

Quantum trigonometric Calogero–Sutherland model and irreducible characters for the exceptional algebra E_8

J. Fernández Núñez, W. García Fuertes, A. M. Perelomov^y

Abstract

We express the Hamiltonian of the quantum trigonometric Calogero–Sutherland model for the Lie algebra E_8 and coupling constant $\kappa = 1$ by using the fundamental irreducible characters of the algebra as dynamical independent variables. Then, we compute the second order characters of the algebra and some higher order characters.

1 Introduction. Basic notations

Integrable systems are important because they can be considered as 0-th order perturbative approximations to non-integrable systems. By integrability we mean here integrability in the sense of Liouville, that is, the existence of a complete set of mutually commuting integrals of motion. During the three last decades of the past century, a plethora of highly nontrivial (classical and quantum) mechanical integrable systems were discovered, see [1, 2] for comprehensive reviews. Among these, the Calogero–Sutherland models form a distinguished class. The first analysis of a system of this kind was performed by Calogero [3] who studied, from the quantum standpoint, the dynamics on the infinite line of a set of particles interacting pairwise by rational plus quadratic potentials, and found that the problem was exactly solvable. Soon afterwards, Sutherland [4] arrived to similar results for the quantum problem on the circle, this time with trigonometric interaction; and later Moser [5] proved, in terms of Lax pairs, that the classical counterparts of these models also enjoyed integrability.

The identification of the general scope of these discoveries came with the work of Olshanetsky and Perelomov [6], who realized that it is possible to associate models of this kind to all the root systems of the simple Lie algebras, and that all these models are integrable, both in the classical and the quantum framework, for interactions of the type rational (or inverse-square), q^{-2} ; rational+quadratic, $q^{-2} + \kappa^2 q^2$; trigonometric, $\sin^{-2} q$; hyperbolic, $\sinh^{-2} q$; and the most general, given by the Weierstrass elliptic function $P(q)$.

Nowadays, there is a widespread interest in this kind of integrable systems, and many mathematical and physical applications for them have been found, see for instance [7]. In Physics, we mention, among others, the remarkable connection established [8] between the different Calogero–Sutherland models and the properties of the equations describing the physics of disordered wires (the DM PK equation); the results are in good agreement with the experimental observations.

^zDepartamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad de Oviedo, E-33007 Oviedo, Spain.

^yInstitute for Theoretical and Experimental Physics, 117259, Moscow, Russia.

As the Hamiltonian H of these systems is invariant under the Weyl group of the underlying Lie algebra, the main point of our approach is to express H in a suitable set of independent variables making clear that invariance, indeed the fundamental characters z of E_8 . The use of such kind of variables has been quite useful to solve the Schrodinger equation for the models associated to some other algebras, as those of type A [9], D_4 , E_6 and E_7 [10].

Although in our previous papers an important part of them was devoted to the computation of the full set of quadratic Calogero-Sutherland series following a strategy explained and applied in these papers, in this occasion we will make use extensively of the computer algebra system "LIE \specialised in computations involving Lie groups and their representations" [11], by means of which it is easy to do these and other computations needed to reach the main goal: to find the Hamiltonian H for $\nu = 1$ in terms of the z -variables in E_8 .

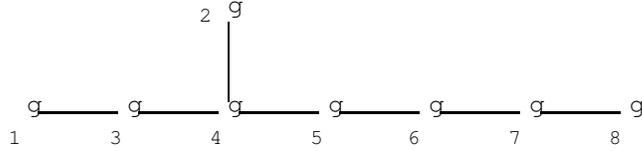


Figure 1. The Dynkin diagram for the Lie algebra E_8 .

In order to fix the notation, we mention here only a few very basic facts about the exceptional Lie algebra E_8 . More details can be found in the monographies, see for instance [12, 13]. The Dynkin diagram of E_8 , see Figure 1, encodes the euclidean relations $A_{ij} = (i; j)$ among the simple roots, which are

$$\begin{aligned}
 (i; i) &= 2; & i = 1; \dots; 8 \\
 (i; i+2) &= 1; & i = 1; 2 \\
 (i; i+1) &= 1; & i = 3; \dots; 7 \\
 (i; j) &= 0; & \text{in all other cases:}
 \end{aligned} \tag{1}$$

The matrix $A = (A_{ij})$ is the Cartan matrix of the algebra and its inverse A^{-1} gives the eight fundamental weights by $\lambda_i = \sum_{j=1}^8 A_{ji}^{-1} \alpha_j$, $i = 1; \dots; 8$. The characters of the basic fundamental representations R_i will be denoted by z_i . They are the independent variables in terms of which we want to express the Hamiltonian because of its invariance under the Weyl group W of the algebra E_8 .

The organization of the paper is as follows. Section 2 is a brief reminder of the main properties of the Calogero-Sutherland models associated to root systems and it is explained how to find the Hamiltonian in the variables mentioned above. Section 3 gives the coefficients of the Hamiltonian in these variables and finally in the appendices we include some explicit results for the characters of E_8 .

2 Review of the theory

In this section, we review briefly the general theory of the quantum trigonometric Calogero-Sutherland model related to a root system R associated to a simple Lie algebra L of rank

r , and later will study explicitly the E_8 case. For Calogero-Sutherland systems other than trigonometric see [6]; see also [14]. For the other Lie algebras of the E -series, see [10].

The trigonometric Calogero-Sutherland model related to the root system R of rank r is the quantum system in an Euclidean space R^r defined by the standard Hamiltonian operator

$$H = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^r p_j^2 + \sum_{\alpha \in 2R^+} (c_\alpha - 1) \sin^2(\alpha; q); \quad (2)$$

where $q = (q_j)$ is the Cartesian coordinate system provided by the canonical basis of R^r and $p_j = -i\partial_{q_j}$; R^+ is the set of the positive roots of L , and the coupling constants are such that $c_\alpha = c_{\beta}$ if $\alpha = \beta$. We will restrict ourselves to the case of simply-laced root systems (as the E -series is), for which the Calogero-Sutherland model depends only on one coupling constant c .

To find the stationary states, it is necessary to solve the Schrödinger eigenvalue problem $H\psi = E\psi$. The following important facts about this family of quantum mechanical systems were established in [6].

(a) The ground state energy and (non-normalized) wave function of these integrable systems are

$$E_0(q) = 2 \sum_{\alpha \in 2R^+} c_\alpha^2 \sin^2(\alpha; q); \quad (3)$$

while the excited states are indexed by the highest weights $\lambda = \sum_{i=1}^r m_i \alpha_i \in 2P^+$ (where P^+ is the cone of dominant weights) of the irreducible representations of L , that is, by the r -tuple of non-negative integers $m = (m_1; \dots; m_r)$ (the quantum numbers), and the wave functions ψ_m and the energy levels $E_m(q)$ satisfy

$$H \psi_m = E_m(q) \psi_m; \quad (4)$$

with ρ being the Weyl vector $\rho = (1/2) \sum_{\alpha \in R^+} \alpha$ of the algebra.

(b) It is natural to look for the solutions ψ_m in the form

$$\psi_m(q) = \psi_0(q) \psi_m(q); \quad (5)$$

and consequently we are led to the eigenvalue problem

$$\mathcal{L}_m \psi_m = \mu_m(q) \psi_m; \quad (6)$$

where \mathcal{L}_m is the linear differential operator

$$\mathcal{L}_m = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^r \partial_{q_j}^2 + \sum_{\alpha \in 2R^+} c_\alpha \cot(\alpha; q) \partial_{q_j}; \quad (7)$$

and the eigenvalues $\mu_m(q)$ are the energies over the ground level, i.e.,

$$\mu_m(q) = E_m(q) - E_0(q) = 2 \sum_{\alpha \in 2R^+} c_\alpha^2 \sin^2(\alpha; q); \quad (8)$$

Taking into account that $(j; k) = A_{jk}^{-1}$, it is possible to give a more explicit expression for the eigenvalues $\mu_m(\lambda)$:

$$\mu_m(\lambda) = 2 \prod_{j \neq k=1}^r A_{jk}^{-1} m_j m_k + 4 \prod_{j \neq k=1}^r A_{jk}^{-1} m_j \quad (9)$$

We will write $\mu_j(\lambda)$ for the fundamental weight λ_j , i.e., $\mu_j(\lambda) = 2(A_{jj}^{-1} + 2 \prod_{k \neq j} A_{jk}^{-1})$ for the quantum numbers $(0; \dots; 1; \dots; 0)$.

(c) In the case $\lambda = 0$ the wave functions (6) are (proportional to) the monomial symmetric functions

$$M_m(q) = \sum_{w \in 2W} e^{2i(w \cdot \lambda)}; \quad 2P^+; \quad (10)$$

W being the Weyl group of L . And the wave functions in the case $\lambda = 1$ are (proportional to) the characters of the irreducible representations

$$\chi_m(q) = \frac{\sum_{w \in 2W} (\det w) e^{2i(w \cdot (\lambda + \rho))}}{\sum_{w \in 2W} (\det w) e^{2i(w \cdot \rho)}}; \quad 2P^+; \quad (11)$$

Both M_m and χ_m are sums over the orbit fw_q of λ under W , and consequently, W -invariant; as wave functions, they represent superpositions of plane waves.

Due to the Weyl symmetry of the Hamiltonian, the wave functions $\mu_m(q)$ are W -invariant, and the best way to solve the eigenvalue problem (6) is to use the set of independent W -invariant variables $z_k = z_k(q)$, in terms of which the wave functions μ_m are polynomials. Unfortunately, the expression of these characters z_k in terms of the q -variables is complicated and makes the direct change of variables $z = z(q)$ very cumbersome. We are thus forced to follow a much more convenient, indirect route, which has proven to be very useful for other root systems, [10].

