

**Die nukleare Zustandsgleichung  
in relativistischen Schwerionenstößen**

Dissertation der Fakultät für Physik  
der  
Ludwig–Maximilians–Universität München

vorgelegt von  
**Theodoros Gaitanos**  
aus Thessaloniki

München, den 16.06.2000

1. Gutachter: Prof. Dr. Hermann Wolter
2. Gutachter: Prof. Dr. Herbert Spohn

Tag der mündlichen Prüfung: 28.07.2000

## Zusammenfassung

Die relativistische Schwerionenphysik bietet die einmalige Möglichkeit, die nukleare Zustandsgleichung über weite Bereiche des Phasendiagramms im Labor zu studieren. Bei einer Schwerionenkollision handelt es sich allerdings um einen Nichtgleichgewichtsprozeß mit Relaxationszeiten, die relativ zum gesamten dynamischen Ablauf der Reaktion lang sind. Dies stellt eine Bestimmung der Zustandsgleichung von Kernmaterie im Gleichgewicht als eine nichttriviale Anforderung dar. Eine zuverlässige Bestimmung der Zustandsgleichung erfordert daher einige Vorüberlegungen bezüglich deren Verhaltens in den vorhandenen Nichtgleichgewichtszuständen in Schwerionenreaktionen, was die eigentliche Aufgabe dieser Arbeit darstellt. Zur theoretischen Beschreibung von Schwerionenreaktionen wird eine 1-Teilchen Transporttheorie benutzt, die ein nukleares Mittelfeld und Nukleon-Nukleon Wirkungsquerschnitte als wesentliche Parameter enthält. Das Mittelfeld, das die Dichteabhängigkeit der Zustandsgleichung bestimmt, wird vorwiegend der mikroskopischen Dirac-Brueckner Theorie entnommen, da sie die Korrelationen näherungsweise berücksichtigt, die für das baryonische Vielteilchensystem wichtig sind, und außerdem auf andere Zweige der Kernphysik schon mit Erfolg angewendet wurde.

Diese Mittelfelder werden dann auf für Schwerionenkollisionen typische Nichtgleichgewichtszustände erweitert, indem der anisotrope Phasenraum lokal durch kollidierende Kernmaterieströme (2-Strom-System) approximiert wird. Dies liefert Nichtgleichgewichtsmittelfelder, die neben einer Dichte- auch eine Impulsabhängigkeit in Form einer lokalen Anisotropie enthalten, die in Transportrechnungen angewendet werden. Damit wird der Einfluß der Nichtgleichgewichtseffekte auf die Reaktionsdynamik untersucht. Es zeigt sich eine wesentliche Modifikation der globalen Reaktionsdynamik in Form von kollektiven Flußeffecten wegen der Nichtgleichgewichtseffekte. Diese sollten in Transportrechnungen mitberücksichtigt werden, um zuverlässige Rückschlüsse auf die Zustandsgleichung zu gewinnen. Der Vergleich mit den Experimenten liefert mit mikroskopischen Dirac-Brueckner Feldern eine realistische Beschreibung der Reaktionsdynamik, wenn die Nichtgleichgewichtseffekte des lokalen Phasenraums auf der Basis des nuklearen Mittelfeldes berücksichtigt werden.

Die approximative Behandlung lokaler anisotroper Phasenraumverteilungen ist wichtig für eine vollständige Beschreibung des thermodynamischen Zustandes von Kernmaterie in Schwerionenreaktionen, was mit der Frage nach Phasenübergängen und dem Niedrigdichteverhalten der Zustandsgleichung zusammenhängt. Es wird weiterhin versucht, den thermodynamischen Zustand indirekt aus theoretisch berechneten Fragmentspektren zu bestimmen, um direkten Anschluß an Experimente zu ermöglichen. Diese Methoden werden auf Feuerball- und Spektatormaterie in zentralen und peripheren Kollisionen angewendet. Es zeigt sich, daß der Spektator ein gut definiertes thermodynamisches, instabiles System darstellt, während sich der Feuerball wegen seiner kollektiven Expansion nicht zur thermodynamischen Untersuchung von Phasenübergängen eignet.



# Inhaltsverzeichnis

<b>0</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>Theoretische Beschreibung von Kernmaterie</b>	<b>10</b>
1.1	Greenfunktionen . . . . .	11
1.2	Quantenhydrodynamik (QHD) . . . . .	12
1.3	Dichteabhängige hadronische Feldtheorie . . . . .	17
1.4	Das Dirac–Brueckner Modell . . . . .	18
1.4.1	T–Matrix Näherung . . . . .	18
1.4.2	Die Selbstenergie in KM . . . . .	20
1.4.3	Analyse von KM-Rechnungen . . . . .	22
<b>2</b>	<b>Effektive Wechselwirkungen für Schwerionenkollisionen</b>	<b>28</b>
2.1	Kollidierende KM–Näherung (CNM) . . . . .	29
2.2	Die CNM–Selbstenergien . . . . .	31
2.3	Realisierung der CNM–Näherung . . . . .	33
2.4	Ergebnisse . . . . .	35
2.4.1	Asymmetrische CNM–Rechnungen . . . . .	36
2.4.2	CNM–Rechnungen . . . . .	42
<b>3</b>	<b>Kovariante kinetische Transporttheorie</b>	<b>48</b>
3.1	Kinetische Gleichungen im Nichtgleichgewicht . . . . .	50
3.2	Realisierung . . . . .	62

3.2.1	Die relativistische Landau–Vlasov Methode . . . . .	62
3.2.2	Behandlung des Stoßterms . . . . .	65
<b>4</b>	<b>Qualitative Charakterisierung einer Schwerionenkollision und die Observablen</b>	<b>68</b>
4.1	Die zeitliche Entwicklung des Systems . . . . .	68
4.2	Die Observablen einer Schwerionenkollision . . . . .	72
<b>5</b>	<b>Kollektive Flußeffekte und die Zustandsgleichung</b>	<b>81</b>
5.1	Die effektive Wechselwirkung und die Fragestellungen . . . . .	82
5.2	Fragmente in RBUU . . . . .	83
5.3	Charakterisierung der experimentellen Daten . . . . .	87
5.3.1	Der FOPI–Detektor . . . . .	87
5.3.2	Filterung der Observablen . . . . .	88
5.3.3	Bestimmung des Stoßparameterbereiches und der Reaktionsebene . . . . .	92
5.4	Kollektiver Seitwärtsfluß von Nukleonen . . . . .	97
5.5	Kollektiver Seitwärtsfluß von Fragmenten . . . . .	102
5.6	Kollektiver Fluß senkrecht zur Reaktionsebene . . . . .	106
<b>6</b>	<b>Thermodynamische Charakterisierung von Schwerionenstößen</b>	<b>115</b>
6.1	Thermodynamische Analyse . . . . .	119
6.1.1	Lokale Energie– und Druckdichten . . . . .	119
6.1.2	Temperaturbestimmung . . . . .	120
6.2	Analyse von Fragmentspektren . . . . .	127
6.2.1	Fragmentformation und –dynamik . . . . .	127
6.2.2	Das Explosionsmodell . . . . .	130
6.3	Feuerballmaterie in zentralen Schwerionenreaktionen . . . . .	133
6.4	Spektatormaterie in semi-zentralen Stößen . . . . .	141
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>151</b>

---

<b>A</b>	<b>Notation und Konventionen</b>	<b>156</b>
<b>B</b>	<b>Details zur der ACNM–Konfiguration</b>	<b>157</b>
B.1	Kernmaterieströme . . . . .	157
B.2	Bestimmung der Dichten $\Delta\rho_i$ , $\Delta\rho_{s12}$ und $\delta\rho_{s,0}$ . . . . .	158
B.3	Bestimmung des Schnittkreises zweier Ellipsoide $k_z^{(s)}$ . . . . .	160
B.4	Die mittleren Selbstenergien $\bar{\Sigma}_{12s,0}$ . . . . .	161
<b>C</b>	<b>Details zur numerischen Behandlung der Transportgleichung</b>	<b>165</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>168</b>





# Kapitel 0

## Einleitung

Ein wichtiges Ziel der Schwerionenphysik besteht in der Untersuchung der nuklearen Zustandsgleichung (*equation of state*, EoS), die die Energie- bzw. Druckdichte mit der Baryondichte und der Temperatur korreliert, unter Bedingungen, die weit von der Sättigung entfernt sind (ein allgemeiner und aktueller Überblick findet sich in [1]). Während die EoS für Kernmaterie in der Nähe des Grundzustandes, der durch das Verschwinden des Druckes bei Temperatur Null und bei der Grundzustands- oder Sättigungsdichte  $\rho_{sat}$  definiert ist, aus Untersuchungen an endlichen Kernen weitgehend bekannt ist (Bindungsenergie pro Nukleon  $\approx -16$  MeV bei  $\rho_{sat} \approx 0.15 - 0.18 \text{ fm}^{-3}$ ) [2, 3], nehmen die Unsicherheiten jedoch zu, je weiter man sich vom Grundzustand entfernt. Selbst die Kompressibilität, die proportional der Krümmung der EoS am Sättigungspunkt  $\rho_{sat}$  ist, ist noch Gegenstand aktueller Diskussionen [4]. In Hinblick auf die nukleare Astrophysik ist aber die Kenntnis der nuklearen EoS über weite Bereiche von Druck und Temperatur unerlässlich. In Supernova-Explosionen und in Neutronensternen treten Baryondichten bis zu einem Vielfachen der Sättigungsdichte auf, wobei jedoch deren Beobachtung keine direkten Rückschlüsse auf die EoS ermöglicht. Man ist daher auf Untersuchungen hochkomprimierter Neutronen- bzw. Kernmaterie in nuklearen Systemen angewiesen.

Die einzige Möglichkeit, heiße und hochkomprimierte Kernmaterie im Labor zu erzeugen, bietet die Schwerionenphysik, deren Realisierung erst durch die Entwicklung moderner Beschleuniger möglich wurde. Dazu gehören unter anderem der SIS-Beschleunigerkomplex an der GSI (Gesellschaft für Schwerionenforschung) in Darmstadt, wo relativistische Schwerionenkollisionen im Energiebereich von 0.1 bis 1 – 2 GeV Laborenergie pro Nukleon (sog. SIS-Energien) betrieben werden. Am AGS-Beschleuniger in Brookhaven werden noch höheren Laborenergien (bis 10 GeV pro Nukleon, sog. AGS-Energien) erreicht. Allerdings ist es dabei kaum möglich, Zustände hoher Baryondichte, aber verhältnismäßig geringer Temperatur zu präparieren, wie sie vorwiegend in astrophysikalischen Objekten anzutreffen

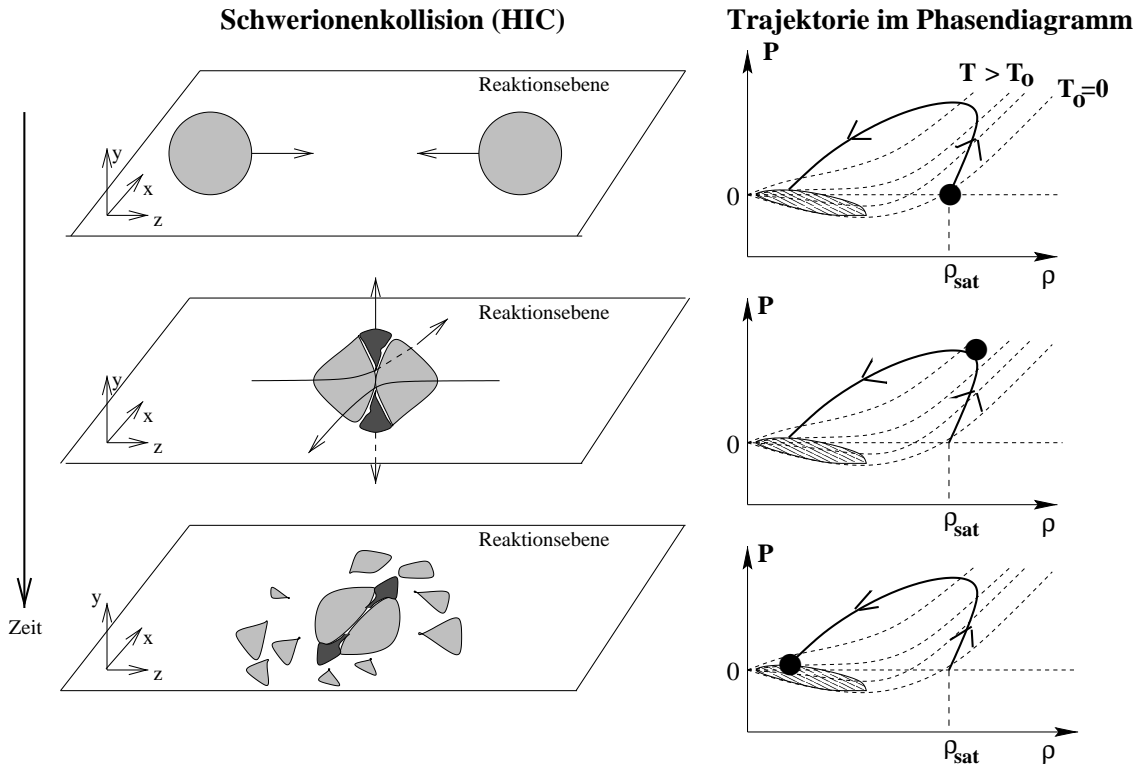


Abbildung 1: (Links) Schematische Darstellung des zeitlichen Ablaufs eines Schwerionenkollisions. (Rechts) Verlauf der Trajektorie im Druck-Dichte Diagramm (durchgezogene Kurve). Die Kreise markieren den aktuellen Zustand der Kernmaterie im  $P - \rho$ -Zustandsdiagramm für die Momentanaufnahmen des Schwerionenkollisions. Die gestrichelten Kurven geben die Zustandsgleichung  $P = P(\rho, T)$  von Kernmaterie und der schraffierte Bereich die Instabilitätsregion wieder.

sind.

Abb. 1 zeigt schematisch den Ablauf einer Schwerionenkollision (links) und die unterschiedlichen Bereiche des Phasendiagramms (rechts), die während einer Schwerionenkollision bei SIS-Energien erreicht werden. Ausgehend von Kernmaterie im Grundzustand ( $P(\rho_{sat}, T = 0) = 0$ ) entwickelt sich in einer ersten Phase der Reaktion ein heißes und dichtes System, das vorwiegend aus baryonischer Materie besteht. Typische Werte von Temperatur und Dichte bei SIS-Energien sind  $T \approx 30 - 60 \text{ MeV}$  ( $1 \text{ MeV} \hat{=} 10^4 \text{ Kelvin}$ ) und  $\rho \approx (2 - 4)\rho_{sat}$ . Dieser Zustand wird als Feuerball bezeichnet, dessen Eigenschaften im wesentlichen durch das Hochdichteverhalten der nuklearen EoS bestimmt werden. Dieser Zwischenzustand mit einer geringen Lebensdauer von nur einigen  $\text{fm}/c$  ( $1 \text{ fm}/c = 3 \cdot 10^{-24} \text{ sec}$ ) beginnt dann in einer zweiten Phase zu expandieren and abzukühlen. Dabei wird der Bereich des Phasendiagramms abgetastet, der durch geringe Baryonendichten und Temperatur-

ren ( $\rho \ll \rho_{sat}$ ,  $T \leq 15$  MeV) charakterisiert wird. Die angeregte Kernmaterie tritt in den Instabilitätsbereich ein, der durch eine negative Kompressibilität definiert ist. Diese Bedingungen führen über einen Kondensationsprozeß zu einer Fragmentierung des angeregten Systems in mehrere Teile unterschiedlicher Größe. Dieses Phänomen wird als *Fragmentation*, oder auch als *Multifragmentation* bezeichnet, das im Rahmen von Gleichgewichtsfragmentationsmodellen als ein Phasenübergang von einer flüssigen zu einer gasförmigen Phase interpretiert werden kann [5]. Das Studium der Multifragmentation in Schwerionenkollisionen eröffnet also die Möglichkeit, die Fragestellung nach Phasenübergängen zu untersuchen. Bei den hier betrachteten SIS-Energien handelt es sich um die Kondensation eines heißen homogenen Systems in Kernflüssigkeitstropfen (Fragmenten) und freie Nukleonen.

Um die Frage nach der Bestimmung der nuklearen EoS unter den angesprochenen extremen Bedingungen zuverlässig beantworten zu können, muß noch auf ein wesentliches Charakteristikum von Schwerionenkollisionen näher eingegangen werden: im Gegensatz zu endlichen Kernen im Grundzustand, deren Inneres durch ein homogenes und isotropes System im thermischen Gleichgewicht (sog. Kernmaterie (KM)) beschrieben wird, durchläuft die Kernmaterie während einer Schwerionenkollision eine Reihe von Zwischenzuständen, deren lokale Phasenraumverteilungen mit der üblichen Fermi-Dirac- bzw. Maxwell-Boltzmann-Statistik *nicht* verträglich sind. Die Materie befindet sich über weite Strecken der Kollision weit entfernt vom globalen und, insbesondere, vom *lokalen* thermischen Gleichgewicht. Das Vorhandensein von Nichtgleichgewichtssituationen und die relativ zum gesamten Ablauf des Prozesses langen Relaxationszeiten stellen eine Bestimmung der nuklearen KM-EoS eine nichttriviale Anforderung dar. Außerdem handelt es sich bei KM um ein System aus stark miteinander wechselwirkenden Hadronen, deren theoretische Beschreibung zur Bestimmung der KM-EoS auf einer mikroskopischen *Vielteilchentheorie* fundieren sollte. Diese Überlegungen können in der folgenden Problemstellung zusammengefaßt werden, deren Untersuchung das eigentliche Ziel dieser Arbeit darlegt: *Wie kann die KM-EoS aus der Nichtgleichgewichtssituation einer Schwerionenkollision extrahiert werden?* Diese Fragestellung kann, entsprechend den zwei Grenzfällen in einer Schwerionenkollision (Hochdichtephase und Multifragmentation), in zweierlei Hinsicht untersucht werden.

- Der frühe Teil der Reaktion (*Hochdichtephase*) wird im wesentlichen durch die Medium-Effekte bestimmt, die durch ein von den Baryonen selbst erzeugtes Mittelfeld gegeben werden. Im Falle lokalen thermischen Gleichgewichtes sollte daher dieser Zwischenzustand durch das Hochdichteverhalten der KM-EoS bestimmt werden. Die Beschreibung des nuklearen Mittelfeldes erfolgt im Rahmen effektiver Modelle, die nur für KM, d.h. ein im thermischen Gleichgewicht befindliches idealisiertes System aus wechselwirkenden Fermionen, berechnet werden können. Aufgrund der vorhandenen Nichtgleichgewichtseffekte erscheint jedoch eine Anwendung von Grundzustands-KM-Modellen auf die dynamischen Situationen in Schwerionenkollisionen

fragwürdig, da sonst die enthaltenen Nichtgleichgewichtseffekte in die Zustandsgleichung hineinparametrisiert werden. Eine zuverlässige Bestimmung des Hochdichteverhaltens der KM–EoS in Schwerionenkollisionen erfordert daher eine Abschätzung des Einflusses der Nichtgleichgewichtseffekte. Daher ist eine Erweiterung der effektiven KM–Modelle auf für in Schwerionenkollisionen typische Nichtgleichgewichtszustände notwendig. Mit diesem Themenkomplex beschäftigt sich ein Teil dieser Arbeit.

- Die späte Phase einer Schwerionenkollision (*Niedrigdichtephase*) wird durch dynamische Instabilitäten dominiert, die über einen Flüssig–Gas–Phasenübergang zur Fragmentierung der angeregten Materie führen. Eine Charakterisierung des *thermodynamischen* Zustands der angeregten Kernmaterie stellt hier die eigentliche Aufgabe dar, um auch das Niedrigdichteverhalten der KM–EoS bestimmen zu können. Die angesprochenen Nichtgleichgewichtseffekte erschweren jedoch den Gebrauch thermodynamischer Konzepte in Schwerionenkollisionen. Eine sinnvolle Anwendung auf die dynamischen Situationen in Schwerionenkollisionen erfordert daher eine detaillierte Untersuchung des lokalen Phasenraumes, um die Abweichungen vom lokalen thermischen Gleichgewicht festzustellen, und um gegebenenfalls durch geeignete Parametrisierungen von anisotropen Phasenraumkonfigurationen die thermodynamischen Konzepte erweitern zu können. Dies ist ein wichtiger Zwischenschritt, um die thermodynamischen Bedingungen zu bestimmen, unter denen der Fragmentationsprozeß stattfindet. Damit läßt sich dann auch ein Zusammenhang der theoretischen Überlegungen mit dem im Experiment beobachteten Fragmentationsendzustand herstellen. Dies ist eine weitere Aufgabenstellung der vorliegenden Arbeit.

Die theoretische Grundlage zur Beschreibung von HIC zur Untersuchung der angesprochenen Problemstellungen bildet eine relativistische kinetische Transporttheorie [6] für die 1–Teilchen Phasenraumdichte, die die Struktur verallgemeinerter Boltzmann–Gleichungen besitzt [6]. Sie beschreibt die dynamische Entwicklung der 1–Teilchen Phasenraumdichte unter dem Einfluß des mittleren Feldes und von 2–Teilchen Stößen der Baryonen, wobei Fluktuationen um die mittlere Phasenraumtrajektorie ausgemittelt werden. Wo solche Fluktuationen Bedeutung erlangen, z.B. bei dynamischen Instabilitäten und im Prozeß der Fragmentation, muß man zu anderen Methoden greifen. Man kann z.B. Fluktuationen durch eine Einführung einer stochastischen Kraft erzeugen (Boltzmann–Langevin Theorie) [7], oder sie mit statistischen Argumenten direkt in die Phasenraum–Verteilung einzuführen [8], oder versuchen, sog. Korrelationsfunktionen in die dynamischen Entwicklung miteinzuschließen [9]. Normalerweise beschränkt man sich jedoch auf die Betrachtung von 1–Teilchen Größen oder versucht, die Fluktuationen und die Fragmentation phänomenologisch zu behandeln.

Die Transporttheorien haben sich inzwischen zum wesentlichen Werkzeug der Schwe-

ionenphysik entwickelt. Eine mikroskopische Herleitung der Transportgleichung erfolgt durch Betrachtung der zeitlichen Entwicklung der Wigner-Transformation für das nukleonische Vielteilchensystem im Nichtgleichgewicht [6]. Dies geschieht häufig, wie hier, im Rahmen einer relativistischen hadronischen Feldtheorie (Quantenhadrodynamik), die sich in der Kernphysik der letzten Jahre als sehr erfolgreich erwiesen hat, da darin ein langreichweitiger, attraktiver sowie ein durch die Lorentzkräfte erzeugter kurzreichweitiger und repulsiver Anteil des nuklearen Mittelfeldes automatisch enthalten ist [10]. In nichtrelativistischen Ansätzen dagegen, die hier nicht betrachtet werden, muß die Repulsion des nuklearen Feldes durch zusätzliche phänomenologische Terme parametrisiert werden [11, 12, 13, 14].

Die Transportgleichung enthält das nukleare Mittelfeld und den NN-Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{NN}$  als zwei wichtige Parameter, die die dynamische Entwicklung der 1-Teilchen-Dichte bestimmen. Während  $\sigma_{NN}$  meist aus der freien Nukleon-Nukleon Streuung parametrisiert wird [15], erfolgt die Beschreibung des nuklearen Mittelfeldes im Rahmen der oben erwähnten *Quantenhadrodynamik* (QHD), die ausschließlich nukleonische und mesonische Freiheitsgrade berücksichtigt [10, 16]. Die NN-Wechselwirkung wird dabei durch Mesonenaustausch beschrieben. Die innere Struktur der Hadronen (Quarks und Gluonen der Quantenchromodynamik) sind in der QHD nicht enthalten, da ihre Relevanz erst bei sehr hohen Energien ( $\gg 100$  GeV Laborenergie pro Nukleon) in sog. ultrarelativistischen Schwerionenstößen [17] wichtig werden, die hier nicht betrachtet werden. Eine exakte Anwendung der QHD auf KM oder endliche Kerne ist jedoch wegen der Komplexität des Vielteilchenproblems nicht möglich. Selbst eine endliche störungstheoretische Behandlung entfällt wegen der starken Kopplung der Baryon-Meson Vertizes. Man ist daher auf nicht-perturbative Methoden angewiesen, indem ganze Diagrammklassen subsummiert werden. Man unterscheidet dabei zwischen phänomenologischen und mikroskopischen effektiven Modellen. In phänomenologischen Modellen werden die höheren Vielteilchenkorrelationen in empirisch bestimmte effektiven Kopplungskonstanten subsummiert [2, 18]. Sie enthalten damit Parameter, die an die Sättigungseigenschaften von Kernmaterie oder an Eigenschaften endlicher Kerne angepaßt werden müssen. Sie sind unter der Bezeichnung *Dichteabhängige Hadronische Feldtheorie* (DDH) [2, 18] bekannt, weil die effektive Kopplung von der Dichte des umgebenden hadronischen Mediums abhängt. Mikroskopische Theorien basieren hingegen auf Ein-Boson-Austausch (One Boson Exchange, OBE) Potentialen der freien NN-Wechselwirkung, die sich direkt aus Streuexperimenten bestimmen lassen [19]. In der sog. *Dirac-Brueckner-Hartree-Fock* (DBHF, oder kurz DB) [20, 21, 22] Theorie werden bestimmte Diagrammklassen in Form einer effektiven 2-Teilchen Wechselwirkung aufsummiert, d.h. es werden 2-Teilchen-Korrelationen berücksichtigt. Die DB-Theorie liefert eine mikroskopisch motivierte Dichte- und Impulsabhängigkeit des nuklearen Mittelfeldes, da sie keine freien Parameter besitzt. Schließlich sei noch das phänomenologische *Walecka*-Modell [10] zu erwähnen, das die einfachste Näherung der QHD unter Vernachlässigung

aller Korrelationen darstellt.

Eine konsistente Beschreibung der relativistischen Nichtgleichgewichts-Transporttheorie im Rahmen mikroskopischer Modelle für die Mittelfelder ist zwar formuliert worden [6, 23], allerdings wegen ihrer Komplexität noch nicht realisiert. Stattdessen ist man auf weitere Näherungen angewiesen. In der einfachsten Näherung werden die Nichtgleichgewichtseffekte in der effektiven Wechselwirkung bei der theoretischen Beschreibung von Schwerionenreaktionen vernachlässigt. Dabei werden für das mittlere Feld, d.h. die Selbstenergie, Ergebnisse von KM-Rechnungen direkt verwendet, wobei neben der Dichteabhängigkeit noch eine zusätzliche Impulsabhängigkeit der Felder berücksichtigt wird [13, 14, 24, 25], die wichtig ist, da im Verlauf eines Schwerionenstoßes wesentlich grössere Relativimpulse als der Fermi-Impuls auftreten. Sie wird aus phänomenologischer Nukleon-Kern Streuung [13, 14, 24, 25] oder direkt aus der mikroskopischen DB-Theorie [20, 21, 22] gewonnen. Diese Behandlung der Selbstenergie wird als *lokale Dichtenäherung* (LDA) bezeichnet, in der der lokale Impulsraum durch eine äquilibrierte, meist kalte Fermi-Kugel approximiert wird. Die bisherigen transporttheoretischen Untersuchungen von HIC wurden auf der Ebene dieser Näherung durchgeführt, wobei nur phänomenologische Modelle zur Beschreibung der nuklearen Selbstenergie verwendet wurden, welche entweder nichtrelativistisch mit sog. Skyrme-Kräften [11, 12] oder kovariant im Rahmen des Walecka-Modells [24] bestimmt wurden. Diese Betrachtungen lieferten mit geeigneten Zustandsgleichungen eine mit Experimenten konsistente Beschreibung der Reaktionsdynamik. Allerdings ist dann nicht klar, in wieweit Nichtgleichgewichtseffekte in diese Zustandsgleichung hineinparametrisiert worden sind, d.h. in wieweit man wirklich die Zustandsgleichung von KM aus Schwerionenkollisionen extrahiert hat.

Daher wurde in der Vergangenheit eine Methode entwickelt, die eine approximative Behandlung der Nichtgleichgewichtseffekte auf der Ebene der effektiven Wechselwirkung ermöglicht [26, 27], und deren Anwendung in Schwerionenkollisionen zum ersten Male von unserer Gruppe durchgeführt wurde [28]. Dabei verwendet man eine geeignete Parametrisierung des anisotropen Phasenraums. Simulationsrechnungen zeigen, daß sich die Phasenraumverteilungen in Schwerionenkollisionen lokal gut durch Zwei-Fermi-Kugel Konfigurationen darstellen lassen. Eine Erweiterung der effektiven Selbstenergien auf diese Modellkonfiguration erfolgt durch eine Extrapolation des nuklearen KM-Mittelfeldes auf diese Konfiguration. Dabei wird das KM-Mittelfeld aus DB-Rechnungen bestimmt. Diese Methode liefert dann Selbstenergien, die die Vielteilchenkorrelationen des nuklearen Mediums in der gegebenen Näherung und die Nichtgleichgewichtseffekte des lokalen anisotropen Phasenraums berücksichtigen.

Die Beschreibung von HIC mit diesen Nichtgleichgewichts-Feldern geschieht im Rahmen einer lokalen Konfigurationsnäherung (*Local (phase space) Configuration Approximation*, LCA) [28], bei der der anisotrope Phasenraum lokal durch die

---

2-Fermi-Kugel Konfiguration parametrisiert wird und die entsprechenden Selbstenergien verwendet werden. Die wichtige Fragestellung ist, ob die globale Reaktionsdynamik von diesen Nichtgleichgewichtseffekten beeinflusst wird. Dies wird durch Analyse globaler Impulsraumobservablen untersucht, die man unter dem Begriff von *kollektiven Flußeffekten* zusammenfaßt, welche die Reaktionsdynamik einer Schwerionenkollision global charakterisieren und die von der zugrundeliegenden Zustandsgleichung abhängen. Ein Vergleich mit Experimenten kann dann die Zuverlässigkeit der Hochdichte-Extrapolation der effektiven KM-Modelle testen. Besonders interessant ist dies für die mikroskopische DB-Theorie, die zur Beschreibung von KM und endlichen Kernen [18] erfolgreich angewendet wurde. Die Frage ist, ob mit der gleichen zugrundeliegenden Theorie auch eine Beschreibung von Kernmaterie im Schwerionenstoß möglich ist, sodaß unterschiedliche kernphysikalische Systeme auf der Basis einer *einheitlichen* Theorie der effektiven Wechselwirkung erklärt werden könnten.

Die van-der-Waals-artige Zustandsgleichung von KM läßt Phasenübergänge vom Typ flüssig-gas-förmig erwarten. Ein weiteres Ziel der Schwerionenphysik ist es daher, die experimentell zugänglichen Regionen des Phasendiagramms auf Situationen von Phasenübergängen "abzutasten". Die Beobachtung der Multifragmentation in relativistischen Schwerionenkollisionen deutete erstmals auf die Erzeugung heißer Systeme niedriger Dichte hin und könnten ein Signal eines Phasenübergangs darstellen. Ein erster Hinweis ist die gemessene Potenzabhängigkeit der Produktionswirkungsquerschnitte von Fragmenten [29]. Ein deutlicherer Hinweis wurde jedoch in der gemessenen kalorischen Zustandsgleichung, die einen Zusammenhang zwischen einer "Temperatur" und der Anregungsenergie des fragmentierenden Systems angibt, von der ALADIN-Kollaboration im Jahre 1995 gefunden [30] und sorgte für großes Aufsehen. Dabei ist in einem gewissen Bereich die Temperatur bei steigender Anregungsenergie konstant, was auf eine Flüssig-Gas-Koexistenzregion im Phasendiagramm nuklearer Materie hinweist. Diese Interpretation führte allerdings zu heftigen Kontroversen, die bis heute andauern [31]. Die Schwierigkeit besteht darin, die gemessene "Temperatur" des fragmentierenden Systems mit einer Temperatur im engeren thermodynamischen Sinne zu identifizieren, und die Existenz eines thermisch äquilibrierten Zwischenzustandes vor dem Einsetzen des Fragmentationsprozesses zu verifizieren. Daher sind die Experimentatoren auf theoretische Untersuchungen bezüglich des thermodynamischen Zustands des fragmentierenden Systems angewiesen.

Die theoretische Beschreibung des Multifragmentation ist ein komplexes Problem, das derzeit nur im Rahmen statistischer Modelle realistisch behandelt werden kann [5]. Allerdings ist deren Anwendung auf die Dynamik einer Schwerionenreaktion zweifelhaft, weil sie nur unter der Annahme eines lokalen thermischen Gleichgewichts gültig sind. In einer dynamischen Beschreibung von HIC im Rahmen einer kinetischen Transporttheorie für die 1-Teilchen-Verteilungsfunktion ist eine mikroskopische Behandlung der Fragmentation nicht möglich, da dazu höhere Korrela-

tionen wichtig sind. In solchen Situationen haben sich phänomenologische Modelle zur Fragmentationsbeschreibung als erfolgreich erwiesen, da sie die globale Reaktionsdynamik sowie Massenverteilungen von Fragmenten zufriedenstellend beschreiben können [24, 28, 32, 33, 34]. Dabei handelt es sich um Koaleszenzverfahren, deren Parameter an experimentelle Daten direkt angepaßt werden. Bisher wurde versucht, Information bezüglich des thermodynamischen Zustandes der Materie in HIC entweder theoretisch aus den Ergebnissen von Transportrechnungen [35, 36] oder experimentell aus Fragmentobservablen [37, 38] oder über die Teilchenproduktion zu gewinnen [14].

Bei diesen Betrachtungen (bis auf Ref. [39]) wurden allerdings oft die Nichtgleichgewichtseffekte des lokalen Phasenraumes bei der Bestimmung einer Temperatur außer Acht gelassen. Andererseits ist es klar, daß sie zur thermodynamischen Beschreibung mitberücksichtigt werden müssen, da sonst die lokale Anisotropie zu falschen Temperaturwerten führen kann. Dagegen beruht das hier benutzte Verfahren auf einer detaillierten Untersuchung von lokalen Phasenraumkonfigurationen [40]. Die lokale Impulsraumkonfiguration wird entweder durch eine oder durch die Überlagerung von zwei Fermi-Kugeln endlicher Temperatur beschrieben. Da weitere Parameter dieses Systems direkt aus der Transportrechnung ermittelt werden können, ergibt ein Anpassungsverfahren eine lokale, thermodynamische Temperatur, die allerdings jetzt die Anisotropieeffekte korrekt berücksichtigt.

Dieses Verfahren, das in Ref. [40] detailliert beschrieben ist, wird hier mit gewissen Erweiterungen verwendet. Das wichtige Ziel ist jedoch, einen Zusammenhang dieses auf dieser Weise bestimmten thermodynamischen Zustands mit dem Experiment herzuleiten. Da im Experiment nur der asymptotische Fragmentationszustand beobachtet wird, benötigen wir dazu Information über Fragmente im Endstadium einer Schwerionenkollision, um anschließend anhand ihrer Energieverteilungen einen Temperaturparameter bestimmen zu können, und zu untersuchen, ob er mit der lokalen thermodynamischen Temperatur identifiziert werden kann [41]. Wir erhalten dann Information darüber, ob der Fragmentationsprozeß aus einer thermisch äquilibrierten Konfiguration erfolgt oder nicht.

Die vorliegende Arbeit ist folgendermaßen aufgebaut:

Das erste Kapitel gibt einen kurzen Überblick über phänomenologische und mikroskopische DB-Modelle zur Beschreibung von KM. Wir konzentrieren uns dabei auf die für diese Arbeit wichtige Dichte- und Impulsabhängigkeit. Im zweiten Kapitel wird dann der Formalismus zur Erweiterung dieser effektiven Modelle auf Nichtgleichgewichtszustände, wie sie vorwiegend in Schwerionenkollisionen vorkommen, dargestellt in Erweiterung der Arbeiten von L. Sehn et al. Das dritte Kapitel beschäftigt sich mit der kinetischen Theorie zur Beschreibung von Schwerionenreaktionen bei SIS-Energien. Wir gehen dabei von einer Nichtgleichgewichtstransporttheorie gemäß Ref. [6] aus, weil sie einen Zusammenhang zwischen den im Kapitel 1 dargelegten mikroskopischen Modellen mit den im Kapitel 2 dargestellten



Nichtgleichgewichtseffekten herstellt. Anschließend (Kapitel 4) folgt eine qualitative Beschreibung eines Schwerionenstoßes, wobei auf einige für die weiteren Kapitel wichtigen Begriffe eingegangen wird. Die nächsten zwei Kapitel enthalten dann die Ergebnisse dieser Arbeit. Kapitel 5 beschäftigt sich mit dem Einfluß der Nichtgleichgewichtseffekte auf die Reaktionsdynamik der Hochdichtephase anhand von globalen Impulsraumobservablen. Dabei erfolgt ein umfangreicher Vergleich mit vielen zur Verfügung stehenden experimentellen Daten, um die Anwendbarkeit der mikroskopischen DB-Theorie auf die Beschreibung von Schwerionenkollisionen zu prüfen. Kapitel 6 beschäftigt sich mit dem Bereich des Phasendiagramms, indem Phasenübergänge an Bedeutung gewinnen, d.h. mit der thermodynamischen Charakterisierung von Schwerionenkollisionen. Dazu werden spezielle Evolutionsstadien der Reaktion ausführlich analysiert. Diese Arbeit wird mit einer Zusammenfassung und einen Ausblick abgeschlossen.

# Kapitel 1

## Theoretische Beschreibung von Kernmaterie

Unter dem Begriff *Kernmaterie* (KM) stellt man sich ein im Grundzustand befindliches homogenes und isotropes Vielteilchensystem vor, dessen Konstituenten – die Baryonen und Mesonen – stark miteinander wechselwirken. Eine exakte Lösung dieses Vielteilchensystems stellt bis heute eine unlösbare Aufgabe dar. Daher versucht man, handbare Modelle aufzustellen, die die wesentlichen Eigenschaften des Systems zufriedenstellend wiedergeben können. Es handelt sich also um effektive Modelle.

Ein geeigneter theoretischer Rahmen für eine effektive Theorie zur Beschreibung von KM stellt die relativistische Quantenfeldtheorie dar [42]. Eine kovariante Formulierung ist hierbei aus mehreren Gründen sinnvoll: so haben in Schwerionenreaktionen die Projektilnukleonen bis zu 90 % der Lichtgeschwindigkeit, und deswegen ist eine relativistische Beschreibung der Nukleon–Nukleon (NN) Wechselwirkung (neben der korrekten Wiedergabe der Kinematik) unerlässlich. Aber selbst im stationären Fall (Kernmaterie oder Kernstrukturrechnungen) ist eine kovariante Beschreibung aufgrund des besseren Verständnisses des Mittelfeldes (natürliche Wiedergabe des Spin–Bahn Potentials oder der Impulsabhängigkeit im Kernpotential aufgrund der Lorentzstruktur der Felder) der nichtrelativistischen vorzuziehen.

Die feldtheoretische Beschreibung von KM basiert auf hadronischen Freiheitsgrade (Baryonen und Mesonen) ohne Berücksichtigung der inneren Struktur der Hadronen – der Quarks und Gluonen<sup>1</sup>. Dabei wird die NN–Wechselwirkung im Rahmen des 1–Boson–Austauschmodells (*One Boson Exchange* (OBE)) durch den Austausch einzelner Mesonen vermittelt [10]. Solche effektiven hadronischen Feldtheorien bezeichnet man generell als Quantenhadrodynamik (QHD). Den kurzreich-

---

<sup>1</sup>Die gängige Meinung ist, daß die innere Struktur der Nukleonen erst bei sehr hohen Energien ( $>> 10 \text{ AGeV}$ ) in Erscheinung treten sollten [43]. Siehe auch Diskussion in der Einleitung.

weitigen und repulsiven Anteil der NN-Wechselwirkung vermittelt das iso-skalare, Lorentz-vektorielle  $\omega$ -Meson. Das iso-skalare, Lorentz-skalare  $\sigma$ -Meson stellt dabei den mittelreichweitigen und attraktiven Anteil des OBE-Potentials. Das iso-vektorielle, pseudo-skalare  $\pi$  entfällt wegen seiner Spin- und Isospin-abhängigkeit in symmetrischer KM. Das iso-vektorielle, Lorentz-vektorielle  $\rho$ -Meson wird erst beim Vorhandensein von Isospinasyymetrie wichtig [16].

In diesem Kapitel werden wir die für diese Arbeit wichtigen Vielteilchenmodelle zur Beschreibung von KM in der QHD diskutieren. Beim Walecka-Modell (Skalar-Vektor-Theorie) handelt es sich um die einfachste Näherung einer effektiven, phänomenologischen Feldtheorie, die jedoch keine Vielteilchenkorrelationen berücksichtigt [10, 16]. Die relativistische Dirac-Brueckner Theorie geht über diese einfachen Näherungen hinaus und versucht auf mikroskopischer Basis das Vielteilchenproblem konsistent mit NN-Streuexperimenten zu behandeln [20, 21]. Dazwischen wird ein weiteres Modell skizziert, das zwischen der phänomenologischen Walecka-Theorie und der mikroskopischen DB-Theorie einzuordnen ist [2].

## 1.1 Greenfunktionen

Das relativistische Vielteilchensystem wird durch die Feldoperatoren  $\Psi(x)$  und  $\bar{\Psi}(x)$  in Heisenberg-Darstellung charakterisiert, welche die Anti-Vertauschungsrelationen für Fermionen erfüllen [42]. Die feldtheoretische Basis ist die Methode der Greenschen Funktionen, die definiert sind als der Erwartungswert von Multilinearformen der Feldoperatoren  $\Psi(x)$  und  $\bar{\Psi}(x)$ . So lautet die 1-Teilchen-Greenfunktion

$$G_{\alpha\beta}(1, 1') = (-i) \langle \mathcal{T}(\Psi_\alpha(1)\bar{\Psi}_\beta(1')) \rangle, \quad (1.1)$$

und analog sind die 2-T-Greenfunktion

$$G_{\alpha\beta;\gamma\delta}(1\ 2, 1'\ 2') = (-i)^2 \langle \mathcal{T}(\Psi_\alpha(1)\Psi_\beta(2)\bar{\Psi}_\gamma(2')\bar{\Psi}_\delta(1')) \rangle \quad (1.2)$$

und alle höheren Greenfunktionen definiert. Dabei wurde die Abkürzung  $1 \equiv (t_1, \mathbf{x}_1, \xi)$  mit dem Spin- und Isospin-Index  $\xi$  benützt. Der Zeitordnungsoperator ordnet die Feldoperatoren so, daß die Zeitargumente von rechts nach links anwachsen. Der Erwartungswert  $\langle \dots \rangle$  ist über den jeweiligen Zustand des Vielteilchensystems zu bilden, z.B. über den Grundzustand kalter, homogener und isotroper KM, so wie es hier der Fall ist. Die Erweiterung auf heiße KM und KM außerhalb des thermodynamischen Gleichgewichts ist möglich [26] und wird in den nächsten Kapiteln im Zusammenhang mit Nicht-Gleichgewichtseffekten in Schwerionenreaktionen diskutiert.

Die Bewegungsgleichungen für die Greenfunktionen werden durch die sogenannte Martin-Schwinger-Hierarchie gegeben [6, 44], deren erste Gleichung für die 1-T-

Greenfunktion lautet

$$D(1)G(1, 1') = \delta(1 - 1') - i \int d2d3d4V(1\ 2; 3\ 4)G(3\ 4; 1'\ 2) \quad , \quad (1.3)$$

mit dem Dirac-Operator  $D(1) := (i\gamma_\mu\partial_1^\mu - M)$  und der 2-T-Wechselwirkung  $V$ . Dabei handelt es sich um ein Gleichungssystem, das die 1-T-Greenfunktion mit der 2-T-Greenfunktion korreliert, andererseits hängt die 2-T-Greenfunktion von der 3-T-Greenfunktion ab, usw. Somit enthält Glg. (1.3) Information über alle höheren Vielteilchenkorrelationen. Die Abhängigkeit der Vielteilchen-Greenfunktionen untereinander macht eine Entkopplung der Martin-Schwinger-Hierarchie ohne weitere Näherungen unmöglich.

Zur Diskussion der weiteren Näherungen wird der Begriff der *Selbstenergie* eingeführt. Die Selbstenergie  $\Sigma$  wird über folgende Definitionsgleichung bestimmt

$$\Sigma(1, 1') = (-i) \int V(1\ 2; 3\ 4)G(3\ 4; 5\ 2)G^{-1}(5, 1') \quad . \quad (1.4)$$

Dabei wurden die Spinor-Indizes der Einfachheit halber weggelassen und die Integration über doppelt vorkommende Argumente wird symbolisch angedeutet. Mit Hilfe der Glg. (1.4) und der Gleichung für die freie Greenfunktion  $G^0(1, 1') = D^{-1}(1)\delta(1 - 1')$  erhält man die Dyson-Gleichung für die 1-T-Greenfunktion

$$G(1, 1') = G^0(1, 1') + \int G^0(1, 2)\Sigma(2, 3)G(3, 1') \quad . \quad (1.5)$$

Die Dyson-Gleichung bestimmt die Propagation der Nukleonen im nuklearen Medium, das durch die in der Selbstenergie  $\Sigma$  enthaltenen Vielteilchenkorrelationen charakterisiert ist.

Eine weitverbreitende Approximation zur Behandlung des Vielteilchenproblems besteht nun darin, die Martin-Schwinger-Hierarchie auf dem Niveau der 2-T-Greenfunktion abzuschneiden, d.h. es wird eine geeignete Näherung für die 2-T-Greenfunktion bzw. für die Selbstenergie (Glg. (1.4)) eingeführt. Bei der einfachsten Näherung werden alle Vielteilchenkorrelationen vernachlässigt und die 2-T-Greenfunktion setzt sich aus dem Produkt zweier unkorrelierter 1-T-Greenfunktionen zusammen. Diese Näherung ist die Hartree-Näherung bzw. bei Berücksichtigung der Antisymmetrisierung die Hartree-Fock-Näherung. Hierauf basieren meist phänomenologische Modelle wie das Walecka-Modell. Eine über die Hartree-Näherung hinausragende und realistischere Approximation ist die sogenannte  $T$ -Matrix Näherung, die auf die Dirac-Brueckner Theorie für KM im Gleichgewicht führt (siehe Abschnitt 1.4).

## 1.2 Quantenhydrodynamik (QHD)

Mit den Baryonen und mit den Mesonen als den Vermittlern der NN-Wechselwirkung setzt sich die Lagrangefunktion der QHD aus einem baryonischen Anteil  $\mathcal{L}_B$ ,

einem mesonischen Anteil  $\mathcal{L}_M$  und dem Wechselwirkungsanteil  $\mathcal{L}_{int}$  zusammen. Letzterer enthält die Kopplung des Baryonenfeldes an die bosonischen Felder und wird in Analogie an die Quantenelektrodynamik (QED) nach dem Prinzip der minimalen Kopplung konstruiert. Die Lagrangefunktion wird im einfachsten Fall, in dem nur das  $\sigma$ - und  $\omega$ -Meson berücksichtigt werden, folgendermaßen postuliert [10]

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{QHD} &= \mathcal{L}_B + \mathcal{L}_M + \mathcal{L}_{int} \\ \mathcal{L}_B &= \bar{\Psi}(i\gamma_\mu\partial^\mu - M)\Psi \\ \mathcal{L}_M &= \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2) + U(\sigma) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - m_\omega^2\omega_\alpha\omega^\alpha \\ \mathcal{L}_{int} &= g_\sigma\bar{\Psi}\Psi\sigma - g_\omega\bar{\Psi}\gamma_\alpha\Psi\omega^\alpha \quad .\end{aligned}\tag{1.6}$$

$\Psi$  ist der Spinorfeldoperator des Baryonenfeldes mit zugehöriger Baryonenmasse  $M = 939$  MeV.  $\sigma$  und  $\omega^\mu$  sind die bosonischen Feldoperatoren der Skalar- und Vektormesonen mit dazugehörigen Massen  $m_\sigma$  und  $m_\omega$ . Diese koppeln an das Baryonenfeld mit Kopplungskonstanten  $g_\sigma$  und  $g_\omega$ . Der antisymmetrische Feldstärketensor ist analog zu QED definiert als  $F^{\mu\nu} = \partial^\mu\omega^\nu - \partial^\nu\omega^\mu$ . Der Term  $U(\sigma)$  in  $\mathcal{L}_{QHD}$  beschreibt Selbstwechselwirkungen des Skalarfeldes [10] (das entsprechende Modell wird auch als nichtlineares Walecka Modell bezeichnet). Dabei beschränkt man sich auf ein Potential 4. Ordnung in der Selbstwechselwirkung

$$U(\sigma) = -\frac{1}{3}B\sigma^3 - \frac{1}{4}C\sigma^4 \quad .$$

Prinzipiell kann mit einem solchen Term mit gegebenen Koeffizienten  $B$ ,  $C$  die Lagrangedichte als renormierbar begründet werden [10]. Der eigentliche Grund für die Hinzunahme dieser nichtlinearen Terme in Glg. (1.6) liegt aber daran, daß dadurch die empirisch bekannten Sättigungseigenschaften von KM besser reproduzieren werden können. Damit enthält das Modell insgesamt vier Parameter, nämlich die Kopplungskonstanten  $g_{\sigma,\omega}$ ,  $B$  und  $C$ , deren Festlegung (siehe unten) die nukleare Zustandsgleichung in Abhängigkeit von der Baryonendichte im weiten Rahmen beeinflussen kann. Dirac-Brueckner Rechnungen [22] (siehe nächstes Unterkapitel) liefern im übrigen ein Argument für die zusätzliche Dichteabhängigkeit des Skalarfeldes aufgrund der nichtlinearen Terme.

Durch Variation der Lagrangedichte  $\mathcal{L}_{QHD}$  nach den entsprechenden Feldern erhält man die Bewegungsgleichungen für das Baryonenfeld und die Mesonenfelder:

$$[\gamma_\mu(i\partial^\mu - g_\omega\omega^\mu) - (M - g_\sigma\sigma)]\Psi = 0 \tag{1.7}$$

$$(\partial_\mu\partial^\mu + m_\sigma^2)\sigma - \frac{\partial U}{\partial\sigma} = g_\sigma\bar{\Psi}\Psi \tag{1.8}$$

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + m_\omega^2\omega^\nu = g_\omega\bar{\Psi}\gamma^\nu\Psi \quad . \tag{1.9}$$

Glg. (1.7) ist die bekannte Dirac-Gleichung mit minimal angekoppeltem Skalar- und Vektorfeld für den Spinorfeldoperator  $\Psi$ . Das Skalarfeld  $\sigma$  genügt einer modifizierten Klein-Gordon Gleichung (1.8) mit dem zusätzlichen verallgemeinerten

Kraftglied  $\frac{\partial U}{\partial \sigma}$  und der skalaren Dichte  $\rho_s = \bar{\Psi}\Psi$  als Quelle. Das Vektorfeld  $\omega^\mu$  genügt schließlich einer Proca-Gleichung (1.9) mit dem Baryonenstrom  $j^\mu = \bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi$  als Quelle.

Das oben angegebene Gleichungssystem für das Baryonen- und die Mesonenfelder bildet ein gekoppeltes System von nichtlinearen partiellen Differentialgleichungen 1. und 2. Ordnung für die Feldoperatoren, das in dieser Form nicht analytisch lösbar ist. Daher werden auf die bosonischen Freiheitsgrade des Modells einige Näherungen angewandt:

Die Quantenfluktuationen der Mesonenfelder werden gegenüber dem entsprechenden Mittelwert als vernachlässigbar angenommen und die Mesonenfeldoperatoren durch ihre Erwartungswerte ersetzt,  $\hat{\sigma} \rightarrow \langle \hat{\sigma} \rangle$  und  $\hat{\omega} \rightarrow \langle \hat{\omega} \rangle$ . Der Übersichtlichkeit halber werden im folgenden die klassischen Mesonenfelder wieder durch  $\sigma$ ,  $\omega$  bezeichnet. Diese Näherung ist unter der Bezeichnung *Mean-field-Näherung* bekannt. Sie entspricht der Hartree-Näherung, wenn zusätzlich die Beiträge negativer Energie nicht berücksichtigt werden (No-sea-Näherung). In homogener, stationärer Kernmaterie tragen dann die Ableitungsterme 2. Ordnung nichts bei. Wenn man diese auch in endlichen Systemen vernachlässigt, bezeichnet man diese Näherung auch als *Lokale Dichte Approximation* (LDA) [10, 16].

Unter dieser Näherungen vereinfacht sich das Gleichungssystem (1.7) bis (1.9) zu

$$[\gamma_\mu(i\partial^\mu - g_\omega\omega^\mu) - (M - g_\sigma\sigma)]\Psi = 0 \quad (1.10)$$

$$m_\sigma^2\sigma + B\sigma^2 + C\sigma^3 = g_\sigma \langle \hat{\Psi}\hat{\Psi} \rangle = g_\sigma\rho_s \quad (1.11)$$

$$m_\omega^2\omega^\mu = g_\omega \langle \hat{\Psi}\gamma^\nu\hat{\Psi} \rangle = g_\omega j^\mu \quad . \quad (1.12)$$

Nach (1.11) und (1.12) hängen die klassischen Mesonenfelder mit den entsprechenden Baryondichten direkt zusammen. Von diesen klassischen, mesonischen Hintergrundfeldern wird das Baryonenfeld nach den bekannten Methoden der Quantenfeldtheorie [42] quantisiert.

Führt man nun effektive Impulse  $k^{*\mu}$  und eine effektive Masse  $m^*$  ein

$$k^{*\mu} := k^\mu - g_\omega\omega^\mu \quad (1.13)$$

$$m^* := M - g_\sigma\sigma \quad , \quad (1.14)$$

so läßt sich Glg. (1.10) in Form einer effektiven freien Dirac-Gleichung bringen. Im Impulsraum nimmt sie folgende Form an

$$(\gamma_\mu k^{*\mu} - m^*)u_\lambda(k^*) = 0 \quad . \quad (1.15)$$

$u_\lambda$  ist der 4-komponentige Basisspinor zur Helizität  $\lambda$  (Anhang A). Gleichung (1.15) bringt den Einfluß des Mittelfeldes, hervorgerufen durch das nukleare Medium, auf die Nukleonen dadurch zum Ausdruck, daß die „nackten“ Massen  $M$  und Impulse  $k^\mu$  zu *effektiven* Größen werden. Sie werden durch die Wechselwirkung mit dem

nuklearen Medium „angezogen“. Die Nukleonen des Vielteilchensystems erhalten eine Selbstenergie, die im Rahmen der QHD folgende Lorentz-Struktur annimmt

$$\Sigma = \Sigma_s - \gamma_\mu \Sigma^\mu \quad (1.16)$$

$$\Sigma_s = \frac{g_\sigma}{m_\omega^2} \sigma[\rho_s] \quad (1.17)$$

$$\Sigma_\mu = \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} j_\mu \quad (1.18)$$

Die Dichten sind explizit gegeben durch

$$\begin{aligned} \rho_s &= \langle \bar{\Psi} \Psi \rangle \\ &= \frac{\kappa}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3 k \frac{m^*}{E^*} = \frac{\kappa}{4\pi^2} m^* [k_F E_F^* - m^{*2} \ln(\frac{k_F + E_F^*}{m^*})] \end{aligned} \quad (1.19)$$

$$\begin{aligned} \rho_B &= \langle j^0 \rangle = \langle \bar{\Psi} \gamma^0 \Psi \rangle \\ &= \frac{\kappa}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3 k = \frac{\kappa}{6\pi^2} k_F^3 \end{aligned} \quad (1.20)$$

Die Selbstenergiekomponenten sind dabei in einer Hartree-Form gegeben, d.h. sie beschreiben das von den Nukleonen selbst erzeugte mittlere Feld. Somit enthalten die Selbstenergien keine Information über Vielteilchenkorrelationen.

Glg. (1.19) für die skalare Dichte zusammen mit Glg. (1.11) für das Skalarfeld und Glg. (1.14) für die effektive Masse bilden eine nichtlineare Gleichung für  $m^*$ , die in konsistenter Weise gelöst werden muß. Die freien Parameter des Modells ( $g_{\sigma,\omega}$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $m_\sigma$ ) werden an die Kenngrößen von KM angepaßt: die Sättigungsdichte  $\rho_{sat}$ , die Bindungsenergie pro Nukleon  $E/A$  am Sättigungspunkt, die effektive Masse  $m^*(\rho_{sat})$ , die Oberflächendicke und die Kompressibilität  $K$ . Die Bindungsenergie ergibt sich dabei als die 00-Komponente des Energie-Impuls Tensors [10]

$$\begin{aligned} T^{\mu\nu} &= \langle k^{*\mu} \frac{k^{*\nu}}{E^*} \rangle_{KM} + \langle \Sigma^\mu \frac{k^{*\nu}}{E^*} \rangle_{KM} \\ &+ \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \left[ \langle \Sigma_s \frac{m^*}{E^*} \rangle_{KM} - \langle \Sigma_\alpha \frac{k^{*\alpha}}{E^*} \rangle_{KM} \right] \end{aligned} \quad (1.21)$$

wobei über Grundzustandskernmaterie, d.h. eine scharfe Fermi-Kugel, gemittelt wird. Die Kompressibilität  $K$  ist gegeben durch

$$K^{-1} = 9\rho \left. \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial^2 \rho} \right|_{\rho_{sat}}$$

Es wurden in der Vergangenheit mehrere Parametrisierungen aufgestellt, die die empirischen Sättigungseigenschaften von KM zufriedenstellend reproduzieren können [24, 10]. Sie unterscheiden sich im wesentlichen in der Wahl der Kompressibilität und der Steifigkeit der Zustandsgleichung. In Abb. (1.1) ist die Zustandsgleichung, d.h. die Energie pro Nukleon abzüglich der Ruhemasse als Funktion

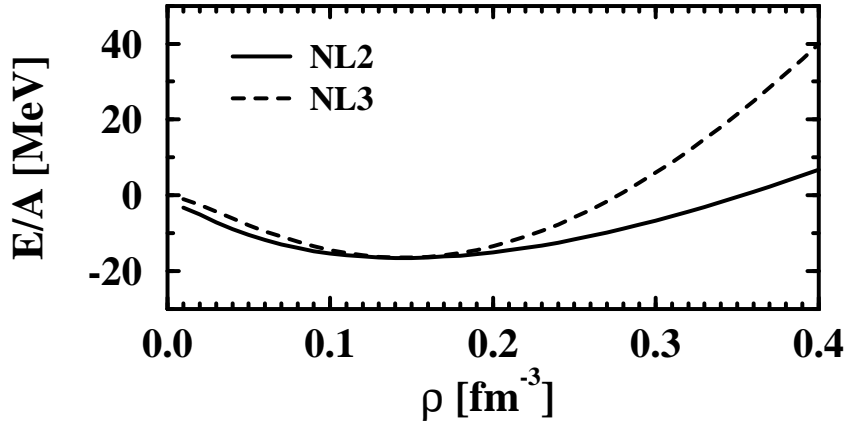


Abbildung 1.1: Zustandgleichungen im Rahmen des nichtlinearen Walecka Modells [24].

der Baryondichte für verschiedene Parametrisierungen dargestellt [24]. Die NL2-Parametrisierung, die wir als Vergleich bei den Schwerionenrechnungen verwenden werden, wird durch eine relativ *weiche* Zustandsgleichung mit einer nach Beobachtungen realistischen Kompressibilität von 200 MeV charakterisiert. Die effektive Masse in der NL2-Parametrisierung wird hingegen als viel zu hoch angesehen, wenn man mit entsprechenden Werten aus mikroskopischen Dirac-Brueckner Rechnungen (siehe unten) vergleicht. Die Parameter der NL2- und zum Vergleich der NL3-Parametrisierung sind in Tabelle 1.1 aufgelistet.

	$g_\sigma$	$g_\omega$	B	C	$m_\sigma$	$m^*/M$	$\rho_{sat}$	BE	$K^{-1}$
NL2	8.5	7.54	50.57	-6.26	2.79	0.83	0.145	-16	200
NL3	9.5	10.95	1.59	34.15	2.79	0.7	0.145	-16	380

Tabelle 1.1: Sättigungseigenschaften von Kernmaterie für das nichtlineare Walecka Modell in der NL2- und NL3 Parametrisierung. Der Parameter B ist in Einheiten von  $fm^{-1}$  angegeben, und die Sättigungsdichte  $\rho_{sat}$ , Bindungsenergie BE, Masse des  $\sigma$ -Mesons  $m_\sigma$  und die Kompressibilität  $K^{-1}$  sind in Einheiten von  $fm^{-3}$ , MeV,  $fm^{-1}$  und MeV angegeben [24].

An dieser Stelle sollte noch betont werden, daß in der Walecka-Theorie die Parameter des Modells direkt an Kernmaterieeigenschaften angepaßt werden. Es handelt sich folglich um ein Kernmaterie-Modell. Das Gegenstück dazu bildet das Dirac-Brueckner Modell, daß auch auf den feldtheoretischen Grundlagen der QHD ba-



siert, aber über die Hartree-Näherung hinausgeht und Vielteilchenkorrelationen berücksichtigt (siehe Abschnitt 1.4). Die Parameter der Dirac-Brueckner Theorie werden daher an NN-Streudaten angepaßt, und sodann wird versucht, die Sättigungseigenschaften von KM mit den gleichen Parametern zu reproduzieren. Zuvor soll jedoch das phänomenologische, dichteabhängige Modell von Typel et al. kurz skizziert werden.

### 1.3 Dichteabhängige hadronische Feldtheorie

In letzter Zeit wurde ein weiteres Modell von C. Fuchs und H. Lenske entwickelt [18] und von S. Typel, H.H. Wolter und O. Riedl [2] ausgebaut, das ein Kompromiß zwischen der Walecka-Theorie und der mikroskopischen Dirac-Brueckner Theorie darstellt. In dieser dichteabhängigen hadronischen Feldtheorie ist die Nukleon-Meson Kopplung dichte- und energieabhängig. Es ist ein Kernmateriemodell in dem Sinne, daß für die Bestimmung der Dichte- und Impulsabhängigkeit der effektiven Selbstenergien die Parameter des Modells an experimentellen Daten in Kernstruktur- und Nukleon-Kern-Streuung angepasst wurden. Andererseits wird für die Dichte- und Impulsabhängigkeit der effektiven Felder die mikroskopische Dirac-Brueckner Theorie als Ausgangspunkt genommen. Insbesondere ist dieses Modell in der Lage, mit relativ wenigen Parametern eine *globale* Beschreibung von Grundzustandseigenschaften von endlichen Kernen (Bindungsenergien, Separationsenergien, Radien, etc.) und Nukleon-Kern Streudaten (Wirkungsquerschnitte, Polarisationsstärken, usw.) wiedergeben zu können. Gerade dies zeichnet dieses Modell von anderen phänomenologischen Parametrisierungen aus [3].

Die Grundgleichungen dieses Modells ähneln denen des Walecka-Modells, allerdings sind jetzt die Kopplungsstärken  $g_{\sigma,\omega}$  durch sogenannte effektive Kopplungsfunktionen  $\Gamma_{\sigma,\omega}(\rho, \dots)$  zu ersetzen, deren Ableitungen nach der Dichte als sogenannte Rearrangementterme in die Feldgleichungen eingehen. Wir wollen an dieser Stelle nicht auf weitere Details eingehen, sondern werden die Ergebnisse dieses Modells im nächsten Abschnitt vorstellen, und diese mit entsprechenden Resultaten von Dirac-Brueckner Rechnungen vergleichen. Dabei beschränken wir uns auf die für diese Arbeit wichtigen Dichte- und Impulsabhängigkeit der effektiven Selbstenergien, und für weitere Einzelheiten und Rechnungen von Kernstruktur und Nukleon-Kern-Streuung verweisen wir auf Ref. [2]. Dieses Modell wird im folgenden als DDH (**D**ensity **D**ependent **H**artree) Modell bezeichnet.

## 1.4 Das Dirac–Brueckner Modell

Das grundlegende Problem bei der theoretischen Beschreibung von Vielteilchensystemen besteht in der Schwierigkeit, die komplizierte Struktur der Martin–Schwinger–Hierarchie (1.3) numerisch zu behandeln. Dabei sind mögliche Näherungen, wie z.B. die aus der QED bekannten störungstheoretischen Methoden, aufgrund der starken Wechselwirkung mit ihrem zusätzlichen repulsiven Anteil nicht möglich. Stattdessen erweist sich in solchen Fällen eine Aufsummation von bestimmten störungstheoretischen Feynmann–Graphen (die sogenannte *Leiterdiagrammen* [42]) als dem Problem angemessen. Diese Methode führt auf die T–Matrix Näherung, die die Basis der Brueckner Methode bildet. Die relativistische Brueckner–Hartree–Fock Methode wird auch als Dirac–Brueckner (DB) Theorie bezeichnet.

### 1.4.1 T–Matrix Näherung

In der DB–Theorie werden 2–Teilchen Korrelationen durch eine effektive 2–Teilchen Wechselwirkung – die sogenannte T–Matrix – beschrieben, welche folgendermaßen mithilfe von 1– und 2–Teilchen Greenfunktionen definiert ist

$$\begin{aligned} \langle 12|V|1'2' \rangle G(1'2'; 12) &= \int d3d4 [\langle 12|T|34 \rangle - \langle 12|T|43 \rangle] \\ &\quad \times G(3, 1')G(4, 2') \quad . \end{aligned} \quad (1.22)$$

Sie genügt einer Bethe–Salpeter Gleichung [6]

$$\begin{aligned} \langle 12|T|1'2' \rangle &= \langle 12|V|1'2' \rangle + i \int d1''d2''d3d4 \\ &\quad \times \langle 12|V|34 \rangle G(1'', 3)G(2'', 4) \langle 34|T|1'2' \rangle \quad . \end{aligned} \quad (1.23)$$

Setzt man Glg. (1.22) in die Definitionsgleichung für die Selbstenergie (1.4) ein, so erhält man die Selbstenergie  $\Sigma$  in T–Matrix Näherung

$$\Sigma(1, 1') = -i \int d2d2'' [\langle 12|T|1'2'' \rangle - \langle 12|T|2''1' \rangle] G(2'', 2) \quad . \quad (1.24)$$

Im Gegensatz zur der Hartree–Selbstenergie (1.18) der Walecka–Theorie werden nun Austausch– und Korrelationseffekte des Vielteilchensystems im Sinne der T–Matrix Näherung berücksichtigt. Wir werden später sehen, daß diese Effekte durch eine relativ zur Hartree–Näherung starke Dichteabhängigkeit zum Ausdruck kommen. Für Impulse oberhalb der Fermienergie ist die zusätzliche Impulsabhängigkeit von zentraler Bedeutung in Hinblick auf die dynamischen Effekte in Schwerionenreaktionen. Daher wird hier auf die Dichte– und Impulsabhängigkeit der Selbstenergie detailliert eingegangen.

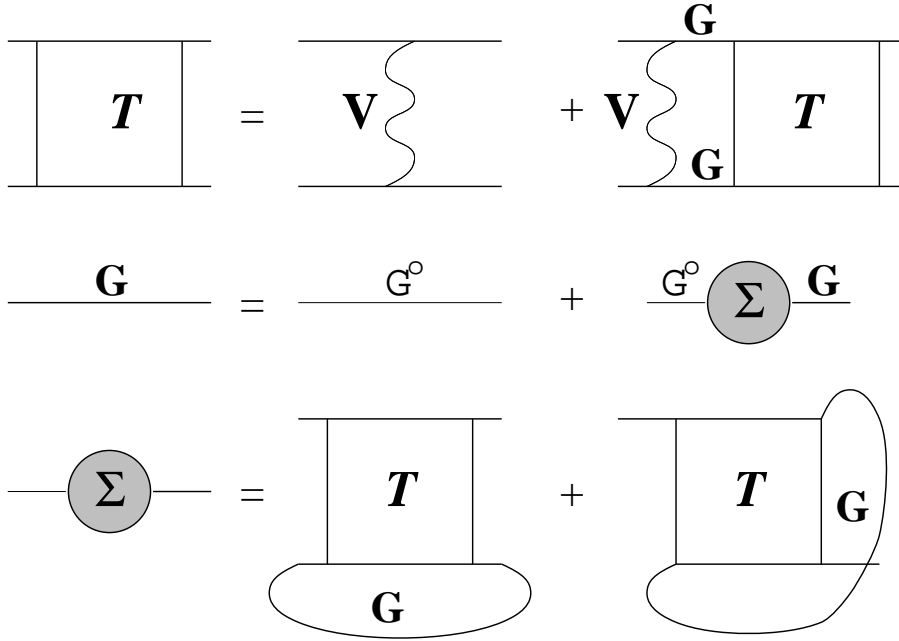


Abbildung 1.2: Diagrammatische Darstellung der DB-Methode. Die oberste Reihe stellt die Bethe-Salpeter-Gleichung (1.23), die mittlere die Dyson-Gleichung (1.25) und die untere die Bestimmungsgleichung für die Selbstenergie (1.24) dar.

Die DB Methode besteht nun darin, das Gleichungssystem für die T-Matrix (1.23), die Selbstenergie (1.24) und die Dyson-Gleichung

$$G(1, 2) = G^0(1, 2) + \int G^0(1, 1') \Sigma(1', 2') G(2', 2) \quad (1.25)$$

für den Baryonpropagator selbstkonsistent zu lösen. Eine diagrammatische Darstellung der DB-Methode ist in Abbildung 1.2 wiedergegeben. Eine ausführliche Darstellung über die verschiedenen Lösungsverfahren der DB-Methode zu geben, ist nicht das Anliegen dieser Arbeit. Wir wollen stattdessen die für diese Arbeit wesentlichen Eigenschaften der DB-Methode diskutieren, und für Details verweisen wir auf Refs. [20, 21, 22].

Die Wahl der 2-Teilchen NN-Wechselwirkung  $\langle 12|V|1'2' \rangle$  geschieht im Rahmen einer relativistischen Quantenfeldtheorie durch das 1-Boson-Austauschmodell. In der Impulsraumdarstellung lautet es [20]

$$V_{\alpha\beta;\gamma\delta}(k) \Rightarrow V_{\alpha\beta;\gamma\delta}^{OBE}(k) = - \sum_i (\mathcal{O})_{\alpha\beta} (\mathcal{O})_{\gamma\delta} D_i^o(k) \quad ,$$

wobei sich die Summe über verschiedene Mesonen mit den entsprechenden ungestörten Mesonenpropagatoren  $D_i^o$  erstreckt. Die Lorentz-Struktur der OBE-Potentiale wird durch die Lorentzstruktur der Mesonen, charakterisiert durch deren

Propagatoren, und die Meson-Baryon Vertizes ( $\mathcal{O}_{\alpha\beta}$ ) gebildet. In den hier diskutierten DB-Rechnungen wurden jeweils sechs verschiedene Mesonen berücksichtigt, nämlich das skalare, iso-skalare  $\sigma$ -, das vektor, iso-skalare  $\omega$ -, das pseudovektorielle, iso-skalare  $\eta$ -, das skalare, iso-vektorielle  $\delta$ -, das vektorielle, iso-vektorielle  $\rho$ - und schließlich das pseudoskalare, iso-vektorielle  $\pi$ -Meson. Die freien Parameter der OBE-Potentiale sind also die Kopplungskonstanten der Baryon-Meson Vertizes, sowie zusätzliche Formfaktoren, welche die endliche Ausdehnung der Baryonen und Mesonen berücksichtigen. Die Mesonenmassen sind bis auf das als effektiv anzusehende  $\sigma$ -Meson <sup>2</sup> experimentell gut bekannt und somit festgelegt. Die Bestimmung der freien Parameter der OBE-Wechselwirkung erfolgt durch Anpassungen an NN-Streudaten. Die so extrahierten Werte für die Parameter des OBE-Potentials sind allerdings nicht eindeutig, so daß verschiedene Parametrisierungen existieren. Bekannte Versionen des OBE-Potentials sind die *Bonn-A*, *-B* und *-C* Potentiale [45]. Nach Anpassung der NN-Streuung besitzt das DB-Modell keine weiteren freien Parameter, und ist deswegen als *parameterfreies* Modell anzusehen, das auf mikroskopischer Basis versucht, Kernmaterieeigenschaften, wie z.B. Bindungsenergie/Nukleon und Sättigungsdichte, zu reproduzieren. Ergebnisse von solchen DB-Rechnungen [21, 22] werden wir im folgenden diskutieren.

### 1.4.2 Die Selbstenergie in KM

Die zentrale Größe in unseren Untersuchungen ist die nukleare Selbstenergie  $\Sigma_{\alpha\beta}$  (1.24)). Im Impulsraum nimmt sie folgende Gestalt an

$$\Sigma_{\alpha\beta}(k) = -i \int \frac{d^4 k'}{(2\pi)^4} [\langle k k' | T | k k' \rangle_{\alpha\gamma;\beta\delta} - \langle k k' | T | k' k \rangle_{\alpha\gamma;\delta\beta}] G_{\gamma\delta}^<(k') \quad . \quad (1.26)$$

Zur weiteren Diskussion muß die Struktur des baryonischen in-medium Propagators  $G_{\gamma\delta}^<$  und der T-Matrix näher spezifiziert werden.

Der volle baryonische Propagator  $G_{\alpha\beta}$  beschreibt die Propagation von Baryonen und Antibaryonen im nuklearen Medium, wodurch diese durch eine effektive Masse  $m^*$  und effektive Impulse  $k^{*\mu}$  charakterisiert werden. Um die divergenten Beiträge der negativen Energiezustände zu vermeiden und somit eine Renormierung der Theorie zu umgehen, wird der volle Baryonpropagator  $G$  durch seinen Diracanteil ersetzt  $G \rightarrow G^<$ . Im Impulsraum lautet  $G^<$  [20]

$$G^<(k) = 2\pi i (\gamma_\mu k^{*\mu} + m^*) \delta(k^{*2} - m^{*2}) 2\Theta(k_0^*) f(\mathbf{k}) \quad . \quad (1.27)$$

Die Selbstenergie  $\Sigma_{\alpha\beta}$  stellt, genauso wie der Dirac-Propagator  $G_{\alpha\beta}$ , eine  $4 \times 4$ -Matrix im Spinor-Raum dar und daher läßt sie sich dort in die allgemeine Basis

<sup>2</sup>Das  $\sigma$ -Meson ist experimentell nicht beobachtbar, wird oft als effektiv für den 2-Pion Austausch mit einer Masse von  $m_\sigma \approx (500 - 600)$  MeV angesehen.

der Clifford–Algebra [42] entwickeln

$$\xi_i = \mathbb{1}, \gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu}, \gamma^5, \gamma^\mu \gamma^5 \quad .$$

Aus Symmetriebetrachtungen entfallen in KM die tensoriellen, pseudoskalaren und –vektoriellen Beiträge. Die Selbstenergie läßt sich dann in einen skalaren und einen vektoriellen Anteil zerlegen [20]

$$\Sigma_{\alpha\beta}(k) = \mathbb{1}_{\alpha\beta} \Sigma_s(k) - \gamma_{\alpha\beta}^\mu \Sigma_\mu(k) \quad (1.28)$$

und nimmt in ruhender KM folgende Form an

$$\Sigma(k) = \Sigma_s(k) - \gamma_0 \Sigma_{(0)}(k) + \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{k} \Sigma_v(k) \quad . \quad (1.29)$$

Die einzelnen Lorentzkomponenten  $\Sigma_{s,0,v}$  erhält man durch Spurbildung (im Spinor–Raum) aus  $\Sigma_{\alpha\beta}$ :

$$\Sigma_s = \frac{1}{4} \text{tr}[\Sigma] \quad (1.30)$$

$$\Sigma_{(0)} = \frac{1}{4} \text{tr}[\gamma_0 \Sigma] \quad (1.31)$$

$$\Sigma_v = \frac{1}{4|\mathbf{p}|^2} \text{tr}[\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} \Sigma] \quad . \quad (1.32)$$

Gln. (1.30, 1.31, 1.32) lassen sich für den Fall mit endlicher Geschwindigkeit strömender KM auch kovariant verallgemeinern. Darauf wird im nächsten Kapitel näher eingegangen. Die Zerlegung der T–Matrix in die Basis der Clifford Algebra erfolgt nun in ähnlicher Art und Weise wie im Falle der Selbstenergie. Sie lautet

$$\begin{aligned} \mathcal{T} &= \sum_j \mathcal{T}^j \xi_{(1)}^j \otimes \xi_{(2)}^j \\ &= \mathcal{T}^S \mathbb{1}_{(1)} \otimes \mathbb{1}_{(1)} + \mathcal{T}^V \gamma_{(1)\mu} \otimes \gamma_{(2)}^\mu + \mathcal{T}^T \sigma_{(1)\mu\nu} \otimes \sigma_{(2)}^{\mu\nu} \\ &+ \mathcal{T}^P \gamma_{(1)5} \otimes \gamma_{(2)}^5 + \mathcal{T}^A \gamma_{(1)5} \gamma_{(1)\mu} \otimes \gamma_{(2)5} \gamma_{(2)}^\mu \end{aligned} \quad (1.33)$$

mit Lorentzskalaren Funktionen  $\mathcal{T}^m$  ( $m \in S, V, T, P, A$ ).

