auf die folgende Frage zu erhalten:

- (6) Wie lernen Schülerinnen und Schüler in der Themenstudienarbeit? Worin bestehen beobachtbare Unterschiede zum Arbeiten und Lernen in anderen Lernumgebungen?

In den in dieser Arbeit vorgestellten Studien zeigte sich, dass in der Themenstudienarbeit insbesondere inhaltsbereichsspezifische Fähigkeitsselbstkonzepte gesteigert wurden (vgl. Abschnitte 1.4.4 und 7.2.7, sowie Ergebnisse in den Kapiteln 6 und 11). Es stellt sich also die Frage, ob weitere inhaltsbereichsspezifische motivationale Dispositionen ausgemacht werden können:

- (7) Welchen Stellenwert haben verschiedene inhaltsbereichsspezifische motivationale Dispositionen für die Lernprozesse im jeweiligen Inhaltsbereich? Gibt es einen Einfluss weiterer inhaltspezifischer motivationaler Dispositionen wie beispielsweise eines auf das Beweisen und Argumentieren gerichteten Sachinteresses?

Je nach der individuellen Nutzung der Lernangebote der Themenstudienarbeit zeigten sich Unterschiede bei der Entwicklung der beweispezifischen Methodenkompetenz und auch der Beweis- und Argumentationskompetenz. Auch individuelle Dispositionen wie epistemologische Beliefs könnten sich auf die Kompetenzentwicklung auswirken. Weitere Kontextbedingungen und Dispositionen der Lernenden könnten von Bedeutung für die Nutzung von Lernangeboten in der Themenstudienarbeit sein. Beispielsweise könnten metakognitive Kompetenzen des sinnentnehmenden Lesens und des „Befragens“ von Texten für den Kompetenzaufbau wesentlich sein. Es stellt sich also die Frage nach weiteren Zusammenhängen, die bei dieser Untersuchung noch nicht im Fokus des Interesses standen:

- (8) Welche Bedeutung haben weitere individuelle Kontextbedingungen und Dispositionen? Welche Rolle spielen beispielsweise Geschlechtsunterschiede? Wie wirkt sich das Angebot instruktorischer Hilfsstrukturen etwa auf geschlechtsspezifische Kompetenzentwicklungen aus? Welche Rolle spielen metakognitive Kompetenzen?

Die Themenstudienarbeit folgte einem gemäßigt-konstruktivistischen Lernmodell. Reinmann-Rothmeier & Mandl (2001) berichten von Befunden, nach denen Wissen, das in problemorientierten Lernumgebungen aufgebaut wurde, überdauernder ist als unter stärker instruktionistisch geprägten Bedingungen erworbenes Wissen. Für Möglichkeiten verständnisvollen Lernens ist daher auch die folgende Frage von großem Interesse:

- (9) Welche längerfristigen Effekte beispielsweise auf die Beweis- und Argumentationskompetenz hat die Themenstudienarbeit? Ergeben sich diesbezüglich Unterschiede zu stärker instruktionistisch orientierten Lernumgebungen?

Für Rückschlüsse auf die Übertragbarkeit der Beobachtungen zum Kompetenzaufbau ist die Bedeutung von Voraussetzungen der Lernenden wie deren Vorwissen wesentlich. Fasst man etwa eine andere Zielgruppe für Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren ins Auge, so stellen sich Fragen wie die Folgenden:

- (10) Inwiefern sind die Möglichkeiten der Förderung verständnisvollen Lernens mit der Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren altersabhängig? Können Schülerinnen und Schüler höherer Jahrgangsstufen, Lernangebote der Themenstudienarbeit zum Wissens- und Kompetenzaufbau im Bereich des Beweisen und Argumentierens besser nutzen?

Bei den Ergebnissen der in den Kapiteln 8ff vorgestellten Studie zeigten sich Parallelen zu Ergebnissen der Pilotstudien (vgl. Kapitel 6). In den Pilotstudien wurde Themenstudienarbeit auch zu anderen Inhaltsbereichen erprobt. Die Frage nach der Übertragbarkeit der Ergebnisse auf andere Inhaltsbereiche sollte auch untersuchen, inwiefern der Ansatz inhaltsbereichsspezifischer Komponenten des mathematikbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses für andere Inhaltsbereiche übertragen bzw. erweitert werden kann und welche Implikationen für die Gestaltung der Lernumgebung daraus abzuleiten sind:

- (11) Wie übertragbar sind die Ergebnisse zum Beweisen und Argumentieren auf Themenstudienarbeit zu anderen Inhaltsbereichen? Inwiefern können spezifische Komponenten eines inhaltsbereichsspezifischen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses gefördert werden? Sind die Gestaltungsentscheidungen für die Lernumgebung auch für andere Inhaltsbereiche sinnvoll?

Die in den Kapiteln 9 und 14 vorgestellten Ergebnisse geben erste Hinweise darauf, dass Themenstudienarbeit im Mathematikunterricht von den Lehrerinnen und Lehrern prinzipiell sehr unterschiedlich eingesetzt werden kann und offenbar im Zusammenhang mit der Umsetzung auch verschieden wahrgenommen wird. Möglicherweise spielen hier auch subjektive Vorstellungen und Einschätzungen der Lehrerinnen und Lehrer zur Themenstudienarbeit eine Rolle, für die wiederum die Art und Weise entscheidend sein könnte, wie die Lehrkräfte von der Themenstudienmethode erfahren und welche Praxiserfahrungen sie mit der Themenstudie machen konnten.

- (12) Wie wird Themenstudienarbeit von Lehrerinnen und Lehrern im Unterricht umgesetzt und implementiert? Welche Sichtweisen, Vorstellungen und Bewertungen zur Lernumgebung zeigen sich bei den Lehrkräften? Wie groß ist die Akzeptanz der Lernumgebung vor und nach entsprechenden Fortbildungsmaßnahmen und welche Rolle spielen eigene Praxiserfahrungen mit der Themenstudienarbeit?

Im Zusammenhang mit der Teiluntersuchung zu den von den Lernenden wahrgenommenen Funktionen des Beweisen und auch bei der Beobachtung präadoleszenter Einschränkungen im wissenschaftlichen Denken (vgl. Kuntze, 2004a) hat sich gezeigt, dass sich Vorstellungen von Schülerinnen und Schülern unter den offenen Bedingungen der Themenstudienarbeit aussagekräftig in den schriftlichen Ausarbeitungen der Schülerinnen und Schüler niederschlagen können. Einschränkende Bedingungen wie die beschränkte Bearbeitungszeit in Tests oder das „Abarbeiten“ von Interviewfragen entfallen für die Textproduktionen der Schülerinnen und Schüler in den Themenstudien weitgehend. Im Hinblick auf weitere Anwendungsgebiete im methodischen Bereich stellt sich die Frage:

- (13) Welche weiteren Möglichkeiten bietet die Themenstudienarbeit, wenn sie als Untersuchungsinstrument für Schülervorstellungen eingesetzt wird?

Insgesamt wird deutlich, dass es erheblichen weiteren Forschungsbedarf zu Möglichkeiten und Auswirkungen von Themenstudienarbeit gibt. Auch zu Konstrukten, die mit Wissens- und Kompetenzaufbau in der Themenstudienarbeit in Verbindung gebracht werden können, wie beispielsweise zu inhaltsbereichsspezifischen Komponenten des wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses der Schülerinnen und Schüler, ist die Gewinnung weiterführender Erkenntnisse wünschenswert. Abschließend werden daher einige Ausblicke auf Folgeuntersuchungen gegeben, die sich mit einigen der oben zusammengestellten Fragen beschäftigen.

15.2 Ausblicke und Folgeuntersuchungen

Einige der unter 15.1.5 gestellten Anschlussfragen sind bereits Gegenstand von Folgeuntersuchungen, die auf der Basis dieser Arbeit angestellt werden bzw. wurden. Um einen Ausblick zu geben, werden in diesem Abschnitt einige dieser Folgeuntersuchungen kurz vorgestellt.

15.2.1 Themenstudienarbeit nach heuristischen Lösungsbeispielen, 8. Jahrgangsstufe, 2003

Wissen über Prozesse der Beweisgenerierung (vgl. Abschnitt 7.1.2; Boero, 1999) und Strategien des Entwickelns von Beweisen ist als eine wesentliche Komponente des beweis-spezifischen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses von Lernenden anzusehen. Erkenntnisse, inwiefern dieses Wissen für den Aufbau von Beweis- und Argumentationskompetenz wesentlich ist, wurden in einer Untersuchung gewonnen, die im Jahr 2003 stattfand (vgl. Anschlussfrage 2). Drei nordrhein-westfälische Gymnasialklassen arbeiteten zuerst mit heuristischen Lösungsbeispielen und danach mit der Themenstudie „Gebt mir Beweise“. Für die Untersuchung des Wissens über Prozesse der Beweisgenerierung und Beweisentwicklungsstrategien fungierte die Themenstudienarbeit lediglich als Untersuchungsinstrument zu Vorstellungen von Schülerinnen und Schülern (vgl. Anschlussfrage 13): Der Einsatz der Themenstudienmethode nach den heuristischen Lösungsbeispielen ermöglichte es, in der zweiten Lernumgebung aufgebautes Wissen insbesondere zum Beweisentwicklungsmodell von Boero (1999) zu identifizieren, indem Vergleiche mit einer Stichprobe an Themenstudien gezogen wurden, die ohne vorherigen Einsatz der heuristischen Lösungsbeispiele entstanden waren. In der inhaltlichen Analyse wurden in vielen Themenstudien der drei Klassen Äußerungen verzeichnet, die auf Kognitionen zum Entwickeln von Beweisen zurückschließen ließen. Erste Ergebnisse dieser Untersuchung wurden bereits vorgestellt (Kuntze & Esper, 2003; Kuntze, 2005b).