First of all, we need the expression of the operator μ in terms of z -variables. To this goal, the starting point is to write μ in its general form

$$\mu = \prod_{j \neq k} a_{jk}(z) @_{z_j} @_{z_k} + \prod_j b_j(z) + (\dots) b_j^1(z) @_{z_j}; \quad (12)$$

with $a_{jk} = a_{kj}$. Now, if we take into account the fact that, as pointed above, $b_j(z) = \chi_j^1(z) = \mu_j^1(z)$, the full expression for the coefficients $b_j(z)$ appearing in χ_j^1 is completely determined by the Cartan matrix of the algebra; explicitly

$$b_j(z) = 2(A_{jj}^{-1} + 2 \prod_{k \neq j} A_{kj}^{-1}) z_j; \quad j = 1; \dots; r; \quad (13)$$

On the other hand, in order to find the coefficients a_{jk} we note that $\chi_j^1(z_j z_k) = 2a_{jk}(z) + b_j(z) z_k + b_k(z) z_j$; as the product character $\chi_j^1 \chi_k^1$ is the character of the tensor product $R_j \otimes R_k$ of representations, knowing the full set of quadratic Clebsch-Gordan series we will be able to determine the a -coefficients. The Clebsch-Gordan series yield the formulas

$$z_j z_k = \sum_{2Q_{jk}} N_{;jk}(z) \quad (14)$$

for the products of fundamental characters $z_j z_k$, with $Q_{jk} \in P^+$ being the set of dominant weights in the irreducible representation of highest weight $\lambda_j + \lambda_k$, and N_{jk} is the multiplicity of the irreducible representation R in that series; in particular, $N_{\lambda_j + \lambda_k, \lambda_j \lambda_k} = 1$. Consequently we obtain the coefficients a by applying \mathcal{L}^{-1} to the two members of (14). The required Clebsch-Gordan series will be obtained using the system LIE [11].

3 The Calogero-Sutherland Hamiltonian in E_8 for $\beta = 1$

The coefficients $b_j(z)$ in the expression of \mathcal{L}^{-1} are easily obtained from (13) (for the inverse Cartan matrix A^{-1} see, for instance, [12, 13] or [11]):

$$b_1(z) = 192 z_1; b_2(z) = 288 z_2; b_3(z) = 392 z_3; b_4(z) = 600 z_4;$$

$$b_5(z) = 480 z_5; b_6(z) = 360 z_6; b_7(z) = 240 z_7; b_8(z) = 120 z_8;$$

We can now follow the lines indicated above to obtain the a -coefficients. Recall that we need only to look for the operator \mathcal{L}^{-1} , where only the coefficients b_j appear. The best way to obtain the a 's is to start from the outer regions of the Dynkin diagram in such a way that the computation of each a only requires the knowledge of the ones already obtained as explained in [10]. The ordered list of the 28 independent coefficients $a_{jk}(z)$ in \mathcal{L}^{-1} (12) is

$$a_{88}(z) = 4(31 + 7z_1 + z_7 + 16z_8 - z_8^2)$$

$$a_{18}(z) = 8(16z_1 - 4z_2 - 10z_7 - 25z_8 + z_1 z_8)$$

$$a_{11}(z) = 4(31 + 3z_1 + 2z_1^2 - 4z_2 - z_3 - 5z_6 + 9z_7 - 6z_8 - 10z_1 z_8 - 19z_8^2)$$

$$a_{78}(z) = 4(31 + z_1 + 8z_2 + 3z_6 - 11z_7 + 19z_8 + 13z_1 z_8 - 3z_7 z_8 + 31z_8^2)$$

$$a_{28}(z) = 4(32z_1 + 8z_2 + 7z_3 + 15z_6 + 20z_7 - 25z_8 + 25z_1 z_8 - 3z_2 z_8)$$

$$a_{17}(z) = 4(31 + 31z_1 + 24z_2 - 7z_3 + 4z_6 - 9z_7 + 4z_1 z_7 + 6z_8 - 38z_1 z_8 - 7z_2 z_8 - 19z_7 z_8 - 31z_8^2)$$

$$a_{68}(z) = 4(31 - z_1 + 20z_2 + 7z_3 + 4z_5 - 4z_6 + 51z_7 + 12z_1 z_7 + 6z_8 - 6z_1 z_8 + 7z_2 z_8 - 4z_6 z_8 + 19z_7 z_8 - 31z_8^2)$$

$$a_{77}(z) = 4(31 + 6z_1 + 7z_1^2 + 6z_2 - 14z_3 + 2z_5 - 3z_6 - 22z_7 - 3z_7^2 - 34z_8 - 12z_1 z_8 + 8z_2 z_8 + z_6 z_8 - 10z_7 z_8 + 4z_8^2 + 6z_1 z_8^2 + 15z_8^3)$$

$$a_{12}(z) = 4(31 - 6z_1 + 25z_1^2 - 24z_2 - 5z_1 z_2 - 18z_3 + 5z_5 - 29z_6 - 31z_7 + 13z_1 z_7 + 19z_8 + 13z_1 z_8 + 7z_2 z_8 + 19z_7 z_8 + 6z_8^2)$$

$$a_{38}(z) = 4(7z_1 + 25z_1^2 + 28z_2 + 7z_1 z_2 - 18z_3 + 5z_5 + 10z_6 - 20z_7 + 13z_1 z_7 + 7z_2 z_8 - 4z_3 z_8 - 20z_7 z_8 - 25z_8^2)$$

$$a_{27}(z) = 4(31z_1 + z_1^2 \quad 10z_2 + 7z_1z_2 + 13z_3 \quad 9z_5 \quad 15z_6 + 20z_7 + z_1z_7 \quad 6z_2z_7 + 25z_8 + 7z_1z_8 \quad 10z_2z_8 + 6z_3z_8 + 14z_6z_8 + 20z_7z_8 \quad 25z_8^2 + 24z_1z_8^2)$$

$$a_{16}(z) = 4(33z_1 + z_1^2 \quad 18z_2 + 7z_1z_2 \quad 15z_3 \quad 9z_5 \quad 15z_6 \quad 6z_1z_6 + 18z_7 + 19z_1z_7 + 6z_2z_7 + 18z_7^2 \quad 7z_8 \quad 21z_1z_8 \quad 10z_2z_8 + 6z_3z_8 \quad 4z_6z_8 + 56z_7z_8 \quad 7z_8^2 + 6z_1z_8^2 \quad 18z_8^3)$$

$$a_{22}(z) = 4(31 \quad 4z_1 + 13z_1^2 + 3z_2 + 8z_1z_2 \quad 4z_2^2 \quad 2z_3 + z_4 \quad 9z_5 + 19z_6 + 4z_1z_6 + 16z_1z_7 + 3z_2z_7 + 9z_7^2 \quad 30z_8 \quad 15z_1z_8 + 9z_1^2z_8 \quad 16z_2z_8 \quad 6z_3z_8 \quad 11z_6z_8 \quad 30z_7z_8 + 10z_8^2 \quad 6z_1z_8^2 + 10z_8^3)$$

$$a_{13}(z) = 4(31 + 36z_1 \quad 27z_1^2 \quad 18z_2 + 16z_1z_2 + 22z_3 \quad 7z_1z_3 + 3z_4 \quad 18z_5 \quad 9z_6 + 9z_1z_6 + 22z_7 \quad 36z_1z_7 + 6z_2z_7 \quad 9z_7^2 \quad 12z_8 + 13z_1z_8 + 19z_1^2z_8 + 9z_2z_8 \quad 13z_3z_8 + 4z_6z_8 \quad 20z_7z_8 \quad 18z_8^2 + 14z_1z_8^2 \quad 10z_8^3)$$

$$a_{58}(z) = 4(31 \quad 12z_1 \quad 13z_1^2 + 6z_2 + 7z_1z_2 + 20z_3 + 5z_4 \quad 9z_5 + 65z_6 + 11z_1z_6 \quad 42z_7 \quad 12z_1z_7 + 6z_2z_7 \quad 11z_7^2 \quad 22z_8 + 24z_2z_8 + 6z_3z_8 \quad 5z_5z_8 + 25z_6z_8 \quad 42z_7z_8 + 50z_8^2 \quad 6z_1z_8^2 + 11z_8^3)$$

$$a_{67}(z) = 4(8z_1 \quad 8z_1^2 \quad 8z_2 + z_1z_2 + 2z_3 + 5z_4 \quad 9z_5 + 30z_6 \quad 49z_7 + 7z_1z_7 + 8z_2z_7 \quad 8z_6z_7 \quad 9z_7^2 + 22z_8 + 33z_1z_8 + 13z_1^2z_8 + 24z_2z_8 \quad 19z_3z_8 + 3z_5z_8 \quad 9z_6z_8 \quad 40z_7z_8 + 11z_1z_7z_8 + 7z_8^2 \quad 31z_1z_8^2 + 7z_2z_8^2 + 19z_7z_8^2 \quad 2z_8^3)$$

$$a_{37}(z) = 4(31 \quad 5z_1 \quad 6z_1^2 + 2z_2 \quad 24z_1z_2 + 8z_2^2 \quad 19z_3 + 7z_1z_3 \quad 16z_4 + 26z_5 \quad 30z_6 \quad 7z_1z_6 \quad 11z_7 + 14z_1z_7 \quad 14z_2z_7 \quad 8z_3z_7 + 20z_7^2 + 31z_8 \quad 21z_1z_8 + 18z_1^2z_8 + 7z_2z_8 + 6z_1z_2z_8 + 2z_3z_8 + 5z_5z_8 \quad 11z_6z_8 + 66z_7z_8 + 13z_1z_7z_8 + 36z_8^2 + z_1z_8^2 + 7z_2z_8^2 \quad 19z_7z_8^2 \quad 46z_8^3)$$

$$a_{26}(z) = 4(31 \quad z_1 \quad 31z_2 \quad 8z_2^2 \quad 20z_3 \quad 7z_1z_3 + 16z_4 \quad 31z_5 + 25z_6 + 18z_1z_6 + 9z_2z_6 \quad 11z_7 \quad 34z_1z_7 \quad 19z_2z_7 \quad 5z_3z_7 \quad 13z_6z_7 \quad 22z_7^2 \quad 57z_8 + 7z_1z_8 + 6z_1^2z_8 + 22z_2z_8 \quad 6z_1z_2z_8 \quad 6z_3z_8 + 8z_5z_8 + 24z_6z_8 \quad 52z_7z_8 \quad 24z_1z_7z_8 \quad 12z_8^2 + 13z_1z_8^2 + 17z_2z_8^2 + 22z_8^3)$$