Setzt man nun die Zerlegung der T–Matrix (1.33) in die Glg. (1.26) für die Selbstenergie  $\Sigma_{\alpha\beta}$  ein, so erhält man für die Selbstenergiekomponenten  $\Sigma_{s,0,v}$  aus (1.30, 1.31, 1.32) unter Verwendung des Dirac–Propagators  $G^<$  (1.27) ( $\mathcal{C} \equiv \frac{4}{(2\pi)^3}$ )

$$\Sigma_s(k) = \frac{1}{4} \text{tr}[\Sigma] = \mathcal{C} \int d^3 \mathbf{q} \frac{m^*}{E^*(\mathbf{q})} f(\mathbf{q}) \Gamma_s(k, q) \quad (1.34)$$

$$\Sigma_{(0)}(k) = \frac{1}{4} \text{tr}[\gamma_0 \Sigma] = \mathcal{C} \int d^3 \mathbf{q} f(\mathbf{q}) \Gamma_0(k, q) \quad (1.35)$$

$$\Sigma_v(k) = \frac{1}{4|\mathbf{p}|^2} \text{tr}[\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} \Sigma] = \mathcal{C} \int \frac{d^3 \mathbf{q}}{E^*(\mathbf{q})} f(\mathbf{q}) \Gamma_v(k, q) \quad , \quad (1.36)$$

mit der Verteilungsfunktion ruhender KM gegeben durch  $f(\mathbf{k}) = \Theta(k_F - |\mathbf{k}|)$ . Dabei wurden effektiven Größen analog der Hartree-Näherung eingeführt. Im Unterschied zur Walecka-Theorie sind aber jetzt die Selbstenergien dichte- und außerdem impulsabhängig, und sie werden für Impulse oberhalb des Fermimpulses aufgrund von Streuprozessen komplex. Der Realteil von  $\Sigma$  bestimmt dabei die Mediumabhängigkeit der Nukleonen

$$m^*(k) = M + \text{Re}\Sigma_s(k) \quad (1.37)$$

$$p_0^*(k) = k_0 + \text{Re}\Sigma_{(0)}(k) \quad (1.38)$$

$$\mathbf{p}^*(k) = \mathbf{k}(1 + \text{Re}\Sigma_v(k)) \quad (1.39)$$

$$E^*(k) = \sqrt{\mathbf{k}^{*2}(k) + m^{*2}(k)} \quad . \quad (1.40)$$

Die Invarianten  $\Gamma_{s,0,v}(k, q)$  in (1.34–1.36) sind Spin- und Isospinsummen der invarianten T-Matrix Elemente und setzen sich aus direkten und Austauschtermen zusammen. Letztere entstehen aus der Antisymmetrisierung der T-Matrix bezüglich der intermediären Zustände im zweiten Term der Glg. (1.26).

An dieser Stelle sei noch darauf hingewiesen, daß die kovariante Zerlegung der T-Matrix i. allg. *nicht eindeutig* ist. Dies rührt daher, daß die Zustände negativer Energien in diesem Formalismus nicht enthalten sind. Andererseits mischen die Dirac-Matrizen verschiedene Spinor-Komponenten positiver und negativer Energiezustände, so daß diese Vorgehensweise zu Inkonsistentzen in der Theorie führt. Neuere Untersuchungen der Tübinger-Gruppe haben gezeigt [22], daß je nach Art der Zerlegung der T-Matrix sowohl die Dichte- als auch die Impulsabhängigkeit der Selbstenergien im erheblichen Maße beeinflußt werden kann. Dies hat Konsequenzen auf die Zustandsgleichung und insbesondere auf das Schrödinger-äquivalente optische Potential (zur Definition von siehe Glg. (1.43) unten). In Ref. [22] konnte gezeigt werden, daß die Sättigungseigenschaften von KM unter Verwendung einer sogenannten *Pseudo-Vektor Zerlegung* der T-Matrix am besten beschrieben werden können. Es ist daher interessant, verschiedene DB-Rechnungen zu vergleichen, die zwar auf das gleiche zugrundeliegende OBE-Potential basieren, aber in der Lösungsmethode – insbesondere in der Zerlegung der T-Matrix – essentielle Unterschiede aufweisen.

### 1.4.3 Analyse von KM-Rechnungen

Es werden nun Ergebnisse verschiedener DB-Rechnungen diskutiert, die von verschiedenen Gruppen durchgeführt wurden, von B. ter Haar und R. Malfliet [21] (abgekürzt durch DB-HM) und von der Tübinger-Gruppe [22] (abgekürzt durch DB-F). All diese Rechnungen basieren zwar auf dem gleichen Bonn-A Potential [45], aber sie unterscheiden sich in der Lösungsmethode der DB-Grundgleichungen (1.23, 1.24, 1.25), wie oben besprochen. Ferner wird die dichte- und energieabhängige Parametrisierung von Typel et al. (DDH Modell) gleichzeitig diskutiert

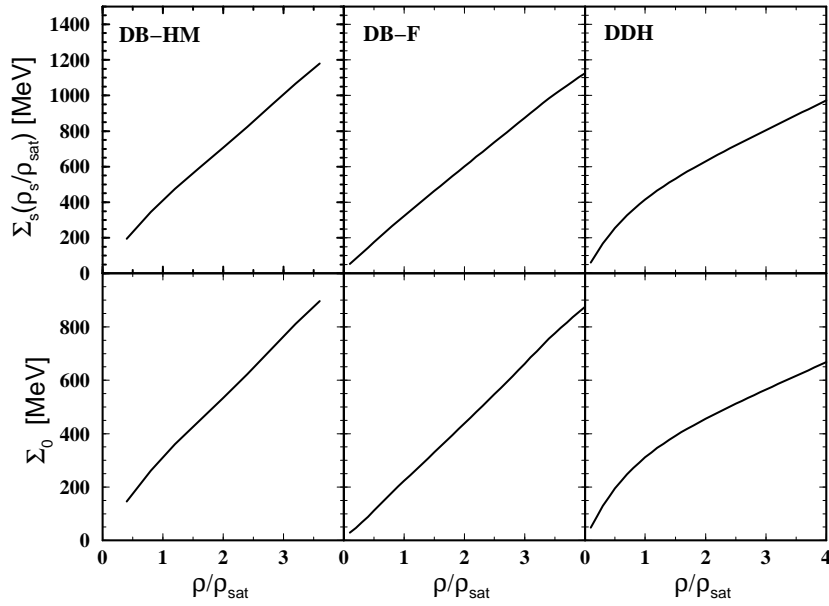


Abbildung 1.3: Dichteabhängigkeit der skalaren und vektoriellen Selbstenergien für verschiedene Parametrisierungen von DB-Rechnungen (*ter-Haar* und *Malfliet* (DB-HM) [21], links und *Fuchs et al.* (DB-F) [22], mitte) für KM und für die phänomenologische Parametrisierung von *Typel et al.* [46] (DDH, rechts).

[2, 46]. Insbesondere soll die Diskussion dieser Ergebnisse als ein erster Schritt zur Vorbereitung auf die Erweiterung auf anisotroper KM-Konfigurationen angesehen werden.

Abb. 1.3 zeigt die Dichteabhängigkeit der Selbstenergien für Impulse an der Fermikante ( $|\mathbf{k}| = k_F$ )  $\Sigma_{s,0}(k_F, |\mathbf{k}| = k_F)$ , wie sie sich aus verschiedenen DB-Rechnungen (linke und mittlere Spalte) und aus dem DDH Modell ergeben. Für die DB-Rechnungen wird der annähernd lineare Zusammenhang der Selbstenergien bezüglich der entsprechenden Dichten deutlich, wobei allerdings die Steigung für verschiedene Impulse verschieden ist. Wie in Ref. [26, 27] diskutiert, kann man somit die Felder in einer der Hartree-Näherung ähnlichen funktionalen Form parametrisieren. Ziel einer solchen Parametrisierung ist es, das dynamische Verhalten der Selbstenergien von ihrer trivialen Dichteabhängigkeit und der damit verbundenen, inhärenten Lorentzstruktur abzuseparieren. Im DDH Modell weichen allerdings die Selbstenergien vom linearen Verhalten deutlich ab. Man kann nun sogenannte *effektive Kopplungsfunktionen* einführen. Mit der Definition der Selbstenergiekomponenten, Gln. (1.34–1.36), ergeben sich die effektiven Kopplungsfunktionen zu ( $m \in s, 0, v$ )

$$\Gamma_m(k_F, |\mathbf{k}|) = \frac{\mathcal{C} \int d^3q g_m(|\mathbf{q}|) f(|\mathbf{q}|) \Gamma_m(|\mathbf{k}|, |\mathbf{q}|)}{\mathcal{C} \int d^3q g_m(|\mathbf{q}|) f(|\mathbf{q}|)} = \frac{\Sigma_m}{\rho_m} \quad , \quad (1.41)$$

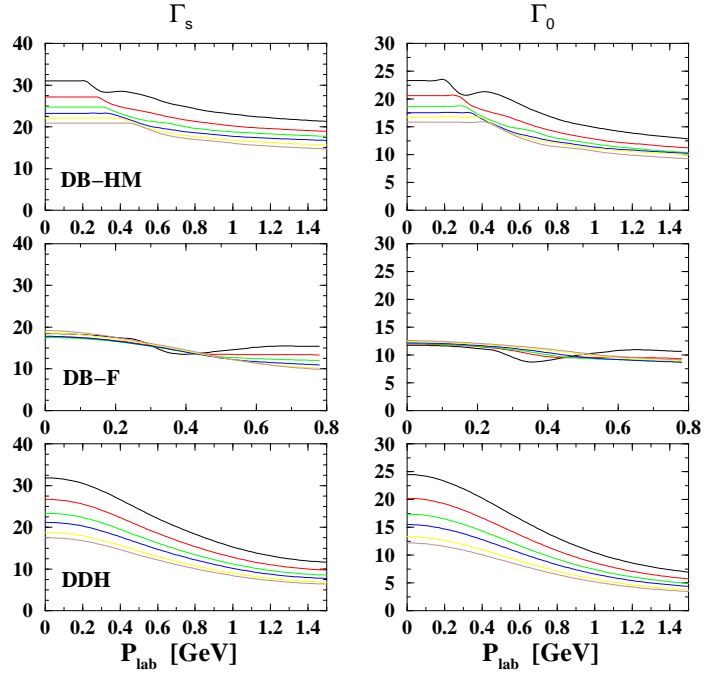


Abbildung 1.4: Dichte- und Impulsabhängigkeit der effektiven Kopplungsfunktionen (in dimensionslosen Einheiten  $\times M^2/4\pi$ ) für die gleichen Modelle der Abb. 1.3. Die Dichte nimmt jeweils von oben nach unten zu ( $\rho = 0.5/1.0/1.5/2.0/3.0/4.0 \rho_{sat}$ ).

mit den Gewichten gegeben durch

$$g_0 = 1 \quad , \quad g_s = \frac{m^*}{E^*} \quad \text{und} \quad g_v = \frac{1}{E^*} \quad . \quad (1.42)$$

Bei den effektiven Kopplungsfunktionen handelt es sich also um die gewichteten Mittelungen der T-Matrixelemente  $\Gamma_m(|\mathbf{k}|, |\mathbf{q}|)$  über eine kalte Fermi-Kugel  $f(|\mathbf{k}|) = \Theta(|\mathbf{k}| - k_F)$ . Man hat also dichte- und impulsabhängige Kopplungsfunktionen  $\Gamma_i$  ( $i = s, 0$ ) eingeführt, die die Kopplungskonstanten  $\Gamma_i = \frac{g_i^2}{m_i^2}$  des Walecka-Modells ersetzen. Im folgenden wird der  $\Gamma_v$ -Beitrag nicht weiter diskutiert, da er relativ zu  $\Gamma_{s,0}$  kleine Werte annimmt, und zwar in fast allen DB-Rechnungen [21, 22, 26].

Abb. 1.4 zeigt die Dichte- und Impulsabhängigkeit der effektiven Kopplungsfunktionen in dimensionslosen Einheiten ( $\times \frac{M^2}{4\pi}$ ) für verschiedene Dichten und für die gleichen KM-Rechnungen wie in Abb. 1.3. Auffallend dabei ist, daß zwar  $\Gamma_s$  und  $\Gamma_0$  in ihren absoluten Werten sich unterscheiden, in der funktionalen Abhängigkeit von Dichte und Energie aber einen sehr ähnlichen Verlauf aufweisen. Generell ist, unabhängig von der betrachteten Dichte, ein Abfall der Kopplungsfunktionen mit der Energie festzustellen. Dieses Verhalten der Felder bzgl. der Energie läßt sich, im Rahmen der Hartree-Fock Näherung, auf den für hohe Impulse führenden Glied



( $\sim 1/k$ ) des Fock-Terms erklären [10, 26]. Diese funktionale Struktur der Felder bleibt auch in der Leiternäherung der DB-Theorie mit den zusätzlichen Korrelationseffekten annähernd aufrechterhalten. Abgesehen vom DDH Modell läßt sich die Dichteabhängigkeit der effektiven Kopplungsfunktionen allgemein als moderat bezeichnen. Dies bedeutet, daß die *effektive Wechselwirkung nicht sehr stark von der zugrundeliegenden Phasenraumkonfiguration abhängt*. Dies ist ein wichtiges Ergebnis, denn dadurch erscheint eine Erweiterung des Formalismus auf allgemeinere Phasenraumkonfigurationen möglich, wie sie im nächsten Kapitel betrachtet wird.

Bemerkenswert sind weiterhin die starken Unterschiede der verschiedenen Modelle untereinander: Bei DB-HM ist eine eher moderate Dichte- und Impulsabhängigkeit zu erkennen, wobei die effektiven Kopplungsfunktionen für Impulse unterhalb des Fermi-Impulses annähernd konstant sind. Im Gegensatz dazu zeigen die DDH Felder eine sehr starke Abhängigkeit in der Dichte und Energie. Den Kontrast dazu bilden die DB-F effektiven Kopplungsfunktionen, wonach keine nennenswerte Dichteabhängigkeit und nur eine geringe Impulsabhängigkeit zu erkennen ist.

Wir diskutieren nun die Frage, wie die verschiedenen Modelle die Kernmaterieeigenschaften, wie die nukleare Zustandsgleichung und die Energieabhängigkeit des Schrödinger-äquivalenten optischen Potentials beeinflussen. Letzteres ergibt sich mithilfe einer nichtrelativistischen Reduktion der Dirac-Gleichung, die die Dirac-Gleichung auf eine der Schrödinger-Gleichung mit einem Zentral- und Spin-Bahn Potential äquivalente Form bringt. Der Zentralanteil des Potentials liefert dann das sogenannte Schrödinger-äquivalente Potential [21, 22, 46], das aufgrund von Absorption in inelastischen Kanälen i.allg. komplex sein kann. Mit dem optischen Modell wird die elastische Nukleon-Kern Streuung beschrieben, und es wird daher in Anlehnung an die Optik als Schrödinger-äquivalentes optisches Potential bezeichnet. Im folgenden wird nur der Realteil des optischen Potentials betrachtet, der folgende Gestalt annimmt

$$U_{opt}(E) = -\Sigma_s(k) + \frac{E}{M}\Sigma_0(k) + \frac{\Sigma_s^2(k) - \Sigma_0^2(k)}{2M} \quad . \quad (1.43)$$

In Abb. 1.5 sind die Zustandsgleichung, also die Dichteabhängigkeit der Bindungsenergie/Nukleon, und das optische Potential, also die Energieabhängigkeit des Streupotentials, dargestellt. Zum Vergleich ist noch das empirische optische Potential von Hama et al. [47] dargestellt. Der Vergleich dieser Größen zeigt deutlich, daß trotz der prinzipiellen Unterschiede in den effektiven Kopplungsfunktionen die Zustandsgleichung, einerseits, und das optische Potential, andererseits, von der Wahl der Parametrisierung meist relativ moderat abhängen. Dies liegt unter anderem daran, daß sowohl in der Zustandsgleichung, Glg. (1.21), als auch in dem optischen Potential, Glg. (1.43), die Differenz von Skalar und Vektorfeld auftreten, so daß sich Unterschiede in der effektiven Wechselwirkung zum größten Teil gegenseitig aufheben. Daher erscheint die effektive Masse die geeignete Größe zum Vergleich verschiedener effektiver Wechselwirkungen zu sein. Dieser Zusammen-

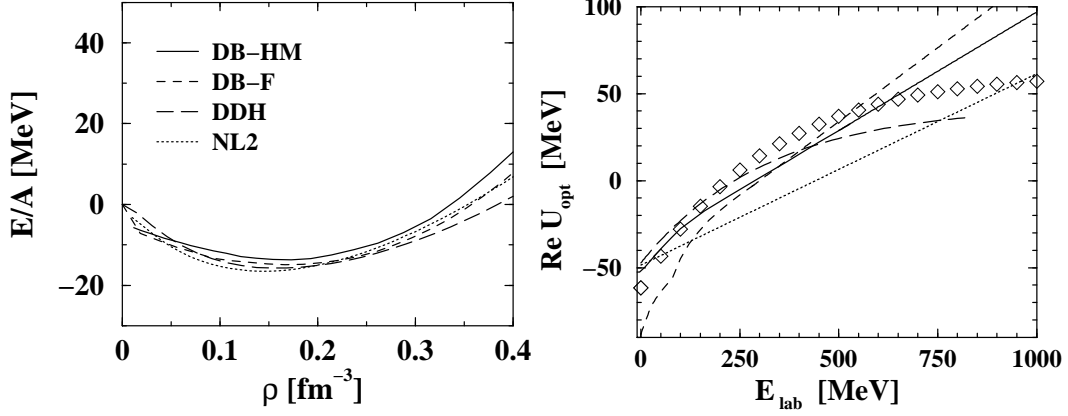


Abbildung 1.5: Zustandsgleichung (links) und optisches Potential (rechts) für die gleichen Modelle wie in Abb. 1.4 sowie für das NL2-Modell zum Vergleich. Die Symbole in der rechten Figur geben das empirische optische Potential gemäß Hama et al. [47].

hang ergibt sich aus dem Hugenholtz–van Hove Theorem [48], das für Vielteilchensysteme im Grundzustand gilt, wonach folgende Relation zwischen der 1-Teilchen Energie an der Fermi-Kante  $k^0(k_F)$  und der Bindungsenergie pro Teilchen besteht:

$$\Sigma_0 + \sqrt{k_F^2 + m^{*2}} = \left. \frac{\epsilon}{\rho} \right|_{\rho_{\text{sat}}} = BE(\rho_{\text{sat}}) + M \quad . \quad (1.44)$$

Bei vorgegebenen Bindungsenergie entnimmt man aus der Beziehung (1.44), daß ein starkes Vektorfeld  $\Sigma_0$  mit einer kleineren effektiven Masse  $m^*$  verbunden ist, und umgekehrt. Die Werte von  $m^*$  und der vektoriellen Kopplungsfunktion  $\Gamma_0$  sind in Tabelle 1.2 aufgelistet. Das schwache DB-F Vektorfeld [22] weist somit die grössere effektive Masse verglichen mit den anderen Fällen auf.

eff. Wechselwirkung	DB-F	DB-HM	DDH
$m^*/M$	0.67	0.58	0.55
$\Gamma_0 \frac{M^2}{4\pi}$	12.3	17.47	18.6

Tabelle 1.2: Effektive Masse und Kopplungsfunktion des Vektorfeldes in dimensionslosen Einheiten ( $\times M^2/4\pi$ ) für verschiedene Parametrisierungen [2, 21, 22].

Man wird daher erwarten, daß diese Unterschiede zwischen den verschiedenen Modellen in der effektiven Masse bzw. der Repulsion des nuklearen Mittelfeldes eine

---

wichtige Rolle in der Beschreibung der Reaktionsdynamik in Schwerionenkollisionen spielen sollten. Man muß allerdings noch beachten, daß es sich hier um die Beschreibung von Grundzustandskernmaterie – eine scharfe Fermi-Kugel – handelt. In Schwerionenkollisionen dagegen hat man es mit hochangeregter und heisser KM zu tun, die sich weit entfernt vom thermodynamischen Gleichgewicht befindet, wie wir noch sehen werden. Die hier diskutierten Unterschiede sofort auf dynamische Situationen in Schwerionenkollisionen zu übertragen, ist daher keineswegs trivial. Daher erscheint eine Berücksichtigung von Nichtgleichgewichtseffekten auf der Basis der nuklearen Selbstenergie wichtig, wenn man zuverlässige Aussagen über die Zustandsgleichung aus Schwerionenkollisionen erzielen will. Dies ist die Fragestellung des nächsten Kapitels.

## Kapitel 2

# Effektive Wechselwirkungen für Schwerionenkollisionen

Die relativistische mikroskopische DB Theorie ist numerisch aufwendig und daher bis heute nur auf ein „idealisiertes“ unendlich ausgedehntes Vielteilchensystem angewandt worden, und zwar auf Kernmaterie (KM) bei  $T = 0$  oder  $T > 0$ , d.h. auf Impulsraumkonfigurationen einer äquilibrierten Fermi-Kugel. Dies ist jedoch sehr verschieden von dem, was man in Schwerionenkollisionen antrifft. Bei Schwerionenkollisionen handelt es sich um ein hochangeregtes Vielteilchensystem bei endlicher Temperatur, das sich über weite Abschnitte der Schwerionenkollision weit entfernt vom thermodynamischen Gleichgewicht befindet. Der lokale Phasenraum weicht von einer äquilibrierten Konfiguration, d.h. einer lokalen Fermi-Kugel, stark ab und ist über Zeitskalen vergleichbar mit der Reaktionszeit anisotrop. Im Rahmen einer konsistenten Beschreibung müssten demzufolge die ohnehin komplexen Grundgleichungen der DB Theorie, Gln. (1.23-1.25), simultan mit einer kinetischen Theorie für die Entwicklung des Nichtgleichgewichtssystems gelöst werden. Ein derartiges Programm ist allerdings rechentechnisch nicht realisierbar. Es gibt derzeit erste Ansätze in dieser Richtung, indem der kovariante Pauli-Operator für Nichtgleichgewichtszustände approximativ berechnet worden ist [49]. Eine Erweiterung der Brueckner Theorie auf idealisierte Nichtgleichgewichtskonfigurationen wurde bisher nur von der Tübinger-Gruppe entwickelt, allerdings auf nichtrelativistischer Basis [50].

Daher wurde eine näherungsweise Anwendung der DB Theorie auf Schwerionenkollisionen vorgeschlagen [26, 27]: Sie besteht darin, daß der anisotrope Phasenraum in einfacher Weise parametrisiert wird, so daß eine *Extrapolation* von DB Ergebnissen für ruhende KM auf diese Impulsraumkonfigurationen möglich ist. Da wir im vorigen Kapitel gesehen haben, daß die DB Felder nicht sehr stark von der Dichte abhängen, erscheint diese Extrapolation vertretbar.

In diesem Kapitel wollen wir diese kovariante Erweiterung des DB Modells auf für Schwerionenkollisionen typische Nichtgleichgewichtskonfigurationen diskutieren. Es werden die Grundzüge des Formalismus gemäß den Arbeiten von L. Sehn et al. [26, 27] dargestellt. Wir beginnen dabei mit der sogenannten *kollidierenden Kernmaterie Näherung (CNM)* (Colliding Nuclear Matter approximation), wonach der anisotrope Impulsraum durch zwei sich durchdringende KM-Ströme – das sogenannte 2-Strom-System – approximiert wird. Anschließend wird auf die Konstruktion der DB-Selbstenergien in der CNM-Konfiguration näher eingegangen, bevor am Ende dieses Kapitels die Ergebnisse vorgestellt werden.

In der Arbeit von L. Sehn et al. [26, 27] wurden DB-Ergebnisse von B. ter Haar und R. Malfliet diskutiert, und ferner wurde der Formalismus nur für symmetrische 2-Strom Impulsraumkonfigurationen angewandt. Hier wird eine Erweiterung der CNM-Näherung auf unsymmetrische 2-Strom Impulsraumkonfigurationen eingeführt. Desweiteren werden neben den DB-Daten von ter Haar und Malfliet (DB-HM) auch die anderen im vorigen Kapitel erwähnten Modelle (DB-F,DDH) in die Diskussion einbezogen.

## 2.1 Kollidierende KM-Näherung (CNM)

Die Beschreibung von typischen Nichtgleichgewichtseffekten in der Schwerionenkollision erfolgt dadurch, daß der lokale Impulsraum durch zwei sich durchdringende, äquilibrierte KM-Ströme bei Temperatur  $T = 0$  MeV parametrisiert wird. Diese Konfiguration wird als kollidierende KM (colliding nuclear matter, CNM) bzw. 2-Strom System bezeichnet. Sind ferner die Dichten der beiden Subsystemen unterschiedlich, so werden wir von einer asymmetrischen CNM-Konfiguration sprechen. Die Erweiterung auf heiße CNM ist prinzipiell möglich und sicher auch sinnvoll. Im folgenden werden wir uns jedoch auf kalte Konfigurationen beschränken, und für weitere Erweiterungen auf heiße CNM-Konfigurationen verweisen wir auf Ref. [26], so wie auf Kapitel 6 dieser Arbeit.

Die Verteilungsfunktion der CNM-Konfiguration setzt sich aus der Superposition zweier kalter Fermi-Ellipsoide (siehe Anhang B.1) zusammen, welche durch ihre Strömungsgeschwindigkeiten  $u_i^\mu = j_i^\mu / \rho_i$  und die invarianten Dichten  $\rho_i = \sqrt{j_i^\alpha j_{i\alpha}}$  bzw. Fermi-Impulse  $k_{F_i}$  charakterisiert werden

$$\begin{aligned} f_{12}(\mathbf{k}^*) &= f_1(\mathbf{k}^*) + f_2(\mathbf{k}^*) \\ &= \Theta(\mu_1^* - k_\mu^* u_1^\mu) + \Theta(\mu_2^* - k_\mu^* u_2^\mu) \\ &= \Theta(\mu_1 - k_\mu u_1^\mu) + \Theta(\mu_2 - k_\mu u_2^\mu) \quad . \end{aligned} \quad (2.1)$$

Die chemischen Potentiale sind gegeben durch die entsprechenden lokalen Fermi-Energien

$$\mu_i^*(k) = \mu_i(k) + \Sigma_\alpha u_i^\alpha = \sqrt{k_{F_i}^2 + m^{*2}} + \Sigma_\alpha u_i^\alpha \quad .$$

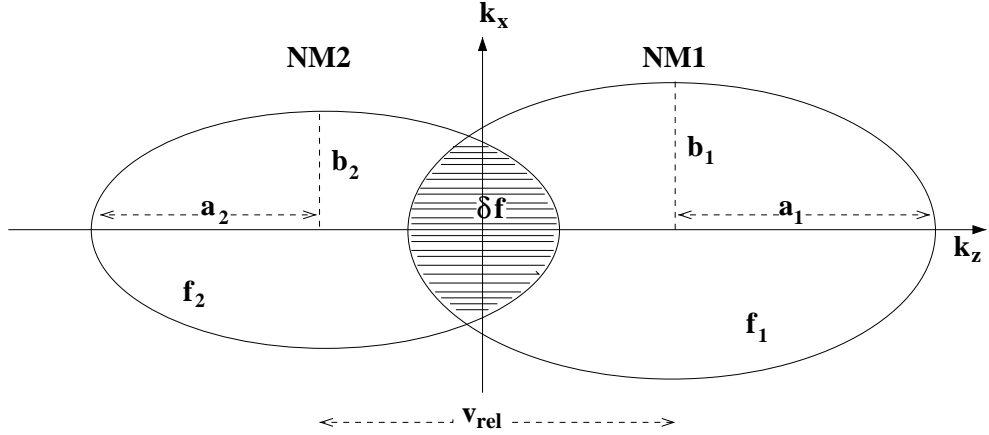


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung der CNM-Impulsraumkonfiguration durch zwei Fermi-Ellipsoide charakterisiert durch die kleinen (großen) Halbachsen  $b_i = k_{F_i}$  ( $a = \gamma_i v_i k_{F_i}$ ).

Für den Fall, daß sich die beiden Fermi-Ellipsoide überlappen, ergibt sich in der Überlappungszone eine unphysikalische Situation, denn hier wird am gleichen Ort der Impulsraum doppelt besetzt. Um nun dem Pauli-Prinzip Rechnung zu tragen, wird ein Korrekturterm eingeführt gemäß

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{12} &= f_{12} + \delta f \\ \delta f &= -f_1 f_2 \quad , \end{aligned} \quad (2.2)$$

mit  $f_{12}$  aus Glg. (2.1). Durch diesen Ansatz wird auf einfache Weise sichergestellt, daß selbst im Überlappbereich die Besetzungszahlen nicht größer als 1 sind. Um die Notation nicht zu verkomplizieren, wird im folgenden die Tilde weggelassen. Eine schematische Darstellung der CNM-Konfiguration ist in Abb. 2.1 gegeben.

Diese Konstruktion der CNM-Konfiguration ist kovariant, denn die chemischen Potentiale sind definitionsgemäß lorentzskalare Funktionen, und weiterhin ist die Pauli-Korrektur aufgrund der Lorentzinvarianz von  $\delta f$  ebenfalls kovariant. Somit ist die Konstruktion der CNM-Konfiguration eindeutig bestimmt, und unabhängig vom betrachteten Inertialsystem. Im folgenden werden wir alle Größen im Schwerpunktsystem der beiden KM-Ströme, das als *RS12* bezeichnet wird, angeben. Dies ist dasjenige Bezugssystem, in dem der gesamte Vektorstrom  $\mathbf{j}_{12}$  der CNM-Konfiguration verschwindet

$$\mathbf{j}_{12} = \mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2 = \mathbf{0} \quad \longleftrightarrow \quad \text{RS12 - System} \quad .$$

Die CNM-Konfiguration wird also durch drei Invarianten vollständig bestimmt, durch die beiden Subsystem-Dichten  $\rho_i$  und die Relativgeschwindigkeit  $v_{rel}$  der

beiden KM–Ströme

$$\rho_i = \sqrt{j_{i\mu} j_i^\mu} \quad , \quad \mathbf{v}_{rel} = \frac{\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2}{1 - \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_2} \quad . \quad (2.3)$$

Für die Berechnung der Selbstenergien der CNM–Konfiguration brauchen wir noch explizite Ausdrücke für die Dichten und Ströme. Diese ergeben sich durch eine geeignete Zerlegung der 2–Strom–Impulsraumkonfiguration. Die Herleitungen und die expliziten Ausdrücke sind im Anhang B.2 zu finden.

## 2.2 Die CNM–Selbstenergien

Die DB–Selbstenergie  $\Sigma$  und deren Lorentz–Komponenten  $\Sigma_s$  und  $\Sigma_0$  wurden im vorigen Kapitel in Gln. (1.29) und (1.30– 1.32) eingeführt. Diese Ausdrücke gelten nur im Ruhesystem der KM. Um diese jedoch in jedem beliebigen Bezugssystem angeben zu können, wie es hier der Fall ist, müssen sie kovariant erweitert werden. Dies geschieht unter Einführung eines Projektors  $\Delta^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - u^\mu u^\nu$  mit  $\Delta^{\mu\nu} u_\nu = 0$ , der auf Komponenten senkrecht zur 4–Geschwindigkeit projiziert. Eine mögliche kovariante Darstellung der Vektor–Selbstenergie  $\Sigma^\mu$  lautet in Analogie zu Gln. (1.34,1.35)

$$\Sigma^\mu(k) = \Sigma_0 u^\mu + \Sigma_v \Delta^{\mu\nu} k_\nu \quad , \quad (2.4)$$

und somit für die Selbstenergiekomponenten  $\Sigma_{s,0,v}$

$$\Sigma_s = \frac{1}{4} tr[\Sigma] \quad (2.5)$$

$$\Sigma_0 = \frac{-1}{4} tr[u_\mu \gamma^\mu \Sigma] \quad (2.6)$$

$$\Sigma_v = \frac{-1}{4 (\Delta^{\mu\nu} k_\mu k_\nu)} tr [\Delta^{\mu\nu} k_\mu \gamma_\nu \Sigma] \quad . \quad (2.7)$$

Die Selbstenergiekomponenten der CNM–Konfiguration  $\Sigma_{s,0}^{(12)}$ <sup>1</sup> werden nun durch Superposition der Selbstenergien der einzelnen Subsysteme  $\Sigma_{s,0}^{(i)}$  unter Berücksichtigung des Pauli–Prinzips gebildet. Im einzelnen lauten sie

$$\begin{aligned} \Sigma_s^{(12)}(\mathbf{k}; \chi) &= \frac{\kappa}{(2\pi)^3} \int d^3q \frac{m^*}{E^*(\mathbf{q})} f_{12}(\mathbf{q}; \chi) \Gamma_s(\mathbf{k}, \mathbf{q}; \chi) \\ \Sigma_0^{(12)}(\mathbf{k}; \chi) &= \frac{\kappa}{(2\pi)^3} \int d^3q f_{12}(\mathbf{q}; \chi) \Gamma_0(\mathbf{k}, \mathbf{q}; \chi) \quad , \end{aligned} \quad (2.8)$$

<sup>1</sup>Im folgenden wird der vernachlässigbar kleine Beitrag von  $\Sigma_v$  nicht weiter diskutiert.

mit  $\chi \equiv \{m^*, k_{F_{1,2}}, v_{rel}\}$ . Setzt man  $f_{12}$  aus Glg. (2.1) ein, so ergibt sich folgende Superpositionsform für die Selbstenergiekomponenten

$$\begin{aligned}\Sigma_s^{(12)}(k; \chi) &= \Sigma_{s1}(k; \chi) + \Sigma_{s2}(k; \chi) + \delta\Sigma_s(k; \chi) \\ &= \Gamma_{s1}(k; \chi)\rho_{s1}(\chi) + \Gamma_{s2}(k; \chi)\rho_{s2}(\chi) + \delta\Sigma_s(k; \chi)\end{aligned}\quad (2.9)$$

$$\begin{aligned}\Sigma_0^{(12)}(k; \chi) &= \Sigma_{01}(k; \chi) + \Sigma_{02}(k; \chi) + \delta\Sigma_0(k; \chi) \\ &= \Gamma_{01}(k; \chi)\rho_{01}(k_{F_1}) + \Gamma_{02}(k; \chi)\rho_{02}(k_{F_1}) + \delta\Sigma_0(k; \chi)\end{aligned}\quad , (2.10)$$

wobei die Pauli-Beiträge  $\delta\Sigma_{s,0}(k; \chi)$  weiter unten diskutiert werden.

Die Selbstenergien  $\Sigma_{s,0}^{(12)}$  hängen nun von den Parameter  $\chi$  der 2-Ström Konfiguration ab. In Analogie zum vorigen Kapitel wurden hier wiederum effektive Kopplungsfunktionen  $\Gamma_{s,0}$  eingeführt (siehe auch Glg. (1.41)) definiert durch ( $m = s, 0$  und  $i = 1, 2$ )

$$\Gamma_{mi} = \frac{\kappa}{(2\pi)^3} \int d^3q g_m(|\mathbf{q}|) f_i(\mathbf{q}; \chi) \Gamma_m(k, q; \chi) / \rho_{mi}(\chi) \quad , \quad (2.11)$$

mit den Gewichten  $g_m$  gegeben durch (1.42). Sie stellen wiederum gewichtete Mittelungen der T-Matrix Elemente  $\Gamma(k, q, \chi)$  dar, wobei jeweils über eine Fermi-Kugel der 2-Ström Konfiguration gemittelt wird. Der entscheidende Unterschied zu den KM-Ausdrücken des vorigen Kapitels ist die *zusätzliche Konfigurationsabhängigkeit* der effektiven Kopplungsfunktionen, die durch die gegenseitige Wechselwirkung der sich durchdringenden KM-Ströme zustande kommt. Dies stellt eine Schwierigkeit dar: für die Kenntnis dieser Selbstenergien bzw. effektiven Kopplungsfunktionen müssten die Grundgleichungen der DB Theorie, Glgn. (1.23–1.25) selbstkonsistent mit der zu bestimmenden der 2-Ström Konfiguration gelöst werden, denn die CNM-Konfiguration hängt ihrerseits über die effektive Masse  $m^{*(12)}(k; \chi) = M - \Sigma_s^{(12)}(k; \chi)$ , von den Feldern ab. Ein solches Selbstkonsistenzproblem ist, wie anfangs diskutiert, auf relativistischer Basis bisher nicht realisiert. Stattdessen werden für die komplizierten Integralkerne  $\Gamma_{s,0}(k, q; \chi)$  die DB-Ergebnisse für Grundzustandskernmaterie verwendet und die zusätzliche Konfigurationsabhängigkeit  $\chi$  vernachlässigt. Die Bestimmung der effektiven Kopplungsfunktionen erfolgt daher durch eine Extrapolation aus den DB-Ergebnissen für KM des vorigen Kapitels

$$\Gamma_{mi}(k, k_{F_i}; \chi) \approx \Gamma_{mi}(k, k_{F_i}) \quad . \quad (2.12)$$

Diese Näherung vernachlässigt die Effekte des Mediums des zweiten Stromes auf die Selbstenergie des ersten und umgekehrt.

Es bleibt noch der Pauli-Korrektur-Term  $\delta\Sigma$  zu präzisieren [26]. Aus DB-Rechnungen ist bekannt, daß die Felder für Impulse kleiner als der Fermi-Impuls eine schwache Impulsabhängigkeit zeigen. Dies ist in Abb. 1.4 für die DB-HM Ergebnisse besonders deutlich zu sehen, wobei für die anderen beiden Parametrisierungen die Impulsabhängigkeit für  $|\mathbf{k}| \leq k_F$  etwas stärker ist. Dies bedeutet, daß



die effektiven Kopplungsfunktionen auf der eigenen Teilkonfiguration als konstant angenähert werden dürfen. Sie können also am jeweiligen Fermi-Impuls abgelesen werden. Auf dem gemeinsamen Überlappbereich gilt somit im symmetrischen ( $k_{F_1} = k_{F_2} \equiv k_F$ ) Fall

$$\begin{aligned} \delta\Sigma_m(k; \chi) &= \mathcal{C} \int d^3q g_m(|\mathbf{q}|) \Gamma_m(k, q) \delta f(q; \chi) = \Gamma_m(k_F, k) \delta\rho_m(\chi) \\ &\approx \Gamma_m(k_F, k_F) \delta\rho_m(\chi) \quad , \end{aligned} \quad (2.13)$$

wobei  $\delta\rho$  die Überlappdichte (siehe Abb. 2.1) ist. Diese Vorgehensweise kann ohne weiteres auf unsymmetrische Impulsraumkonfigurationen erweitert werden.

Mit der Bestimmung der Pauli-Beiträge  $\delta\Sigma_m(k; \chi)$  sind die Selbstenergien der 2-Strom Impulsraumkonfiguration (2.9, 2.10) bei vorgegebenen Subsystemdichten und Relativgeschwindigkeiten bekannt. Sie beinhalten außer der Konfigurationsabhängigkeit  $\chi$  aber noch die explizite Impulsabhängigkeit, die für praktische Rechnungen eine Komplikation darstellt. Zur Beschränkung auf die wesentliche Impulsabhängigkeit führt man nun eine Mittelung der CNM-Selbstenergien über die 2-Strom Impulsraumkonfiguration durch. Somit ergeben sich rein konfigurationsabhängige mittlere Felder, die folgende funktionale Gestalt haben (siehe auch Anhang B.4)

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma}_{m12}^{(12)}(\chi) &= \left( \mathcal{C} \int d^3k g_m(|\mathbf{k}|) \Sigma_{m12}(k) f_{12}(k; \chi) \right) / \rho_{m12}(\chi) \\ \text{mit } \rho_{m12}(\chi) &:= \mathcal{C} \int d^3k g_m(|\mathbf{k}|; \chi) f_{12}(k; \chi) \quad . \end{aligned} \quad (2.14)$$

Schließlich werden daraus mittlere effektive Kopplungsfunktionen  $\bar{\Gamma}_{m12}^{(12)}(\chi)$  der 2-Strom Impulsraumkonfiguration in Analogie zu dem Falle equilibrierter KM, Glg. (1.41), definiert

$$\bar{\Gamma}_{m12}^{(12)}(\chi) = \frac{\bar{\Sigma}_{m12}^{(12)}(\chi)}{\rho_{m12}(\chi)} \quad . \quad (2.15)$$

Die effektiven Kopplungsfunktionen  $\bar{\Gamma}_{m12}^{(12)}(\chi)$  weisen eine der Hartree-Näherung ähnliche funktionale Form auf, denn die explizite Impulsabhängigkeit ist herausgemittelt. Sie gehen aber über die Hartree-Näherung hinaus, weil sie, einerseits, Austausch- und Korrelationseffekte im Rahmen des DB Modells enthalten und, andererseits, die Anisotropie des Phasenraumes im Sinne der CNM-Näherung berücksichtigen. Letzteres ist im Hinblick auf eine realistische Beschreibung von Schwerionenkollisionen von Bedeutung, wie wir sehen werden.

## 2.3 Realisierung der CNM-Näherung

Für die numerische Behandlung von CNM Rechnungen wurde ein Programm entwickelt, das auf dem ursprünglichen Programm von L. Sehn aufbaut, aber in der

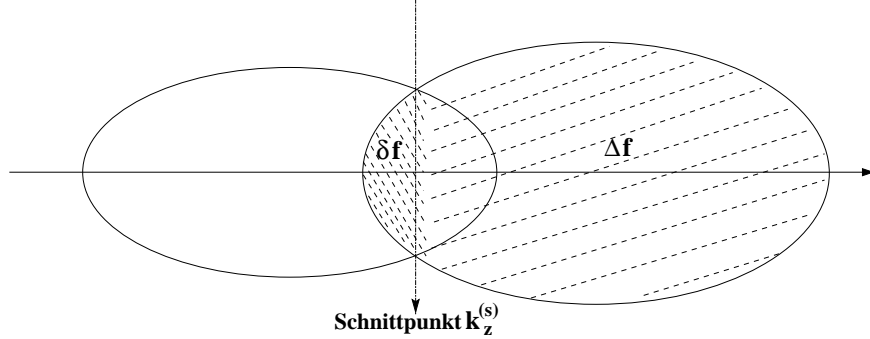


Abbildung 2.2: Zerlegung eines Fermi-Ellipsoids in zwei Bereiche  $\delta f$  und  $\Delta f$ . Die Fermi-Ellipsoide werden so lange vergrößert, bis die Dichte  $\Delta \rho_i$  des Segments  $\Delta f_i$  die ursprüngliche Dichte  $\rho_i$  erreicht hat.

Lage ist, asymmetrische 2-Strom-Rechnungen zu behandeln. Ein wichtiger Teil des Programms ist die Behandlung der Pauli-Korrektur, die für kleine Relativgeschwindigkeiten die doppelte Besetzung im Überlappbereich der beiden KM-Ströme kompensiert. Um die fehlende Dichte wieder herzustellen (Teilchenzahlerhaltung), werden die beiden Ellipsoidsegmente  $\Delta f_i$  bis zur Restaurierung der Subsystemdichten durch Erhöhung des effektiven Fermiimpulses  $\tilde{k}_{F_i}$  vergrößert (siehe dazu Abb. 2.2). Auch bei dieser Prozedur handelt es sich um ein selbstkonsistentes Verfahren. Die Felder hängen nämlich über die zu bestimmende effektive Masse von der Gesamtkonfiguration ab, so daß die CNM-Konfiguration selbstkonsistent mit den CNM-Feldern zu bestimmen ist. Somit ergibt sich folgender Algorithmus:

1. Bestimme zuerst bei vorgegebener Relativgeschwindigkeit  $v_{rel}(v_{z1}, v_{z2})$  die Subsystemgeschwindigkeiten aus der Bedingung  $\mathbf{j}_{12} = \mathbf{0}$ . Im Falle unsymmetrischer Konfigurationen sind die Subsystemgeschwindigkeiten nicht gleich  $v_{z1} \neq v_{z2}$ .
2. Untersuche bei festen Subsystemdichten und Relativgeschwindigkeiten, ob sich die beiden Fermi-Ellipsoide überlappen. Dazu wird die effektive Masse  $m^*$  der CNM Impulsraumkonfiguration selbstkonsistent ohne die Pauli-Korrektur ( $\delta f = 0$ ) bestimmt:

$$m^*(\chi) = M + \overline{\Sigma}_{s12}^{(12)}(\chi) \quad \text{mit } \overline{\Sigma}_{s12}^{(12)} \text{ aus (2.14) und } \rho_{s12} \text{ aus (B.3)}$$

3. Untersuchen der folgenden Bedingung ( $E_F = \sqrt{m^{*2} + k_F^2}$ ):

$$|v_{z1}\gamma_1 E_{F1} - v_{z2}\gamma_2 E_{F2}| \leq \gamma_1 k_{F1} + \gamma_2 k_{F2}$$

Wenn diese Bedingung nicht erfüllt ist, dann überlappen sich die Ellipsoide nicht, und das Pauli-Prinzip ist erfüllt.

↪ Ende der Prozedur nach Bestimmung des Vektorfeldes (siehe Glg. (2.14)).

Anderfalls: Zerlegung der 2-Strom Konfiguration gemäß Abb. 2.2. Vergrößerung der Fermi-Ellipsoide so lange, bis die Dichten der Segmente  $\Delta\rho_i$  die ursprünglichen Dichten erreicht haben. Dazu werden die Fermi-Impulse der beiden Subsysteme schrittweise erhöht,  $k_{F_{1,2}} \rightarrow \tilde{k}_{F_{1,2}}$ , wobei die effektive Masse  $m^*(\tilde{\chi})$  mit der zu bestimmenden Konfiguration selbstkonsistent in jedem Schritt bestimmt wird. Man hat also folgendes Gleichungssystem zu lösen:

$$\begin{aligned} m^*(\tilde{\chi}) &= M + \overline{\Sigma}_{s12}^{(12)}(\tilde{\chi}) \quad \text{mit } \overline{\Sigma}_{s12}^{(12)} \text{ aus Glg. (2.14) und } \rho_{s12} \text{ aus Glg. (B.3)} \\ \rho_{0i} &= \Delta\rho_{0i}(\tilde{\chi}) \quad \text{mit } \Delta\rho_{0i} \text{ aus Glg. (B.1)} \end{aligned}$$

unter Berücksichtigung der folgenden Bedingungen für  $k_{F_{1,2}}$ :

$$\begin{aligned} \tilde{k}_{F_i} &\geq k_{F_i} \quad (i = 1, 2) \\ \tilde{k}_{F_i} &\geq \frac{1}{\gamma_j} \left( \gamma_j \tilde{k}_{F_j} + |v_{zj} \gamma_j \tilde{E}_{F_j} - v_{zi} \gamma_i \tilde{E}_{F_i}| \right) \end{aligned}$$

4. Bei diesem Algorithmus muß noch darauf geachtet werden, daß der Gesamtstrom der Konfiguration sich i. allg. ändert, denn er hängt von den zu bestimmenden Konfigurationsparametern  $\tilde{\chi}$  ab. Im Falle von asymmetrischen 2-Strom Systemen muß demnach das Schwerpunktsystem in jedem Iterationsschritt gemäß  $\tilde{\mathbf{j}}_{12} \equiv \mathbf{j}_{12}(\tilde{\chi}) = \mathbf{0}$  fixiert werden.
5. Im Falle von asymmetrischen 2-Strom Konfigurationen kommt es im Falle hoher Asymmetrie und kleiner Relativgeschwindigkeit zu unphysikalischen Situationen, daß nämlich ein Fermi-Ellipsoid vom anderen ganz umfaßt wird. Da aber solche Situationen vorwiegend bei geringen Werten der Relativgeschwindigkeit vorkommen, werden sie als normale KM-Rechnungen bei der Gesamtdichte  $\rho_{tot} = \rho_1 + \rho_2$  und Relativgeschwindigkeit  $v_{rel}/c = 0$  behandelt.

## 2.4 Ergebnisse

Wir untersuchen nun zunächst asymmetrische CNM-Konfigurationen (ACNM), d.h. insbesondere den Einfluß der Asymmetrie auf die mittleren Felder. Da sich zeigen wird, daß die Asymmetrie keine wichtige Rolle spielt, wird anschließend das globale Verhalten symmetrischer CNM-Konfigurationen diskutiert.

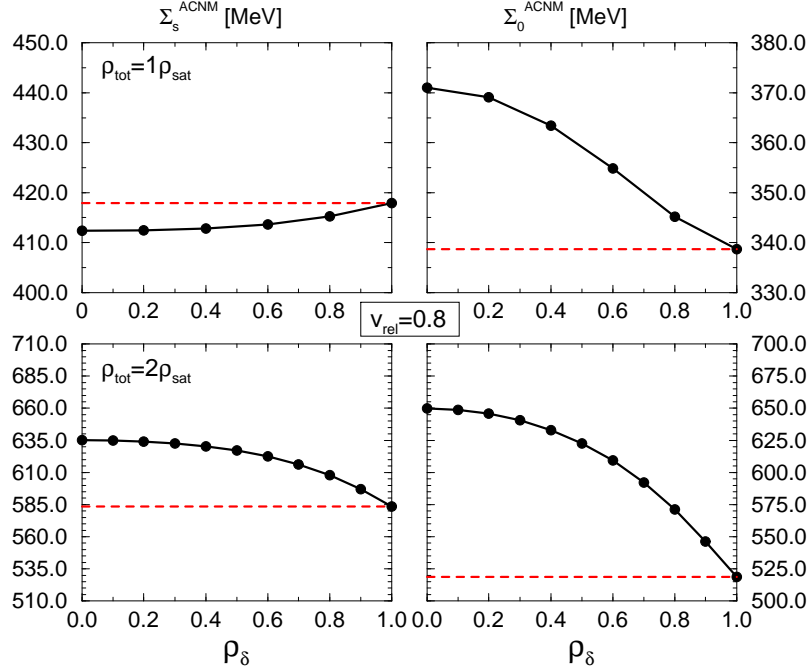


Abbildung 2.3: Konfigurationsgemittelte Selbstenergiekomponenten in asymmetrischen CNM-Konfigurationen als Funktion der Asymmetrie  $\rho_\delta$  für feste Relativgeschwindigkeit  $v_{rel}/c = 0.8$  und feste Gesamtdichten  $\rho_{tot} = 1\rho_{sat}$  bzw.  $\rho_{tot} = 2\rho_{sat}$ . Die Asymmetrie  $\rho_\delta$  ist definiert über die Differenz der invarianten Subsystemdichten der beiden Fermi-Ellipsoide. Zum Vergleich sind noch die Ergebnisse der Gesamtdichte der entsprechenden CNM-Konfigurationen (gestrichelte Geraden) angegeben (DDH-Modell).

### 2.4.1 Asymmetrische CNM-Rechnungen

Wir gehen aus von den mikroskopischen Rechnungen für Grundzustandskernmaterie, so wie sie im vorigen Kapitel ausführlich diskutiert wurden (siehe dazu Abb. 1.4). Die Extrapolation von KM-Daten auf 2-Strom-Nichtgleichgewichts-Impulsraumkonfigurationen stellt im Falle der DB-HM [21] und DB-F Rechnungen [22] sicherlich eine zuverlässige Näherung dar; bei dem DDH Modell [2] aufgrund der starken Dichteabhängigkeit der effektiven Kopplungsfunktionen jedoch weniger. Trotzdem wurde auch das DDH Modell der gleichen Prozedur unterworfen, um eine Vergleichsbasis für die verschiedenen Modelle herzustellen.

Als erstes untersuchen wir die numerische Konsistenz der Grenzfälle von asymmetrischen CNM Rechnungen mit dem DDH Modell [2, 46] als Beispiel. Die Abb. 2.3

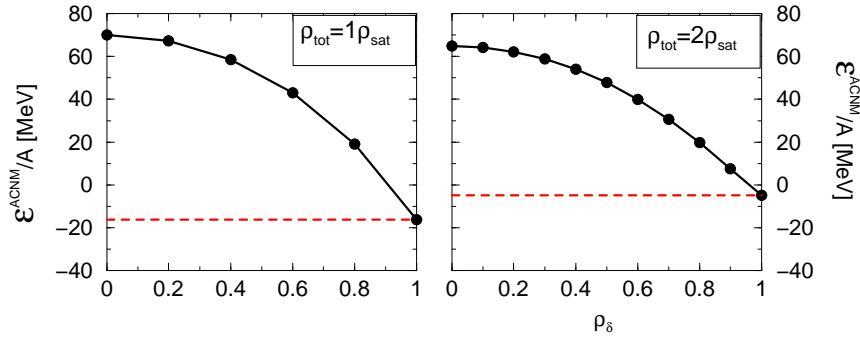


Abbildung 2.4: Wie in Abbildung 2.3 für die Gesamtenergie.

zeigt die gemittelten Selbstenergiekomponenten  $\bar{\Sigma}_{s,012}^{(12)}$  für feste Relativgeschwindigkeit und 2 vorgegebene Dichten  $\rho_{tot}$  der CNM-Konfiguration als Funktion der Asymmetrie  $\rho_\delta := \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_{tot}}$ .  $\rho_\delta = 0$  bedeutet demnach den Spezialfall einer symmetrischen Konfiguration ( $\rho_1 = \rho_2 = \frac{1}{2}\rho_{tot}$ ), bei dem anderen Extremfall maximaler Asymmetrie  $\rho_\delta = \rho_{tot}$  handelt es sich um eine Konfiguration, die sich aus einer ruhenden Fermi-Kugel mit Dichte  $\rho_1 = \rho_{tot}$  und einem Nukleon mit Relativimpuls  $v_{rel}$  besteht. Im Grenzfalle maximaler Asymmetrie streben die ACNM-Selbstenergien den Werten ruhender Kernmaterie bei der vorgegebenen Dichte zu, wie es auch zu fordern ist. Dies gilt auch für andere Größen, wie die Gesamtenergie der ACNM-Konfiguration, Abb. 2.4. Bei symmetrischen Konfigurationen (CNM) setzt sich die Gesamtenergie des 2-Strom-Systems aus der Bindungsenergie und der Energie der Relativbewegung der beiden Fermi-Ellipsoide zusammen. Mit zunehmendem Asymmetrieparameter  $\rho_\delta$  nähert man sich kontinuierlich dem asymptotischen Grenzfalle einer gebundenen Fermikugelkonfiguration (gestrichelte Geraden). Bei Sättigungsdichte beträgt die Bindungsenergie pro Nukleon  $\sim -16.2$  MeV, die konsistent mit den KM-Rechnungen des DDH Modells [2] ist.

Eine Übersicht der asymmetrischen CNM Rechnungen für alle betrachteten Modelle ist in den Abbildungen 2.5, 2.6 und 2.7 wiedergegeben. Sie zeigen die über die ACNM Konfiguration gemittelten effektiven Kopplungsfunktionen als Funktion der Invarianten  $\rho_{1,2}$  und  $v_{rel}$ . Die Relativgeschwindigkeit wächst dabei von  $v_{rel} = 0$  (oberer Teil) auf  $v_{rel} = 0.88$  (unterer Teil der jeweiligen Abbildung). Im Falle des DDH Modells führt die moderate Asymmetrieabhängigkeit der Selbstenergien zu einer geringfügigen  $\rho_\delta$  Abhängigkeit der effektiven Kopplungsfunktionen. Im Falle der DB-HM und DB-F Rechnungen ist keine nennenswerte Asymmetrieabhängigkeit festzustellen, was aus der moderaten Energie- und Dichteabhängigkeit dieser Selbstenergien zu erklären ist.

Den zum Teil vorhandenen Einfluß der Asymmetrie auf die Selbstenergien bzw.

effektiven Kopplungsfunktionen kann man verstehen, wenn man auf die Superpositionsform der effektiven Felder zurückgreift, Glgn. (2.9,2.10). Die nicht-triviale Asymmetrieabhängigkeit des skalaren Feldes  $\Sigma_s^{ACNM}$  ist auf dessen selbstkonsistenter Bestimmung mit der *ACNM*-Konfiguration zurückzuführen. Sie läßt sich folgendermaßen erklären: wenn die Pauli-Korrektur keine Rolle spielt (grosse Werte von  $v_{rel}$  und kleine Gesamtdichte), wird das Gesamtfeld mit zunehmender Asymmetrie von einem Fermi-Ellipsoid mit einem zu Null strebenden Impuls dominiert. Andererseits nimmt das skalare Feld bei einer vorgegeben Dichte mit abnehmendem Impuls zu (siehe Abb. 1.4 für das skalare Feld im DDH Modell), so daß  $\Sigma_s^{ACNM}$  relativ zum symmetrischen Fall zunimmt, wie der obere Teil der Abb. 2.3 für  $\Sigma_s^{ACNM}$  zeigt. Mit zunehmender Gesamtdichte dominiert hingegen der Pauli-Beitrag das Gesamtfeld, der die skalare Selbstenergie wegen der höheren Fermiimpulse vergrößert, auch bei großen Werten der Relativgeschwindigkeit. Dies führt bei dem unteren Teil der Abb. 2.3 wegen der Abschwächung des Pauli-Beitrags mit wachsendem Asymmetrieparameter zu einer Reduktion von  $\Sigma_s^{ACNM}$  relativ zum symmetrischen Fall. Das Vektorfeld dagegen wird von den Lorentz-Effekten der Relativgeschwindigkeiten bestimmt. Daher nimmt die vektorielle Selbstenergie mit wachsendem  $\rho_\delta$  ab.

Zusammenfassend läßt sich eine moderate Abhängigkeit der Selbstenergien bzw. effektiven Kopplungsfunktionen von der Asymmetrie feststellen, die bei den DBHM und DB-F Rechnungen besonders gering ist. Erst bei wesentlichen Werten von dem Asymmetrieparameter  $\rho_\delta$  sind grössere Abweichungen der *ACNM* Felder relativ zum symmetrischen Fall festzustellen. Im zeitlichen Verlauf einer Schwerionenkollision sollten extrem asymmetrische lokale *ACNM*-Konfigurationen eher die Ausnahme bilden. Daher dürfte der Einfluß der Asymmetrie auf die Reaktionsdynamik kaum eingreifen. Wir werden uns daher im folgenden nur auf symmetrisierte kollidierende Kernmaterie (*CNM*) beschränken, welche auch in den nachfolgenden Transportrechnungen Anwendung finden werden. Im Falle der *CNM*-Konfiguration hängen die Felder von der Relativgeschwindigkeit  $v_{rel}$  und von der Dichte der beiden Subsysteme der 2-Strom Konfiguration ab, und es gilt  $\rho \equiv \rho_1 = \rho_2$ . Diese Reduktion der Parameter von 3 auf 2 ermöglicht eine übersichtlichere Darstellung und Diskussion der Nichtgleichgewichtseffekte im Bezug auf die Zustandsgleichung.

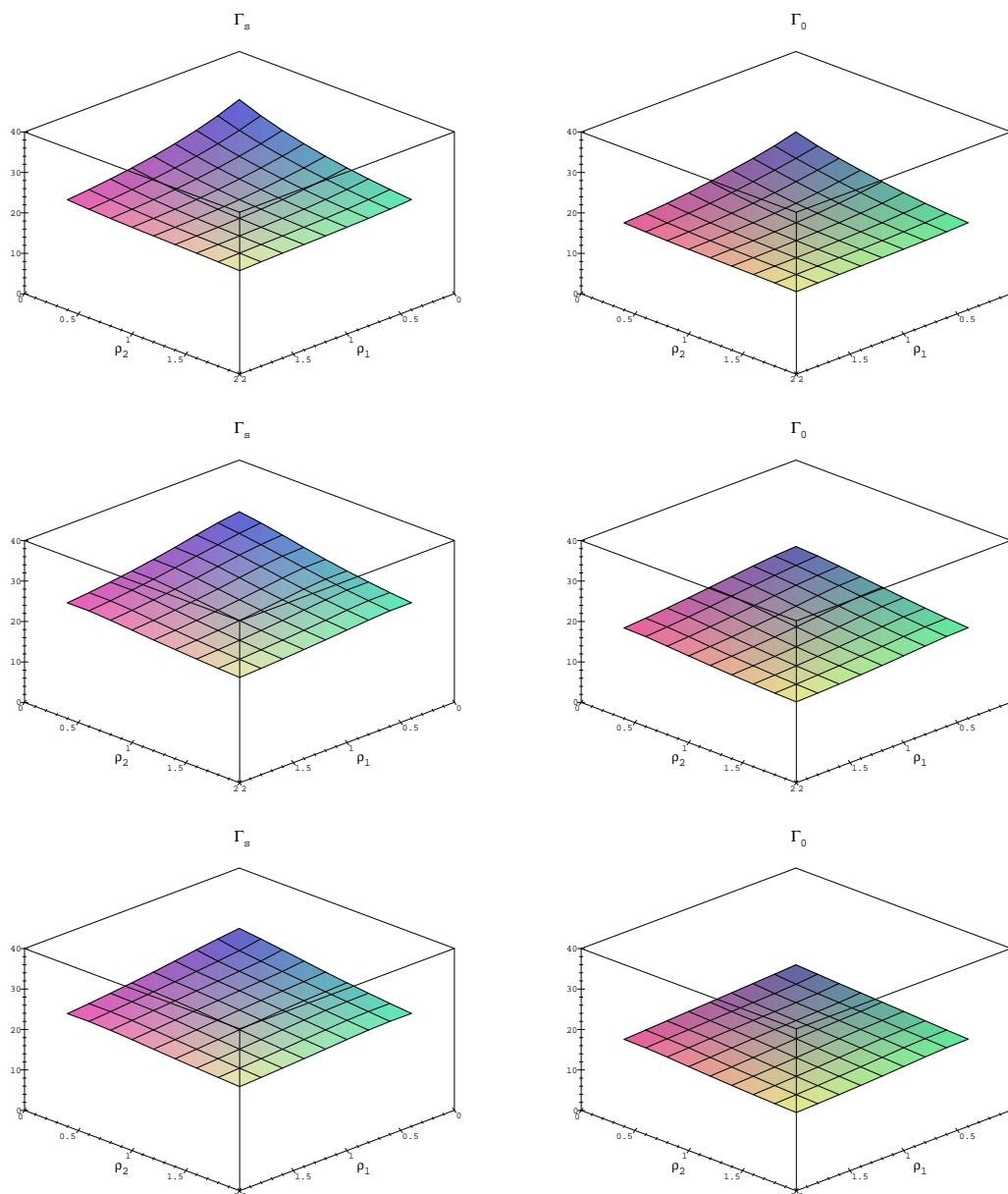


Abbildung 2.5: Effektive Kopplungsfunktionen  $\bar{\Gamma}_{m12}^{(12)}(\chi)$  als Funktion der Subsystemdichten  $\rho_{1,2}$  (in Einheiten der Sättigungsdichte) für verschiedene Relativgeschwindigkeiten  $v_{rel} = 0, 0.68, 0.88$  (in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit  $c$ ) (obere, mittlere und untere Figuren). Die DB-Ergebnisse von Haar/Malfliet (DB-HM) sind dabei verwendet worden.

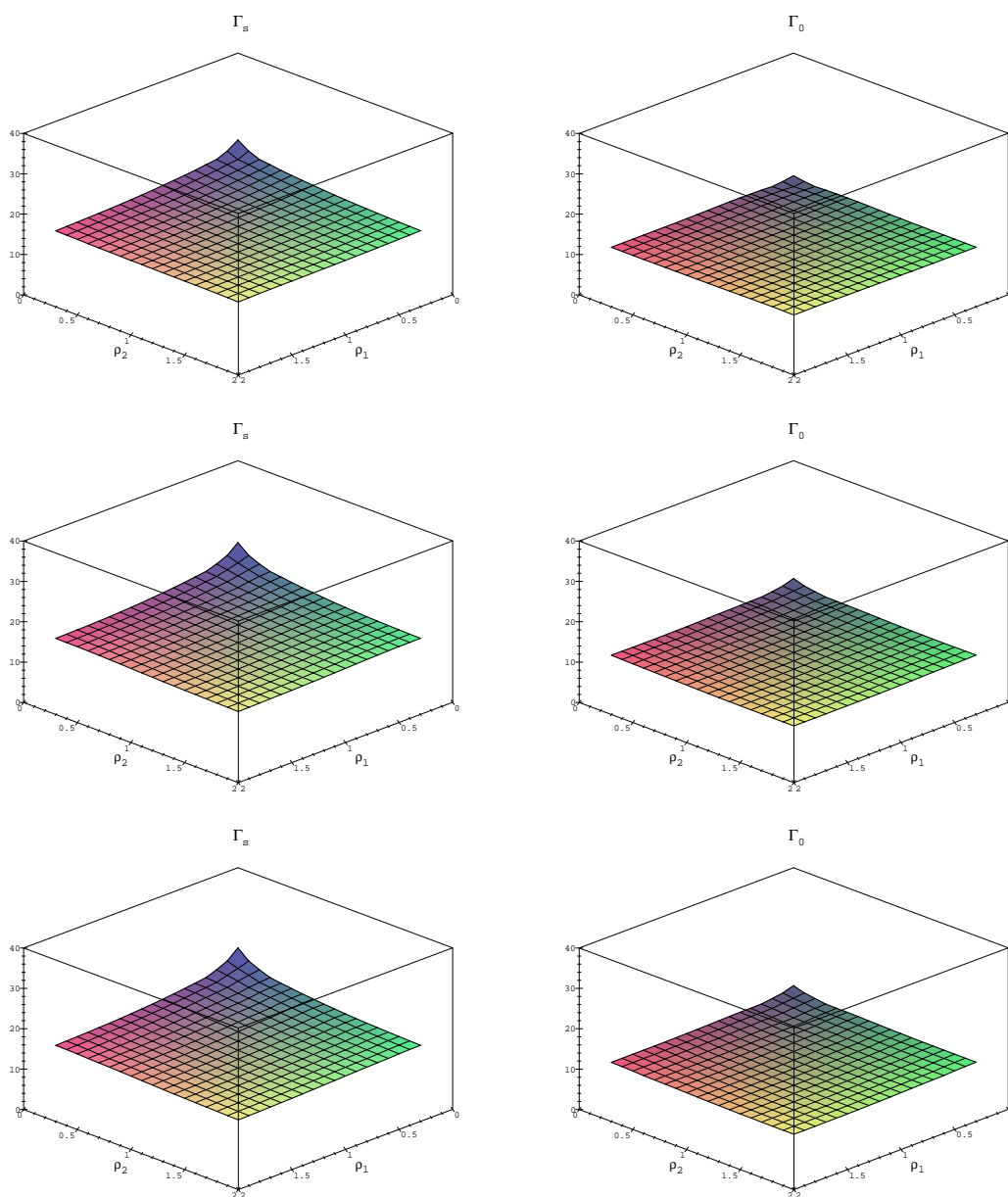


Abbildung 2.6: Wie in Abb. 2.5, jedoch mit der Parametrisierung von Fuchs et al. (DB-F).



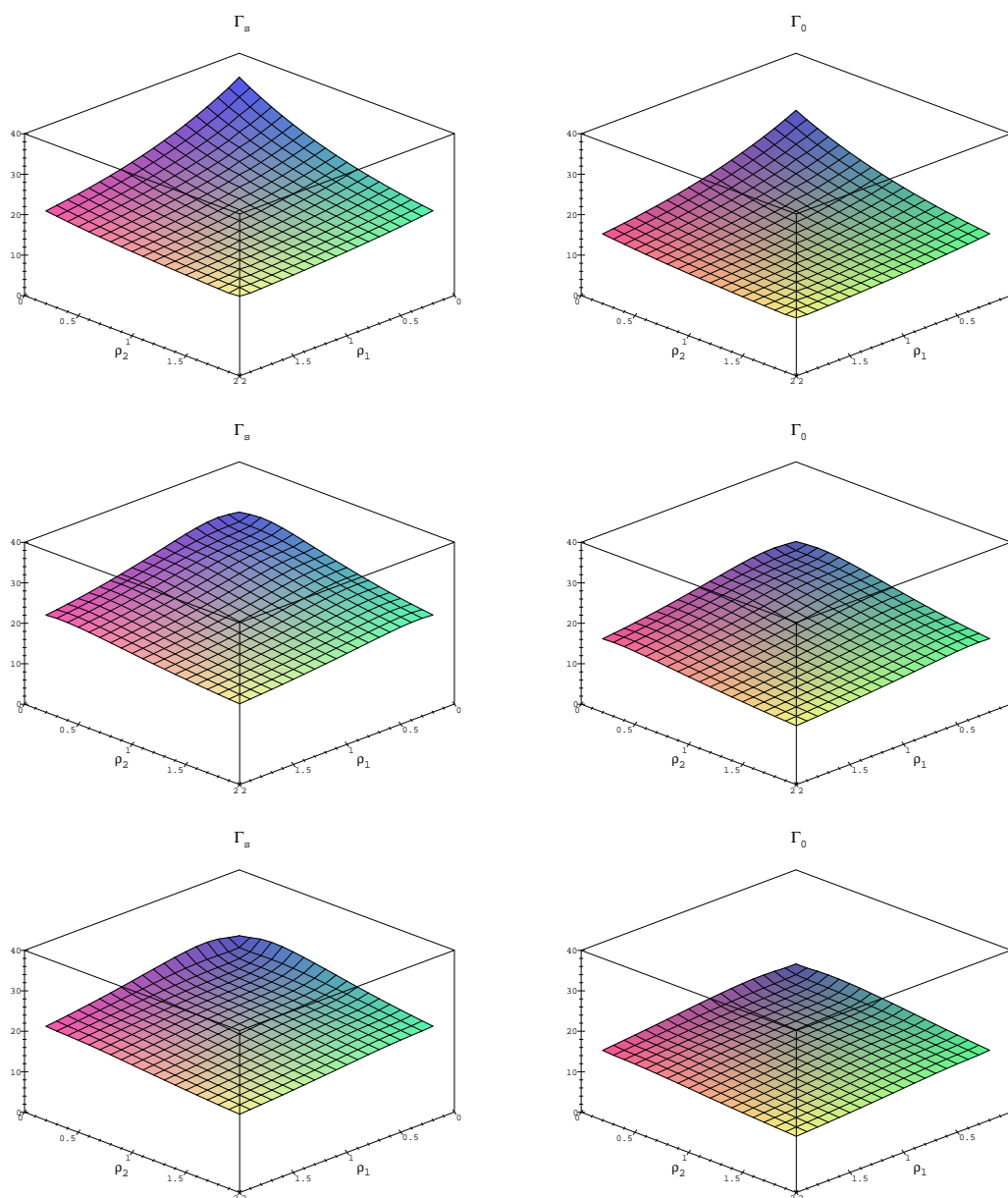


Abbildung 2.7: Wie in Abb. 2.5, jedoch mit der Parametrisierung von S. Typel et al. (DDH).

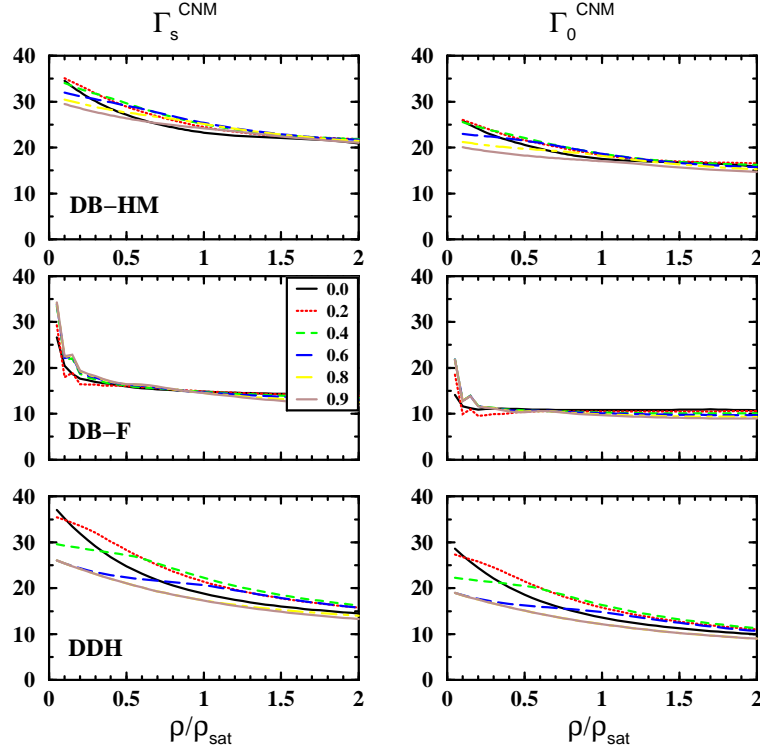


Abbildung 2.8: Dichteabhängigkeit der effektiven Kopplungsfunktionen  $\Gamma_m^{\text{CNM}} \equiv \bar{\Gamma}_{m12}^{(12)}$  ( $m = s, 0$ ) in den verschiedenen KM-Parametrisierungen. Die Zahlen in der Tabelle geben die Geschwindigkeit eines Subsystems in Einheiten von  $c$ .