15.2.2 Themenstudie „Quod erat demonstrandum“, Leistungskurs, 12. Jahrgangsstufe, 2003

Eine Pilotstudie zur Erprobung von Themenstudienarbeit zum Beweisen und Argumentieren im Leistungskurs der 12. Jahrgangsstufe (vgl. Anschlussfrage 10) wurde ebenfalls 2003 un-

ternommen und konnte auf Untersuchungen mit Lernenden dieser Jahrgangsstufe zum Beweisen und Argumentieren aufbauen (Reiss, Klieme & Heinze, 2001). Ein auf die 12. Jahrgangsstufe ausgerichtetes Materialienpaket erwies sich als gut einsetzbar und die unterrichtsmethodische Einbettung verlief erfolgreich (vgl. erste Ergebnisse in Kuntze, 2005c). Erste Eindrücke dieser Pilotuntersuchung deuten darauf hin, dass die schriftlichen Ausarbeitungen der Schülerinnen und Schüler trotz einer strikten Begrenzung des Umfangs der Themenstudien oft reichhaltige Bemerkungen zu Komponenten des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses, wie beispielsweise zu Funktionen des Beweisens aufwiesen. Dies kann bei aller Vorsicht als ein erstes Anzeichen für eine intensive Nutzung von Lerngelegenheiten interpretiert werden.

Eine weitere unternommene Vergleichsgruppenuntersuchung in der 12. Jahrgangsstufe mit einem Pretest-Posttest-Design könnte weiteren Aufschluss zu Effekten dieser Lernumgebung geben.

15.2.3 Themenstudie „Unendlich unendlich“, 11. Jahrgangsstufe, 2003

In Anschlussfrage 11 wurde darauf hingewiesen, dass es wünschenswert wäre, weitere Evidenz zur Übertragbarkeit der Ergebnisse dieser Studie auf andere Inhaltsbereiche zu gewinnen. Aus diesem Grund wurde eine Themenstudienmappe zum Thema „Unendlichkeit“ konzipiert, deren Thema in einem anderen Bereich mit Charakteristika der Wissenschaft Mathematik in Verbindung steht, als dies für das Beweisen und Argumentieren der Fall ist. Diese Themenstudienarbeit richtet sich an Schülerinnen und Schüler der 11. Jahrgangsstufe (Ramm & Kuntze, 2002).

Eine Pilotstudie zur Erprobung dieser Themenstudienmaterialien fand in drei elften Klassen statt und wurde auch mit Feedbackfragebögen für Rückmeldungen von Schülerinnen und Schülern evaluiert. Die Erprobungslehrerinnen und -lehrer führten außerdem teilstandardisierte Aufzeichnungen. Erste Ergebnisse dieser Pilotstudie wurden bereits veröffentlicht (Ramm, Keller & Kuntze, 2004; Kuntze & Ramm, 2005; vgl. auch Kuntze, 2005d)

15.2.4 Studie zur Themenstudienarbeit mit metakognitivem Training und Motivationstraining, sowie einer Erhebung zu präadoleszenten Einschränkungen im wissenschaftlichen Denken, 8. Jahrgangsstufe, 2003/04

Die Nutzung von Lernangeboten hängt nach den in Kapitel 14 vorgestellten Ergebnissen offenbar auch mit verschiedenen Prädispositionen der Lernenden zusammen. Von besonderer Bedeutung scheinen zum einen motivationale Dispositionen zu sein. Zum anderen dürften auch metakognitive Kompetenzen beim Erschließen der Themenstudienmaterialien eine Rolle spielen. Um Möglichkeiten zu untersuchen, inwiefern eine Förderung dieser Prädispositionen auch zu Verbesserungen beim verständnisvollen Wissens- und Kompetenzaufbau in der Themenstudienarbeit führt, wurden in einer Folgestudie Motivations- und Metakognitions-Trainings der Themenstudienarbeit vorangestellt. Diese Folgestudie fand im Rahmen des von der DFG im Schwerpunktprogramm „Bildungsqualität von Schule (BIQUA)“ geförderten Projekts „Begründen und Beweisen in der Geometrie - Bedingungen des Wissensaufbaus bei Schülerinnen und Schülern der Sekundarstufe“ von Kristina Reiss und Joachim Thomas bzw. Alexander Renkl statt. Innerhalb eines 3x2-faktoriellen Designs wurden die Lernumgebungen Themenstudienarbeit und „Lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen“ in der 8. Jahrgangsstufe mit einem metakognitiven Training und einem Motivationstraining kombiniert. Für die

beiden Lernumgebungen wurde jeweils eine Gruppe ohne Zusatztraining mit zwei Gruppen verglichen, die jeweils eines der genannten Trainings absolviert hatten. Außerdem gab es in dieser Studie eine Non-Treatment-Vergleichsgruppe. Die Untersuchung griff also unter anderem die Anschlussfragen 1 und in gewisser Weise auch 3 auf.

Im Rahmen der Evaluation der Lernumgebung wurde ein zusätzlicher Fragebogen zu Indikatoren des beweisbezogenen wissenschaftstheoretischen Grundverständnisses eingesetzt, der auch Rückschlüsse auf mögliche präadoleszente Einschränkungen des wissenschaftlichen Denkens (vgl. Abschnitt 7.2.3, Kuntze, 2004a) erlaubt. Dies lässt im Sinne von Anschlussfrage 2 weiterführende Erkenntnisse erwarten.

15.2.5 Implementationsstudie zur Themenstudienarbeit im Rahmen des Lehrerinnen- und Lehrerfortbildungsprojekt „MuBiL“

Wie im Zusammenhang mit Anschlussfrage 12 bereits angesprochen, dürften Vorstellungen von Lehrerinnen und Lehrern zur Themenstudienarbeit entscheidend für die Akzeptanz der Lernumgebung und ihre Implementation und Dissemination sein. Unter anderem um zu untersuchen, welche Möglichkeiten und Schwierigkeiten hier auftreten, wurde bei der Robert-Bosch-Stiftung die Förderung des Lehrerinnen- und Lehrerfortbildungsprojekts „MuBiL – Mathematik unterrichten - Binationales und videobasiertes Lehrerinnen- und Lehrerfortbildungsprojekt“ und seiner Begleitforschung beantragt und von der Robert-Bosch-Stiftung bewilligt. In diesem Projekt sollten ca. 50 Mathematiklehrkräfte aus der Schweiz und aus Deutschland über die Themenstudienarbeit nicht nur informiert werden, sondern Themenstudienmaterialien auch entwickeln und diese in ihrem Unterricht erproben. Informationen zu diesem Projekt finden sich in Kuntze (2004b, 2004c, 2005a), Kuntze und Reiss (2005a, 2005b), Kuntze, Hölzl, Reiss & Rudolph (2005).

In diesem Projekt wurden von den teilnehmenden Lehrkräften insgesamt 14 Materialienmappen für Themenstudienarbeit erstellt, die sich auf zehn Inhaltsbereiche unterschiedlicher Jahrgangsstufen bezogen. Zu allen diesen Inhaltsbereichen konnte Themenstudienarbeit im Unterricht der beteiligten Lehrerinnen und Lehrer erprobt werden. Im Sinne der Anschlussfragen 10 und 11 konnten Erkenntnisse gewonnen werden. Insbesondere gelang es im Rahmen dieses Projekts, die Themenstudienmethode für den Einsatz von der 5. Jahrgangsstufe an anzupassen. Erste Veröffentlichungen entsprechender praxisorientierter Erfahrungsberichte von beteiligten Lehrerinnen und Lehrern liegen bereits vor (Böck & Focht-Schmidt, 2005; Junker, 2005; Forster, 2005).

16 Literatur

- Anderson, J., Reder, L. & Simon, A. (1996). Situated Learning and Education. *Educational Researcher*, 25(4), 5-11.
- Artelt, C., Baumert, J., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U., Schneider, W., Schümer, G., Stanat, P., Tillmann, K.-J. & Weiß, M. (Hrsg.). (2001). *PISA 2000 - Zusammenfassung zentraler Befunde*. Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung.
- Atiyah, M. (1984). Interview with Michael Atiyah. *Mathematical Intelligencer*, 6, 9-19.
- Ausubel, D. (1974). *Psychologie des Unterrichts*. Weinheim: Beltz.
- Bandura, A. (1977). Self-efficacy: Toward a unifying theory of behavioural change. *Psychological Review*, 84, 191-215.
- Baumert, J., Artelt, C., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U., Schneider, W., Tillmann, K.-J. & Weiß, M. (Hrsg.). (2003). *PISA 2000 – Ein differenzierter Blick auf die Länder der Bundesrepublik Deutschland*. Opladen: Leske+Budrich.
- Baumert, J. & Köller, O. (2000). Unterrichtsgestaltung, verständnisvolles Lernen und multiple Zielerreichung im Mathematik- und Physikunterricht der gymnasialen Oberstufe. In J. Baumert, W. Bos & R. Lehmann (Hrsg.), *TIMSS/III, Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie – Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn, Band 2, Mathematische und physikalische Kompetenzen am Ende der gymnasialen Oberstufe*. Opladen: Leske+Budrich.
- Baumert, J., Kunter, M., Brunner, M., Krauss, S., Blum, W. & Neubrand, M. (2004). Mathematikunterricht aus Sicht der PISA-Schülerinnen und Schüler und ihrer Lehrkräfte. In Deutsches PISA-Konsortium (Hrsg.), *PISA 2003. Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland – Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs* (S. 314-354). Münster: Waxmann.
- Baumert, J.; Lehmann, R. et al. (1997). *TIMSS - Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich. Deskriptive Befunde*. Opladen: Leske+Budrich.
- Bayerisches Staatsministerium für Unterricht, Kultus, Wissenschaft und Kunst (BaySTMUK). (Hrsg.). (1990). *Lehrplan für das bayerische Gymnasium*. Amtsblatt KWMBI I So.-Nr. 3/1990. München. Einzusehen auch unter: <http://www.isb.bayern.de/isb/download.asp?DownloadFileID=0e25de38e677b96ff385f8a0b08633db> [Zugriff am 04.05.2005].
- Bayerisches Staatsministerium für Unterricht, Kultus, Wissenschaft und Kunst (BaySTMUK). (Hrsg.). (1991). *Lehrplan für das bayerische Gymnasium. Fachlehrplan für Mathematik*. Amtsblatt KWMBI I So.-Nr. 8/1991. München.
- Bayerisches Staatsministerium für Unterricht, Kultus, Wissenschaft und Kunst (BaySTMUK). (Hrsg.). (2003). *Lehrplan für das Gymnasium in Bayern (2003): Neunjähriges Gymnasium. Entwürfe mit Stand 15. Juli 2003*. <http://www.isb.bayern.de/gym/lehrplaene/lehrpl.htm> [Zugriff am 24.02.2004].
- Bayerisches Staatsministerium für Unterricht, Kultus, Wissenschaft und Kunst (BaySTMUK). (Hrsg.). (2004). *Lehrplan für das Gymnasium in Bayern Lehrplan des achtjährigen Gymnasiums*. <http://isb.contentserv.net/g8/> [Zugriff am 04.05.2005].
- Bell, A. (1976). A Study of Pupil's Proof-Explanations in Mathematical Situations. *Educational Studies in Mathematics*, 7, 23 – 40.
- Berkemeier, F. (2002). Die wahre Mathematik. Verschiedene Sichtweisen zum Verhältnis von Mathematik und Wirklichkeit. *Der Mathematikunterricht*, 48(1), 31-38.