$$a_{15}(z) = 4(19z_1 + 13z_1^2 + z_2 + 6z_1z_2 + 8z_2^2 \quad 15z_3 + 7z_1z_3 \quad 16z_4 \quad 21z_5 \quad 8z_1z_5 \quad 43z_6 + 11z_1z_6 + 5z_2z_6 + 20z_7 \quad 19z_1z_7 \quad 19z_2z_7 + 5z_3z_7 + 13z_6z_7 + 20z_7^2 + 32z_8 + z_1z_8 \quad 19z_1^2z_8 \quad 5z_2z_8 + 6z_1z_2z_8 + 13z_3z_8 \quad 8z_5z_8 + 44z_6z_8 + 32z_7z_8 \quad 5z_1z_7z_8 \quad 25z_8^2 + 12z_1z_8^2 + 12z_2z_8^2 \quad 19z_7z_8^2 + 9z_8^3)$$

$$a_{23}(z) = 4(36z_1 \quad 12z_1^2 + 24z_1^3 \quad 13z_2 \quad 3z_1z_2 \quad 5z_3 \quad 34z_1z_3 \quad 10z_2z_3 + 19z_4 \quad 6z_5 + 4z_1z_5 + 51z_6 \quad 17z_1z_6 + 5z_2z_6 \quad 29z_7 \quad 37z_1z_7 + 12z_1^2z_7 + 11z_2z_7 \quad 7z_3z_7 + z_6z_7 \quad 29z_7^2 \quad 20z_8 + 43z_1z_8 \quad 11z_1^2z_8 + 5z_2z_8 + 14z_1z_2z_8 \quad z_3z_8 \quad 16z_5z_8 + 12z_6z_8 \quad 60z_7z_8 \quad 4z_1z_7z_8 \quad 7z_8^2 \quad 13z_1z_8^2 \quad 9z_2z_8^2 + 26z_8^3)$$

$$a_{48}(z) = 4(31 + 7z_1 + 12z_1^2 + 6z_1^3 + 25z_2 \quad 6z_1z_2 \quad 8z_2^2 \quad 24z_3 \quad 19z_1z_3 \quad 6z_2z_3 + 22z_4 \quad 37z_5 \quad 4z_1z_5 + 7z_6 + 14z_1z_6 \quad 5z_2z_6 \quad 13z_7 + 6z_1^2z_7 \quad 15z_2z_7 \quad 11z_3z_7 + 9z_6z_7 \quad 2z_7^2 + 15z_8 \quad 17z_1z_8 + 26z_1^2z_8 + 18z_2z_8 \quad 6z_1z_2z_8 \quad 44z_3z_8 + 6z_4z_8 \quad 20z_5z_8 + 16z_6z_8 \quad 32z_7z_8 + 10z_1z_7z_8 + 40z_8^2 \quad 21z_1z_8^2 \quad 5z_2z_8^2 \quad 20z_7z_8^2 \quad 12z_8^3)$$

$$a_{57}(z) = 4(31z_1 + 11z_1z_2 + 6z_1^2 + 6z_1^3 + 13z_1z_2 + 8z_2^2 + 18z_3 + 12z_1z_3 + 6z_2z_3 + 5z_4 + 31z_5 + 6z_1z_5 + 21z_6 + 10z_1z_6 + 8z_2z_6 + 2z_7 + 31z_1z_7 + 6z_1^2z_7 + 20z_2z_7 + 18z_3z_7 + 10z_5z_7 + 6z_6z_7 + 29z_7^2 + 41z_8 + 18z_1z_8 + z_1^2z_8 + 8z_1z_2z_8 + z_3z_8 + 4z_4z_8 + 17z_5z_8 + 23z_6z_8 + 10z_1z_6z_8 + 51z_7z_8 + 25z_1z_7z_8 + 6z_2z_7z_8 + 10z_7^2z_8 + 32z_8^2 + 7z_1z_8^2 + 17z_2z_8^2 + 6z_3z_8^2 + 24z_6z_8^2 + 21z_7z_8^2 + 36z_8^3 + 6z_1z_8^3 + 10z_8^4)$$

$$a_{66}(z) = 4(31z_1 + 8z_1z_2 + 3z_1^2 + 4z_1^3 + z_2 + 3z_1z_2 + 7z_3 + 15z_1z_3 + 3z_2z_3 + 18z_4 + 17z_5 + 3z_1z_5 + 41z_6 + 3z_1z_6 + 6z_6^2 + 19z_7 + 6z_1z_7 + 3z_1^2z_7 + 17z_2z_7 + 10z_3z_7 + z_5z_7 + z_6z_7 + 18z_7^2 + 5z_1z_7^2 + 45z_8 + 5z_1^2z_8 + 9z_2z_8 + z_1z_2z_8 + 5z_3z_8 + 2z_4z_8 + 9z_5z_8 + 35z_6z_8 + 62z_7z_8 + 3z_1z_7z_8 + 7z_2z_7z_8 + 5z_7^2z_8 + 12z_8^2 + 14z_1z_8^2 + 6z_1^2z_8^2 + 2z_2z_8^2 + 12z_3z_8^2 + 2z_6z_8^2 + 59z_7z_8^2 + 21z_8^3 + 12z_1z_8^3 + 14z_8^4)$$

$$a_{36}(z) = 4(31z_1 + 27z_1z_2 + 51z_1^2 + 7z_1^3 + 42z_2 + 43z_1z_2 + 7z_1^2z_2 + 16z_2^2 + 42z_3 + 8z_1z_3 + z_2z_3 + 32z_4 + 43z_5 + 17z_1z_5 + 79z_6 + 25z_1z_6 + 9z_2z_6 + 12z_3z_6 + 2z_7 + 40z_1z_7 + 18z_1^2z_7 + 18z_2z_7 + 5z_1z_2z_7 + 29z_3z_7 + 5z_5z_7 + 11z_7^2 + 13z_1z_7^2 + 57z_8 + 64z_1z_8 + 7z_1^2z_8 + 22z_2z_8 + 24z_1z_2z_8 + 7z_2^2z_8 + 4z_3z_8 + 6z_1z_3z_8 + 14z_4z_8 + 48z_5z_8 + 42z_6z_8 + 6z_1z_6z_8 + 55z_7z_8 + 19z_1z_7z_8 + 6z_2z_7z_8 + z_7^2z_8 + 14z_8^2 + 20z_1z_8^2 + 6z_1^2z_8^2 + 18z_2z_8^2 + 18z_3z_8^2 + 20z_6z_8^2 + 58z_7z_8^2 + 20z_8^4)$$

$$a_{25}(z) = 4(31 + 10z_1 + 18z_1^2 + 7z_1^3 + 2z_2 + 5z_1z_2 + 7z_1^2z_2 + 12z_2^2 + 31z_3 + z_1z_3 + z_2z_3 + 30z_4 + 23z_5 + 17z_1z_5 + 12z_2z_5 + 54z_6 + 73z_1z_6 + 9z_2z_6 + 4z_3z_6 + 12z_6^2 + 42z_7 + 29z_1z_7 + 18z_1^2z_7 + 2z_2z_7 + 5z_1z_2z_7 + 31z_3z_7 + 7z_5z_7 + 24z_6z_7 + 11z_7^2 + z_1z_7^2 + 54z_8 + 20z_1z_8 + 20z_1^2z_8 + 7z_2z_8 + 4z_1z_2z_8 + 7z_2^2z_8 + 13z_3z_8 + 6z_1z_3z_8 + 14z_4z_8 + 7z_5z_8 + 69z_6z_8 + 6z_1z_6z_8 + 33z_7z_8 + 27z_1z_7z_8 + 6z_2z_7z_8 + z_7^2z_8 + 77z_8^2 + 18z_1z_8^2 + 6z_1^2z_8^2 + 4z_2z_8^2 + 6z_3z_8^2 + 8z_6z_8^2 + 72z_7z_8^2 + z_8^3 + 12z_1z_8^3 + 20z_8^4)$$

$$a_{14}(z) = 4(7z_1 + 46z_1^2 + 21z_1^3 + 9z_2 + 13z_1z_2 + 7z_1^2z_2 + 12z_2^2 + 55z_3 + 36z_1z_3 + z_2z_3 + z_4 + 10z_1z_4 + 26z_5 + 11z_1z_5 + 4z_2z_5 + 7z_6 + 6z_1z_6 + 20z_2z_6 + 4z_3z_6 + 4z_6^2 + 22z_7 + 8z_1z_7 + 18z_1^2z_7 + 33z_2z_7 + 5z_1z_2z_7 + 9z_5z_7 + 19z_6z_7 + 22z_7^2 + 9z_1z_7^2 + 28z_8 + 32z_1z_8 + 20z_1^2z_8 + 44z_2z_8 + 16z_1z_2z_8 + 7z_2^2z_8 + 41z_3z_8 + 6z_1z_3z_8 + 14z_4z_8 + 4z_5z_8 + 2z_6z_8 + 12z_1z_6z_8 + 54z_7z_8 + 19z_1z_7z_8 + 14z_2z_7z_8 + 9z_7^2z_8 + 5z_8^2 + 39z_1z_8^2 + 18z_1^2z_8^2 + z_2z_8^2 + 24z_3z_8^2 + 8z_6z_8^2 + 16z_7z_8^2 + 26z_8^3 + 2z_1z_8^3 + 10z_8^4)$$

$$a_{33}(z) = 4(31z_1 + z_1 + 17z_1^2 + 17z_1^3 + 28z_2 + 6z_1z_2 + 12z_1^2z_2 + 2z_2^2 + 42z_3 + 14z_1z_3 + 8z_2z_3 + 7z_3^2 + 23z_4 + z_1z_4 + 40z_5 + 14z_1z_5 + 2z_2z_5 + 41z_6 + 7z_1z_6 + 4z_1^2z_6 + 5z_2z_6 + 2z_3z_6 + 3z_6^2 + 11z_7 + 5z_1z_7 + 30z_1^2z_7 + 22z_2z_7 + 6z_1z_2z_7 + 21z_3z_7 + 8z_5z_7 + 7z_6z_7 + 20z_7^2 + 7z_1z_7^2 + 61z_8 + 26z_1z_8 + 14z_1^2z_8 + 9z_1^3z_8 + 11z_2z_8 + 3z_1z_2z_8 + 12z_1z_3z_8 + 7z_4z_8 + 13z_5z_8 + 39z_6z_8 + 3z_1z_6z_8 + 28z_7z_8 + 18z_1z_7z_8 + 6z_2z_7z_8 + z_7^2z_8 + 4z_8^2 + 9z_1z_8^2 + 5z_1^2z_8^2 + 3z_2z_8^2 + 8z_3z_8^2 + 9z_6z_8^2 + 50z_7z_8^2 + 6z_8^3 + 16z_1z_8^3 + 20z_8^4)$$