## 2.4.2 CNM-Rechnungen

Die Diskussion der CNM-Rechnungen beginnt mit der Dichte- und Relativgeschwindigkeitsabhängigkeit der effektiven Kopplungsfunktionen  $\bar{\Gamma}_{s,0}$ , Glg. (2.15). Abb. 2.8 zeigt diese als Funktion der Dichte eines Subsystems (in Einheiten der Sättigungsdichte  $\rho_{\text{sat}}$ ) für die DB-HM (obere Graphen) und DB-F Rechnungen (mittlere Graphen) und schließlich für das DDH Modell (untere Graphen) für verschiedene Strömungsgeschwindigkeiten  $v_i$ . Für verschwindende Strömungsgeschwindigkeit geben diese Kurven die effektiven Kopplungsfunktionen in einer isotropen Konfiguration – 1-Fermi Kugel – bei doppelter Dichte wieder. Dies sind die entsprechenden KM-Kopplungen in dimensionslosen Einheiten ( $\times M^2/(4\pi)$ ). Die effektiven Kopplungsfunktionen in der anisotropen 2-Strom Konfiguration (endliches  $v_i$ ) bilden einen Band um diese Kurve herum. Mit zunehmender Relativgeschwindigkeit wachsen die Felder zunächst, bevor sie für größer werdendes  $v_i$  wieder abfallen. Aufgrund der unterschiedlichen Energie- und Dichteabhängigkeit der verschiedenen Modelle ist diese Konfigurationsabhängigkeit unterschiedlich, wie es

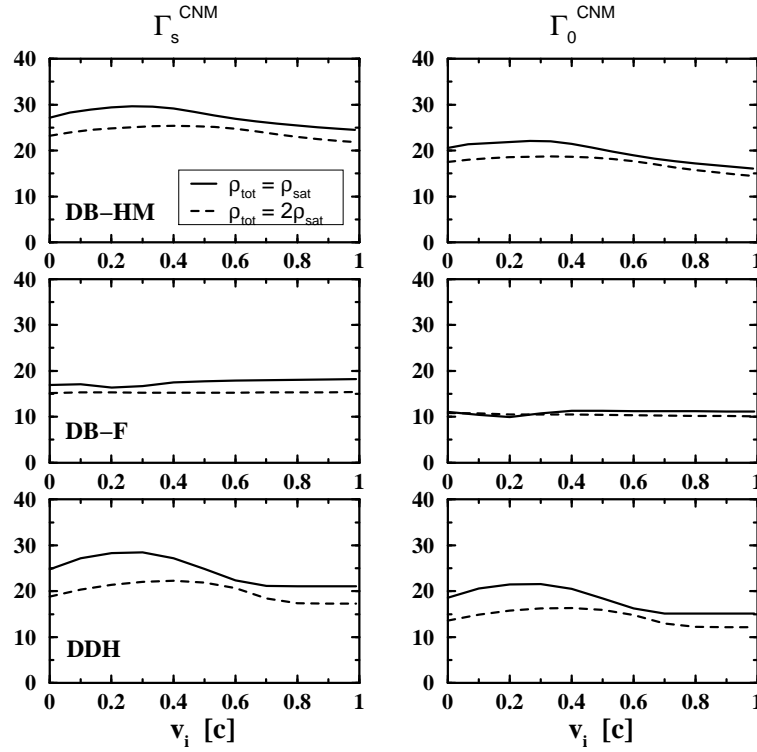


Abbildung 2.9: *Impulsabhängigkeit der effektiven Kopplungsfunktionen  $\Gamma_m^{CNM} \equiv \bar{\Gamma}_{m12}^{(12)}$  ( $m = s, 0$ ) in den verschiedenen Modellen bei einfacher und doppelter Gesamtdichte als Funktion der Subsystemgeschwindigkeit.*

in dieser Abbildung deutlich zu sehen ist. Diese Konfigurationsabhängigkeit läßt sich deutlicher in der direkten  $v_{rel}$ -Abhängigkeit der Felder darstellen. Dies ist in Abb. 2.9 zu sehen, wo die Konfigurationsabhängigkeit der skalaren und vektoriellen Kopplungsfunktionen für feste Gesamtdichten  $\rho_{tot} = \rho_{sat}$  und  $\rho_{tot} = 2 \cdot \rho_{sat}$  dargestellt ist. Die Konfigurationsabhängigkeit der effektiven Kopplungsfunktionen läßt sich in Falle der DB-Rechnungen als moderat bezeichnen, während sie im DDH Modell ausgeprägter in Erscheinung tritt.

Um diese modellabhängige Konfigurationsabhängigkeit verstehen zu können, müssen die wesentlichen Nichtgleichgewichtseffekte diskutiert werden, die die CNM-Rechnungen gegenüber den Gleichgewichts-KM-Rechnungen auszeichnen.

- Es ist zum einem die *Impulsabhängigkeit* der Felder der Subsysteme, die aufgrund der *Austausch-* und *kurzreichweitige Korrelationseffekte* entstehen. Für die 2-Strom Konfiguration sollten diese Effekte dann zu einer deutlichen zusätzlichen Relativgeschwindigkeitsabhängigkeit der mittleren Felder führen. Insbesondere das unterschiedliche *asymptotische Verhalten* der zu-

grundlegenden effektiven Wechselwirkung bzgl. des Impulses sollte hier hervorgehoben werden (Abb. 1.4).

- Der zweite Effekt ist der *Pauli-Effekt*, der bei kleinen Relativgeschwindigkeiten die Nukleonen der 2-Strom Konfiguration umordnet. Es handelt sich im Wesentlichen um eine *Dichte-Restauration*, die auf die Dichteabhängigkeit der effektiven Selbstenergien zurückgreift.

Das Zusammenwirken dieser zwei Effekte bewirkt in Abb. 2.8 bzw. in Abb. 2.9 das komplizierte Verhalten um die Kurven bei  $v_{rel}/c = 0$ . Die Erhöhung der Felder bei kleinen Relativgeschwindigkeiten  $v_{rel}$  wird durch den Pauli-Effekt bedingt, bei dem durch eine Erhöhung der Fermi-Impulse der Teilsysteme die ursprüngliche Dichte wieder hergestellt wird. In diesem  $v_{rel}$ -Bereich ist somit die Dichteabhängigkeit der Felder dominant. In Abb. 1.4 haben wir gesehen, daß die Felder bei festem Impuls mit zunehmender Dichte absolut kleiner werden. Daher bewirkt die Pauli-Korrektur im allgemeinen eine Reduktion der Felder. Mit zunehmender Relativgeschwindigkeit werden jedoch die Pauli-Beiträge unwesentlich, so daß sich die effektiven Kopplungen verstärken. Dies ist bei den CNM-Feldern mit den DB-HM und DDH-Rechnungen der Fall, und bei den CNM-Feldern mit den DB-F Rechnungen aufgrund deren moderaten Dichteabhängigkeit weniger.

Bei sehr großen Werten der Relativgeschwindigkeit ist hingegen der Einfluß des Pauli-Effekts nicht mehr wichtig, und statt dessen gewinnt jetzt die Impulsabhängigkeit der effektiven Kopplungsfunktionen an Bedeutung. In diesem Bereich des anisotropen Phasenraums dominiert also die asymptotische Impulsabhängigkeit der effektiven Felder (siehe wiederum Abb. 1.4): Bei den CNM-Rechnungen mit den DB-HM Selbstenergien sieht man eine asymptotische  $1/p$ -Abhängigkeit, die im Falle der DDH Selbstenergien etwas schwächer ist. Die CNM-Rechnungen mit den DB-F Selbstenergien zeigen wiederum keine nennenswerte Konfigurationsabhängigkeit wegen ihrer moderaten Impulsabhängigkeit.

Die Konfigurationsabhängigkeit des mittleren Feldes läßt sich auch in der Konfigurationsabhängigkeit der effektiven Massen beobachten. Dies zeigt Abb. 2.10. Hier ist die  $v_{rel}$ -Abhängigkeit der effektiven Masse (bei fester Gesamtdichte  $\rho_{tot} = \rho_{sat}$ ) in der CNM-Konfiguration dargestellt. Bei verschwindender Relativgeschwindigkeit ergeben sich gerade die KM-Werte für  $m^*$  am jeweiligen Sättigungspunkt (siehe zum Vergleich auch Tabelle 1.2). Die Nichtgleichgewichtseffekte der CNM-Rechnungen verändern jedoch die effektive Masse beträchtlich. Die Konfigurationsabhängigkeit der effektiven Masse hängt zwar mit dem skalaren Feld  $\bar{\Sigma}_s$  über  $m^*(\chi) = M - \bar{\Sigma}_{s12}(\chi)$  zusammen, aber sie wird zusätzlich durch die selbstkonsistente Konstruktion beeinflusst.

Wir erwarten daher eine Modifikation der Zustandsgleichung für Schwerionenkollisionen in Nichtgleichgewichtskonfigurationen. Dies ist in Abb. 2.11 zu sehen, wo die Bindungsenergie/Teilchen als Funktion der Dichte für verschiedene Relativge-

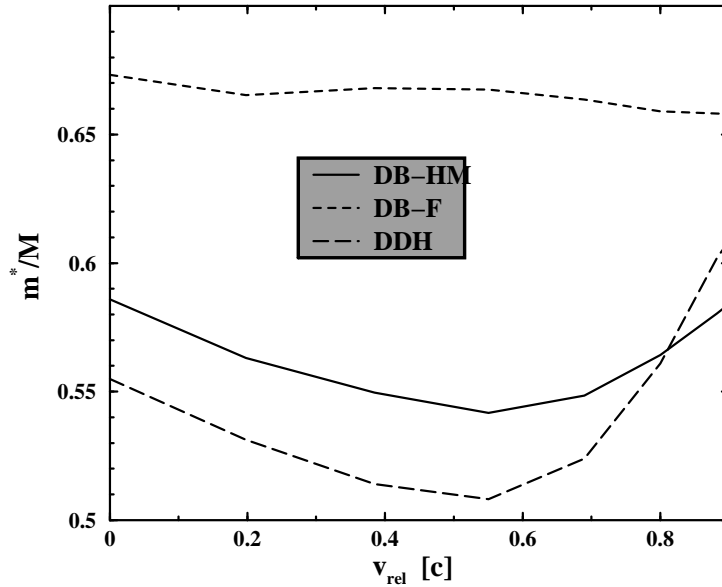


Abbildung 2.10: Konfigurationsabhängigkeit der effektiven Masse  $m^*$  bei Sättigungsdichte  $\rho_{tot} = \rho_{sat}$  in den verschiedenen KM-Parametrisierungen.

schwindigkeiten dargestellt ist. Für verschwindende Relativgeschwindigkeit ergeben sich die Zustandsgleichungen für eine equilibrierte Fermi-Kugel bei Temperatur  $T = 0$ . Diese entsprechen den Zustandsgleichungen in Abb. 1.1 bei doppelter KM-Dichte. Mit zunehmender Anisotropie des Phasenraumes verändert sich jedoch das Bild der Abb. 1.1. Aufgrund der mit zunehmendem  $v_{rel}$  wachsenden Energie der Relativbewegung erhöht sich insgesamt die Energie pro Nukleon mit wachsender Relativgeschwindigkeit.

Um den Einfluß der nicht-trivialen Nichtgleichgewichtseffekte auf die für die Schwerionenkollisionen wichtige Kompressionsenergie zu studieren, ist es sinnvoll, die Energie der Relativbewegung von der Gesamtenergie abzuziehen. Man muß allerdings bei einer solchen Prozedur bedenken, daß eine eindeutige Separation zwischen kinetischer und potentieller Energie im Rahmen einer kovarianten Vielteilchentheorie für wechselwirkende Systeme nicht möglich ist. Der Grund wird ersichtlich beim Betrachten der Gleichung für den Energie-Impuls Tensor (1.21). Da die effektive Masse selbst im sogenannten kinetischen Anteil des Energie-Impuls Tensors enthalten ist, ist eine Separation der kinetischen Energie von der Gesamtenergie nicht möglich. Trotzdem werden wir hier in dieser Weise vorgehen, um den Einfluß der Nichtgleichgewichtseffekte auf die Zustandsgleichung qualitativ verstehen zu können. Damit erhalten wir für die reduzierte Bindungsenergie der

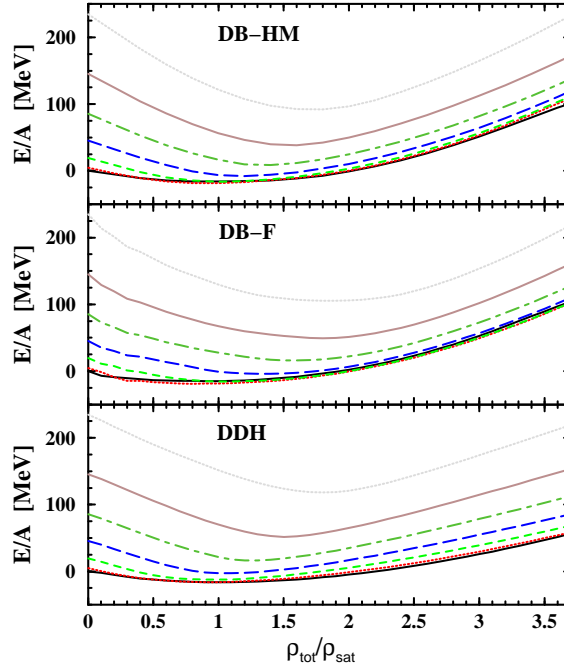


Abbildung 2.11: Zustandsgleichung für 2–Strom Systeme für verschiedene Relativgeschwindigkeiten  $v_{rel}$ . Letztere wächst jeweils von unten nach oben von 0.0 auf 0.6 in Schritten von 0.1 (Einheiten von  $c$ ).

CNM–Konfiguration

$$\epsilon_{CNM} \equiv T_{CNM}^{00} \approx \langle T^{00} \rangle_{CNM} - \epsilon_{kin}^* \quad , \quad (2.16)$$

wobei die kinetische Energie der Relativbewegung gegeben ist durch

$$\epsilon_{kin}^* = \langle T_{kin}(v_{rel}) - m^*(v_{rel}) \rangle_{CNM} - \langle T_{kin}(v_{rel} = 0) - m^*(v_{rel} = 0) \rangle_{CNM} \quad . \quad (2.17)$$

Die kinetische Energie der Relativbewegung ist also definiert als diejenige Energie, die dazu benötigt wird, die beiden Fermi–Ellipsoide um die Relativgeschwindigkeit  $v_{rel}$  gegeneinander zu verschieben [26]. Die auf dieser Weise definierte Bindungsenergie der CNM–Konfiguration ist in Abb. 2.12 für verschiedene Relativgeschwindigkeiten ( $v_{rel} = 0, 0.2, 0.4, 0.6$ ) und verschiedene Modelle dargestellt. Es ist nun ersichtlich, daß die Konfigurationsabhängigkeit der mittleren Felder *die Steifigkeit der Zustandsgleichung relativ zum KM–Fall verändert*. Das 2–Strom System wird zum Teil stärker gebunden relativ zum KM–Fall. Dies weist auf eine Abschwächung des repulsiven Vektorfeldes hin, d.h. die Zustandsgleichung der CNM–Konfiguration wird *weicher* verglichen mit der Gleichgewichtszustandsgleichung.

Die Erhöhung der Bindungsenergie nahe dem Sättigungspunkt bei endlicher Relativgeschwindigkeit läßt folgendermaßen erklären. Im Spezialfall zweier Materie-

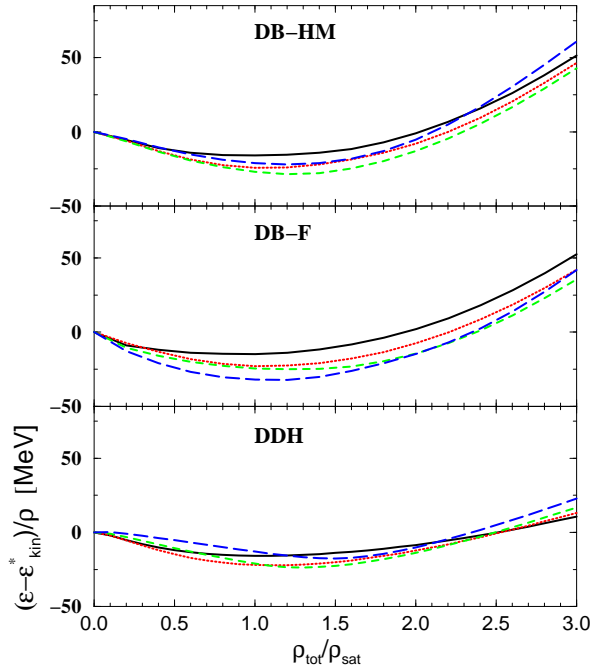


Abbildung 2.12: Zustandsgleichung für 2-Ström-Systeme wie in Abb. 2.11, aber für die Bindungsenergie der CNM-Konfiguration, d.h. abzüglich der Relativenergie (Bezeichnungen wie in Abb. 2.11).

ströme ohne den Einfluß des Pauli-Beitrags setzt sich die Bindungsenergie des Systems bei der Gesamtdichte  $\rho_{tot}$  aus den jeweiligen Bindungsenergien der beiden Subsysteme halber Dichte zusammen, was zu einer Erhöhung der Gesamtbindungsenergie führt relativ zu dem KM-Fall einer Fermi-Kugel Konfiguration. Diese Erhöhung der Bindungsenergie ist zwar in der Abb. 2.12 ersichtlich, allerdings werden hier die Resultate zusätzlich vom Pauli-Beitrag in einer nicht-trivialen Weise beeinflusst.

Zusammenfassend läßt sich folgendes wichtiges Resultat feststellen: Obwohl alle hier betrachteten Modelle vergleichbare Grundzustandseigenschaften aufweisen, sind in Nichtgleichgewichtskonfigurationen deutliche Unterschiede zu beobachten. Der Vergleich von Abb. 2.12 mit den entsprechenden Größen für KM im Grundzustand, Abb. 1.5, zeigt, wie wichtig die Berücksichtigung von Nichtgleichgewichtseffekten im mittleren Feld sind. Daher erscheint bei einer theoretischen Beschreibung von Schwerionenkollisionen die Einbeziehung solcher Nichtgleichgewichtseffekte von großer Bedeutung, wenn zuverlässige Aussagen über die Zustandsgleichung aus Untersuchungen an Schwerionenkollisionen extrahiert werden sollen.

## Kapitel 3

# Kovariante kinetische Transporttheorie

Den Ausgangspunkt zur Beschreibung von Schwerionenreaktionen bildet die von Ludwig Boltzmann im Jahre 1872 aufgestellte Transportgleichung für klassische Vielteilchensysteme, die sogenannte *Boltzmann-Gleichung* [51]

$$\left(\partial_t + \frac{\mathbf{k}}{m} \partial_{\mathbf{r}}\right) f(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = \frac{1}{2} \int d^3 k_2 d^3 k_3 d^3 k_4 W(\mathbf{k} \mathbf{k}_2 | \mathbf{k}_3 \mathbf{k}_4) \times [f(\mathbf{k}_3, \mathbf{r}, t) f(\mathbf{k}_4, \mathbf{r}, t) - f(\mathbf{k}, \mathbf{r}, t) f(\mathbf{k}_2, \mathbf{r}, t)] \quad . \quad (3.1)$$

Diese Gleichung beschreibt die zeitliche Entwicklung der 1-Teilchen Phasenraum-dichte  $f(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t)$  eines klassischen Gases. Die linke Seite der Glg. (3.1) beschreibt die Entwicklung der Phasenraumverteilung  $f(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t)$  ohne Wechselwirkung und ohne den Einfluß von Stoßprozessen. Sie wird daher als *Driftterm* bezeichnet. Die rechte Seite in (3.1) beschreibt 2-Teilchen Stöße und wird als *Stoßterm* bezeichnet. Letzterer wird durch die Übergangswahrscheinlichkeit  $W$  für einen Stoßprozess  $\mathbf{k} + \mathbf{k}_2 \longrightarrow \mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4$  bestimmt. In den letzten Jahrzehnten wurde eine Reihe von Modellen zur Beschreibung von Schwerionenreaktionen entwickelt, die auf der ursprünglichen Boltzmann-Gleichung basieren. Die Berücksichtigung der Wechselwirkung über ein mittleres Potential in der Boltzmann-Gleichung (3.1) wurde von Vlasov für Systeme mit langreichweitiger Wechselwirkung vorgeschlagen. Desweiteren wurde von Uehling und Uhlenbeck [52] die Boltzmann-Gleichung auf quantenmechanische Systeme übertragen, indem das Pauli-Prinzip im Stoßterm berücksichtigt wurde. Die auf dieser Weise abgeleitete Transportgleichung wird als *Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck-Gleichung* (abgekürzt *BUU-Gleichung*) bezeichnet. Es gibt ferner in der Literatur andere Bezeichnungen für dieselbe Transport-Gleichung (Vlasov-Uehling-Uhlenbeck, Boltzmann-Nordheim-Vlasov oder Landau-Vlasov Gleichung (VUU, BNV, LV); ein historischer Überblick findet sich in [6]). Diese Gleichungen sind kollektiv auch als "kinetische" Gleichungen bekannt, da sie 1-Teilchen-Bewegung beschreiben.



Für die theoretische Beschreibung von niederenergetischen Schwerionenreaktionen bis hin zu ca.  $400 \text{ AMeV}$  sind die nichtrelativistischen kinetischen Gleichungen vom Boltzmann Typ zuverlässig. Mit zunehmender Einschußenergie ist jedoch eine relativistische Formulierung der kinetischen Gleichungen aus mehreren bereits in Kapitel 1 genannten Gründen unentbehrlich. Da ein kovarianter Formalismus selbst bei der Beschreibung von stationären Systemen, wie etwa endliche Kerne [18], dem nichtrelativistischen überlegen ist, gilt dies konsequenterweise besonders im Fall von hochenergetischen Schwerionenkollisionen. Daher wurden in der Vergangenheit Versuche unternommen, die Transportgleichung auf kovarianter Basis zu erweitern (Der erste Versuch einer relativistischen Erweiterung geht auf das Jahr 1940 zurück [53]). Dies führte auf relativistische Transportgleichungen, die heutzutage unter der Bezeichnung *RBUU-Gleichung* bekannt sind. Elze et al. [54] waren die ersten, die basierend auf der Grundlage der Hartree-Näherung der QHD eine relativistische Vlasov-Gleichung im Jahre 1987 abgeleitet haben. Deren Gleichung enthält jedoch keinen Stoßterm. Um diesen zu erhalten, müssen Terme zweiter Ordnung in der NN-Wechselwirkung eingeführt werden, was in einfachster Form im Rahmen der Born'schen Näherung möglich ist. Eine ausführliche Herleitung in Zusammenhang mit der Born'schen Näherung findet sich in [55].

Neben der BUU/RBUU-Gleichungen gibt es andere semiklassische Modelle, und zwar die sogenannte *Quanten-Molekular-Dynamik* (QMD) [56, 57] bzw. deren kovarianter Erweiterung (RQMD) [58]. Sie basieren auf der klassischen Molekulardynamik (MD) von Vielteilchensystemen mit 2-Teilchen-Wechselwirkung. In der (kovarianten) Quanten-Molekular-Dynamik ((R)QMD) wird jedes Teilchen als sowohl im Orts- wie auch im Impulsraum ausgedehntes Teilchen betrachtet, wobei als Verteilungsfunktionen Gaußfunktionen im Orts- und Impulsraum verwendet werden. Ein wichtiger Unterschied gegenüber der relativistischen Transporttheorie ist jedoch, daß letztere auf einem Formalismus zur Beschreibung des relativistischen, quantenmechanischen Vielteilchenproblems [6] basiert, während die Quantenmolekulardynamik als ein, wenn auch gut motiviertes, *ad hoc*-Modell aufzufassen ist. Auf weitere Details bezüglich des QMD/RQMD-Modells wollen wir hier nicht eingehen, zumal beide Konzepte ((R)BUU und (R)QMD) bezüglich der 1-Teilchen-Observablen ähnliche Ergebnisse liefern. Erwähnenswert ist ferner die Fermionische Molekular-Dynamik (FMD) [59] und die antisymmetrisierte Molekular-Dynamik (AMD) [60], die unter Berücksichtigung der Antisymmetrisierung der Vielteilchenwellenfunktion, Korrelationseffekte auf der Basis des Pauli-Prinzips dynamisch beschreiben.

In dieser Arbeit wird eine Herleitung der kovarianten Transportgleichung referiert, die von B. ter Haar und R. Malfliet [6] ausführlich dargestellt worden ist. Diese Herleitung erlaubt uns, einen Zusammenhang mit den Darlegungen der früheren Kapiteln herzustellen. Sie basiert auf der Behandlung des quantenmechanischen Vielteilchenproblems im Rahmen der mikroskopischen Dirac-Brueckner Theorie. In der kinetischen Gleichungen werden dann das mittlere Feld und der Streuquer-

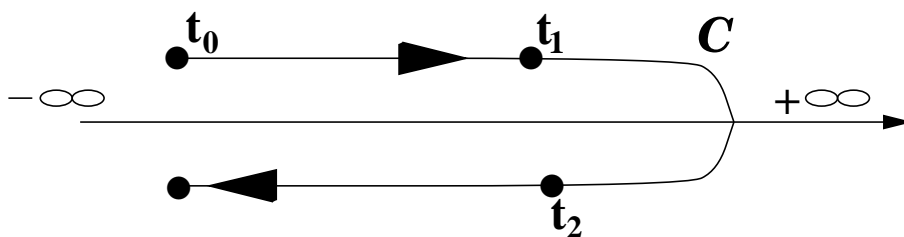
schnitt im Medium durch die T-Matrix bestimmt. Um in Schwerionenkollisionen auftretende Nichtgleichgewichtssituationen Rechnung zu tragen, wird dabei der Greenfunktion-Formalismus auf Nichtgleichgewichtszustände erweitert. Dies führt auf Gleichungen, die zwar eine ähnliche Struktur wie das Gleichungssystem (1.23–1.25) für Grundzustandskernmaterie zeigen, die jedoch nicht zeitumkehrinvariant sind.

Im Rahmen einer konsistenten Beschreibung von Schwerionenreaktionen müssten die kinetischen Gleichungen selbstkonsistent mit den Gleichungen der Dirac-Brueckner Theorie im Nichtgleichgewicht behandelt werden. Allerdings ist ein solches Vorgehen aus rein numerischen Gründen nicht realisierbar. Eine alternative Vorgehensweise besteht darin, daß man das Problem *quasi-stationär* behandelt. Dies bedeutet, daß in jedem Zeitschritt der Transportrechnung der Phasenraum „eingefroren“ wird, um für die aktuelle Phasenraumkonfiguration die Dirac-Brueckner Gleichungen anzuwenden. Für beliebige Nichtgleichgewichtskonfigurationen ist dies jedoch immer noch unlösbar. Eine weitere Vereinfachung führt auf die *lokalen Konfigurationsnäherung* (LCA, *Local (phase space) Configuration Approximation*). In dieser Näherung wird der lokale Phasenraum durch zwei Fermi-Kugeln bzw. kovariante Fermi-Ellipsoide approximiert. Aber selbst für dieses idealisierte System wurde eine Lösung der Dirac-Brueckner Theorie bisher nicht realisiert, obwohl sie möglich wäre. Einen Ausweg bietet der im Kapitel 2 vorgestellte Formalismus der kollidierenden Kernmaterie, in dem die effektive Selbstenergie für Nichtgleichgewichtskonfigurationen im Sinne der LCA-Näherung bestimmt wird. Man ist damit in der Lage - trotz der genannten Schwierigkeiten - sowohl Medium- als auch Nichtgleichgewichtseffekte in Transportrechnungen konsistent miteinzuschließen. Diese Vorgehensweise geht über die lokale Dichtenäherung der QHD [24] hinaus. Im Rahmen dieses Formalismus finden *mikroskopische*, d.h. parameterfreie, effektive Wechselwirkungen in Schwerionenkollisionen Anwendung. Somit ist man in der Lage, die Anwendbarkeit effektiver Wechselwirkungen, die erfolgreich bei der Beschreibung von Kernmaterie [20, 21, 22], endlichen Kernen [18] und Nukleon-Kern Streuung [46] verwendet wurden, auf Schwerionenkollisionen zu überprüfen.

Dieses Kapitel wird schließlich mit Bemerkungen zur numerischen Behandlung der relativistischen Transportgleichung abgeschlossen.

### 3.1 Kinetische Gleichungen im Nichtgleichgewicht

Die feldtheoretische Beschreibung eines stark wechselwirkenden Vielteilchensystems aus Fermionen basiert auf dem Formalismus der Green'schen Funktionen in der Martin-Schwinger Hierarchie. Die 1-Teilchen-Greenfunktion ist dabei definiert in Glg. (1.1). Die Bestimmung physikalischer Größen, wie z.B. von Energie, Dichten ( $G^<$ ), usw, erfordert jedoch die Kenntnis auch des Dichteoperators. Befindet sich

Abbildung 3.1: Zeitkontur  $C$ .

das System im Gleichgewicht, d.h. sind die Erwartungswerte physikalischer Größen zeitlich konstant, so reicht die Kenntnis des Vielteilchengrundzustands zu einem Zeitpunkt  $t_0$ , um den weiteren zeitlichen Ablauf des Systems zu bestimmen. Im Nichtgleichgewichtsfall ist jedoch die Situation komplizierter, da sich der Vielteilchenzustand auch in Heisenberg-Darstellung zeitlich ändert. Dies liegt darin, daß der statistische Operator zeitabhängig ist.<sup>1</sup> Je nach Zeitrichtung entwickelt sich das Vielteilchensystem unterschiedlich, und man muß zwischen zwei Zeitrichtungen unterscheiden. Die Erweiterung des Greenfunktionsformalismus auf Nichtgleichgewichtssysteme ist in der Literatur als *Schwinger-Keldysh* Formalismus bekannt [61]. Der Verletzung der Zeitumkehrinvarianz wird im Rahmen dieses Formalismus dadurch Rechnung getragen, daß jetzt Greenfunktionen eingeführt werden, die sich in der Reihenfolge ihrer Zeitargumente unterscheiden. Diese sind die Korrelationsfunktionen  $G^{>,<}$  oder die chronologischen und anti-chronologischen Greenfunktionen  $G^{c,a}$ .

Zur vollständigen Lösung des Problems braucht man folglich entweder kinetische Gleichungen für das Tupel  $G^{>,<}$  oder für das Tupel  $G^{c,a}$ . Im Rahmen des Schwinger-Keldysh Formalismus lassen sich die verschiedenen Greenfunktionen zu einer einzigen zusammenfassen, indem eine verallgemeinerte Zeit-Kontur  $C$  eingeführt wird.  $C$  besteht aus zwei Ästen, die von  $-\infty$  nach  $+\infty$  und wieder zurücklaufen (siehe Abb. 3.1). Die allgemeine Greenfunktion lautet dann

$$G(1, 1') = (-i) \langle T_{sk}(\Psi(1)\bar{\Psi}(1')) \rangle . \quad (3.2)$$

Der verallgemeinerte Zeitordnungsoperator  $T_{sk}$  und die Zeitargumente beziehen sich auf diese Zeitkontur, und je nach Zeitordnung ergeben sich 4 Greenfunktionen,

$$G^c(1, 1') = (-i) \langle T^c[\Psi(1)\bar{\Psi}(1')] \rangle$$

<sup>1</sup>Man denke z.B. an die Liouville-Gleichung unter Berücksichtigung von 2-Teilchen-Stößen. Letztere bewirken eine Zustandsänderung, z.B. in den Besetzungszahlen, Energieniveaus, usw. Dies führt schließlich dazu, daß im Dichteoperator die Besetzungswahrscheinlichkeiten sich zeitlich ändern.

$$\begin{aligned}
G^a(1, 1') &= (-i) \langle T^a[\Psi(1)\bar{\Psi}(1')] \rangle \\
G^>(1, 1') &= (-i) \langle \Psi(1)\bar{\Psi}(1') \rangle \\
G^<(1, 1') &= (+i) \langle \bar{\Psi}(1')\Psi(1) \rangle \quad .
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Die Zeitargumente von  $G^{\hat{a}}$  sitzen beide auf dem oberen (unteren) Ast der Zeitkontur C.  $T^c$  ist der übliche kausale Zeitordnungsoperator, und bei der antikausale Greenfunktion sind die Zeitargumente entsprechend antikausal ( $T^a$ ) angeordnet. Bei  $G^{<>}$  handelt es sich um Korrelationsfunktionen, wobei das erste Zeitargument auf dem oberen (unteren) Ast und das zweite auf dem unteren (oberen) Ast der Zeitkontur sitzt.

Da sowohl das Tupel  $G^{<>}$  als auch  $G^{c,a}$  physikalische Bedeutung besitzen (siehe unten), werden sie zu einer  $(2 \times 2)$ -Matrix  $\underline{G}$  zusammengefaßt.<sup>2</sup>

$$\underline{G}(1, 1') = \begin{pmatrix} G_{++}(1, 1') & G_{+-}(1, 1') \\ G_{-+}(1, 1') & G_{--}(1, 1') \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G^c(1, 1') & G^<(1, 1') \\ G^>(1, 1') & G^a(1, 1') \end{pmatrix} \quad . \tag{3.4}$$

Die Selbstenergie besitzt aufgrund ihrer Definition (1.24) auch eine ähnliche Struktur.  $\underline{G}$  erfüllt dann eine Matrix-Dyson-Gleichung:

$$\underline{G}(1, 1') = \underline{G}^o(1, 1') + \int_c d2d3 \underline{G}^o(1, 2) \underline{\Sigma}(2, 3) \underline{G}(3, 1') \quad . \tag{3.5}$$

Die Zeitintegration bezieht sich dabei auf die Zeitkontur C. Um diese Gleichung weiter auswerten zu können, benötigen wir noch die Definitionen für die  $\delta$ -Funktion auf C sowie die Vorgehensweise für die Integration entlang der Kontur C. Es gelten folgende Relationen:

$$\underline{\delta}(1 - 2) = \begin{cases} \delta(1 - 2) & \text{wenn } t_{1,2} \text{ auf dem oberen Ast } (++) \\ -\delta(1 - 2) & \text{wenn } t_{1,2} \text{ auf dem unteren Ast } (--) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{3.6}$$

$$\int_c d1 = \int_{-\infty}^{+\infty} d1(\text{oberer Ast}) - \int_{-\infty}^{+\infty} d1(\text{unterer Ast}) \quad . \tag{3.7}$$

Mit der Beziehung für den freien Dirac-Propagator  $\underline{G}^o = D^{-1}(1)\underline{\delta}(1 - 2)$  ( $D(1) \equiv (i\gamma_\mu \partial_1^\mu - M)$ ) ergibt sich weiterhin Glg. (3.5) zu

$$D(1)\underline{G}(1, 1') = \underline{\delta}(1 - 1') + \int_c d2 \underline{\Sigma}(1, 2) \underline{G}(2, 1') \quad , \tag{3.8}$$

oder explizit

$$\begin{aligned}
D(1) \begin{pmatrix} G^c(1, 1') & G^<(1, 1') \\ G^>(1, 1') & G^a(1, 1') \end{pmatrix} &= \delta(1 - 1') \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\
+ \int_{-\infty}^{+\infty} d2 \begin{pmatrix} \Sigma^c(1, 2) & \Sigma^<(1, 2) \\ \Sigma^>(1, 2) & \Sigma^a(1, 2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G^c(2, 1') & G^<(2, 1') \\ G^>(2, 1') & G^a(2, 1') \end{pmatrix} & \quad . \tag{3.9}
\end{aligned}$$

<sup>2</sup>Der  $+-$ -Index zeigt die Lage der Zeitargumente.  $+-$  bedeutet, daß das erste Zeitargument auf dem oberen und das zweite auf dem unteren Ast der Zeitkontur sitzt, usw.

Letztes Gleichungssystem enthält die Bewegungsgleichungen für die Greenfunktionen  $G^a$  und die beiden Korrelationsfunktionen  $G^{>,<}$ . Vom besonderen Interesse ist die kinetische Gleichung für  $G^<$ , zumal letztere im Limes  $t_{1'} \rightarrow t_1$  die bekannte Dichtematrix liefert

$$\lim_{t_{1'} \rightarrow t_1} G^<(1, 1') = (+i)\rho(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_{1'}, t) \quad . \quad (3.10)$$

Aus (3.9) erhält man mit der Definitionsgleichung (3.7) folgende kinetische Gleichung für  $G^<$  (im folgenden werden die Argumente der Übersichtlichkeit halber zum Teil weggelassen)

$$DG^< = \int_{-\infty}^{+\infty} (\Sigma^c G^< + \Sigma^< G^a) \quad . \quad (3.11)$$

Es werden nun retardierte ( $F^+$ ) und avancierte ( $F^-$ ) Funktionen eingeführt, wobei  $F$  für  $G$  oder  $\Sigma$  stehen kann:

$$\begin{aligned} F^\pm(1, 1') &= F^c(1, 1') - F^{\lessgtr}(1, 1') \\ &= F^{\gtrless}(1, 1') - F^a(1, 1') \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$F^+(1, 1') - F^-(1, 1') = F^>(1, 1') - F^<(1, 1') \quad (3.13)$$

$$\text{Re}F^+(1, 1') = \text{Re}F^-(1, 1') \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} \text{Im}F^+(1, 1') &= -\text{Im}F^-(1, 1') \\ &= \frac{1}{2i} (F^+(1, 1') - F^-(1, 1')) \quad , \end{aligned} \quad (3.15)$$

mit deren Hilfe man  $\Sigma^c$  und  $G^a$  in Glg. (3.11) durch die entsprechenden retardierten und avancierten Funktionen mittels Glg. (3.12) ersetzen kann. Diese Prozedur, angewendet auf die Gleichungen (3.9), ergibt folgende Gleichungen für  $G^{<,>}$  und  $G^\pm$ , die zusammen mit ihren adjungierten Gleichungen in der Literatur als *Kadanoff-Baym*-Gleichungen [62] bekannt sind:

$$D(1)G^{<,>}(1, 1') = \int d2 [\Sigma^+(1, 2)G^{<,>}(2, 1') + \Sigma^{<,>}(1, 2)G^-(2, 1')] \quad (3.16)$$

$$G^{<,>}(1, 1')D^*(1') = \int d2 [G^+(1', 2)\Sigma^{<,>}(2, 1) + G^{<,>}(1', 2)\Sigma^-(2, 1)] \quad (3.17)$$

$$D(1)G^\pm(1, 1') = \delta(1 - 1') + \int d2 [\Sigma^\pm(1, 2)G^\pm(2, 1')] \quad (3.18)$$

$$G^\pm(1, 1')D^*(1') = \delta(1 - 1') + \int d2 [G^\pm(1', 2)\Sigma^\pm(2, 1)] \quad . \quad (3.19)$$

Dabei wurde die komplexe Konjugation der Korrelationsfunktionen und der retardierten und avancierten Funktionen

$$\begin{aligned} G^{>*}(1, 1') &= -G^>(1', 1) \\ G^{<*}(1, 1') &= -G^<(1', 1) \\ F^{+*}(1, 1') &= F^-(1', 1) \\ F^{-*}(1, 1') &= F^+(1', 1) \end{aligned} \quad (3.20)$$

benutzt.

In folgenden wird die Gleichung für  $G^<$  aus den oben erwähnten Gründen näher betrachtet. Als nächster Schritt subtrahiert man die adjungierte Gleichung (3.17) von (3.16) mit dem Ergebnis

$$G^<D^* - DG^< = \int \left( G^<\Sigma^- + G^+\Sigma^< - \Sigma^+G^< - \Sigma^<G^- \right) \quad . \quad (3.21)$$

Um Glg. (3.21) in eine handhabbare Form zu bringen, ist es vom Nutzen, reelle von rein imaginären Größen zu unterscheiden. Aus den Eigenschaften (3.20) und den Definitionen für die retardierten und avancierten Funktionen (3.12-3.15) ergibt sich, daß die Korrelationsfunktionen  $G^{>,<}$  rein imaginär, während  $\Sigma^\pm$  allgemeine komplexe Größen sind. Eine Umformung von (3.21) liefert uns die kinetische Gleichung für die Korrelationsfunktion  $G^<$  (die Spinorindizes werden der Einfachheit halber wegelassen)

$$\begin{aligned} DG^< - G^<D^* - \left( \text{Re}\Sigma^+G^< - G^<\text{Re}\Sigma^+ \right) - \left( \Sigma^<\text{Re}G^+ - \text{Re}G^+\Sigma^< \right) \\ = \frac{1}{2} \left( \Sigma^>G^< + G^<\Sigma^> - \Sigma^<G^> - G^>\Sigma^< \right) \quad . \end{aligned} \quad (3.22)$$

Eine nichtrelativistische Herleitung findet sich auch in der Arbeit von Pawel Danielewicz [23]. Die kinetische Gleichung für  $G^<$  gibt die dynamische Entwicklung der Dichtematrix an Limes  $t_{1'} \rightarrow t_1$  (siehe Glg. (3.10)). Die linke Seite dieser Glg. (3.22) entspricht einem Driftterm, die rechte einem Kollisionsterm (diese Interpretation wird weiter unten klar werden). Das Auftreten der retardierten Greenfunktion in (3.22) erschwert jedoch eine Entkopplung von den entsprechenden kinetischen Gleichungen für  $G^\pm$ . Die retardierten und avancierten Greenfunktionen, deren kinetische Gleichungen (3.18) von denen für die Korrelationsfunktionen entkoppelt sind, beschreiben die *Spektraleigenschaften* der Verteilungsfunktion. Die Spektralfunktion  $A(1, 1')$

$$A(1, 1') = i [G^>(1, 1') - G^<(1, 1')] = i [G^+(1, 1') - G^-(1, 1')] \quad (3.23)$$

bestimmt nämlich den Zusammenhang zwischen Energie und Impuls der Teilchen des Vielteilchensystems, worauf nochmals weiter unten näher eingegangen wird.

Die kinetischen Gleichungen für  $G^{>,<}$  (3.22) sind, obwohl sehr allgemein, schwer handhabbar, weil sie das vollständige nicht-lokale Verhalten von  $G^{>,<}$  und der Felder beinhaltet. Um daraus eine einfachere Gleichung zu erhalten sind weitreichende Approximationen nötig, nämlich die *Gradienten-Entwicklung* - eine semi-klassische Näherung -, und die *Quasiteilchen-Approximation*.

Um die erste Näherungen auf Glg. (3.22) anzuwenden und diskutieren, führt man eine *Wigner-Transformation* [63] durch. Bei der Wignertransformation definiert man Relativ- und Schwerpunktskoordinaten  $r = x_1 - x_{1'}$  und  $x = \frac{x_1 + x_{1'}}{2}$  und

führt bezüglich der Relativkoordinate  $r$  eine Fourier-Transformation durch. Für eine allgemeine Funktion  $f(1,2)$  ergibt sich

$$f(x, k) = \int d^4r e^{ik \cdot r} f(x + \frac{r}{2}, x - \frac{r}{2}) \quad . \quad (3.24)$$

Die kinetische Gleichung (3.22) enthält Produkte von Greenfunktionen und Selbstenergien. Daher muss man das Verhalten eines solchen Produkts bezüglich einer Wignertransformation untersuchen. Ein solches Produkt  $H$  lautet z.B.

$$H(x_1, x_{1'}) = \int dx_2 \Sigma(x_1, x_2) G(x_2, x_{1'}) \quad . \quad (3.25)$$

Mit der neuen Variablen  $r' := x_2 - x_{1'}$  ergibt sich eine Wignertransformation von  $H$  zu

$$\begin{aligned} H(x, k) &= \int d^4r e^{ik \cdot r} H(r, x) \\ &= \int d^4r d^4r' e^{ik \cdot r} \Sigma(r - r', x + \frac{r'}{2}) G(r', x + \frac{r' - r}{2}) \quad . \quad (3.26) \end{aligned}$$

Wir untersuchen nun das Verhalten der Selbstenergie  $\Sigma$  und der Greenfunktion  $G$  bezüglich ihrer neuen Variablen. Man nimmt an, daß alle Greenfunktionen  $G$  glatte Funktionen in der relativen Raum-Zeit Variable  $r^\mu = (t, \mathbf{r})$  sind, d.h. scharf lokalisiert bezüglich ihrer Fourier-transformierten  $k^\mu = (E, \mathbf{k})$ . Letzteres Verhalten wird motiviert durch die Energie-Impuls Relation freier Teilchen bzw. durch die Quasiteilchen-Näherung (siehe unten) für wechselwirkende Systeme. Die Selbstenergien  $\Sigma$  sollen genau das umgekehrte Verhalten zeigen, nämlich scharf lokalisiert in  $r^\mu = (t, \mathbf{r})$ , d.h. glatt in  $k^\mu = (E, \mathbf{k})$ . Die Fluktuationen der Selbstenergie bezüglich  $r^\mu = (t, \mathbf{r})$  geben den kurzreichweitigen und stark repulsiven Anteil der NN-Wechselwirkung wieder [6]. Unter diesen Annahmen ist die Selbstenergie scharf lokalisiert um  $x_1 - x_1'' = r - r' \approx 0$  und somit kann man die Greenfunktion  $G$  um  $r - r'$  entwickeln

$$G(r', x + \frac{r' - r}{2}) \approx G(r', x) + \frac{1}{2}(r' - r) \cdot \partial_R G(r', x) \quad .$$

Entwickelt man dann bei dem verbleibenden Ausdruck die Selbstenergie um  $r' \approx 0$  bis zur erster Ordnung, und setzt man diese Näherungen für  $G$  und  $\Sigma$  in (3.26), ergibt sich für die Wigner-Transformierten von  $H$  folgender Ausdruck

$$H(x, k) = \Sigma(x, k)G(x, k) + \frac{i\hbar}{2} \left\{ \Sigma(x, k) \odot G(x, k) \right\} \quad , \quad (3.27)$$

wobei eine verallgemeinerte Poisson-Klammer definiert wurde als

$$\{\Sigma \odot G\} = \left\{ \Sigma \bar{\partial}_x^\mu \bar{\partial}_\mu^k G - \Sigma \bar{\partial}_k^\mu \bar{\partial}_\mu^x G \right\} \quad . \quad (3.28)$$

In Gln. (3.27) wurde der Faktor  $\hbar$  zusätzlich ausgeschrieben, um den semi-klassischen Charakter dieser Näherung deutlich zu machen. Es handelt es sich

also um eine Entwicklung nach Potenzen von  $\hbar$ , wobei nur linear zu  $\hbar$  auftretende Terme berücksichtigt werden. Daher handelt es sich im wesentlichen um eine semi-klassische Näherung, die als *Gradienten-Entwicklung* bezeichnet wird.

Nach Wignertransformation und Gradientenentwicklung vereinfacht sich die kinetische Gleichung (3.22) zu

$$\begin{aligned} & \left( \frac{i}{2} \not{\partial}_x + \not{k} \right) G^< + G^< \left( \frac{i}{2} \not{\bar{\partial}}_x - \not{k} \right) - [Re\Sigma^+, G^<] - [\Sigma^<, ReG^+] \\ & - \frac{i}{2} \{ Re\Sigma^+ \odot G^< \} + \frac{i}{2} \{ G^< \odot Re\Sigma^+ \} \\ & = \frac{1}{2} (\Sigma^> G^< + G^< \Sigma^> - \Sigma^< G^> - G^> \Sigma^<) \quad . \end{aligned} \quad (3.29)$$

Hier und im folgenden werden wie üblichen Kommutatoren mit  $[\cdot, \cdot]$  und Antikommutatoren mit  $\odot, \cdot$  bezeichnet. Um die linke Seite von (3.29) weiter zu vereinfachen, wird diese mit  $Re\Sigma^+ = Re\Sigma_s^+ - \gamma^\mu Re\Sigma_\mu^+$  auf effektive Impulse und Massen

$$k_\mu^* = k_\mu - Re\Sigma_\mu^+ \quad (3.30)$$

$$m^* = M - Re\Sigma_s^+ \quad (3.31)$$

umgeschrieben. Vernachlässigt man ferner die Terme mit  $ReG^+$ , so ergibt sich die kinetische Gleichung (3.29) zu

$$\begin{aligned} & \frac{i}{2} \{ \partial_k^\mu (\not{k}^* - m^*), \partial_x^\mu G^< \} - \frac{i}{2} \{ \partial_x^\mu (\not{k}^* - m^*), \partial_k^\mu G^< \} + [(\not{k}^* - m^*), G^<] \\ & = \frac{1}{2} (\Sigma^> G^< + G^< \Sigma^> - \Sigma^< G^> - G^> \Sigma^<) \quad . \end{aligned} \quad (3.32)$$

Glg. (3.32) ist noch eine Martix-Gleichung im Spinorraum. Man ist aber daran interessiert, eine kinetische Gleichung für eine skalare Phasenraumverteilung  $f(x, k)$  zu finden. Daher wird Glg. (3.32) von ihrer Spinorstruktur mit Hilfe der Spektralfunktion (3.23) separiert. Letztere lautet in Wigner-Darstellung

$$A_{\alpha\beta}(x, k) = i [G_{\alpha\beta}^>(x, k) - G_{\alpha\beta}^<(x, k)] = i [G_{\alpha\beta}^+(x, k) - G_{\alpha\beta}^-(x, k)] \quad , \quad (3.33)$$

und die Greenfunktionen  $G^{\langle \cdot \rangle}$  haben dann folgende Struktur [6]

$$G_{\alpha\beta}^<(x, k) = i A_{\alpha\beta}(x, k) F(x, k) \quad (3.34)$$

$$G_{\alpha\beta}^>(x, k) = -i A_{\alpha\beta}(x, k) [1 - F(x, k)] \quad (3.35)$$

mit einer skalaren Phasenraum-Verteilungsfunktion  $F(x, p)$ . Vernachlässigt man negative Energiezustände, so läßt sich  $A$  in den Projektor auf die positiven Energiezustände und einen skalaren Anteil zerlegen

$$A_{\alpha\beta}(x, p) = (\not{k}^* + m^*)_{\alpha\beta} a(x, p) \quad \text{mit} \quad a(x, p) = \frac{tr[A]}{m^*} \quad . \quad (3.36)$$



Die Selbstenergien  $\Sigma^{<, >}$ , die auf die rechte Seite der Gleichung (3.32) auftreten, werden in der T-Matrix-Näherung der Dirac-Brueckner Theorie spezifiziert. Diese lauten [6]

$$\Sigma^{>, <} = -itr [\mathcal{T}^{>, <} G^{<, >} + a.s.] \quad (3.37)$$

$$\Sigma^{+,-} = -itr [\mathcal{T}^{+,-} G^{<} + \mathcal{T}^{<} G^{-,+} + a.s.] \quad (3.38)$$

$$\mathcal{T}^{+,-} = V + iVG_{12}^{+,-} \mathcal{T}^{+,-} \quad (3.39)$$

Dabei ist  $G_{12}$  der Zwei-Teilchen-Propagator  $G_{12} = G_1 G_2$  und *a.s.* bedeutet Antisymmetrisierung.

Setzt man nun  $G^{<, >}$  aus (3.35) und  $\Sigma^{<, >}$  aus (3.37) in die kinetische Gleichung (3.32) ein, so liefert eine längere Rechnung, sowie Spurbildung

$$\begin{aligned} & \left[ (m^* \partial_x^\mu m^* - k^{*\nu} \partial_x^\mu k_\nu^*) \partial_\mu^k - (m^* \partial_k^\mu m^* - k^{*\nu} \partial_k^\mu k_\nu^*) \partial_\mu^x \right] a(x, k) F(x, k) \\ &= \frac{1}{2} \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_3}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_4}{(2\pi)^4} a(x, k) a(x, k_2) a(x, k_3) a(x, k_4) W(k k_2 | k_3 k_4) \\ & \times (2\pi)^4 \delta^4(k + k_2 - k_3 - k_4) \\ & \times \left[ F(x, k_3) F(x, k_4) (1 - F(x, k)) (1 - F(x, k_2)) - \right. \\ & \quad \left. F(x, k) F(x, k_2) (1 - F(x, k_3)) (1 - F(x, k_4)) \right] \quad (3.40) \end{aligned}$$

Glg. (3.40) ist eine kinetische Gleichung für die Phasenraumverteilungsfunktion  $F(x, k)$ . Die linke Seite von (3.40) beschreibt die Wirkung der impulsabhängigen Felder, die durch die Realteile der Selbstenergie gegeben sind, auf  $F(x, k)$ . Die rechte Seite ist der Stoßterm. Letzterer wird durch den Imaginärteil der Selbstenergie, d.h. die in-Medium T-Matrix, bestimmt, die durch die Übergangswahrscheinlichkeit mittels des optischen Theorems [64]  $W$  gemäß

$$\begin{aligned} W(k k_2 | k_3 k_4) &= m^*(x, k) m^*(x, k_2) m^*(x, k_3) m^*(x, k_4) \\ & \times \langle k k_2 | \mathcal{T}^+ | k_3 k_4 \rangle \langle k_3 k_4 | \mathcal{T}^- | k k_2 \rangle \quad (3.41) \end{aligned}$$

definiert ist.

Im Prinzip müsste Glg. (3.40) konsistent mit den kinetischen Gleichungen für die retadierten und avancierten Greenfunktionen  $G^\pm$  behandelt werden, um die Spektralfunktion  $A$ , Glg. (3.33), zu jedem Zeitpunkt der Entwicklung zu kennen. Ferner müsste man auch die Strukturgleichungen der Dirac-Brueckner Theorie im Nichtgleichgewicht, Gln. (3.37–3.39), in ein selbstkonsistentes Verfahren miteinbeziehen. Allerdings ist ein solches Verfahren bis heute aufgrund seiner Komplexität noch nicht realisiert worden. Um die kinetische Gleichung auf eine für numerische Zwecke handhabbare Form zu bringen, sind daher, neben der schon erwähnten Gradienten-Entwicklung, weitere Näherungen notwendig. Es handelt sich dabei um eine Approximation der Spektralfunktion – die *Quasiteilchennäherung* – und eine Näherung der Selbstenergien im Rahmen der Dirac-Brueckner Theorie im Nichtgleichgewicht, die *Lokale Konfigurationsnäherung*.

## Die Quasiteilchennäherung

Ausgehend von der Dyson–Gleichung im Nichtgleichgewicht, Glg. (3.9), erhält man 4 gekoppelte Gleichungen für  $G^{<,>}$  und  $G^{c,a}$ . Nach Einführung von retardierten und avancierten Greenfunktionen gemäß (3.12–3.15) erreicht man eine Entkopplung der kinetischen Gleichungen für  $G^\pm$  von den übrigen. Deren Lösung liefert dann [6]

$$G^\pm(x, k) = \frac{1}{k^{*2} - m^{*2} - \Sigma^\pm(x, k) \pm i\epsilon} \quad . \quad (3.42)$$

Aus der Definition der Spektralfunktion (3.33) ergibt sich dann für  $a(x, k)$

$$a(x, k) = \frac{2\Gamma(x, k)}{(k^{*2} - m^{*2})^2 + \Gamma^2(x, k)} 2\Theta(k^{*0}) \quad (3.43)$$

$$\Gamma(x, k) = m^* Im\Sigma^+ - k_\mu^* Im\Sigma^{+\mu} \quad . \quad (3.44)$$

Die Spektralfunktion der Nukleonen hat also formal eine Lorentz–Form, deren Breite vom imaginären Anteil der Selbstenergie bestimmt wird. Die Quasiteilchennäherung (QPA) besteht nun darin, die Spektralfunktion  $a$  in Glg. (3.43) durch eine  $\delta$ –Funktion zu approximieren

$$a(x, k) = 2\pi\delta(k^{*2} - m^{*2})2\Theta(k^{*0}) \quad . \quad (3.45)$$

Mit der QPA erhält man dann die übliche Massenschalen–Beziehung für Energie und Impuls der Quasiteilchen im nuklearen Medium, sowie die Reduktion der achtdimensionalen Verteilungsfunktion  $F(x, k)$  auf eine 7–dim. Verteilungsfunktion  $f(x, \mathbf{k})$

$$a(x, k)F(x, k) = 2\pi\delta[k^{*2} - m^{*2}]2\Theta(k_0^*)f(x, \mathbf{k}) \quad . \quad (3.46)$$

Die Approximation der Lorentz–Form (3.44) auf eine  $\delta$ –Funktion setzt natürlich voraus, daß der Imaginärteil der Selbstenergie gegenüber dem Realteil vernachlässigbar ist

$$Im\Sigma^+ \ll Re\Sigma^+ \iff \text{Quasiteilchennäherung} \quad . \quad (3.47)$$

Die Quasiteilchennäherung ist für Kernmaterie oder endliche Kerne immer gültig, da dort der Imaginärteil der Selbstenergie für Impulse kleiner als der Fermi–Impuls verschwindet. Im Schwerionenkollisionen dagegen ist die Gültigkeit der Quasiteilchenapproximation fraglich wegen der Stoßverbreitung. Andererseits wird sie in Schwerionenrechnungen fast immer benützt, da sie die Transportgleichung erheblich vereinfacht. Es gibt in jüngster Zeit Versuche, über die Quasiteilchennäherung hinaus zu gehen, und die Spektraleigenschaften der Nukleonen voll bzw. näherungsweise zu berücksichtigen [9, 65, 66, 67, 68]. Diese Untersuchungen zeigen einen Einfluß der Spektralfunktion auf die Teilchenproduktion, insbesondere unter oder nahe der Schwelle (sogenannte *sub–threshold–production*). In dieser Arbeit wird aber auf die Teilchenproduktion an der Schwelle, z.B. von Kaonen, etc. nicht

besonders eingegangen. In intermediären Energien, wie sie hier betrachtet werden, ist der Einfluß der Pionen auf die Reaktionsdynamik sehr gering.

Mit der Quasiteilchennäherung lassen sich nun die  $k^0$ -Integrationen im Kollisionsintegral der Glg. (3.40) ausführen, und man erhält nach einer weiteren  $k^0$ -Integrationen die in der Literatur als *relativistische BUU-Gleichung* (RBUU-Gleichung) bekannte kinetische Gleichung

$$\begin{aligned} & \left[ (m^* \partial_x^\mu m^* - k^{*\nu} \partial_x^\mu k_\nu^*) \partial_\mu^k - (m^* \partial_k^\mu m^* - k^{*\nu} \partial_k^\mu k_\nu^*) \partial_\mu^x \right] f(x, \mathbf{k}) \\ &= \frac{1}{2} \int \frac{d^4 k_2}{E_{k_2}^* (2\pi)^3} \frac{d^4 k_3}{E_{k_3}^* (2\pi)^3} \frac{d^4 k_4}{E_{k_4}^* (2\pi)^3} W(k k_2 | k_3 k_4) (2\pi)^4 \delta^4(k + k_2 - k_3 - k_4) \\ & \times \left[ f(x, \mathbf{k}_3) f(x, \mathbf{k}_4) (1 - f(x, \mathbf{k})) (1 - f(x, \mathbf{k}_2)) - \right. \\ & \quad \left. f(x, \mathbf{k}) f(x, \mathbf{k}_2) (1 - f(x, \mathbf{k}_3)) (1 - f(x, \mathbf{k}_4)) \right] . \end{aligned} \quad (3.48)$$

Bei der Transportgleichung (3.48) handelt es sich um eine Integrodifferentialgleichung für die Phasenraumverteilungsfunktion, welche die Dynamik von Quasiteilchen im nuklearen Medium beschreibt. Wie bereits diskutiert, müssten im Rahmen der Selbstkonsistenz zwischen der in dieser Gleichung auftretenden Selbstenergien ( $Re\Sigma$ ,  $Im\Sigma$ ) und der Dirac-Brueckner Theorie im Nichtgleichgewicht die Strukturgleichungen Gln. (3.37–3.39) zu jedem Zeitschritt für die aktuelle Phasenraumkonfiguration gelöst werden. Es bedarf sich hier jedoch weitere Näherungen, die im folgenden diskutiert werden.

## Lokale Dichtenäherung

Die meist verwendete Näherung ist die sogenannte **Lokale Dichte Näherung** (LDA), wobei die zugrunde liegende Impulsraumkonfiguration durch eine Fermi-Kugel beschrieben wird. Dies bedeutet, daß die Felder durch ihre Werte für Kernmaterie im Grundzustand approximiert werden

$$Re\Sigma^+(x, k) \approx Re\Sigma^{(KM)}(k, k_F(x)) \quad (3.49)$$

$$k_F(x) = \left( \frac{3}{2} \pi^2 \rho_B(x) \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.50)$$

$$\rho_B(x) = \frac{4}{(2\pi)^3} \int d^3 k f(x, \mathbf{k}) . \quad (3.51)$$

Für das mittlere Feld  $\Sigma^{KM}$  wurden in der Vergangenheit verschiedene Ansätze benützt. In nicht-relativistischen Schwerionenrechnungen wurden phenomenologische Skyrme-Kräfte [11, 12] benützt, oder die Selbstenergien wurden aus der mikroskopischen  $\mathcal{G}$ -Matrix bestimmt [12, 50]. In kovarianten Formulierungen im Rahmen der RBUU-Gleichung (3.48) wird das mittlere Feld üblicherweise im Rahmen

des Walecka-Modells [10] bzw. deren nicht-linearen Erweiterungen [24, 69, 70, 71] beschrieben. Dabei wird die zusätzliche Impulsabhängigkeit meist an das phänomenologische optische Potential angepaßt [11, 13, 14, 72]. Gemeinsam ist all diesen Parametrisierungen jedoch die Tatsache, daß sie die im anfänglichen Stadium einer Schwerionenkollision auftretenden Nichtgleichgewichtseffekte außer Acht lassen.

## Die Lokale Konfigurationsnäherung

Wie im Kapitel 2 diskutiert, beeinflußt die Berücksichtigung von anisotropen Impulsraumkonfigurationen wichtige Größen, wie die Steifigkeit der Zustandsgleichung oder das optische Potential. Letztere sind aber die wichtigen Eigenschaften, die die Reaktionsdynamik bestimmen. Eine Möglichkeit, die Nichtgleichgewichtseffekte des lokalen Phasenraums in Schwerionenrechnungen zu berücksichtigen, bietet die bereits erwähnte *Lokale Konfigurationsnäherung* (LCA). Im Rahmen der LCA wird der lokale Impulsraum durch zwei kalte sich durchdringende Kernmaterieströme approximiert. Diese Konfiguration wurde in Kapitel 2 auch kollidierende Kernmaterie (*colliding nuclear matter*, CNM) genannt, obwohl natürlich keine Stöße eingeschlossen sind. Diese Parametrisierung des lokalen Phasenraumes ist charakteristisch für das anfängliche Stadium einer Schwerionenkollision (siehe Abb. 4.3 im nächsten Kapitel). Die LCA-Konfiguration wird durch drei Invarianten charakterisiert, nämlich die Dichten der beiden Kernmaterieströme  $\rho_B^{(i)}$  und deren Relativgeschwindigkeit  $v_{rel}$ . Diese können direkt aus der aktuellen lokalen Phasenraumverteilungsfunktion  $f(x, \mathbf{k})$  bestimmt werden

$$j_\mu^{(i)}(x) = \frac{4}{(2\pi)^3} \int d^3k \frac{k_\mu^*}{E^*} f(x, \mathbf{k}) \quad , \quad i = 1, 2 \quad (3.52)$$

$$\rho_B^{(i)} = \sqrt{j_\alpha^{(i)} j^{(i)\alpha}} \quad (3.53)$$

$$u_\mu^{(i)}(x) = j_\mu^{(i)} / \rho_B^{(i)} \quad (3.54)$$

$$\mathbf{v}_{rel}(x) = \frac{u_0^{(2)} \mathbf{u}^{(1)} - u_0^{(1)} \mathbf{u}^{(2)}}{u_\alpha^{(1)} u^{(2)\alpha}} \quad . \quad (3.55)$$

Wie im Kapitel 2 gezeigt, ergibt sich im Limes verschwindender Relativgeschwindigkeit unter Berücksichtigung des Pauli-Prinzips ein kontinuierlicher Übergang zu der LDA-Impulsraumkonfiguration, d.h. eine Fermi-Kugel. Dies ist in Abb. 3.2 schematisch dargestellt.

Eine Näherung für die Selbstenergien für solche anisotropen Impulsraumkonfigurationen wurde im Kapitel 2 ausführlich diskutiert. Es ergaben sich *mittlere konfigurationsabhängige Selbstenergien*, die allein durch die Parameter der LCA-Konfiguration, die Subsystemdichten und die Relativgeschwindigkeit der beiden Kernmaterie-Ströme, charakterisiert werden. Wir ersetzen daher in der Transportgleichung (3.48) den Realteil von  $\Sigma^+$  durch die mittleren Selbstenergien der

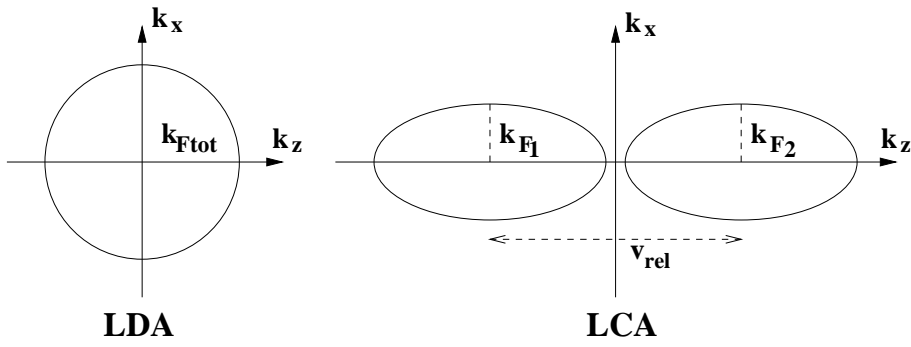


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung der lokalen Impulsraumkonfiguration in der LDA (links) und LCA (rechts).

2-Strom Konfiguration ( $\chi \equiv (k_{F1,2}, v_{rel})$ )

$$Re\Sigma^+(x, k) = Re\bar{\Sigma}^{(12)}(\chi) \quad . \quad (3.56)$$

Wie im Kapitel 2 diskutiert, werden dazu die KM-Ergebnisse aus mikroskopischen DB-Rechnungen auf solche anisotropen Impulsraumkonfigurationen extrapoliert, wobei der Pauli-Prinzip im Überlappbereich der beiden Kernmaterieströme in selbstkonsistenter Weise berücksichtigt wird. Dieses Verfahren liefert uns dynamische effektive Kopplungsfunktionen  $\bar{\Gamma}_{s,0}(\chi)$ , die im Rahmen der LCA-Näherung die Korrelations- und Austauscheffekte der effektiven Wechselwirkung im Sinne der Dirac-Brueckner Theorie enthalten. Im Fall verschwindeter Relativgeschwindigkeit erhält man dann gerade die DB-Selbstenergien für Kernmaterie im Grundzustand, d.h. für eine kalte Fermi-Kugel.

Dieses Verfahren ermöglicht uns in einer effektiven Weise, den Zusammenhang zwischen dem Nichtgleichgewichtsformalismus und der mikroskopischen Dirac-Brueckner Theorie in Transportrechnungen aufrecht zu erhalten. Die effektiven mittleren Felder sind nun in einer der Hartree-Näherung ähnlichen Form gegeben, weil sie keine *explizite* Impulsabhängigkeit aufweisen. Dies ist sehr vorteilhaft, denn somit vereinfacht sich die kinetische Gleichung beträchtlich. Die Ableitungen der Felder nach dem Impuls dürfen nun vernachlässigt werden, und nach einer Transformation  $\partial_k \rightarrow \partial_{k^*}$  ergibt sich die folgende einfache relativistische Transportgleichung

$$\boxed{\left[ k^{*\mu} \partial_\mu^x + (k_\nu^* F^{\mu\nu} + m^* \partial_x^\mu m^*) \partial_\mu^{k^*} \right] f(x, k^*) = \mathcal{I}_C} \quad , \quad (3.57)$$

mit dem Stoßterm  $\mathcal{I}_C$  gegeben in Glg. (3.48) und dem Feldstärketensor definiert durch

$$F^{\mu\nu}(\chi) = \partial_x^\nu Re\bar{\Sigma}^{+\mu}(\chi) - \partial_x^\mu Re\bar{\Sigma}^{+\nu}(\chi) \quad . \quad (3.58)$$

## 3.2 Realisierung

In diesem Abschnitt wird auf die numerische Behandlung der Transportgleichung (3.57) eingegangen, die sich im wesentlichen aus zwei Teilen zusammensetzt, der Lösung der Vlasov-Gleichung, d.h. der linken Seite von (3.57), und der Behandlung des Stoßterms in der rechten Seite der Glg. (3.57).

### 3.2.1 Die relativistische Landau–Vlasov Methode

Zur Lösung der Vlasov-Gleichung wird die Phasenraumverteilungsfunktion  $f(x, k^*)$  diskretisiert, indem jedem Nukleon eine vorgegebene Anzahl von sogenannten Testteilchen zugeordnet wird (*Testteilchenmethode* [73]). Üblicherweise werden die Testteilchen durch  $\delta$ -Funktionen im Phasenraum repräsentiert [24, 71, 73]. Allerdings führt dies zu erheblichen numerischen Fluktuationen, die durch einen zusätzlichen Glättungsverfahren wieder ausgemittelt werden können [24]. Deshalb wurde von Gregoire et al. [74] eine modifizierte Methode vorgeschlagen, die unter der Bezeichnung *Landau–Vlasov (LV) Methode* in der Literatur bekannt ist. Im Rahmen der LV-Methode wird nun jedes Testteilchen durch gaussförmige Funktionen im Orts- und Impulsraum dargestellt. Basierend darauf wurde von Fuchs und Wolter ein kovariantes Verfahren entwickelt, indem die Testteilchen durch kovariante Gaussfunktionen im Phasenraum dargestellt werden (relativistische Landau–Vlasov Methode (RLV)) [75]. Die Phasenraumverteilung ist dann gegeben durch

$$\begin{aligned}
 (aF)(x, k^*) &= \frac{C}{N} \sum_{i=1}^{A \cdot N} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau g(x - x_i(\tau)) \tilde{g}(k^* - k_i^*(\tau)) \\
 &= \frac{C}{N (\pi \sigma \sigma_k)^3} \sum_{i=1}^{A \cdot N} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{(x-x_i(\tau))^2/\sigma^2} e^{(k^*-k_i^*(\tau))^2/\sigma_k^2} \\
 &\quad \times \delta[(x_\mu - x_{i\mu}(\tau)) u_i^\mu(\tau)] \delta[k_\mu^* k_i^{*\mu}(\tau) - m_i^{*2}] \quad , \quad (3.59)
 \end{aligned}$$

wobei  $N$  die Anzahl der Testteilchen pro Nukleon und  $\sigma, \sigma_k$  die Breiten der kovarianten Gaussfunktionen  $g(x, x_i)$  und  $\tilde{g}(k^*, k_i^*)$  im Orts- und Impulsraum sind.  $C = (2\pi)^4/4$  ist ein Normierungsfaktor, der die Gesamtzahl der Baryonen auf  $A$  normiert. Die Integration in Glg. (3.59) erstreckt sich über die Eigenzeit  $\tau$ , nach der die Weltlinien der Testteilchen parametrisiert werden. Die  $\delta$ -Funktion im Ortsraum sorgt dafür, daß die Abstände raumartig sind und senkrecht zur 4-Geschwindigkeit  $u_i(\tau)$  stehen. Die  $\delta$ -Funktion im Impulsraum sorgt dafür, daß die Zentren der Gaussfunktionen auf der Massenschale liegen. Der freie Impuls  $k^*$  liegt dagegen nicht auf der Massenschale, sondern er ist durch eine modifizierte Energie-Impuls Relation gegeben.

Der Ansatz (3.59) ist für praktische Anwendungen noch nicht geeignet, da er die

vollständige Kenntnis der Zukunft und Vergangenheit des Testteilchens  $i$  voraussetzt. Dazu wird zur Vereinfachung der Glg. (3.59) die Näherung kleiner Beschleunigungen eingeführt [75]. Dabei wird angenommen, daß die Änderung der Geschwindigkeit des Testteilchens  $i$  aufgrund der Beschleunigung, die sie durch das Mittelfeld erfährt, klein ist gegenüber der aktuellen Geschwindigkeit. So kann dann die Weltlinie lokal durch Geraden approximiert werden, und die Trajektorie des Teilchens kann dann um eine Eigenzeit  $\tilde{\tau}$  in eine Taylor-Reihe entwickelt werden (Terme zweiter und höherer Ordnung werden vernachlässigt)

$$x_{i\mu}(\tau) = x_{i\mu}(\hat{\tau}) + u_{i\mu}(\hat{\tau})(\tau - \hat{\tau}) + \frac{1}{2} \frac{du_{i\mu}}{d\tau}(\hat{\tau})(\tau - \hat{\tau})^2 + \dots \quad .$$

Diese Näherung stellt aufgrund der Lokalität, die durch die gaußförmige Gewichtung in natürlicher Weise eingeführt wird, eine gute Näherung dar.

Im Rahmen der Näherung kleiner Beschleunigungen vereinfachen sich dann die Gaußfunktionen zu

$$g(x, x_i) = \alpha_x e^{R_i^\mu(x)R_{i\mu}(x)/\sigma_x^2} \quad (3.60)$$

$$\tilde{g}(k^*, k_i^*) = \alpha_k e^{(k^{*2} - (k^* \cdot u_i)^2)/\sigma_k^2} \delta(k^{*2} - m_i^{*2}) 2\Theta(k^{*0}) \quad , \quad (3.61)$$

mit dem invarianten 4-Abstand  $R_i^\mu(x)$  gegeben durch

$$R_i^\mu(x) = (x^\mu - x_i^\mu(\tilde{\tau})) - (x_\nu - x_{i\nu}(\tilde{\tau})) u_i^\mu(\tilde{\tau}) u_i^\nu(\tilde{\tau}) \quad .$$

$R_i^\mu$  steht definitionsgemäß senkrecht zur 4-Geschwindigkeit des Teilchens.

Für die skalare Dichte  $\rho_s(x)$  und den Baryonenstrom  $j^\mu(x)$  ergibt sich dann in der RLV-Methode

$$\begin{aligned} \rho_s(x) &= \frac{4}{(2\pi)^4} \int d^4 k^* m^*(aF)(x, k^*) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{A \cdot N} \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \frac{m^*}{m_i^*(x_i(\tau))} g(x - x_i(\tau)) \\ &= \alpha \sum_{i=1}^{A \cdot N} e^{(R_{i\mu}(x)R_i^\mu(x))/\sigma_x^2} \end{aligned} \quad (3.62)$$

$$\begin{aligned} j_\mu(x) &= \frac{4}{(2\pi)^4} \int d^4 k^* m^* k_\mu^*(aF)(x, k^*) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{A \cdot N} \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau g(x - x_i(\tau)) u_{i\mu}(\tau) \\ &= \alpha \sum_{i=1}^{A \cdot N} e^{(R_{i\mu}(x)R_i^\mu(x))/\sigma_x^2} u_{i\mu} \quad . \end{aligned} \quad (3.63)$$

Im letzten Schritt wurde jeweils die Näherung kleiner Beschleunigungen benützt. Ferner wurde der Quotient  $\frac{m^*}{m_i^*} = 1$  gesetzt, da sich  $m^*$  innerhalb der Breite einer Gaussfunktion kaum ändert.