- Bildung und Begabung e.V. (Hrsg.). (1998). *Dokumentation zur Akademie Schulpforte '98*. Bonn-Bad Godesberg: Bildung und Begabung e.V.
- Bildung und Begabung e.V. (Hrsg.). (2001). *Dokumentation zur Akademie Grovesmühle 2000-3*. Bonn-Bad Godesberg: Bildung und Begabung e.V.
- Blum, W. & Kirsch, A. (1979). Zur Konzeption des Analysisunterrichts in Grundkursen. *Der Mathematikunterricht*, 25 (3), 6-24.
- Blum, W. & Kirsch, A. (1989). Warum haben nichttriviale Lösungen von $f'=f$ keine Nullstellen? Beobachtungen und Bemerkungen zum „inhaltlich-anschaulichen“ Beweisen. In H. Kautschitsch & W. Metzler (Hrsg.), *Anschauliches Beweisen*. Wien/Stuttgart: Hölder-Pichler-Tempsky/Teubner.
- Blum, W. & Kirsch, A. (1991). Preformal Proving: Examples and Reflections. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 183-203.
- Böck, S. & Foicht-Schmidt, E. (2005). „... und doch wird man bis an das Ende der Erde nie ohne Messen auskommen können.“ – Themenstudienarbeit als Anregung zum Schreiben über das Messen in Klasse 5. *Praxis der Mathematik in der Schule (PM)*, 47(5), 30-34.
- Boero, P. (1999). Argumentation and mathematical proof: A complex, productive, unavoidable relationship in mathematics and mathematics education. *International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof*, 7-8.
- Bortz, J. (1999). *Statistik für Sozialwissenschaftler*. Berlin: Springer.
- Braun, H. (1962). Das betriebswirtschaftliche Studium in den amerikanischen Hochschulen. *RKW – Führungskräfte für die Wirtschaft*. Düsseldorf.
- Brettschneider, V. (2000). *Entscheidungsprozesse in Gruppen - Theoretische und empirische Grundlagen der Fallstudienarbeit*. [Habilitationsschrift]. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Brown, A. & Palincsar, A. (1989). Guided, cooperative Learning and Individual Knowledge Acquisition. In L. Resnick (Hrsg.), *Knowing, Learning, and Instruction. Essays in the Honour of Robert Glaser* (S. 391-451). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Buddensiek, W. (1983). Entscheidungstraining im Methodenverbund - Didaktische Begründung für die Verbindung von Fallstudie und Simulationsspiel. In F.-J. Kaiser (Hrsg.), *Die Fallstudie – Theorie und Praxis der Fallstudiendidaktik* (S. 128-147). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Bullock, M. & Ziegler, A. (1994). Scientific Thinking. In F.E. Weinert & W. Schneider (Hrsg.), *The Munich Longitudinal Study on the Genesis of Individual Competencies (LOGIC)*. München: Max-Planck-Institut für psychologische Forschung.
- Carey, S., Evans, R., Honda, M., Jay, E. & Unger, C. (1989). An Experiment is When You Try it and See if it Works. A Study of Junior High School Student's Understanding of the Construction of Scientific Knowledge. *International Journal of Science Education*, 11, 514-529.
- Clausen, M. (2002). *Unterrichtsqualität: Eine Frage der Perspektive?* Münster: Waxmann.
- Clausen, M., Reusser, K. & Klieme, E. (2003). Unterrichtsqualität auf der Basis hoch-inferenter Unterrichtsbeurteilungen: Ein Vergleich zwischen Deutschland und der deutschsprachigen Schweiz. *Unterrichtswissenschaft*, 31(2), 122-141.
- Coburn, W. (1993). Contextual Constructivism: The Impact of Culture on the Learning and Teaching of Science. In K. Tobin (Hrsg.), *The Practice of Constructivism in Science Education* (S. 51-69). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Cohen, E. (1993). Bedingungen für produktive Kleingruppen. In G. Huber (Hrsg.), *Neue Perspektiven der Kooperation* (S. 45-53). Baltmannsweiler: Schneider
- Copeland, M. (1954). The Genesis of the Case Method in Business Instruction. In *The Case Method at the Harvard Business School*. New York: McGraw-Hill.
- Corno, L. & Snow, R. (1986). Adapting teaching to individual differences among learners. In M. Witrock (Hrsg.), *Handbook for research on teaching*. New York.
- De Villiers, M. (1990). The Role and Function of Proof in Mathematics. *Pythagoras*, 24, 17-24.
- De Villiers, M. (1999). *Rethinking Proof with the Geometer's Sketchpad*. Emeryville, Ca.: Key Curriculum Press.

- Deci, F. & Ryan, R. (1993). Die Selbstbestimmungstheorie der Motivation und ihre Bedeutung für die Pädagogik. *Zeitschrift für Pädagogik*, 39, 223-238.
- Deutsches PISA-Konsortium (Hrsg.) (2001): *PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich*. Opladen: Leske+Budrich.
- Deutsches PISA-Konsortium (Hrsg.) (2004): *PISA 2003. Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland – Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs*. Münster: Waxmann.
- Diesbergen, C. (1998). *Radikal-konstruktivistische Pädagogik als problematische Konstruktion. Eine Studie zum Radikalen Konstruktivismus und seiner Anwendung in der Pädagogik. Explorationen. Studien zur Erziehungswissenschaft*. V. 22. Bern: Lang.
- Dörfler, W. & Fischer, R. (Hrsg.). (1979). *Beweisen im Mathematikunterricht*. Wien: Hölder-Pichler-Tempsky.
- Dreyfus, T. (2002). Was gilt im Mathematikunterricht als Beweis? In W. Peschek (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2002* (S. 15-22). Hildesheim: Franzbecker.
- Duffy, T. & Jonassen, D. (1991). Constructivism: New implications for instructional technology? *Educational Technology*, 31(5), 7-12.
- Dunbahr, K. & Klahr, D. (1989). Developmental Differences in Scientific Discovery Strategies. In D. Klahr & Kotovsky (Hrsg.), *Complex Information Processing: The Impact of Herbert A. Simon*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Ellerton, N. & Clements, M. (1992). Some Pluses and Minuses of Radical Constructivism in Mathematics Education. *Mathematics Education Research Journal*, 4(2), 1-22.
- Ernest, P. (1991). Constructivism, the Psychology of Learning, and the Nature of Mathematics: some Critical Issues. In F. Furinghetti, International Group for the Psychology of Mathematics Education (Hrsg.): *Fifteenth PME Conference. Vol. 2. Proceedings* (S. 25-32). Genua: Università Genua, Dipt. di Matematica.
- Ernest, P. (1993). Constructivism, The Psychology of Learning, and the Nature of Mathematics: Some Critical Issues. *Science and Education*, 2(2), 87-93.
- Ernest, P. (1994). Constructivism: Which Form Provides the Most Adequate Theory of Mathematics Learning? *Journal für Mathematik-Didaktik*, 15(3/4), 327-342.
- Fend, H. (1998). *Qualität im Bildungswesen. Schulforschung zu Systembedingungen, Schulprofilen und Lehrerleistung*. Weinheim: Juventa.
- Fischler, H. (1999). Konstruktivismus in den Didaktiken der Mathematik und der Naturwissenschaften. (Sammelrezension). *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 2(4), 569-578.
- Forster, A. (2005). Funktionale Zusammenhänge im Alltag. *mathematik lehren*, 132, 12-18.
- Frey, K. & Frey-Eiling, A. (1992). *Allgemeine Didaktik. Arbeitsunterlagen zur Vorlesung*. Zürich: Verlag der Fachvereine an den schweizerischen Hochschulen und Techniken.
- Frey, K. (1982). *Die Projektmethode*. Weinheim: Beltz.
- Frey, K. (Hrsg.) (1992a). *Aufgaben zu den Fallstudien*. Zürich: ETH.
- Frey, K. (1992b). Die curriculare Struktur in einer Fallstudien-Serie - Reflexion über ein flächendeckendes Fallstudien-Curriculum. In F. Achtenhagen & E. John (Hrsg.), *Mehrdimensionale Lehr-Lern-Arrangements* (S. 327-340). Wiesbaden: Gabler.
- Fritsch, R. (1990). Wie wird der Vierfarbensatz bewiesen? *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht (MNU)*, 43(2), 80-87.
- Fritsch, R. (Hrsg.). (2002). Genauigkeit. *Der Mathematikunterricht*, 48(1).
- Gächter, A. (1991a). *Was zu beweisen war – didaktischer Kommentar*. Zürich: Orell Füssli.
- Gächter, A. (1991b). *Wie genau ist genau? – didaktischer Kommentar*. Zürich: Orell Füssli.
- Gächter, A. (1991c). *Rekursion – didaktischer Kommentar*. Zürich: Orell Füssli.
- Gächter, A. (1991d). *Form und Zahl – didaktischer Kommentar*. Zürich: Orell Füssli.
- Gächter, A. (1991e). *Algorithmische Geometrie – didaktischer Kommentar*. Zürich: Orell Füssli.
- Gächter, A. (1996). *Didaktische Aspekte: Fallstudien in Mathematik*. [Vortrag am 18.01.1996. München].