$$a_{47}(z) = 4(15z_1 + 36z_1^2 + 21z_1^3 + 25z_2 + 11z_1z_2 + 7z_1^2z_2 + 16z_2^2 + 7z_1z_2^2 + 62z_3 + 49z_1z_3 + 7z_3^2 + 31z_4 + 14z_1z_4 + 3z_5 + 22z_1z_5 + z_2z_5 + 17z_6 + z_1z_6 + 3z_1^2z_6 + 3z_2z_6 + 8z_3z_6 + 4z_6^2 + 11z_7 + 9z_1z_7 + 8z_1^2z_7 + 29z_2z_7 + 6z_1z_2z_7 + 12z_4z_7 + 7z_5z_7 + 13z_6z_7 + 51z_7^2 + 11z_1z_7^2 + 25z_8 + 2z_1z_8 + 2z_1^2z_8 + 19z_1^3z_8 + 43z_2z_8 + z_1z_2z_8 + z_2^2z_8 + 33z_3z_8 + 45z_1z_3z_8 + 5z_2z_3z_8 + 25z_4z_8 + 28z_5z_8 + 4z_1z_5z_8 + 35z_6z_8 + 22z_1z_6z_8 + 5z_2z_6z_8 + 108z_7z_8 + 51z_1z_7z_8 + 5z_1^2z_7z_8 + 16z_2z_7z_8 + 10z_3z_7z_8 + 9z_6z_7z_8 + 5z_7^2z_8 + 5z_8^2 + 39z_1z_8^2 + 8z_1^2z_8^2 + 32z_2z_8^2 + 6z_1z_2z_8^2 + 33z_3z_8^2 + 19z_5z_8^2 + 18z_6z_8^2 + 71z_7z_8^2 + 11z_1z_7z_8^2 + 2z_8^3 +$$