Man kann ferner zeigen, daß die Phasenraumverteilung (3.59) die Vlasov–Gleichung im Limes unendlich vieler Testteilchen erfüllt, wenn die Testteilchen relativistischen klassischen Bewegungsgleichungen genügen [75]. Letztere sind gegeben durch ( $\tau$  ist die Eigenzeit des Testteilchens  $i$ )

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\tau}x_i^\mu &= u_i^\mu(\tau) \\ \frac{d}{d\tau}u_i^\mu &= \frac{1}{m_i^*}\left(u_{i\nu}F^{\mu\nu} + \partial^\mu m_i^* - (\partial^\nu m_i^*)u_{i\nu}u_i^\mu\right) \quad .\end{aligned}\quad (3.64)$$

Bei Transportrechnungen mit effektiven mikroskopischen Wechselwirkungen (siehe dazu Kapitel 2) setzt man nun für die im Feldstärketensor  $F^{\mu\nu}$  und in der effektiven Masse  $m^*$  enthaltenen Felder die konfigurationsgemittelten Selbstenergien (2.14) ein. Bei der Herleitung der Bewegungsgleichungen ist jedoch auf folgenden Punkt zu beachten. Da die effektiven Felder von lokalen Größen abhängen, insbesondere von der sich örtlich variierenden lokalen Dichte  $\rho(x)$ , ergeben die Ableitungsterme im Driftterm der Transportgleichung zusätzliche Beiträge zum mittleren Potential. Die Ableitungen der effektiven Kopplungen nach der Relativgeschwindigkeit werden jedoch konsistent vernachlässigt, da im Rahmen der Näherung kleiner Beschleunigungen die Relativgeschwindigkeit örtlich nur gering variiert. Die Weiterauswertung der Glg. (3.64) liefert dann folgende Bewegungsgleichungen für die Testteilchen

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\tau}u_i^\mu &= \frac{2}{\sigma^2} \frac{1}{N(\sqrt{\pi}\sigma)^3} \frac{1}{m^*} \sum_{j=1}^{A\cdot N} \\ &\times \left[ \Gamma_0 \left( R_j^\mu(u_{i\nu}u_j^\nu) - (R_j^\nu u_{i\nu})u_j^\mu \right) - \Gamma_s \left( R_j^\mu - (R_j^\nu u_{i\nu})u_i^\mu \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \rho} \left( R_j^\mu(u_{i\nu}j^\nu) - (R_j^\nu u_{i\nu})j^\mu \right) (u_j^\alpha j_\alpha) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Gamma_s}{\partial \rho} \left( R_j^\mu - (R_j^\nu u_{i\nu})u_i^\mu \right) (u_j^\alpha j_\alpha) \rho_s \right] e^{\frac{R_j^2(x_i)}{\sigma^2}} \quad .\end{aligned}\quad (3.65)$$

Bei Transportrechnungen im Rahmen des nichtlinearen Walecka–Modells ergeben sich Bewegungsgleichungen analog (3.65), allerdings werden in diesem Fall die effektiven Kopplungen durch die Kopplungskonstanten des Walecka–Modells ersetzt, und die zusätzlichen Beiträge mit den Ableitungstermen entfallen. Weiterhin benötigt man bei den Transportrechnungen mit der Parametrisierung von Typel et al. [2] auch die zusätzlichen Rearrangement–Beiträge für die Selbstenergie in der VDD–Parametrisierung (siehe Glg. (C.1) im Anhang (C)), die zu weiteren Termen proportional zu der ersten und zweiter Ableitung der effektiven Kopplung nach der Dichte führen. Daher ergeben sich komplizierte Ausdrücke für die Bewegungsgleichungen der Testteilchen, die alle im Anhang C zu finden sind.

Die konfigurationsabhängigen Kopplungsfunktionen werden in jedem Zeitschritt der Simulation folgendermaßen bestimmt. Aus der aktuellen Phasenraumverteilung



$f(x, k^*)$  ergeben sich skalare Dichte und Baryonenstrom, Gln. (3.62, 3.63). Daraus lassen sich dann die Konfigurationsparameter, nämlich die lokalen Dichten von Projektil- und Targettestteilchen sowie deren Relativgeschwindigkeit (3.53, 3.55), ermitteln. Die effektiven Kopplungsfunktionen werden dann bei diesen Konfigurationsparametern durch eine 2-dim. Spline-Interpolation extrahiert. Bei Schwerionenrechnungen mit der konfigurationsabhängigen Wechselwirkung von ter Haar/Malfliet standen für sehr kleinen Dichten keine Rechnungen zur Verfügung, so daß dabei geeignete Extrapolationen durchgeführt werden mussten. Diese Vorgehensweise stellt sicherlich eine gewisse Unsicherheit dar, zumal die Gültigkeit der Dirac-Brueckner Theorie für sehr dünne Kernmaterie in Frage gestellt werden kann. Darauf werden wir später im Abschnitt über Fragmentobservablen noch eingehen.

Die Bewegungsgleichungen für die Testteilchen werden mit Hilfe eines Runge-Kutta-Verfahrens 4. Ordnung aufintegriert. Als Zeitschritt  $dt$  wird bei unseren Simulationsrechnungen  $dt = 0.2 \frac{fm}{c}$  gewählt. Bei schweren Systemen ( $^{197}Au$ ) verwenden wir 25 – 100 Testteilchen pro Nukleon, und bei relativ leichten Systemen ( $^{40}Ca$ ) 100 Testteilchen pro Nukleon. Bei jedem Zeitschritt des Runge-Kutta Verfahrens werden alle 4 Komponenten der 4-Geschwindigkeit  $u_i^\mu$  für jedes Testteilchen gelöst. Zur Stabilität des Verfahrens wird bei *jedem* Zeitschritt geprüft, ob die Massenschalenbedingung, die ja eine Folgerung der Quasiteilchenapproximation darstellt, für *jedes* Testteilchen erfüllt ist. Ist dies für ein Testteilchen nicht der Fall, wird es auf die Massenschale gesetzt. Es hat sich gezeigt, daß die bei den in dieser Arbeit vorgestellten Simulationsrechnungen die Massenschalenbedingung immer sehr gut (innerhalb der maschinellen Genauigkeit) erfüllt war. Dies ist ein sehr guter Test für die Energieerhaltung, wie auch in Refs. [75] gezeigt wurde.

Nachdem die Propagations-Vorschrift für alle Testteilchen durchgeführt ist, wird anschließend die Kollisionsroutine aufgerufen.

### 3.2.2 Behandlung des Stoßterms

Beim Stoßterm (siehe Glg. (3.48)) handelt es sich um ein 6-dim. Integral, das durch die Pauli-Blocking-Faktoren wiederum von der Verteilungsfunktion abhängt. Daher empfiehlt sich eine numerische Integration des Stoßterms wegen des großen numerischen Aufwandes nicht. Stattdessen erfolgt die numerische Implementierung des Stoßterms mit Hilfe einer stochastischen Simulation durch Stöße.

Dazu gibt es verschiedene Verfahren, deren numerischer Aufwand mit verschiedenen Potenzen der Baryonenzahl  $A$  und der Testteilchenanzahl  $N$  skaliert. Bei der sogenannten *Parallel-Ensemble* Methode [72] werden die Testteilchen in  $N$  unterschiedliche Ensembles unterteilt, so daß jedem Testteilchen ein Nukleon entspricht. Die individuellen NN-Stöße finden dann nur zwischen Teilchen ein und

desselben Ensembles statt. Die Parallel-Ensemble Methode skaliert mit  $(A^2 \cdot N)$ . In dieser Arbeit wird die sogenannte *Full-Ensemble Methode* verwendet, bei der die Simulation des Stoßterms auf die ganze Testteilchenkonfiguration angewandt wird. Sie skaliert mit  $(A \cdot N)^2$ . Um einen von der Testteilchenanzahl unabhängigen Wirkungsquerschnitt zu erhalten, wird er mit der Anzahl der Testteilchen  $N$  pro Nukleon normiert. Die Full-Ensemble Methode entspricht der Lösung der eigentlichen RBUU-Gleichung besser. Da bei der relativistischen Landau-Vlasov Methode eine relativ geringe Anzahl von Testteilchen zur Unterdrückung von stochastischen Fluktuationen ausreichend ist [75], läßt sich damit der numerische Aufwand deutlich reduzieren. Dabei wird folgendermaßen vorgegangen.

- Beginnend mit dem Testteilchen  $i$  ( $i \in \{1, \dots, A \cdot N\}$ ) wird zunächst eine Vorauswahl möglicher Stoßpartner vorgenommen. Dazu zählen diejenigen Testteilchen  $j \in \{1, \dots, A \cdot N\} \setminus \{i\}$ , die sich innerhalb einer Kugel mit Zentrum die Stelle  $i$  und einem Radius von  $5 \text{ fm}$  befinden. Dabei wird sichergestellt, daß ein Teilchenpaar sich aufeinander zubewegt, und daß das Teilchen  $j$  noch nicht mit einem anderen Testteilchen im betreffenden Zeitintervall  $[t, t + dt]$  gestreut hat.
- Aus den möglichen Stoßpartnern wird nun nach folgenden Kriterien der Stoß zweier bestimmten Testteilchen ausgewählt: Dazu kommen diejenigen Testteilchen in Frage, deren Relativabstand in ihrem lokalen Schwerpunktsystem kleiner als ein Abstand  $b_0$  ist

$$b_{ij} \leq b_0 = \sqrt{\frac{\sigma_{max}}{\pi N}} \quad , \quad (3.66)$$

mit  $\sigma_{max} = 5.5 \text{ mbarn}$  [72].  $N$  bedeutet hier die Anzahl der Testteilchen pro Nukleon, und taucht wegen der Full-Ensemble Methode auf.

- Es werden anschließend die Impulse der Testteilchen  $i$  und  $j$ , die der Bedingung (3.66) erfüllen, nach dem Stoß per Zufallsgenerator bestimmt, und die Pauli-Blocking-Faktoren  $(1 - f(x, k_i))$  und  $(1 - f(x, k_j))$  berechnet.
- Von allen möglichen Stoßpartnern wird der Wahrscheinlichste ausgesucht. Dazu wird der entsprechende Stoß noch mit einer Wahrscheinlichkeit gewichtet. Der dazu notwendige Wirkungsquerschnitt setzt sich aus der Summe der elastischen und inelastischen Streukanäle zusammen

$$\sigma_{tot} = \sigma_{el} + \sum_i^{n_{kanal}} \sigma_i \quad . \quad (3.67)$$

Die dazu notwendigen energie- und isospinabhängigen elastischen und inelastischen Wirkungsquerschnitte werden der Cugnon-Parametrisierung [15]

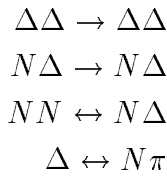
entnommen. Der totale Wirkungsquerschnitt wird noch mit den Pauli-Blocking-Faktoren  $\bar{f}_{i,j} \equiv (1 - f(x, k_{i,j}))$  gewichtet

$$\sigma_{eff}^{ij} = \bar{f}_i \bar{f}_j \sigma_{tot} \quad .$$

Von den noch übriggebliebenen Streupartnern  $j$  stößt schließlich dasjenige mit dem Testteilchen  $i$ , deren Relativabstand  $b_{ij}$  minimal wird

$$b_{ij} \leq \sqrt{\sigma_{eff}^{ij} / N \pi} \quad . \quad (3.68)$$

- Bei den inelastischen Stößen werden insgesamt folgende Kanäle berücksichtigt:



Bei den inelastischen Prozessen wird also die Anregung der inneren Freiheitsgrade des Nukleons berücksichtigt. Als Zwischenzustand entsteht die  $\Delta$  ( $S = \frac{3}{2}$ ,  $I = \frac{3}{2}$ ,  $1235 \text{ MeV}$ )-Resonanz. Diese Resonanz liegt als Isospin- $\frac{3}{2}$ -Teilchen in vier verschiedenen Ladungszuständen  $\Delta^-$ ,  $\Delta^0$ ,  $\Delta^+$ ,  $\Delta^{++}$  vor. Die erzeugten  $\Delta$ 's propagieren im selben Mittelfeld wie die Nukleonen. Ihr Zerfall findet nach dem exponentiellen Zerfallsgesetz statt  $\tau = \frac{\hbar}{\Gamma}$ , mit der Halbwertsbreite  $\Gamma = 120 \text{ MeV}$ .

Die erzeugten Pionen propagieren frei. Sie können mit Nukleonen Stöße durchführen, analog zum obigen Verfahren. Die  $\pi N$ -Reabsorptions-Wirkungsquerschnitte werden als konstant angenommen. Dieses Verfahren ist näher in [76] beschrieben.

# Kapitel 4

## Qualitative Charakterisierung einer Schwerionenkollision und die Observablen

Bevor die Ergebnisse von Rechnungen diskutiert werden, sollen in diesem Kapitel die charakteristischen Eigenschaften einer Schwerionenkollision anschaulich dargestellt werden. Vor allem sollen die verschiedenen Merkmale des Prozesses herausgestellt, und die daraus resultierenden und stark miteinander korrelierten Observablen anschaulich diskutiert werden. Wir werden uns dabei mit zwei Klassen von Observablen beschäftigen: Globale Impulsverteilungen, die die Reaktionsdynamik charakterisieren und indirekte Information auf die nukleare Zustandsgleichung zulassen. Diese werden in diesem Kapitel eingeführt, und die Ergebnisse werden im nächsten Kapitel diskutiert. Lokale Phasenraumbetrachtungen, die etwas über den thermodynamischen Zustand der Materie während der Evolution aussagen, werden dagegen in Kapitel 6 behandelt.

### 4.1 Die zeitliche Entwicklung des Systems

Eine Schwerionenkollision läuft in makroskopisch gesehen sehr kurzer Zeit ab. Die typischen Größenordnungen liegen für Energien von einigen 100 MeV pro Nukleon (im Laborsystem) im Bereich von  $10^{-24}$  Sekunden. Eine geeignete Zeitskala ist daher

$$1 \text{ fm}/c = \frac{10^{-15} \text{ m}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \approx 3.3 \cdot 10^{-24} \text{ s} \quad .$$

Oft wird in der Kernphysik die Lichtgeschwindigkeit gleich 1 gesetzt, so daß die Zeitskalen in Längeneinheiten ( $\text{fm}$ ), die Geschwindigkeiten dimensionslos und die Massen, wie auch die Impulse, in Energieeinheiten ( $\text{MeV}$ , oder  $\text{GeV}$ ) dargestellt

werden.

Das Koordinatensystem der Reaktion wird so gelegt, daß der Strahl entlang der  $z$ -Achse läuft. Die Kollision wird im Schwerpunktsystem der beiden Kerne betrachtet, so daß anfangs Projektil- und Target-Kern nur eine Impulskomponente in  $z(-z)$ -Richtung aufweisen. Die  $x$ -Achse der Reaktion wird so festgelegt, daß das Projektil beim Flug entlang der Strahlachse um den Stoßparameter  $b$  in positiver  $x$ -Richtung verschoben ist. Die von der  $z$ - und  $x$ -Achse aufgespannte Ebene wird auch *Reaktionsebene* genannt. Diese wird also durch die Angabe der Einschußenergie pro Nukleon und des Stoßparameters  $\mathbf{b}$  eindeutig festgelegt.

Die dynamische Entwicklung eines Schwerionenstoßes läßt sich anschaulich im Ortsraum anhand von Stromverteilungen darstellen. Abb. 4.1 zeigt die zeitliche Entwicklung einer zentralen ( $b = 0 \text{ fm}$ ) Kollision von zwei Gold ( $^{197}\text{Au}$ ) Kernen bei einer Einschußenergie von 600 MeV pro Nukleon. Der Anfangszustand der Reaktion besteht aus zwei Lorentz-kontrahierten Kernen, die mit der vorgegebenen Boost-Geschwindigkeit aufeinander zulaufen. Im weiteren zeitlichen Verlauf stoßen die Projektil- und Target-Nukleonen gegeneinander. Dadurch wird das System in der zentralen Zone der Reaktion stark abgestoppt. Währenddessen prallen die Nukleonen der Restkerne auf die abgebremste Zone auf, und es bildet sich im Zentrum der Kollision eine stark komprimierte Materie. Die Dichte erreicht dabei Werte, die das 2- bis 3-fache normaler Kernmateriedichte erreichen, und dementsprechend werden hohe Temperaturen und Drücke erzeugt, wie wir später quantitativ sehen werden. Diese Phase der Kollision, die nur einige  $\text{fm}/c$  aufrecht erhalten bleibt, nennt man *Hochdichte-* bzw. *Feuerball-*Phase. Danach beginnt der Feuerball zu expandieren, und kühlt ab, bevor er sich fragmentiert. Auffällig in zentralen Kollisionen ist die isotrope Expansion des Feuerballs. Wie wir sehen werden, wird die Dynamik dieser Phase durch zwei Parameter vollständig charakterisiert, nämlich durch die radiale Expansion und die Temperatur im Falle thermischen Gleichgewichtes.

Abb. 4.2 zeigt die zeitliche Entwicklung derselben Reaktion, jedoch jetzt bei einem endlichen Stoßparameter von  $b = 4.5 \text{ fm}$ . Im zeitlichen Ablauf der Kollision lassen sich zwei Bereiche erkennen, und zwar einer, in dem die Nukleonen sich fast ungebremst mit der anfänglichen Boost-Geschwindigkeit weiter bewegen, und einer, in dem die Konstituenten des Systems aufgrund der gegenseitigen starken kurzreichweitigen Wechselwirkung (hauptsächlich durch 2-Teilchen Kollisionen) stark abgestoppt wurden und dann näherungsweise radial expandieren (entsprechend dem zentralen Stoß). Dieses dynamische Bild wird auch als *Spektator-Partizipant-*Bild [72]<sup>1</sup> bezeichnet. Allerdings ist keine deutliche Trennung zwischen Spektator- und Partizipant-Materie zu erkennen, weil ein Teil der Participant-Materie von

<sup>1</sup>Spektator ist das englische Wort für *Zuschauer*, und damit meint man die Nukleonen des Systems, die in der Reaktion kaum bzw. sehr geringfügig teilgenommen haben. Mit Partizipant bezeichnet man die *Teilnehmer*-Nukleonen des Feuerballs.

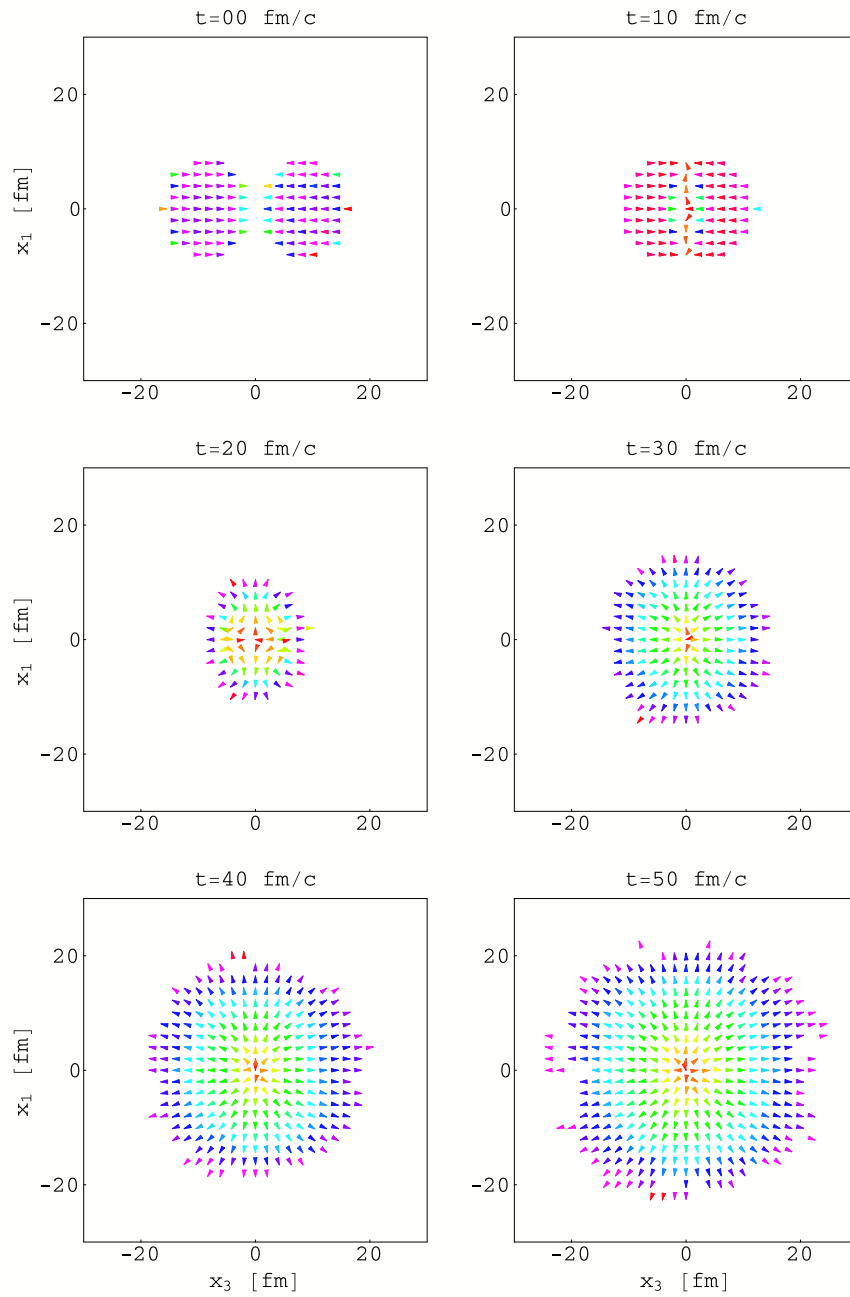


Abbildung 4.1: Zeitliche Entwicklung der Stromverteilungen. Die betrachtete Reaktion ist eine zentrale ( $b = 0$  fm) Au + Au bei 600 A MeV Einschussenergie.

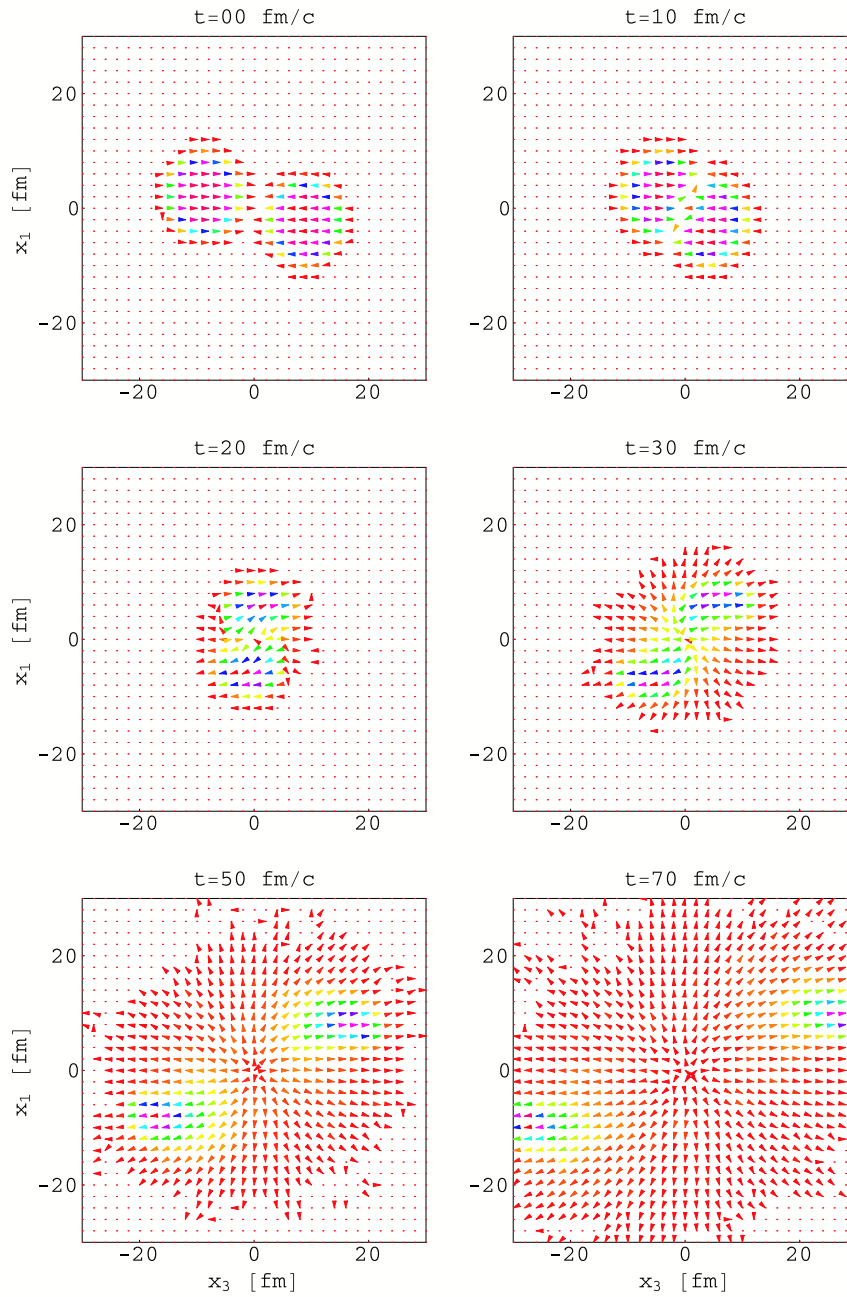


Abbildung 4.2: Zeitliche Entwicklung der Stromverteilungen. Die betrachtete Reaktion ist eine periphere ( $b = 4.5$  fm) Au + Au bei 600 AMeV Einschussenergie.

den Spektatoren aufgrund des attraktiven Mittelfeldes angezogen wird. Aufgrund der Asymmetrie in solchen peripheren Kollisionen ergeben sich eine Reihe beobachtbarer Effekte, die als *kollektive Flußeffekte* bezeichnet werden und im nächsten Abschnitt näher betrachtet werden.

Zuvor sollte jedoch ein für diese Arbeit wichtiger Aspekt diskutiert werden und zwar die lokale Impulsraumkonfiguration während der Reaktion. Das wesentliche Merkmal von Schwerionenreaktionen sind Nichtgleichgewichtskonfigurationen während eines großen Teils der Reaktion. Eine Nichtgleichgewichtskonfiguration wird dabei durch anisotrope Impulsraumverteilungen charakterisiert, die nicht mit der statischen Thermodynamik des thermischen Gleichgewichtes beschrieben werden können. Abb. 4.3 zeigt als Beispiel die zeitliche Entwicklung *lokaler* Impulsraumkonfigurationen und zwar im Zentrum einer zentralen Au+Au Kollision. Die Anfangsphase der Kollision wird durch anisotrope Phasenraumverteilungen charakterisiert. Sie bestehen näherungsweise aus zwei diffusen Fermi-Kugeln, bzw. kovarianten Ellipsoiden. Erst im späten zeitlichen Verlauf ist eine Konfiguration erkennbar, die sich annähernd durch eine Gleichgewichtskonfiguration, d.h. eine diffuse Fermi-Kugel bei endlicher Temperatur, beschreiben läßt. Wir werden sehen, daß diese Nichtgleichgewichtskonfigurationen bis zur Hochdichtephase hineinreichen, d.h. daß die Relaxationszeiten *vergleichbar* mit dem vollen dynamischen Ablauf des Prozesses sind. Daher erscheint eine Berücksichtigung dieser Nichtgleichgewichtseffekte, wie sie im Kapitel 2 ausführlich diskutiert wurden, in zweierlei Hinsicht wichtig. Zum einen geht es um eine zuverlässige Bestimmung der nuklearen Zustandsgleichung, die ja ein Gleichgewichtskonzept beinhaltet, aus Schwerionenreaktionen. Zum anderen werden wir auch versuchen, den Zustand der Materie auch in diesen Fällen noch thermodynamisch beschreiben zu können, was ohne geeignete Parametrisierungen des anisotropen Phasenraumes nicht möglich ist. Diese beiden Aspekte werden in der nächsten beiden Kapitel immer wieder wichtig sein.

## 4.2 Die Observablen einer Schwerionenkollision

Um das relativ komplizierte Geschehen eines Schwerionen-Stoßes aus verschiedenen Gesichtspunkten zu erfassen, gibt es eine Reihe von Observablen, die sich auch experimentell mit sehr guter Genauigkeit bestimmen lassen (siehe auch die anschauliche Darstellung in der Einleitung). Die Observablen können in drei Klassen unterteilt werden:

1. Teilchenproduktion
2. Fragmentformation
3. Asymptotische Energie- und Impulsverteilungen



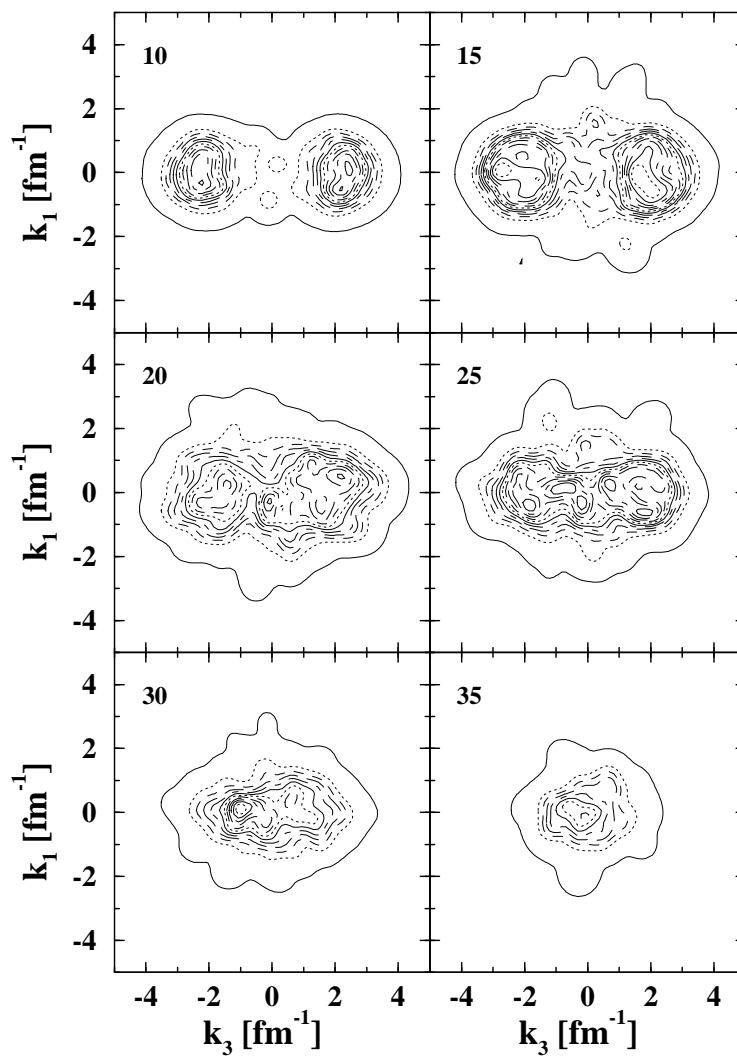


Abbildung 4.3: Entwicklung der lokalen Impulsraumkonfiguration in der zentralen Zelle der Reaktion (siehe Abb. 4.1) für verschiedene Zeiten (in Einheiten von [fm/c]) angegeben in der Figur. Die Reaktion ist eine zentrale Au + Au Reaktion bei 600 AMeV Einschußenergie.

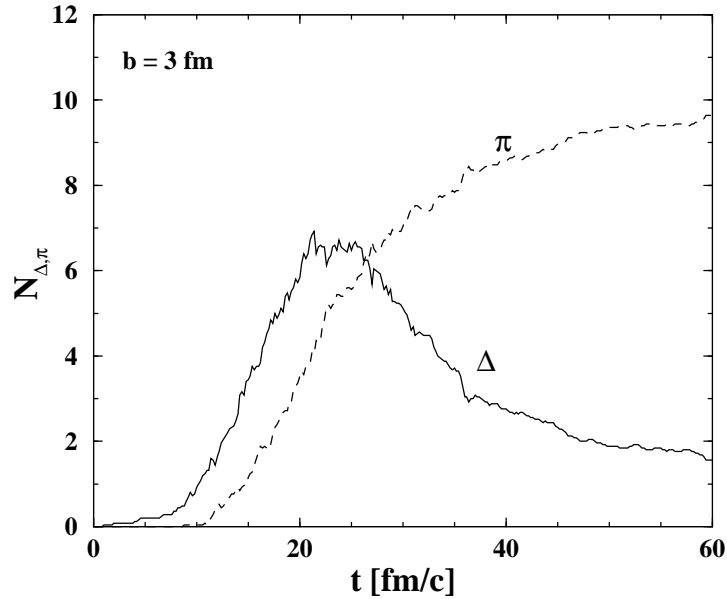


Abbildung 4.4: Zeitliche Entwicklung der Anzahl von  $\Delta$ -Resonanzen und Pionen für die Reaktion Au auf Au,  $E_{beam} = 400 \text{ MeV}$  und einem Stoßparameter von  $b = 3 \text{ fm}$ .

Unter der Teilchenproduktion versteht man die Erzeugung und Spektroskopie von Teilchen, die nicht Nukleonen oder Kerne sind, z.B. von Pionen, Kaonen, Dileptonen, etc., d.h. von Teilchen, die in der Reaktion erzeugt werden. Da wir uns im Rahmen dieser Arbeit meist mit Schwerionenkollisionen bei sog. mittleren Energien im Bereich  $0.2 \cdots 1 \text{ AGeV}$  beschäftigen werden, beeinflussen (mit Ausnahme des Pions) die anderen Teilchensorten die Reaktionsdynamik kaum, da sie mit sehr kleinem Wirkungsquerschnitt erzeugt werden. Das Pion wird über  $\Delta$ -Zerfälle während der Reaktion erzeugt, und wechselwirkt bei Einschußenergien von der Größenordnung von einigen  $\text{GeV}$  massiv mit dem nuklearen Medium. Bei den hier betrachteten Einschussenergien sollten aber solche inelastischen Prozesse eher unbedeutend sein. Dies wird lediglich in Abb. 4.4 bestätigt, denn die  $\Delta$ - und  $\pi$ -Multiplizitäten sind relativ zur Gesamt-Nukleonenzahl gering. Daher wird diese Klasse von Observablen nicht weiter diskutiert, obwohl diese inelastischen Prozesse in den dynamischen Rechnungen berücksichtigt werden. Eine umfassende Darstellung bezüglich dieses Themenkomplexes ist in den Referenzen [17, 77, 78] zu finden.

Bei der zweiten Klasse von Observablen geht es darum, die Fragmente im Endzustand nach Masse und Ladung zu identifizieren und spektroskopieren. Dieses Thema wird es später gesondert (Kapitel 5 und 6) behandelt.

Bei der dritten Gruppe von Observablen geht es darum, die Endzustandsimpulsverteilung zu messen und nach verschiedenen Gesichtspunkten zu analysieren. Diese letzte Klasse von Observablen wollen wir hier ausführlich beschreiben. Die Bedeutung dieser Observablen sieht man aus Abb. 4.5. Hier ist das Konturprofil der

globalen Impulsverteilungen (projiziert auf der Reaktionsebene) dargestellt, wie sie sich aus dem Endzustand von verschiedenen Rechnungen von  $Au + Au$  Reaktionen bei 400 A MeV Einschußenergie ergeben. Der Unterschied zwischen den oberen und unteren Figuren liegt im Stoßparameter der Reaktion, und die jeweils drei Spalten unterscheiden sich in der verwendeten effektiven Wechselwirkung. Letztere wird charakterisiert durch die Stärke ihren repulsiven Anteils. Bei zentralen Kollisionen (untere Figuren in Abb. 4.5) werden die Nukleonen des Systems im Rahmen des Kompressionsszenarios stark abgestoppt. Daher ist eine starke Anhäufung der Endzustandsimpulse nahe bei Schwerpunktsrapidity (zur Definition der Rapidity siehe unten) zu finden, und die Impulsverteilung ist aufgrund der Symmetrie des Problems symmetrisch um die Schwerpunktsrapidity. Der Einfluß der effektiven Wechselwirkung ist hier moderat. Letzteres ist darauf zurückzuführen, daß das Abstoppen stark durch NN–Stöße bestimmt wird, und daß bei diesen Simulationsrechnungen der gleiche NN–Streuquerschnitt für die 2–Teilchen Kollisionen benützt wurde. Bei peripheren Kollisionen ergibt sich jedoch ein anderes Bild. Hier läßt sich die globale Impulsverteilungen durch ein Ellipsoid darstellen, das relativ zur Strahlachse um einen bestimmten Winkel, den sogenannten *Flußwinkel*  $\Theta_{flow}$ , gedreht ist, weil aufgrund der Repulsion der NN–Wechselwirkung die Projektil- und Targetnukleonen in der Anfangsphase der Reaktion in  $x$ –Richtung weggeschleudert werden. Je stärker die Repulsion, desto größer ist der Flußwinkel, wie es in Abb. 4.5 (obere Figuren) deutlich erkennbar ist. Aufgrund der Symmetrie des kollidierenden Systems ist der Flußwinkel bei zentralen Kollisionen gleich Null.

Diese globalen Effekte in den Impulsverteilungen lassen sich durch eine Reihe von Observablen beschreiben. Wir beginnen mit der einfachsten Observable, nämlich die **Rapidityverteilung**  $dN/dY$ . Sie gibt die Anzahl der Baryonen als Funktion des Impulses in Strahlrichtung an. Dazu zerlegt man den longitudinalen Impuls in kleine Impulsintervalle  $\Delta k_z$  und zählt die Teilchen in jedem Impulsintervall  $\Delta k_z$  ab. Für diese Analysen verwendet man statt den longitudinalen Impuls  $k_z$  die leichter handbare Größe Rapidity  $Y$ . Die Rapidity ist eine in relativistischen Beschreibungen gerne benutzte Größe

$$Y := \frac{1}{2} \ln \frac{E_z^* + k_z^*}{E_z^* - k_z^*} = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \beta_z}{1 - \beta_z} \quad ,$$

deren Vorteil in der Additivität bei Lorentztransformationen (LT) liegt. Bei einer LT aus einem System  $\Sigma$  in ein mit der „Boost“-Geschwindigkeit  $\beta_z$  dazu relativ bewegtes System  $\Sigma'$  transformiert sich  $Y$  gemäß

$$Y_{(\Sigma')} = Y_{(\Sigma)} + Y(\beta_z) \quad .$$

Ferner gibt man meist als Abszisse die Rapidity  $Y_{CM}$  im Schwerpunktsystem der beiden Kerne normiert auf die Projektilrapidity  $Y_{proj}$  ( $Y^{(0)} = Y_{CM}/Y_{proj}$ ) an.

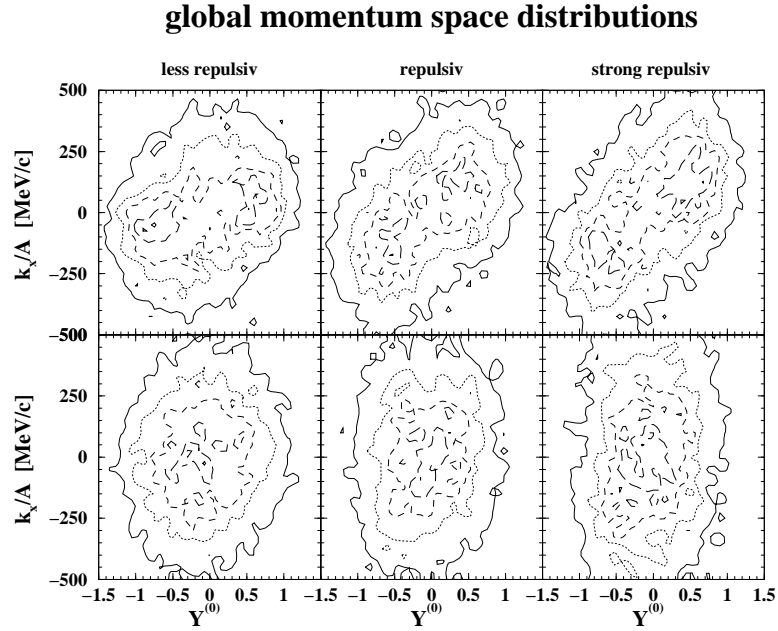


Abbildung 4.5: Impulsraumdarstellung (projiziert auf die Reaktionsebene) des Endzustandes einer zentralen (untere Figuren) und einer peripheren (obere Figuren)  $Au + Au$  Kollision bei 400 A MeV Einschubenergie. Die drei Spalten sind Simulationsrechnungen mit verschiedenen NN-Wechselwirkungen.

Die Rapiditätsverteilung ist ein Maß für die Abstopfung der beiden Kerne in Strahlrichtung. Vor dem Stoß besteht die Rapiditätsverteilung aus zwei Komponenten um  $Y_{CM}/Y_{proj} = +1$  (für das Projektil) und  $Y_{CM}/Y_{proj} = -1$  (für das Target), deren Breite durch die Impulsverteilung innerhalb des jeweiligen Kernes gegeben ist. Nach dem Stoß ist die Rapiditätsverteilung vom Stoßparameter der Reaktion stark abhängig. Bei sehr zentralen Stößen sollte  $dN/dY$  nämlich ein Maximum bei der Schwerpunktsrapidität, d.h. bei  $Y_{CM}/Y_{proj} = 0$ , haben (siehe dazu auch Abb. 4.5). Bei peripheren Stößen, wo der Überlapp von Projektil- und Targetkern noch sehr gering ist, sollte  $dN/dY$  dagegen zwei Maxima aufweisen; ein Maximum jeweils bei Target- und Projektilrapidität mit einer Anhäufung von Partizipantmaterie bei Schwerpunktsrapidität. In Abb. 4.6 ist die normierte Rapiditätsverteilung für die Reaktion  $^{197}Au$  auf  $^{197}Au$  bei einer Einschubenergie von  $400 MeV \cdot A$  für einen zentralen ( $b = 0.5 fm$ ) und einen peripheren ( $b = 6.0 fm$ ) Stoß dargestellt. Während die Rapiditätsverteilung für den zentralen Stoß ein Maximum bei Schwerpunktsrapidität aufweist, zeigt  $dN/dY$  für den peripheren Stoß ein völlig anderes Verhalten. Abgesehen von statistischen Fluktuationen sind nämlich die zwei Maxima bei Projektil- und Targetrapidität noch sehr gut zu erkennen, allerdings bereits mit einer Andeutung von einer Auffüllung in der Nähe

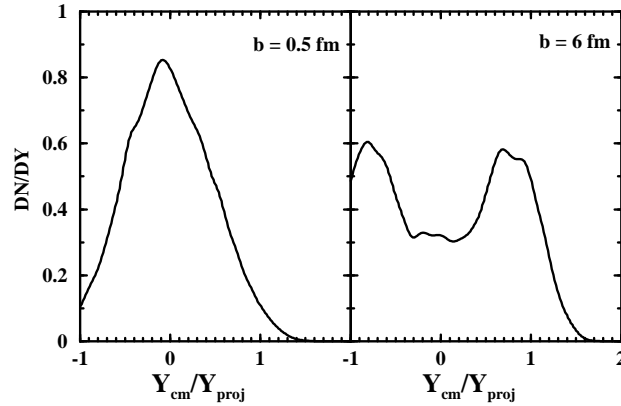


Abbildung 4.6: Normierte Rapidityverteilungen für einen zentralen (links) und einen peripheren Stoß (rechts) für die Reaktion  $^{197}\text{Au}$  auf  $^{197}\text{Au}$  bei einer Einschussenergie von  $E_{beam} = 400 \text{ MeV} \cdot A$ .

der Schwerpunktsrapidity durch Stöße.

Ein weitere charakteristische Eigenschaft von peripheren Kollisionen ist der **kollektiven Seitwärtsfluß** (auch als **transversaler Fluß** bezeichnet). Darunter versteht man die seitliche Ablenkung der Target- (in negativer  $x$ -Richtung) und Projektilteilchen (in positiver  $x$ -Richtung) relativ zur Strahlachse. Zur Bestimmung des Seitwärtsflusses mittelt man innerhalb eines Rapidityintervalls alle in die Reaktionsebene projizierten Transversalimpulse pro Nukleon ( $k_x/A$ ). Diesen mittleren Impuls trägt man dann als Funktion der Rapidity  $Y_{CM}/Y_{proj}$  auf (siehe Abb. 4.7). Positives  $k_x/A$  bedeutet demnach, daß im betrachteten Rapidityintervall mehr Impuls mit positiver  $x$ -Komponente als mit negativer  $x$ -Komponente zu finden ist. Dies war auch in Abb. 4.5 deutlich zu erkennen. Aus Symmetriegründen sollte der Seitwärtsfluß bei der Schwerpunktsrapidity verschwinden und ferner um die Schwerpunktsrapidity symmetrisch sein.

Eine weitere Größe zur Beschreibung des kollektiven Seitwärtsflusses stellt die Observable  $P_x^{dir}$  dar. Deren Bestimmung erfolgt dadurch, daß man die Impulsverteilung des Endzustandes bei Schwerpunktsrapidity in zwei Teilen schneidet. Dann werden die Transversalimpulse addiert, für Teilchen der Vorwärtshemisphäre mit positivem und sonst mit negativem Vorzeichen

$$P_x^{dir} = \frac{1}{A} \sum_i \text{sign}(Y_{CM}^i) k_x^{(i)} \quad . \quad (4.1)$$

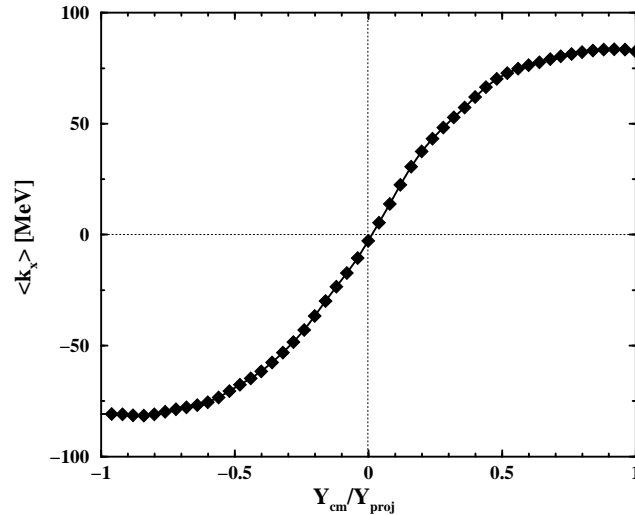


Abbildung 4.7: *Transversaler Fluß pro Nukleon für dasselbe System wie in Abbildung (4.6) bei einem Stoßparameter von  $b = 4$  fm.*

Bisher wurden nur Impulsverteilungen betrachtet, die die globale Reaktionsdynamik auf die Reaktionsebene charakterisieren. Es gibt ein weiteres, sehr interessantes Effekt, der insbesondere die physikalischen Eigenschaften der hochkomprimierten Feuerball-Materie direkt wiedergibt. Es wird beobachtet, daß bei peripheren Kollisionen gemäß dem oben geschilderten Kompression/Expansion-Szenario die Nukleonen des Feuerballs *senkrecht* zur Reaktionsebene geschleudert werden. Der Grund ist, daß die komprimierte Partizipanten-Materie auf diesen Weg am leichtesten entweichen kann, da der Weg entlang der Strahlrichtung durch die Projektil- und Target-Restkerne gesperrt ist. Diesen Effekt bezeichnet man als **Ausquetschfluß** (oder **squeeze-out** Effekt). Er ergibt sich aus der Beobachtung von **azimutalen Winkelverteilungen**, und ist am ausgeprägtesten bei Schwerpunktsrapidität. Ein Beispiel von azimutalen Winkelverteilungen bei Schwerpunktsrapidität zeigt Abb. 4.8. Man erkennt zwei ausgeprägte Maxima bei  $\Phi = 90^\circ$  und  $\Phi = 270^\circ$  gleichbedeutend mit einer bevorzugten Emission von Feuerballmaterie senkrecht zur Reaktionsebene. Daraus resultieren weitere interessante Observablen (wie z.B. das sog. squeeze-out Verhältnis), die wir im nächsten Kapitel in Zusammenhang mit der Steifigkeit der Zustandsgleichung bei hohen Dichten diskutieren werden.

Im nächsten Kapitel werden unsere Ergebnisse in Form der hier diskutierten Observablen mit Experimenten verglichen. Im Gegensatz zu Rechnungen von Schwerionenkollisionen, wo der Stoßparameter bekannt ist, ist eine genaue experimentelle Angabe des Stoßparameters nicht möglich. Stattdessen versucht man, die experimentellen Ereignisse durch eine Analyse von stoßparameterabhängigen Observablen nach Stoßparameter- oder Zentralitätsbereichen zu selektieren. Diese Prozedur ist wichtig, weil die Flußobservablen zum Teil stark vom Stoßparameter

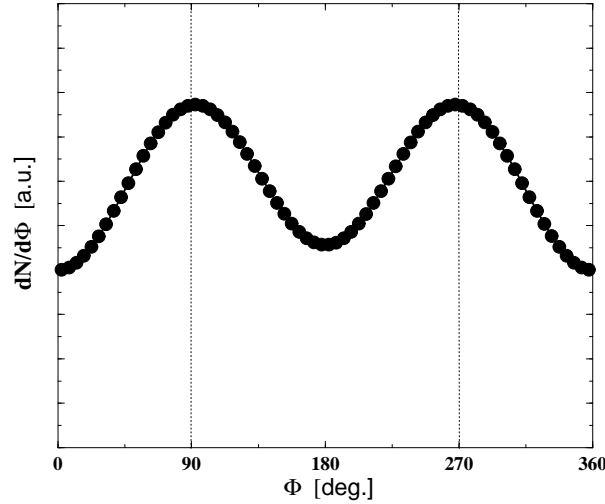


Abbildung 4.8: Azimutale Winkelverteilung bei Schwerpunktsrapidität für eine semi-zentrale  $Au+Au$  Reaktion bei 600 A MeV Einschussenergie.

der Reaktion abhängen. Man unterscheidet dabei zwischen sehr zentralen, semi-zentralen und peripheren Reaktionen. Es gibt zwei Observablen, die sehr eng mit dem Stoßparameter der Reaktion zusammenhängen und sowohl experimentell als auch theoretisch leicht zu ermitteln sind. Es handelt sich um die Observablen *ERAT* und die Multiplizität geladener Teilchen. Letztere wird auch durch *PMUL* oder auch durch *PM* abgekürzt. *ERAT* ist definiert über das Verhältnis von transversaler zur longitudinalen kinetischen Energie gemäß

$$ERAT := \left( \sum_i \frac{E_{\perp}^{(i)}}{E_{\parallel}^{(i)}} \right)_{Y_{CM} \geq 0} \quad (4.2)$$

und stellt ein anderes Maß für das Abstoppen der Materie dar. In Glg. (4.2) wird über die Teilchen mit positiver Rapidität summiert. Abb. 4.9 gibt diese beiden Observablen als Funktion des Stoßparameters  $b$  aus einer Rechnung wieder. Man erkennt eine starke Abhängigkeit vom Stoßparameter, wobei *ERAT* sehr empfindlich auf zentrale und *PMUL* sehr empfindlich auf periphere Reaktionen ist. Daher wird die Größe *ERAT* zur experimentellen Selektion sehr zentraler Ereignisse herangezogen, während *PMUL* zur Klassifizierung peripherer Kollisionen bevorzugt wird. Diese Methoden zur Zentralitätsbestimmung werden im nächsten Kapitel ausführlich diskutiert, weil sie, wie wir sehen werden, stark von der verwendeten Zustandsgleichung abhängen.

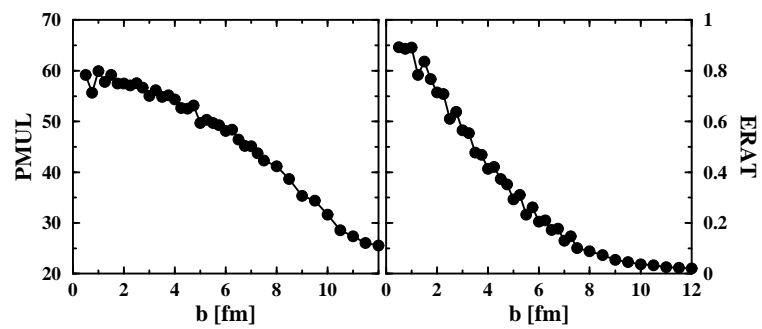


Abbildung 4.9: *Stoßparameterabhängigkeit der Größen PMUL und ERAT für Au+Au Reaktionen bei 400 A MeV Einschussenergie.*



# Kapitel 5

## Kollektive Flußeffekte und die Zustandsgleichung

Unter dem Begriff der *kollektiven Flußeffekte* werden verschiedene globale Impulsraumobservablen zusammengefaßt, die die Reaktionsdynamik einer Schwerionenkollision charakterisieren. Diese Observablen, die im Kapitel 4 eingeführt wurden, sind sehr sensitiv vom Dichte- und Impulsverhalten des mittleren Feldes abhängig. Durch einen Vergleich mit dem Experiment läßt sich daher indirekt Information auf die nukleare Zustandsgleichung erzielen.

Solche Untersuchungen wurden bereits in der Vergangenheit unter Anwendung phänomenologischer Zustandsgleichungen durchgeführt. Hier wird versucht, aus *mikroskopischen* Vielteilchentheorien gewonnenen Zustandsgleichungen entsprechend Kapitel 2 auf Schwerionenkollisionen anzuwenden. In einem ersten Abschnitt fassen wir daher die verschiedenen Zustandsgleichungen und Modelle zusammen, die im folgenden untersucht werden und führen eine Kurznotation ein. Wir untersuchen in dieser Arbeit meistens mittlereenergetische ( $E_{beam} = 0.1 \cdots 1 \text{ AGeV}$ ) Kollisionen. Dieser Energiebereich eignet sich am besten dazu, die Nichtgleichgewichtseffekte der lokalen Phasenraumes und deren Einfluß auf die globale Reaktionsdynamik zu studieren, ohne daß die Ergebnisse von anderen Effekten, wie z.B. Teilchenproduktion, beeinflusst werden.

Um einen zuverlässigen Vergleich mit experimentellen Daten zu ermöglichen, müssen die Bedingungen von Schwerionenexperimenten beachtet werden. Dazu gehören unter anderem die Berücksichtigung der eingeschränkten Detektorakzeptanz, die Selektion des Stoßparameterbereiches der Kollision nach gewissen Kriterien, usw. Diese Methoden benötigen allerdings Informationen über die Fragmentverteilung im Endzustand des Prozesses, da Detektoren auf Fragmente empfindlich sind. Diese Information ist im Rahmen der 1-Teilchen Transporttheorie aufgrund der fehlenden Vielteilchenkorrelationen eigentlich nicht vorhanden. Als ein effektives Verfah-

ren zur Beschreibung von Fragmenten im Rahmen der Transporttheorie hat sich jedoch das Koaleszenzmodell etabliert, das hier zur Fragmentproduktion angewendet wird. Dies wird im zweiten Abschnitt beschrieben. Die Detektorakzeptanz wird heute meist dadurch berücksichtigt, daß die theoretischen Ergebnisse mit den experimentellen Akzeptanzfunktionen gefaltet werden. Dies wird im dritten Abschnitt näher erläutert. Desweiteren wird dort erläutert, wie der experimentell ja nicht direkt meßbare Stoßparameter eingeschätzt wird. In den weiteren Abschnitten werden dann unsere Ergebnisse für verschiedene Flußobservablen mit den Experimenten verglichen. Unsere Analyse wird zeigen, daß Nichtgleichgewichtseﬀekte die Observablen wesentlich beeinflussen und für eine Bestimmung der Zustandsgleichung wichtig sind.

## 5.1 Die effektive Wechselwirkung und die Fragestellungen

Die hier ausgeführten Transportrechnungen unterscheiden sich durch die Wahl der skalaren und vektoriellen Selbstenergie im Vlasov-Term. Entsprechend den Diskussionen im Kapitel 1 untersuchen wir hier Selbstenergien, die auf mikroskopischen DB-Rechnungen basieren. Wir untersuchen DB-Rechnungen, die auf Arbeiten von ter Haar und Malfliet [21] (Bezeichnung DBHM) und solche, die auf Arbeiten von Fuchs et al. [22] (DBF) beruhen. Zum Vergleich untersuchen wir phänomenologische Selbstenergien, und zwar aus der nichtlinearen, nur dichteabhängigen Walecka-Theorie (NL2) [24] und aus der dichte- und impulsabhängigen Parametrisierung von Typel et al. [2, 46], die mit DDH bezeichnet wird. Andererseits untersuchen wir den Einfluß von Nichtgleichgewichtseﬀekten auf impulsabhängige Selbstenergien, wie im Kapitel 2 diskutiert. Rechnungen, in denen die Nichtgleichgewichtseﬀekte des lokalen Phasenraums berücksichtigt wurden, werden entsprechend Abschnitt 3.1 mit LCA gekennzeichnet; solche, in denen der Impulsraum als isotrop angenommen ist und nur die lokale Dichte berücksichtigt wird, werden demgegenüber mit LDA bezeichnet. Entsprechend sind die Rechnungen durch Kürzel wie DBF/LCA, DBF/LDA, usw. bezeichnet (bei NL2 ist die Unterscheidung nicht notwendig wegen der fehlenden Impulsabhängigkeit).

In Transportrechnungen tritt im Stoßterm außerdem der In-Medium NN-Stoßquerschnitt auf, der mit dem Imaginärteil der Selbstenergie verbunden ist [64], und daher in den DB-Modellen auch zugänglich ist. Andererseits muß er in den phänomenologischen Modellen für den Realteil der Selbstenergie (NL2 und DDH) in jedem Fall empirisch bestimmt werden. Um den Vergleich zwischen den verschiedenen Modellen nicht weiter zu komplizieren, werden in den Rechnungen dieser Arbeit stets der gleiche empirische NN-Wirkungsquerschnitt benutzt, und zwar die weitverbreitete energieabhängige Parametrisierung von Cugnon et al. [15], die

eine Parametrisierung des freien NN-Wirkungsquerschnitts darstellt. Insofern ist die Auswirkung einer Selbstkonsistenz der mikroskopischen Modelle noch nicht abschließend untersucht, und späteren Arbeiten vorbehalten. Unsere Untersuchungen zielen auf Antworten auf folgenden Problemstellungen:

Wie verhält sich hochkomprimierte Materie in Nichtgleichgewichtssituationen in Schwerionenreaktionen, d.h. in welchem Maß äußern sich die Nichtgleichgewichtseffekte auf die Reaktionsdynamik? Dazu dient der Vergleich zwischen LCA und LDA Rechnungen, wobei hierfür meist die DBHM-Ergebnisse als Beispiel benützt werden.

In wieweit stellen die konfigurationsabhängigen Mittelfelder eine realistische Näherung für anisotrope Situationen in Schwerionenreaktionen dar, und können daher sie die Reaktionsdynamik zuverlässig beschreiben? Dazu dient der Vergleich zwischen der LDA und LCA Näherung mit den Experimenten. Hierbei wird sich zeigen, ob unsere LCA Näherung noch verbesserungsbedürftig ist.

Es gibt eine Reihe mikroskopischer und phänomenologischer Kernmodelle, die in Kernmaterie und Kernstrukturrechnungen angewendet wurden. Dazu gehörten die Dirac-Brueckner Theorie, die das Vielteilchenproblem *parameterfrei* auf mikroskopischer Basis behandelt. Allerdings existieren dabei verschiedene Lösungsmethoden, welche zum Teil stark unterschiedliche Ergebnisse liefern. Trotz aufwendiger Untersuchungen, insbesondere von der Tübinger-Gruppe [22], bleiben die vorhandenen Diskrepanzen (vergleiche dazu Abb. 1.4) in den Ergebnissen noch ungeklärt. Insofern ist es interessant, die verschiedenen Methoden untereinander und mit dem Experiment zu vergleichen. Von phänomenologischer Seite interessant ist die neue Parametrisierung von Typel et al., zumal sie die Kernstruktur sehr gut beschreiben kann [2]. Die Selbstenergien dieser Kernmodelle auf Hochdichtesituationen zu extrapolieren ist sicherlich nicht trivial, und zu einer Klärung dieser Frage dienen auch unsere Untersuchungen: Gibt es überhaupt eine effektive Theorie, die Kernmaterie, Kernstruktur, Nukleon-Kern- und Kern-Kern-Stöße (wie es hier der Fall ist) *simultan* beschreiben kann? Kann man also verschiedene Gebiete der Kernphysik mit einer *einzig* nuklearen Zustandsgleichung beschreiben? Dazu werden die verschiedenen Wechselwirkungen mit Schwerionenexperimenten verglichen, nachdem sie ja vorher schon in Kernmaterie und endlichen Kernen untersucht wurden. Um eine zuverlässige Interpretation der Ergebnisse erzielen zu können, müssen in Schwerionenstößen natürlich Nichtgleichgewichtseffekte berücksichtigt werden.

## 5.2 Fragmente in RBUU

Das Verfahren zur Erzeugung von Fragmenten aus Schwerionenrechnungen basiert auf dem sogenannten Koaleszenzmodell [81]. Die Idee besteht darin, Fragmentverteilungen zu generieren, die mit der vorgegebenen 1-Teilchen Phasenraum-

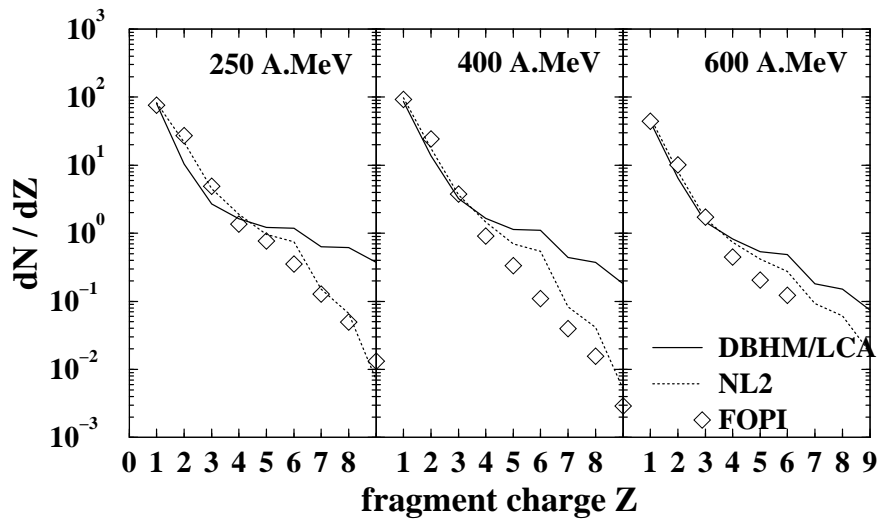


Abbildung 5.1: Vergleich der im Koaleszenzmodell ermittelten Ladungsverteilungen mit den entsprechenden FOPI Daten [79, 80] für zentrale Au+Au Kollisionen bei 250 (links), 400 (mitte) und 600 A.MeV (rechts). Die verschiedenen theoretischen Kurven stellen Schwerionenrechnungen in DBHM/LCA (durchgezogen) und NL2 (punktiert) dar. Bei 250 und 400 A.MeV wurde zur Zentralitätsbestimmung die Observable ERAT und bei 600 A.MeV die PM4-Selektion durchgeführt (siehe unten).

Verteilung konsistent sind. Eine Anzahl von Nukleonen wird demnach als Fragment betrachtet, wenn diese sowohl im Orts- als auch im Impulsraum benachbart sind, d.h. nicht weiter als eine Entfernung  $R_0$  bzw.  $K_0$  voneinander entfernt liegen. Desweiteren wird angenommen, daß die auf diese Weise entstandenen Fragmente keinerlei Endzustands-Wechselwirkung unterliegen und so den Detektor erreichen.

Inwieweit dieses Verfahren physikalisch gerechtfertigt ist, hängt von dem Mechanismus der Fragmentation ab. Im Prinzip würde man die dynamische Entwicklung von höheren Korrelationen benötigen, die jedoch im Rahmen der Transporttheorie nicht enthalten sind. Die höheren Korrelationen wirken auf die 1-Teilchen-Verteilung als Fluktuationen, die in thermodynamisch instabilen Zuständen die Fragmentbildung auslösen, die dann durch das Mittelfeld vorangetrieben wird. In der praktischen Durchführung von Transportrechnungen sind jedoch immer numerische Fluktuationen vorhanden (siehe Abschnitt 3.2), sodaß es auch hier zur Fragmentierung kommt. Dies ist die Grundlage des Koaleszenzmodells, daß auf die Endphase des Stoßes angewendet wird. Es gibt neuere experimentelle Hinweise dafür, daß die Fragmente durch einen Kondensationsprozess erst während der Expansionsphase entstehen [82]. Sollte dies zutreffen, so stellen die Annahmen des Koaleszenzmodells eine gute Näherung dar. Es gibt jedoch keine zuverlässige Abschätzung über den Emissionszeitpunkt der Fragmente, zumal der Vergleich

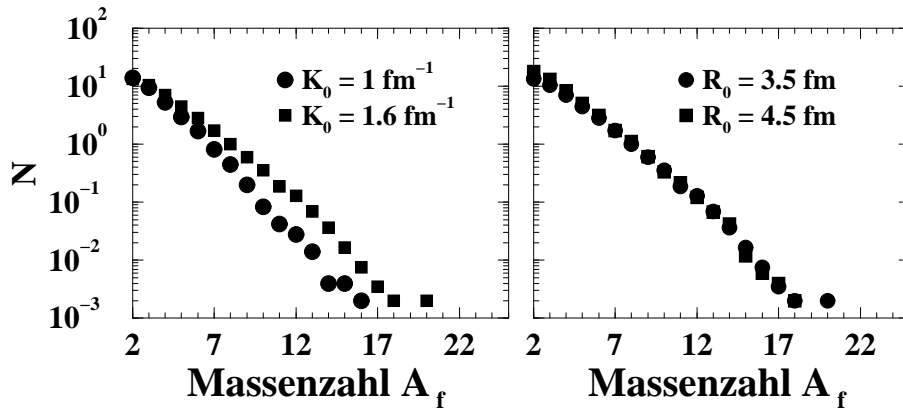


Abbildung 5.2: Massenverteilungen von Fragmenten für  $Au + Au$ ,  $E_{beam} = 400$  MeV,  $b = 3$  fm. (oben) Variation des Koaleszenzparameters  $K_0$  bei festgehaltenem  $R_0 = 3.5$  fm; (unten) Variation des Koaleszenzparameters  $R_0$  bei festgehaltenem  $K_0 = 1.6$  fm $^{-1}$ .

von statistischen Multifragmentationsmodellen mit Experimenten keine umfassende Übereinstimmung gezeigt hat [79]. Ein möglicher Grund für diese Diskrepanz besteht darin, daß sich in Schwerionenkollisionen die Materie noch nicht im thermischen Gleichgewicht befindet im Gegensatz zu den Annahmen statistischer Modelle [83]. Schwerionenrechnungen im Rahmen der sog. Quantenmolekulardynamik (QMD [84]), die die Vielteilchenkorrelationen in einem nichtrelativistischen Potential in Form von 2-Teilchen Wechselwirkungen enthalten, lieferten ebenfalls keine wesentliche Abhängigkeit der Reaktionsdynamik, insbesondere des kollektiven Flusses, vom Fragmentationsprozeß.

Das Koaleszenzmodell enthält zwei Parameter  $R_0$  bzw.  $K_0$ . Wir bestimmen diese Parameter durch eine Anpassung an experimentell bekannten Massen- bzw. Ladungsverteilungen [79, 80]. Diese Anpassungsprozedur wurde für jede Zustandsgleichung und jede Einschußenergie separat durchgeführt. Die Koaleszenzparameter wurden dabei derart bestimmt, daß die Multiplizität der leichten Fragmente mit  $Z \leq 3$  mit hoher Genauigkeit reproduziert werden konnten. Dies ist wichtig, denn die Multiplizität geladener Teilchen, die zur Stoßparameterbestimmung verwendet wird (siehe unten), wird im wesentlichen durch die leichten Fragmente charakterisiert. Abb. 5.1 zeigt dieses Anpassungsverfahren bei 3 Energien. Insgesamt ist diese Anpassungsprozedur für leichte Fragmente zuverlässig. Die vorhandenen Abweichungen für große Werte von  $Z$  sind für die weitere Analyse unbedeutend wegen ihres geringen Einflusses auf Observablen. Die Anpassung liefert für die Koaleszenzparameter Werte von  $R_0 \approx 4$  fm und  $K_0 \approx 1.4$  fm $^{-1}$  in Übereinstimmung mit ähnlichen Analysen anderer Gruppen [84]. Das wichtige Ergebnis bei der Anpassungsprozedur ist die starke Abhängigkeit der Fragmentverteilungen von der Wahl

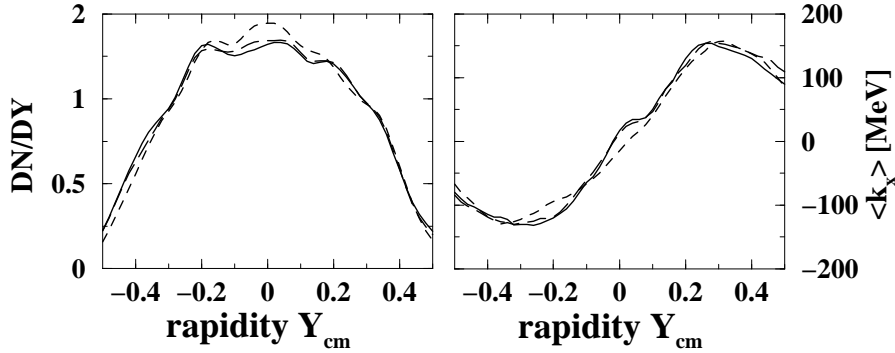


Abbildung 5.3: Normierte Rapiditätsverteilung (oben) und transversaler Fluß pro Fragment (unten) von leichten Fragmenten ( $A_f = 2$ ) für die Reaktion  $Au + Au$ ,  $E_{beam} = 400 \text{ MeV}$ ,  $b = 3 \text{ fm}$  in Abhängigkeit von den Koaleszenzparametern. Durchgezogen:  $R_0 = 3.5 \text{ fm}$  und  $K_0 = 1.0 \text{ fm}^{-1}$ ; strichliert:  $R_0 = 3.5 \text{ fm}$  und  $K_0 = 1.6 \text{ fm}^{-1}$ ; langstrichliert:  $R_0 = 4.5 \text{ fm}$  und  $K_0 = 1.0 \text{ fm}^{-1}$

des Koaleszenzparameters im Impulsraum  $K_0$  und die geringe Abhängigkeit von  $R_0$  (siehe Abb. 5.2). Auf dieser Weise konnte der Koaleszenzparameter  $K_0$  mit einer Genauigkeit von  $\pm 5 \%$  bestimmt werden, so daß die für die Stoßparameterselektion wichtigen Multiplizitätsverteilungen eindeutig sind.

Bemerkenswert ist, daß die Rechnungen mit konfigurationsabhängigen Mittelfeldern (DBHM/LCA) mehr schwere Fragmente liefern verglichen zum nichtlinearen Walecka-Modell (NL2) (siehe Abb. 5.1). Ein möglicher Grund für dieses Verhalten könnte in der Dichteabhängigkeit der effektiven Kopplungsfunktionen der Abb. 2.8 zu suchen sein, die sich von der Dichteabhängigkeit der skalaren Kopplung im nicht-linearen Walecka-Modell wesentlich unterscheidet.

Wie oben angedeutet, sind aber die kollektiven Flussobservablen fast unabhängig von der Wahl der Koaleszenzparameter. Dies zeigen die Abb. 5.3 und 5.4 anhand der Rapiditätsverteilungen und des kollektiven Seitwärtsflusses für leichte Fragmente. Dies ist wichtig, denn dadurch wird der Vergleich mit dem Experiment erheblich erleichtert. Dieser Effekt wurde auch schon in den Referenzen [24, 32, 33, 84] beobachtet, wo ähnliche Koaleszenzvorschriften verwendet wurden.

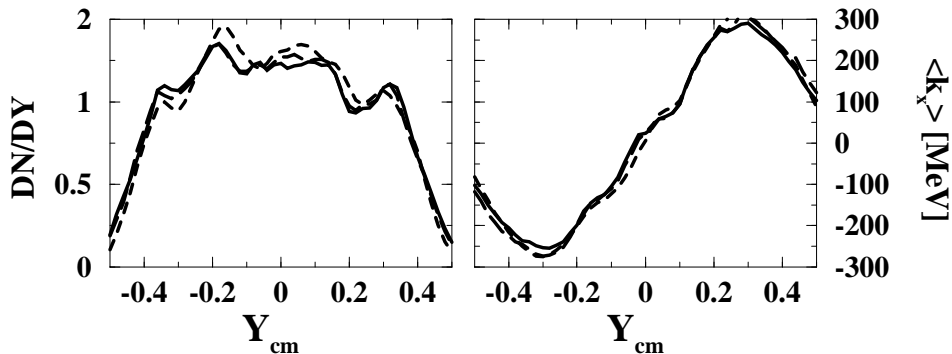


Abbildung 5.4: Wie Abbildung 5.3 jedoch für Fragmente mit  $A_f = 3, 4$ .

## 5.3 Charakterisierung der experimentellen Daten

Die Schwerionenexperimenten, mit denen wir uns hier ausführlich beschäftigen werden, sind mit der Phase-I Version des  $4\pi$ -Detektorsystems FOPI an der GSI (Gesellschaft für Schwerionenforschung) von der FOPI-Kollaboration aufgenommen worden. Dieses Detektorsystem eignet sich speziell für Kollisionen schwerer Ionen bei mittleren Einschußenergien bis hin zu 2 AGeV. Wir wollen hier die wesentlichen Merkmale dieser Experimente kurz schildern soweit sie für den Vergleich mit unseren Rechnungen wichtig sind. Für weitere Details wird auf die Referenz [85] verwiesen.

### 5.3.1 Der FOPI-Detektor

Der FOPI-Detektor besteht aus einem äußeren und einem inneren System von Plastik-Szintillationszählern. Der äußere Teil deckt einen polaren Winkelbereich zwischen  $7^\circ$  und  $30^\circ$  (im Laborsystem) ab und besteht aus insgesamt 512 Szintillatorstreifen und einem Gas-Cluster-Detektor. Der innere Teil der Plastic-Wall umfaßt den polaren Winkelbereich zwischen  $1.2^\circ$  und  $7^\circ$  (im Laborsystem) und setzt sich aus 252 trapezförmigen „Szintillator-Paddles“ und einem zusätzlichen Cluster-Detektor zusammen. Die Cluster-Detektoren identifizieren die schweren und langsamen Fragmente, die in den Szintillatoren stecken bleiben. Diese Einrichtung ermöglicht den Nachweis von Fragmenten mit der Ladungszahl  $Z \leq 10$ .

Im Experiment existieren natürlich nicht die idealen Bedingungen, wie sie bei Computer-Simulationen anzutreffen sind. Gewisse Detektorakzeptanzen führen dazu, daß nicht alle Teilchen und Fragmente gleich nachgewiesen werden. Für einen

Vergleich von theoretischen Ergebnissen mit experimentellen Daten ist es daher notwendig, zumindest die wichtigsten Eigenschaften des Detektors auf dem Computer zu simulieren. Dazu gibt es aufwendige Detektorakzeptanz-Simulationsprogramme (kurz als Filter bezeichnet). Das hier verwendete Filter, das von der FOPI-Kollaboration für unsere Auswertungen zur Verfügung gestellt wurde [86], berücksichtigt die Akzeptanzeinschränkungen des Phase-I-Aufbaus des FOPI-Detektors. Im wesentlichen wird durch das Filter der beschränkte Winkelbereich im Laborsystem ( $1.2^\circ \leq \Theta_{LAB} \leq 30^\circ$ ), sowie der eingeschränkte Energie-Nachweisbereich des Detektors ( $14 \text{ MeV} \cdot A$  für Teilchen mit  $Z = 1$  bis hin zu  $35 \text{ MeV} \cdot A$  für Teilchen mit  $Z = 10$ ) berücksichtigt. Allerdings werden „Double-Hits“<sup>1</sup> bei dieser Filterversion nicht berücksichtigt.

Mit Hilfe des FOPI-Detektors ist man in der Lage, verschiedene Ereignisklassen mit hoher Genauigkeit zu selektieren. Insbesondere ist dadurch möglich, die Zentralitätsabhängigkeit verschiedener Observablen zu studieren [79], indem gewisse Kriterien zur experimentellen Stoßparameterselektion auf die Messdaten angewendet werden. Um Daten mit hoher Statistik zu erhalten, ist weiterhin eine genauere Bestimmung der Reaktionsebene nötig, die ja experimentell nicht direkt meßbar ist, in Gegensatz zu den theoretischen Simulationen. Um einen zuverlässigen Vergleich unserer Ergebnisse mit diesen Experimenten herzustellen, wollen wir daher genauso vorgehen, wie es im Experiment der Fall ist.

### 5.3.2 Filterung der Observablen

Um die experimentellen Daten korrekt interpretieren zu können, wollen wir in diesem Abschnitt die Einflüsse des FOPI-Filters auf die wesentlichen Observablen einer Schwerionenreaktion untersuchen. Es werden hierbei nur exemplarische Rechnungen im Rahmen einiger der verwendeten Mittelfeld-Parametrisierungen vorgeführt.