- Gächter, A. (2004). *(ETH-)Fallstudien und rohmaterialienbasiertes Arbeiten im Mathematikunterricht*. [Vortrag am 19.03.2004 in Friedrichshafen].
- Gächter, A. (2005). Abschlussdramaturgie. *mathematik lehren*, 132, 24-46.
- Gächter, A. & Frey, K. (Hrsg.) (1991a). *ETH-Fallstudie: Was zu beweisen war*. Zürich: Orell Füssli.
- Gächter, A. & Frey, K. (Hrsg.) (1991b). *ETH-Fallstudie: Wie genau ist genau?*. Zürich: Orell Füssli.
- Gächter, A. & Frey, K. (Hrsg.) (1991c). *ETH-Fallstudie: Rekursion*. Zürich: Orell Füssli.
- Gächter, A. & Frey, K. (Hrsg.) (1991d). *ETH-Fallstudie: Form und Zahl*. Zürich: Orell Füssli.
- Gächter, A. & Frey, K. (Hrsg.) (1991e). *ETH-Fallstudie: Algorithmische Geometrie*. Zürich: Orell Füssli.
- Gagné, R. (1962). The acquisition of knowledge. *Psychological Review*, 69, 355-365.
- Gagné, R. (1973). *Die Bedingungen des menschlichen Lernens*. Hannover: Schroedel.
- Gallagher, J. (1993). Secondary Science Teachers and Constructivist Practice. In K. Tobin (Hrsg.), *The Practice of Constructivism in Science Education* (S. 181-191). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Gallin, P. & Ruf, U. (1993). Sprache und Mathematik in der Schule. Ein Bericht aus der Praxis. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 12(1), 3-33.
- Gallin, P. & Ruf, U. (1998). Singuläre Schülertexte als Basis eines allgemeinbildenden Unterrichts. In R. Biehler, H. Heymann & B. Winkelmann (Hrsg.), *Mathematik allgemeinbildend unterrichten: Impulse für Lehrerbildung und Schule*. Köln.
- Geißner, H. (Hrsg.). (1978). *Rhetorik. bsv-Studienmaterial 4*. München: bsv.
- Geißner, H. (Hrsg.). (1998). *Gesprächsführung – Führungsgespräche*. St. Ingbert: Röhrig Universitätsverlag.
- Gerdsmeier (1979). Polytechnische Bildung in der Sekundarstufe I. Probleme und Methoden. In E. Schoenfeldt (Hrsg.), *Polytechnik und Arbeit*. Bad Heilbrunn.
- Gerstenmaier, J. & Mandl, H. (1995). Wissenserwerb unter konstruktivistischer Perspektive. *Zeitschrift für Pädagogik*, 41, 867-888.
- Gerstenmaier, J. & Mandl, H. (2000). *Konstruktivistische Ansätze in der Psychologie* [Forschungsbericht Nr. 123]. München: Ludwig-Maximilians-Universität, Lehrstuhl für empirische Pädagogik und Pädagogische Psychologie.
- Götz, T. (2004). *Emotionales Erleben und selbstreguliertes Lernen bei Schülern im Fach Mathematik*. München: Utz.
- Gräsel, C. & Mandl, H. (1993). Förderung des Erwerbs diagnostischer Strategien in fallbasierten Lernumgebungen. *Unterrichtswissenschaft*, 21, 335-369.
- Gräsel, C. & Parchmann, I. (2004). Implementationsforschung – oder: der steinige Weg, Unterricht zu verändern. *Unterrichtswissenschaft*, 32, 196-213.
- Grigutsch, S. (1996). *Mathematische Weltbilder bei Schülern: Struktur, Entwicklung, Einflussfaktoren*. [Dissertation]. Duisburg: Gerhard-Mercator-Universität.
- Grigutsch, S., Raatz, U. & Törner, G. (1995). *Mathematische Weltbilder bei Lehrern. Schriftenreihe des Fachbereichs Mathematik, Preprint Nr. 296*. Duisburg: Gerhard-Mercator-Universität.
- Groß, C. (2003). Beweisen lernen mit heuristischen Lösungsbeispielen. In H.-W. Henn (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2003* (S. 257-260). Hildesheim: Franzbecker.
- Gruehn, S. (2000). *Unterricht und schulisches Lernen*. Münster: Waxmann.
- Gumin, H. & Mohler, A. (1985). *Einführung in den Konstruktivismus*. München: Oldenbourg.
- Hanna, G. (1983). *Rigorous Proof in Mathematics Education*. Toronto, Ontario: OISE Press.
- Hanna, G. (1990). Some Pedagogical Aspects of Proof. *Interchange*, 21(1), 6 – 13.
- Hanna, G. (1997). The Ongoing Value of Proof. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 18, 171-185.
- Hanna, G. (2000). Proof, Explanation and Exploration: An Overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5-23. Kluwer Academic Publishers.

- Harel, G. & Sowder, L. (1998). Students' Proof Schemes: Results from Exploratory Studies. In A. Schoenfeld, J. Kaput & E. Dubinsky (Hrsg.), *Research in Collegiate Mathematics Education III* (S. 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society.
- Healy, L. & Hoyles, C. (1998). *Justifying and Proving in School Mathematics. Technical Report on the Nationwide Survey. Mathematical Science*. London: Institute of Education, University of London.
- Heckhausen, H. (1989). *Motivation und Handeln*. [2. Aufl.]. Berlin: Springer.
- Heintz, B. (2000). *Die Innenwelt der Mathematik. Zur Kultur und Praxis einer beweisenden Disziplin*. Wien: Springer.
- Heinze, A. & Kwak, J. (2002). Informal Prerequisites for Informal Proofs. *ZDM*, 34(1), 9-16.
- Heinze, A. & Reiss, K. (2003). Reasoning and Proof: Methodological Knowledge as a Component of Proof Competence. *Proceedings of the CERME 3*, Bellaria, Italien.
<http://www.lettredelapreuve.it/CERME3Papers/Heinze-paper1.pdf> [Zugriff am 04.05.2005]
- Heinze, A. & Reiss, K. (2004). Mathematikleistung und Mathematikinteresse in differenzieller Perspektive. In J. Doll & M. Prenzel (Hrsg.), *Bildungsqualität von Schule: Lehrerprofessionalisierung, Unterrichtsentwicklung und Schülerförderung als Strategien der Qualitätsverbesserung* (S. 234-249). Münster: Waxmann.
- Heller, K. (1999). Individual (Learning and Motivational) Needs versus Instructional Conditions of Gifted Education [1]. *High Ability Studies*, 10(1), 9-21.
- Helmke, A. (2003). *Unterrichtsqualität: Erfassen – bewerten – verbessern*. Seelze: Kallmeyer.
- Helmke, A. & Weinert, F. (1997). Bedingungsfaktoren schulischer Leistungen. In F. Weinert (Hrsg.), *Enzyklopädie der Psychologie. Band 3: Psychologie des Unterrichts und der Schule* (S. 71-176). Göttingen: Hogrefe.
- Huber, G. (1996). Orientierungsstil und Lernverhalten von Studierenden. In J. Lompscher & H. Mandl (Hrsg.), *Lehr-Lern-Probleme im Studium: Bedingungen und Änderungsmöglichkeiten* (S. 70-85). Bern: Huber.
- Jacob, B. (1996). *Leistungsemotionen bei Schülern*. [Unpublizierte Diplomarbeit]. Regensburg: Universität Regensburg.
- Jacobson, M. & Spiro, R. (1992). Hypertext Learning Environments and Cognitive Flexibility: Characteristics Promoting the Transfer of Complex Knowledge. In L. Birnbaum (Hrsg.), *The International Conference on the Learning Sciences. Proceedings of the 1991 Conference* (S. 240-248). Charlottesville: Association for the Advancement of Computing in Education.
- Jakubowski, E. (1993). Constructing Potential Learning Opportunities in Middle Grades Mathematics. In K. Tobin (Hrsg.), *The Practice of Constructivism in Science Education* (S. 135-144). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Junker, J. (2005). „Fehl-Leistung“ – Fehler oder Leistung? Erfahrungen mit Themenstudienarbeit an einem Schweizer Gymnasium. *Praxis der Mathematik in der Schule (PM)*, 47(5), 25-29.
- Kaiser F.-J. (1973). *Entscheidungsstraining. Die Methoden der Entscheidungsfindung. Fallstudie – Simulation – Planspiel*. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Kaiser F.-J. (1983a). Grundlagen der Fallstudiendidaktik - Historische Entwicklung - Theoretische Grundlagen - Unterrichtliche Praxis. In F.-J. Kaiser (Hrsg.), *Die Fallstudie – Theorie und Praxis der Fallstudiendidaktik*. (S. 9-34). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Kaiser F.-J. (Hrsg.) (1983b). *Die Fallstudie*. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Kaiser, F.-J. & Brettschneider, V. (1999). Fallstudie. In J. Wiechmann (Hrsg.): *Zwölf Unterrichtsmethoden (Vielfalt für die Praxis)*. Weinheim Basel.
- Kirschner, P. (2002). Cognitive load theory: implications of cognitive load theory on the design of learning. *Learning and Instruction*, 12, 1-10.
- Klein, K. & Oettinger, U. (2000). *Konstruktivismus. Die neue Perspektive im (Sach-)Unterricht*. Hohengehren: Schneider.
- Klieme, E. & Clausen, M. (1999). *Identifying Facets of Problem Solving in Mathematics Instruction*. Paper presented at the AERA Annual Meeting. Montreal: Eric Edrs.
- Klieme, E. & Ramseier, E. (2001). *The Impact of School Context, Student Background, and Instructional Practice*. [Vortrag auf der Tagung der EARLI in Fribourg, Schweiz].