$$9 z_1 z_8^3 + 5 z_2 z_8^3 + 19 z_7 z_8^3 - 8 z_8^4)$$

$$\begin{aligned} a_{56}(z) = & 4(14 z_1 + 7 z_1^2 - 7 z_1^3 + 6 z_2 - 15 z_1 z_2 + 6 z_1^2 z_2 - 7 z_1 z_2^2 - 8 z_3 + z_1 z_3 - 5 z_2 z_3 \\ & 7 z_3^2 + 8 z_4 + 14 z_1 z_4 + 21 z_5 - 6 z_1 z_5 + 7 z_2 z_5 - 33 z_6 + 50 z_1 z_6 + 14 z_1^2 z_6 - 25 z_2 z_6 - 21 z_3 z_6 + \\ & 15 z_5 z_6 - 3 z_6^2 + 29 z_7 - 7 z_1 z_7 + 7 z_1^2 z_7 - z_1 z_2 z_7 - 8 z_3 z_7 - 3 z_4 z_7 + 11 z_5 z_7 - 64 z_6 z_7 \\ & 9 z_1 z_6 z_7 + 38 z_7^2 - z_1 z_7^2 - 6 z_2 z_7^2 + 9 z_7^3 - 29 z_8 - 59 z_1 z_8 + 14 z_1^2 z_8 + 6 z_1^3 z_8 + 2 z_2 z_8 + \\ & 19 z_1 z_2 z_8 + 8 z_2^2 z_8 + 5 z_3 z_8 + z_1 z_3 z_8 - 5 z_2 z_3 z_8 - 31 z_4 z_8 - 26 z_5 z_8 + 5 z_1 z_5 z_8 - 74 z_6 z_8 \\ & 16 z_1 z_6 z_8 - 7 z_2 z_6 z_8 + 70 z_7 z_8 - 72 z_1 z_7 z_8 - 6 z_1^2 z_7 z_8 - 30 z_2 z_7 z_8 + 11 z_3 z_7 z_8 - 17 z_6 z_7 z_8 + \\ & 79 z_7^2 z_8 + 61 z_8^2 + 18 z_1 z_8^2 - 18 z_1^2 z_8^2 - 24 z_2 z_8^2 - z_1 z_2 z_8^2 + 6 z_3 z_8^2 + 8 z_5 z_8^2 + 21 z_6 z_8^2 + 49 z_7 z_8^2 + \\ & 19 z_1 z_7 z_8^2 - 17 z_8^3 + 19 z_1 z_8^3 + 7 z_2 z_8^3 - 28 z_7 z_8^3 - 18 z_8^4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{35}(z) = & 4(25 z_1 - 6 z_1^2 - 13 z_1^3 - z_2 + 13 z_1 z_2 + 8 z_1^2 z_2 - 6 z_2^2 - 8 z_1 z_2^2 + 21 z_3 + 15 z_1 z_3 \\ & 7 z_1^2 z_3 - 21 z_2 z_3 + 7 z_3^2 + 26 z_4 + 7 z_1 z_4 + 7 z_5 + 13 z_1 z_5 + 10 z_2 z_5 + 16 z_3 z_5 + 46 z_6 + 41 z_1 z_6 \\ & 7 z_1^2 z_6 - 26 z_2 z_6 - 4 z_1 z_2 z_6 + 7 z_3 z_6 - 5 z_5 z_6 - 25 z_6^2 - 18 z_7 - 36 z_1 z_7 - 6 z_1^2 z_7 + 11 z_2 z_7 + \\ & 19 z_1 z_2 z_7 - 6 z_2^2 z_7 + 21 z_3 z_7 - 5 z_1 z_3 z_7 + 12 z_4 z_7 - 2 z_5 z_7 + 52 z_6 z_7 - 8 z_1 z_6 z_7 - 36 z_7^2 \\ & 11 z_1 z_7^2 + 12 z_2 z_7^2 - 18 z_7^3 - 27 z_8 - 9 z_1 z_8 + 5 z_1^2 z_8 + 13 z_1^3 z_8 - 2 z_2 z_8 + 9 z_1 z_2 z_8 - 6 z_1^2 z_2 z_8 \\ & 5 z_2^2 z_8 - 20 z_3 z_8 - z_1 z_3 z_8 - z_2 z_3 z_8 + 2 z_4 z_8 - 21 z_5 z_8 + 15 z_1 z_5 z_8 + 26 z_6 z_8 - 13 z_1 z_6 z_8 \\ & 15 z_2 z_6 z_8 - 91 z_7 z_8 - 3 z_1 z_7 z_8 + 11 z_1^2 z_7 z_8 + 24 z_2 z_7 z_8 - 6 z_3 z_7 z_8 + 45 z_6 z_7 z_8 - 64 z_7^2 z_8 \\ & 16 z_8^2 + 45 z_1 z_8^2 - 19 z_1^2 z_8^2 - 17 z_2 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^2 + 7 z_3 z_8^2 - 22 z_5 z_8^2 + 17 z_6 z_8^2 - 10 z_7 z_8^2 \\ & 5 z_1 z_7 z_8^2 + 14 z_8^3 - 5 z_1 z_8^3 - z_2 z_8^3 + 18 z_7 z_8^3 + 14 z_8^4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{24}(z) = & 4(32 z_1 - 6 z_1^2 - 6 z_1^3 + 25 z_2 - 46 z_1 z_2 + 12 z_1^2 z_2 - 2 z_2^2 + 8 z_1 z_2^2 - 17 z_3 + \\ & 3 z_1 z_3 + 7 z_1^2 z_3 - 14 z_2 z_3 - 7 z_3^2 + 4 z_4 - 7 z_1 z_4 - 15 z_2 z_4 + 24 z_5 + 5 z_1 z_5 - 2 z_2 z_5 + 3 z_3 z_5 \\ & 3 z_6 + 13 z_1 z_6 - 17 z_1^2 z_6 + 31 z_2 z_6 + 4 z_1 z_2 z_6 + 14 z_3 z_6 + 5 z_5 z_6 + 7 z_6^2 - 13 z_7 - 7 z_1 z_7 \\ & 14 z_2 z_7 + 9 z_1 z_2 z_7 + 6 z_2^2 z_7 - 2 z_3 z_7 + 5 z_1 z_3 z_7 - 12 z_4 z_7 + 25 z_5 z_7 - 21 z_6 z_7 - 13 z_1 z_6 z_7 + \\ & 7 z_7^2 - 6 z_1 z_7^2 + 9 z_2 z_7^2 - 39 z_8 - 26 z_1 z_8 + 23 z_1^2 z_8 - 26 z_1^3 z_8 - 17 z_2 z_8 - z_1 z_2 z_8 + 6 z_1^2 z_2 z_8 \\ & 21 z_2^2 z_8 + 7 z_3 z_8 + 26 z_1 z_3 z_8 + z_2 z_3 z_8 + 28 z_4 z_8 - 6 z_5 z_8 + 6 z_1 z_5 z_8 + 7 z_6 z_8 + 49 z_1 z_6 z_8 \\ & 14 z_2 z_6 z_8 + 29 z_7 z_8 - 8 z_1 z_7 z_8 - 22 z_1^2 z_7 z_8 - 31 z_2 z_7 z_8 + 12 z_3 z_7 z_8 + 10 z_6 z_7 z_8 + 23 z_7^2 z_8 + \\ & 6 z_8^2 - 52 z_1 z_8^2 + 32 z_1^2 z_8^2 + 2 z_2 z_8^2 + 4 z_1 z_2 z_8^2 - 10 z_3 z_8^2 - 20 z_5 z_8^2 - 4 z_6 z_8^2 - 52 z_7 z_8^2 + \\ & 10 z_1 z_7 z_8^2 + 3 z_8^3 + 15 z_1 z_8^3 + 7 z_2 z_8^3 + 10 z_8^4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{46}(z) = & 4(31 z_1 + 7 z_1^2 - 2 z_1^3 - 8 z_1^4 - 35 z_2 + 11 z_1 z_2 - 6 z_1^2 z_2 + 20 z_2^2 - z_1 z_2^2 + 8 z_3^2 + \\ & 8 z_3 + 19 z_1 z_3 + 24 z_1^2 z_3 + 14 z_2 z_3 + 8 z_1 z_2 z_3 - 8 z_3^2 - 39 z_4 - 22 z_1 z_4 - 24 z_2 z_4 + 12 z_5 + 8 z_1 z_5 \\ & 8 z_1^2 z_5 + 37 z_2 z_5 + 15 z_3 z_5 - 17 z_6 - 70 z_1 z_6 - 29 z_2 z_6 - 15 z_1 z_2 z_6 - 18 z_3 z_6 - 18 z_4 z_6 + 3 z_5 z_6 + \\ & 15 z_6^2 + 66 z_7 - 5 z_1 z_7 - 10 z_1^2 z_7 - 34 z_2 z_7 + 16 z_1 z_2 z_7 + 8 z_2^2 z_7 + 31 z_3 z_7 - 5 z_1 z_3 z_7 + 4 z_2 z_3 z_7 \\ & z_5 z_7 + 4 z_1 z_5 z_7 + 41 z_6 z_7 - 2 z_1 z_6 z_7 + 5 z_2 z_6 z_7 + 6 z_7^2 - 4 z_1^2 z_7^2 + 17 z_2 z_7^2 + 9 z_3 z_7^2 - 9 z_6 z_7^2 + \\ & 47 z_8 + 81 z_1 z_8 - 14 z_1^2 z_8 + 28 z_1^3 z_8 + 43 z_2 z_8 - 6 z_1 z_2 z_8 - 21 z_1^2 z_2 z_8 - 23 z_2^2 z_8 + 6 z_1 z_2^2 z_8 \\ & 20 z_3 z_8 - 42 z_1 z_3 z_8 + 13 z_2 z_3 z_8 + 6 z_3^2 z_8 + 25 z_4 z_8 - 12 z_1 z_4 z_8 + 24 z_5 z_8 + 29 z_1 z_5 z_8 + z_2 z_5 z_8 + \\ & 16 z_6 z_8 - 26 z_1 z_6 z_8 - 2 z_1^2 z_6 z_8 - 8 z_3 z_6 z_8 + 4 z_6^2 z_8 - 60 z_7 z_8 + 102 z_1 z_7 z_8 - 14 z_1^2 z_7 z_8 + \\ & 77 z_2 z_7 z_8 + z_1 z_2 z_7 z_8 + 44 z_3 z_7 z_8 + 10 z_5 z_7 z_8 - 41 z_6 z_7 z_8 - 71 z_7^2 z_8 - 2 z_1 z_7^2 z_8 - 74 z_8^2 + \\ & 63 z_1 z_8^2 + 8 z_1^2 z_8^2 - 12 z_1^3 z_8^2 + 55 z_2 z_8^2 + 3 z_1 z_2 z_8^2 - 7 z_2^2 z_8^2 - 51 z_3 z_8^2 + 24 z_1 z_3 z_8^2 - 2 z_4 z_8^2 + \\ & 17 z_5 z_8^2 - 40 z_6 z_8^2 - 8 z_1 z_6 z_8^2 - 114 z_7 z_8^2 + 59 z_1 z_7 z_8^2 + 6 z_2 z_7 z_8^2 + 20 z_7^2 z_8^2 + 21 z_8^3 - 86 z_1 z_8^3 + \\ & 18 z_1^2 z_8^3 - 24 z_2 z_8^3 - 12 z_3 z_8^3 - 2 z_6 z_8^3 + 71 z_7 z_8^3 + 36 z_8^4 - 12 z_1 z_8^4 - 20 z_8^5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{55}(z) = & 4(31 + 5 z_1 + 13 z_1^2 - 6 z_1^3 + 3 z_1^4 - 2 z_2 - 9 z_1 z_2 + 2 z_2^2 + 4 z_2^3 - 28 z_3 + 12 z_1 z_3 \\ & 16 z_1^2 z_3 + 2 z_2 z_3 + 4 z_1 z_2 z_3 + 10 z_3^2 - 19 z_4 + 16 z_1 z_4 - 12 z_2 z_4 - 7 z_5 + 2 z_1 z_5 - 4 z_1^2 z_5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 20 z_2 z_5 + 4 z_3 z_5 \quad 10 z_5^2 \quad 66 z_6 \quad 7 z_1 z_6 \quad 9 z_1^2 z_6 \quad 6 z_2 z_6 \quad z_1 z_2 z_6 + 40 z_3 z_6 + z_4 z_6 \quad z_5 z_6 + \\
& 51 z_6^2 + 4 z_1 z_6^2 + 53 z_7 + 10 z_1 z_7 + 6 z_1^2 z_7 \quad 6 z_1^3 z_7 + 16 z_2 z_7 \quad 9 z_1 z_2 z_7 \quad 8 z_2^2 z_7 \quad 36 z_3 z_7 + \\
& 12 z_1 z_3 z_7 + 2 z_2 z_3 z_7 + z_4 z_7 + 13 z_5 z_7 \quad 2 z_1 z_5 z_7 \quad 53 z_6 z_7 \quad 3 z_1 z_6 z_7 + 6 z_2 z_6 z_7 + 13 z_7^2 + \\
& 5 z_1 z_7^2 + 3 z_1^2 z_7^2 + 18 z_2 z_7^2 \quad 8 z_3 z_7^2 \quad 7 z_6 z_7^2 \quad 9 z_7^3 + 41 z_8 \quad 39 z_1 z_8 + 5 z_1^2 z_8 + 7 z_1^3 z_8 + \\
& 12 z_2 z_8 + 11 z_1 z_2 z_8 \quad 10 z_1^2 z_2 z_8 + 3 z_1 z_2^2 z_8 \quad 9 z_3 z_8 + 3 z_1 z_3 z_8 + 9 z_2 z_3 z_8 + 3 z_3^2 z_8 \\
& 14 z_4 z_8 \quad 6 z_1 z_4 z_8 \quad 24 z_5 z_8 + 10 z_1 z_5 z_8 \quad 3 z_2 z_5 z_8 \quad 31 z_6 z_8 \quad 25 z_1 z_6 z_8 \quad 6 z_1^2 z_6 z_8 + \\
& 29 z_2 z_6 z_8 + 12 z_3 z_6 z_8 + 12 z_6^2 z_8 + 62 z_7 z_8 \quad 20 z_1 z_7 z_8 + 18 z_1^2 z_7 z_8 + 12 z_2 z_7 z_8 \quad 2 z_1 z_2 z_7 z_8 \\
& 29 z_3 z_7 z_8 \quad 5 z_5 z_7 z_8 \quad 57 z_6 z_7 z_8 + 21 z_7^2 z_8 \quad z_1 z_7^2 z_8 \quad 18 z_8^2 + 29 z_1 z_8^2 \quad 26 z_1^2 z_8^2 \quad 8 z_2 z_8^2 + \\
& z_1 z_2 z_8^2 + 32 z_3 z_8^2 \quad 6 z_1 z_3 z_8^2 + 12 z_4 z_8^2 + 10 z_5 z_8^2 + 94 z_6 z_8^2 \quad 24 z_7 z_8^2 + 23 z_1 z_7 z_8^2 \quad 10 z_2 z_7 z_8^2 + \\
& 4 z_7^2 z_8^2 \quad 55 z_8^3 + 7 z_1 z_8^3 + 3 z_1^2 z_8^3 + 9 z_2 z_8^3 + 6 z_3 z_8^3 + 13 z_6 z_8^3 \quad 64 z_7 z_8^3 + 20 z_8^4 \quad 12 z_1 z_8^4 + 15 z_8^5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{34}(z) = & 4 (\quad 16 z_1 + 40 z_1^2 + 63 z_1^3 + 7 z_1^4 \quad 11 z_2 + 38 z_1 z_2 \quad 7 z_1^3 z_2 + 23 z_2^2 + 12 z_1 z_2^2 \quad 27 z_3 \\
& 79 z_1 z_3 + 7 z_1^2 z_3 \quad z_2 z_3 + 6 z_1 z_2 z_3 \quad 15 z_3^2 + z_4 \quad 46 z_1 z_4 \quad 8 z_2 z_4 + 20 z_3 z_4 + 28 z_5 + 68 z_1 z_5 \\
& 18 z_1^2 z_5 \quad 5 z_2 z_5 \quad 3 z_1 z_2 z_5 + 29 z_3 z_5 \quad 5 z_5^2 \quad 4 z_6 \quad 66 z_1 z_6 \quad 29 z_1^2 z_6 \quad 48 z_2 z_6 + 23 z_1 z_2 z_6 \\
& 5 z_2^2 z_6 + 9 z_3 z_6 \quad 4 z_1 z_3 z_6 + 10 z_4 z_6 \quad 30 z_5 z_6 + 15 z_6^2 + 4 z_1 z_6^2 + 42 z_7 \quad 21 z_1 z_7 + 26 z_1^2 z_7 + \\
& 24 z_1^3 z_7 \quad 10 z_2 z_7 + 58 z_1 z_2 z_7 \quad 5 z_1^2 z_2 z_7 \quad 17 z_2^2 z_7 + 15 z_3 z_7 \quad 30 z_1 z_3 z_7 \quad z_2 z_3 z_7 + 34 z_4 z_7 \\
& 16 z_5 z_7 + 67 z_6 z_7 \quad 12 z_1 z_6 z_7 + 4 z_2 z_6 z_7 \quad 16 z_7^2 \quad 45 z_1 z_7^2 + 5 z_1^2 z_7^2 + 25 z_2 z_7^2 + 9 z_3 z_7^2 \\