Als erstes betrachten wir die Observable  $ERAT$ , die im Kapitel 4 in Glg. (4.2) eingeführt wurde. Abb. 5.5 gibt diese Größe für verschiedene Parametrisierungen des Mittelfeldes wieder. Die durchgezogenen Kurven stellen die ungefilterten und die strichlierten die gefilterten Variablen dar. Es ist eine starke Abhängigkeit vom FOPI-Filter zu erkennen, die auf den beschränkten Polarwinkelbereich des FOPI-Detektors zurückzuführen ist ( $\Theta \leq 30^\circ$ ): bei sehr zentralen Kollisionen wird ein wesentlichen Anteil der kinetischen Energie aufgrund von Streuprozessen senkrecht zur Strahlrichtung übertragen. Dies erklärt auch die  $ERAT$ -Zunahme mit abnehmendem Stoßparameter. Wenn nun das FOPI-Filter eingeschaltet wird, wird nicht der volle Polarwinkelbereich der Reaktion erfaßt ( $\Theta \leq 30^\circ$ ), so daß das gefilterte  $ERAT$  für kleine Stoßparameter erheblich reduziert wird. Mit zunehmendem Stoß-

<sup>1</sup>Damit meint man, daß zwei oder mehr Teilchen auf ein und dasselbe Detektorelement treffen (Mehrfachtreffer).



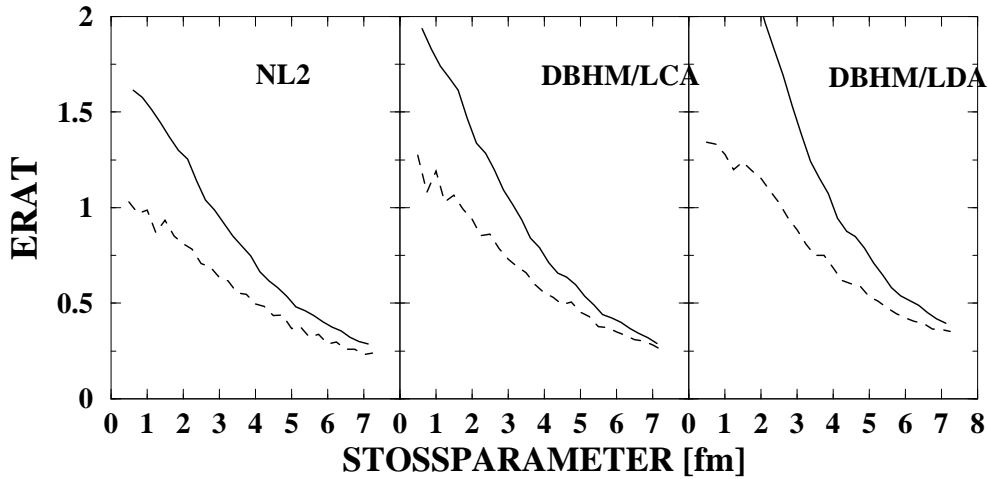


Abbildung 5.5: Gefiltertes (strichliert) und ungefiltertes (durchgezogen)  $ERAT$  in Abhängigkeit vom Stoßparameter  $b$  der Reaktion  $Au + Au$  bei  $E_{beam} = 400 \text{ A MeV}$ . Unten: NL2, Mitte: DBHM/LCA und oben: DBHM/LDA.

parameter wird der Einfluß des FOPI-Filters auf  $ERAT$  immer unwesentlicher, da in diesem Fall der Energietransfer zugunsten der longitudinalen kinetischen Energie abnimmt.

Wir betrachten nun das Abstoppen von Kernmaterie in Schwerionenkollisionen, das im wesentlichen durch die Rapiditätsverteilungen  $dN/dY$  charakterisiert wird. Sie ist in Abb. 5.6 für  $Au$  auf  $Au$  Kollisionen bei einer Einschußenergie von  $400 \text{ A MeV}$  dargestellt. Die verschiedenen  $ERAT$ -Bereiche entsprechen verschiedenen Stoßparameterbereichen (siehe nächstes Abschnitt). Die durchgezogenen Kurven zeigen die ungefilterten, und die strichlierten die Observablen gewichtet mit dem FOPI-Filter, kurz als gefilterte Observablen bezeichnet. Die Rapiditätsverteilungen werden im Bereich negativer Rapidität abgeschnitten, wodurch die ursprüngliche Symmetrie um die Schwerpunktsrapidität zerstört wird. Dieses Verhalten rührt daher, daß die meisten Teilchen des Targetkerns am Detektor nicht nachgewiesen werden, da sie unter großen Winkeln (im Laborsystem), bzw. unter Rückwärtswinkeln (im  $cm$ -System) abgestrahlt werden. Hierbei ist natürlich zu berücksichtigen, daß mit abnehmendem Stoßparameter das Abstoppen von Projektil- und Targetteilchen bei  $Y_{cm}/Y_{proj} \approx 0$  immer stärker wird, was zu einer wesentlichen Verbreiterung führt und gleichzeitig eine Verschiebung des Maximums von  $dN/dY$  zu kleineren Werten von  $Y_{cm}/Y_{proj}$  zur Folge hat.

Als nächste Observable untersuchen wir den kollektiven Seitwärtsfluß für die gleichen Zentralitätsbereiche der Abb. 5.6, der in Abb. 5.7 dargestellt ist. Man sieht, daß der Einfluß des Filters auf den kollektiven Fluß nicht so stark ist wie bei den Rapiditätsverteilungen. Die Filtereinschränkungen bewirken hier eine Abnahme

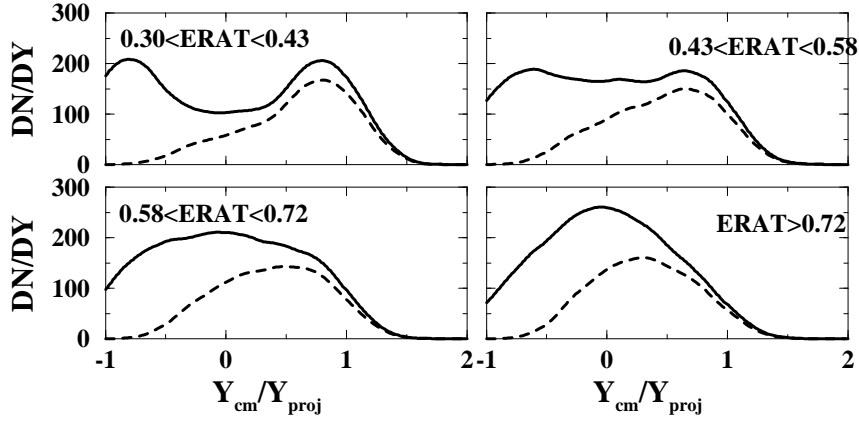


Abbildung 5.6: Gefilterte (strichlierte Kurven) und ungefilterte (durchgezogene) Rapiditätsverteilungen im nicht-linearen Walecka-Modell (NL2). Die verschiedenen ERAT-Bereiche entsprechen sehr zentralen (rechts unten), semi-zentralen (links unten), semi-peripheren (rechts oben) und peripheren (links oben) Au + Au Kollisionen bei  $E_{beam} = 400$  AMeV.

des kollektiven Seitwärtsflusses in Rückwärtsrichtung, was im wesentlichen auf die untere Energieschranke des FOPI-Detektors zurückzuführen ist. Im Bereich positiver Rapidität, also innerhalb der Vorwärtshemisphäre der Reaktion, stimmen dagegen die gefilterten mit den ungefilterten Ergebnissen sehr gut überein. Der geringe Einfluß des FOPI-Filters auf den kollektiven Seitwärtsfluß in Vorwärtsrichtung heißt, daß andere mit dem kollektiven Seitwärtsfluß in Verbindung stehenden Observablen nur sehr moderat von den Filterbedingungen beeinflusst werden. Dies ist der Fall z.B. bei der Observable  $P_x^{dir}$  [87]. Somit ist der kollektive Seitwärtsfluß eine geeignete Observable, da sie weitgehend unabhängig vom Filter und von der Fragmentgenerierung ist.

Ähnliche Ergebnisse ergeben sich für Observablen, die eine Schwerionenkollision senkrecht zur Reaktionsebene charakterisieren (*Ausquetschfluß* oder *squeeze-out*). In der Praxis wird der squeeze-out Effekt über azimutale Winkelverteilungen untersucht, die als Funktion des Polarwinkels  $\Theta_{cm}$  in einem bestimmten Rapiditätsintervall aufgenommen werden. Da der squeeze-out Effekt maximal bei Schwerpunktsrapidität ist, beschränkt man sich meist auf Polarwinkel um  $\Theta_{cm} \sim 90^\circ$  oder auf zentrale Rapiditätsintervalle  $-0.15 \leq Y^{(0)} \leq 0.15$ . Der Einfluß des FOPI-Filters auf diese Größe zeigt Abb. 5.8. Die linke und mittlere Figur geben die ungefilterten Ergebnissen wieder, während bei der mittleren und rechten Figur neben der Filtergewichtung eine zusätzliche Einschränkung bezüglich des Transversalimpulses  $P_T^{(0)} = \frac{(P_T/A)}{(P_T^{proj}/A_p)}$  durchgeführt worden ist, um den eingeschränkten Polarwinkelbe-

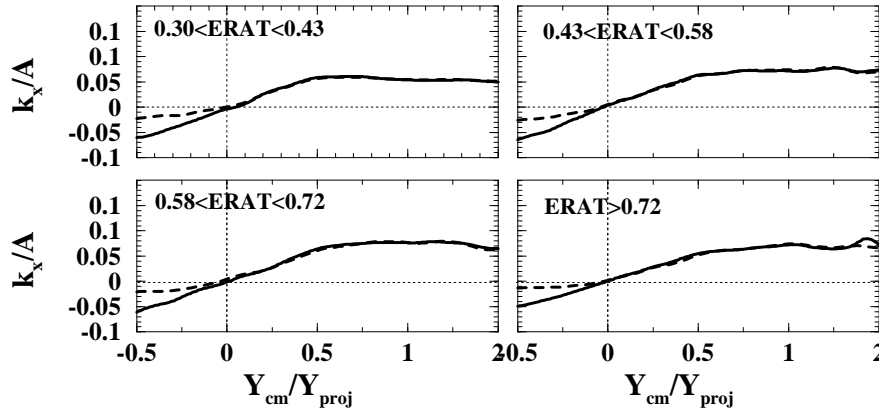


Abbildung 5.7: Einfluß des Filters auf den kollektiven Seitwärtsfluß. Die Bedeutung der Kurven ist die gleiche wie in Abb. 5.6.

reich des FOPI-Detektors zu simulieren. Der Vergleich dieser Figuren zeigt, daß unter Berücksichtigung der  $P_T^{(0)}$ -Einschränkung die Ergebnisse kaum vom FOPI-Filter beeinflusst werden. Dies sieht man am besten im sogenannten squeeze-out Verhältnis  $R_N = (N(90^\circ) + N(270^\circ))/(N(0^\circ) + N(180^\circ))$ , das die Variation der Amplitude der azimuthalen Winkelverteilungen beschreibt. Man erhält es durch eine Anpassung der Azimutalverteilung gemäß

$$N(\phi) = \alpha_0 (1 + \alpha_1 \cos(\phi) + \alpha_2 \cos(2\phi)) \quad . \quad (5.1)$$

Aus Glg. (5.1) ergibt sich für  $R_N$

$$R_N = \frac{1 - \alpha_2}{1 + \alpha_2} \quad . \quad (5.2)$$

Unter Berücksichtigung der  $P_T^{(0)}$ -Einschränkung ist der Einfluß des FOPI-Filters auf das Squeeze-out Verhältnis klein ( $R_N = 1.226 \pm 0.04$  ohne Filter und jegliche Einschränkungen und  $R_N = 1.15 \pm 0.03$  mit  $P_T^{(0)}$ -cut aber ohne FOPI-Filter und schließlich  $R_N = 1.168 \pm 0.03$  mit  $P_T^{(0)}$ -cut und FOPI-Filter). Der Zusammenhang zwischen der  $P_T^{(0)}$ -Einschränkung und dem Einfluß des FOPI-Filters auf die azimuthalen Verteilungen ist verständlich, da die  $P_T^{(0)}$ -Einschränkung lediglich den eingeschränkten Polarwinkelbereich des FOPI-Detektors simuliert. Für die azimuthalen Winkelverteilungen bei anderen Polarwinkelbereichen reagieren die Ergebnisse nur bei kleinen bzw. großen Polarwinkeln sensitiv auf die Detektoreinschränkungen. Dies ist in Abb. 5.9 zu sehen, wo jetzt die Polarwinkelabhängigkeit des sogenannten Anisotropie-Verhältnisses  $R$  dargestellt ist. Diese Größe beschreibt den Übergang von den kollektiven Fluß in der Reaktionsebene zur der kollektiven Emmision

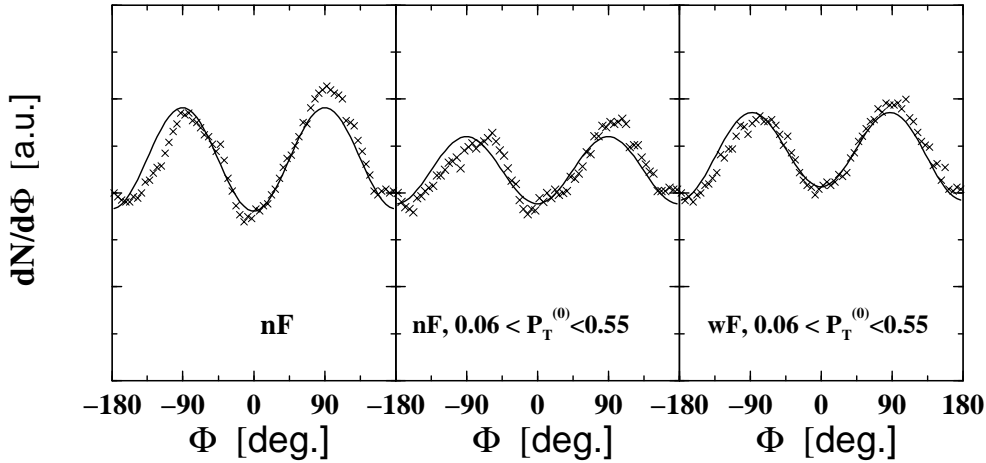


Abbildung 5.8: Einfluß des FOPI-Filters auf die azimutalen Verteilungen. (Links)  $dN/d\Phi$  ohne Filtergewichtung, (mitte) ohne Filtergewichtung, aber mit der angegebenen  $P_T^{(0)}$ -Einschränkung, (rechts) sowohl mit Filter- als auch mit  $P_T^{(0)}$ -Einschränkungen. Die Rechnungen sind mit dem NL2 Modell für eine semi-zentrale Au + Au Reaktion bei 600 A MeV durchgeführt worden. Symbole: Rechnung, durchgezogene Kurven: Anpassungen gemäß Glg. 5.1.

senkrecht zur Reaktionsebene und ist definiert als das Verhältnis

$$R = \frac{dN/d\Phi \big|_{0^\circ < \Phi < 45^\circ} + dN/d\Phi \big|_{315^\circ < \Phi < 360^\circ}}{dN/d\Phi \big|_{135^\circ < \Phi < 225^\circ}} \quad (5.3)$$

### 5.3.3 Bestimmung des Stoßparameterbereiches und der Reaktionsebene

Zur Vervollständigung der experimentellen Erfassung wollen wir noch auf die Bestimmung der Zentralitätsklasse und der Reaktionsebene eingehen. Wie bereits erläutert, besteht das Prinzip zur experimentellen Bestimmung der Zentralitätsklasse, d.h. eines Stoßparameterbereiches, der Reaktion darin, bestimmte Observablen zu finden, die eine enge Korrelation mit dem Stoßparameter aufweisen. Dann können experimentelle Daten, die nach diesen Observablen selektiert sind, mit theoretischen Modellrechnungen in dem entsprechenden Zentralitätsbereich verglichen werden.

Eine dieser Observablen ist die Größe  $ERAT$  (Glg. (4.2) und Abb. 5.5). Aufgrund ihrer starken Stoßparameterabhängigkeit insbesondere für kleine Stoßparameter, wird sie oft für die Selektion zentraler Kollisionen bevorzugt [79]. Wegen

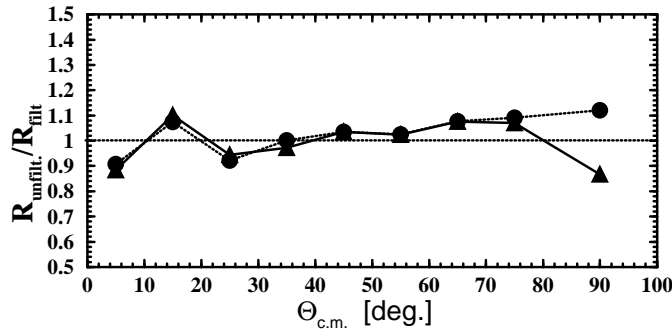


Abbildung 5.9: Einfluß des FOPI-Filters auf das Anisotropie-Verhältnis  $R$  (Glg. 5.3) für die semi-zentrale Reaktion  $Au+Au$  ( $E_{beam} = 0.6$  AGeV). Dreiecke: DBHM/LCA, Kreise: NL2.

ERAT-Intervall	NL2	DBHM/LCA	DBHM/LDA	GQMD
$\geq 0.72$	$0.5 \leq b \leq 2.5$	$0.5 \leq b \leq 2.75$	$0.5 \leq b \leq 3.5$	$1.3 \pm 0.9$
$[0.58, 0.72)$	$2.25 \leq b \leq 3.75$	$2.5 \leq b \leq 3.75$	$3.25 \leq b \leq 4.75$	$2.4 \pm 1.2$
$[0.43, 0.58)$	$3.5 \leq b \leq 4.75$	$3.75 < b \leq 5.25$	$4.5 \leq b \leq 5.75$	$3.9 \pm 1.3$
$[0.30, 0.43)$	$4.5 \leq b \leq 7.25$	$5.25 < b \leq 7.25$	$5.5 \leq b \leq 7.25$	$6.0 \pm 1.3$

Tabelle 5.1: Zuordnung zwischen ERAT und Stoßparameterbereich für verschiedene effektive Wechselwirkungen (NL2, DBMH in LCA und LDA). Die Einteilung der ERAT-Bereiche ist nach den 4 verschiedenen Zentralitätsbereichen im Rahmen des GQMD-Modells von Referenz [87] vorgenommen.

der Abhängigkeit von der jeweiligen Zustandsgleichung (siehe Abb. 5.5) erfolgt hier die Zentralitätsbestimmung für jedes Modell (und jede Einschußenergie) getrennt. Ein Vergleich der experimentellen ERAT-Bereiche mit unseren Rechnungen liefert dann eine Zuordnung zwischen ERAT- und Zentralitätsbereich, die in Tabelle 5.1 im Vergleich mit entsprechenden nichtrelativistischen Brueckner-Rechnungen angegeben ist.

Diese Methode der Zentralitätsbestimmung setzt voraus, daß die ERAT-Verteilungen einigermaßen wiedergegeben werden. Dies zeigt Abb. 5.10, wo die gemessenen ERAT-Verteilungen mit Rechnungen der verschiedenen Modelle verglichen werden. Der experimentelle Verlauf von  $d\sigma/dERAT$  kann von NL2- und den DBF-Rechnungen zufriedenstellend wiedergegeben werden, während bei DDH- und DBHM-Modellen beträchtliche Abweichungen bei niedrigen und hohen ERAT-Werten festzustellen sind. Die Rechnungen mit den DBF/LCA Selbstenergien sind vergleichbar mit dem phänomenologischen NL2-Modell, wegen der schwachen Dichte-

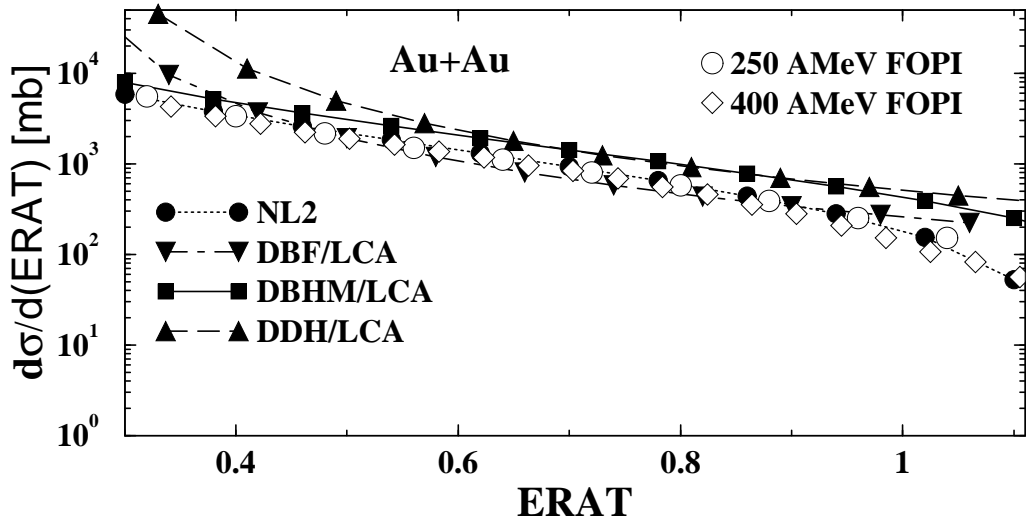


Abbildung 5.10: Vergleich der  $ERAT$ -Verteilungen mit phänomenologischen ( $NL2$ ,  $DDH/LCA$ ) und mikroskopischen ( $DBHM$  und  $DBF$  in  $LCA$ ) Mittelfeldern für  $Au + Au$  bei  $400 \text{ AMeV}$  mit den  $FOPI$ -Daten [79] bei  $250$  und  $400 \text{ AMeV}$ .

und Impulsabhängigkeit der entsprechenden mittleren Felder bei Dichten nahe dem Sättigungswert (bei den hier betrachteten Energien erreichen die zentralen Dichten nur Werte bis  $\rho \approx 1.5\rho_{sat}$ ). Dagegen führt die starke Impulsabhängigkeit des repulsiven Vektorfeldes bei  $DDH$  und  $DBHM$  dazu, daß die Materie weniger stark komprimiert aber stärker abgestoppt wird, was zu höheren  $ERAT$ -Werten führt. Im mittleren  $ERAT$ -Bereich sind die Resultate mit den  $DDH$  und  $DBHM$  Selbstenergien wiederum zufriedenstellend.

Eine andere Möglichkeit zur experimentellen Festlegung der Zentralität erfolgt über die Multiplizität der geladenen Teilchen. Da diese Größe eine starke Stoßparameterabhängigkeit im Bereich peripherer Reaktionen aufweist (Abb. 5.11), wird sie meist zur Selektion peripherer Kollisionen gegenüber  $ERAT$  bevorzugt [79]. Sie zeigt genauso wie  $ERAT$  eine wesentliche Abhängigkeit vom Modell, wie schon in den Ladungsverteilungen der Abb. 5.1 diskutiert wurde. Zur experimentellen Zentralitätsbestimmung aus der Multiplizität wird nun folgendermaßen vorgegangen: Man klassifiziert die gemessenen Ereignisse nach der Multiplizität geladener Teilchen (im folgenden durch  $PMUL$  oder  $PM$  bezeichnet) und trägt dann die Multiplizitätsverteilung gegen  $PMUL$  auf. Dies zeigt Abb. 5.12, wo experimentelle Daten und unsere Ergebnisse dargestellt sind. Die Multiplizitätsverteilung  $d\sigma/d(PMUL)$  zeigt ein charakteristisches Plateau, das zur Zentralitätsbestimmung verwendet wird: die halbe Höhe des Plateaus bestimmt die Untergrenze  $PM5_L$  des obersten  $PMUL$ -Intervalls, das als  $PM5$  bezeichnet wird. Diese Werte sind in Tabelle 5.2 dargestellt. Man unterteilt dann den restlichen Multiplizitätsbereich in 5 äquidistante Intervalle, gekennzeichnet durch  $PM4$ ,  $PM3$ ,  $PM2$  und  $PM1$ .  $PM5$  ent-

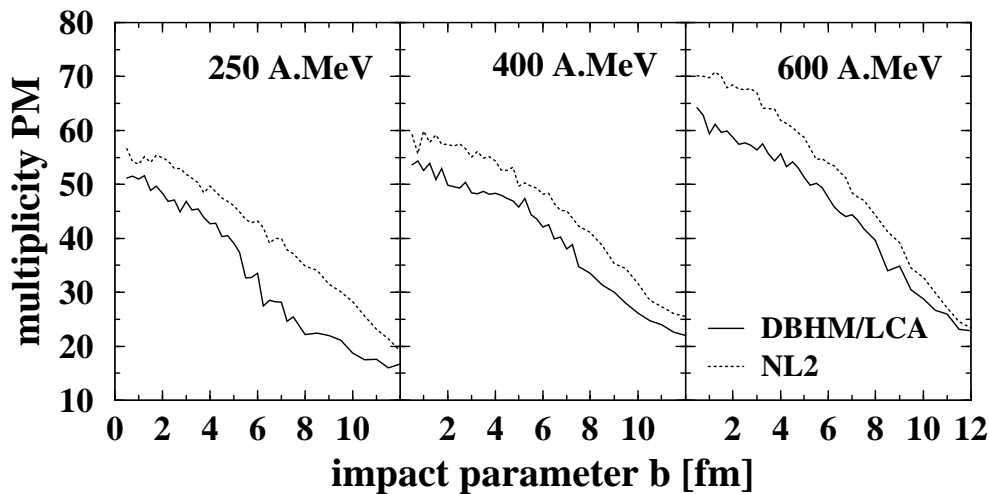


Abbildung 5.11: *Multiplicität geladener Teilchen (PMUL) als Funktion vom Stoßparameter für zwei Modellrechnungen (NL2 und DBHM/LCA) für Au + Au Kollisionen.*

spricht demnach sehr zentralen,  $PM_4$  semi-zentralen Kollisionen, usw. In Tabelle 5.3 sind die mittleren Stoßparameter der obersten Intervalle angegeben. Die gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie (insbesondere für DBHM), die aufgrund der zuverlässigen Anpassungsprozedur der Koaleszenzparameter zu erwarten war, ist wichtig in Hinblick auf einen Vergleich mit stoßparameterabhängigen Flußobservablen.

$E_{\text{beam}}$	250 A.MeV	400 A.MeV	600 A.MeV
FOPI	44	55	62
NL2	52	58	66
DBHM/LCA	50	52	58
DBHM/LDA	51	54	60

Tabelle 5.2: *Untere Grenzen  $PM_{5L}$  des Multiplizitätsintervalls  $PM_5$  für Au+Au Reaktionen bei verschiedenen Einschußenergien. Die Rechnungen sind mit nicht-linearen Walecka-Modell (NL2) und mit DB-Kräften (DBHM) unter/ohne Berücksichtigung der Nichtgleichgewichtseffekte (LCA/LDA). Die experimentellen Daten (FOPI) sind der Ref. [88] entnommen.*

Die Reaktionsebene ist in theoretischen Simulationen durch die Angabe des Stoßparameters und der Strahlrichtung eindeutig festgelegt. Bei der Auswertung unserer Ergebnisse wird jedoch genauso vorgegangen wie im Experiment. Dazu werden aus der Endzustandsverteilung Ereignisse unter Anwendung der Fragmenta-

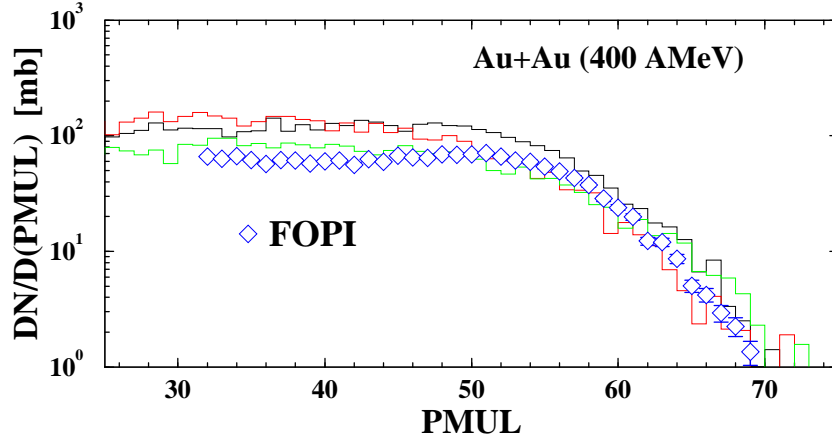


Abbildung 5.12: Vergleich der  $PMUL$ -Verteilungen mit den experimentellen Daten für  $Au + Au$  bei  $400 \text{ AMeV}$ . (schwarz)  $NL2$ , (rot)  $DBHM/LCA$  und (grün)  $DBF/LCA$ .

tionsvorschrift generiert, und für jedes Ereignis die Observablen bestimmt, und anschließend über alle Ereignisse gemittelt. Aufgrund numerischer Fluktuationen muß die Reaktionsebene jedesmal neu bestimmt werden, und zwar mit den gleichen Methoden wie im Experiment. Das bekannteste Verfahren zur experimentellen Bestimmung der Reaktionsebene ist die sogenannte *Transversalimpulsanalyse* von Danielewicz und Odyniec [89], auf die hier jedoch nicht eingegangen wird. In den hier betrachteten FOPI-Experimenten wird folgendermaßen vorgegangen: man nützt dabei die Tatsache, daß im Bereich der Projektilrapidität eine starke Impulskomponente in  $x$ -Richtung  $\langle k_x \rangle$  auftritt (siehe dazu Abb. 5.7). Es werden nun alle zur  $z$ -Achse transversalen Impulskomponenten  $p_T$  aller Teilchen mit einem Gewichtungsfaktor  $\omega_i$  aufsummiert,  $\mathbf{Q} = \sum_i \omega_i \mathbf{p}_T$ . Der Gewichtungsfaktor  $\omega_i$  ist gleich  $+1$  für Projektil- ( $Y_{cm}/Y_{proj} \geq \delta$ ),  $-1$  für Targetteilchen ( $Y_{cm}/Y_{targ} \leq \delta$ ), und  $0$  sonst. Dadurch wird die Partizipanden-Materie weitgehend ausgeblendet, weil sie aufgrund von Streuprozessen ihre ursprüngliche Information über die Reaktionsebene verloren hat. Für  $\delta$  wird meist der Wert  $0.5$  gesetzt. Der  $Q$ -Vektor definiert somit die  $x$ -Achse des Systems, d.h. die Richtung des Stoßparameters, und zusammen mit der Strahlachse bildet er die Reaktionsebene eines Ereignisses. Man interessiert sich dann für den Abweichungswinkel  $\Delta\Phi$  zwischen der auf dieser Weise bestimmten scheinbaren mit der wahren Reaktionsebene. Diese Methode ist demonstriert in Abb. 5.13. Der rechte Teil der Abb. 5.13 zeigt die Verteilung des Abweichungswinkels für nicht-zentrale Kollisionen. Man erhält eine gaußartige Verteilung, die um  $\Delta\Phi = 0$  zentriert ist. Die Breite dieser Verteilung gibt den mittleren Abweichungswinkel  $\langle \Delta\Phi \rangle$  wieder. Der linke Teil dieser Abbildung zeigt diesen Abweichungswinkel als Funktion der Zentralität der Reaktion im Vergleich zum Experiment. Die theoretischen Ergebnisse sind sowohl als Funktion der normierten Multiplizität  $PMUL/PM5_L$  ( $\langle \Delta\Phi(PMUL) \rangle$ ) als auch als Funktion des Stoßparameters ( $\langle \Delta\Phi(b) \rangle$ ) dargestellt. Die FOPI-Daten sind



$E_{\text{beam}}$		250 A.MeV	400 A.MeV	600 A.MeV
$PM3$	$\langle b_{\text{FOPI}} \rangle$	6.3	6.3	5.5
	$\langle b_{\text{NL2}} \rangle$	8.8	9.0	8.5
	$\langle b_{\text{DBHM/LCA}} \rangle$	6.5	8.6	8.6
$PM4$	$\langle b_{\text{FOPI}} \rangle$	4.2	4.1	3.4
	$\langle b_{\text{NL2}} \rangle$	5.3	5.3	5.1
	$\langle b_{\text{DBHM/LCA}} \rangle$	3.9	5.0	4.9
$PM5$	$\langle b_{\text{FOPI}} \rangle$	1.8	1.6	1.2
	$\langle b_{\text{NL2}} \rangle$	2.0	1.3	2.0
	$\langle b_{\text{DBHM/LCA}} \rangle$	1.3	1.3	1.3

Tabelle 5.3: Zusammenhang zwischen dem mittleren Stoßparameter  $\langle b \rangle$  [fm] und den Multiplizitätsintervallen für Au+Au Reaktionen bei verschiedenen Einschubenergien. Die Rechnungen sind mit dem NL2-Modell und mit konfigurationsabhängigen DB-Feldern (DBHM/LCA). Die experimentellen Daten (FOPI) sind der Ref. [88] entnommen.

dabei nur als Funktion von  $PMUL/PM5_L$  zu verstehen. Ein wichtiges Ergebnis ist, daß im Bereich mittlerer Multiplizität aufgrund der ausreichenden Statistik die Reaktionsebene mit sehr guter Genauigkeit bestimmt ist. Für ganz periphere Kollisionen hingegen nimmt der mittlere Abweichungswinkel zu wegen zu geringer Multiplizität (siehe dazu auch die Abb. 5.11). In ganz zentralen Kollisionen macht natürlich eine Bestimmung der Reaktionsebene wenig Sinn, zumal hier fast alle Teilchen des Systems an der Reaktion teilgenommen haben. Die Unsicherheiten bei ganz zentralen ( $b \leq 1$  fm) und ganz peripheren Reaktionen ( $b \geq 9 - 10$  fm) sind aber für die weitere Analyse eher unwesentlich. Bei der Selektion zentraler Kollisionen erstreckt sich der experimentell bestimmte Stoßparameterbereich bis hin zu 2 – 3 fm, so daß die stoßparametergewichteten mittleren Observablen von solchen Fluktuationen nicht wesentlich beeinflußt werden. Und schließlich werden Ergebnisse bei sehr großen Stoßparameter wegen zu geringer Statistik nicht weiter diskutiert.

## 5.4 Kollektiver Seitwärtsfluß von Nukleonen

Wir beginnen die Analyse mit der Untersuchung des kollektiven Seitwärtsflusses von Nukleonen. Da in den hier betrachteten Experimenten nach Fragmenten unterschiedlicher Ladungszahl selektiert wurde, zeigen wir in Abb. 5.14 den Seitwärtsfluß von Protonen ( $Z = 1$ ), d.h. freien Protonen und leichten Fragmenten mit  $Z = 1$ . Da jedoch die Multiplizität freier Protonen viel größer als die der leichten Frag-

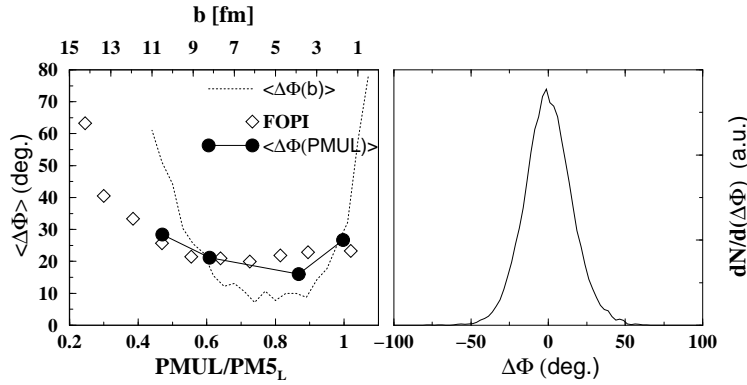


Abbildung 5.13: Verfahren zur experimentellen Rekonstruktion der Reaktionsebene. Für Details siehe Text.

mente ist, entspricht der Seitwärtsfluß von  $Z = 1$  Teilchen im wesentlichen dem Seitwärtsfluß von allen Nukleonen. Diese Observable ist dabei als Funktion der Rapidität  $Y^{(0)}$  (normiert auf die Projektilrapidität im Schwerpunktsystem) für verschiedene Modelle, Einschußenergien und Zentralitätsklassen dargestellt. Letztere sind gemäß der Multiplizität geladener Fragmente bestimmt worden.  $PM5$  entspricht dabei sehr zentralen und  $PM4$  semi-zentralen Reaktionen, wobei der jeweilige Stoßparameterbereich vom verwendeten Modell abhängt (Tabelle 5.3). Aufgrund der eingeschränkten Detektorakzeptanz für  $Y^{(0)} \leq 0$  zeigen die Flußverteilungen eine Asymmetrie um die Schwerpunktsrapidität  $Y^{(0)} \sim 0$ , die für die folgende Diskussion aber nicht wichtig ist, da im Bereich positiver Rapidität der Seitwärtsfluß praktisch unabhängig von den experimentellen Gegebenheiten ist (siehe dazu Abb. 5.7). Somit eignet sich diese Observable zu einem zuverlässigen Vergleich mit dem Experiment.

Wir diskutieren zunächst den Einfluß der Nichtgleichgewichtseffekte im Rahmen der LCA Näherung auf den Seitwärtsfluß, indem die Rechnungen DBHM/LCA und DBHM/LDA miteinander verglichen werden (durchgezogen und kurz strichliert). Aus der Abb. 5.14 sieht man einen zum Teil wesentlichen Einfluß der Nichtgleichgewichtseffekte auf den Seitwärtsfluß, der bei sehr zentralen Kollisionen ( $PM5$ ) ausgeprägter in Erscheinung auftritt relativ zu peripheren Kollisionen ( $PM4$ ). Diese Zentralitätsabhängigkeit ist auf die mit abnehmendem Stoßparameter wachsende lokale Impulsraumanisotropie zurückzuführen. Ähnlich interpretierbar ist die Energieabhängigkeit der Nichtgleichgewichtseffekte: mit zunehmender Einschußenergie ist der lokale Phasenraum stärker durch eine 2-Fermi-Kugel Konfiguration dargestellt, so daß die Konfigurationsabhängigkeit des mittleren Feldes bei höheren Energien stärker wird. Ein wichtiger Unterschied zwischen den DBHM/LCA- und DBHM/LDA-Rechnungen ist die Reduktion des Seitwärtsflusses durch Nichtgleichgewichtseffekte. Dies läßt sich auf das Verhalten des repulsiven Vektorfeldes

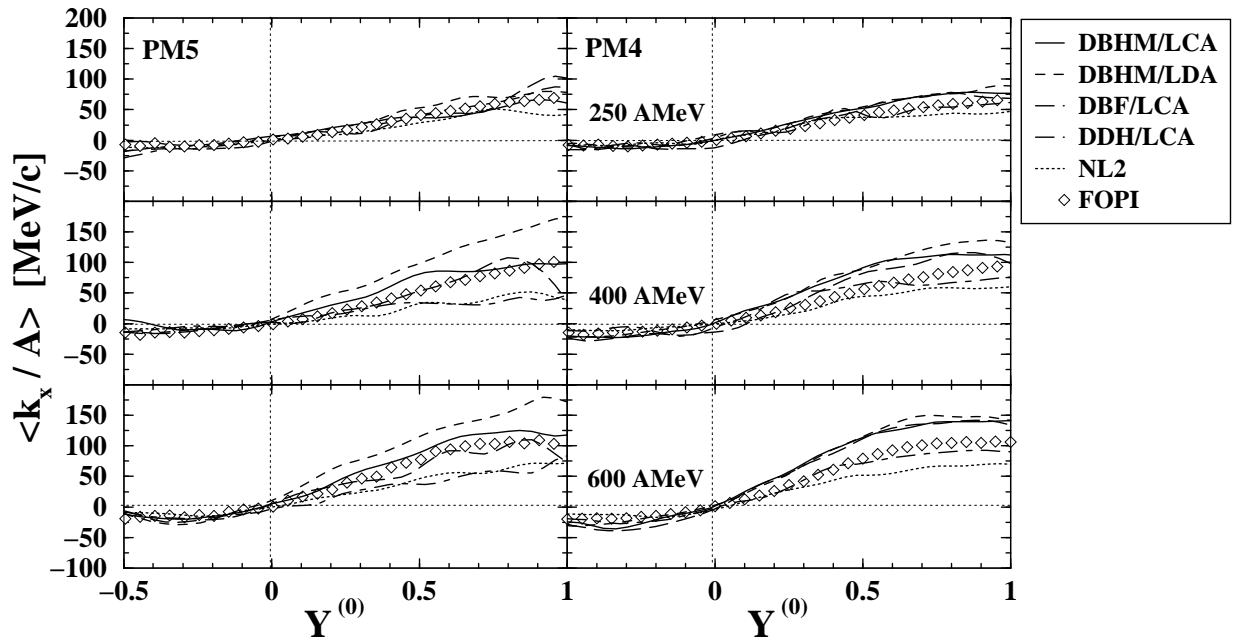


Abbildung 5.14: Vergleich des kollektiven Seitwärtsflusses von Protonen ( $Z = 1$ ) mit dem Experiment (offene Symbole) [88, 90]. Die Rechnungen sind mit den konfigurationsabhängigen Mittelfeldern des Kapitels 2 durchgeführt worden: DB-Rechnungen von Haar/Malfliet (DBHM/LCA, durchgezogen), DB-Rechnungen von Fuchs et al. (DBF/LCA, punkt-strichliert), Parametrisierung von Typel et al. (DDH/LCA, langstrichliert), sowie die phänomenologische Parametrisierung des nicht-linearen Walecka-Modells (NL2, punktierte Kurven). Zum Vergleich sind noch Ergebnisse dargestellt, die die Konfigurationsabhängigkeit vernachlässigen (DBHM/LDA, strichlierte Kurven).

bzw. der effektiven Zustandsgleichung bezüglich der lokalen Impulsraumanisotropie erklären. Die effektive Zustandsgleichung wird mit wachsender Impulsraumanisotropie *weicher*, was auf eine wesentliche Abschwächung des Vektorfeldes zurückzuführen ist (siehe Abb. 2.12). Somit wird die Materie im anfänglichen Stadium der Kollision nicht so stark seitlich abgelenkt wie ohne Berücksichtigung der Anisotropie (LDA).

Der Vergleich mit dem Experiment zeigt weiterhin, daß unter Berücksichtigung der Nichtgleichgewichtseffekte die globale Reaktionsdynamik besser beschrieben wird. Insbesondere für sehr zentrale Kollisionen ist die Übereinstimmung der DBHM/LCA-Rechnungen mit den Experimenten sehr zufriedenstellend, wogegen dies bei peripheren Reaktionen dies weniger der Fall ist. Dies könnte in der approximativen Behandlung der Nichtgleichgewichtssituationen liegen, in dem nur symmetrisierte 2-Fermi-Kugel Impulsraumkonfigurationen betrachtet werden, d.h.  $k_{F_1} = k_{F_2}$ . Diese Behandlung von lokalen anisotropen Phasenraumkonfigurationen sollte bei

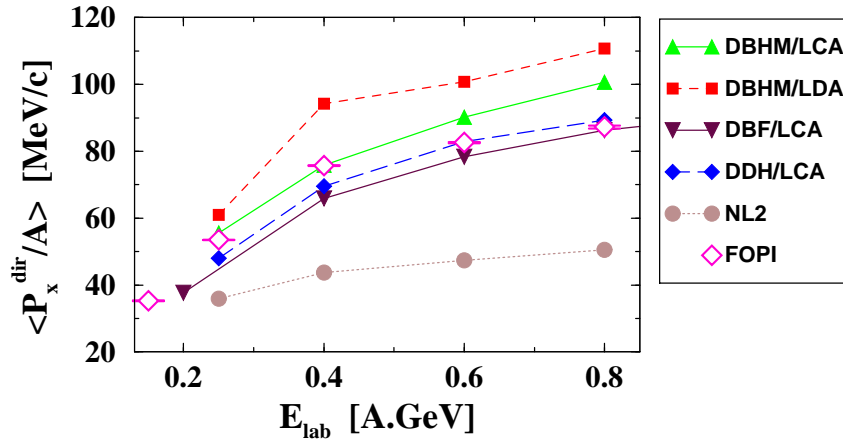


Abbildung 5.15: Mittlerer gerichteter Seitwärtsfluß in semi-zentralen (PMA) Au + Au Kollisionen als Funktion der Einschußenergie. Die Daten sind der Ref. [88, 90] entnommen, und die theoretischen Rechnungen sind mit den gleichen Modellen wie in Abb. 5.14 durchgeführt.

zentralen Kollisionen zutreffender sein, wogegen mit zunehmendem Stoßparameter aufgrund lokaler Unterschiede zwischen Projektil- und Targetdichte diese Näherung grober zu sein scheint. In Kapitel 2 haben wir auch den Einfluß dieser Asymmetrie auf die Konfigurationsabhängigkeit untersucht. Wir hatten eine weitere, allerdings geringe, Reduktion des repulsiven Vektorfeldes mit wachsender Asymmetrie gefunden, so daß ihre Berücksichtigung in zukünftigen Transportrechnungen die Situation verbessern sollte.

Die Rechnungen mit den anderen effektiven Mittelfeldern (DBF/LCA, DDH/LCA) liefern zum Teil ähnliche Ergebnisse. In den Rechnungen mit den Dirac-Brueckner Rechnungen der Tübinger-Gruppe (DBF/LCA) ist der Seitwärtsfluß im allgemeinen geringer, und kann die experimentellen Daten besonders bei peripheren Reaktionen gut beschreiben. Diese Reduktion des Seitwärtsflusses ist im wesentlichen auf das schwache DBF-Vektorfeld zurückzuführen. Im Gegensatz dazu ist die seitliche Ablenkung mit den DDH/LCA Transportrechnungen ausgeprägter und vergleichbar mit den DBHM/LCA Ergebnissen aufgrund der starken zur Repulsion beitragenden Impulsabhängigkeit. Bei peripheren Reaktionen läßt sich eine zum Teil zufriedenstellende Beschreibung der experimentellen Flußverteilungen mit den effektiven Mittelfeldern (DBHM, DBF und DDH in LCA) feststellen. Die Rechnungen mit dem nur dichteabhängigen Mittelfeld des nichtlinearen Walecka-Modells unterschätzen jedoch die Daten für alle hier betrachteten Energien und Zentralitätsklassen zum Teil erheblich. Letzterer Vergleich demonstriert, daß eine realistische Beschreibung der globalen Reaktionsdynamik ohne die Berücksichtigung der Impulsabhängigkeit, und insbesondere der lokalen Impulsraumanisotropie (LCA), nicht möglich ist.

Die globale Abhängigkeit des kollektiven Seitwärtsflusses von der zugrundeliegenden effektiven Wechselwirkung zeigt sich deutlicher in Abb. 5.15, wo der mittlere gerichtete Fluß  $\langle P_x^{dir}(E) \rangle$  (siehe Glg. (4.1)) als Funktion der Einschußenergie für semizentrale Au+Au Reaktionen dargestellt ist. Die Bedeutung der Nichtgleichgewichtseffekte zeigt sich wiederum durch einen Vergleich der DBHM/LCA mit den DBHM/LDA Rechnungen. Wie bei den transversalen Flußverteilungen der vorigen Abbildung erhält man bei Vernachlässigung der lokalen Phasenraumanisotropie einen unrealistisch großen gerichteten Fluß. Dies ist auf die fehlende Konfigurations- bzw. Impulsabhängigkeit der DBHM/LDA Selbstenergien zurückzuführen, die erst die Reduktion des Vektorfeldes mit zunehmender Energie bewirkt.

Allerdings reicht diese Abschwächung der Repulsion im Falle der DBHM/LCA Rechnungen nicht aus, um die Sättigung des gerichteten Flusses bei hohen Energien zu beschreiben. Dies liegt vermutlich darin, daß in den DBHM-Rechnungen die empirische Energieabhängigkeit des Nukleon-Kern optischen Potentials nur bis Energien  $\sim 0.5 - 0.6$  GeV zufriedenstellend reproduziert werden kann und bei höheren Energien wird die Sättigung von  $U_{opt}$  überschätzt (siehe Abb. 1.5). Im DDH/LCA Modell, wo die Impulsabhängigkeit direkt an das empirische optische Potential bis  $E = 1.0$  GeV angepaßt wurde, kann dagegen der gerichtete Fluß am besten beschrieben werden, insbesondere deren Sättigung bei hohen Energien. Ähnliche Resultate ergeben sich mit den DBF/LCA Rechnungen. Das phänomenologische Walecka-Modell kann wiederum die experimentellen Daten nicht beschreiben, was auf die Bedeutung der Impulsabhängigkeit des mittleren Feldes für eine realistische Beschreibung der globalen Reaktionsdynamik hinweist.

Diese Abhängigkeiten zeigen sich auch in der Zentralitätsabhängigkeit des mittleren gerichteten Flusses. Zum Vergleich ist in Abb. 5.16 die Zentralitätsabhängigkeit dieser Größe mit verschiedenen effektiven Theorien (DBHM/LCA, DBHM/LDA) und mit dem phänomenologischen Walecka Modell gezeigt. Die linken Bilder geben die Stoßparameterabhängigkeit dieser Observable wieder. Bei sehr zentralen bzw. sehr peripheren Kollisionen strebt der gerichtete Fluß gegen Null und erreicht maximale Werte bei mittleren Stoßparametern zwischen 3 und 6 fm, die abhängig vom Modell - dem Multiplizitätsintervall  $PM4$  entsprechen. Die rechte Spalte dieser Abbildung gibt den Vergleich mit dem Experiment wieder, wobei die Zentralitätsklasse durch die Multiplizität  $PM$  geladener Fragmente charakterisiert wird. Die mittlere Größe  $\langle P_x^{dir}(PM) \rangle$  ergibt sich dabei über eine Mittelung von  $P_x^{dir}(b)$  über den der Zentralitätsklasse  $PM$  korrespondierenden Stoßparameterbereich

$$\langle P_x^{dir}(PM) \rangle = \frac{\int_{b_{min}}^{b_{max}} P_x^{dir} b^2 db}{\int_{b_{min}}^{b_{max}} b^2 db} . \quad (5.4)$$

Konsistent mit obiger Diskussion wird der gerichtete Fluß im NL2 Modell für alle Zentralitätsbereiche stark unterschätzt. Andererseits liefern die Transportrechnungen mit den effektiven Mittelfeldern (DBHM/LCA) einen realistischen Verlauf,

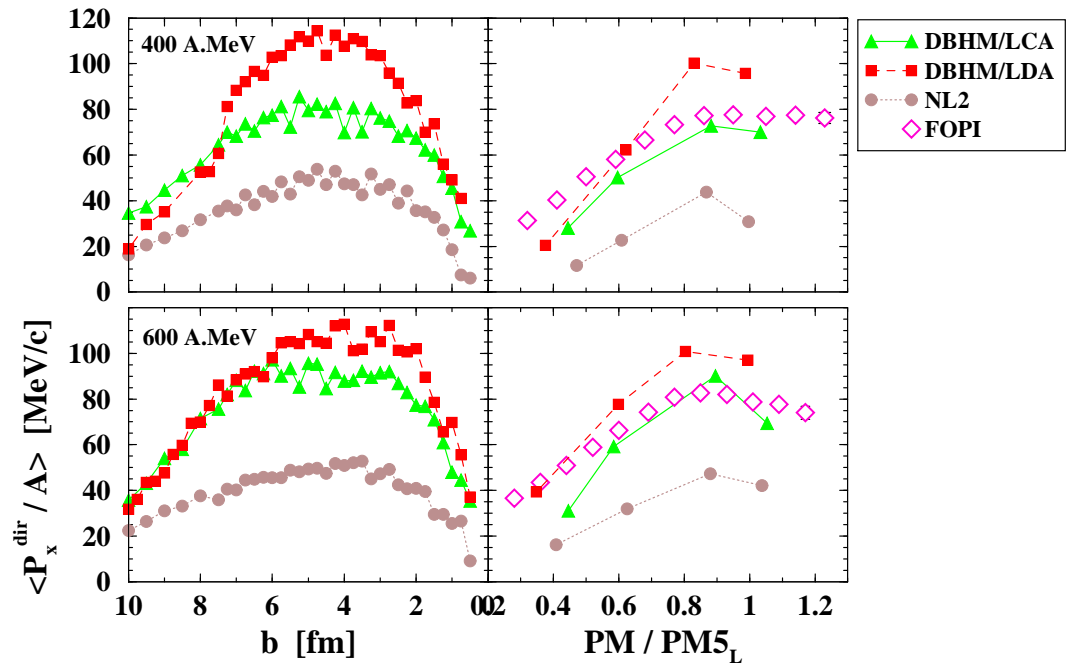


Abbildung 5.16: Zentralitätsabhängigkeit des mittleren gerichteten Seitwärtsflusses für  $Au + Au$  Reaktionen bei 400 und 600 A.MeV Einschussenergie. Rechnungen mit dem NL2 Modell (Kreise) und mit der DBHM-Theorie in LCA (DBHM/LCA, Dreiecke) und in LDA (DBHM/LDA, Quadrate). Links: Stoßparameterabhängigkeit dieser Observable, rechts:  $PMUL$ -Abhängigkeit und Vergleich mit den Daten (FOPI-Kollaboration [88, 90], offene Rauten).

wenn die Nichtgleichgewichtseffekte des lokalen Phasenraumes berücksichtigt werden. Erst bei sehr peripheren Kollisionen, d.h. kleinen  $PM$ -Werten, scheint die LDA-Näherung konsistenter mit den Daten zu sein.

## 5.5 Kollektiver Seitwärtsfluß von Fragmenten

Der bisher untersuchte kollektiver Fluß ist im wesentlichen über das Hochdichteverhalten der Zustandsgleichung charakterisiert. Eine weitere interessante Fragestellung betrifft das Verhalten der Materie bei niedrigen Dichten, die durch Fluktuationen der Phasenraumverteilung und Fragmentbildung charakterisiert wird. Wie im Abschnitt 5.2 beschrieben, benutzen wir das Phasenraumkoaleszenzmodell, das in der Lage ist, Multiplizitäts- und Ladungsverteilungen zu generieren. Dazu wurde das Koaleszenzmodell auf dem Endzustand der Reaktion angewandt und die generierten Fragmentkonfigurationen dann nach den gefilterten Observablen analysiert.

Es ist zunächst interessant, die Rapiditätsverteilung der Fragmente zu untersu-

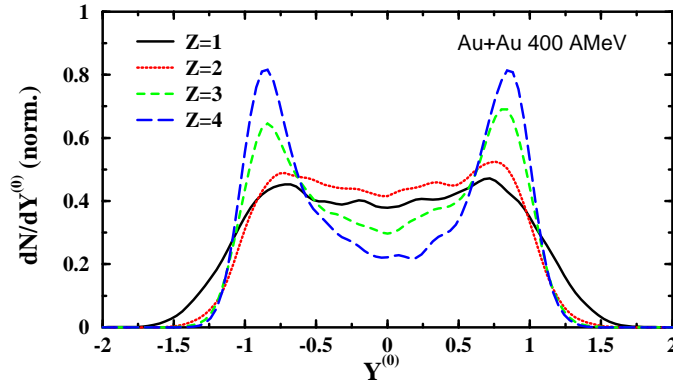


Abbildung 5.17: Normierte Rapidityverteilungen  $dN/dY^{(0)}$  für semi-zentrale ( $b = 5 - 7$  fm) Au + Au Kollisionen bei  $E_{beam} = 400$  A MeV. Für das Mittelfeld wurde das NL2 Modell verwendet.

chen, da sie einen Hinweis auf die Herkunft der Fragmente geben. In Fig. 5.17 ist dies für Fragmente mit  $Z = 1, 2, 3$  und  $4$  für semizentrale Stöße gemacht. Während Protonen aus allen Bereichen des Phasenraumes kommen, sind die zunehmend schwereren Fragmente immer stärker mit Projektil- bzw. Targetrapidity ( $Y^{(0)} \sim \pm 1$ ) korreliert. Sie werden also bevorzugt in den Spektorregionen erzeugt. Die in den Spektatoren stattfindende Fragmentbildung hängt eng mit dem Einsetzen dynamischer Instabilitäten in Schwerionenkollisionen zusammen, wie wir im nächsten Kapitel sehen werden. Ein solches Szenario der Fragmentbildung wurde auch bei anderen Gruppen gefunden, die ähnliche Untersuchungen im Rahmen des QMD-Modells durchgeführt haben. Abbn. 5.18, 5.19 und 5.20 zeigen den kollektiven Seitwärtsfluß von Fragmenten mit  $Z = 2, 3$  und  $4$  für die gleichen Reaktionen und Modelle der Abb. 5.14. Im Experiment sieht man, daß der Seitwärtsfluß mit der Fragmentgröße stetig zunimmt, was auch in den theoretischen Rechnungen wiedergegeben wird. Dieses Verhalten des kollektiven Flusses zeigt, daß die schweren Fragmente erst nach der Expansionsphase in den kühlen Spektor-Regionen erzeugt werden in Übereinstimmung mit Abb. 5.17. Somit ergibt sich für schwere Fragmente im Mittel eine größere Impulskomponente  $\langle k_x \rangle$  relativ zu den Protonen.

Die Reaktionsdynamik von Fragmenten wird in gleicher Weise von den Nichtgleichgewichtseffekten und der unterschiedlichen effektiven Zustandsgleichungen beeinflusst wie die gesamte Materie. Im Gegensatz jedoch zum Nukleonenfluß setzt der Fragmentationsprozeß erst gegen Ende der Reaktion ein, wie im nächsten Kapitel näher untersucht wird. Daher sollte hier das Verhalten der zugrundeliegenden Zustandsgleichung insbesondere bei kleinen Dichten von besonderer Bedeutung

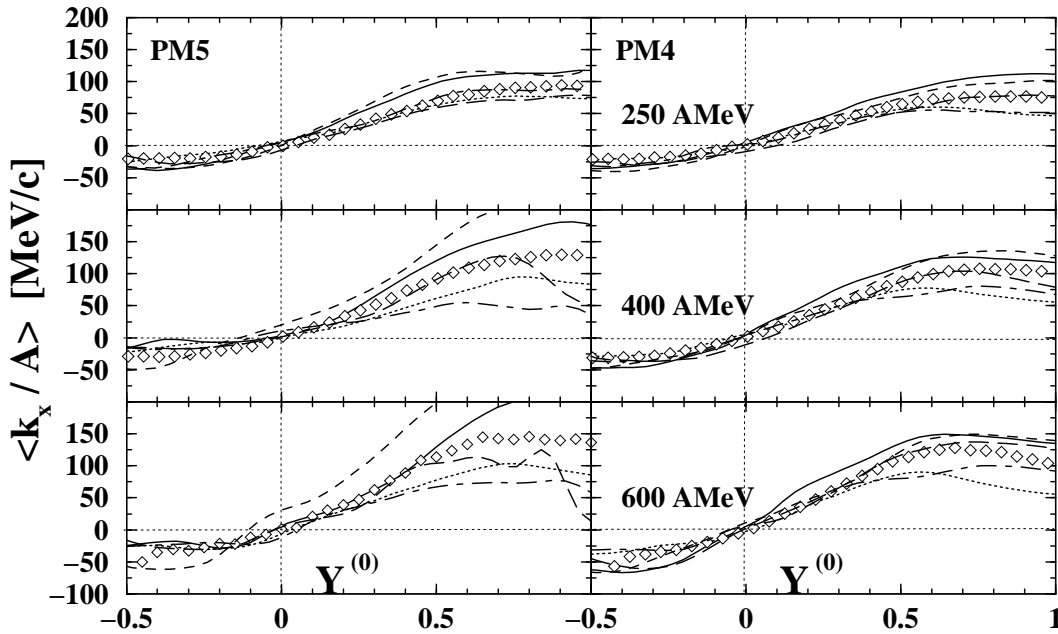


Abbildung 5.18: Entsprechend Abb. 5.14, jedoch für Fragmente mit  $Z = 2$ .

sein, wie schon anhand der Multiplizitätsverteilungen der Abb. 5.1 diskutiert wurde.

Der Vergleich der DBHM/LCA und DBHM/LDA Rechnungen in den Abbildungen 5.18, 5.19 und 5.20 zeigt wiederum eine zum Teil wesentliche Abhängigkeit des Fragmentflusses von den Nichtgleichgewichtseffekten für zentrale (PM5) Kollisionen, die jedoch mit zunehmender Fragmentgröße geringer wird. Diese Abhängigkeit läßt sich folgendermaßen verstehen<sup>2</sup>: Die schweren Fragmente werden vorwiegend in den Spektorregionen gebildet im Gegensatz zu den Nukleonen und den leichten Fragmenten, die meist aus dem ganzen Phasenraum stammen. Die Anisotropie des lokalen Phasenraums nimmt jedoch ab, je stärker man sich auf die lokalen Spektorregionen beschränkt, so daß der Einfluß der Nichtgleichgewichtseffekte mit zunehmender Fragmentgröße immer geringer wird. Die Reduktion des Seitwärtsflusses der leichten Fragmente aufgrund der Nichtgleichgewichtseffekte ist darauf zurückzuführen, daß die effektive Zustandsgleichung im Bereich niedriger Dichten weicher wird (siehe Abb. 2.12).

Der Vergleich der mikroskopischen Rechnungen untereinander (DBHM und DBF) zeigt, daß der Seitwärtsfluß der Fragmente mit den DBF-Selbstenergien zum Teil wesentlich reduziert wird und vergleichbar mit dem phänomenologischen NL2-Modell wird. Dieser Effekt läßt sich durch das Niedrigdichteverhalten der Zustands-

<sup>2</sup>Es sei darauf hingewiesen, daß es bei dem Zentralitätsbereich PM5 der mittlere Stoßparameter  $\approx 2$  fm beträgt, so daß auch beim PM5-Intervall Spektorregionen vorhanden sind.



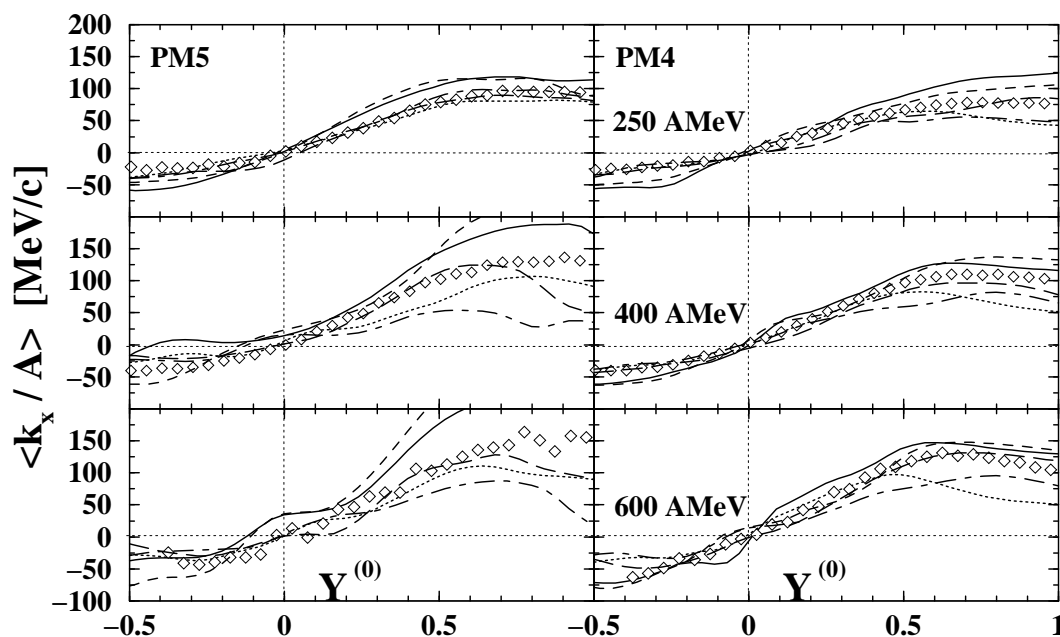


Abbildung 5.19: Entsprechend Abb. 5.14, jedoch für Fragmente mit  $Z = 3$ .

gleichungen (KM–EoS's) verstehen, das in Abb. 5.21 gesondert dargestellt ist. Abb. 5.21 zeigt, daß die Zustandsgleichung der DBF–Daten relativ zur DBHM weicher ist, d.h. eine stärkere Bindung aufweist, was die Reduktion des Fragmentenflusses in den DBF–Rechnungen zur Folge hat. Die Ergebnisse mit der phänomenologischen DDH–Parametrisierung liefern einen Seitwärtsfluß von Fragmenten, der zwischen den beiden mikroskopischen DB–Rechnungen liegt in Übereinstimmung mit dem Niedrigverhalten der entsprechenden Zustandsgleichung (siehe Abb. 5.21).

Im Vergleich mit den experimentellen Daten ergibt sich keine gleichmäßig gute Übereinstimmung mit den mikroskopischen DB–Rechnungen. Im Falle des Fragmentflusses von leichten ( $Z = 2$ ) Fragmenten erweisen sich die Nichtgleichgewichtseffekte wiederum als wichtig und sollten daher auch bei der Untersuchung von globalen Fragmentobservablen *nicht* vernachlässigt werden. Die beste Übereinstimmung mit dem Experiment liefert die phänomenologische Parametrisierung von Typel et al. (DDH–Modell), wogegen das NL2–Modell meist zu geringem Fluß zeigt. Der Grund hierfür liegt vermutlich darin begründet, daß das DDH–Modell eine globale zuverlässige Beschreibung (Bindungs- und Separationsenergien, Ladungsradien und –dichten, usw.) endlicher Kerne liefert, was nur durch eine wesentliche Dichteabhängigkeit der effektiven Mittelfelder erklärt werden kann [2], die auch für Dichten oberhalb des Sättigungspunktes ( $\rho \gg \rho_{sat}$ ) zuverlässig zu sein scheint. Die mikroskopische DB–Theorie andererseits, im Rahmen deren die Dichte- und Impulsabhängigkeit der effektiven Zustandsgleichung ohne Anpassungsparameter festgelegt ist, scheint bei hohen Dichten zuverlässiger zu sein als bei niedrigen

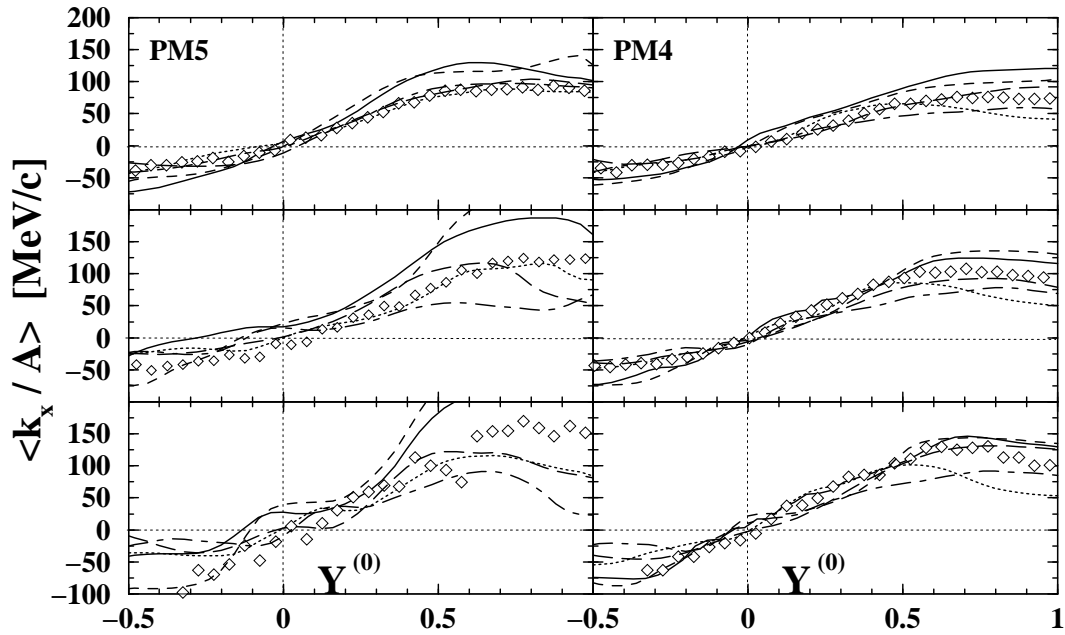


Abbildung 5.20: Entsprechend Abb. 5.14, jedoch für Fragmente mit  $Z = 4$ .

Dichten.

Bevor Schlussfolgerungen gezogen werden, sollten zunächst auch andere Aspekte der globalen Reaktionsdynamik diskutiert werden. Die Schwerionenreaktion wurde bisher durch globale Impulsverteilungen beschrieben, die die Reaktionsdynamik projiziert auf die Reaktionsebene charakterisieren. Es gibt neuerdings umfangreichere Experimente, die sich mit azimutalen Winkelverteilungen befassen und die Dynamik einer Schwerionenreaktion *senkrecht* zur Reaktionsebene beschreiben. Mit diesem Themenkomplex wollen wir uns im nächsten Abschnitt befassen.

## 5.6 Kollektiver Fluß senkrecht zur Reaktionsebene

Die Emission hochkomprimierter Materie *senkrecht* zur Reaktionsebene stellt neben dem kollektiven Seitwärtsfluß ein weiteres Charakteristikum von Schwerionenkollisionen dar. Dieser als *squeeze-out* bekannte Effekt, das maximal bei semizentralen Reaktionen (*PM4*-Multiplizitätsbereich) ist, findet hauptsächlich im Bereich  $Y^{(0)} \sim 0$  statt und wird durch die physikalischen (Druckgradienten, Hochdichteverhalten der effektiven Zustandsgleichung) und kinematischen (Abschirmung der Feuerballmaterie durch die Spektatoren) Eigenschaften des Feuerballs

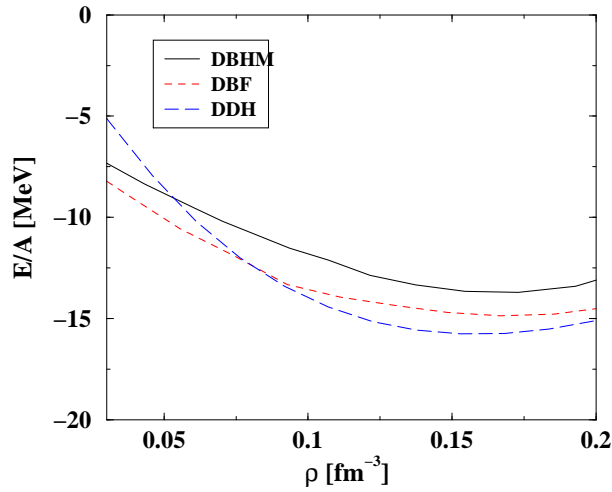


Abbildung 5.21: *KM-Zustandsgleichungen (DB-Daten von ter Haar/Malfliet (DBHM, durchgezogen), DB-Daten von Fuchs et al. (DBF, strichliert) und die phänomenologische Parametrisierung von Typel et al. (DDH, lang-strichliert) im Bereich niedriger Dichten.*

bestimmt. Der *squeeze-out* Effekt wurde bei hydrodynamischen Simulationen theoretisch vorhergesagt [91] und experimentell erstmals in [92] gemessen. Neuere Simulationen im Rahmen der QMD- und BUU-Modelle lieferten eine wesentliche Abhängigkeit des *squeeze-out* Effekts von der nuklearen Zustandsgleichung [84, 93, 94, 95]. Bei diesen Rechnungen wurden phänomenologische nicht-relativistische Ansätze benützt. Daher wollen wir hier unsere Transportrechnungen mit effektiven Zustandsgleichungen aus mikroskopischen Vielteilchenmodellen bezüglich des *squeeze-out* Effekts analysieren.

Es ist zunächst sinnvoll, die Ausbildung des *squeeze-out* Effekts in Schwerionenkollisionen zu studieren. Dazu eignen sich azimutale Winkelverteilungen  $dN/d\Phi$  um die Strahlrichtung (wobei  $\Phi$  den azimutalen Winkel relativ zur Reaktionsebene eines Ereignisses darstellt)<sup>3</sup> für gegebenen Polarwinkel  $\Theta_{cm}$ . Abb. 5.22 zeigt die theoretischen und experimentellen Winkelverteilungen für verschiedene Polarwinkelbereiche  $\Theta_{cm}$  für semi-zentrale (*PM4*) Au + Au Kollisionen bei  $E_{beam} = 600 \text{ AMeV}$ . Bei Polarwinkeln entlang der Vorwärtsstrahlachse ( $\Theta_{cm} < 30^\circ$ ) erkennt man eine bevorzugte Emission in der Reaktionsebene, und zwar entlang der Richtung des Seitwärtsflusses (*in-plane-emission*). Dies wird deutlich durch die Maxima dieser Verteilungen um die Azimutalwinkel  $\Phi = 0^\circ$  und  $\Phi = 360^\circ$ . Dieser Bereich zeigt also auf einer anderen Art und Weise als in Abb. 4.7 den kollektiven Seitwärtsfluß bei positiver Rapazität. Mit zunehmendem Polarwinkel setzt ein plötzlicher Übergang

<sup>3</sup>Wir erinnern uns noch mal daran, daß für jedes Ereignis die Bestimmung der Reaktionsebene mit den gleichen Methoden wie in den FOPI-Experimenten durchgeführt worden ist.

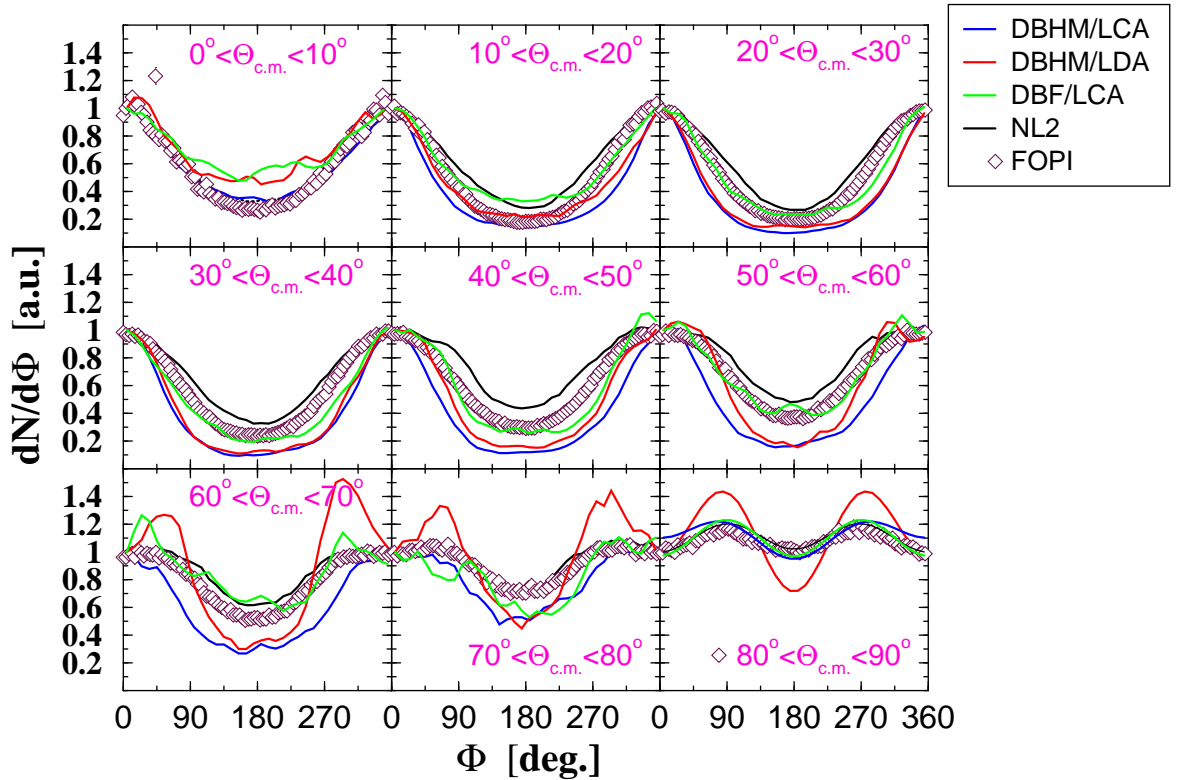


Abbildung 5.22: Azimutale Winkelverteilungen für verschiedene Polarwinkel  $\Theta_{cm}$  für semi-zentrale (PMA) Au + Au Kollisionen bei 600 AMeV Einschufenergie. Die experimentellen Daten sind der Ref. [88, 90, 96] entnommen, und die theoretischen Kurven haben die gleiche Bedeutung wie in Abb. 5.14.

zu Emission senkrecht zur Reaktionsebene ein, der für  $\Theta_{cm} \geq 70^\circ$  sehr ausgeprägt wird (*out-of-plane-emission*). Bei Polarwinkeln nahe der Schwerpunktsrapidität ( $\Theta_{cm} \approx 90^\circ$ ) sind schließlich zwei eindeutige Maxima der Winkelverteilungen um  $\Phi = 90^\circ$  bzw.  $\Phi = 270^\circ$  zu erkennen, was auf eine Emission von Materie senkrecht zur Reaktionsebene hinausweist. Dieses Emissionsverhalten der Materie bei Schwerpunktsrapidität kann man auch qualitativ verstehen: Während der Dauer der Hochdichtephase bildet sich in der zentralen Reaktionszone bei Schwerpunktsrapidität eine stark abgestoppte und hochkomprimierte Materie. Währenddessen prallt weitere Materie auf diesen dichten Feuerball auf. Da die Richtung entlang der Strahlachse durch die kalten Spektatorreste gesperrt ist, entweicht diese Materie dann bevorzugt senkrecht zur Reaktionsebene. Dieser Mechanismus, dessen Formation in Abb. 5.22 ersichtlich ist, führt schließlich zum squeeze-out Effekt.