- Klieme, E. (2002). Was ist guter Unterricht? Ergebnisse der TIMSS-Videostudie im Fach Mathematik. In W. Bergsdorf et al. (Hrsg.), *Herausforderungen der Bildungsgesellschaft*. [4. Ringvorlesung der Universität Erfurt] (S. 89-113). Weimar: Rhino.
- Knipping, C. (2003). *Beweisprozesse in der Unterrichtspraxis. Vergleichende Analysen von Mathematikunterricht in Deutschland und Frankreich*. Hildesheim: Franzbecker.
- Knoll, S. (2003). *Verwendung von Aufgaben in Einführungsphasen des Mathematikunterrichts*. Marburg: Tectum.
- Knuth, E. (2002). Teacher's Conceptions of Proof in the Context of Secondary School Mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 61-88.
- Knuth, R. & Cunningham, D. (1993). Tools for Constructivism. In T. Duffy, J. Lowyck & D. Jonassen (Hrsg.), *Designing Environments for Constructive Learning* (S. 163-187). Berlin Heidelberg New York: Springer.
- Kosiol, E. (1957). *Die Behandlung praktischer Fälle im betriebswirtschaftlichen Unterricht (Case Method)*. Ein Berliner Versuch. Berlin.
- Krapp, A. (1992). Das Interessenskonstrukt. In A. Krapp & M. Prenzel (Hrsg.), *Interesse, Lernen, Leistung. Neuere Ansätze der pädagogisch-psychologischen Interessensforschung* (S. 297-329). Münster: Aschendorff.
- Küchemann, D. & Hoyles, C. (2002). Students' Understanding of a Logical Implication and its Converse. In A. Cockburn & E. Nardi (Hrsg.), *Proceedings of the 26th Conference of Psychology of Mathematics Education, Vol. 3* (S. 241-248). Norwich, UK.
- Kuhn, D. (1989). Children and Adults as Intuitive Scientists. *Psychological Review*, 96, 674 - 689.
- Kuhn, D., Amsel, E. & O'Loughlin, M. (1988). *The Development of Scientific Thinking Skills*. Orlando, FL: Academic Press.
- Kultusministerkonferenz (KMK). (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. http://www.kmk.org/schul/Bildungsstandards/Mathematik_MSA_BS_04-12-2003.pdf [Zugriff am 22.12.2005].
- Kuntze, S. (1999). *Schriftliche Hausarbeit zum Thema „Wie genau ist genau?“ Die Rolle der Genauigkeit beim Umgang mit Zahlen und bei der argumentativen Formulierung von Gedankengängen - Anregungen für einen Pluskurs Mathematik in der Oberstufe des Gymnasiums*. München. [Unveröffentlichte Hausarbeit zum 2. Staatsexamen].
- Kuntze, S. (2002a). Unter die Lupe genommen: Was heißt „genau“? - Bericht über einen Kurs zur Förderung besonders begabter Schülerinnen und Schüler. *Der Mathematikunterricht*, 48(1), 4-30.
- Kuntze, S. (2002b). Themenstudienarbeit als Unterrichtsform im Mathematikunterricht mit besonders begabten Schülerinnen und Schülern der Sekundarstufe II. In W. Peschek (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2002* (S. 291-294). Hildesheim: Franzbecker.
- Kuntze, S. (Hrsg.). (2002c). „Was ist ...?“ - Themenstudien zu Gebieten der „anderen“ Mathematik: <http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~kuntze/kuntze/thstlk/index.htm> [Zugriff am 22.12.2005].
- Kuntze, S. (Hrsg.). (2002d). Bilinguales mathematisch-naturwissenschaftliches Projekt „Communication“: <http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~kuntze/kuntze/villette/index.htm> [Zugriff am 22.12.2005].
- Kuntze, S. (2002e). Themenstudie „Gebt mir Beweise“. [Unveröffentlichte Materialmappe]
- Kuntze, S. (2002f). Beweisen im Geometrieunterricht – wie genau nehmen es unsere Schulbücher damit? Online verfügbar unter <http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~kuntze/kuntze/wie-genau-beweisen-8-klasse-geometrie-schulbuecher-kuntze.pdf> [Zugriff am 22.12.2005].
- Kuntze, S. (2003a). Wie beteiligen Lehrer ihre Schüler an Beweisen im Geometrieunterricht? Erste Ergebnisse einer Auswertung videografiertter Unterrichtsstunden. In H.-W. Henn (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2003* (S. 373-376). Hildesheim: Franzbecker.
- Kuntze, S. (2003b). Themenstudienarbeit im Mathematikunterricht als Vorbereitung auf die Facharbeit. *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht (MNU)*, 56(8), 490-495.
- Kuntze, S. (2004a). Wissenschaftliches Denken von Schülerinnen und Schülern bei der Beurteilung gegebener Beweisbeispiele aus der Geometrie - Ergebnisse einer Untersuchung textlicher Eigenproduktionen von Schülerinnen und Schülern der 8. Jahrgangsstufe des Gymnasiums. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 25(3/4), 245-268.

- Kuntze, S. (2004b). Vorstellungen von Mathematiklehrerinnen und -lehrern zur Unterrichtsqualität - Erste Ergebnisse der Begleitforschung des binationalen und videobasierten Fortbildungsprojekts „MuBiL“. In A. Heinze & S. Kuntze (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2004* (S. 321-324). Hildesheim: Franzbecker.
- Kuntze, S. (2004c). Das binationale und videobasierte Lehrerinnen- und Lehrerfortbildungsprojekt „MuBiL“. *GDM-Mitteilungen*, 79, 112-118.
- Kuntze, S. (2005a). *MuBiL - Binationales und videobasiertes Lehrerinnen- und Lehrerfortbildungsprojekt*. [Poster, präsentiert auf der Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik in Bielefeld. 28.02.-04.03.2005]
- Kuntze, S. (2005b). Förderung von Wissensaufbau zu Problemlösetechniken und Beweisstrategien mit heuristischen Lösungsbeispielen. In G. Graumann (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2005* (S. 327-330). Hildesheim: Franzbecker.
- Kuntze, S. (2005c). Schülerinnen und Schüler reflektieren, beurteilen und präsentieren mathematische Themen - Die Themenstudienmethode im gymnasialen Mathematikunterricht. In: K. Lengnink & F. Siebel (Hrsg.), *Mathematik präsentieren, reflektieren, beurteilen* (S. 37-54). Mühlthal: Verlag Allgemeine Wissenschaft.
- Kuntze, S. (2005d). Also ich meine dazu... – Materialien und Lernumgebungen zum Nachdenken über Mathematik. *mathematik lehren*, 132, 4-10.
- Kuntze, S. (2005e). Reflexionsergebnisse bewerten. *mathematik lehren*, 132, 52-56.
- Kuntze, S. (2005f). „Wozu muss man denn das beweisen?“ Vorstellungen zu Funktionen des Beweisens in Texten von Schülerinnen und Schülern der 8. Jahrgangsstufe. *mathematica didactica*, 28(2), 48-70.
- Kuntze, S. & Esper, N. (2003). *Eigene Schritte zum Beweisen in der Geometrie - Erfahrungen mit Lernumgebungen für selbständige Lernprozesse in der Unterrichtspraxis*. [Vortrag im Rahmen der Tagung des GDM-Arbeitskreises Geometrie, Soest, 10.-12.10.2003].
- Kuntze, S., Hölzl, R., Reiss, K. & Rudolph, F. (2005). *Das binationale und videobasierte Lehrerinnen- und Lehrerfortbildungsprojekt „MuBiL“*. [Abschlussbericht an die Robert Bosch Stiftung].
- Kuntze, S. & Prediger, S. (2005). Ich schreibe, also denk' ich – Über Mathematik schreiben. *Praxis der Mathematik in der Schule (PM)*, 47(5), 1-6.
- Kuntze, S. & Ramm, K. (2005). Schülerinnen und Schüler schreiben über Unendlichkeit - Interdisziplinäre und mathematikbezogene Gedanken in Themenstudien. *Praxis der Mathematik in der Schule (PM)*, 47(5), 18-24.
- Kuntze, S., Rechner, M. & Reiss, K. (2004). Inhaltliche Elemente und Anforderungsniveau des Unterrichtsgesprächs beim geometrischen Beweisen - Eine Analyse videografierter Unterrichtsstunden. *mathematica didactica*, 27(1), 3-22.
- Kuntze, S. & Reiss, K. (2004a). Begründen, Argumentieren und Beweisen als Beitrag zur Werteerziehung im Mathematikunterricht. In E. Matthes (Hrsg.), *Werteorientierter Unterricht - eine Herausforderung für die Schulfächer* (S. 171-186). Donauwörth: Auer.
- Kuntze, S. & Reiss, K. (2004b). Unterschiede zwischen Klassen hinsichtlich inhaltlicher Elemente und Anforderungsniveaus im Unterrichtsgespräch beim Erarbeiten von Beweisen - Ergebnisse einer Videoanalyse. *Unterrichtswissenschaft*, 32(4), 357-379.
- Kuntze, S. & Reiss, K. (2005a). *Zur Implementation von Fortbildungsinhalten im Mathematikunterricht durch Lehrerinnen und Lehrer - Erste Ergebnisse der Evaluation des Fortbildungsprojekts MuBiL*. [Vortrag im Rahmen der 66. Tagung der Arbeitsgemeinschaft für Empirische Pädagogische Forschung (AEPF). Berlin. 19.03.2005].
- Kuntze, S. & Reiss, K. (2005b). Situation-specific and generalized components of professional knowledge of mathematics teachers – Research on a video-based in-service teacher learning program. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Hrsg.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*, Vol. 3 (S. 225-232). Melbourne: University.
- Kuntze, S. & Winkler, J. (2003). *Wie genau ist genau? Inhalte für einen Pluskurs in der Oberstufe des Gymnasiums*. Online verfügbar unter <http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~kuntze/kuntze/publikationen-kuntze.html> [Teile 1 bis 4. Zugriff am 22.12.2005].
- Lakatos, I. (1976). *Proofs and Refutations. The Logic of Mathematical Discovery*. Cambridge: Cambridge University Press.