& 9 z_6 z_7^2 \quad 18 z_7^3 + 23 z_8 + 61 z_1 z_8 \quad 24 z_1^2 z_8 \quad 26 z_1^3 z_8 + 62 z_2 z_8 \quad 4 z_1 z_2 z_8 \quad 4 z_1^2 z_2 z_8 \quad 15 z_2^2 z_8 \\
& 7 z_1 z_2^2 z_8 \quad 23 z_3 z_8 \quad 17 z_1 z_3 z_8 \quad 6 z_1^2 z_3 z_8 + z_2 z_3 z_8 + 6 z_3^2 z_8 + 25 z_4 z_8 + 6 z_1 z_4 z_8 + 12 z_5 z_8 + \\
& 43 z_1 z_5 z_8 + 2 z_2 z_5 z_8 \quad z_6 z_8 \quad 13 z_1 z_6 z_8 + 20 z_1^2 z_6 z_8 \quad 9 z_2 z_6 z_8 \quad 24 z_3 z_6 z_8 + 4 z_6^2 z_8 \\
& 109 z_7 z_8 + 54 z_1 z_7 z_8 \quad 41 z_1^2 z_7 z_8 + 76 z_2 z_7 z_8 \quad 2 z_1 z_2 z_7 z_8 + z_3 z_7 z_8 + 15 z_5 z_7 z_8 \quad 16 z_6 z_7 z_8 \\
& 129 z_7^2 z_8 \quad 5 z_1 z_7^2 z_8 \quad 30 z_8^2 \quad 41 z_1 z_8^2 \quad 6 z_1^2 z_8^2 + 6 z_1^3 z_8^2 + 37 z_2 z_8^2 \quad z_1 z_2 z_8^2 + 9 z_2^2 z_8^2 \quad 11 z_3 z_8^2 + \\
& 6 z_1 z_3 z_8^2 \quad 26 z_4 z_8^2 + 15 z_5 z_8^2 \quad 38 z_6 z_8^2 \quad 32 z_1 z_6 z_8^2 \quad 78 z_7 z_8^2 + 49 z_1 z_7 z_8^2 \quad 3 z_2 z_7 z_8^2 + 20 z_7^2 z_8^2 + \\
& 17 z_8^3 \quad 4 z_1 z_8^3 \quad 6 z_1^2 z_8^3 \quad 40 z_2 z_8^3 + 20 z_3 z_8^3 \quad 2 z_6 z_8^3 + 129 z_7 z_8^3 + 24 z_8^4 \quad 12 z_1 z_8^4 \quad 20 z_8^5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{45}(z) = & 4 (25 z_1^2 + 25 z_1^3 + 13 z_1 z_2 \quad 28 z_1^2 z_2 \quad 8 z_1^3 z_2 \quad 22 z_2^2 \quad 2 z_1 z_2^2 \quad 24 z_3 \quad 52 z_1 z_3 + \\
& 20 z_2 z_3 + 15 z_1 z_2 z_3 + 9 z_2^2 z_3 \quad 2 z_3^2 + 49 z_4 + 4 z_1 z_4 + 9 z_1^2 z_4 \quad 6 z_2 z_4 \quad 18 z_3 z_4 \quad 45 z_5 + \\
& 31 z_1 z_5 \quad 5 z_1^2 z_5 + 2 z_2 z_5 \quad 11 z_1 z_2 z_5 + 4 z_3 z_5 \quad 24 z_4 z_5 + 9 z_5^2 + 38 z_6 \quad z_1 z_6 + 12 z_1^2 z_6 \\
& 3 z_1^3 z_6 + 12 z_1 z_2 z_6 + 9 z_2^2 z_6 + z_3 z_6 + 13 z_1 z_3 z_6 + 3 z_2 z_3 z_6 \quad 35 z_4 z_6 + 59 z_5 z_6 + 4 z_1 z_5 z_6 \\
& 3 z_6^2 \quad 14 z_1 z_6^2 + 5 z_2 z_6^2 \quad 11 z_7 \quad 26 z_1 z_7 + 29 z_1^2 z_7 + 19 z_1^3 z_7 + 28 z_2 z_7 + 3 z_1 z_2 z_7 \quad 13 z_1^2 z_2 z_7 \\
& 22 z_2^2 z_7 + 5 z_1 z_2^2 z_7 \quad 20 z_3 z_7 \quad 33 z_1 z_3 z_7 + 5 z_2 z_3 z_7 + 5 z_3^2 z_7 + 38 z_4 z_7 \quad 10 z_1 z_4 z_7 \quad 24 z_5 z_7 + \\
& 15 z_1 z_5 z_7 + z_2 z_5 z_7 \quad 3 z_6 z_7 \quad 4 z_1^2 z_6 z_7 + 31 z_2 z_6 z_7 \quad 5 z_6^2 z_7 \quad 42 z_7^2 + 3 z_1 z_7^2 + 4 z_1^2 z_7^2 + 28 z_2 z_7^2 \\
& 4 z_1 z_2 z_7^2 + 4 z_3 z_7^2 \quad 9 z_5 z_7^2 \quad 10 z_6 z_7^2 \quad 31 z_7^3 + 9 z_1 z_7^3 \quad 5 z_8 \quad 11 z_1 z_8 \quad 4 z_1^2 z_8 \quad 12 z_1^3 z_8 + \\
& 6 z_1^4 z_8 + 14 z_2 z_8 \quad 4 z_1 z_2 z_8 + 3 z_1^2 z_2 z_8 \quad 2 z_2^2 z_8 \quad z_1 z_2^2 z_8 + 7 z_2^3 z_8 \quad 39 z_3 z_8 + 40 z_1 z_3 z_8 \\
& 31 z_1^2 z_3 z_8 + 26 z_2 z_3 z_8 + 7 z_1 z_2 z_3 z_8 + 19 z_3^2 z_8 \quad 71 z_4 z_8 + 15 z_1 z_4 z_8 \quad 21 z_2 z_4 z_8 \quad 42 z_5 z_8 \\
& 13 z_1 z_5 z_8 \quad 7 z_1^2 z_5 z_8 + 5 z_2 z_5 z_8 + 13 z_3 z_5 z_8 \quad 73 z_6 z_8 \quad 50 z_1 z_6 z_8 \quad 16 z_1^2 z_6 z_8 \quad 42 z_2 z_6 z_8 \\
& 7 z_1 z_2 z_6 z_8 + 50 z_3 z_6 z_8 + 19 z_5 z_6 z_8 + 7 z_6^2 z_8 \quad 22 z_7 z_8 + 53 z_1 z_7 z_8 \quad 30 z_1^2 z_7 z_8 \quad 6 z_1^3 z_7 z_8 + \\
& 44 z_2 z_7 z_8 \quad 5 z_1 z_2 z_7 z_8 \quad 7 z_2^2 z_7 z_8 \quad 53 z_3 z_7 z_8 + z_1 z_3 z_7 z_8 + 19 z_4 z_7 z_8 \quad 52 z_5 z_7 z_8 + \\
& 43 z_6 z_7 z_8 \quad 10 z_1 z_6 z_7 z_8 \quad 37 z_7^2 z_8 + 17 z_1 z_7^2 z_8 + 2 z_2 z_7^2 z_8 + 129 z_8^2 \quad 42 z_1 z_8^2 \quad 21 z_1^2 z_8^2 + \\
& 7 z_1^3 z_8^2 \quad 7 z_2 z_8^2 + 32 z_1 z_2 z_8^2 \quad 13 z_1^2 z_2 z_8^2 + 2 z_2^2 z_8^2 + 11 z_3 z_8^2 + 6 z_1 z_3 z_8^2 + 12 z_2 z_3 z_8^2 \quad 25 z_4 z_8^2 + \\
& 28 z_5 z_8^2 + 7 z_1 z_5 z_8^2 \quad 28 z_6 z_8^2 + 16 z_1 z_6 z_8^2 + 3 z_2 z_6 z_8^2 + 103 z_7 z_8^2 \quad 30 z_1 z_7 z_8^2 + 24 z_1^2 z_7 z_8^2 + \\
& 53 z_2 z_7 z_8^2 \quad 14 z_3 z_7 z_8^2 \quad 14 z_7^2 z_8^2 \quad 37 z_8^3 + 49 z_1 z_8^3 \quad 23 z_1^2 z_8^3 \quad 8 z_2 z_8^3 + 7 z_1 z_2 z_8^3 + 38 z_3 z_8^3 + \\
& 28 z_5 z_8^3 + 12 z_6 z_8^3 + 31 z_7 z_8^3 \quad 21 z_1 z_7 z_8^3 \quad 52 z_8^4 + 3 z_1 z_8^4 \quad 9 z_2 z_8^4 + 12 z_8^5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{44}(z) = & 4 (31 + 16 z_1 + 18 z_1^2 \quad z_1^3 + 5 z_1^4 + 7 z_1^5 + 5 z_2 + 26 z_1 z_2 \quad 5 z_1^2 z_2 + 3 z_2^2 \quad 30 z_1 z_2^2 \\
& 5 z_2^3 \quad 11 z_3 \quad 21 z_1 z_3 \quad 45 z_1^2 z_3 \quad 35 z_1^3 z_3 \quad 24 z_2 z_3 \quad 10 z_1 z_2 z_3 + 35 z_3^2 + 35 z_1 z_3^2 + 23 z_4 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 35 z_1 z_4 + 30 z_1^2 z_4 + 15 z_2 z_4 + 5 z_1 z_2 z_4 \quad 30 z_3 z_4 \quad 15 z_4^2 + 36 z_5 + 13 z_1 z_5 + 3 z_1^2 z_5 + 4 z_1^3 z_5 \\
& 5 z_2 z_5 \quad 19 z_1 z_2 z_5 + 3 z_2^2 z_5 \quad 16 z_3 z_5 \quad 6 z_1 z_3 z_5 + z_2 z_3 z_5 \quad 12 z_4 z_5 + 31 z_5^2 + 2 z_1 z_5^2 \quad 11 z_6 + \\
& 20 z_1 z_6 + 51 z_1^2 z_6 + 16 z_1^3 z_6 \quad 3 z_2 z_6 + 34 z_1 z_2 z_6 \quad 7 z_1^2 z_2 z_6 + 19 z_2^2 z_6 + 2 z_1 z_2^2 z_6 \quad 12 z_3 z_6 \\
& 9 z_1 z_3 z_6 + 5 z_2 z_3 z_6 + 2 z_3^2 z_6 \quad 24 z_4 z_6 \quad 4 z_1 z_4 z_6 \quad 13 z_5 z_6 + 2 z_1 z_5 z_6 + 3 z_2 z_5 z_6 \quad 2 z_6^2 \\
& 22 z_1 z_6^2 + 2 z_2 z_6^2 \quad 4 z_3 z_6^2 + 2 z_6^3 + 11 z_7 \quad 35 z_1 z_7 \quad 4 z_1^2 z_7 + 3 z_1^3 z_7 \quad 3 z_1^4 z_7 + 15 z_2 z_7 + \\
& 16 z_1 z_2 z_7 \quad 11 z_1^2 z_2 z_7 \quad 15 z_2^2 z_7 + 4 z_1 z_2^2 z_7 + 3 z_2^3 z_7 + 7 z_3 z_7 \quad 21 z_1 z_3 z_7 + 9 z_1^2 z_3 z_7 \\
& 11 z_2 z_3 z_7 + 3 z_1 z_2 z_3 z_7 \quad 3 z_3^2 z_7 + 31 z_4 z_7 \quad 17 z_1 z_4 z_7 \quad 9 z_2 z_4 z_7 + 13 z_5 z_7 + 34 z_1 z_5 z_7 \\
& 4 z_1^2 z_5 z_7 + 22 z_2 z_5 z_7 + 9 z_3 z_5 z_7 \quad 7 z_6 z_7 \quad 26 z_1 z_6 z_7 + z_1^2 z_6 z_7 \quad 17 z_2 z_6 z_7 \quad 7 z_1 z_2 z_6 z_7 \\
& 9 z_5 z_6 z_7 + 4 z_6^2 z_7 \quad 18 z_7^2 \quad 28 z_1 z_7^2 \quad 5 z_1^2 z_7^2 + 2 z_1^3 z_7^2 + 12 z_2 z_7^2 \quad 2 z_1 z_2 z_7^2 + 35 z_3 z_7^2 \\
& 9 z_1 z_3 z_7^2 + 9 z_4 z_7^2 \quad 18 z_5 z_7^2 + 9 z_6 z_7^2 + 9 z_1 z_6 z_7^2 \quad 28 z_7^3 \quad 15 z_8 \quad 36 z_1 z_8 \quad 33 z_1^2 z_8 + \\
& 30 z_1^3 z_8 + 16 z_2 z_8 \quad 23 z_1 z_2 z_8 + 37 z_1^2 z_2 z_8 \quad 3 z_1^3 z_2 z_8 \quad 22 z_2^2 z_8 + 18 z_1 z_2^2 z_8 \quad 5 z_2^3 z_8 \\
& 15 z_3 z_8 \quad 37 z_1 z_3 z_8 \quad 45 z_2 z_3 z_8 + 5 z_1 z_2 z_3 z_8 + 4 z_2^2 z_3 z_8 + 38 z_3^2 z_8 + 73 z_4 z_8 \quad 41 z_1 z_4 z_8 + \\
& 4 z_1^2 z_4 z_8 + 9 z_2 z_4 z_8 \quad 8 z_3 z_4 z_8 \quad 32 z_5 z_8 \quad 28 z_1^2 z_5 z_8 \quad 7 z_2 z_5 z_8 \quad 2 z_1 z_2 z_5 z_8 + 18 z_3 z_5 z_8 + \\
& 12 z_5^2 z_8 + 4 z_6 z_8 + 13 z_1 z_6 z_8 \quad 28 z_1^2 z_6 z_8 \quad 4 z_1^3 z_6 z_8 + 18 z_2 z_6 z_8 + 19 z_1 z_2 z_6 z_8 \quad 3 z_2^2 z_6 z_8 + \\
& 8 z_3 z_6 z_8 + 8 z_1 z_3 z_6 z_8 \quad 6 z_4 z_6 z_8 \quad 4 z_5 z_6 z_8 + 4 z_6^2 z_8 \quad 4 z_1 z_6^2 z_8 \quad 33 z_7 z_8 \quad 6 z_1 z_7 z_8 \\
& 45 z_1^2 z_7 z_8 + 3 z_1^3 z_7 z_8 + 50 z_2 z_7 z_8 \quad 41 z_1 z_2 z_7 z_8 \quad 9 z_1^2 z_2 z_7 z_8 \quad 13 z_2^2 z_7 z_8 + 46 z_3 z_7 z_8 + \\
& 9 z_1 z_3 z_7 z_8 + 8 z_2 z_3 z_7 z_8 + 4 z_4 z_7 z_8 + 11 z_5 z_7 z_8 \quad 6 z_1 z_5 z_7 z_8 \quad 49 z_6 z_7 z_8 + 5 z_1 z_6 z_7 z_8 + \\
& 6 z_2 z_6 z_7 z_8 \quad 85 z_7^2 z_8 + 96 z_1 z_7^2 z_8 + 3 z_1^2 z_7^2 z_8 + 26 z_2 z_7^2 z_8 \quad 9 z_6 z_7^2 z_8 \quad 9 z_7^3 z_8 \quad 42 z_8^2 + 25 z_1 z_8^2 + \\
& 11 z_1^2 z_8^2 \quad 44 z_1^3 z_8^2 + 6 z_1^4 z_8^2 + 37 z_2 z_8^2 \quad 51 z_1 z_2 z_8^2 + 4 z_1^2 z_2 z_8^2 + 11 z_2^2 z_8^2 \quad 38 z_3 z_8^2 + 89 z_1 z_3 z_8^2 \\
& 24 z_1^2 z_3 z_8^2 + 12 z_3^2 z_8^2 \quad 48 z_4 z_8^2 + 16 z_1 z_4 z_8^2 \quad 63 z_5 z_8^2 + 2 z_1 z_5 z_8^2 \quad 11 z_2 z_5 z_8^2 \quad 22 z_6 z_8^2 \\
& 5 z_1 z_6 z_8^2 + 14 z_1^2 z_6 z_8^2 + z_2 z_6 z_8^2 + 4 z_3 z_6 z_8^2 + 2 z_6^2 z_8^2 \quad 41 z_7 z_8^2 + 74 z_1 z_7 z_8^2 \quad 18 z_1^2 z_7 z_8^2 \\
& 54 z_2 z_7 z_8^2 \quad z_1 z_2 z_7 z_8^2 \quad 13 z_3 z_7 z_8^2 + 21 z_5 z_7 z_8^2 \quad 4 z_6 z_7 z_8^2 + 94 z_7^2 z_8^2 \quad 17 z_1 z_7^2 z_8^2 + 75 z_8^3 \\
& 64 z_1 z_8^3 + 32 z_1^2 z_8^3 \quad 44 z_2 z_8^3 + 26 z_1 z_2 z_8^3 + 4 z_2^2 z_8^3 + 6 z_3 z_8^3 \quad 8 z_4 z_8^3 + 14 z_5 z_8^3 + 34 z_6 z_8^3 + \\
& 4 z_1 z_6 z_8^3 + 95 z_7 z_8^3 \quad 64 z_1 z_7 z_8^3 \quad z_2 z_7 z_8^3 + 9 z_7^2 z_8^3 + 7 z_8^4 + 8 z_1 z_8^4 \quad 8 z_1^2 z_8^4 + 12 z_2 z_8^4 + \\
& 16 z_3 z_8^4 \quad 4 z_6 z_8^4 \quad 42 z_7 z_8^4 \quad 32 z_8^5 + 16 z_1 z_8^5 + 10 z_8^6)
\end{aligned}$$