Der Übergang von der *in-plane*- zur *out-of-plane-emission* erweist sich wiederum als stark modellabhängig. Die Rechnungen mit konfigurationsabhängigen effektivi-

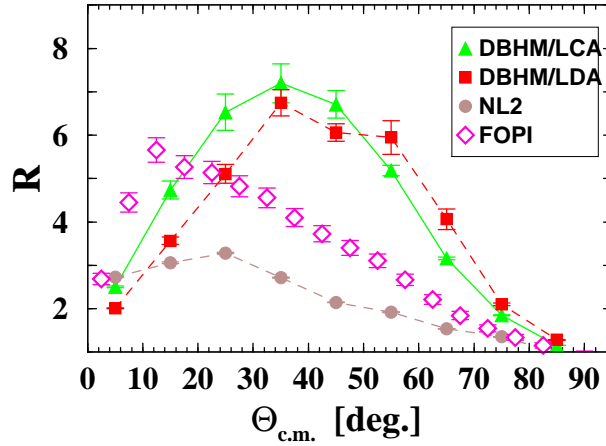


Abbildung 5.23: Anisotropieverhältnis  $R$  als Funktion vom Polarwinkel  $\Theta_{cm}$  für die gleiche Reaktion wie in Abb. 5.22. Die Daten sind der Ref. [88, 90, 96] entnommen.

von Wechselwirkungen liefern eine starke azimutale Anisotropie relativ zu dem moderat dichteabhängigen phenomenologischen Walecka Modell. Die Transportrechnungen mit dem stark repulsiven DBHM/LDA Vektorfeld andererseits verstärken den *squeeze-out* Effekt in unrealistischer Weise, während die Rechnungen mit mikroskopischen Selbstenergien (DBHM/LCA, DBF/LCA) unter Berücksichtigung der Nichtgleichgewichtseffekte den experimentellen Verlauf der Winkelverteilungen qualitativ reproduzieren können.

Die Winkelabhängigkeit der Abb. 5.22 wird manchmal kompakter in Form des sogenannten Anisotropieverhältnisses  $R$  untersucht, das wir in Glg. 5.3 definiert haben. Es eignet sich aufgrund seiner moderaten Abhängigkeit vom FOPI-Filter zu einem zuverlässigen Vergleich mit dem Experiment. In Abb. 5.23 ist diese Größe für drei unserer Modelle exemplarisch dargestellt und mit dem Experiment verglichen. Dieser Vergleich zeigt allerdings, daß keines der verwendeten Modelle eine sehr gute Beschreibung der azimutalen Anisotropie liefert. Die Rechnungen mit der phenomenologischen NL2 Modell unterschätzen das Anisotropieverhältnis beträchtlich, während die konfigurationsabhängigen Wechselwirkungen einen umgekehrten Trend aufweisen, und die Daten überschätzen. Die Berücksichtigung der Nichtgleichgewichtseffekte führt lediglich zu einer unwesentlichen Verbesserung der Ergebnisse.

Es gibt weitere Messgrößen, die den *squeeze-out* Effekt noch näher untersuchen. Wir betrachten nun azimutale Winkelverteilungen bei Schwerpunktsrapidität, d.h.  $-0.15 \leq Y^{(0)} \leq 0.15$ , so wie sie auch in den FOPI-Experimenten gemessen wurden [97]. Bei diesen Winkelverteilungen wurde eine zusätzliche Einschränkung bezüglich des normierten Transveralimpulses  $P_T^{(0)}$  ( $0.06 \leq P_T^{(0)} \leq 0.55$ ) durch-

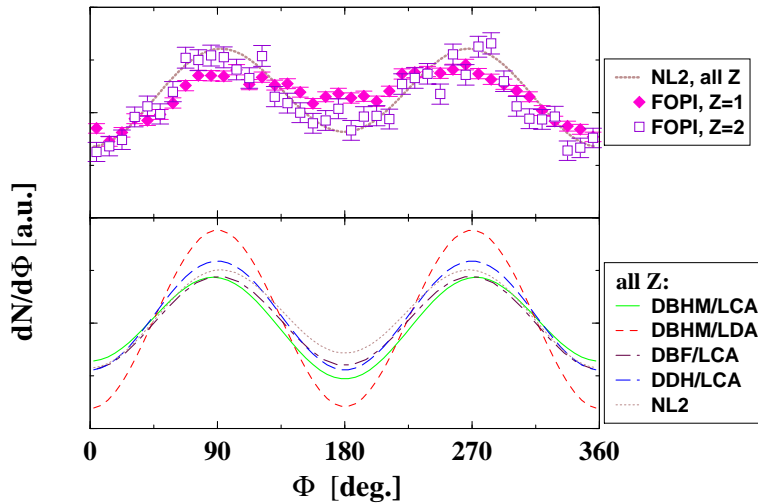


Abbildung 5.24: Azimutale Winkelverteilungen bei Schwerpunktsrapidität  $-0.15 \leq Y^{(0)} \leq 0.15$  und eine Transversalimpulseinschränkung ( $0.06 \leq P_T^{(0)} \leq 0.55$ ). Der Vergleich mit den Daten aus [88, 90, 97] mit einigen der theoretischen Rechnungen ist für die gleiche Reaktion wie in Abb. 5.22 dargestellt.

geführt wegen der eingeschränkten Detektorakzeptanz (siehe auch Abb. 5.8). In Abb. 5.24 werden nun für diese Selektion die azimutalen Winkelverteilungen unserer Ergebnisse mit dem Experiment verglichen, wobei es bei den Rechnungen um azimutale Verteilungen von allen Teilchen (Nukleone und Fragmente unterschiedlicher Ladung  $Z$ ) handelt. Aufgrund der starken Fragmentabhängigkeit der azimutalen Winkelverteilungen ist es sinnvoller, diese mit den entsprechenden experimentellen Daten für  $Z = 1$  und  $Z = 2$ , bzw. deren Mittelwert, zu vergleichen. Bemerkenswert ist wiederum der Einfluß der Konfigurationsabhängigkeit auf den Ausquetschfluß (vergleiche DBHM/LCA mit DBHM/LDA in Abb. 5.24). Ohne die Nichtgleichgewichtseffekte treibt das starke repulsive Vektorfeld die Feuerballmaterie auseinander, und aufgrund der Abschattung der Spektatorreste in Strahlrichtung entweicht diese Materie dann bevorzugt senkrecht zur Reaktionsebene mit einem beträchtlichen und insbesondere unrealistischen Ausquetschfluß.

Wie in Abb. 5.22 und 5.24 zu sehen, reduziert die Berücksichtigung der Konfigurationsabhängigkeit den *squeeze-out* Effekt. Die azimutalen Verteilungen sind dann vergleichbar mit dem Experiment, obgleich sie die Daten immer noch überschätzen. Der Einfluß der unterschiedlichen Mittelfelder auf die Stärke des Ausquetschflusses läßt sich gemäß der Diskussion des kollektiven Seitwärtsflusses erklären: Je repulsiver das Modell ist, desto stärker ist die Emission von Feuerballmaterie senkrecht zur Reaktionsebene. Demnach bewirken die Transportrechnungen mit dem DDH Modell (DDH/LCA) und den DBHM-Feldern (DBF/LCA) einen etwas stärkeren Ausquetschfluß verglichen mit dem schwächeren Vektorfeld der DBF/LCA Rechnungen. Allerdings sind hier die Unterschiede der verschiedenen

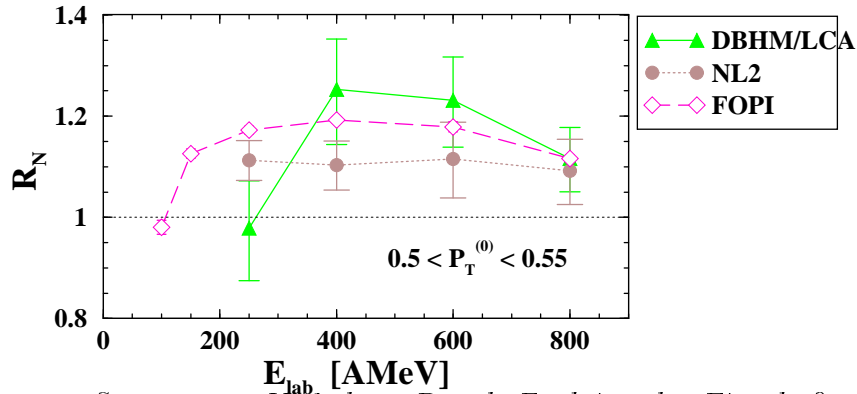


Abbildung 5.25: *Squeeze-out* Verhältnis  $R_N$  als Funktion der Einschubenergie mit einer Transversalimpulseinschränkung für die gleiche Reaktion der Abb. 5.22.

effektiven Zustandsgleichungen geringer, und vergleichbar mit dem phänomenologischen Walecka Modell und können die Daten zufriedenstellend beschreiben. Somit erscheint eine moderate Dichte- und Impulsabhängigkeit der effektiven Mittelfelder in dem betrachteten mittleren Energiebereich am besten geeignet zu sein. Diese Modellabhängigkeit ist ausgeprägter, wenn man sich auf die Emission nur hochenergetischer Teilchen senkrecht zur Reaktionsebene beschränkt. Dies zeigt die letzte Abb. 5.25, wo hier die Energieabhängigkeit des *squeeze-out* Verhältnisses  $R_N$  (Glg. 5.2) (es sei auf die unterschiedliche Definition zum Anisotropieverhältnis  $R$  hingewiesen) exemplarisch für zwei Modellrechnungen dargestellt ist. Die DBHM/LCA Felder können den hochenergetischen Bereich innerhalb der großen statistischen Fehler gut reproduzieren.

Die bisherigen Untersuchungen haben gezeigt, daß die Emission von Materie senkrecht zur Reaktionsebene nur qualitativ beschrieben werden kann, und alle hier verwendeten mikroskopischen Modelle den *squeeze-out* Effekte etwas überschätzen. Im Detail hängt der Vergleich von der betrachteten Observable für den Ausquetschfluß ab. Es ist auch bemerkenswert, daß die realistischeren Nichtgleichgewichtsfelder (LCA) keine befriedigende Übereinstimmung für das Anisotropieverhältnis  $R$  liefern, obwohl sie den kollektiven Seitwärts- und zum Teil den Ausquetschfluß erfolgreich beschreiben können. Andere Studien mit dem nicht-relativistischen QMD-Modell mit impulsabhängigen Skyrme-Parametrisierungen [96] führen zu ähnlichen Resultaten; sie können die Größe  $R$  ohne Berücksichtigung der Impulsabhängigkeit mit einer harten ( $K^{-1} = 380$  MeV) Zustandsgleichung beschreiben, obwohl sie den Seitwärtsfluß nur unter Berücksichtigung der Impulsabhängigkeit mit einer relativ weichen ( $K^{-1} = 200$  MeV) Zustandsgleichung beschreiben. Eine eindeutige Klärung dieses widersprüchlichen Verhaltens steht noch aus. Da die Hochdichtephase neben dem Mittelfeld, d.h. dem Realteil der Selbstenergie, auch noch von dem NN-Streuquerschnitt, d.h. dem Imaginärteil der Selbstenergie

gie, wesentlich beeinflusst wird, wären hierfür weitere Untersuchungen notwendig, insbesondere eine konsistente Beschreibung von Real- und Imaginärteil der Selbstenergie im Rahmen der gleichen effektiven Theorie (DB oder DDH). Andererseits muß hinzugefügt werden, daß es bei dieser Analyse meist um sehr feine Effekte des globalen Reaktionsdynamik handelt. Qualitativ erhält man jedoch eine Übereinstimmung (siehe Abb. 5.22), wenn allerdings die Nichtgleichgewichtseffekte des lokalen Phasenraums (LCA) berücksichtigt werden.

Eine weitere Größe zur Charakterisierung des Ausquetschflusses ist der sog. *elliptische Fluß*, der in Glg. (5.5) definiert wird. Dieses Kapitel wird mit der Untersuchung dieses elliptischen Flusses bei SIS- und AGS-Energien abgeschlossen, weil hierfür umfangreiches Datenmaterial, insbesondere, bei hohen Laborenergien bis zu 10 AGeV vorliegt. Damit kann die Anwendbarkeit der DB-Selbstenergien bei sehr hohen Dichten und Impulsen untersucht werden. Der elliptische Fluß beschreibt ebenfalls den Übergang vom *in-plane*- zum *out-of-plane*-Fluß. Er ergibt sich aus einer Anpassung der azimuthalen Winkelverteilungen bei Schwerpunktsrapidität  $|\Delta Y^{(0)}| \leq 0.1$  gemäß Glg. (5.1) als der zweite Koeffizient dieser Fourier-Entwicklung [98, 99]

$$v_2 = \left\langle \frac{(k_x^2 - k_y^2)}{(k_x^2 + k_y^2)} \right\rangle . \quad (5.5)$$

Positive (negative)  $v_2$ -werte bedeuten gemäß (5.5) eine bevorzugte Emission von Feuerballmaterie in (senkrecht) der (zur) Reaktionsebene. Diese Observable wird in peripheren Kollisionen beobachtet [98] und hängt stark von der frühen Dynamik der Kollision, der Expansionszeit des Feuerballs und die Zeit, die die Spektatoren zum Durchstreifen der Reaktionszone benötigen. Der erste Parameter wird also durch das Hochdichteverhalten der Zustandsgleichung bestimmt, während der zweite Effekt rein kinematischer Natur ist. Da in dieser frühen Entwicklungsphase der Reaktion der Feuerball noch nicht vollständig äquilibriert ist, ist eine Abhängigkeit des elliptischen Flußes von den Nichtgleichgewichtseffekten zu erwarten.

Abb. 5.26 zeigt die Energieabhängigkeit von  $v_2$  bei SIS- und AGS-Energien [100]. Zur Vervollständigung der Charakterisierung der Reaktion ist gleichzeitig die Abhängigkeit des sog. Fluß-Parameters  $F_Y$  dargestellt. Letzterer ist eine andere Darstellungsgröße für den gerichteten Fluß, der die Steigung des Transversalflusses bei Schwerpunktsrapidität wiedergibt

$$F_Y = \left. \frac{d \langle k_x(Y^{(0)}/A) \rangle}{dY^{(0)}} \right|_{Y^{(0)}=0} , \quad (5.6)$$

d.h. die Steigung der Transversalimpulskurve z.B. in Abb. 4.7 bei der Schwerpunktsrapidität. Experimentelle Ergebnisse für diese Variable liegen im gesamten Energiebereich vor. Die theoretischen Rechnungen sind diesmal nur mit den DBF-Selbstenergien in LDA- und LCA-Näherungen durchgeführt, da diese bei hohen Impulsen realistischer sind verglichen mit DBHM, wie es aus der Abb. 5.15 ersichtlich wird.



Unsere Rechnungen können die Energieabhängigkeit des elliptischen Flußes recht gut wiedergeben. Bei kleineren Energien ist  $v_2$  negativ weil die Spektatoren eine *in-plane*-Emission des Feuerballs verhindern. Mit zunehmender Laborenergie verhindern die Spektatoren wegen ihrer hohen Geschwindigkeit  $\approx c$  die Emission in der Reaktionsebene immer weniger, was auf einen Übergang zu *in-plane*-Fluß ( $v_2 > 0$ ) führt mit einer Übergangsenergie von  $\approx 4$  AGeV. Diese kann von unseren Rechnungen nur dann korrekt reproduziert werden, wenn die Nichtgleichgewichtseffekte des lokalen Phasenraumes berücksichtigt werden. Die Vernachlässigung der lokalen Impulsraumanisotropie führt im allgemeinen zu zu großen  $v_2$ -Werten, d.h. einer Verstärkung des *squeeze-out*-Effekts, in Übereinstimmung mit unserem obigem Ergebnis (vergleiche Abb. 5.24) und zu einer Verschiebung der Übergangsenergie, die schlechter mit dem Experiment übereinstimmt. Diese Erniedrigung des elliptischen Flusses kann durch die effektive Reduktion der Steifigkeit der dynamischen EoS aufgrund der Nichtgleichgewichtseffekte erklärt werden (siehe Abb. 2.12).

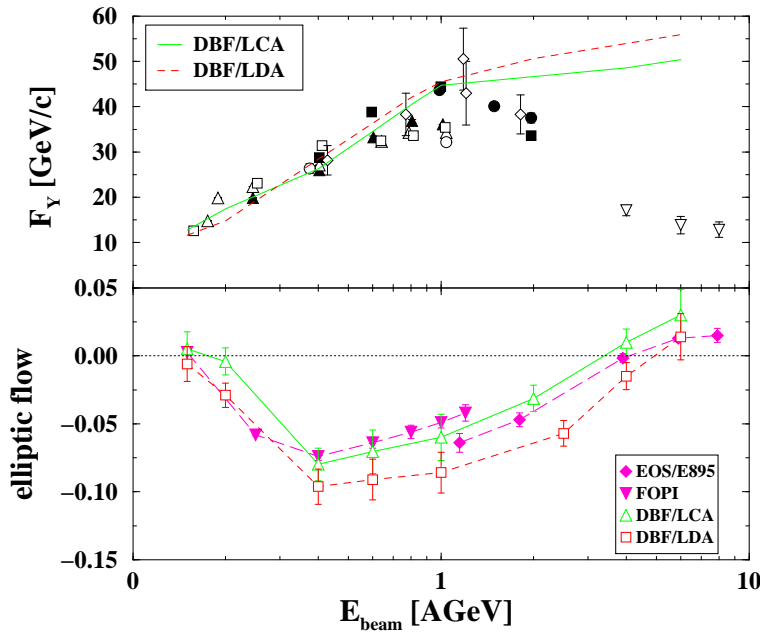


Abbildung 5.26: Fluß-Parameter  $F_Y$  (obere Figur) und elliptischer Fluß  $v_2$  (untere Figur) für semi-zentrale Au+Au Reaktionen bei SIS- und AGS-Einschubenergien. Die experimentellen Daten für  $v_2$  sind den Referenzen [101] und [102], und für  $F_Y$  den Referenzen [103, 104] entnommen. Die Rechnungen sind mit den DBF-Selbstenergien in LCA (DBF/LCA) und in LDA (DBF/LDA) durchgeführt.

Im Gegensatz dazu reagiert  $F_Y$  nicht sehr sensitiv auf die lokale Impulsraumanisotropie bei SIS-Energien, während etwas größere Unterschiede erst bei hohen Energien bemerkbar werden. Dies ist auf die spezielle Impulsabhängigkeit der DBF-Selbstenergien zurückzuführen [22], die erst bei hohen Dichten eine stärkere Impulsabhängigkeit zeigen. Konsistent mit frühen Ergebnissen können die DBF/LCA-

Felder den Fluß  $F_Y$  bei SIS-Energien, d.h. für  $\leq 1$  AGeV, sehr gut beschreiben. Allerdings finden wir jetzt, daß bei sehr hohen Energien dies nicht mehr zutrifft, und die Daten stark überschätzt werden. Dies ist darauf zurückzuführen, daß das optische Potential bei sehr hohen Energien zu repulsiv ist (siehe Abb. 1.5).

Die Analyse von kollektiven Flußeffekten hat gezeigt, daß die Nichtgleichgewichtseffekte zu beobachtbaren Effekten führen, die vergleichbar mit unterschiedlichen Zustandsgleichungen sind. In der globalen Reaktionsdynamik *sieht* man daher nicht wirklich die nukleare Zustandsgleichung im Grundzustand, sondern eine effektive Zustandsgleichung, in der Nichtgleichgewichtseffekte des lokalen Phasenraums verborgen sind. Eine zuverlässige Bestimmung der nuklearen Zustandsgleichung aus Schwerionenkollisionen ist daher nichttrivial und erfordert die Berücksichtigung von Nichtgleichgewichtseffekten bereits auf der Basis des nuklearen Mittelfeldes.

Der Vergleich zwischen den mikroskopischen Selbstenergien, die hier zum ersten Mal detailliert untersucht wurden, und den phänomenologischen Modellen zeigt weiterhin, daß prinzipiell eine einheitliche Beschreibung von Kernmaterie, Kernstruktur-, Nukleon-Kern- und Kern-Kern-Streuung auf mikroskopischer Basis möglich zu sein scheint.

# Kapitel 6

## Thermodynamische Charakterisierung von Schwerionenstößen

Wie in der Einleitung in Abb. 1 qualitativ dargestellt, durchläuft eine Schwerionenkollision verschiedene Gebiete des Phasendiagramms von Kernmaterie. Bisher haben wir die Phase hochkomprimierter Materie im Bezug auf eine Bestimmung der Zustandsgleichung auf der Basis effektiver mikroskopischer Theorien und unter Berücksichtigung von Nichtgleichgewichtseffekten untersucht. Im weiteren Ablauf einer Schwerionenkollision expandiert das System und kühlt ab. Die Materie erreicht gegen Ende des Prozesses Bereiche des Zustandsdiagramms, die durch  $\rho \ll \rho_{sat}$  und kleine Temperaturen charakterisiert werden. Gemäß Abb. 1 erwartet man daher das Einsetzen von Phasenübergängen im Endstadium der Reaktion, was eng mit dem Fragmentationsmechanismus in Zusammenhang steht. In dieser Phase der Reaktion wird also die Zustandsgleichung  $P(\rho, T)$  im instabilen Bereich abgetastet. Die Begriffsbildungen in dieser Phase sind daher thermodynamischer Natur.

Die Untersuchung des thermodynamischen Zustands der Materie in Schwerionenreaktionen ist derzeit sehr aktuell. Sie wurde angestoßen durch experimentelle Anzeichen für das Einsetzen eines flüssig-gasförmigen Phasenübergangs bei mittlere-energetischen Reaktionen [30] im Sinne einer kalorischen Zustandsgleichung, d.h. eines Zusammenhangs zwischen der Anregungsenergie des fragmentierenden Systems und einer Temperatur. Theoretische Multifragmentationsmodelle können zwar die Experimente meist qualitativ beschreiben, allerdings sind die Ansätze und die physikalischen Interpretationen zum Teil sehr verschieden [5, 31, 105]. Insbesondere die Definition (in theoretischen Modellen) bzw. eine zuverlässige Messung einer Temperatur (im Experiment) erweist sich dabei als schwierig.

In diesem Kapitel werden wir dieser Problemstellung detailliert nachgehen, indem der Zustand des dynamischen Systems untersucht wird. In diesem Zusammenhang soll die Frage nach einer thermischen Equilibrierung und folglich nach einer sinnvollen Bestimmung thermodynamischer Größen (Dichte, Druck und insbesondere Temperatur) untersucht werden [40, 41]. Wir benützen dazu wiederum die Nichtgleichgewichtstransporttheorie zur dynamischen Beschreibung des Systems, wobei keinerlei Annahmen über ein thermisches Gleichgewicht eingehen. Die Ergebnisse der Transportrechnungen analysieren wir zunächst im Bezug auf die zeitliche Entwicklung der lokalen Phasenraumverteilungsfunktion  $f(x, k)$ , um lokale Abweichungen vom thermischen Gleichgewicht erfassen zu können. Anschließend werden zwei Methoden zur Temperaturbestimmung diskutiert. Bei der ersten Methoden erfolgt die Bestimmung einer lokalen Temperatur  $T(t, \mathbf{x})$  direkt aus der Phasenraumverteilung  $f(x, k)$  der Transportrechnung. Bei der zweiten Methoden wird versucht, indirekt aus Fragmentspektren den thermodynamischen Zustand des Systems zu beschreiben. Die zweite Methode entspricht einer möglichen experimentellen Methode zur Bestimmung der Temperatur und ermöglicht einen direkten Vergleich mit dem Experiment. Der Vergleich der beiden Methoden untereinander kann außerdem dazu dienen, die physikalische Bedeutung der gemessenen Temperaturen aus Fragmentspektren zu untersuchen. Wir werden diese Methoden auf spezielle Systeme von zentralen und peripheren Au+Au Reaktionen anwenden.

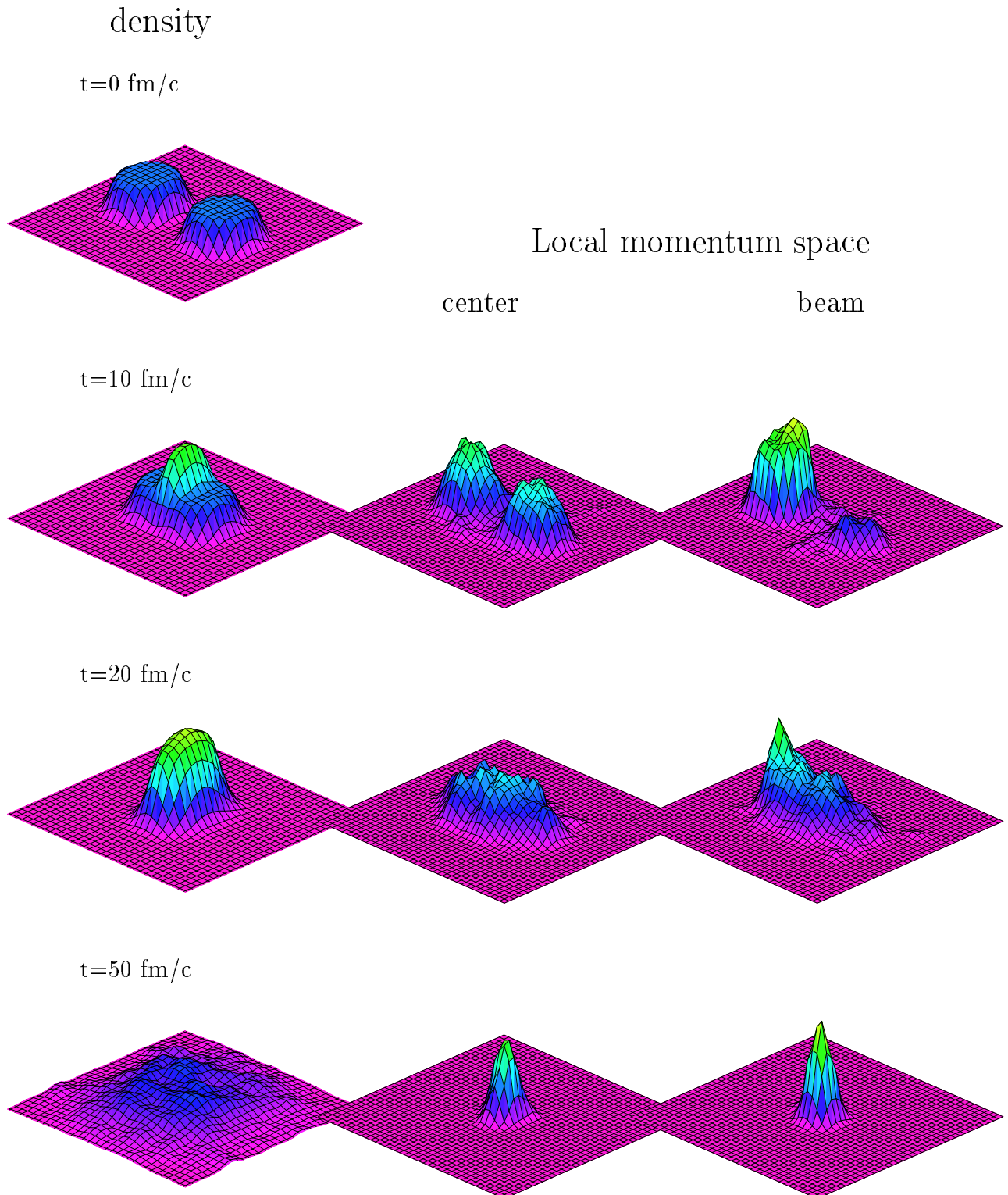
Die Diskussion im Kapitel 5 hat gezeigt, daß die anfänglichen Nichtgleichgewichtskonfigurationen die globale Reaktionsdynamik und damit die kollektiven Flußeffekten wesentlich modifizieren. Aufgrund dieser anisotropen Phasenraumverteilungen ist die Anwendung thermodynamischer Konzepte zur Temperaturbestimmung nicht trivial. Es empfiehlt sich daher zunächst eine Betrachtung der dynamischen Entwicklung des lokalen Phasenraumes, um die Abweichungen vom lokalen thermischen Gleichgewicht abschätzen zu können.

Die Abb. 6.0 zeigt den zeitlichen Verlauf von  $f(x, k)$  für eine zentrale Au+Au Reaktion bei  $E_{beam} = 0.4$  A.GeV, und zwar die linke Spalte die Dichte und die beiden rechten Spalten die lokalen Impulsraumverteilungen im Zentrum des Stoßes ( $\mathbf{r} = (0, 0, 0)$ ) und entlang der Strahlrichtung ( $\mathbf{r} = (0, 0, 2)$ ) zur Zeitpunkten während der Hochdichtephase  $t = 10, 20$  fm/c und während der späten Expansionsphase bei  $t = 50$  fm/c. Der zeitliche Verlauf der Dichte entspricht dem Kompressions/Expansionszenario, wie schon im Kapitel 4 diskutiert. Die Betrachtung der lokalen Impulsraumverteilungen zeigt jedoch, daß der lokale Phasenraum stark anisotrop ist und deutlich von einer Fermi-Dirac Gleichgewichtsverteilung, d.h. einer isotropen Fermi-Kugel, abweicht. Erst am Ende des Prozesses wird lokales thermisches Gleichgewicht erreicht, das durch eine diffuse Fermi-Kugel charakterisiert wird.

Die lokalen Impulsraumkonfigurationen im Nichtgleichgewicht lassen sich jedoch gut durch eine 2-Fermi-Kugel Impulsraumverteilung darstellen. Diese Parametri-

sierung des lokalen anisotropen Phasenraums haben wir im Kapitel 2 für kalte Konfigurationen ( $T = 0$ ) diskutiert. Es erscheint als dem Problem angemessen, diesem Konzept der LCA-Näherung auch hier zu folgen, allerdings wird nun der anisotrope Impulsraum lokal durch 2 diffuse Fermi-Kugeln, bzw. kovariante Ellipsoide, bei endlicher Temperatur parametrisiert. Auf diese Weise kann man auch Nichtgleichgewichtssituationen auf thermodynamischer Weise beschreiben. In diesem Kapitel wird das nichtlineare Walecka-Modell (NL2) für die Durchführung der Transportrechnungen benutzt.

Abbildung 6.0: *Zeitliche Entwicklung des Phasenraums*



## 6.1 Thermodynamische Analyse

In der Analyse dieses Abschnittes werden thermodynamische Größen direkt aus der lokalen Phasenraumverteilung  $f(x, k^*)$  der Transportrechnung bestimmt. Wir beginnen mit der Bestimmung der Energie- und der Druckdichte, und anschließend wird die Temperaturbestimmung aufgrund ihrer Bedeutung gesondert behandelt.

### 6.1.1 Lokale Energie- und Druckdichten

Die Bestimmung der Energie- und Impulsdichten erfolgt mit Hilfe des Energie-Impuls-Tensors  $T^{\mu\nu}(x)$ . Für Grundzustandsmaterie im Gleichgewicht nimmt er aufgrund der Isotropie des Systems folgende Gestalt an [106]

$$T^{\mu\nu}(x) = [\epsilon(x) - P(x)] u^\mu u^\nu - P(x) g^{\mu\nu} \quad , \quad (6.1)$$

mit der Energiedichte  $\epsilon(x)$  und Druckdichte  $P(x)$ . Andererseits, kann man den Energie-Impuls-Tensor  $T^{\mu\nu}(x)$  *direkt* aus der relativistischen Verteilungsfunktion  $f(x, k^*)$  der Glg. (3.59) ermitteln. Bei gegebener Lagrangedichte ergibt sich der  $T^{\mu\nu}(x)$  aus dem Noether-Theorem [42] zu (siehe auch Glg. (1.21))

$$T^{\mu\nu}(x) = \left\langle \frac{k^{*\mu} k^{*\nu}}{E^*} \right\rangle_{|f(x, k^*)} + \left\langle \Sigma^\mu(x, k) \frac{k^{*\nu}}{E^*} \right\rangle_{|f(x, k^*)} + \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \left[ \left\langle \Sigma_s(x, k) \frac{m^*}{E^*} \right\rangle_{|f(x, k^*)} - \left\langle \Sigma^\alpha \frac{k^{*\alpha}}{E^*} \right\rangle_{|f(x, k^*)} \right] \quad , \quad (6.2)$$

wobei über die lokale Impulsraumverteilungsfunktion gemittelt wird. Die Selbstenergie  $\Sigma = \Sigma_s - \gamma^\alpha \Sigma_\alpha$  ist hierbei in ihrer allgemeinsten Form (in KM) geschrieben. Im Rahmen der lokalen Dichtenäherung sind diese in Hartree-Form gegeben, d.h. sie hängt nicht explizit vom Impuls ab und kann daher aus den Impulsintegralen herausgezogen werden. Im einfachsten Fall des nicht-linearen Walecka Modells (NL2) ( $C_{s,v} = \frac{g_{s,v}^2}{m_{s,v}^2}$ ), das in den Transportrechnungen dieses Kapitels benutzt wird, erhält man

$$T^{\mu\nu}(x) = t^{\mu\nu} + C_v j^\mu j^\nu + \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \left[ \frac{1}{2} C_s \rho_s^2 - U(\rho_s) - \frac{1}{2} C_v j^\alpha j_\alpha \right] \quad (6.3)$$

$$t^{\mu\nu}(x) = \frac{\kappa}{(2\pi)^3} \int d^4 k^* k^{*\mu} k^{*\nu} f(x, k^*) \quad . \quad (6.4)$$

Die skalare Dichte  $\rho_s(x)$  und der Baryonenstrom  $j^\mu(x)$  in (6.3) ergeben sich direkt aus der RLV-Phasenraumverteilung der Transportrechnung am Phasenraumpunkt  $x = (t, \mathbf{x})$  gemäß Glgn. (3.62, 3.63).  $U(\rho_s(x))$  enthält die Selbstwechselwirkungen des skalaren  $\sigma$ -Mesons für die nichtlineare Version des Walecka Modells.

Der kinetische Anteil des Energie–Impuls–Tensors  $t^{\mu\nu}$  in (6.4) ergibt sich im Rahmen der RLV–Methode zu [75]

$$t^{\mu\nu}(x) = \frac{1}{N(\sqrt{\pi}\sigma_x)^3} \sum_{i=1}^{A \cdot N} m_i^* u_i^\mu u_i^\nu e^{[(x-x_i)^2 - ((x-x_i) \cdot u_i)^2]/\sigma_x^2} \quad . \quad (6.5)$$

Nach einer Lorentztransformation ins lokale Ruhesystem ist der Energie–Impuls–Tensor diagonal. Seine Diagonalelemente geben die Energiedichte ( $T^{00}$ ) und die Komponenten der Druckdichte ( $T^{ii}$  mit  $i = 1, 2, 3$ ) an. Im Falle vom thermischen Gleichgewicht ist die Impulsraumverteilung isotrop und alle Druckkomponenten gleich. Die Bestimmung der Druckdichten aus der Transportrechnung kann daher dazu dienen, den Grad der lokalen Impulsraumanisotropie durch Vergleich der verschiedenen Druckkomponenten im lokalen Ruhesystem festzulegen.

Desweiteren kann man eine Aussage bezüglich Instabilitäten in Schwerionenkollisionen machen. Man kann die invariante Dichte und die Druckdichte am Phasenraumpunkt  $x$  *unabhängig* voneinander, d.h. ohne Benutzung einer Zustandsgleichung  $P(\rho, T)$ , ermitteln. Daraus kann man eine lokale *Druck–Dichte–Trajektorie* konstruieren, d.h.  $\rho(\mathbf{x}, t)$ ,  $P(\mathbf{x}, t)$  mit  $t$  als Parameter. Längs dieser Trajektorie kann man dann eine *effektive* Inkompressibilität  $K_{eff}$  gemäß

$$K_{eff} = 9\rho \frac{\partial P}{\partial \rho} \Big|_{Trajektorie} \quad (6.6)$$

definieren, die in jedem Raum–Zeitpunkt der Transportrechnung angegeben werden kann. Im Gleichgewicht entspricht dies längs einer Isothermen gerade der thermodynamischen Definition der Kompressibilität. Negative Werte von  $K_{eff}$  bedeuten eine Zunahme des Druckes mit abnehmender Dichte, d.h. ein Einsetzen von dynamischen Instabilitäten. Diese Methode gibt also auch Information über die Wichtigkeit von Fluktuationen und demzufolge über das Einsetzen des Fragmentationsmechanismus, was im Rahmen der 1–Teilchen Transporttheorie ja direkt nicht enthalten ist.

Wir werden daher später Druckdichten im Zusammenhang mit lokaler Thermalisierung und dynamischen Instabilitäten in Detail studieren. Dazu braucht man allerdings noch die Kenntnis einer weiteren thermodynamischen Variablen, nämlich der Temperatur  $T$ . Die Temperaturbestimmung aus dem lokalen Phasenraum ist nicht trivial, und daher wollen wir diesen Themenkomplex gesondert behandeln.

### 6.1.2 Temperaturbestimmung

Als Prinzip einer Temperaturbestimmung verwenden wir hier, die aus der Transportrechnung bekannte lokale Phasenraumkonfiguration  $f(x, k^*)$  durch eine Fermi–Verteilung endlicher Temperatur  $T(x)$  (im Falle lokalen thermischen Gleichgewichts), bzw. durch eine Verteilung aus zwei Fermi–Kugeln bei Temperaturen



$T_{1,2}(x)$  (für lokal anisotrope Impulsraumkonfigurationen) anzupassen. Da die weiteren Parameter (Dichten, Ströme, Relativgeschwindigkeit, usw.), die solche Konfigurationen bestimmen, ebenfalls aus der Verteilungsfunktion  $f(x, k^*)$  bekannt sind, enthält dieses Anpassungsverfahren die Temperatur  $T(x)$ , bzw. die Temperaturen  $T_{1,2}(x)$  als einzige Parameter.

Dazu benötigen wir zunächst einen analytischen Ausdruck für die lokale Impulsraumverteilung. Diese läßt sich in der RLV-Methode folgendermaßen bestimmen: der Baryonenstrom (3.63) läßt sich umformen zu

$$\begin{aligned}
j^\mu(x) &= \int d^4 k^* k^{*\mu} f(x, k^*) \\
&= \frac{1}{N(\pi\sigma_x\sigma_k)^3} \int d^4 k^* k^{*\mu} \sum_{i=1}^{A \cdot N} e^{[(x-x_i)^2 - ((x-x_i) \cdot u_i)^2]/\sigma_x^2} \\
&\quad e^{[k^{*2} - (k^* \cdot u_i)^2]/\sigma_k^2} \delta(k^{*2} - m^{*2}) 2\Theta(k^{*0}) \\
&= \frac{1}{N(\pi\sigma_x\sigma_k)^3} \int d^3 k^* \frac{k^{*\mu}}{E^*} \sum_{i=1}^{A \cdot N} e^{[(x-x_i)^2 - ((x-x_i) \cdot u_i)^2]/\sigma_x^2} \\
&\quad \times e^{[k^{*2} - (k^* \cdot u_i)^2]/\sigma_k^2} \quad , \tag{6.7}
\end{aligned}$$

wobei die RLV-Phasenraumverteilung aus Glg. (3.59) eingesetzt wurde. Andererseits ist der Baryonenstrom allgemein gegeben durch

$$j^\mu(x) = \frac{\kappa}{(2\pi)^3} \int d^3 k^* \frac{k^{*\mu}}{E^*} n_x(\mathbf{k}^*) \quad . \tag{6.8}$$

Aus dem Vergleich von (6.7) und (6.8) erhält man die lokale RLV-Impulsraumverteilung

$$n_x(\mathbf{k}^*) = \frac{(2\pi)^3}{\kappa} \frac{1}{N(\pi\sigma_x\sigma_k)^3} \sum_{i=1}^{A \cdot N} e^{[(x-x_i)^2 - ((x-x_i) \cdot u_i)^2]/\sigma_x^2} e^{[k^{*2} - (k^* \cdot u_i)^2]/\sigma_k^2} \quad . \tag{6.9}$$

Die lokale Impulsraumkonfiguration wird also über die Summe aller Testteilchen gewonnen, wobei die Impulsbeiträge der einzelnen Testteilchen mit dem Wert der Ortsraum-Gaußfunktion am Punkt  $x = (t, \mathbf{x})$  gewichtet werden.

Die so gewonnene lokale Impulsraumverteilung wird mit einer geeigneten Anpassungsfunktion verglichen. Im Falle einer thermalisierten Gleichgewichtsverteilung ist dies eine kovariante Fermi-Dirac-Verteilung bei endlicher Temperatur  $T$  und Dichte (chemisches Potential  $\mu = \mu(T(x), \rho(x))$ )

$$n(x, \mathbf{k}^*; T, \mu^*(T), u_\mu) = \frac{1}{1 + e^{[-(\mu^*(T) - k^{*\mu} u_\mu)]}} \quad , \tag{6.10}$$

wobei ein Hintergrundpotential durch die effektiven Größen  $k^{*\mu}$  und  $\mu^*$  beinhaltet ist. Die Definition Glg. (6.10) berücksichtigt auch den Fall einer kollektiven Bewegung, die durch die lokale Strömungsgeschwindigkeit  $u^\mu = (\gamma, \gamma\beta)$  charakterisiert

wird. Im Limes verschwindender Temperatur ergibt sich eine scharfe Fermi–Dirac Verteilung  $\Theta(E_F - k^{*\mu}u_\mu)$  mit dem chemischen Potential  $\mu^* = \mu + \Sigma_0$  gleich der Fermi–Energie  $E_F = \sqrt{m^{*2} + k_F^2}$ .

Die Anpassungsverteilung (6.10) ist adequat für Gleichgewichtssituationen. Wie wir gesehen haben, entspricht der lokale Phasenraum über weite Strecken der Reaktion jedoch nicht einer Gleichgewichtsverteilung, sondern ist besser mit einer Superposition zweier Kernmaterie–Ströme zu beschreiben. Dies ist das 2–Strom–System, das im Rahmen der LCA–Näherung angewandt wurde und hier ebenfalls Anwendung findet

$$\begin{aligned} n^{(12)}(x, \mathbf{k}^*; T_1, T_2, \mu_1^*(T_1), \mu_2^*(T_2), v_{rel}) = \\ n^{(1)}(x, \mathbf{k}^*; T_1, \mu^*(T_1), u_{1\mu}) + n^{(2)}(x, \mathbf{k}^*; T_2, \mu^*(T_2), u_{2\mu}) \\ + \delta n^{(12)}(x, \mathbf{k}^*; T_{1,2}, \mu^*(T_{1,2})) \quad . \end{aligned} \quad (6.11)$$

Die Anpassungsverteilung setzt sich also zusammen aus zwei kovarianten Fermi–Dirac Verteilungen mit Temperaturen  $T_i$ ,  $i = 1, 2$  und effektiven chemischen Potentialen  $\mu_i^*$ . Der Term  $\delta n^{(12)} = \sqrt{n^{(1)} \cdot n^{(2)}}$  berücksichtigt das Pauli–Prinzip im Falle gegenseitiger Überlappung [26]. Dieser Ansatz beinhaltet den korrekten Übergang zu einer equilibrierten Fermi–Dirac Verteilung im Limes verschwindender Relativgeschwindigkeit und liefert bei  $T \rightarrow 0$  und  $v_{rel} \rightarrow 0$  eine scharfe Fermi–Kugel.

Im Rahmen der RLV–Methode werden allerdings die Testteilchen durch Gaußpakete endlicher Ausdehnung im Phasenraum repräsentiert. Die endliche Breite im Impulsraum führt dann zu einer *künstlichen* Temperatur, die für einen isolierten Kern im Grundzustand bereits einen endlichen Wert von ca.  $T \sim 7 \text{ MeV}$  aufweist. Um diesen Effekt zu korrigieren, wird daher die Anpassungsverteilung (6.11) mit der gleichen kovarianten Gaußfunktion gefaltet

$$\tilde{n}(\mathbf{k}, T) = \int d^4k' m^* n(\mathbf{k}', T) g(k' - k) \delta(k^{*2'} - m^{*2}) 2\Theta(k^{*0'}) \quad . \quad (6.12)$$

Die chemischen Potentiale  $\mu_i^*(T_i)$  werden aus der Baryonenstromerhaltung bestimmt, sowie die lokale Strömungsgeschwindigkeit aus der Transportrechnung. Die Anpassungsprozedur beinhaltet daher nur die Subsystemtemperaturen  $T_{1,2}$  als die einzigen Parameter. Das Verfahren zur Temperaturbestimmung sieht im Detail folgendermaßen aus:

- Am Phasenraumpunkt  $x = (t, \mathbf{x})$  werden aus der RLV–Phasenraumverteilung  $f(x, k^*)$  die lokalen Strömungsgeschwindigkeiten  $u_i^\mu$  von Projektil– und Targetteilchen, die entsprechenden Dichten, die effektive Masse und aus Glg. (6.9) die lokale Impulsraumkonfiguration bestimmt.
- An die lokale RLV–Impulsraumkonfiguration (6.9) wird nun die Anpassungsverteilung (6.12) angepaßt. Dabei wird bei der aktuellen Temperatur  $T$  (für

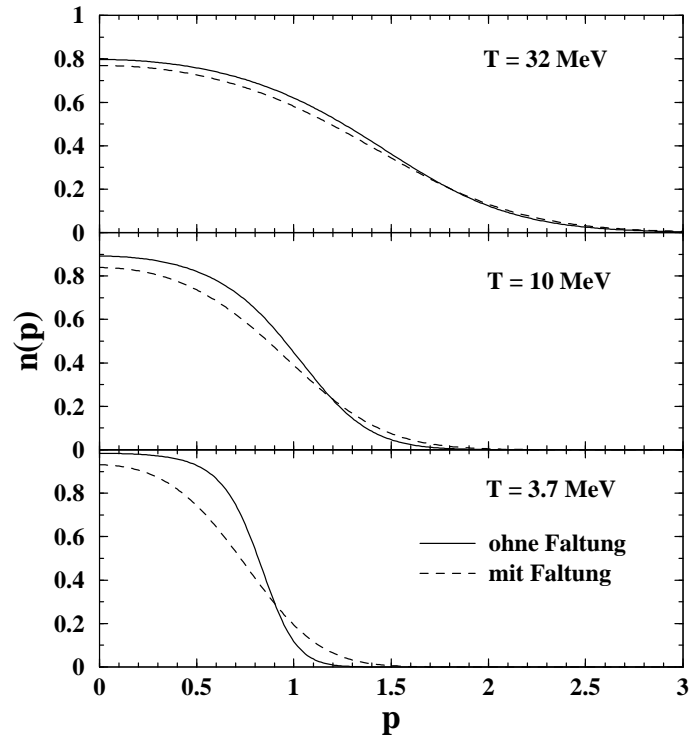


Abbildung 6.1: Fermi-Dirac Verteilungen bei endlicher Temperatur unter dem Einfluß der Faltung mit der Testteilchenbreite.

equilibrierte Konfigurationen) bzw. bei den Subsystem-Temperaturen  $T_{1,2}$  (für anisotrope Impulsraumkonfigurationen im 2-Strom-System Modell) das chemische Potential  $\mu^*(T)$  bzw.  $\mu_{1,2}^*(T_{1,2})$  aus der Baryonenstromerhaltung ermittelt.

- Dieses Verfahren der Temperaturbestimmung wird so lange iteriert, bis der  $\chi^2/\nu$ -Wert minimal wird.

Die auf dieser Weise gewonnenen lokalen Temperaturen  $T(x)$  werden wir im folgenden als  $T_{loc}$  bezeichnen. Da sie direkt aus der lokalen Phasenraumverteilung bestimmt werden, können sie als Temperaturen im engen thermodynamischen Sinne bezeichnet werden. Dies ist allerdings nur in dem Sinne gerechtfertigt, daß der lokale Impulsraum sich durch Gleichgewichtsverteilungen, d.h. eine Fermi-Kugel bzw. zwei kovariante Fermi-Ellipsoide im Sinne der LCA-Näherung, gut parametrisieren läßt.

Zur Illustration der Methode beginnen wir zunächst mit der Faltungsprozedur. Abb. 6.1 zeigt Fermi-Dirac Verteilungen bei verschiedenen Temperaturen, sowie

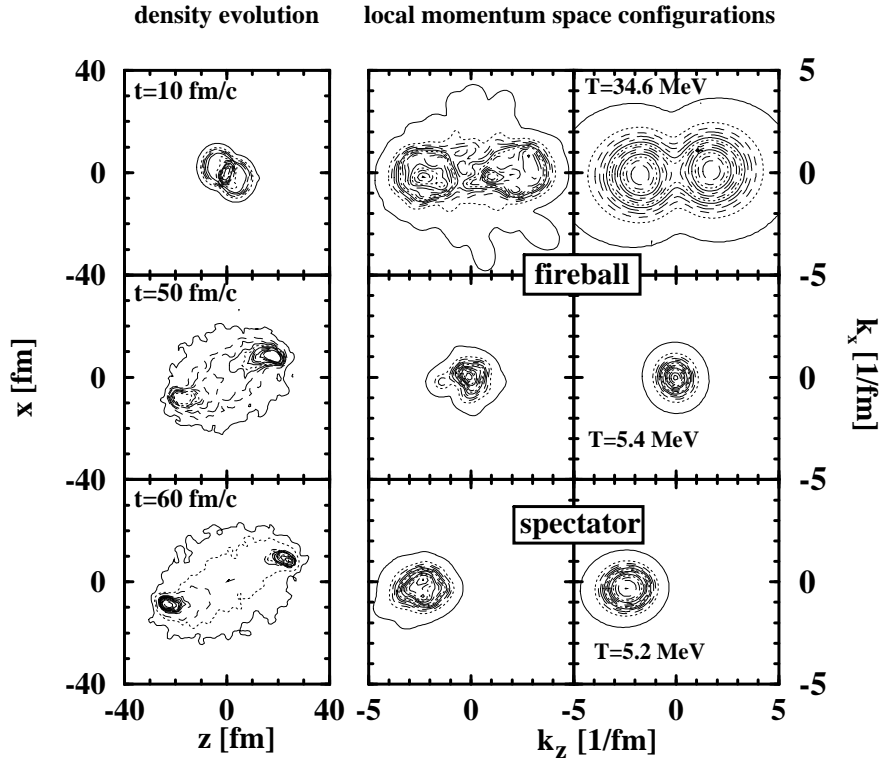


Abbildung 6.2: Zeitliche Entwicklung des lokalen Phasenraumes für eine semi-zentrale ( $b = 4.5 \text{ fm}$ )  $\text{Au}+\text{Au}$  Reaktion bei  $E_{\text{beam}} = 600 \text{ A MeV}$ . Die linke Spalte zeigt Konturen der Ortsraumdichte für die Zeiten von  $t = 10, 50$  und  $60 \text{ fm/c}$ . Die mittlere Spalte zeigt die lokale RLV-Impulsraumverteilung und die rechte die jeweils angepasste Verteilung zu den gleichen Zeiten der linken Spalte gemäß der Glg. (6.11). Dabei handelt es sich um die lokale Impulsverteilungen im Zentrum (obere und mittlere Figuren) und am Spektator (untere Figuren).

die durch Faltung mit der Gaußfunktion der Testteilchen entstehenden Verteilungen. Aufgrund der endlichen Breite des Gaußpaketes wird die Verteilungen flacher, was als effektive höhere Temperatur interpretiert werden könnte. Dies wirkt sich besonders bei kleinen Temperaturen aus, während bei hohen Temperaturen die Verteilung selbst so ausgeschmiert ist, daß der Einfluß der Faltung schwach ist. Die nächste Abb. 6.2 illustriert das Verfahren zur Temperaturbestimmung an einer konkreten Rechnung. Hier wird auch die Berücksichtigung der lokalen Impulsraummanisotropie deutlich. Während der Hochdichtephase besteht die lokale Impulsraumkonfiguration aus zwei Kernmaterieströme, die sich stark überlappen. Man sieht, daß sich solche Anisotropien im Sinne der LCA Näherung gut approximieren lassen, so daß daraus eine lokale Temperatur extrahiert werden kann. Der weitere Vorteil dieser Methode besteht darin, daß der allgemeine Ansatz (6.11) einen kon-

tinuirlichen Übergang zu einer equilibrierten Fermi-Kugel ermöglicht. Dies ist in Abb. 6.2 in der späten Entwicklung des Systems zu sehen, wo der lokale Impulsraum durch eine thermalisierte Fermi-Dirac Verteilung für den Feuerball bzw. für die Spektatoren dargestellt werden kann.

Abb. 6.2 zeigte symmetrische Situationen, in denen der lokale Phasenraum beim Vorhandensein von Anisotropien durch zwei Gleichgewichtsverteilungen mit gleicher Temperatur und Dichte dargestellt werden kann. Im allgemeinen ist jedoch die Situation komplizierter, wie Abb. 6.3 demonstriert. Hier sind die RLV-Verteilungen sowie die angepaßten Verteilungen für verschiedene Punkte in Strahlrichtung dargestellt. Insbesondere hat man es jetzt kurz vor der Hochdichtephase ( $t = 10 \text{ fm}/c$ ) mit stark asymmetrischen Konfigurationen zu tun, je weiter man sich vom Zentrum der Kollision entfernt. Dennoch lassen sich solche Nichtgleichgewichtskonfigurationen gut durch zwei verschiedene Fermi-Kugeln darstellen, d.h. eine Temperaturbestimmung ist auch hier möglich. Man sieht beispielsweise im unteren Bild, daß hier das Target im wesentlichen noch unangeregt ist, während der kleine Teil des Projektils, der bereits zu diesem Punkt vorgedrungen ist, hoch angeregt ist.

Mit dieser Prozedur ist eine Temperaturbestimmung in beliebigen Raumzeitpunkten möglich, und man ist in der Lage, einen Eindruck lokaler thermodynamischer Verhältnisse über die ganze Dauer der Reaktion zu gewinnen. Wir werden später detaillierte Ergebnisse zeigen. Insbesondere wegen der lokal variierenden thermodynamischen Bedingungen werden spezielle Systeme, z.B. die Spektatoren in semi-zentralen Reaktionen und die Feuerballmaterie in zentralen Kollisionen, bezüglich ihres thermodynamischen Verhaltens analysiert. Andererseits ist diese lokale Temperatur  $T_{loc}$  natürlich nur in einer Rechnung zugänglich. Eine der experimentellen Methoden zur Temperaturbestimmung stützt sich auf die Untersuchung von Fragmentspektren. Im folgenden Abschnitt soll der Zusammenhang mit dieser Temperaturbestimmung diskutiert werden.

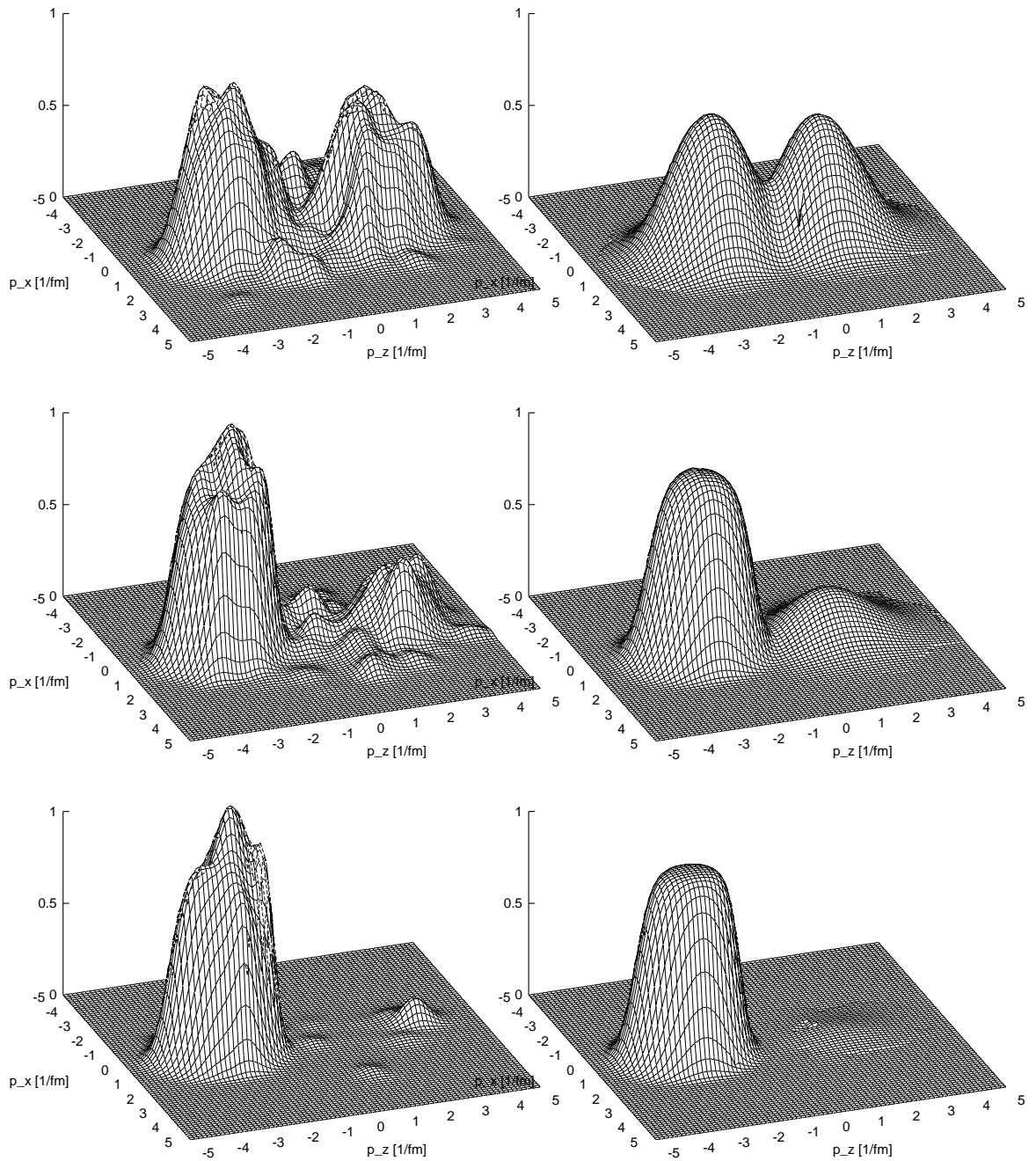


Abbildung 6.3: Verfahren der 2-dimensionalen Temperaturanpassung. Gezeigt sind die RLV- (links) und jeweils die Anpassungsverteilungen (rechts) für die Orte  $\mathbf{x} = (0, 0, 0)$  (oben),  $\mathbf{x} = (0, 0, 2)$  (mitte) und  $\mathbf{x} = (0, 0, 4)$  (unten) (Angaben in [fm]) zum Zeitpunkt  $t = 10 \text{ fm}/c$ . Die Temperaturen für Projektil (1) und Target (2) System betragen jeweils  $T_{1,2} = 29 \text{ MeV}$  (oben),  $T_1 = 40$  und  $T_2 = 8 \text{ MeV}$  (mitte) und  $T_1 = 25$  und  $T_2 = 1$  (unten). Es handelt sich um eine zentrale ( $b = 0 \text{ fm}$ ) Au+Au Reaktion bei  $E_{beam} = 600 \text{ AMeV}$ .

## 6.2 Analyse von Fragmentspektren

In experimentellen Analysen (FOPI- [82, 79], EOS- [107] und ALADIN-Kollaborationen [30, 108, 109, 110]) verfügt man meist über Informationen zu Fragmenttobservablen. Daraus werden dann aus Energieverteilungen von Fragmenten bzw. deren Multiplizität die Temperatur des fragmentierenden Systems bestimmt. Wir wollen daher hier diese Methoden zur Temperaturbestimmung ebenfalls auf unsere Simulationen anwenden. Dieser zweite Teil der thermodynamischen Analyse geht daher nicht direkt von der RLV-Phasenraumverteilung aus, sondern benutzt die Fragmentverteilungen. Letztere ergeben sich aus dem Koaleszenzverfahren, der auf die Endzustandverteilung der Reaktion angewandt wird.

### 6.2.1 Fragmentformation und -dynamik

Im Abschnitt 5.2 haben wir die Grundzüge des Koaleszenzverfahrens diskutiert. Es ergab sich eine vernünftige Beschreibung von Multiplizitäts- und Massenverteilungen, wobei die Koaleszenzparameter angepaßt wurden. Es stellt sich jedoch die Frage, in wieweit diese Fragmentationsvorschrift auch deren Dynamik, d.h. den Aufbruchzeitpunkt und die weitere zeitliche Entwicklung, vernünftig beschreiben kann. Üblicherweise wird die Koaleszenzvorschrift am Endzustand der Reaktion angewandt, um daraus eine Fragmentkonfiguration zu generieren. Diese Fragmente werden nun rückwärts in die Zeit verfolgt, indem die Phasenraumkoaleszenz für diese Fragmente in jedem Zeitpunkt überprüft wird. Sind sie in einem gegebenen Zeitpunkt nicht erfüllt, so bestimmt dies den Bildungszeitpunkt des Fragments. Somit kann man in einfacher Weise in diesem Modell etwas über die dynamische Entwicklung der Fragmente erfahren. Bei dieser Vorgehensweise wird jedoch die innere Anregung der Fragmente nicht berücksichtigt. Es ist daher sinnvoll, die Koaleszenzvorschrift um ein weiteres Kriterium zu erweitern, indem nun auch die Bindungsenergie der mittels Koaleszenz gebildeten Fragmente untersucht wird. Dazu wird in jedem betrachteten Zeitpunkt die Bindungsenergie dieser Fragmente zusätzlich berechnet, indem man den Energie-Impuls-Tensors  $T^{\mu\nu}(x)$  berechnet, wobei zur Berechnung der Felder nur die Nukleonen des betrachteten Fragments beitragen. Die negative Bindungsenergie des Fragments ergibt sich dadurch, indem der Energie-Impuls-Tensor ins Ruhesystem des Fragments zurücktransformiert wird und anschließend die 00-Komponente abzüglich der Ruhemasse betrachtet wird. Ist die Bindungsenergie pro Nukleon eines Fragments negativ, so wird das betrachtete Fragment als instabil betrachtet und kann in leichtere Fragmente und einzelne Nukleonen zerfallen. Dieser Zerfall instabiler Fragmente wird in der Weise berücksichtigt, indem diese stochastisch in einzelne Nukleonen und leichtere stabile Fragmente zerfallen.

Das Ergebnis Methode ist in Abb. 6.4 dargestellt. Es zeigt den prozentualen An-

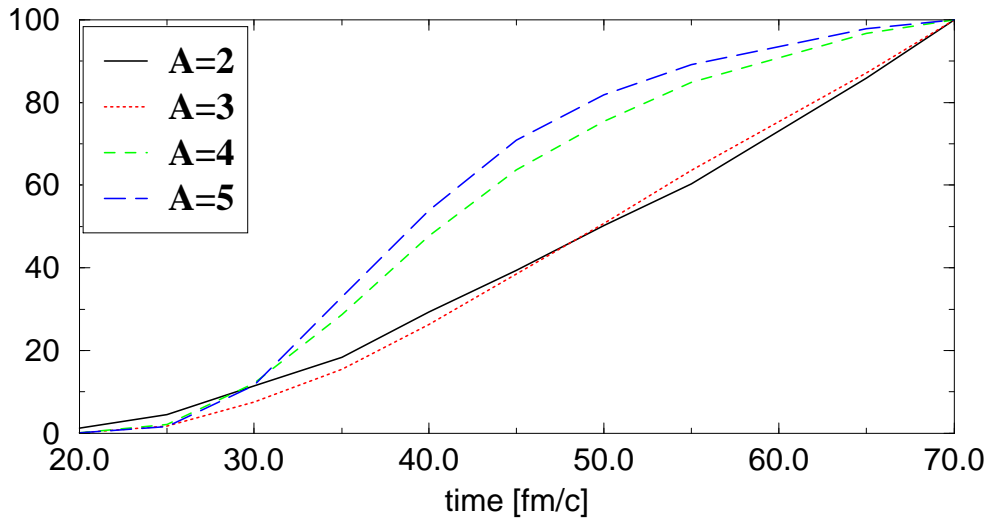


Abbildung 6.4: Zeitliche Entwicklung der Fragmente für eine zentrale Au+Au Reaktion bei 600 A MeV Einschussenergie. Gezeigt ist der prozentuale Anteil der stabilen Fragmente relativ zu den stabilen Fragmenten im Endzustand (70 fm/c). Das zusätzliche Bindungskriterium wurde hier eingesetzt (siehe Text).

teil stabiler Fragmente einer gegebenen Massenzahl  $A$  relativ zur entsprechenden Anzahl im Endzustand. Gemäß Abb. 6.4 werden schwere Fragmente ( $A_f \geq 4$ ) zu einem früheren Zeitpunkt gebildet relativ zu leichteren Fragmenten ( $A_f \leq 3$ ). Insbesondere stabilisiert sich die Kurve der schweren Fragmente ab  $t \gtrsim 40 - 50$  fm/c, wogegen dies bei den leichteren Fragmenten aufgrund möglicher Zerfälle schwererer Fragmente nicht der Fall ist. Daraus kann man den Aufbruchszeitpunkt festlegen, der demnach etwa  $t \approx 45$  fm/c beträgt, d.h. der Aufbruch findet in einem frühen Stadium dieser zentralen Reaktion kurz nach der Hochdichtephase statt. Die frühe Fragmentbildung zeigt sich auch in den Geschwindigkeitsverteilungen verschiedener Fragmente, die in Abb. 6.5 gezeigt ist. Mit zunehmender Massenzahl nimmt die mittlere kollektive Geschwindigkeit näherungsweise linear ab. Dies ist ein weiterer Hinweis dafür, daß die schweren Fragmente in der zentralen Region des Phasenraums in einem frühen Stadium der Reaktion gebildet werden.

Dieser qualitative Verlauf erscheint aus mehreren Gesichtspunkten zuverlässig. Zum einen kommen Studien im Rahmen der Quanten-Molekular-Dynamik (QMD), wo der Fragmentationsprozeß auf klassischer Weise realistischer beschrieben wird, zu ähnlichen Resultaten. Diese Studien haben gezeigt, daß unter Anwendung eines ähnlichen Kriteriums bezüglich der Stabilität der Fragmente die schweren Fragmente früher in der Reaktion gebildet werden als leichtere Fragmente, und zwar kurz nach der Hochdichtephase [111]. Interessant ist weiterhin der abgeschätzte Aufbruchszeitpunkt von etwa  $\approx 45$  fm/c, der in Verbindung mit dem Einsetzen



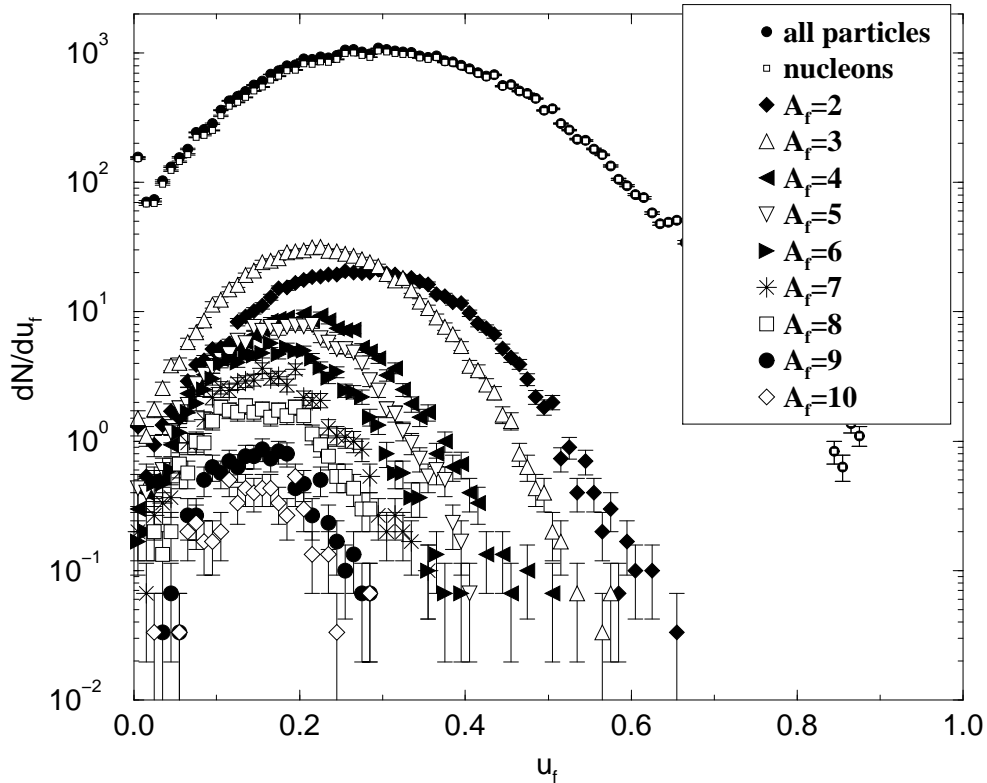


Abbildung 6.5: Geschwindigkeitsspektren für Nucleonen und Fragmenten mit verschiedener Massenzahl  $A_f$ . Bei der Geschwindigkeit handelt es sich um die radiale Flußgeschwindigkeit  $u_f = \gamma_f \beta_f$ . Die Spektren sind aus einer zentralen ( $b = 0$  fm) Au+Au Reaktion bei  $E_{beam} = 400$  AMeV mittels des Koaleszenzmodells ermittelt worden.

dynamischer Instabilitäten gebracht werden kann, worauf noch später eingegangen wird.

Im folgenden werden wir uns mit kinetischen Energiespektren von Fragmenten beschäftigen. Spektren für Fragmente mittlerer Massenzahl  $3 \lesssim A_f \lesssim 20$  (sog. intermediate mass fragments, IMF) sind beispielhaft in Abb. 6.6 gezeigt, und zwar mit und ohne Berücksichtigung des zusätzlichen Bindungsenergiekriteriums. Wie man sieht, hängt die Form der Energiespektren nicht sensitiv von dem Stabilitätskriterium (bis auf die hier nicht wichtige absolute Normierung der Spektren) ab. Insbesondere bleibt dabei die *Steigung* der Spektren unverändert. Somit sind die Anpassungsparameter zur Beschreibung dieser Spektren (durchgezogene Kurven, nächster Abschnitt) von dem Stabilitätskriterium unabhängig, womit die weiteren Analysen erheblich erleichtert werden.

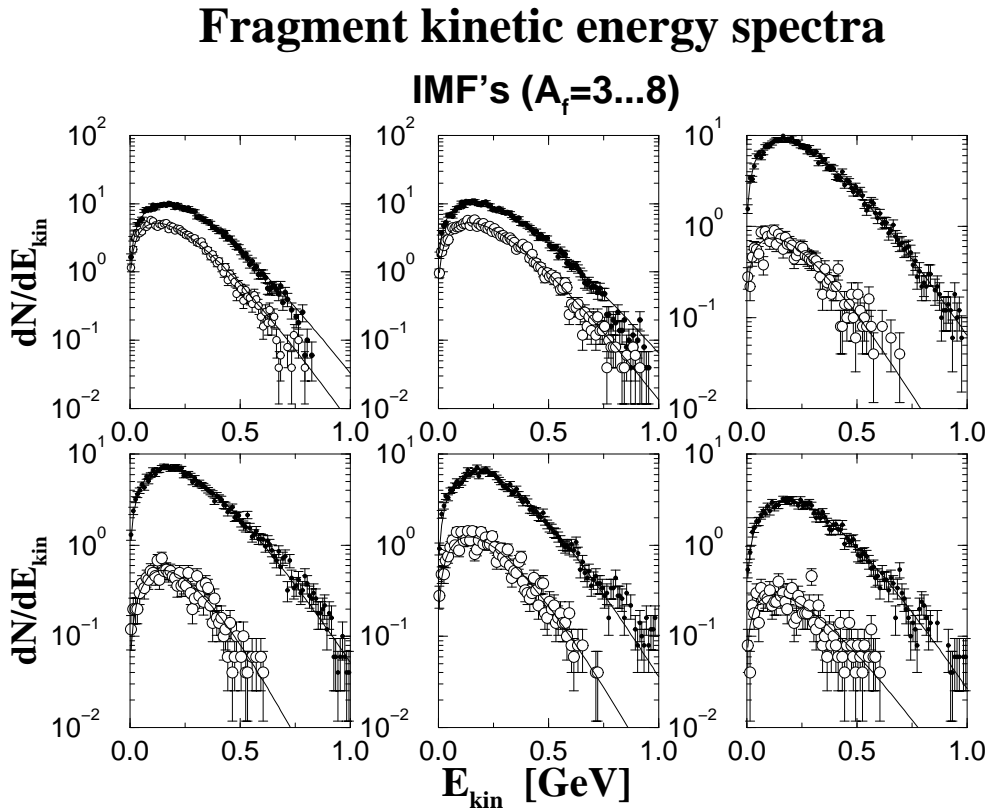


Abbildung 6.6: *Kinetische Energiespektren für Fragmente mittlerer Massenzahl. Bei den offenen Symbolen wurde zusätzlich das Bindungsenergiekriterium eingesetzt. Die durchgezogenen Kurven sind Blast-Model Fits zu den Spektren (siehe Text).*

## 6.2.2 Das Explosionsmodell

Die Bestimmung der thermodynamischen Eigenschaften des fragmentierenden Systems aus den Fragmentspektren erfolgt experimentell im Rahmen eines sog. Explosions-, Feuerball- (bzw. *blast-*) Modells [79, 107]. Man geht dabei von der Annahme einer im thermischen Gleichgewicht befindlichen, radial expandierenden Quelle aus, die dann fragmentiert. Man nimmt wegen der radialen Expansion des Systems also noch einen zusätzlichen Parameter, den sog. Radialfluß (oder *radial flow*)  $\beta_f$  an. Unter dieser idealisierten Betrachtungen läßt sich das fragmentierende System durch zwei Parameter vollständig charakterisieren, nämlich durch eine "Temperatur"  $T$  und den Radialfluß  $\beta_f$ . Die Bestimmung dieser Parameter erfolgt durch Anpassungen an gemessene Energieverteilungen von Nukleonen und Fragmenten. Dazu wollen wir zunächst einen Ausdruck für die Energieverteilungen entsprechend Ref. [79] herleiten.