- Le Maistre, C. & Kanevsky, L. (1997). Factors Influencing the Realization of Exceptional Mathematical Ability in Girls: an analysis of the research. *High Ability Studies*, 8(1), 31-45.
- Lederman, N. (1992). Student's and Teacher's Conception of the Nature of Science. A Review of the Research. *Journal of Research in Science Teaching*, 24, 331-359.
- Leinhardt, G. (1993). *On teaching. Advances in instructional psychology*. Vol. 4. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Leutner, D. (1992). *Adaptive Lehrsysteme. Instruktionspsychologische Grundlagen und experimentelle Analysen*. Weinheim: Beltz.
- Leutner, D., Klieme, E., Meyer, K. & Wirth, J. (2004). Problemlösen. In Deutsches PISA-Konsortium (Hrsg.), *PISA 2003. Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland – Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs* (S. 147-175). Münster: Waxmann.
- Linder, M. (2004). *Funktionen des Beweisens in textlichen Produktionen von Schülerinnen und Schülern der gymnasialen 8. Jahrgangsstufe im Rahmen einer Themenstudienarbeit zum Thema Beweisen, Begründen, Argumentieren* [Zulassungsarbeit zum 1. Staatsexamen]. Universität Augsburg.
- Linn, M. & Burbules, N. (1993). Construction of Knowledge and Group Learning. In K. Tobin (Hrsg.), *The Practice of Constructivism in Science Education* (S. 91-119). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Linn, M. (1991). The Computer as Lab Partner: Can Computer Tools Teach Science? In L. Roberts, K. Sheingold & S. Malcolm (Hrsg.), *This Year in School Science 1991*. Washington, DC: American Association for the Advancement of Science.
- Lipowsky, F., Thußbas, C., Klieme, E., Reusser, K. & Pauli, C. (2003). Professionelles Lehrerwissen, selbstbezogene Kognitionen und wahrgenommene Schulumwelt - Ergebnisse einer kulturvergleichenden Studie deutscher und Schweizer Mathematiklehrkräfte. *Unterrichtswissenschaft*, 31 (3), 206-237.
- Lowyck, J. (1991). The field of instructional design. In J. Lowyck, P DePotter & J. Elen (Hrsg.), *Instructional design: Implementation issues. Proceedings of the I.B.M./V.U. Leuven Conference* (S. 1-30). [La Hulpe, Dec. 17-19, 1991].
- Lowyck, J. & Elen, J. (1991). Wandel in der theoretischen Fundierung des Instruktions-Designs. *Unterrichtswissenschaft*, 19, 218-237.
- MacLane, S. (1981). Mathematical Models: A Sketch for the Philosophy of Mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 88, 462-472.
- Maier, H. (1998). Zur Interpretation textlicher Eigenproduktionen von Schülern. In A. Peter-Koop (Hrsg.), *Das Besondere Kind im Mathematikunterricht der Grundschule*. Offenburg.
- Maier, H. (2000). Schreiben im Mathematikunterricht. *mathematik lehren*, 99, 10-13.
- Mandl, H., Gruber, H. & Renkl, A. (1995). Situiertes Lernen in multimedialen Lernumgebungen. In L. Issing & P. Klimsa (Hrsg.), *Information und Lernen mit Multimedia. Ein Lehrbuch zur Multimedia-Didaktik und -Anwendung*. Weinheim: Beltz.
- Manin, J. (1977). *A Course in Mathematical Logic*. New York: Springer.
- Martin, W. & Harel, G. (1989). Proof Frames of Preservice Elementary Teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20 (1), 41-51.
- Maturana, H. & Varela, F. (1987). *The tree of Knowledge: The Biological Roots of Human Understanding*. Boston: New Science Library
- Maurer, F. (1983). Unterrichtsbeobachtung und didaktische Kasuistik. In Kaiser F.-J. (Hrsg.), *Die Fallstudie – Theorie und Praxis der Fallstudiendidaktik* (S. 35-52). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Meyer, H. (1987). *Unterrichtsmethoden I: Theorieband*. Frankfurt am Main: Scriptor.
- Morgan, C. (2001). The place of pupil writing in learning, teaching and assessing mathematics. In P. Gates (Hrsg.), *Issues in Mathematics Teaching* (S. 232-244). London: Routledge Falmer.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (Hrsg.). (1989). <http://www.vib-bw.de/tp2/nctm.html> [Zugriff am 29.09.2003]
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (Hrsg.). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

- Neber, H., Finsterwald, M. & Urban, N. (2001). Cooperative Learning with Gifted and High-achieving Students: a review and meta-analyses of 12 studies. *High Ability Studies*, 12(2), 199-214.
- Neber, H. & Heller, K. (1997). *Deutsche SchülerAkademie - Ergebnisse der wissenschaftlichen Begleitforschung*. Bonn: Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft, Forschung und Technik.
- Neubrand, J. (2002). *Eine Klassifikation mathematischer Aufgaben zur Analyse von Unterrichtssituationen*. Hildesheim: Franzbecker.
- Neubrand, M. (1990). Über Mathematik sprechen – Möglichkeiten und Beispiele aus der Analysis. In M. Glatfeld (Hrsg.), *Finden, Erfinden, Lernen – zum Umgang mit Mathematik unter heuristischem Aspekt*. Frankfurt a. M.: Verlag Peter Lang.
- Neubrand, M. (2001). Die Konzepte „mathematical literacy“ und „mathematische Grundbildung“ in der PISA-Studie. In G. Kaiser (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2001* (S. 454-457). Hildesheim: Franzbecker.
- Niland, P. (1954). *The Values and Limitations of the Case Method*. In *The Case Method at the Harvard Business School*. New York: McGraw-Hill.
- Osborne, J., Collins, S., Ratcliffe, M., Millar, R. & Duschl, R. (2001). What ideas about science should be taught in school science? A Delphi study of expert community. *Journal of Research in Science Teaching*, 39 (7), 551-578.
- Palincsar, A. & Brown, A. (1984). Reciprocal Teaching of Comprehension-Fostering and Comprehension-Monitoring Activities. *Cognition and Instruction*, 1, 117-175.
- Pehkonen, E. (1994). On Teacher's Beliefs and Changing Mathematics Teaching. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 15(3/4), 177-209.
- Pehkonen, E. (1995). Vorstellungen von Schülern zur Mathematik. Begriff und Forschungsergebnisse. *mathematica didactica*, 18(1), 35-65.
- Pehkonen, E. & Törner, G. (1996a). Mathematical Beliefs and Different Aspects of their Meaning. *ZDM*, 28(4), 101-108.
- Pehkonen, E. & Törner, G. (1996b). Introduction to the Theme: Mathematical Beliefs. *ZDM*, 28(4), 99-100.
- Pehkonen, E. & Törner, G. (1999). *Mathematical Beliefs and their Impact on Teaching and Learning of Mathematics*. Duisburg: Schriftenreihe des Fachbereichs Mathematik der Universität.
- Pekrun, R. (1983). *Schulische Persönlichkeitsentwicklung*. Frankfurt a. M.: Peter Lang.
- Pekrun, R., Götz, vom Hofe, R., Blum, W., Jullien, S., Zirngibl, A., Kleine, M., Wartha, S., & Jordan, A. (2004). Emotionen und Leistung im Fach Mathematik: Ziele und erste Befunde aus dem Projekt zur Analyse der Leistungsentwicklung in Mathematik“ (PALMA). In: J. Doll & M. Prenzel, (Hrsg.), *Bildungsqualität von Schule: Lehrerprofessionalisierung, Unterrichtsentwicklung und Schülerförderung als Strategien der Qualitätsverbesserung* (S. 345-363). Münster: Waxmann.
- Pekrun, R., Götz, T., Jullien, S., Zirngibl, A., v. Hofe, R., & Blum, W. (2002). *Skalenhandbuch PALMA: 1. Messzeitpunkt (5. Jahrgangsstufe)*. Universität München: Institut Pädagogische Psychologie.
- Pekrun, R., Götz, T., Jullien, S., Zirngibl, A., v. Hofe, R., & Blum, W. (2003). *Skalenhandbuch PALMA: 2. Messzeitpunkt (6. Jahrgangsstufe)*. Universität München: Institut für Pädagogische Psychologie.
- Pekrun, R. & vom Hofe, R. (2000). *PISA-Längsschnittstudie Mathematik: Entwicklungsverläufe, individuelle Voraussetzungen und Kontextbedingungen von Mathematikleistungen bei Schülern der Sekundarstufe I*. [Neuantrag an die Deutsche Forschungsgemeinschaft]. <http://www.ipn.uni-kiel.de/projekte/biqua/biqua.htm> [Zugriff am 04.05.2005].
- Pekrun, R. & vom Hofe, R. (2001). *PISA-Längsschnittstudie Mathematik: Entwicklungsverläufe, individuelle Voraussetzungen und Kontextbedingungen von Mathematikleistungen bei Schülern der Sekundarstufe I*. [Interner Abschlußbericht an die Deutsche Forschungsgemeinschaft zur ersten Projektphase]. <http://www.ipn.uni-kiel.de/projekte/biqua/biqua.htm> [Zugriff am 04.05.2005].
- Pekrun, R., vom Hofe, R. & Blum, W. (2002). *PISA-Längsschnittstudie Mathematik: Entwicklungsverläufe, Schülervoraussetzungen und Kontextbedingungen von Mathematikleistungen in der Sekundarstufe I. Projektphase 2002 – 2004*. [Erster Fortsetzungsantrag an die Deutsche Forschungsgemeinschaft]. <http://www.ipn.uni-kiel.de/projekte/biqua/biqua.htm> [Zugriff am 04.05.2005].