Appendix A : List of the characters of E_8 of second order.

Once the operator χ^{-1} is known, we can apply the methods described in [10] to solve in a recursive way the eigenvalue problem $\chi^{-1} \chi_m = \chi_m(1) \chi_m$ to find the characters $\chi_m(z)$ (11). In [10] we describe also how the Hamiltonian can be used to compute the Clebsch-Gordan series for the E_8 -algebras. In this appendix we give the complete list of the second order characters of E_8 , and subsequently (Appendix B) some higher order characters.

$$\chi_{\rho_1 \rho_2 \rho_3 \rho_4 \rho_5 \rho_6 \rho_7 \rho_8} = 1 - z_1 - z_7 - z_8 + z_8^2$$

$$\chi_{\rho_1 \rho_2 \rho_3 \rho_4 \rho_5 \rho_6 \rho_7} = z_1 - z_2 - z_7 - z_8 + z_1 z_8$$

$$\chi_{\rho_1 \rho_2 \rho_3 \rho_4 \rho_5 \rho_6 \rho_7} = z_1 + z_1^2 - z_3 - z_6 + z_7 + z_8 - z_1 z_8 - z_8^2$$

$$\chi_{\rho_1 \rho_2 \rho_3 \rho_4 \rho_5 \rho_6 \rho_7} = 1 + z_1 - z_6 + z_7 + z_8 - z_1 z_8 + z_7 z_8 - z_8^2$$

$$\chi_{\rho_1 \rho_2 \rho_3 \rho_4 \rho_5 \rho_6} = z_3 - z_6 + z_8 - z_1 z_8 + z_2 z_8$$