Aus der 1-Teilchen Verteilungsfunktion kann man allgemein die Energiespektren

folgendermaßen berechnen

$$E \frac{d^3 N}{d^3 k} = \int_{\sigma} f(x, k) k^{\mu} d\sigma_{\mu} \quad . \quad (6.13)$$

$E$  und  $k^{\mu}$  sind die Energie (inklusive die Ruhemasse) und der 4-Impuls,  $d\sigma_{\mu}$  ein Element der 3-Oberfläche und  $f(x, k)$  die invariante Phasenraumverteilungsfunktion. Im lokalen Bezugssystem mit der festen Zeitkoordinate  $t_l$  ( $dt_l = 0$ ) erhält man mit  $d\sigma = (0, d^3 x)$

$$E \frac{d^3 N}{d^3 k} = \int_{\sigma} f_l(x_l, k_l) E_l d^3 x_l \quad . \quad (6.14)$$

Der Zusammenhang dieser Größen mit dem Schwerpunktsystem der beiden Kerne ergibt sich durch eine Lorentztransformation mit der radialen kollektiven Flußgeschwindigkeit  $\beta_f$

$$\begin{aligned} E_l &= \gamma_f (E - \beta_{\mathbf{f}} \cdot \mathbf{k}) \\ d^3 x_l &= d^3 x / \gamma_f \quad . \end{aligned}$$

Der radiale Fluß  $\beta_f$  hängt im allgemeinen vom radialen Abstand ab, und  $\gamma_f^{-2} = 1 - \beta_f^2$ . Desweiteren setzt man für  $f(x, k)$  die Maxwell-Boltzmann Verteilungsfunktion der klassischen Statistik ein

$$f(x, k) = N_o \frac{g}{(2\pi)^3} n(r) e^{\mu/T} e^{-\gamma_f (E - \beta_{\mathbf{f}} \cdot \mathbf{k})/T} \quad . \quad (6.15)$$

Im folgenden wird angenommen, daß die Teilchenzahldichte  $n(r)$  vom radialen Abstand  $r$  abhängt, und daß es für den kollektiven radialen Fluß eine eindeutige Korrelation bezüglich  $r$  gibt,  $\beta = \beta(r)$ . Somit kann man  $\beta(r)$  invertieren, was auf die Definition einer radialen Flußverteilung  $n_f(\beta)$  führt unter der Bedingung

$$n(r) r^2 dr \equiv n_f(\beta) \beta^2 d\beta \quad . \quad (6.16)$$

Setzt man nun die Maxwell-Boltzmann Verteilungsfunktion (6.15) in Glg. (6.14) ein, so ergibt sich nach Ausführen der Winkelintegrationen folgender Ausdruck für die Energieverteilung

$$\begin{aligned} \frac{dN}{d^3 k} &= N_o \frac{g}{(2\pi)^3} n(r) e^{\mu/T} \\ &\times \int e^{-\gamma E/T} \left[ \left( \frac{T}{E} + \gamma \right) \frac{\sinh \alpha}{\alpha} - \frac{T}{E} \cosh \alpha \right] n_f(\beta) \beta^2 d\beta / \gamma \quad . \quad (6.17) \end{aligned}$$

Die erste Zeile enthält neben dem chemischen Potential weitere Normierungsfaktoren, die sich aus der Teilchenzahlerhaltung ergeben. Im folgenden sind wir interessiert an kinetischen Energiespektren, und schreiben daher Glg. (6.17) auf die kinetische Energieverteilung um. Mit  $dk = \frac{E}{k} dE$  und  $dE = dE_{kin}$  ergibt sich

$$\frac{dN}{dE_{kin}} \sim Ek \int e^{-\gamma E/T} \left[ \left( \frac{T}{E} + \gamma \right) \frac{\sinh \alpha}{\alpha} - \frac{T}{E} \cosh \alpha \right] n_f(\beta) \beta^2 d\beta / \gamma \quad , \quad (6.18)$$

mit  $\alpha \equiv \gamma\beta k/T$ . Unter der Vereinfachung, daß alle Teilchen des Systems eine einheitliche mittlere kollektive Flußgeschwindigkeit  $\beta_f$  haben ( $n_f(\beta) \approx \delta(\beta - \beta_f)$ ), läßt sich Glg. (6.18) in eine einfache Form bringen

$$\frac{dN}{dE_{kin}} \sim Ek e^{-\gamma_f E/T} \left[ \left( \frac{T}{E} + \gamma_f \right) \frac{\sinh \alpha_f}{\alpha_f} - \frac{T}{E} \cosh \alpha_f \right] , \quad (6.19)$$

mit  $\alpha \equiv \gamma_f \beta_f k/T$ . Im Falle  $\beta_f \rightarrow 0$  ( $\gamma_f \rightarrow 1$ ) geht Glg. (6.19) in die übliche Maxwell-Boltzmann Verteilung über. Glg. (6.18) bzw. (6.19) stellen in geschlossener Form die Annahmen des *blast*-Modells dar. Sie enthalten den Radialfluß  $\beta_f$  und einen Temperaturparameter, der den exponentiellen Abfall des Spektrums bestimmt, und den wir daher ab jetzt mit  $T_{slope}$  bezeichnen werden. Seine Bedeutung werden wir im folgenden diskutieren.

Die Modellannahme einer radialen Expansion des Systems ist unproblematisch. In einem Kompression/Expansion-Szenario ist eine isotrope Expansion in allen Richtungen zu erwarten, weil der Druck in allen Richtungen radial hingerichtet ist. Die Gültigkeit dieser Annahme werden wir später anhand der zeitlichen Entwicklung von radialen Flußprofilen in zentralen Kollisionen untersuchen.

Die Bedeutung des Parameters  $T_{slope}$  als einer Temperatur im thermodynamischen Sinne ist jedoch nicht trivial. Im *blast*-Modell wird angenommen, daß alle Teilchen (freie Nukleonen und Fragmente) aus einer im thermischen Gleichgewicht befindlichen Quelle emittiert werden, d.h. durch eine einzige Temperatur charakterisiert werden. Dieser Annahme liegt den Begriff der sog. Ausfrier- oder *freeze-out*-Konfiguration zugrunde, die folgendermaßen erklärt werden kann: Während des Prozesses bildet sich ein dichter und heißer Feuerball, in dem die Teilchen untereinander 2-Teilchen Kollisionen (neben dem Einfluß des mittleren Feldes) ausführen. Unter der Annahme eines lokalen thermischen Gleichgewichtes läßt sich in jedem Zeitpunkt der Expansion eine lokale Temperatur  $T_{loc}$  definieren, die sich natürlich zeitlich ändert (genauso wie der lokale Druck und die Dichte). Wegen der Expansion nimmt die Anzahl der 2-Teilchen Kollisionen ab, und es gibt einen Zeitpunkt - den sog. Ausfrier-Zeitpunkt  $t_f$  - ab dem das System sich frei, d.h. ohne 2-Teilchen Stöße, weiterentwickelt. Gemäß der Liouville-Gleichung  $\frac{d}{dt}f = 0$  bleibt dann für  $t \geq t_f$  die Phasenraumverteilung  $f(x, k)$  im mitbewegten System konstant, d.h. die mit der 1-Teilchen Dichte korrespondierenden globalen Observablen ändern sich nicht mehr mit der Zeit. Dies ist die *freeze-out* Konfiguration, deren Temperatur dann der lokalen Temperatur  $T_{loc}$  am Zeitpunkt der letzten Wechselwirkung, d.h. am *freeze-out* Zeitpunkt, entspricht. Das *blast*-Modell geht von einer solchen äquilibrierten *freeze-out* Konfiguration für alle Konstituenten des Feuerballs aus. Dies ist in der Nichtgleichgewichtssituation in Schwerionenreaktionen sicherlich zu überprüfen. Insbesondere darf man im allgemeinen den Temperaturparameter  $T_{slope}$  nicht mit der thermodynamischen Temperatur  $T_{loc}$  identifizieren. Wir werden daher die Gültigkeit einer einheitlichen thermalisierten *freeze-out* Konfiguration für die Nukleonen und Fragmente des Feuerballs (in

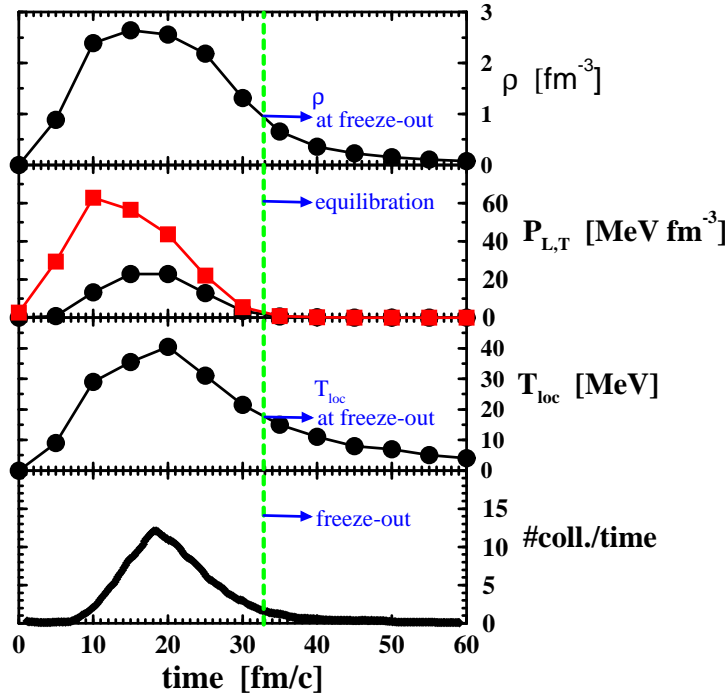


Abbildung 6.7: Zeitliche Entwicklung lokaler thermodynamischer Variablen (Dichte  $\rho$ , Drücke  $P_{T,L}$ , lokale Temperatur  $T_{loc}$ ) sowie der Kollisionsanzahl pro Zeiteinheit. Es handelt sich um eine zentrale ( $b = 0$  fm) Au+Au Reaktion bei  $E_{beam} = 600$  AMeV.

zentralen) und des Spektators (in semi-zentralen Kollisionen) durch Analyse der Ergebnisse der Transportrechnungen detailliert untersuchen.

### 6.3 Feuerballmaterie in zentralen Schwerionenreaktionen

Wir beginnen die Diskussion mit der zeitlichen Entwicklung thermodynamischer Variablen (invariante Dichte  $\rho$  (in Einheiten von  $\rho_{sat}$ ), Longitudinal- und Transversaldruck  $P_{L,T}$  und Temperatur  $T_{loc}$ ). Diese Größen im Zentrum der Reaktion sowie die Anzahl von 2-Teilchen Kollisionen pro Zeiteinheit sind in Abb. 6.7 als Funktion der Zeit dargestellt. Die lokale Temperatur  $T_{loc}$  wurde durch Anpassungen von Fermiverteilungen an die lokale RLV-Impulsraumverteilung gemäß Abschnitt 6.1 bestimmt, wobei Nichtgleichgewichtssituationen im Rahmen des 2-Strom-System-Modells approximiert wurden.

Der dynamische Verlauf dieser Größen für eine typische Energie in Abb. 6.7 spiegelt

das schon erwähnte Kompressions/Expansionsszenario wieder, wonach aufgrund des starken Abstoppens der beiden Kerne im zentralen Bereich der Reaktion hohe Dichten ( $\rho \sim 2 \cdot \rho_{sat}$ ) erreicht werden, bevor die Expansion einsetzt. Bemerkenswert dabei sind die lokale Anisotropien des Phasenraumes, welche durch die Anisotropie in den beiden Druckkomponenten ( $P_T \neq P_L$ ) charakterisiert werden. Sie dominieren über weite Strecken der Kompressionsphase, was auf lange Relaxationszeiten  $t_r$  hinweist und in Übereinstimmung mit den Darlegungen der früheren Kapitel ist. Erst nachdem die Dichte bereits erheblich gesunken ist für  $t_r \gtrsim 35 \text{ fm}/c$ , bildet sich ein lokaler äquilibrierter Gleichgewichtszustand ( $P_T = P_L$ ). Andererseits gibt die zeitliche Entwicklung der 2-Teilchen Kollisionen einen *freeze-out* Zeitpunkt von ca.  $t_f \sim 35 - 40 \text{ fm}/c$  an. Bemerkenswert und nicht unbedingt zu erwarten ist die Übereinstimmung zwischen Relaxations- und *freeze-out* Zeitpunkt, d.h. es gilt näherungsweise  $t_f \approx t_r$ . Dieses Ergebnis besagt, daß eine thermalisierte *freeze-out* Konfiguration für die Nukleonen des Feuerballs existiert als eine der wichtigsten Annahmen des *blast*-Modells. Die Parameter der *freeze-out* Konfiguration sind in diesem Fall  $\rho_f \sim 0.8 \cdot \rho_{sat}$  und  $T_{loc} \sim 20 \text{ MeV}$ . Letzterer Parameter stimmt mit dem Temperaturparameter  $T_{slope}$ , der sich aus dem thermischen Anteil der Energiespektren der Nukleonen ergibt, überein, wie wir unten sehen werden. Der weitere Abfall der lokalen Temperatur für  $t \geq t_f$  läßt sich folgendermaßen plausibel erklären: Mit zunehmender Expansion des Feuerballs nimmt die räumliche Separation der verschiedenen Relativimpulse der Nukleonen immer mehr zu, was zu lokalen Impulsraumverteilungen mit schärferem Rand ergibt. Da jedoch keine Stöße mehr stattfinden, hat die lokale Temperatur keinen physikalischen Sinn mehr.

Im *blast*-Modell ist der Feuerball nicht allein durch die Angabe der lokalen Temperatur festgelegt, sondern erfordert noch die Kenntnis der kollektiven Expansion. Im Rahmen des *blast*-Modells wird von einer radialen Expansion ausgegangen, was in unseren Transportrechnungen bestätigt werden kann. Dies zeigt die Abb. 6.8. Hier ist die Ortsabhängigkeit der Geschwindigkeitskomponenten  $\beta(\mathbf{r}) = (\beta_x(x), \beta_y(y), \beta_z(z))$  für verschiedene Zeiten dargestellt. Entsprechend dem Kompression/Expansionsszenario baut sich eine radiale Geschwindigkeitskomponente auf und das System expandiert dann isotrop nach allen Raumrichtungen.

Diese Diskussion hat also gezeigt, daß man die wesentlichen Annahmen des *blast-models* in Transportrechnungen nachvollziehen kann. Eine weitere Annahme legt die Form der radialen Flußverteilung  $n_f(\beta_f)$  fest. Untersuchungen der FOPI-Kollaboration haben gezeigt, daß die Daten am besten beschrieben werden durch radiale Flußverteilungen von Wood-Saxon Form. Die Flußverteilungen können auch aus den Rechnungen bestimmt werden und Abb. 6.9 zeigt zwei Beispiele solcher Verteilungen mit zwei unterschiedlichen Mittelfeldern. Sie werden in Konsistenz mit den FOPI-Experimenten [79] gut durch Wood-Saxon Profile beschrieben. Daher sollte die Glg. (6.18) für die Anpassungen an Energieverteilungen angewendet werden. Es hat sich aber herausgestellt, daß der Temperaturparameter

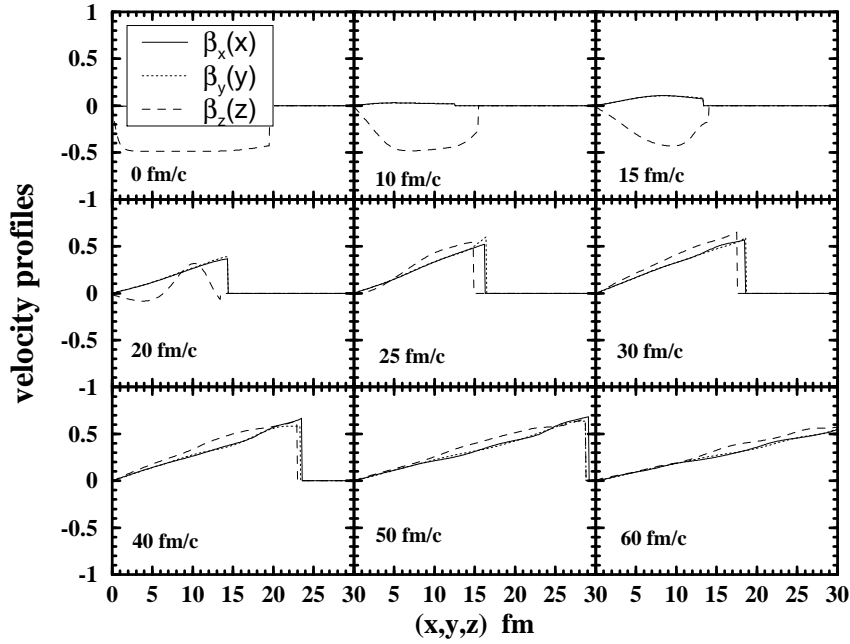


Abbildung 6.8: Zeitliche Entwicklung der mittleren Geschwindigkeitskomponenten  $\beta = (\beta_x, \beta_y, \beta_z)$  als Funktion der entsprechenden Koordinaten  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  für die gleiche Reaktion der Abb. 6.7. Für ein homolog expandierendes System charakteristisch ist das lineare Verhalten der Geschwindigkeiten.

$T_{slope}$  nicht wesentlich von der Form der radialen Flußprofile abhängt. Daher wird im folgenden der Einfachheit halber allen Teilchen des expandierenden Systems eine einheitliche Flußgeschwindigkeit zugeordnet, d.h. es wird  $n_f(\beta) = \delta(\beta_f - \beta)$  mit  $\beta_f = \langle \beta \rangle$  gesetzt. Wir werden also das *blast*-Modell in der Form (6.19) auf unsere Energiespektren anwenden.

Eine wichtige Frage ist die des Aufbruchzeitpunktes. Im Abschnitt 6.2.1 lieferte das Koaleszenzmodell mit dem zusätzlichen Stabilitätskriterium einen Aufbruchzeitpunkt von  $t \approx 45$  fm/c für eine zentrale Au+Au Reaktion bei  $E_{beam} = 0.6$  AGeV. Ein Aufbruchzeitpunkt kann auch indirekt aus der mikroskopischen Transportrechnung ermittelt werden, da wir im Rahmen der 1-Teilchen Transporttheorie zwar keine Aussagen über den Aufbruch, jedoch Aussagen über den Zeitpunkt, bei dem dynamische Instabilitäten auftreten, machen können. Dazu werden Druck-Dichte Trajektorien betrachtet, wie es die Abb. 6.10 für dieselbe zentrale Reaktion zeigt. Hierbei handelt es sich um lokal bestimmte Größen im Zentrum des Feuerballs, die mit der Zeit als Parameter gegeneinander aufgetragen werden ( $P(\mathbf{x}, t)$ ,  $\rho(\mathbf{x}, t)$ ). Der Zusammenhang zwischen Druck und Dichte gibt wiederum das schon erwähnte Kompressions/Expansionsszenario (vergleiche auch Abb. 6.7). Interessant ist nun der innere Teil dieser Abbildung, wo die  $P$ - $\rho$ -Trajektorie in der

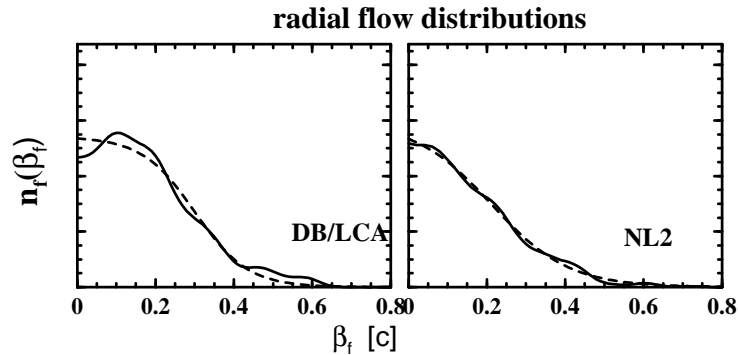


Abbildung 6.9: Radiale Flußprofile für zwei verschiedene Parametrisierungen des mittleren Feldes für die gleiche Reaktion der Abb. 6.7 (durchgezogen: Ergebnisse der Transportrechnung, gestrichelt: Anpassung einer Wood–Saxon–Form).

Endphase der Reaktion im vergrößerten Maßstab dargestellt ist. Das Auftreten von negativen Drücken im späten Stadium des Prozesses spiegelt das Verhalten des Van–der Waals Gases für  $\rho \ll \rho_{sat}$  wieder. Für einen Zeitpunkt von  $t \gtrsim 40 - 45$  fm/c ist jedoch eine *Zunahme der Druckkomponenten mit abnehmender Dichte* festzustellen, was negativen Werten einer effektiven Inkompressibilität gemäß Glg. (6.6) entspricht. Ab diesem Zeitpunkt der Reaktion erwartet man daher das Auftreten von dynamischen Instabilitäten. Es sei betont, daß die lokalen Variablen  $P$  und  $\rho$  direkt aus der Phasenraumverteilung  $f(x, k)$  der Transportrechnung unabhängig voneinander ermittelt wurden, d.h. ohne Benutzung der Zustandsgleichung  $P = P(\rho, T)$ . Zum Zeitpunkt der Instabilität kann man aus Abb. 6.7 die thermodynamischen Eigenschaften des fragmentierenden Systems ablesen ( $T \approx 10 - 15$  MeV und  $\rho \approx 0.4 \cdot \rho_{sat}$ ), in guter Übereinstimmung mit Experimenten der ALADIN–Kollaboration [112].

Ab dem Auftreten dynamischer Instabilitäten ist die Beschreibung der Kollision in einer 1–Teilchen Transporttheorie streng genommen nicht mehr möglich. Hier werden Fluktuationen jenseits der 1–teilchen Beschreibung wichtig, die die zeitliche Entwicklung und die Art der Fragmentation bestimmen. Es gibt Ansätze, Fluktuationen in Transportgleichungen einzuschließen in Sinne einer Boltzmann–Langevin–Gleichung [7, 113] oder durch explizite Fluktuationen in der Phasenraumdichte [8]. Diese Modelle sind nicht bis zum einen Zeitpunkt entwickelt, daß sie für die hier betrachteten Fragestellungen anwendbar sind. Eine näherungsweise Methode zur Berücksichtigung von Fluktuationen benutzt die Tatsache, daß aufgrund der stochastischen Realisierung des Stoßterms numerische Fluktuationen vorliegen, deren Größe durch die Anzahl der Testteilchen pro Nukleon kontrolliert wird. In Ref. [8] wurde die Methode untersucht, durch Wahl der Zahl der Testteil-



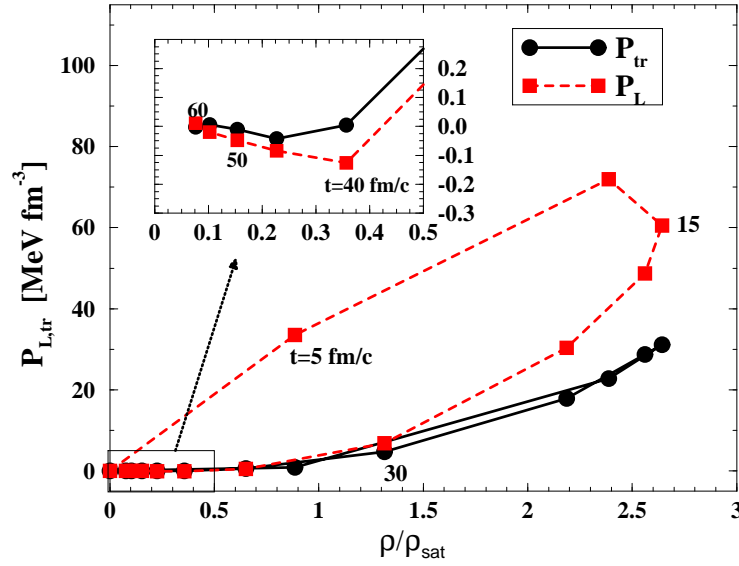


Abbildung 6.10: Druck-Dichte Trajektorien für die gleiche Reaktion der Abb. 6.7. Einige Zeitpunkte sind in der Figur angegeben (in Einheiten von  $[fm/c]$ ).

chen pro Nukleon die numerischen Fluktuationen an die physikalischen anzupassen (durch Untersuchung der instabilen Moden). Implizit wird dieses Verfahren auch hier benutzt, indem die Koaleszenzparameter an die experimentellen Ladungsverteilungen angepaßt werden (siehe Abschnitt 5.2). Es ist daher gerechtfertigt, die Transportgleichung bis zu einem späteren Zeitpunkt zu integrieren, und dann die Fragmenteigenschaften zu untersuchen.

Wir haben nun zentrale Au+Au Reaktionen im Energiebereich  $0.1 \dots 0.8 AGeV$  im Rahmen der 1-Teilchen Transporttheorie durchgeführt, und deren Endzustand gemäß dem Koaleszenzmodell nach Fragmenten analysiert. Anschließend wurden die Energiespektren von Nukleonen und Fragmenten entsprechend dem *blast*-Modell, Glg. (6.19), analysiert. Abb. 6.11 zeigt als Beispiel die Energiespektren von Protonen und Fragmenten und die entsprechenden *blast*-Modell Anpassungsverteilungen. Die Teilchenspektren lassen sich durch die Glg. (6.19) gut parametrisieren; allerdings gibt es Abweichungen im Abfall bei den schweren Fragmenten, auf die wir unten eingehen. Die aus dieser Analyse extrahierten Parameter sind in Abb. 6.12 dargestellt, für verschiedene Einschußenergien im Vergleich mit dem Experiment. Dabei handelt es sich um einen gemeinsamen Fit an die Spektren aller Teilchen mit Massenzahl  $A_f \geq 2$ , d.h. es wird von einer einheitlichen äquilibrierten *freeze-out* Konfiguration für alle Konstituenten des Feuerballs ausgegangen, wie es auch in der Analyse der FOPI- und EOS-Kollaboration der Fall ist [79, 107].

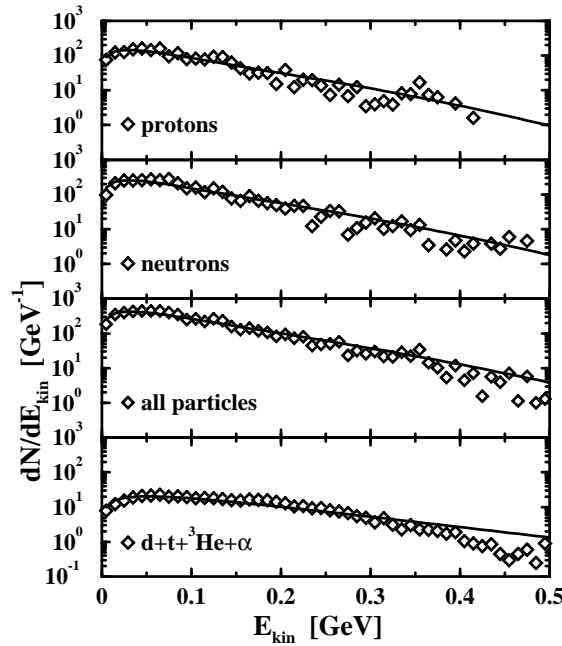


Abbildung 6.11: Kinetische Energiespektren für Protonen und Fragmente für die gleiche Reaktion der Abb. 6.7. Die durchgezogenen Kurven sind Anpassungen an die Spektren gemäß dem *blast-Modell* (6.19).

Der Vergleich mit zwei Parametrisierungen des Mittelfeldes (DBHM/LCA und NL2) zeigt eine geringe Abhängigkeit der Anpassungsparameter von den Nichtgleichgewichtseffekten. Dies ist eine Folge der relativ späten Formation des Radialflusses während der Expansionsphase, nachdem der Feuerball lokal äquilibriert ist. Die Impulsabhängigkeit ist hier, im Gegensatz zum kollektiven Seitwärts- und Ausquetschfluß, nicht von Bedeutung. Dies ist auch konsistent mit Ergebnissen anderer Gruppen [14]. Der Vergleich mit den Experimenten zeigt, daß unsere Transportrechnungen eine zufriedenstellende Beschreibung der radialen Expansion wiedergeben, wobei aber der Temperaturparameter  $T_{slope}$  systematisch unterschätzt wird. Es sei allerdings betont, daß die beiden Anpassungsparameter nicht unabhängig voneinander sind. Desweiteren wurde hier die Annahme einer gemeinsamen *freeze-out*-Konfiguration aller Fragmente verwendet, die wir im folgenden diskutieren.

Bisher wurde von einheitlichen Ausfrierparametern ( $T_{slope}$  und  $\beta_f$ ) für alle Teilchen des Feuerballs ausgegangen. Für die Nukleonen ist die Definition einer äquilibrierten *freeze-out*-Konfiguration gemäß Abb. 6.7 gerechtfertigt. Es erscheint jedoch fraglich, ob diese auch für schwerere Fragmente maßgebend ist, weil unterschiedliche Fragmente zu verschiedenen Zeitpunkten der Reaktion gebildet werden (vergleiche Abb. 6.4). Wir haben daher die Energiespektren einzelner Fragmente mit dem *blast-Modell* getrennt angepaßt, um eine mögliche Massenabhängigkeit der

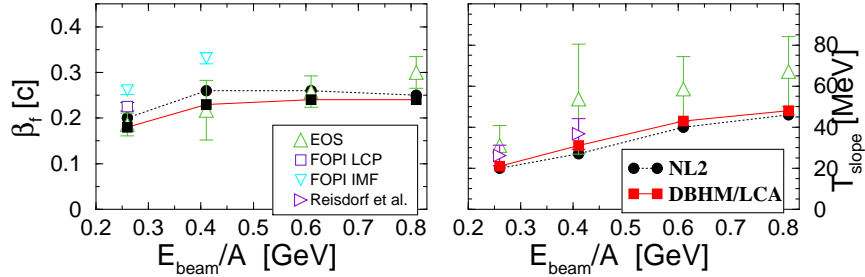


Abbildung 6.12: Energieabhängigkeit der Steigungstemperatur  $T_{\text{slope}}$  und radialer Flußes  $\beta_f$  für zentrale Au+Au Reaktionen bei verschiedenen Einschußenergien. Der Vergleich mit den Experimenten [107, 79, 38] ist ferner dargestellt.

Ausfrierparameter zu untersuchen. Das Ergebnis ist in Abb. 6.13 zusammengefaßt. Die linke Spalte gibt die Anpassungsparameter  $T_{\text{slope}}$  und  $\beta_f$  für verschiedene Fragmente und entsprechende Mittelwerte über alle Teilchen und nur über Teilchen mit  $A_f > 1$  (Kreise und Dreiecke) wieder.

Der Vergleich zwischen dem Temperaturparameter  $T_{\text{slope}}$  für freie Nukleonen ( $A_f = 1$ , ca. 25 MeV) und der lokalen Temperatur bei *freeze-out*  $T_{\text{loc}}(t = t_f)$  (Abb. 6.7,  $\sim 20$  MeV) zeigt die Konsistenz dieser Behandlung. Da für Nukleonen eine *freeze-out* Konfiguration festgestellt wurde (vergleiche Abb. 6.7), sollte der thermische Anteil der Energiespektren der Nukleonen die lokale Temperatur am *freeze-out* Zeitpunkt widerspiegeln, wie es hier auch der Fall ist. Daß die Übereinstimmung nicht exakt ist, liegt in der unterschiedlichen Methoden zur Temperaturbestimmung: bei der Bestimmung von  $T_{\text{slope}}$  wird im *blast*-Modell die klassische Maxwell-Boltzmann Statistik benützt, während bei der lokalen Temperatur  $T_{\text{loc}}$  die Fermi-Dirac Statistik zugrunde gelegt wurde.

Es zeigt sich jedoch (linke Seite von Abb. 6.13), daß die Ausfrierparameter für verschiedene Fragmente verschieden sind ( $T_{\text{slope}}$  steigt an und  $\beta_f$  fällt ab mit wachsender Fragmentmasse)<sup>1</sup>. Die Fragmentabhängigkeit von  $T_{\text{slope}}$  (und  $\beta_f$ ) interpretieren wir als eine Folge der dynamischen Fragmentbildung. Dazu ist auf der rechten Seite der Abb. 6.13 die thermodynamische Temperatur  $T_{\text{loc}}$  und der radiale Fluß  $\beta_{\text{loc}}$  als Funktion der Zeit *vor* dem *freeze-out* bei  $t \approx 45$  fm/c aufgetragen. Die Parallelität der Massenabhängigkeit von  $T_{\text{slope}}(A_f)$  und  $\beta_f(A_f)$  mit dieser zeitlichen Entwicklung der aus der Transportrechnung gewonnenen lokalen thermodynamischen Größen  $T_{\text{loc}}(t)$  und  $\beta_{\text{loc}}(t)$  läßt vermuten, daß die Fragmenttemperaturen

<sup>1</sup>Es ist zu beachten, daß die Mittelwerte durch die sehr viel häufigen Fragmente mit  $A_f = 1$  dominiert werden.

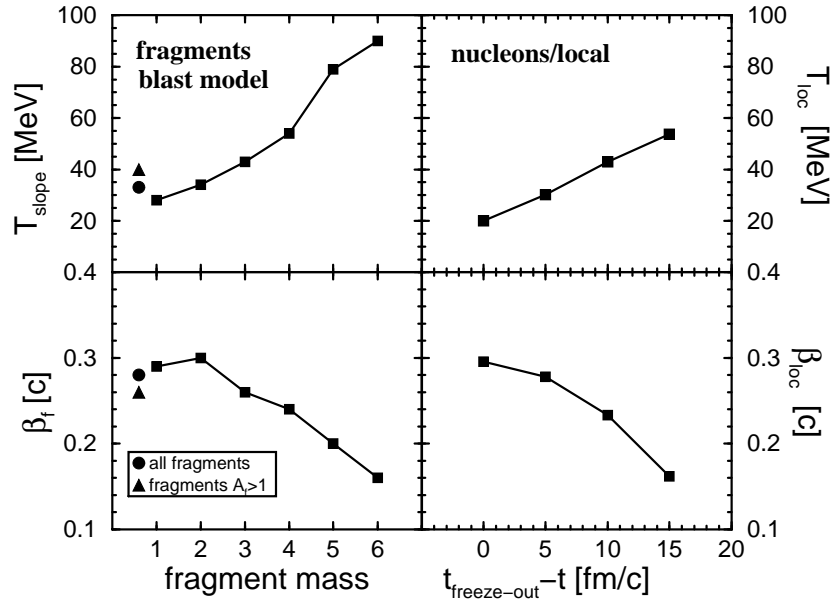


Abbildung 6.13: *Direkter Vergleich von Temperatur und radialem Fluß in den verschiedenen Methoden. (Links) blast-Modell Rechnungen, (rechts) die gleichen Größen direkt aus der Phasenraumverteilung der Transportrechnung. Es handelt sich um eine zentrale Au+Au Reaktion bei  $E_{beam} = 600$  AMeV.*

und -flußgeschwindigkeiten unterschiedlicher Fragmentsorten die lokalen thermodynamischen Eigenschaften des Systems zu verschiedenen Zeitpunkten charakterisieren, in denen sie gebildet werden. Dies bedeutet eine frühe Entwicklungsphase der schwereren Fragmente relativ zu den leichteren in Übereinstimmung mit der Abb. 6.4. Dies ist auch nicht unplausibel, denn eine Bildung schwerer Fragmente erfordert hohe Dichten, die nur im frühen Stadium des Prozesses anzutreffen sind. Der Zusammenhang der Abb. 6.13 gibt an, daß die Energieverteilungen der Fragmente *nicht* durch eine einheitliche Temperatur  $T_{slope}$  (und  $\beta_f$ ) beschrieben werden können, d.h. eine einheitliche *freeze-out* Konfiguration für alle Fragmente kann aus dieser Analyse **nicht** nachvollzogen werden. Dies weicht ab von den experimentellen Schlußfolgerungen der FOPI- und EOS-Kollaborationen [79, 107].

Der Feuerball ist also ein sehr dynamisches System, daß aufgrund seiner zeitlichen Entwicklung keine einheitliche Ausfrierkonfiguration zu erkennen gibt. Es eignet sich daher nicht dazu, Phänomene wie Phasenübergänge zu diskutieren, da diese ja gerade eine gleichzeitige Aufbruchkonfiguration fordern. Wir werden daher im nächsten Abschnitt die Spektatormaterie in semizentralen Kollisionen untersuchen. Diese sollte eine wesentlich weniger dynamische Entwicklung durchlaufen und einem thermodynamischen Zustand näher kommen.

## 6.4 Spektatormaterie in semi-zentralen Stößen

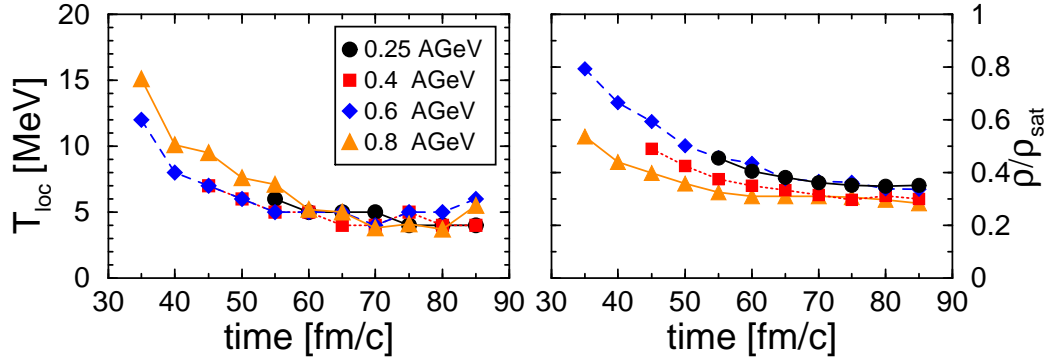


Abbildung 6.14: Zeitliche Entwicklung der lokalen Temperatur  $T_{loc}$  (links) und der invarianten Dichte  $\rho$  (rechts) für den Spektator in semi-zentralen ( $b = 4.5$  fm) Au+Au Reaktionen bei verschiedenen Einschussenergien.

Wir untersuchen nun die thermodynamischen Eigenschaften in semi-zentralen Au+Au Kollisionen, und zwar insbesondere die nicht oder nur wenig an der Reaktion teilnehmenden Kappen der Kerne, die sog. Spektatoren. In solchen Reaktionen könnte man natürlich auch die Partizipanten untersuchen, aber die Ergebnisse sind dann ähnlich wie in zentralen Stößen, nur daß das System kleiner ist. In Abb. 6.2 wurde beispielhaft der Spektator und dessen lokale Impulsraumverteilung gezeigt. Bei der Analyse gehen wir genauso vor wie im vorigen Kapitel. Abb. 6.14 zeigt die zeitliche Entwicklung der lokalen Temperatur und Dichte,  $T_{loc}$  und  $\rho$  im Zentrum des Spektators (siehe Abb. 6.2) für Reaktionen bei verschiedenen Einschussenergien. Im Gegensatz zum Feuerball nimmt die Spektatormaterie kaum an der Reaktion teil, und der Spektator bildet sich erst im späten Stadium des Prozesses. Die anfängliche Phase ist noch von relativ hohen Temperaturen und Dichten gekennzeichnet, da zu diesem Zeitpunkt noch keine vollständige Trennung zwischen Spektator- und Feuerballmaterie erfolgt ist (siehe Abb. 4.2). Im weiteren zeitlichen Verlauf sinken  $T_{loc}$  und  $\rho$  ab und bleiben konstant für relativ lange Zeitskalen von  $t > 45$  fm/c bis 85 fm/c, im Gegensatz zu der entsprechenden dynamischen Entwicklung des Feuerballs (vergleiche Abb. 6.7). Es ist interessant, daß die thermodynamischen Eigenschaften des Spektators ( $T_{loc}$  und  $\rho$ ) relativ unabhängig von der Einschussenergie sind in Übereinstimmung mit dem Bild, daß der Spektator einen thermisch äquilibrierten Zwischenzustand durchläuft, bevor die Fragmentation einsetzt. Somit hat der Ausgangskanal die Information an das Eingangskanal der Reaktion verloren, wodurch sich die *Universalität* des Spektators erklären läßt.

Zum Vergleich mit dem Experiment benötigen wir wiederum Information über

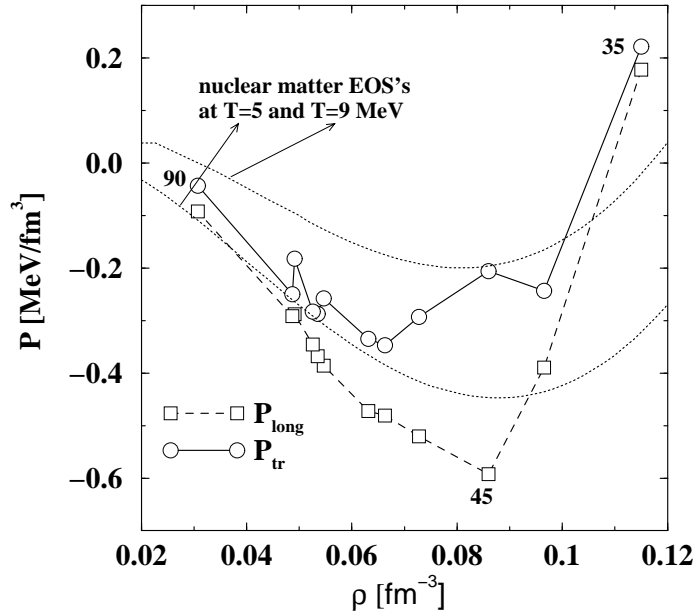


Abbildung 6.15: Druck-Dichte Trajektorien für Spektatormaterie für eine semi-zentrale ( $b = 4.5$  fm) Au+Au Reaktion bei  $E_{\text{beam}} = 600$  A MeV. Die Kurven für den longitudinalen und transversalen Druck sind gezeigt. Die gepunkteten Kurven sind Isothermen für Kernmaterie für  $T = 5$  und  $9$  MeV.

das Einsetzen von Instabilitäten und somit über die Fragmentierung des Spektators. Wir benützen dazu wieder Druck-Dichte Trajektorien, die in der Abb. 6.15 dargestellt ist. Es zeigt sich das Einsetzen von dynamischen Instabilitäten ab  $t \gtrsim 45-50$  fm/c, wobei die negativen Drücke für Dichten kleiner als die Sättigungsdichte das Van-der Waals-ähnliche Verhalten der Zustandsgleichung also auch in endlichen Systemen widerspiegeln. Durch Vergleich der beiden Druckkomponenten sieht man, daß der Spektator erst im späten Entwicklungsstadium vollständig äquilibriert. Dies zeigt auch der Vergleich der dynamischen Zustandsgleichung mit der Kernmateriezustandsgleichung für zwei Temperaturen, die dem Bereich der Temperaturen in Abb. 6.14 entsprechen (punktierte Kurven in der Abb. 6.15). Erst nachdem sich lokales thermisches Gleichgewicht eingestellt hat, entspricht die dynamische Zustandsgleichung der Zustandsgleichung für Kernmaterie bei einer Temperatur von  $T \approx 5$  MeV in Übereinstimmung mit der Abb. 6.14. Wir betonen hier, daß ein ähnlicher Vergleich mit Kernmaterie für den Feuerball nicht möglich war wegen der zeitlichen Änderung der Temperatur. Ähnliche Ergebnisse für das  $P - \rho$ -Diagramm zeigen sich auch bei anderen Energien. Man sieht, daß die effektive Kompressibilität ab  $t \gtrsim 45 - 50$  fm/c negativ wird, was das Eintreten in einen Bereich der Instabilität signalisiert. Ab diesem Zeitpunkt wird man daher die Erzeugung von Fragmenten erwarten.

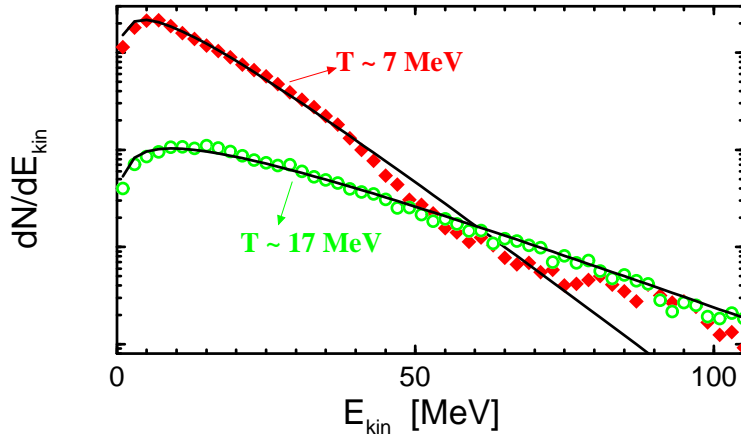


Abbildung 6.16: *Energiespektren von Nucleonen (volle Rauten) und Fragmenten (offene Kreise) für Spektatormaterie für die Reaktion der Abb. 6.15. Die Kurven sind Anpassungen mit Maxwell-Boltzmann Verteilungen der angegebenen Temperaturen.*

All dieses deutet darauf hin, daß der Spektator ein guter Kandidat zur Untersuchung des thermodynamischen Zustands und von Phasenübergängen in endlichen Systemen ist. Es ist daher interessant, unsere Ergebnisse und Interpretationen mit entsprechenden experimentellen Studien zu vergleichen. Aus dem  $P$ - $\rho$ -Diagramm können wir zunächst die thermodynamischen Eigenschaften am Aufbruchzeitpunkt, d.h. am Zeitpunkt des Eintretens in den Instabilitätsbereich, bestimmen. Dies sind Aufbruchs- oder *break up*-Temperaturen von  $T_{loc} \approx 5 - 6 \text{ MeV}$  und *break up*-Dichten von  $\rho \approx (\frac{1}{3} - \frac{1}{2})\rho_{sat}$ , unabhängig von der Einschussenergie. Diese Werte sind in sehr guter Übereinstimmung mit Experimenten der ALADIN-Kollaboration, die durch Messung von Isotopen-Verhältnissen eine Spektator-Temperatur von  $\approx 5 \text{ MeV}$  [112, 114, 115] und durch Korrelationsexperimente vergleichbaren Aufbruchsichten [110, 112, 116] extrahiert haben. Konsistent mit unseren Ergebnissen weisen diese experimentellen Analysen auch auf eine *Universalität* des Spektators für unterschiedliche Observablen [112, 114, 115] unabhängig von der Einschussenergie hin.

Ein direkter Vergleich mit diesen Experimenten erfordert die Kenntnis von Spektator-Fragmenten. Aus der bisherigen Diskussion erwarten wir einen Aufbruch des Spektators für  $t \gtrsim 45 - 50 \text{ fm}/c$ . Die Emission von Fragmenten sollte dabei aus einer bereits thermisch äquilibrierten Quelle ohne nennenswerten radialen Fluß erfolgen, so daß die Energieverteilungen der Fragmenten durch einen einzigen Temperaturparameter  $T_{slope}$  charakterisieren lassen, im Gegensatz zum Feuerball. Wir haben daher das Koaleszenzmodell auf Spektatormaterie angewandt und die Energie-

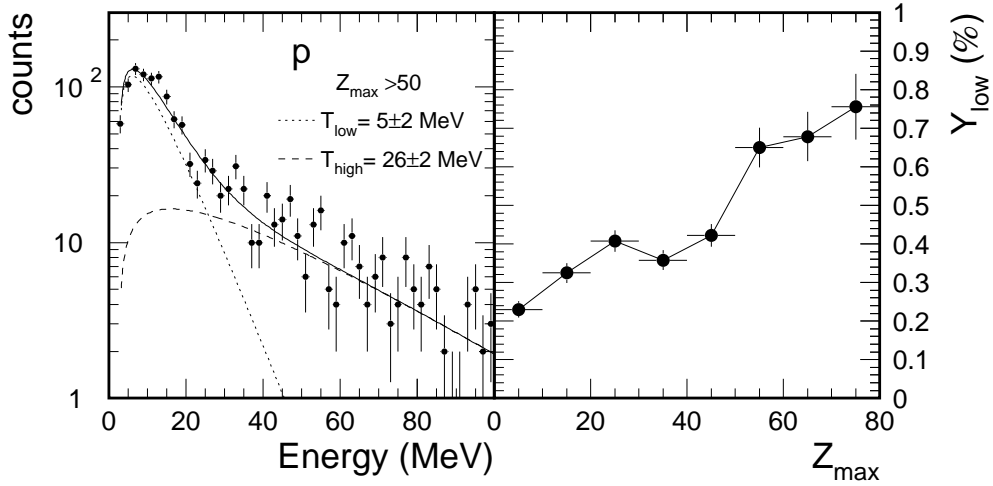


Abbildung 6.17: *Kinetische Energiespektren (links) für Protonen in semi-zentralen ( $Z_{max} > 60$ ) Au+Au Kollisionen. Die extrahierten Temperaturen aus diesen experimentellen Spektren sind in der linken Figur angegeben. Das Verhältnis der Intensität der kühleren Komponente zur Gesamtintensität,  $Y_{low}$ , ist im rechten Teil als Funktion von  $Z_{max}$  angegeben. Die Figur ist den Ref. [114, 117, 118] entnommen ( $Z_{max}$  ist ein experimentelles Maß für den Stoßparameter  $b$ , wobei große Werte von  $Z_{max}$  großen Werten von  $b$  entsprechen).*

spektren von Nukleonen und Fragmenten mit dem *blast*-Modell untersucht. Die Spektrenanalyse erfolgte dabei im Ruhesystem des Projektilspektators.

Abb. 6.16 zeigt die Energiespektren von Nukleonen ( $A_f = 1$ ) und Fragmenten mit  $A_f \geq 2$  im Ruhesystem des Projektilspektators. Im Falle der Nukleonenspektren besteht die Energieverteilung aus zwei Komponenten. Eine mit einer Temperatur von  $T_{slope}^{low} = (7.3 \pm 3.5) \text{ MeV}$  und eine weitere im hochenergetischen Schwanz mit flacherer Steigung, die jedoch aufgrund der schlechten Statistik nicht angepaßt wurde. Diese zweikomponentige Struktur der Nukleonenverteilung weist auf keine vollständige Trennung zwischen Spektator- und Feuerballmaterie hin, statt dessen wird ein Teil der Feuerballmaterie von den Spektatoren aufgrund der attraktiven Mittelfeldes angezogen. Somit tragen die Nukleonen des relativ heißen Feuerballs zum hochenergetischen Anteil der Nukleonenspektren bei. Diese Interpretation der Nukleonenspektren scheint sich experimentell zu bestätigen, wo ebenfalls eine 2-komponentige Struktur der Protonenspektren erkennbar ist (Abb. 6.17). Die ALADIN-Kollaboration findet eine Slope-Temperatur des hochenergetischen Anteils der Energieverteilung von  $\sim 26 \text{ MeV}$ . Dieser Wert ist vergleichbar mit  $T_{slope}$  am *freeze-out* unserer Abb. 6.7 ( $T_{slope} \sim 20 \text{ MeV}$ ). Eine genaue Übereinstimmung ist nicht zu erwarten, weil im Experiment über einen sehr breiten



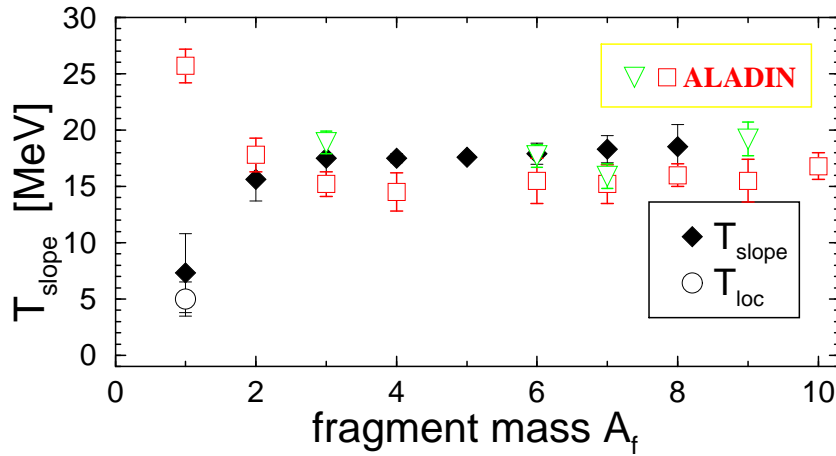


Abbildung 6.18: Steigungs-Temperatur für Nukleonen und Fragmenten im Spektator (volle Diamanten) für die Reaktion der Abb. 6.15. Eingezeichnet ist außerdem die lokale Temperatur  $T_{loc}$  (für Nukleonen mit  $A_f = 1$ ) nach dem Spektatorauflaufbruch (offener Kreis) und die experimentellen Daten [117, 118] (siehe Text).

Stoßparameterbereich gemittelt wird, während unsere Rechnungen einem festen Stoßparameter von  $b = 4.5 \text{ fm}$  entsprechen. Zunächst überraschend ist das Ergebnis der Interpretation der Energiespektren der Fragmente mit  $A_f \geq 2$  in Abb. 6.16. Deren flache Steigung wird durch einen relativ höheren Temperaturparameter von  $T_{slope} \sim 17 - 18 \text{ A MeV}$  charakterisiert, d.h. die schweren Fragmente scheinen eine erheblich höhere Temperatur zu haben, als die Nukleonen.

Um dieses Ergebnis detaillierter zu untersuchen, wurden - genauso wie im Falle der Feuerballmaterie - die Spektren der verschiedenen Fragmente getrennt angepaßt. Das Ergebnis ist in Abb. 6.18 zusammengestellt, und mit dem Experiment [117] verglichen. Zusätzlich ist die direkt aus der Phasenraumverteilung der Transportrechnung bestimmte lokale Temperatur  $T_{loc}$  der Nukleonen aufgetragen. Die lokale Nukleonentemperatur  $T_{loc}$  stimmt innerhalb der statistischen Fehler, wie zu erwarten, mit dem Temperaturparameter  $T_{slope}$  für  $A_f = 1$  sehr gut überein. Das bemerkenswerte Ergebnis jedoch ist die *weitgehende Konstanz des Temperaturparameters  $T_{slope}$  mit der Fragmentmasse* für  $A_f \geq 2$ . Im Gegensatz zum entsprechenden Ergebnis für Feuerballmaterie (vergleiche Abb. 6.13) deutet auch dies darauf hin, daß die Fragmente aus einer bereits im thermischen Gleichgewicht befindlichen Spektatorquelle emittiert werden. Entsprechend verhalten sich die mittleren kinetischen Energien, wie die Abb. 6.19 zeigt. Unsere Ergebnisse können die experimentellen Resultate sehr gut reproduzieren. Eine Ausnahme bildet der Temperaturparameter für die Nukleonen, der auf die zweikomponentige Struktur der Nukleonenspektren zurückzuführen ist, wie schon diskutiert. Der deutliche Unterschied in der Abb.

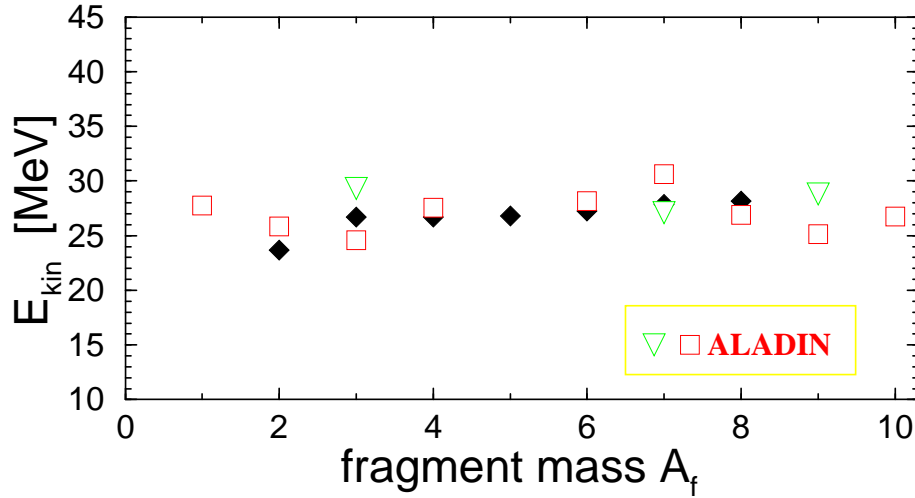


Abbildung 6.19: Mittlere kinetische Energien für Nukleonen und Fragmente im Spektator für die Reaktion der Abb. 6.15. Das Experiment (ALADIN) ist den Ref. [117, 118] entnommen.

6.18 zwischen dem Temperaturparameter für die Nukleonen ( $A_f = 1$ ) und für Fragmente mit  $A_f \geq 2$ , sowohl in den theoretischen als auch in den experimentellen Ergebnissen, ist allerdings noch erklärungsbedürftig.

Es wurde getestet, in wie weit dieser Unterschied in den Annahmen des Koaleszenzmodells zu suchen sei. Insbesondere hängt dieses Modell von den Koaleszenzparametern im Orts- und Impulsraum,  $R_0$  und  $K_0$ , ab, deren Wahl an die experimentellen Ladungsverteilungen angepaßt wurde, wobei sich eine starke Empfindlichkeit der Ladungsverteilungen von  $K_0$  auf  $\pm 10\%$  zeigt. Variiert man nun den Koaleszenzparameter  $K_0$  innerhalb dieser Genauigkeitsgrenzen, so ergeben sich Abweichungen in  $T_{\text{slope}}$  von maximal  $\sim 1 - 2\%$ , die als mögliche Ursache für den Unterschied zwischen  $T_{\text{slope}}(A_f = 1)$  und  $T_{\text{slope}}(A_f > 2)$  nicht ausreichen.

Eine weitere Ursache könnte die Anwendung der korrekten Statistik für die Beschreibung der Energieverteilungen der Fragmente sein. Im Falle der Nukleonen gibt es sicherlich Unterschiede zwischen der Fermi-Dirac Statistik, die zur Bestimmung der lokalen Temperatur  $T_{\text{loc}}$  zugrundegelegt wurde, und der Maxwell-Boltzmann Verteilung bei den Energiespektren. Für höhere Temperaturen ist aber eine Beschreibung der Energieverteilungen der Nukleonen mit der Maxwell-Boltzmann Statistik auch möglich, und führt nur zu kleinen Unterschieden in  $T_{\text{slope}}$  (siehe Abb. 6.22 weiter unten).

Für Fragmente ist jedoch die Frage nach der korrekten Statistik zur Beschreibung der Energieverteilungen nicht einfach. Betrachten wir nämlich ein zusammengesetztes System aus  $N$  Nukleonen mit Gesamtimpuls Null. Greift man daraus  $A_f$

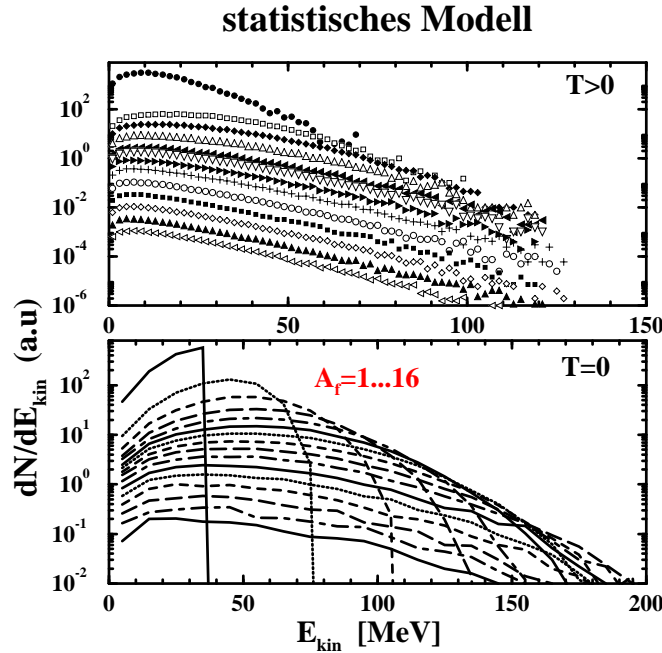


Abbildung 6.20: *Energiespektren von Nukleonen und Fragmenten gemäß dem statistischen Modell (siehe Text) und durch Koaleszenzverfahren bei  $T = 0$  (untere Figur) und  $T = 5.5$  MeV (obere Figur).*

Nukleonen, z.B. ein Fragment mit Schwerpunktimпульs  $\mathbf{K}_f$  heraus, so erhält man für die Energieverteilung des Fragments

$$F(\mathbf{K}_f) = \int \prod_{i=1}^{A_f} d^3\mathbf{k}_i f(\mathbf{k}_i) \delta\left(\mathbf{K}_f - \sum_{i=1}^{A_f} \mathbf{k}_i\right) . \quad (6.20)$$

Dabei bedeutet  $f(\mathbf{k})$  die Verteilungsfunktion eines Nukleons mit Impuls  $\mathbf{k}$  gemäß der Fermi–Dirac Statistik. Die Energieverteilung (6.20) entspricht natürlich weder einer Fermi–Dirac noch einer Maxwell–Boltzmann Verteilung. Erst im Grenzfall hoher Fragmentmasse  $A_f$  läßt sich der Ausdruck (6.20) durch eine Maxwell–Boltzmann Verteilungsfunktion approximieren [119]. Tatsächlich, wie wir sehen werden, ist die Beschreibung der Fragmentspektren mit Maxwell–Boltzmann Verteilungen bereits für relativ kleine  $A_f$  erfüllt. Die Beschreibung der Energieverteilungen der Fragmente im Rahmen der Maxwell–Boltzmann Statistik ist also näherungsweise korrekt und ist daher keine Erklärung des Ergebnisses in Abb. 6.18.

Der eigentliche Grund für den Unterschied des Temperaturparameters zwischen den Nukleonen und den Fragmenten liegt in dem fermionischen Charakter der Nukleonen. Um diesen Sachverhalt für unsere Zwecke klarer darzustellen, haben wir

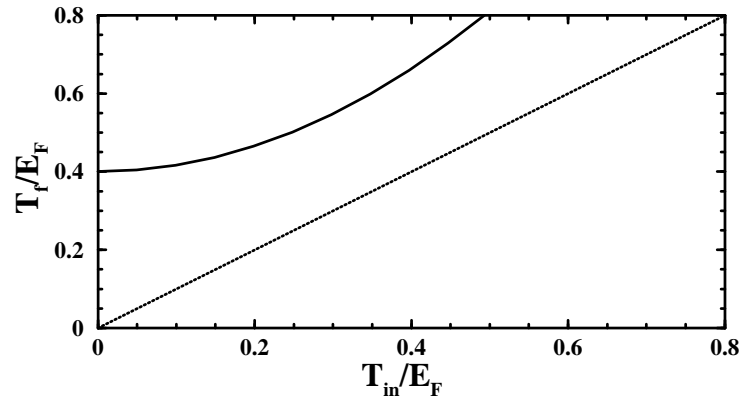


Abbildung 6.21: Zusammenhang zwischen der thermodynamischen Temperatur des statistischen Systems ( $T_{in}$ ) und der Slope-Temperatur ( $T_f$ ) schwerer Fragmente (für Details siehe Text).

entsprechend den Arbeiten von A.S. Goldhaber [120] und W. Bauer [119] ein statistisches Modell benutzt. Ein endliches System aus  $N$  Nukleonen wird statistisch initialisiert, wobei die Parameter die Nukleonendichte  $\rho$  und die anfängliche Temperatur  $T_{in}$  des Fermi-Gases sind. Für diese Parameter wurden gemäß der Abb. 6.14 Werte von  $\rho \approx \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) \rho_{sat}$  und  $T \approx 5$  MeV sowie  $T = 0$  MeV benützt. Anschließend wurde auf dieses Modell die Koaleszenzvorschrift angewandt, genauso wie für den Endzustand der Transportrechnungen. Es wurden damit Energiespektren der Fragmente bestimmt.

Die Abb. 6.20 zeigt als Beispiel die Energieverteilungen von Nukleonen ( $A_f = 1$ ) und Fragmenten ( $A_f > 2$ ) für dieses statistische Modell bei Sättigungsdichte ( $\rho = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ ) und zwei Temperaturen. Im Falle verschwindender Temperatur erhält man für die Nukleonen eine Energieverteilung, die an der Fermi-Energie ( $E_F \approx 37$  MeV) abgeschnitten wird. Dies entspricht natürlich der scharfen Fermi-Dirac Verteilungen bei  $T = 0$  MeV (unterer Teil der Abbildung), die bei endlichen Temperatur (oberer Teil der Abbildung) etwas ausgeschmiert wird. Die Energieverteilungen der Fragmente sind ebenfalls in Abb. 6.20 gezeigt. Sie sind durch einen wesentlich flacheren Abfall als diejenigen für die Nukleonen gekennzeichnet. Selbst bei  $T = 0$  sind die Fragmentspektren ausgeschmiert. Sie lassen sich durch eine Maxwell-Boltzmann Verteilung für größere  $A_f$  beschreiben, mit einer endlicher Temperatur  $T_{slope}$ . Die im Modell initialisierten Nukleonen haben als Fermionen eine mittlere Energie, die von der Dichte und der Temperatur abhängt. Ein Fragment hat aufgrund der Koaleszenzbedingungen im Impulsraum eine beschränkte innere Energie pro Teilchen. Die Gesamtenergie des Fragments ist daher nicht durch die Fermi-Energie beschränkt und nimmt eine ausgeschmierte Verteilung an, wie in

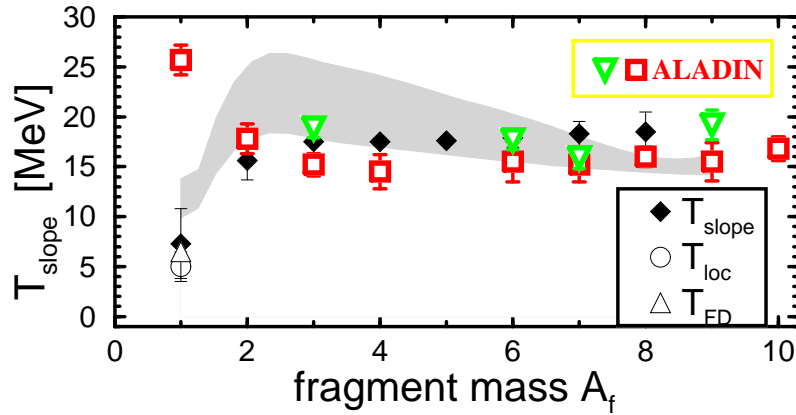


Abbildung 6.22: Slope-Temperaturen für Nukleonen und Fragmente wie in Abb. 6.18. Jetzt sind zusätzlich die Ergebnisse des statistischen Modells (graues Band) sowie die slope-Temperatur der Nukleonen gemäß einer Anpassung an die Nukleonspektren mit der Fermi-Dirac Statistik ( $T_{FD}$ ) aufgetragen.

Abb. 6.20 zu sehen. Das gilt auch für  $T = 0$ , wo ein Fragment eine höhere kinetische Energie pro Teilchen als die Fermienergie haben kann. Man erhält also einen endlichen Temperaturparameter  $T_{slope}$ . In Abb. 6.21 ist diese Temperatur  $T_f = T_{slope}$  für schwere Fragmente gegen die initialisierte Temperatur  $T_{in}$  aufgetragen. Man sieht, daß  $T_f$  immer größer als  $T_{in}$  ist [119]. In einer etwas ungenaueren Sprechweise sagt man auch, daß die zusätzliche Temperatur aus der Fermibewegung herrührt [110, 112].

Wir können nun die Ergebnisse dieses statistischen Modells auf den Spektator anwenden, wenn die entsprechenden Werte für  $\rho$  und  $T_{in}$  verwendet werden ( $\rho \approx (\frac{1}{3} - \frac{1}{2})$  und  $T_{in} \approx 5 - 6$  MeV). Das Ergebnis zeigt Abb. 6.22. Hier sind den Resultaten aus Abb. 6.18 die Ergebnisse des statistischen Modells (graues Band) unterlegt, wobei das Band den obigen Bereich von  $\rho$  und  $T_{in}$  abdeckt (für die Nukleonen ist noch die Temperatur  $T_{FD}$  angegeben, die sich durch eine Anpassung an die Nukleonspektren mit einer Fermi-Dirac Statistik ergibt). Der Unterschied der Temperatur  $T_{slope}$  der Nukleonen und Fragmente läßt sich also auf ein Koaleszenzeffekt der Fermibewegung der Nukleonen zurückführen. Insbesondere stimmt die Temperatur  $T_{FD}$  der Nukleonen mit derjenigen aus der Transportrechnung  $T_{slope}$  und  $T_{loc}$  sehr gut überein. Die relativ großen Variationen des statistischen Modells im Bereich  $A_f \approx 2 - 6$  rühren daher, daß die Fragmentverteilungen erst bei größeren  $A_f$  eine Maxwell-Boltzmann-artige Struktur zeigen (vergleiche dazu Abb. 6.20).

Mithilfe des statistischen Modells kann man also den Unterschied in den Slope-

Temperaturen für Nukleonen und Fragmente erklären, und auch das Resultat der Transportrechnung ( $T_{slope} \approx 15-17$  MeV) quantitativ reproduzieren. Insbesondere zeigen die Vergleiche der unterschiedlichen Methoden untereinander und die sehr gute Übereinstimmung mit den ALADIN-Daten die Konsistenz dieser Analysen. Zusammenfassend kann man also sagen, daß der Spektator einen ausgezeichneten Kandidaten zur Untersuchung thermodynamischer Eigenschaften darstellt.

Unsere Analyse ist noch trotz ihrer Komplexität sehr schematisch. Für genauere Untersuchungen wäre eine realistischere Beschreibung des Fragmentationsprozesses notwendig. Da wir aus den Druck-Dichte Trajektorien Information über das Auftreten dynamischer Instabilitäten und das Einsetzen von Fluktuationen im dynamischen Ablauf der Kollision verfügen, können wir die Gültigkeit der 1-Teilchen Transporttheorie einschätzen. Eine Kombination der 1-Teilchen Transporttheorie mit statistischen Multifragmentationsmodellen oder unter Berücksichtigung der Fluktuationen auf mikroskopischer Basis wäre hierfür wünschenswert. Es gibt neuerdings erste Ansätze in diese Richtung [8]. Außerdem wäre eine Untersuchung unserer thermodynamischen Analysen als Funktion des Stoßparameters sinnvoll, damit der Vergleich mit den Experimenten noch detaillierter nachvollzogen werden kann.

# Kapitel 7

## Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit beschäftigte sich mit der Untersuchung von relativistischen Schwerionenkollisionen bei SIS-Energien und der Frage, in wieweit man Information über die nukleare Zustandsgleichung aus solchen Prozessen gewinnen kann. In diesem Energiebereich wurden quantenfeldtheoretische Ansätze zur Beschreibung des nukleonischen Vielteilchensystems herangezogen, die sich auf baryonische und mesonische Freiheitsgrade beschränken, ohne die innere Struktur der Hadronen (Quarks und Gluonen) zu berücksichtigen. Diese unter der Bezeichnung Quantenhadrodynamik entwickelte Feldtheorie bildet das theoretische Fundament zur Beschreibung unterschiedlicher kernphysikalischer Problemstellungen, wobei weiterführende Näherungen notwendig sind. Kernmaterie kann man in DB-Näherung beschreiben, wobei der Erfolg der Quantenhadrodynamik darin besteht, NN-Streudaten und KM-Daten gleichzeitig reproduzieren zu können. Die Ergebnisse der DB-Rechnungen kann man auf dichteabhängige Kopplungskonstanten abbilden. Zur Beschreibung von endlichen Kernen ist dann die lokale Dichtenäherung (LDA) möglich, bei der man jedoch nur Dichten in der Nähe der Sättigung testet. Das Verhalten der Zustandsgleichung über größere Bereiche von Dichte und Temperatur kann nur unter den extremen Bedingungen in relativistischen Schwerionenkollisionen untersucht werden. Im Gegensatz zu den Untersuchungen von Kernmaterie oder endlichen Kernen befindet sich die Materie während einer Schwerionenkollision jedoch meist weit entfernt vom lokalen thermischen Gleichgewicht, und der lokale Phasenraum weist starke Anisotropien auf, die vor allem die Dynamik der Hochdichtephase wesentlich beeinflussen. Eine Bestimmung der nuklearen Zustandsgleichung für Kernmaterie aus Untersuchungen an Schwerionenkollisionen ist daher keine triviale Aufgabenstellung, und erfordert Überlegungen, die im Rahmen dieser Arbeit in Fortführung früherer Arbeiten der Münchener Gruppe detailliert untersucht wurden. Diese Untersuchungen tasten einen großen Bereich des Phasendiagramms ab, vom Hochdichteverhalten der nuklearen Zustandsgleichung bis zu niedrigen Dichten und dem Instabilitätsbereich, in dem Phasenübergänge erwartet werden.

Um Modifikationen der effektiven Wechselwirkung in Nichtgleichgewichtssituationen in Schwerionenkollisionen abschätzen zu können, mussten die Modelle zur Beschreibung von Kernmaterie auf allgemeinere Nichtgleichgewichtskonfigurationen erweitert werden. Entsprechend dem dynamischen Verhalten der lokalen Phasenraumkonfigurationen in Schwerionenkollisionen wurden daher die auftretenden anisotropen Impulsverteilungen durch 2-Strom Systeme approximiert, die aus zwei Fermi-Kugeln oder kovarianten Fermi-Ellipsoiden unter Berücksichtigung ihrer gegenseitigen Wechselwirkung bestehen. Diese Konfiguration wurde als *Kollidierende Kernmaterie* (CNM, *colliding nuclear matter*) bezeichnet. Die dazu notwendige Dichte- und Impulsabhängigkeit wurde entweder der phänomenologischen dichteabhängigen hadronischen Feldtheorie (DDH) oder den Ergebnissen von mikroskopischen Dirac-Brueckner (DB) Rechnungen entnommen. Diese Methode, die auf der Arbeit von L. Sehn basiert, wurde hier erweitert, indem auch in der Dichte asymmetrische CNM Konfigurationen in Betracht herangezogen wurden. Die Ergebnisse der CNM Rechnungen lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

- Die Berücksichtigung der Asymmetrie in den 2-Strom Konfigurationen ist für kleine Werte des Asymmetrieparameters nicht sehr wesentlich.
- Die betrachteten CNM-Mittelfelder zeigen allerdings eine essentielle Abhängigkeit von der Impulsraumanisotropie. Dies wurde als eine Abhängigkeit der effektiven Kopplungsfunktionen von der Relativgeschwindigkeit  $v_{rel}$  der beiden KM-Ströme dargestellt.
- Diese Abhängigkeit ist für unterschiedliche effektive Modelle, d.h. mit dem phänomenologischen DDH-Modell und mit mikroskopischen DB-Rechnungen, stark unterschiedlich.
- Die Konfigurationsabhängigkeit auf der Ebene der effektiven Wechselwirkung zeigt erhebliche Konsequenzen für die Modifikation der Zustandsgleichung von Kernmaterie in Nichtgleichgewichtszuständen. Eine Betrachtung des Energie pro Teilchen der CNM-Konfiguration führte zu dem Ergebnis, daß die effektive Zustandsgleichung in Nichtgleichgewichtszuständen *weicher* wird.