- Pekrun, R., vom Hofe, R. & Blum, W. (2003). *Projekt zur Analyse der Leistungsentwicklung in Mathematik (PALMA): Entwicklungsverläufe, Schülervoraussetzungen und Kontextbedingungen von Mathematikleistungen bei Schülern der Sekundarstufe I*. [Interner Abschlußbericht an die Deutsche Forschungsgemeinschaft zur zweiten Projektphase]. <http://www.ipn.uni-kiel.de/projekte/biqua/biqua.htm> [Zugriff am 04.05.2005].
- Pekrun, R. & Zirngibl, A. (2004). Schülermerkmale im Fach Mathematik. In Deutsches PISA-Konsortium (Hrsg.), *PISA 2003. Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland – Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs* (S. 191-210). Münster: Waxmann.
- Petko, D., Waldis, M., Pauli, C. & Reusser, K. (2003). Methodologische Überlegungen zur videogestützten Forschung in der Mathematikdidaktik. *ZDM*, 35(6), 265-281.
- Pimm, D. (1987). *Speaking Mathematically. Communication in Mathematics Classroom*. London / New York: Routledge / Keagan Paul.
- Polya, G. (1954). *Mathematik und plausible Schließen. Typen und Strukturen plausibler Folgerung*. Basel: Birkhäuser.
- Polya, G. (1969). *Mathematik und plausible Schließen. Induktion und Analogie in der Mathematik*. Basel: Birkhäuser.
- Prediger, S. (2001). Mathematiklernen als interkulturelles Lernen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 22(2), 123-144.
- Ramm, K., Keller, V. & Kuntze, S. (2004). Die Themenstudie „Unendlich unendlich“ – Erfahrungen mit rohmaterialien-gestütztem Mathematikunterricht. In A. Heinze & S. Kuntze (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2004* (S. 437-440). Hildesheim: Franzbecker.
- Ramm, K. & Kuntze, S. (2002). Themenstudie „unendlich unendlich“. [bisher unveröffentlichte Arbeitsmaterialien].
- Reetz, L. (1996). Wissen und Handeln. Zur Bedeutung konstruktivistischer Lernbedingungen in der kaufmännischen Berufsausbildung. In K. Beck, W. Müller, T. Deißinger & W. Zimmermann (Hrsg.), *Berufserziehung im Umbruch. Didaktische Herausforderungen und Ansätze zu ihrer Bewältigung* (S. 173ff). Weinheim: Beltz.
- Reetz, L. & Sievers, H.-P. (1983). Zur curriculum- und lerntheoretischen Begründung der Fallstudienverwendung im Wirtschaftslehreunterricht der Sekundarstufe II. In F.-J. Kaiser (Hrsg.), *Die Fallstudie – Theorie und Praxis der Fallstudiendidaktik* (S. 75-110). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Reigeluth, C. & Stein, F. (1983). The elaboration theory of instruction. In C. Reigeluth (Hrsg.) *Instructional design theories and models: An overview of their current status* (S. 335-382). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Reinmann-Rothmeier, G. & Mandl, H. (1997). Lehren im Erwachsenenalter. Auffassungen vom Lehren und Lernen, Prinzipien und Methoden. In F. Weinert & H. Mandl (Hrsg.), *Psychologie der Erwachsenenbildung. Enzyklopädie der Psychologie, Themenbereich D, Serie I, Band 4* (S. 355-403). Göttingen: Hogrefe.
- Reinmann-Rothmeier, G. & Mandl, H. (2001). Unterrichten und Lernumgebungen gestalten. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie*. (S. 601-646). Weinheim: Beltz.
- Reiss, K. (2002). Beweisen, Begründen, Argumentieren. Wege zu einem diskursiven Mathematikunterricht. In W. Peschek (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2002* (S. 39-46). Hildesheim: Franzbecker.
- Reiss, K. (2005). *Die Bedeutung von Interesse und Motivation für das Mathematiklernen*. [Vortrag an der Universität Kassel am 17.01.2005].
- Reiss, K. & Heinze, A. (2001). Aspekte des Wissensaufbaus beim Argumentieren, Begründen und Beweisen. In G. Kaiser (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2001* (S. 500-503). Hildesheim: Franzbecker.
- Reiss, K., Hellmich, F. & Reiss, M. (2002). Reasoning and proof in geometry: Prerequisites of knowledge acquisition in secondary school students. In A. Cockburn & E. Nardi (Hrsg.), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4* (S. 113-120). Norwich, UK: University.
- Reiss, K.; Hellmich, F. & Thomas, J. (2002). Individuelle und schulische Bedingungsfaktoren für Argumentationen und Beweise im Mathematikunterricht. In M. Prenzel & J. Doll (Hrsg.), *45. Beiheft zur Zeitschrift für Pädagogik* (S. 51-64). Weinheim: Beltz.

- Reiss, K., Klieme, E. & Heinze, A. (2001). Prerequisites for the Understanding of Proofs in the Geometry Classroom. *Proceedings of the 25th Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Utrecht.
- Reiss, K. & Renkl, A. (2002). Learning to Prove: The Idea of Heuristic Examples. *ZDM*, 34(1), 29-35.
- Reiss, K. & Thomas, J. (2000). Wissenschaftliches Denken beim Beweisen in der Geometrie. Ergebnisse einer Studie mit Schülerinnen und Schülern der gymnasialen Oberstufe. *mathematica didactica*, 23, 96-112.
- Renkl, A. (1996). Träges Wissen: Wenn Erlerntes nicht genutzt wird. *Psychologische Rundschau*, 47(2), 78-92.
- Renkl, A. (1997a). *Lernen durch Lehren. Zentrale Wirkmechanismen beim kooperativen Lernen*. Wiesbaden: Dt. Universitätsverlag.
- Renkl, A. (1997b). Learning from worked-out examples: a study on individual differences. *Cognitive Science* 21, 1-29.
- Renkl, A. (1998). Träges Wissen. In D. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie* (S. 524-520). Weinheim: Beltz.
- Renkl, A. (2000). Weder Paradigmenwechsel noch alter Wein! Eine Antwort auf Klauers „Situating Learning: Paradigmenwechsel oder alter Wein in neuen Schläuchen?“ *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 14 (1), 5-7.
- Renkl, A. (Hrsg.). (2001). Lernen aus Lösungsbeispielen. *Unterrichtswissenschaft*, 29, 1-95.
- Renkl, A., Gruber, H. & Mandl, H. (1995). *Kooperatives problemorientiertes Lernen in der Hochschule (Forschungsbericht Nr. 96)*. München: Ludwig-Maximilians-Universität München, Lehrstuhl für Empirische Pädagogik und Pädagogische Psychologie.
- Renkl, A. & Schworm, S. (2002). Lernen, mit Lösungsbeispielen zu lehren. In M. Prenzel & J. Doll (Hrsg.), *45. Beiheft zur Zeitschrift für Pädagogik* (S. 259-270). Weinheim: Beltz.
- Resnick, L. (1987). Learning in school and out. *Educational Researcher*, 16(9), 13-20.
- Resnick, L., Williams, S. & Hall, M. (1998). Learning Organizations for Sustainable Education Reform. *Daedalus*, 127(4), 89-118.
- Rudolph, F. & Reiss, K. (2005). Charakteristika von Schülergruppen mit verschiedenen mathematikbezogenen Interessensprofilen. In G. Graumann (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2005* (493-496). Hildesheim: Franzbecker.
- Ruf, U. & Gallin, P. (1999a). *Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Band 1*. Seelze-Velber: Kallmeyer.
- Ruf, U. & Gallin, P. (1999b). *Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Band 2*. Seelze-Velber: Kallmeyer.
- Rustemeyer, D. (1999). Stichwort: Konstruktivismus in der Erziehungswissenschaft. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 2(4), 467-484.
- Sader, M. (1991). *Psychologie der Gruppe*. Weinheim/München: Juventa.
- Schmidt, H. (1958). *Die Fallmethode (Case Study Method) - Eine einführende Darstellung*. Essen: Girardet
- Schoenfeld, A. (1994). What Do We Know about Mathematics Curricula? *Journal of Mathematical Behaviour*, 13(1), 55-80.
- Selden, J. & Selden, A. (1995). Unpacking the Logic of Mathematical Statements. *Educational Studies in Mathematics*, 29, 123-151.
- Selter, C. (1994). *Eigenproduktionen im Arithmetikunterricht der Primarstufe*. Wiesbaden: Deutscher Universitätsverlag.
- Siebert, H. (1998). Ein konstruktivistisches „Reframing“ der Pädagogik? In R. Voß (Hrsg.), *Theorie und Praxis systemisch-konstruktivistischer Pädagogik* (S. 280-288). Heidelberg.
- Singh, S. (1998). *Fermats letzter Satz*. München: Carl Hanser.
- Snow, R. (1989). Toward assessment of cognitive and conative structures in learning. *Educational Researcher*, 18(9), 8-14.