Dieser Methode der konfigurationsabhängigen effektiven Felder konnte auch für zukünftige Untersuchungen vom Nutzen sein. So kann sie erweitert werden, indem nicht konfigurationsgemittelte CNM-Felder betrachtet werden, und die Impulsabhängigkeit der effektiven Selbstenergie explizit berücksichtigt wird. Außerdem wäre es auch sinnvoll, diesen Formalismus auf heiße CNM-Systeme zu übertragen, da die Hochdichtephase einer Schwerionenkollision von hohen Temperaturen geprägt wird, wie auch in unseren Untersuchungen gezeigt wurde.

Die Anwendung dieser Nichtgleichgewichtsfelder auf die dynamische Beschreibung von Schwerionenkollisionen im Rahmen einer relativistischen Transporttheorie er-



folgte in einer *lokalen Konfigurationsnäherung* (LCA, *Local (phase space) Configuration Approximation*), bei der der lokale Phasenraum durch ein 2-Strom System parametrisiert wurde, dessen Parameter (invariante Subsystemdichten und Relativgeschwindigkeit) direkt aus der Phasenraumverteilung der Transportrechnung bestimmt wurden. Wir untersuchten den Einfluß der Nichtgleichgewichtseffekte auf die kollektiven Flußeffekte in Schwerionenrechnungen mit den phänomenologischen DDH und den mikroskopischen DBHM und DBF Feldern. Die wesentlichen Ergebnisse sind:

- Die Reaktionsdynamik wird von den Nichtgleichgewichtseffekten beeinflusst. Je nach Formationszeitpunkt ergaben sich dabei unterschiedliche Abhängigkeiten: Der Transversal-, Ausquetsch- oder elliptische Fluß reagierten sehr sensitiv auf die Nichtgleichgewichtseffekte wegen ihrer Entwicklung in der Hochdichtephase. Der radiale Fluß dagegen zeigte keine nennenswerte Konfigurationsabhängigkeit, da er zu einem späten Stadium der Kollision gebildet wird, wo das System bereits lokal äquilibriert ist.
- Die beobachteten Signale in Form des kollektiven Flußes waren von der zugrundeliegenden effektiven Wechselwirkung abhängig. So zeigten die Rechnungen mit den DBHM/LCA-Feldern wegen ihrer starken Impulsabhängigkeit die stärksten Abhängigkeiten von der lokalen Anisotropie, während die Rechnungen mit den DBF-Selbstenergien erst bei hohen Energien Nichtgleichgewichtseffekte zeigten. Diese Ergebnisse (Reduktion des Seitwärtsflusses und des elliptischen Flusses) können durch die *effektive Reduktion der Steifigkeit* der nuklearen Zustandsgleichung durch Nichtgleichgewichtseffekte in Schwerionenkollisionen interpretiert werden.
- Der kollektive Fluß von Fragmenten zeigte dagegen keine wesentliche Abhängigkeit von den Nichtgleichgewichtseffekten, da die Fragmente vorwiegend in den Spektatorregionen gebildet werden, die sich lokal im thermischen Gleichgewicht befinden.
- Der Vergleich mit dem Experiment zeigte, daß die DB-Theorie die experimentellen Fakten, zwar nicht im Detail, aber doch qualitativ zufriedenstellend beschreiben kann. Dies ist nur der Fall, wenn jedoch die Nichtgleichgewichtseffekte in den Transportrechnungen berücksichtigt werden.

Zusammenfassend zeigen diese Untersuchungen, daß man mit Mittelfeldern, die Kernmaterie und endliche Kerne zufriedenstellend beschreiben, auch die sehr viel komplizierten Zustände einer Schwerionenreaktion beschreiben kann, wenn Nichtgleichgewichtseffekte berücksichtigt werden. Dies gilt sowohl für mikroskopische DB-Felder, wie auch für phänomenologische parametrisierte Felder (DDH). Insofern zeigt dies eine sich abzeichnende Konsistenz bei relativistischen Kernstruktur

und Kerndynamik. Diese Beschreibung scheint allerdings nur richtig bis zu SIS-Energien von einigen GeV pro Nukleon zu sein. Bei höheren AGS-Energien sind wesentliche Abweichungen im Fluß festzustellen, die in Zusammenhang mit der Tatsache stehen, daß die Impulsabhängigkeit des optischen Potentials bei hohen Energien unrealistisch stark ist. Bei solchen Energien sind Näherungen jenseits der DB-Näherung erforderlich.

Ein zweiter Teil der Arbeit beschäftigte sich mit einer thermodynamischen Beschreibung von Schwerionenreaktionen. Die Motivation dafür ist die Frage, ob im Endzustand einer Schwerionenkollision Phänomene gesehen werden können, die an Phasenübergang erinnern. Auch bei der thermodynamischen Beschreibung werden Nichtgleichgewichtseffekte mitberücksichtigt, indem anisotrope Konfigurationen durch 2-Fermi-Kugeln Konfigurationen endlicher Temperatur dargestellt werden. Mit der gleichzeitigen Bestimmung von Dichte und Druck hat man dann eine vollständige thermodynamische Information über das System. Dies erlaubte z.B. die Untersuchung von lokalen Druck-Dichte-Trajektorien, die Information über das Einsetzen von dynamischen Instabilitäten enthalten, die für den Fragmentationsprozeß wichtig sind. Die Beschreibung der Fragmentation wurde dann auf phänomenologischem Wege vorgenommen, indem eine einfache Phasenraumkoaleszenz verwendet wurde. Die thermodynamische Beschreibung wurde auch an den experimentellen Observablen getestet, die für thermodynamische Fragen verwendet wurden. Dies sind Energiespektren von Fragmenten, aus denen mit einem *blast*-Modell ein Temperaturparameter  $T_{slope}$  und eine radiale Flußgeschwindigkeit  $\beta_f$  bestimmt werden. Wir haben dieselben Methoden auf die in der Rechnung generierten Fragmentspektren angewandt. Diese Temperatur  $T_{slope}$  wurde mit der direkt aus der lokalen Phasenraumverteilung der Transportrechnung bestimmten lokalen Temperatur  $T_{loc}$  verglichen. Diese Behandlungen wurden auf spezielle Bereiche in zentralen und peripheren Schwerionenreaktionen angewendet.

- Der Feuerballs in zentralen Schwerionenkollisionen macht eine starke dynamische Entwicklung durch. Wegen der starken zeitlichen Änderung der thermodynamischen Variablen und der Tatsache einer *dynamischen* Fragmentemission konnte kein einfacher Zusammenhang zwischen der lokalen Temperatur zum Emissionszeitpunkt der Fragmente und dem Temperaturparameter  $T_{slope}$  festgestellt werden. Vielmehr findet man eine Korrelation zwischen der Fragmentabhängigkeit von  $T_{slope}(A_f)$ , einerseits, und der zeitlichen Entwicklung der lokalen Temperatur  $T_{loc}(t)$  von dem Ausfrierzeitpunkt. Daher erscheint die Interpretation von  $T_{slope}$  als einer thermodynamischen Temperatur einer Ausfrierkonfiguration zweifelhaft.
- Daher ist der Feuerball kein geeigneter “Kandidat” zur Untersuchung des thermodynamischen Zustandes angeregter Kernmaterie in Schwerionenkollisionen und der Fragestellung nach Phasenübergängen.

- Eine ähnliche Untersuchung von Spektatormaterie in peripheren Kollisionen dagegen zeigte, daß diese Systeme sehr gute Kandidaten zur Untersuchung des Phasendiagramms von endlichen Kernsystemen darstellen. So konnte hier eine eindeutige Relation zwischen  $T_{loc}$  und  $T_{slope}$  festgestellt werden, wenn die Fermi-Bewegung der Nukleonen im Spektator zum Zeitpunkt des Aufbruches in der Analyse berücksichtigt wurde. Unsere Analysen zeigten das Erreichen einer thermisch äquilibrierten instabilen Konfiguration für den Spektator bevor Fragmentation einsetzt. Die experimentellen Analysen der ALADIN-Kollaboration [118] bezüglich der Spektatorfragmentation stimmen mit der Interpretation unserer Ergebnisse sehr gut überein.

Diese Analyse ist dazu noch zu verbessern, daß die Beschreibung der Multifragmentation auf phänomenologischem Wege betrachtet wurde. Es wäre hier wünschenswert, dieselben Untersuchungen mit realistischeren Modellen zur Fragmentationsbeschreibung durchzuführen, was zukünftige Untersuchungen zu überlassen sei.

# Anhang A

## Notation und Konventionen

In dieser Arbeit wird das natürliche Einheitensystem verwendet:  $\hbar = c = 1$ . Die Metrik  $g^{\mu\nu}$  des Minkowskiraumes ist durch

$$g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = \text{diag}(+1, -1, -1, -1)$$

gegeben. Damit haben die ko- und kontravarianten Vektoren sowie die partiellen Ableitungen die Form:

$$x^\mu = (t, \vec{x}) \quad , \quad x_\mu = (t, -\vec{x})$$
$$\partial^\mu = \frac{\partial}{\partial x_\mu} = (\partial_t, -\vec{\nabla}) \quad , \quad \partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} = (\partial_t, +\vec{\nabla})$$

Die Gammamatrizen  $\gamma_\mu$  sind analog zu Referenz [42] über die  $2 \times 2$  Pauli-Spinmatrizen definiert und erfüllen die Antivertauschungsrelationen

$$[\gamma_\mu, \gamma_\nu] = 2g_{\mu\nu} \quad .$$

Die freien Basisspinoren zu positiven und negativen Energiezuständen,  $u_\lambda$  und  $v_\lambda$ , sind ebenfalls wie in Ref. [42] definiert.  $\lambda$  ist der Helizitätsindex. Damit sind die positiven Basisspinoren auf Eins normiert und man erhält

$$\bar{u}_\lambda(k)u_{\lambda'}(k) = \delta_{\lambda,\lambda'} \quad (\text{A.1})$$

$$\bar{u}_\lambda(k)\gamma^\mu u_{\lambda'}(k) = \frac{k^\mu}{M}\delta_{\lambda,\lambda'} \quad . \quad (\text{A.2})$$

Eine analoge Beziehung erfüllen die Basisspinoren  $u_\lambda(k^*)$  im Medium

$$\bar{u}_\lambda(k^*)u_{\lambda'}(k^*) = \delta_{\lambda,\lambda'} \quad (\text{A.3})$$

$$\bar{u}_\lambda(k^*)\gamma^\mu u_{\lambda'}(k^*) = \frac{k^{*\mu}}{m^*}\delta_{\lambda,\lambda'} \quad . \quad (\text{A.4})$$

# Anhang B

## Details zur der ACNM–Konfiguration

Die ACNM–Konfiguration wird durch ein System von zweier sich durchdringenden Kernmaterieströme charakterisiert. Hier wollen wir diese Konfiguration näher untersuchen. Wir zeigen, daß ein Kernmateriestrom durch ein kaltes ellongiertes Fermi–Ellipsoid beschrieben werden kann und geben analytische Ausdrücke für Dichten und Ströme in der ACNM–Konfiguration an.

### B.1 Kernmaterieströme

Ein Kernmateriestrom kann durch ein Fermi–Ellipsoid (im Impulsraum) beschrieben werden, daß in Boost–Richtung um den  $\gamma$ –Lorentzfaktor elongiert ist. Dies folgt aus einer Lorentz–Transformation (im folgenden werden die Indizes \* der Einfachheit halber weggelassen).

$$\begin{aligned}k'^{\mu} &= \Lambda_{\nu}^{\mu}(+u)k^{\nu} \quad \text{oder} \\k^{\mu} &= \Lambda_{\nu}^{\mu}(-u)k'^{\nu} \quad \text{oder} \\k^0 &= \gamma(k'^0 - \mathbf{v}\mathbf{k}') \quad \text{oder} \\ &= \gamma\left(\sqrt{\mathbf{k}'^2 + m^2} - \mathbf{v}\mathbf{k}'\right) \quad .\end{aligned}$$

Die Oberfläche einer Fermi–Kugel wird (in ihrem Ruhesystem) durch die Fermi–Energie  $E_F = \sqrt{k_F^2 + m^2}$  bestimmt. Eine Lorentz–Transformation  $\Lambda(u)$  bildet sie auf eine neue Oberfläche umkehrbar und eindeutig ein. Es folgt

$$\begin{aligned}E_F &= \gamma\left(\sqrt{\mathbf{k}^2 + m^2} - \mathbf{v}\mathbf{k}\right) \quad \text{oder mit } \mathbf{v} = v\hat{\mathbf{e}}_z \\ \frac{E_F}{\gamma} &= \sqrt{\mathbf{k}^2 + m^2} - vk_z \quad \text{oder}\end{aligned}$$

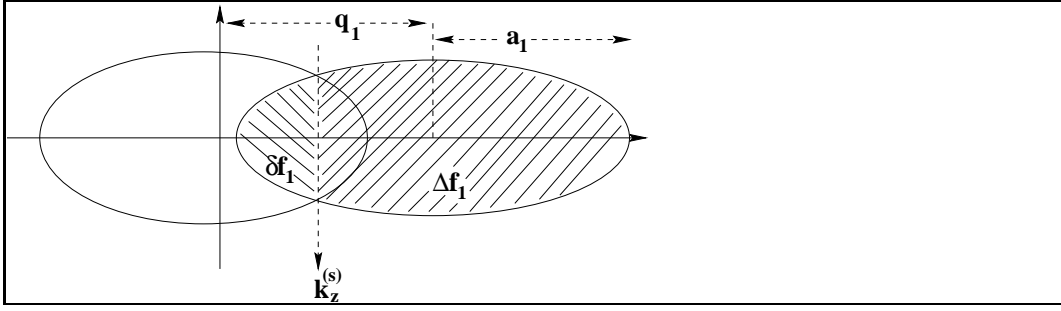


Abbildung B.1: Schematische Darstellung der Ellipsoidsegmente  $(\delta, \Delta)f$ . Die Integrationsgrenzen sind  $k_z^{min} = k_z^{(s)}$  und  $k_z^{max} = q_1 + a_1$ .

$$\frac{E_F^2}{\gamma^2} + 2\frac{E_F}{\gamma}vk_z + v^2k_z^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 + m^2$$

oder mit  $\gamma^{-2} = 1 - v^2$  und nach Umformung

$$E_F^2 - m^2 = k_x^2 + k_y^2 + \frac{k_z^2}{\gamma^2} - 2\frac{E_F}{\gamma}vk_z + E_F^2v^2 \quad \text{oder}$$

$$E_F^2 - m^2 = k_x^2 + k_y^2 + \gamma^{-2}(k_z - v\gamma E_F) \quad \text{oder mit } E_F^2 - m^2 = k_F^2$$

$$k_F^2 = k_x^2 + k_y^2 + \gamma^{-2}(k_z - v\gamma E_F) \quad .$$

Definiert man nun

$$b := k_F, \quad a := \gamma b = \gamma k_F \quad \text{and} \quad q := v\gamma E_F \quad ,$$

so ergibt sich eine Ellipsengleichung, die in Boost-Richtung um  $\mathbf{q} = \mathbf{v}\gamma E_F$  verschoben ist.

$$\frac{k_x^2 + k_y^2}{b^2} + \frac{(k_z - q)^2}{a^2} = 1$$

Die kleine Halbachse  $b$  ist durch den Fermi-Impuls gegeben  $b = k_F$  und bleibt bei einer Lorentz-Transformation unverändert. Da die Richtung der großen Halbachse  $a$  mit der Boost-Richtung übereinstimmt, wird  $a$  um den  $\gamma$ -Faktor elongiert,  $a = \gamma b$ .

## B.2 Bestimmung der Dichten $\Delta\rho_i$ , $\Delta\rho_{s12}$ und $\delta\rho_{s,0}$

Wir geben eine detaillierte Herleitung für  $\Delta\rho_1$  ( $\Delta\rho_2$  folgt dann durch Umbenennung der Indizes) an und starten mit dem Integral:

$$\begin{aligned} \Delta\rho_1 &= \mathcal{C} \int \int \int d^3k \Theta_1 \Theta_> \\ &= \mathcal{C} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{k_\rho} k'_\rho dk'_\rho \int_{-\infty}^{+\infty} dk_z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{oder mit } k_\rho = \sqrt{(b^2 + (k_z - q)^2)/\gamma^2} \\
& = 2\pi\mathcal{C} \int_{k_z^{min}}^{k_z^{max}} \left( \frac{k_\rho^2}{2} \Big|_0^{k_\rho} \right) dk_z \\
& = \pi\mathcal{C} \int_{k_z^{min}}^{k_z^{max}} dk_z [b_1^2 - (k_z - q_1)^2/\gamma^2] \\
& = \pi\mathcal{C} \left\{ b_1^2 k_z - (k_z - q_1)^3/(3\gamma^2) \right\} \Big|_{k_z^{min}}^{k_z^{max}} .
\end{aligned}$$

Mit  $b = k_F$ ,  $a = \gamma k_F$  und  $q = v\gamma E_F$  erhält man nach einigen Umformungen

$$\begin{aligned}
\Delta\rho_1 &= \frac{\kappa}{8\pi^2} \left\{ k_{F_1}^2 \left( v_1\gamma_1 E_{F_1} + \gamma_1 k_{F_1} - k_z^{(s)} \right) - \frac{1}{3\gamma_1^2} \left[ \gamma_1^3 k_{F_1}^3 - \left( k_z^{(s)} - v_1\gamma_1 E_{F_1} \right)^3 \right] \right\} \\
\Delta\rho_2 &= \frac{\kappa}{8\pi^2} \left\{ k_{F_2}^2 \left( -v_2\gamma_2 E_{F_2} + \gamma_2 k_{F_2} + k_z^{(s)} \right) - \frac{1}{3\gamma_2^2} \left[ \gamma_2^3 k_{F_2}^3 + \left( k_z^{(s)} - v_2\gamma_2 E_{F_2} \right)^3 \right] \right\} .
\end{aligned}$$

Die Lage  $k_z^{(s)}$  des Schnittkreises zweier Ellipsoide wird im nächsten Abschnitt hergeleitet. Setzt man nun  $k_z^{(s)}$  aus Glg. (B.7) und berücksichtigt ferner  $v_{rel} = (v_1 - v_2)/(1 - v_1 v_2)$ , so ergibt sich schließlich für  $\Delta\rho_i$

$$\begin{aligned}
\Delta\rho_i &= \gamma_i \Delta\rho_{(0)i} = \gamma_i \frac{\kappa}{6\pi^2} \left\{ \frac{1}{2} k_{F_i}^3 - \frac{3}{4v_{rel}} k_{F_i}^2 \left[ \frac{E_{F_j}}{\gamma(v_{rel})} - E_{F_i} \right] \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{4v_{rel}^3} \left[ \frac{E_{F_j}}{\gamma(v_{rel})} - E_{F_i} \right]^3 \right\} \quad (\text{mit } j = 2, 1 \text{ für } i = 1, 2) \quad (\text{B.1})
\end{aligned}$$

Für die skalare Dichte  $\Delta\rho$  ergibt sich ( $\mathcal{C}_2 \equiv \frac{\kappa}{8\pi^3}$ )

$$\begin{aligned}
\Delta\rho_s &= \mathcal{C} \int \int \int d^3k f_{12}(\mathbf{k}) \\
&= 2\pi\mathcal{C}_2 m^* \left\{ u k_z^2/2 + E_F k_z/\gamma \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{2} k_z \sqrt{k_z^2 + m^{*2}} - \frac{1}{2} m^{*2} \ln \left[ \frac{k_z + \sqrt{k_z^2 + m^{*2}}}{m^*} \right] \right\} \Big|_{k_z^{min}}^{k_z^{max}} . \quad (\text{B.2})
\end{aligned}$$

Setzt man in Glg. (B.2) die entsprechenden Integrationsgrenzen, so ergibt sich eine ähnliche Rechnung wie für  $\Delta\rho_i$

$$\begin{aligned}
\Delta\rho_{s2} &= \mathcal{C}_2 m^* \left\{ E_{F_1} k_{F_2} \pm v_2 E_{F_1}^2 \mp m^2 \ln \left[ \sqrt{\frac{1+v_1}{1-v_2}} \cdot \frac{E_{F_1} + k_{F_2}}{m^*} \right] \right. \\
&\quad \mp v_1 k_z^{(s)2} \mp 2 \frac{E_{F_1}}{\gamma_1} k_z^{(s)} \pm k_z^{(s)} \sqrt{k_z^{(s)2} + m^{*2}} \\
&\quad \left. \pm m^* \ln \left[ \left( k_z^{(s)} + \sqrt{k_z^{(s)2} + m^{*2}} \right) / m^* \right] \right\} .
\end{aligned}$$

Mit  $\rho_{s12} = \Delta\rho_{s1} + \Delta\rho_{s2}$  und

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{(1+v_1)(1-v_2)}{(1-v_1)(1+v_2)}} &= \sqrt{\frac{1+v_{rel}}{1-v_{rel}}} \\ v_1 E_{F_1}^2 - v_2 E_{F_2}^2 + k_z^{(s)2}(v_1 - v_2) &= \frac{E_{F_1}^2}{v_{rel}} - \frac{2E_{F_1}E_{F_2}}{v_{rel}\gamma(v_{rel})} + \frac{E_{F_2}^2}{v_{rel}} \end{aligned}$$

erhibt sich der gesuchte Ausdruck für  $\rho_{s12}$

$$\begin{aligned} \rho_{s12} &= \frac{\kappa}{8\pi^2} m^* \left\{ E_{F_1} k_{F_1} + E_{F_2} k_{F_2} + \frac{1}{v_{rel}} \left( E_{F_1}^2 - \frac{2}{\gamma(v_{rel})} E_{F_1} E_{F_2} + E_{F_2}^2 \right) \right. \\ &\quad \left. - m^{*2} \ln \left[ \sqrt{\frac{1+v_{rel}}{1-v_{rel}}} \right] \right\} . \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Die Berechnung der Pauli-Beiträge  $\delta\rho$  und  $\delta\rho_s$  erfolgt ganz Analog. Das Ergebnis ist

$$\begin{aligned} \delta\rho &= \frac{\kappa}{8\pi^2} \gamma_1 \left[ \frac{k_{F_1}^2}{v_{rel}} \left( E_{F_1} - \frac{E_{F_2}}{\gamma} \right) + \frac{1}{3v_{rel}^3} \left( \frac{E_{F_2}}{\gamma} - E_{F_1} \right)^3 - \frac{2}{3} k_{F_1}^3 \right] \\ &\quad + \frac{\kappa}{8\pi^2} \gamma_2 \left[ \frac{k_{F_2}^2}{v_{rel}} \left( E_{F_2} - \frac{E_{F_1}}{\gamma} \right) - \frac{1}{3v_{rel}^3} \left( E_{F_2} - \frac{E_{F_1}}{\gamma} \right)^3 - \frac{2}{3} k_{F_2}^3 \right] \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{aligned} \delta\rho_s &= -\frac{\kappa}{4\pi^2} m^* \left\{ \frac{1}{2} \left( -\frac{E_{F_1}^2}{v_{rel}} - \frac{E_{F_2}^2}{v_{rel}} + 2\frac{E_{F_1}E_{F_2}}{v_{rel}\gamma} + E_{F_1}k_{F_1} + E_{F_2}k_{F_2} \right) \right. \\ &\quad \left. + m^{*2} \ln \left[ \left( \frac{1+v_{rel}}{1-v_{rel}} \right)^{\frac{1}{4}} \left( \frac{E_{F_1} - k_{F_1}}{E_{F_2} + k_{F_2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} . \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

### B.3 Bestimmung des Schnittkreises zweier Ellipsoide $k_z^{(s)}$

Die Bestimmung von  $k_z^{(s)}$  wird in Zylinderkoordinaten durchgeführt. Für den Schnittkreis (siehe auch Abb. B.1) erhält man mit  $k_{\rho_1} = k_{\rho_2} = k_\rho$  und  $k_{z_1} = k_{z_2} = k_z$

$$\begin{aligned} k_\rho^2 + \frac{(k_z - q_1)^2}{\gamma_1^2} - k_{F_1}^2 &= k_\rho^2 + \frac{(k_z - q_2)^2}{\gamma_2^2} - k_{F_2}^2 \\ k_{F_1}^2 - \frac{(k_z - q_1)^2}{\gamma_1^2} &= k_{F_2}^2 - \frac{(k_z - q_2)^2}{\gamma_2^2} \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

für beliebiges  $k_{F_i}$  und  $v_i$  .



Glg. (B.6) liefert die Lösung  $k_z^{(s)}$  für die Lage des Schnittkreises auf der  $z$ -Achse:

$$\begin{aligned} k_{F_1}^2 - \frac{k_z^2 + q_1^2 - 2k_z q_1}{\gamma_1^2} &= k_{F_2}^2 - \frac{k_z^2 + q_2^2 - 2k_z q_2}{\gamma_2^2} \\ (k_{F_1}^2 - k_{F_2}^2) - \frac{1}{\gamma_1^2}(k_z^2 + q_1^2 - 2k_z q_1) + \frac{1}{\gamma_2^2}(k_z^2 + q_2^2 - 2k_z q_2) &= 0 \\ k_z^2 \left( \frac{\gamma_1^2 - \gamma_2^2}{\gamma_1^2 \gamma_2^2} \right) + k_z \left( \frac{2q_1}{\gamma_1^2} - \frac{2q_2}{\gamma_2^2} \right) - \left( \frac{q_1^2}{\gamma_1^2} - \frac{q_2^2}{\gamma_2^2} + (k_{F_1}^2 - k_{F_2}^2) \right) &= 0 \quad , \end{aligned}$$

mit der Lösung

$$\begin{aligned} k_{z;1,2}^s &= -\frac{1}{2} \frac{\gamma_1^2 \gamma_2^2}{\gamma_1^2 - \gamma_2^2} \left( \frac{2q_1}{\gamma_1^2} - \frac{2q_2}{\gamma_2^2} \right) \pm \frac{\gamma_1^2 \gamma_2^2}{\gamma_1^2 - \gamma_2^2} \sqrt{4 \left( \frac{q_1}{\gamma_1^2} - \frac{q_2}{\gamma_2^2} \right)^2 - 4 \left( \frac{\gamma_1^2 - \gamma_2^2}{\gamma_1^2 \gamma_2^2} \right)} \\ &\quad \times \sqrt{\left[ (k_{F_1}^2 - k_{F_2}^2) - \left( \frac{\gamma_2^2 q_1^2 - \gamma_1^2 q_2^2}{\gamma_1^2 \gamma_2^2} \right) \right]} \\ &= \frac{1}{\gamma_2^2 - \gamma_1^2} \left[ \gamma_2^2 q_1 - \gamma_1^2 q_2 \mp \gamma_1 \gamma_2 \sqrt{(q_1 - q_2)^2 + (k_{F_1}^2 - k_{F_2}^2)(\gamma_2^2 - \gamma_1^2)} \right] \quad . \end{aligned}$$

Mit den Definitionen  $q_i = v_i \gamma_i E_{F_i}$  und  $E_F^2 = k_F^2 + m^2$  ergibt sich schließlich das gesuchte  $k_z^{(s)}$  zu

$$k_z^{(s)} = \frac{\gamma_1 E_{F_2} - \gamma_2 E_{F_1}}{\gamma_1 \gamma_2 (v_1 - v_2)} \quad . \quad (\text{B.7})$$

## B.4 Die mittleren Selbstenergien $\bar{\Sigma}_{12s,0}$

Hier sollen analytische Ausdrücke für die mittleren Selbstenergien  $\bar{\Sigma}_{12s,0}$  (2.14) hergeleitet und angegeben werden. In dieser Gleichung gehen Integrationen der Selbstenergien  $\Sigma_{mi}$  über die eigene, die jeweils andere und die Überlappkonfiguration ein. Da die Felder für Impulse kleiner als den Fermi-Impuls als konstant angenommen werden, sind die Integrationen über die jeweils eigene Teilkonfiguration und über die Pauli-geblockte Impulsraumkonfiguration trivial.

Es geht nun um die Integrationen der Selbstenergien über die jeweils andere Konfiguration (siehe zur Illustration die schematische Abb. B.2). Da wir die Selbstenergien nur für KM kennen, ist es sinnvoll, die Integrationen der Selbstenergien  $\Sigma_{mi}$  im jeweiligen Ruhesystem  $RS_i$  durchzuführen. Aufgrund der Isotropie von ruhender KM hängen diese Funktionen nur vom Betrag des Impulses ab, so daß die Integrationen in Polarkoordinaten durchgeführt werden. Man integriert dabei über eine Kugelschale, die das zu integrierende Ellipsoid umfaßt (siehe Abb. B.2). Diese Vorgehensweise reduziert die 3-dim. Integrale auf eine Dimension, was die numerische Implementierung erheblich vereinfacht.

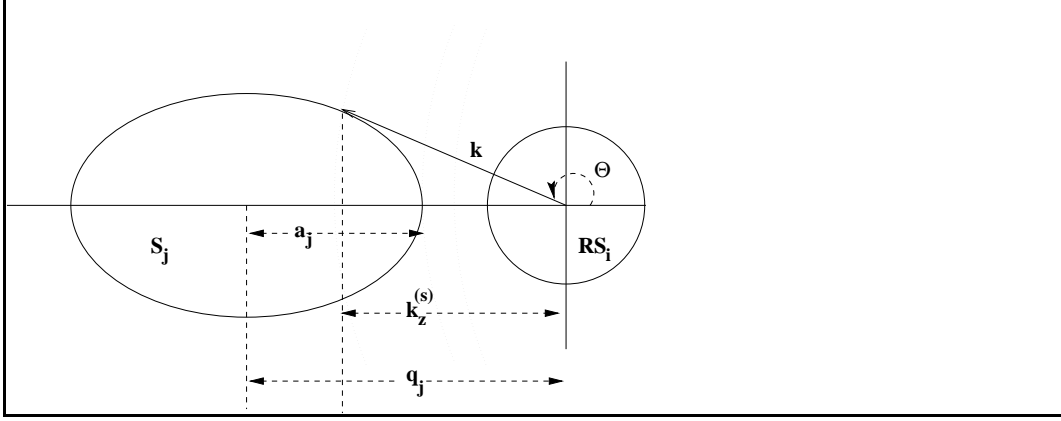


Abbildung B.2: Integration von  $\Sigma_{mi}|_{RS_i}$  über das andere Ellipsoid  $S_j$  in Polarkoordinaten. Für weitere Details siehe Text.

Betrachten wir nun z.B. die Integration von  $\Sigma_{s1}|_{RS_1}$  über das Ellipsoid  $S_2$  (im Ruhesystem  $RS_1$ , Abb. B.2 mit  $i = 1, j = 2$ ):

$$\mathcal{C} \int d^3 k \Gamma_{s1}(k_{F_1}, k) f_2 \frac{m^*}{E^*} = m^* \mathcal{C} \int_{k_{min}}^{k_{max}} k^2 dk \int_{\Omega(k)} d\Omega(k) \Gamma_{s1}(k_{F_1}, k) f_2 \frac{m^*}{\sqrt{k^2 + m^*}} .$$

Die Integration über den Raumwinkel liefert mit  $\cos \theta = \frac{k_z^{(s)}}{k}$

$$\int_{\Omega(k)} d\Omega(k) = -2\pi \int_{k_z^{(s)}/k}^{-1} = 2\pi \left( -1 - \frac{k_z^{(s)}}{k} \right) .$$

Setzt man für  $k_z^{(s)}$  Glg. (B.7) mit  $v_1 = 0, v_2 = -v_{rel}, q_1 = 0, \gamma_1 = 1$  und  $k_{F_1} = k$ , so ergibt sich zunächst

$$k_z^{(s)}|_{RS_1} = \frac{E_{F_2} - \gamma(v_{rel})\sqrt{k^2 + m^{*2}}}{\gamma(v_{rel})v_{rel}} ,$$

d.h.  $k_z^{(s)}|_{RS_1}$  gibt die Position (im Impulsraum) auf der  $k_z$ -Achse des Schnittkreises einer Kugel mit Radius  $k$  mit dem Ellipsoid  $S_2$  (im umgekehrten Fall ist analog  $v_2 = 0, v_1 = v_{rel}, q_2 = 0, \gamma_2 = 1$  und  $k_{F_2} = k$ :  $k_z^{(s)}|_{RS_1} = (E_{F_2} - \gamma(v_{rel})\sqrt{k^2 + m^{*2}})/(\gamma(v_{rel})v_{rel})$ ). Insgesamt ergibt sich die Winkelintegration

$$\Omega(k) = \left\{ \begin{array}{l} 2\pi \left[ 1 + \frac{1}{v_{rel}k} \left( \frac{E_{F_2}}{\gamma} - \sqrt{k^2 + m^{*2}} \right) \right] \quad \text{in } RS_1 \\ 2\pi \left[ 1 + \frac{1}{v_{rel}k} \left( \frac{E_{F_1}}{\gamma} - \sqrt{k^2 + m^{*2}} \right) \right] \quad \text{in } RS_2 \end{array} \right\} .$$

Desweiteren ergeben sich verschiedene Fälle, je nachdem ob sich das Zentrum des Ellipsoids  $S_j$  innerhalb oder außerhalb der Kugel mit Radius  $k$  befindet, wovon der Wert des Integrals  $\int d\Omega$  abhängt:

$$S_j \text{ außerhalb } RS_i = \left\{ \begin{array}{l} |q_j| - a_j < k < |q_j| + a_2 \quad \int d\Omega(k) = 2\pi(1 + k_z^{(s)}/k) \\ sonst \quad \int d\Omega(k) = 0 \end{array} \right\}$$

$$S_j \text{ innerhalb } RS_i = \left\{ \begin{array}{ll} 0 \leq k \leq a_j - |q_j| & \int d\Omega(k) = 4\pi \\ a_j - |q_j| < k < a_j + |q_j| & \int d\Omega(k) = 2\pi(1 + k_z^{(s)}/k) \\ k \geq a_j + |q_j| & \int d\Omega(k) = 0 \end{array} \right\} .$$

Diese verschiedenen Fälle können zusammengefaßt werden, und es ergibt sich für die mittlere skalare Selbstenergie

$$\begin{aligned} m^* \mathcal{C} \int_{k_{min}}^{k_{max}} k^2 dk \frac{\Gamma_{si}(k_{F_i}, k)}{\sqrt{k^2 + m^{*2}}} \cdot \int_{\Omega(k)} d\Omega(k) = \\ 2\pi m^* \left\{ \int_0^{max\{0, a_j - |q_j|\}} \frac{\Gamma_{si}(k_{F_i}, k)}{\sqrt{k^2 + m^{*2}}} 2k^2 dk + \right. \\ \left. \int_{|a_j - |q_j||}^{a_j + |q_j|} \frac{\Gamma_{si}(k_{F_i}, k)}{\sqrt{k^2 + m^{*2}}} \left[ k^2 + \frac{k}{v_{rel}} \left( \frac{E_{F_j}}{\gamma} - \sqrt{k^2 + m^{*2}} \right) \right] dk \right\} . \end{aligned}$$

Ähnlich verlaufen die Integrationen über die Vektorselbstenergie. Ersetzt man nun  $a$  und  $q$  durch ihre Definitionen (siehe oben), so erhält man folgende analytische Ausdrücke für die mittleren Felder:

$$\begin{aligned} \overline{\Sigma}_{s12}(\chi) \rho_{s12}(\chi) = & \left\{ \Gamma_{s1}(k_{F_1}) \rho_{s1}^2(\chi) + \Gamma_{s2}(k_{F_2}) \rho_{s2}^2(\chi) + \right. \\ & 2\pi m^* \mathcal{C} \left[ \int_0^{max\{0, \gamma(k_{F_1} - v_{rel} E_{F_1})\}} \frac{\Gamma_{s2}(k_{F_2}, k)}{\sqrt{k^2 + m^{*2}}} 2k^2 dk + \right. \\ & \left. \int_{\gamma|k_{F_1} - v_{rel} E_{F_1}|}^{\gamma(k_{F_1} + v_{rel} E_{F_1})} \frac{\Gamma_{s2}(k_{F_2}, k)}{\sqrt{k^2 + m^{*2}}} \left( k^2 + \frac{k}{v_{rel}} \left( \frac{E_{F_1}}{\gamma} - \sqrt{k^2 + m^{*2}} \right) \right) dk \right] \cdot \rho_{s2} + \\ & 2\pi m^* \mathcal{C} \left[ \int_0^{max\{0, \gamma(k_{F_2} - v_{rel} E_{F_2})\}} \frac{\Gamma_{s1}(k_{F_1}, k)}{\sqrt{k^2 + m^{*2}}} 2k^2 dk + \right. \\ & \left. \int_{\gamma|k_{F_2} - v_{rel} E_{F_2}|}^{\gamma(k_{F_2} + v_{rel} E_{F_2})} \frac{\Gamma_{s1}(k_{F_1}, k)}{\sqrt{k^2 + m^{*2}}} \left( k^2 + \frac{k}{v_{rel}} \left( \frac{E_{F_2}}{\gamma} - \sqrt{k^2 + m^{*2}} \right) \right) dk \right] \cdot \rho_{s1} + \\ & \left. 2\delta\rho_s \sum_{j=1,2} \Gamma_{sj}(k_{F_j}) \rho_{sj} + \Gamma_s(\min(k_{F_1}, k_{F_2})) \delta\rho_s^2 \right\} \quad (B.8) \end{aligned}$$

Das mittlere Vektorfeld kann wie folgt kovariant definiert werden

$$\begin{aligned} \overline{\Sigma}_{12}^{(12)\mu}(\chi) &= \mathcal{C} \int d^3k \Sigma_{12}^\mu(k; \chi) \Theta_{12}(k; \chi) \frac{k^\nu}{E} j_{12\nu} / j_{12\alpha} j_{12}^\alpha \\ &= \langle \Sigma_{12}^\mu \Theta_{12} \frac{k^\nu}{E} \rangle j_{12\nu} / j_{12\alpha} j_{12}^\alpha \\ &\equiv T_{vec}^{\mu\nu} j_{12\nu} / j_{12\alpha} j_{12}^\alpha \quad , \quad (B.9) \end{aligned}$$

mit  $T_{vec}^{\mu\nu} \equiv \langle \Sigma_{12}^\mu \Theta_{12} k^\nu / E \rangle$ . Glg. (B.9) gilt in jedem Bezugssystem, also auch in unserem speziellen Schwerpunktssystem  $RS_{12}$ . Daraus erhält man folgenden kovarianten Ausdruck für das mittlere Vektorfeld:

$$\begin{aligned} \overline{\Sigma}_{12}^{(12)\mu} \equiv T_{vec}^{\mu\nu} j_{12\nu} / j_{12\alpha} j_{12}^\alpha &= \left[ \Gamma_{01} j_1^\mu j_1^\nu + \Gamma_{02} j_2^\mu j_2^\nu + \overline{\Gamma}_{02}^1 j_1^\mu j_2^\nu + \overline{\Gamma}_{01}^2 j_2^\mu j_1^\nu + \right. \\ &\quad \Gamma_{01} (j_1^\mu \delta j^\nu + \delta j^\mu j_1^\nu) + \Gamma_{02} (j_2^\mu \delta j^\nu + \delta j^\mu j_2^\nu) + \\ &\quad \left. \Gamma_{0\delta} \delta j^\mu \delta j^\nu \right] j_{12\nu} / j_{12\alpha} j_{12}^\alpha \quad . \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Dabei bedeuten  $\Gamma_{0i}$  die Kopplungsfunktionen der Teilkonfiguration  $RS_i$ , und bei  $\overline{\Gamma}_{0i}^j$  handelt es sich um Mittelungen der Kopplungsfunktion vom Subsystem  $RS_i$  über die andere Subsystemkonfiguration  $S_j$

$$\overline{\Gamma}_{0j}^i = \left( \int \Gamma_{0j} \cdot \Theta_i \right) / \gamma(v_{rel}) \rho_{0i} \quad .$$

Diese Integrationen verlaufen ganz Analog wie im Falle des mittleren skalaren Feldes, wie oben ausführlich diskutiert wurde. Das mittlere Vektorfeld  $\overline{\Sigma}_{012}^{(12)}$  ergibt sich aus Glg. (B.10) als die 0-Komponente im  $RS_{12}$ , in dem der Gesamtstrom verschwindet  $\mathbf{j}_{12} = \mathbf{0}$ .

# Anhang C

## Details zur numerischen Behandlung der Transportgleichung

Hier geben wir die Bewegungsgleichungen für die Testteilchen im Rahmen der verwendeten effektiven Modelle. Bei den Rechnungen mit den DB-Selbstenergien wurden die Bewegungsgleichungen der Testteilchen schon in Glg. (3.65) angegeben. Im Falle der Rechnungen mit dem DDH-Modell müssen wir die Rearrangementbeiträge der Selbstenergien bei der Herleitung der Bewegungsgleichungen berücksichtigen. Dabei hängen die effektiven Kopplungen von der invarianten Baryonendichte  $\rho = \sqrt{j_\mu j^\mu}$  ab.

Wir starten von der Vlasov-Gleichung im Testteilchenformalismus (3.64). Zunächst ist wegen  $m_\sigma^2 \sigma = g_\sigma \rho_s$  und  $m_\omega^2 \omega^\mu = g_\omega j^\mu$ :

$$\frac{\partial \Gamma_{s,0}}{\partial \rho_0} = \frac{2\Gamma_{\sigma,\omega}}{m_{\sigma,\omega}^2} \frac{\partial \Gamma_{\sigma,\omega}}{\partial \rho_0} .$$

Somit lauten die Felder in *VDD*-Parametrisierung:

$$\begin{aligned} \Sigma^\mu &= \Gamma_0 j^\mu + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \rho_B} j^\alpha j_\alpha - \frac{\partial \Gamma_s}{\partial \rho_B} \rho_s^2 \right) u^\mu \\ \Sigma_s &= \Gamma_s \rho_s . \end{aligned} \tag{C.1}$$

Wir berechnen nun den vektoriellen Anteil  $u_i^\nu F^{\mu\nu}$  der Transportgleichung (Der skalare Anteil bleibt dabei unverändert).

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu \Sigma^\nu - \partial^\nu \Sigma^\mu$$

$$\begin{aligned}
 F^{\mu\nu} &= \underbrace{\partial^\mu(\Gamma_0 j^\nu) - \partial^\nu(\Gamma_0 j^\mu)}_{\equiv F_{DD}^{\mu\nu}} \\
 &+ \frac{1}{2} \partial^\mu \left( \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \rho_0} (j^\lambda j_\lambda) - \frac{\partial \Gamma_s}{\partial \rho_0} \rho_s^2 \right) u^\nu - (ant.) \\
 F^{\mu\nu} &= F_{DD}^{\mu\nu} \\
 &+ \left[ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Gamma_0}{\partial \rho_0^2} (\partial^\mu \rho_0) (j^\lambda j_\lambda) + \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \rho_0} (\partial^\mu j^\alpha) j_\alpha \right. \\
 &\left. - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Gamma_s}{\partial \rho_0^2} (\partial^\mu \rho_0) \rho_s^2 - \frac{\partial \Gamma_s}{\partial \rho_0} (\partial^\mu \rho_s) \rho_s \right] u^\nu - (ant.)
 \end{aligned}$$

Mit der lokalen Ruhedichte gegeben durch  $\rho = \sqrt{j^\alpha j_\alpha}$  ergibt sich weiter

$$\begin{aligned}
 F^{\mu\nu} &= F_{DD}^{\mu\nu} + \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \rho_0} \left( (\partial^\mu j^\alpha) j_\alpha u^\nu - (\partial^\nu j^\alpha) j_\alpha u^\mu \right) \\
 &- \frac{\partial \Gamma_s}{\partial \rho_0} \left( (\partial^\mu \rho_s) u^\nu - (\partial^\nu \rho_s) u^\mu \right) \rho_s \\
 &+ \frac{1}{2 \rho_0} \frac{\partial^2 \Gamma_0}{\partial \rho_0^2} \left( (\partial^\mu j^\alpha) j_\alpha u^\nu - (\partial^\nu j^\alpha) j_\alpha u^\mu \right) (j^\lambda j_\lambda) \\
 &- \frac{1}{2 \rho_0} \frac{\partial^2 \Gamma_s}{\partial \rho_0^2} \left( (\partial^\mu j^\alpha) j_\alpha u^\nu - (\partial^\nu j^\alpha) j_\alpha u^\mu \right) \rho_s^2 \quad ,
 \end{aligned}$$

oder mit  $\rho_s(x)$  und  $j^\mu(x)$  aus (3.62, 3.63)

$$\begin{aligned}
 F^{\mu\nu}(x) &= F_{DD}^{\mu\nu}(x) \\
 &+ \frac{2}{\sigma^2} \frac{1}{N(\sqrt{\pi}\sigma)^3} \sum_{j=1}^{A \cdot N} \left[ \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \rho_0} \left( R_j^\mu u^\nu - R_j^\nu u^\mu \right) (u_j^\alpha j_\alpha) \right. \\
 &- \frac{\partial \Gamma_s}{\partial \rho_0} \left( R_j^\mu u^\nu - R_j^\nu u^\mu \right) \rho_s \\
 &+ \frac{1}{2 \rho_0} \frac{\partial^2 \Gamma_0}{\partial \rho_0^2} \left( R_j^\mu (u_j^\alpha j_\alpha) u_i^\nu - R_j^\nu (u_j^\alpha j_\alpha) u_i^\mu \right) (j^\lambda j_\lambda) \\
 &\left. - \frac{1}{2 \rho_0} \frac{\partial^2 \Gamma_s}{\partial \rho_0^2} \left( R_j^\mu (u_j^\alpha j_\alpha) u^\nu - R_j^\nu (u_j^\alpha j_\alpha) u^\mu \right) \rho_s^2 \right] e^{\frac{R_j^2}{\sigma^2}} \quad .
 \end{aligned}$$

Somit erhält man für den vektoriellen Anteil mit

$$K_j^\mu \equiv R_j^\mu (u_\nu u^\nu) - (R_j^\nu u_\nu) u^\mu \quad ,$$

folgenden Ausdruck:

$$\begin{aligned}
u_\nu F^{\mu\nu}(x) &= u_\nu F_{DD}^{\mu\nu}(x) + \frac{2}{\sigma^2} \frac{1}{N(\sqrt{\pi}\sigma)^3} \sum_{j=1}^{A \cdot N} \\
&\times \left( \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \rho_0} K_j^\mu(u_j^\alpha j_\alpha) - \frac{\partial \Gamma_s}{\partial \rho_0} K_j^\mu \rho_s \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2\rho_0} \frac{\partial^2 \Gamma_0}{\partial \rho_0^2} K_j^\mu(u_j^\alpha j_\alpha)(j^\lambda j_\lambda) - \frac{1}{2\rho_0} \frac{\partial^2 \Gamma_s}{\partial \rho_0^2} K_j^\mu(u_j^\alpha j_\alpha) \rho_s^2 \right) e^{\frac{R_j^2}{\sigma^2}} .
\end{aligned}$$

Der skalare Term bleibt im Vergleich zu dem entsprechenden in DD unverändert. Insgesamt erhält man folgenden Ausdruck für die Bewegungsgleichungen der Testteilchen in der **VDD – Parametrisierung**:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{d\tau} u_i^\mu &= u_{i\nu} F_{DD}^{\mu\nu} + S_{DD} + \frac{2}{\sigma^2} \frac{1}{N(\sqrt{\pi}\sigma)^3} \frac{1}{m^*} \sum_{j=1}^{A \cdot N} \\
&\times \left( \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \rho_0} K_j^\mu(u_j^\alpha j_\alpha) - \frac{\partial \Gamma_s}{\partial \rho_0} K_j^\mu \rho_s \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2\rho_0} \frac{\partial^2 \Gamma_0}{\partial \rho_0^2} K_j^\mu(u_j^\alpha j_\alpha)(j^\lambda j_\lambda) - \frac{1}{2\rho_0} \frac{\partial^2 \Gamma_s}{\partial \rho_0^2} K_j^\mu(u_j^\alpha j_\alpha) \rho_s^2 \right) e^{\frac{R_j^2}{\sigma^2}} . \quad (\text{C.2})
\end{aligned}$$

Die erste Zeile der Glg (C.2) enthält die Terme proportional zu  $\Gamma_0$  und  $\frac{\partial \Gamma_0}{\partial \rho_0} (u_{i\nu} F^{\mu\nu})$  und die Terme proportional zu  $\Gamma_s$  und  $\frac{\partial \Gamma_s}{\partial \rho_0} (S_{DD})$  aus Gleichung (3.65). Dies sind die Terme ohne Rearrangement.

# Literaturverzeichnis

- [1] *The Nuclear Equation-of-State: Status and Perspectives (EOS2000)*, Topical Workshop, GSI, Darmstadt, 20-23.02.2000,  
Information verfügbar unter <http://www.gsi.de/EOS2000/>;  
N. Herrmann, J.P. Wessels, T. Wienold, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **49** (1999) 581.
- [2] S. Typel, H.H. Wolter, *Nucl. Phys.* **A656** (1999) 331.
- [3] P. Ring, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **78** (1996) 193.
- [4] J.P. Blaizot, *Phys. Rep.* **64** (1980) 171;  
T.v. Chossy, P. Marschall, W. Stocker, *Phys. Rev.* **C60** (1999) 064302;  
W. Stocker, T.v. Chossy, *Phys. Rev.* **C58** (1998) 2777.
- [5] J.P. Bondorf, A.S. Botvina, A.S. Iljinov, I.N. Mishustin, K. Sneppen, *Phys. Rep.* **257** (1995) 133;  
A.S. Botvina, I.N. Mishustin, M. Begemann-Blaich *et al.*, *Nucl. Phys.* **A584** (1995) 737;  
D.H.E. Gross, *Rep. Prog. Phys.* **53** (1990) 605;  
A.S. Botvina, D.H.E. Gross, *Nucl. Phys.* **A592** (1995) 257.
- [6] W. Botermans, R. Malfliet, *Phys. Rep.* **198** (1990) 115.
- [7] J. Ayik, C. Gregoire, *Nucl. Phys.* **A513** (1990) 187;  
J. Randrup, B. Remaud, *Nucl. Phys.* **A514** (1990) 733.
- [8] M. Colonna, M.Di Toro, A. Guarnera, S. Maccarone, M. Zielinska-Pfabe, H.H. Wolter, *Nucl. Phys.* **A642** (1998) 449.
- [9] R. Fauser, H.H. Wolter, *Nucl. Phys.* **A584** (1995) 604.
- [10] J.D. Walecka, *Ann. Phys. (N.Y.)* **83** (1974) 497;  
B.D. Serot and J.D. Walecka, in *Advances of Nuclear Physics*, Hsg. J.W. Negele and E. Vogt, (Plenum Press, New York, 1986), **Vol.16**, S. 1.
- [11] J. Aichelin, H. Stöcker, *Phys. Lett.* **B176** (1986) 14.



- [12] D.T. Khoa, N. Ohtsuka, M.A. Marin, A. Faessler, S.W. Huang, E. Lehmann, R.K. Puri, *Nucl. Phys.* **A548** (1992) 102.
- [13] K. Weber, B. Blättel, W. Cassing, H.C. Dönges, V. Koch, A. Lang, U. Mosel, *Nucl. Phys.* **A539** (1992) 713;
- [14] P.K. Sahu, A. Hombach, W. Cassing, M. Effenberger, U. Mosel, *Nucl. Phys.* **A640** (1998) 493;  
A. Hombach, W. Cassing, S. Teis, U. Mosel, *Eur. Phys. J.* **A5** (1999) 157.
- [15] J. Cugnon, T. Mizuani, J. Vandermeulen, *Nucl. Phys.* **A352** (1981) 505.
- [16] B.D. Serot, J.D. Walecka, *Int. J. Mod. Phys.* **E6** (1997) 515.
- [17] P. Braun-Munzinger, J. Stachel, *Nucl. Phys.* **A606** (1996) 320. *Nucl. Phys.* **A638** (1998) 3c;  
S.A. Bass, M. Belkacem, M. Bleicher *et al.*, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **41** (1998) 225.
- [18] C. Fuchs, H. Lenske, H.H. Wolter, *Phys. Rev.* **C52** (1995) 3043.
- [19] R. Malfliet, *Nucl. Phys.* **A545** (1992) 3c.
- [20] G.J. Horowitz, B.D. Serot, *Phys. Lett.* **B137** (1984) 287;  
*Nucl. Phys.* **A464** (1987) 613.
- [21] B. ter Haar, R. Malfliet, *Phys. Rep.* **149** (1987) 207;  
*Phys. Rev* **C36** (1987) 1611.
- [22] T. Gross-Boelting, C. Fuchs, A. Faessler, *Nucl. Phys.* **A648** (1999) 105.
- [23] P. Danielewicz, *Ann. Phys.* **152** (1984) 239, 305.
- [24] B. Blättel, V. Koch, U. Mosel, *Rep. Prog. Phys.* **56** (1993) 1.
- [25] P. Danielewicz, nucl-th/9912027 (Nucl. Phys. A in press).
- [26] L. Sehn, *Zustandsgleichung und relativistische Mittelfelder von Kernmaterie in Nichtgleichgewichtszuständen*, (Dissertation, München, 1991).
- [27] L. Sehn, H.H. Wolter, *Nucl. Phys.* **A601** (1996) 473.
- [28] C. Fuchs, T. Gaitanos, H.H. Wolter, *Phys. Lett.* **B381** (1996) 23;  
H.H. Wolter, C. Fuchs, T. Gaitanos, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **42** (1999) 137;  
T. Gaitanos, C. Fuchs, H.H. Wolter, *Nucl. Phys.* **A650** (1999) 97.

- [29] M.E. Fischer, *Physics* **Vol.3 No.5** (1967) 255;  
J.E. Finn *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **49** (1982) 1321;  
H. Jaqaman, A.Z. Mekjian, L. Zamik, *Phys. Rev.* **C27** (1983) 2782;  
P.J. Siemens, *Nature* (London) **305** (1983) 410;  
A.D. Panagiotou *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **52** (1984) 496.
- [30] J. Pochodzalla, W.A. Friedman, C.K. Gelbke *et al.* (ALADIN Kollaboration),  
*Phys. Rev. Lett.* **55** (1985) 177;  
J. Pochodzalla, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **39** (1997) 443.
- [31] Proceedings of the International Workshop XXVII on Gross Properties of  
Nuclei and Nuclear Excitations, Hirschegg, Austria, 1999.
- [32] V. Koch, *Analyse von Schwerionenreaktionen im Rahmen einer relativisti-  
schen Transporttheorie*, (Dissertation), Gießen, 1990.
- [33] A. Hombach, *Kollektive Flußeﬀekte in relativistischen Schwerionenkollisio-  
nen bei SIS Energien*, (Dissertation), Gießen, 1999.
- [34] T. Gaitanos,  
*Transporttheoretische Beschreibung relativistischer Schwerionen-Stöße mit  
Nicht-Gleichgewichtsfeldern*, (Diplomarbeit), München, 1996.
- [35] A. Lang, B. Blättel, W. Cassing, V. Koch, U. Mosel, K. Weber, *Z. Phys.*  
**A340** (1991) 287.
- [36] J. Konopka, H. Stöcker, W. Greiner, *Nucl. Phys.* **A583** (1995) 357.
- [37] F. Daffin, K. Haglin, W. Bauer, *Phys. Rev.* **C54** (1996) 1375.
- [38] W. Reisdorf, H.G. Ritter, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **47** (1997) 663, und  
darin zitierte Referenzen.
- [39] K. Morawetz, nucl-th/0004024.
- [40] C. Fuchs, P. Essler, T. Gaitanos, H.H. Wolter, *Nucl. Phys.* **A626** (1997) 987.
- [41] T. Gaitanos, C. Fuchs, H.H. Wolter, siehe [31] Seite 306;  
T. Gaitanos, H.H. Wolter, C. Fuchs, proc. of the XXXVIII International  
Winter Meeting on Nuclear Physics, Bormio, Italy, 24-29.01.2000 (nucl-  
th/0003043);  
T. Gaitanos, H.H. Wolter, C. Fuchs, *Phys. Lett.* **B478** (2000) 79.
- [42] J.D. Bjorken, S.D. Drell, *Rel. Quantenmechanik*, (BI Taschenbuch Nr.98,  
Mannheim, 1964);  
J.D. Bjorken, S.D. Drell, *Rel. Quantenfeldtheorie*, (BI Taschenbuch Nr.101,  
Mannheim, 1965).

- [43] R. Rapp, J. Wambach, preprint hep-th/9909229 (submitted to *Adv. Nucl. Phys.*)
- [44] P.C. Martin, J. Schwinger, *Phys. Rev.* **115** (1959) 1342.
- [45] R. Machleidt, *The Meso Theories of Nuclear Forces and Nuclear Structure*, Advances in Nuclear Physics **19** (1989) 189.
- [46] S. Typel, O. Riedl, H.H. Wolter, *Nucl. Phys. A* eingereicht;  
S. Typel, private Mitteilungen;  
O. Riedl, *Elastische Proton-Kern Streuung in der Quantenhydrodynamik*, (Diplomarbeit, München, 1999).
- [47] S. Hama, B.C. Clark, E.D. Cooper, H.S. Sherif, R.L. Mercer, *Phys. Rev.* **C41** (1990) 2737;  
E.D. Cooper, S. Hama, B.C. Clark, R.L. Mercer, *Phys. Rev.* **C47** (1993) 297.
- [48] N.M. Hugenholtz, L.v. Hove, *Physica* **24** (1958) 363.
- [49] L. Sehn, A. Faessler, C. Fuchs, *J. Phys.* **G24** (1998) 135.
- [50] N. Ohtsuka, R. Linden, A. Faessler, F.B. Malik, *Nucl. Phys.* **A465** (1987) 550;  
A. Bohnet, N. Ohtsuka, J. Aichelin, R. Linden, A. Faessler, *Nucl. Phys.* **A494** (1989) 349;  
J. Jaenicke, J. Aichelin, N. Ohtsuka, R. Linden, A. Faessler, *Nucl. Phys.* **A536** (1992) 201.
- [51] L. Boltzmann, *Wien. Ber.* **66** (1872) 275.
- [52] L. Nordheim, *Proc. R. Soc. London* **A119** (1928) 689;  
E.A. Uehling, G.E. Uhlenbeck, *Phys. Rev.* **43** (1933) 552.
- [53] A. Lichnerowicz, R. Marrot, *Comp. Rend. Acad. Sci. Paris* **210** (1940) 759.
- [54] T.H. Elze, M. Gyulassy, D. Vasak, H. Heinz, H. Stöcker, W. Greiner, *Mod. Phys. Lett.* **2A** (1987) 451.
- [55] M. Schönhofen, *Kinetische Gleichungen der Quantenhydrodynamik sowie ihre Anwendung auf die Mean Field Dynamik und Äquilibrierung in relativistischen Schwerionenkollisionen*, (Promotion, T.H. Darmstadt, 1990).
- [56] J. Aichelin, *Phys. Rep.* **202** (1991) 233;  
G. Peilert, A. Rosenhauer, J. Aichelin, H. Stöcker, W. Greiner, *Phys. Rev.* **C39** (1989) 1402;  
C. Hartnack, R.K. Puri, J. Aichelin, J. Konopka, S.A. Bass, H. Stöcker, W. Greiner, *Eur. Phys. J.* **A1** (1998) 151.

- [57] S.W. Huang, A. Faessler, G.Q. Li, D.T. Khoa, E. Lehmann, R.K. Puri, M.A. Matin, N. Ohtsuka, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **30** (1993) 105;
- [58] H. Sorge, H. Stöcker, W. Greiner, *Ann. Phys.* **192** (1989) 266.
- [59] H. Feldmeier, *Nucl. Phys.* **A515** (1990) 147;  
H. Feldmeier, K. Bieler, J. Schnack, *Nucl. Phys.* **A586** (1995) 493;  
H. Feldmeier, J. Schnack, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **39** (1997) 393;  
H. Feldmeier, T. Neff, R. Roth, J. Schnack, *Nucl. Phys.* **A632** (1998) 61;  
T. Neff, *Fermionische Molekuldynamik mit Konfigurationsmischungen und realistischen Wechselwirkungen*, Master's Thesis, TU Darmstadt (1998);  
T. Neff, H. Feldmeier, R. Roth, J. Schnack, Proc. of the International Workshop XXVII on Gross Properties of Nuclei and Nuclear Excitations, Hirschegg, Austria, 1999.
- [60] A. Ono, H. Horiuchi, T. Maruyama, A. Ohnishi, *Phys. Rev. Lett.* **68** (1992) 2898; *Prog. Theor. Phys.* **87** (1992) 1185; *Phys. Rev.* **C47** (1993) 2652;  
A. Ono, H. Horiuchi, T. Maruyama, *Phys. Rev.* **C48** (1993) 2946;  
A. Ono, H. Horiuchi, *Phys. Rev.* **C53** (1996) 2958;  
A. Ono, *Phys. Rev.* **C59** (1999) 853;  
A. Ono, H. Horiuchi, Proc. of the International Workshop XXVII on Gross Properties of Nuclei and Nuclear Excitations, Hirschegg, Austria, 1999.
- [61] J. Schwinger, *J. Math. Phys.* **2** (1961) 407;  
L.V. Keldysh, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **47** (1964) 1515 [*Sov. Phys.-JETP* **20** (1965) 1018];  
R.A. Craig, *J. Math. Phys.* **9** (1968) 605.
- [62] L.P. Kadanoff, G. Baym, *Quantum Statistical Mechanics* (Benjamin, New York, 1962).
- [63] E.P. Wigner, *Phys. Rev.* **40** (1932) 749.
- [64] C. Fuchs, L. Sehn, H.H. Wolter, *Nucl. Phys.* **A601** (1996) 505.
- [65] P.A. Henning, *Nucl. Phys.* **A582** (1995) 633; *Phys. Rep.* **253** (1995) 235.
- [66] W. Cassing, S. Juchem, preprint nucl-th/9903070;  
M. Effenberger, U. Mosel, preprint nucl-th/9906085 (*Phys.Rev.* **C60** (1999) 051901).
- [67] J. Knoll, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **42** (1999) 177;  
Yu.B. Ivanov, J. Knoll, D.N. Voskresensky, preprint nucl-th/9905028.
- [68] K. Morawetz, P. Lipavski, V. Spicka, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **42** (1999) 147;  
K. Morawetz, V. Spicka, P. Lipavski, G. Kortemeyer, C. Kuhrts, R. Nebauer, *Phys. Rev. Lett.* **82** (1999) 3767;

- K. Morawetz, P. Lipavski, V. Spicka, N.-H. Kwong, *Phys. Rev.* **C59** (1999) 3052;  
K. Morawetz, V. Spicka, P. Lipavski, C. Kuhrts, Proc. of the International Workshop XXVII on Gross Properties of Nuclei and Nuclear Excitations, Hirschegg, Austria, 1999.
- [69] J. Boguta, A.R. Bodmer, *Nucl. Phys.* **A292** (1977) 413;  
J. Boguta, H. Stöcker, *Phys. Lett.* **B120** (1983) 289.
- [70] C. Fuchs, E. Lehmann, L. Sehn, F. Scholz, J. Zipprich, T. Kubo, Amand Faessler, *Nucl. Phys.* **A603** (1996) 471.
- [71] C.M. Ko, G.Q. Li, *J. Phys.* **G22** (1996) 1673.
- [72] G.F. Bertsch, S. Das Gupta, *Phys. Rep.* **160** (1988) 189.
- [73] C.Y. Wong, *Phys. Rev.* **C25** (1982) 1460.
- [74] C. Gregoire, B. Renaud, F. Seville, L. Vinet, Y. Raffray, *Nucl. Phys.* **A465** (1987) 317.
- [75] C. Fuchs, H.H. Wolter, *Nucl. Phys.* **A589** (1995) 732.
- [76] Gy. Wolf, G. Batko, W. Cassing, U. Mosel, M. Schäfer, *Nucl. Phys.* **A517** (1990) 615.
- [77] W. Cassing, E.L. Bratkovskaya, *Phys. Rep.* **308** (1999) 65.
- [78] C. Fuchs, Z.S. Wang, L. Sehn, A. Faessler, V.S. Uma Maheswari, D.S. Kosov, *Phys. Rev.* **C56** (1997) R606;  
Z.S. Wang, A. Faessler, C. Fuchs, V.S. Uma Maheswari, D.S. Kosov, *Phys. Rev. Lett.* **79** (1997) 4096;  
C. Fuchs, L. Sehn, E. Lehmann, J. Zipprich, A. Faessler, *Phys. Rev.* **C56** (1997) 216;  
V.S. Uma Maheswari, C. Fuchs, A. Faessler, L. Sehn, D.S. Kosov, Z.S. Wang, *Nucl. Phys.* **A628** (1998) 669;  
C. Fuchs, D.S. Kosov, A. Faessler, Z.S. Wang, T. Waindzoeh, *Phys. Lett.* **B434** (1998) 245.
- [79] W. Reisdorf, D. Best, A. Gobbi *et. al.* (FOPI-Kollaboration), *Nucl. Phys.* **A612** (1997) 493.
- [80] Die Daten für die Ladungsverteilungen bei 600 AMeV beruhen auf private Mitteilungen von Ph. Crochet für die FOPI-Kollaboration (1998).
- [81] H.H. Gutbrog *et. al.*, *phys. Rev. Lett.* **37** (1976) 667;  
J.I. Kapusta, *Phys. Rev.* **C21** (1980) 1301;  
H. Sato, K. Yazaki, *Phys. Lett.* **B98** (1981) 153.

- [82] R. Kotte, H.W. Barz, W. Neubert *et al.* (FOPI-Kollaboration), *Eur. Phys. J.* **A6** (1999) 185.
- [83] A.S. Botvina *et al.*, *Nucl. Phys.* **A584** (1995) 737.
- [84] Ch. Hartnack, *Beschreibung von Flusseffekten und Teilchenproduktion in relativistischen Schwerionenstößen*, (Dissertation), Frankfurt, 1993.
- [85] A. Gobbi, J.P. Alard, G. Augustinski *et al.* (FOPI-Kollaboration), *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research* **A324** (1993) 156.
- [86] Unterprogram **f1f1f1**, das von der FOPI-Kollaboration (private Mitteilungen von W. Reisdorf, 1996) zur Verfügung gestellt wurde.
- [87] V. Ramillien, P. Dupieux, J.P. Alard (FOPI-Kollaboration), *Nucl. Phys.* **A587** (1995) 802.
- [88] Ph. Crochet, *Effets collectifs dans les collisions semi-centrales Au(100 – 800 A MeV) + Au*, (Dissertation), Strasbourg, 1996.
- [89] P. Danielewicz, G. Odyniec, *Phys. Lett.* **B157** (1985) 146.
- [90] Ph. Crochet, private Mitteilungen für die FOPI-Kollaboration (1998).
- [91] H. Stöcker, W. Greiner, *Phys. Rep.* **137** (1986) 277.
- [92] H.H. Gutbrod, K.H. Kampert, B.W. Kolb, A.M. Poskanzer, H.G. Ritter, H.R. Schmidt, *Phys. Lett.* **B216** (1989) 267;  
H.H. Gutbrod, A.M. Poskanzer, H.G. Ritter, *Rep. Prog. Phys.* **52** (1989) 1267;  
H.H. Gutbrod, K.H. Kampert, B.W. Kolb, A.M. Poskanzer, H.G. Ritter, R. Schicker, H.R. Schmidt, *Phys. Rev.* **C42** (1990) 640.
- [93] C. Hartnack *et al.*, *Phys. Lett.* **B336** (1994) 131.
- [94] S.A. Bass *et al.*, *Z. Phys.* **A352** (1995) 171.
- [95] M.B. Tsang, P. Danielewicz, W.C. Hsi *et al.*, Preprint MSUCL-983 (November 1995, National Superconducting Cyclotron Laboratory, Michigan State University).
- [96] P. Crochet, F. Rami, R. Dona *et al.* (FOPI-Kollaboration), *Nucl. Phys.* **A627** (1997) 522.
- [97] P. Crochet, F. Rami, J.P. Coffin *et al.* (FOPI-Kollaboration), in XXXIV International Winter Meeting of Nuclear Physics, Bormio, Italy, 1996, ed. I. Iori, Univ. di Milano.;  
N. Bastid, A. Buta, P. Crochet *et al.* (FOPI-Kollaboration), *Nucl. Phys.* **A622** (1997) 573.

- [98] I.-Y. Ollitraut, *Phys. Rev.* **D46** (1992) 229;  
S. Voloshin, Y. Zhang, *Z. Phys.* **C70** (1996) 665;  
P. Danielewicz, Roy A. Lacey, et al., *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 2438.
- [99] P.K. Sahu, W. Cassing, U. Mosel, A. Ohnishi, nucl-th/9907002.
- [100] C. Fuchs, T. Gaitanos, Amand Faessler, H.H. Wolter, eingereicht zur Publikation.
- [101] C. Pinkenburg et al. (E895 Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 1295.
- [102] A. Andronic et al. (FOPI Collaboration), *Nucl. Phys.* **A661** (1999) 333c.
- [103] N. Hermann et al., *Nucl. Phys.* **A610** (1996) 49c.
- [104] G. Rai et al., *Nucl. Phys.* **A661** (1999) 162c.
- [105] L.G. Moretto, R. Ghetti, L. Phair, K. Tso, G.J. Wozniak, *Phys. Rev. Lett.* **76** (1996) 2822;  
J.B. Natowitz, K. Hagel, R. Wada *et al.*, *Comment on Phys. Rev. Lett.* **75** (1995) 1040;  
M.B. Tsang, F. Zhu, W.G. Lynch *et al.*, *Phys. Rev.* **C53** (1996) 1057;  
M.B. Tsang, W.G. Lynch, H. Xi, W.A. Friedman, *Phys. Rev. Lett.* **78** (1997) 3836;  
Y.-G. Ma, A. Siwek, J. Peter *et al.*, *Phys. Lett.* **B390** (1997) 41.
- [106] S.R. de Groot, W.A. van Leeuwen, Ch.G. van Weert, *Relativistic Kinetic Theory*, North-Holland, Amsterdam (1980).
- [107] M.A. Lisa, S. Albergo, F. Bieser *et al.* (EOS Kollaboration), *Phys. Rev. Lett.* **75** (1995) 2662.
- [108] Hongfei Xi, T. Odeh, R. Bassini *et al.* (ALADIN Kollaboration) *Z. Phys.* **A359** (1997) 397.
- [109] M. Begemann-Blaich, V. Lindenstruth, J. Pochodzalla *et al.* (ALADIN Kollaboration), *Phys. Rev.* **C58** (1998) 1639.
- [110] S. Fritz, C. Schwarz, R. Bassini *et al.* (ALADIN Kollaboration) *Phys. Lett.* **B461** (1999) 315.
- [111] R. Nebauer, A. Guertin, R. Puri, Ch. Hartnack, P.B. Gossiaux, J. Aichelin, siehe [31] Seite 43.
- [112] W. Trautmann (ALADIN Kollaboration), Proceedings of the Nuclear Physics Seminar, Lanzhou, 1999  
(Verfügbar unter  
[http://www-kp3.gsi.de/www/kp3/aladin\\_publications.html](http://www-kp3.gsi.de/www/kp3/aladin_publications.html)).

- [113] Y. Abe, S. Ayik, P. G. Reinhard, E. Suraud, *Phys. Rep.* **275** (1996) 49.
- [114] T. Odeh, *Aufbruchtemperaturen hochangeregter Kerne in relativistischen Schwerionenreaktionen*, (Dissertation, Frankfurt, 1999), und darin zitierte Referenzen  
(Verfügbar unter [http://www-kp3.gsi.de/www/kp3/kp3p\\_hd.html](http://www-kp3.gsi.de/www/kp3/kp3p_hd.html)).
- [115] W. Trautmann, T. Odeh, W.F.J. Müller (ALADIN Kollaboration), siehe [31] Seiten 200 und 210.
- [116] C. Schwarz, S. Fritz (ALADIN Kollaboration), siehe [31] Seite 168.
- [117] W. Trautmann, T. Odeh, private Mitteilungen für die ALADIN Kollaboration (1999).
- [118] T. Odeh, R. Bassini, M. Begemann-Blaich *et al.* (ALADIN Kollaboration), *Phys. Rev. Lett.* **84** (2000) 4557.
- [119] W. Bauer, *Phys. Rev.* **C51** (1995) 803.
- [120] A.S. Goldhaber, *Phys. Lett.* **B53** (1974) 306.



## Danksagung

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. Hermann Wolter für die interessante Themenstellung, die vielseitigen Anregungen und Ratschläge während der Erstellung dieser Arbeit. Einen wesentlichen Beitrag für das Gelingen dieser Arbeit hat auch Dr. Habil. Christian Fuchs aus Tübingen mit seinen zahlreichen Kommentaren zu den Ergebnissen dieser Arbeit geleistet.

Desweiteren gilt mein besonderer Dank allen zeitweiligen Mitgliedern der Arbeitsgruppe über theoretische Hadronen- und Kernphysik für eine Vielzahl von Diskussionen: Prof. Dr. Manfred Weigel, Prof. Dr. Werner Stocker, Dr. Stefan Typel, Dipl. Phys. Thomas von Chossy und Dipl. Phys. Andreas Weigel.

Darüberhinaus schulde ich zahlreichen theoretischen und experimentellen Kollegen Dank für eine Vielzahl von Diskussionen. Namentlich anführen möchte ich hier insbesondere: Prof. Dr. Helmut Hoffmann und Prof. Dr. Georgios Lalazisis aus der TU München, Prof. Dr. Gerd Röpke, Dipl. Phys. Christiane Kuhrts und Dipl. Phys. Arne Höll aus der Univ. Rostock, Prof. Dr. Jörn Knoll aus der GSI/Darmstadt, Prof. Dr. Klaus Morawetz und Prof. Dr. Alexander Botvina aus GANIL/Frankreich, Prof. Dr. Pawel Danielewicz aus MSU/Michigan (USA), Prof. Dr. Malgorzata Pfabe aus Smith Coll./Northampton (USA), Prof. Dr. Akira Ono aus Sendai (Japan), Prof. Dr. Wolfgang Trautmann, Prof. Dr. Wahlter H. Müller, Dr. Carsten Schwarz und Dr. Tariq Odeh von der ALADIN-Kollaboration (GSI), Prof. Dr. Willibort Reisdorf, Prof. Dr. Norbert Hermann, Dr. Philippe Crochet, Dr. Anton Andronic und Dr. Nicole Bastid von der FOPI-Kollaboration (GSI), Prof. Dr. Hans-Werner Barz und Dr. Roland Kotte aus dem Forschungszentrum Rosendorf und Dr. Christopher Pinkenburg von der EOS/E895-Kollaboration.

## Lebenslauf

28.08.1970	geboren als Sohn von Klitos Gaitanos und Maria Gaitanu (geb.: Papanikolau) in Thessaloniki (Griechenland)
1976-1982	Grundschule in Zangliveri
1982-1985	Allgemeines Gymnasium in Thessaloniki
1985-1988	Lyzeum in Panorama (Thessaloniki) - Abschluß: Abitur (Apolysterion)
Okt.1988-Juni 1989	Besuch des Sprachinstituts "Deutschkurse für Ausländer" an der Ludwig-Maximilians-Universität München. Erfolgreicher Abschluß der "Mittelstufe der Deutschkurse für Ausländer"
WS 89/90-SS 90	Studium der Geologie an der Ludwig-Maximilians-Universität München
ab WS 90/91	Studium der Physik an der Ludwig-Maximilians-Universität München
3. Nov. 1992	Physik-Vordiplom
21. Mai 1996	Physik-Diplom (Gesamtnote: "sehr gut") Thema der Diplomarbeit: Transporttheoretische Beschreibung relativistischer Schwerionenstöße mit Nichtgleichgewichtsfeldern
ab 26. Juni 1996	Beginn des Promotionsstudiums
seit Dez. 1996	wissenschaftlicher Angestellter an der Ludwig-Maximilians-Universität München