- Snyder, J., Bolin, F. & Zumwalt, K. (1992). Curriculum implementation. In P. Jackson (Hrsg.), *Handbook of research on curriculum* (S. 402-435). New York: Macmillan.
- Sodian, B. & Kircher, E. (2001). Vermittlung von Wissenschaftsverständnis in der Grundschule. [Interner Abschlußbericht an die Deutsche Forschungsgemeinschaft zur ersten Projektphase im Rahmen des DFG-Schwerpunktprogramms „Bildungsqualität von Schule“]. <http://www.ipn.uni-kiel.de/projekte/biqua/biqua.htm> [Zugriff am 04.05.2005].
- Sodian, B., Thoermer, C., Kircher, E., Grygier, P. & Günther, J. (2002). Vermittlung von Wissenschaftsverständnis in der Grundschule. In M. Prenzel & J. Doll (Hrsg.), *45. Beiheft zur Zeitschrift für Pädagogik* (S. 192-206). Weinheim: Beltz.
- Spiro, R. & Lehng, J. (1990). Cognitive Flexibility and Hypertext: Theory and Technology for the Nonlinear and Multidimensional Traversal of Complex Subject Matter. In D. Nix & R. Spiro (Hrsg.), *Cognition, Education, and Multimedia: Exploring Ideas in High Technology* (S. 163 – 205). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Springer, L., Stanne, M. & Donovan, S. (1999). Effects of Small Group-Learning on Undergraduates in Science, Mathematics, Engineering, and Technology: A Metaanalysis. *Review of Educational Research*, 1, 21-51.
- Stähli A. (1988). *Die genetisch wachsende Fallstudie: eine systemtheoretische Methode des Executive Development*. Zürich: Graduate School of Business Administration.
- Stähli A. (1992a). *Harvard Anti Case*, London: McGraw-Hill.
- Stähli A. (1992b). *Europäische Lösung: Genetisch wachsende Fallstudie*. London: McGraw-Hill.
- Stein, M. (1986). *Beweisen*. Bad Salzdetfurth: Franzbecker.
- Steinhöfel, W. & Reichold, K. (1971). Zur Behandlung mathematischer Sätze und ihrer Beweise im Mathematikunterricht (Teil 1). *Mathematik in der Schule*, 11, 700-707.
- Sweller, J. (1988). Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive Science*, 12, 257-285.
- Sweller, J. (1994). Cognitive load theory, learning difficulty and instructional design. *Learning and Instruction*, 4, 295-312.
- Swinson, K. (1992). Writing Activities as Strategies for Knowledge Construction and the Identification of Misconceptions in Mathematics. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 15 (2), 7-14.
- Tall, D. (1989). The Nature of Mathematical Proof. *Mathematics Teaching*, 127(3), 28-32.
- Tedesco, P. (1983). Die Kunst der Fall-Diskussion. In F.-J. Kaiser (Hrsg.), *Die Fallstudie – Theorie und Praxis der Fallstudiendidaktik* (S. 123-127). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Tenfelde, W. (1983). Adressatengerechte Fallstudien für die kaufmännische Berufsausbildung auf der Sekundarstufe II – Zur Problematik der Verwendung von Basismaterialien der Betriebswirtschafts- und Organisationslehre. In F.-J. Kaiser (Hrsg.), *Die Fallstudie – Theorie und Praxis der Fallstudiendidaktik* (S. 111-122). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Thomas, J. (1997). *Wissenschaftliches Denken im Jugendalter*. [Habilitationsschrift]. Mainz: Johannes-Gutenberg-Universität.
- Tobin, K. & Tippins, D. (1993). Constructivism as a Referent for Teaching and Learning. In K. Tobin (Hrsg.), *The Practice of Constructivism in Science Education* (S. 3-21). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Tobin, K., Kahle, J., Fraser, B. (Hrsg.). (1990). *Windows into Science Classrooms: Problems Associated with Higher-Level Cognitive Learning*, London New York Philadelphia: Falmer Press.
- Törner, G. & Grigutsch, S. (1994). „Mathematische Weltbilder“ bei Studienanfängern – eine Erhebung. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 15(3/4), 211-251.
- Törner, G. & Pehkonen, E. (1996). On the Structure of Mathematical Belief Systems. *ZDM*, 28(4), 109-112.
- Törner, G. (Hrsg.) (1998). *Current State of Research an Mathematical Beliefs VI. Proceedings of the MAVI Workshop*. Duisburg: Schriftenreihe des Fachbereichs Mathematik der Universität.
- Tschirigi, J. (1980). Sensible Reasoning: A Hypothesis about Hypotheses. *Child Development*, 51, 1-10.
- v. Glasersfeld, E. (1989). Constructivism in Education. In T. Husen & T. Postlethwaite (Hrsg.), *The International Encyclopaedia of Education. Supplementary Volume* (S. 162-163). Oxford: Pergamon Press.

- v. Glasersfeld, E. (1991) (Hrsg.). *Radical Constructivism in Mathematics Education*. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers.
- v. Glasersfeld, E. (1993). Questions and Answers about Radical Constructivism. In K. Tobin (Hrsg.), *The Practice of Constructivism in Science Education* (S. 23-38). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Voigt, J. (1984a). Der kurztaktige, fragend-entwickelnde Unterricht. Szenen und Analysen. *mathematica didactica*, 7, 161-186.
- Voigt, J. (1984b). *Interaktionsmuster und Routinen im Mathematikunterricht*. Weinheim: Beltz.
- Weinert, F. (1996). Lerntheorien und Instruktionsmodelle. In F. Weinert (Hrsg.), *Enzyklopädie der Psychologie. Pädagogische Psychologie. Band 2: Psychologie des Lernens und der Instruktion* (S. 1-48). Göttingen: Hogrefe.
- Weinert, F. (2001). Vergleichende Leistungsmessung in Schulen - eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In F. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessungen in Schulen* (S. 17-31). Weinheim: Beltz.
- Westmeyer, H. (1999). Konstruktivismus und Psychologie. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 2(4), 507-525.
- Wheatley, G. (1993). The Role of Negotiation in Mathematics Learning. In K. Tobin (Hrsg.), *The Practice of Constructivism in Science Education* (S. 121-134). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Wilder, R. (1944). The Nature of Mathematical Proof. *The American Mathematical Monthly*, 51, 309-323.
- Winn, W. (1993). A constructivist critique of the assumptions of instructional design. In T. Duffy, J. Lowyck, D. Jonassen & T. Welsh (Hrsg.), *Designing environments for constructive learning* (S. 189-212). Berlin: Springer.
- Winn, W. (1996). Instructional design and situated learning: paradox or partnership? In H. McLellan (Hrsg.), *Situated learning perspectives* (S. 57-66). New Jersey: Educational Technology Publications.
- Wittmann E. & Müller, G. (1988a). Wann ist ein Beweis ein Beweis? In P. Bender (Hrsg.). *Mathematikdidaktik. Theorie und Praxis. Festschrift für Heinrich Winter* (S. 237-257). Berlin: Cornelsen.
- Wittmann E. & Müller, G. (1988b). When is a Proof a Proof? *Bulletin of Social Mathematics in Belgium*, 1, 15-40.

Schulbuchliteratur:

- Andelfinger, B. (1971). *Mathematik Band III. Geometrie 1*. Freiburg im Breisgau: Herder.
- Barth, F., Krumbacher, G., Matschiner, E. & Ossiander, K. (1986). *Anschauliche Geometrie 2*. München: Ehrenwirth.
- Barth, E., Barth, F., Krumbacher, G. & Ossiander, K. (1993). *Anschauliche Geometrie 8*. (Neubearbeitung). München: Ehrenwirth.
- Ernst, M. (1971). *Geometrie auf abbildungsgeometrischer Grundlage Teil 1*. München: Ehrenwirth.
- Ernst, M. (1975). *Geometrie 1*. München: Ehrenwirth.
- Faber, K. (1968). *Geometrie 1 (Geometrie der Kongruenzabbildungen)*. Stuttgart: Klett.
- Hoffmann, H. (1975). *Geometrie 1. Die Punktmenge und ihre Abbildung*. München: Lindauer.
- Kratz, J. (1970). *Geometrie. Ein Lehr- und Arbeitsbuch. 1. Teil*. München: bsv.
- Kratz, J. (1977). *Geometrie 1. Ein Lehr- und Arbeitsbuch*. München: bsv.
- Kratz, J. (1983). *Geometrie 1. neu bearbeitet*. München: bsv.
- Kratz, J. (1985). *Geometrie 7./8. Schuljahr*. München: bsv.
- Lambacher, T. & Schweizer, W. (Hrsg.). (o. J.). *Geometrie Ausgabe A Mathematisches Unterrichtswerk für höhere Schulen*. [5.Auflage]. Stuttgart: Klett.
- Meyer, K. (Hrsg.). (1991). *Brennpunkt Geometrie Jahrgangsstufe 8*. Hannover: Schroedel.
- Renner, C. (1952). *Planimetrie*. München: Ehrenwirth.
- Roth, D. & Stingl, P. (1972). *Geometrisches Beweisen (bsv Lehrprogramme)*. München: bsv.
- Roth, D. & Stingl, P. (1978). *Geometrie Buch 1*. München: bsv.
- Roth, D. (1989). *Basismathematik 8 Geometrie Üben-Verstehen-Anwenden*. München: bsv.
- Schmid, A. & Schweizer, W. (Hrsg.). (1987). *LS Mathematik Geometrie Bayern 8*. Stuttgart: Klett.
- Schmid, A. (Hrsg.). (1993). *Lambacher Schweizer Geometrie Bayern 8*. Stuttgart: Klett.
- Schröder, H. & Uchtmann, H. (Hrsg.). (1967). *Einführung in die Mathematik für allgemeinbildende Schulen Geometrie 1*. Frankfurt a. M.: Diesterweg.
- Suckardt, U. & Wohlfarth, P. (1985). *Mathematik Buch 8 G Geometrie*. München: bsv.
- Suckardt, U. & Wohlfarth, P. (1995). *Mathematik Buch 8 G Geometrie Neubearbeitung*. München: bsv.
- Schweizer, W. (Hrsg.). (1969). *Lambacher-Schweizer Mathematisches Unterrichtswerk Ausgabe B Geometrie 1*. Stuttgart: Klett.
- Teller, O. & Nikol, F. (1952). *Zwenger-Klug Planimetrie (Ebene Geometrie)*. München: Lindauer.
- Wolff, G. (Hrsg.). (1965). *Elemente der Mathematik Geometrie und Trigonometrie Band 2 (Mittelstufe)*. Paderborn: Schroedel/Schöningh.

Lebenslauf

Persönliche Daten:

Name: Sebastian Kuntze
Geburtsdatum: 19.09.1971
Geburtsort: München

Ausbildung und Berufserfahrung:

Schulausbildung: 1978-1982: Grundschule in München
1982-1991: Ludwigsgymnasium München

Schulabschluss: Abitur (1991)

Studium: 1991-1993: Studium an der Ludwig-Maximilians-Universität München:
Lehramt für Gymnasien: Fächer Mathematik und Physik
1993-1994: Fortsetzung des Studiums an der Université de Paris
Sud XI, Orsay
1994-1997: Fortsetzung des Studiums an der Ludwig-Maximilians-
Universität München

Prüfungen/Abschluss: Zwischenprüfung für das Lehramt an Gymnasien,
Fach Physik (1993)
Vordiplom Mathematik (1993)
1. Staatsexamen für das Lehramt an Gymnasien,
Fächer Mathematik und Physik (1997)

Referendariat: 1997-1999: Albert-Einstein-Gymnasium München,
Oskar-von-Miller-Gymnasium München,
Dante-Gymnasium München

Abschluss: 2. Staatsexamen für das Lehramt an Gymnasien,
Fächer Mathematik und Physik (1999)

Berufspraxis: 1999-2002: Lehrtätigkeit als Studienrat z.A.
am Dante-Gymnasium München; Systembetreuung
2002: Ernennung zum Studienrat
2002-2005: Wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl für Didaktik der
Mathematik der Universität Augsburg
2005-2006: Lehrtätigkeit als Studienrat am Gisela-Gymnasium München;
Teilabordnung an den Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik
der Ludwig-Maximilians-Universität München
seit 2006: Akademischer Rat am Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik
der Ludwig-Maximilians-Universität München