$$\begin{aligned}
1;0;0;0;0;0;1;0 &= z_1 + z_2 + z_6 + z_1 z_7 - z_2 z_8 - z_7 z_8 \\
0;0;0;0;0;1;0;1 &= 1 - z_1 - z_2 - z_5 - z_7 - z_1 z_7 - z_8 + z_1 z_8 + z_6 z_8 + z_8^2 \\
0;0;0;0;0;0;2;0 &= z_3 + z_7 + z_1 z_7 + z_7^2 + z_8 + 2 z_1 z_8 - z_6 z_8 + 2 z_7 z_8 + z_8^2 - z_1 z_8^2 - z_8^3 \\
1;1;0;0;0;0;0;0 &= z_1 - z_1^2 + z_1 z_2 + z_3 - z_5 + z_6 - z_1 z_7 - z_8 + z_1 z_8 + z_8^2 \\
0;0;1;0;0;0;0;1 &= z_2 - z_1 z_2 - z_6 + z_3 z_8 + z_7 z_8 \\
0;1;0;0;0;0;1;0 &= z_1 + z_1^2 + z_2 - z_3 + z_5 + z_1 z_7 + z_2 z_7 + z_2 z_8 - z_3 z_8 - z_6 z_8 - z_1 z_8^2 \\
1;0;0;0;0;1;0;0 &= z_1 + z_1 z_6 - z_7 - z_1 z_7 - z_2 z_7 - z_7^2 - z_8 - z_1 z_8 + z_6 z_8 - 2 z_7 z_8 - z_8^2 + z_1 z_8^2 + z_8^3 \\
0;2;0;0;0;0;0;0 &= z_2 + z_2^2 - z_4 - z_6 - z_1 z_6 + z_8 - z_1^2 z_8 + z_3 z_8 + z_6 z_8 + z_7 z_8 - z_8^2 + z_1 z_8^2 \\
1;0;1;0;0;0;0;0 &= z_1 + z_1^2 + z_1 z_3 - z_4 - z_1 z_6 + z_7 + 2 z_1 z_7 + z_7^2 + z_8 - z_1^2 z_8 - z_2 z_8 + z_3 z_8 + z_7 z_8 - z_8^2 \\
0;0;0;0;1;0;0;1 &= 1 + z_1 - z_4 - z_6 - z_1 z_6 + 2 z_7 + z_1 z_7 + z_7^2 + 2 z_8 - z_2 z_8 + z_5 z_8 - z_6 z_8 + 2 z_7 z_8 - z_8^2 - z_8^3 \\
0;0;0;0;0;1;1;0 &= z_1 - z_1^2 + z_3 + z_6 + z_1 z_6 - z_1 z_7 + z_6 z_7 - z_8 - 2 z_1 z_8 - z_2 z_8 + z_3 z_8 - z_5 z_8 + z_6 z_8 - z_7 z_8 - z_1 z_7 z_8 - z_8^2 + 2 z_1 z_8^2 + z_8^3 \\
0;0;1;0;0;0;1;0 &= z_2 + z_1 z_2 + z_4 + z_6 + z_1 z_6 - z_7 - z_1 z_7 + z_2 z_7 + z_3 z_7 - z_7^2 - z_8 + z_1^2 z_8 + z_2 z_8 - z_1 z_2 z_8 - z_3 z_8 - z_6 z_8 - 2 z_7 z_8 + z_8^2 - z_1 z_8^2 + z_7 z_8^2 \\
0;1;0;0;0;1;0;0 &= z_2 - z_1 z_2 - z_3 - z_6 + z_2 z_6 - z_2 z_7 - z_3 z_7 - z_6 z_7 + z_8 + z_1^2 z_8 - z_3 z_8 + z_5 z_8 - z_6 z_8 + z_7 z_8 + z_8^2 - z_1 z_8^2 + z_2 z_8^2 - z_8^3 \\
1;0;0;0;1;0;0;0 &= z_1 + z_2 + z_5 + z_1 z_5 - z_1 z_6 - z_2 z_6 + z_1 z_7 + z_2 z_7 + z_8 + z_1 z_8 + z_2 z_8 - z_6 z_8 + z_7 z_8 + z_1 z_7 z_8 + z_8^2 - z_1 z_8^2 - z_2 z_8^2 - z_8^3 \\
0;1;1;0;0;0;0;0 &= z_1^2 - z_1^3 - z_1 z_2 + 2 z_1 z_3 + z_2 z_3 - z_4 - z_1 z_5 - z_6 + z_1 z_6 + z_7 - z_1 z_7 - z_1^2 z_7 - z_2 z_7 + z_3 z_7 + z_6 z_7 + z_8 - 2 z_1 z_8 + z_1^2 z_8 - z_2 z_8 + z_3 z_8 + z_6 z_8 + z_1 z_7 z_8 - z_8^2 + 2 z_1 z_8^2 \\
0;0;0;1;0;0;0;1 &= 1 - z_1 + z_1^2 + z_1^3 + z_1 z_2 - 2 z_1 z_3 - z_2 z_3 + z_4 - z_5 + z_6 - z_7 + z_1^2 z_7 - z_3 z_7 - 2 z_8 + z_1 z_8 - z_1^2 z_8 + z_2 z_8 - z_3 z_8 + z_4 z_8 - z_5 z_8 + z_6 z_8 - z_7 z_8 - z_1 z_7 z_8 + z_8^2 - z_1 z_8^2 - z_7 z_8^2 + z_8^3 \\
0;0;0;0;1;0;1;0 &= z_1 z_2 + z_3 + z_1 z_5 + z_6 + z_3 z_7 + z_5 z_7 + 2 z_1 z_8 - z_1^2 z_8 + z_3 z_8 - z_4 z_8 + z_5 z_8 - z_1 z_6 z_8 + z_7 z_8 + z_1 z_7 z_8 + z_7^2 z_8 + 2 z_8^2 - z_2 z_8^2 - z_6 z_8^2 + 2 z_7 z_8^2 - z_8^4 \\
0;0;0;0;0;2;0;0 &= z_1 + z_1^2 - z_3 - z_4 + z_5 - 2 z_6 - z_1 z_6 + z_6^2 - z_2 z_7 - z_3 z_7 - z_5 z_7 - z_6 z_7 - z_1 z_7^2 + 2 z_8 - z_1 z_8 - z_1^2 z_8 + z_3 z_8^2 +
\end{aligned}$$

$$z_6 z_8^2 + z_7 z_8^2 \quad z_8^3 + z_1 z_8^3$$

$$0;0;1;0;0;1;0;0 = z_1 \quad z_1^2 \quad z_2^2 + z_3 + z_4 \quad z_5 + 2 z_6 \quad z_2 z_6 + z_3 z_6 \quad z_7 \quad z_1 z_2 z_7 \quad z_6 z_7 \\ 3 z_8 + z_1 z_8 \quad z_3 z_8 + z_4 z_8 \quad z_5 z_8 + z_1 z_6 z_8 \quad 2 z_7 z_8 \quad z_1 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 + z_1^2 z_8^2 + z_2 z_8^2 \\ z_3 z_8^2 \quad z_7 z_8^2 + 2 z_8^3 \quad z_1 z_8^3$$

$$0;1;0;0;1;0;0;0 = z_1 + z_1^2 + z_2^2 \quad z_3 \quad z_4 + z_2 z_5 \quad z_6 \quad z_1 z_6 \quad z_3 z_6 \quad z_6^2 + z_7 + 2 z_1 z_7 + \\ z_1^2 z_7 + z_2 z_7 \quad z_3 z_7 + z_5 z_7 + z_7^2 + z_1 z_7^2 + z_8 + z_1 z_8 + z_2 z_8 \quad z_1 z_2 z_8 + z_5 z_8 + z_6 z_8 \quad z_1 z_6 z_8 + \\ 2 z_7 z_8 + z_1 z_7 z_8 \quad z_8^2 \quad z_6 z_8^2 \quad z_7 z_8^2 \quad z_1 z_8^3$$

$$1;0;0;1;0;0;0;0 = z_1^2 \quad z_3 + z_1 z_4 + z_5 \quad z_1 z_5 \quad z_2 z_5 \quad z_6 + z_1 z_6 + z_2 z_6 + z_6^2 \quad z_7 \quad z_5 z_7 \\ z_7^2 \quad 2 z_1 z_8 \quad z_3 z_8 \quad 2 z_6 z_8 + z_1 z_6 z_8 \quad z_7 z_8 \quad 2 z_1 z_7 z_8 \quad z_2 z_7 z_8 \quad z_7^2 z_8 \quad z_1 z_8^2 + z_2 z_8^2 + \\ z_6 z_8^2 + z_7 z_8^2 + z_1 z_8^3$$

$$0;0;2;0;0;0;0;0 = z_1 + 2 z_1^2 + z_1^3 + z_2 + z_1 z_2 \quad z_1 z_3 + z_3^2 \quad z_4 \quad z_1 z_4 + z_5 + z_1 z_5 \quad z_1 z_6 \quad z_1^2 z_6 \\ z_2 z_6 + z_3 z_6 + z_7 + 3 z_1 z_7 + 2 z_1^2 z_7 + z_2 z_7 \quad z_3 z_7 + z_5 z_7 + z_7^2 + z_1 z_7^2 + 2 z_8 + 2 z_1 z_8 \quad z_1^2 z_8 \quad z_1^3 z_8 \\ z_1 z_2 z_8 \quad z_3 z_8 + 2 z_1 z_3 z_8 \quad z_4 z_8 + z_5 z_8 \quad 2 z_6 z_8 + 3 z_7 z_8 + z_8^2 \quad 3 z_1 z_8^2 \quad z_2 z_8^2 + z_3 z_8^2 \quad 2 z_8^3 + z_1 z_8^3$$

$$0;0;0;1;0;0;1;0 = z_1 \quad z_1^2 \quad z_2 + z_3 + z_4 + z_1 z_4 \quad z_5 + z_6 + z_3 z_6 \quad 2 z_1 z_7 \quad z_1^2 z_7 \quad z_2 z_7 + \\ z_3 z_7 + z_4 z_7 \quad z_1 z_7^2 \quad 2 z_8 \quad 2 z_1 z_8 + z_1^3 z_8 \quad z_2 z_8 + 2 z_1 z_2 z_8 + z_3 z_8 \quad 2 z_1 z_3 z_8 \quad z_2 z_3 z_8 + \\ 2 z_4 z_8 \quad 2 z_5 z_8 + 3 z_6 z_8 + z_1 z_6 z_8 \quad 3 z_7 z_8 \quad z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 \quad z_3 z_7 z_8 \quad 4 z_8^2 + 2 z_1 z_8^2 \\ z_1^2 z_8^2 + z_2 z_8^2 \quad z_3 z_8^2 \quad z_5 z_8^2 + 2 z_6 z_8^2 \quad 3 z_7 z_8^2 \quad z_1 z_7 z_8^2 + z_8^3 \quad z_7 z_8^3 + 2 z_8^4$$

$$0;0;0;0;1;1;0;0 = z_1 z_2 \quad z_1 z_5 \quad z_6 \quad z_3 z_6 + z_5 z_6 + z_7 + z_1 z_7 + z_3 z_7 \quad z_4 z_7 \quad z_5 z_7 \quad z_6 z_7 \\ z_1 z_6 z_7 + 2 z_7^2 + z_1 z_7^2 + z_7^3 + z_8 + z_1^2 z_8 + z_1 z_2 z_8 + z_3 z_8 \quad z_4 z_8 \quad z_5 z_8 + z_1 z_5 z_8 \quad z_1 z_6 z_8 + \\ 3 z_7 z_8 + z_1 z_7 z_8 \quad z_2 z_7 z_8 + z_3 z_7 z_8 \quad z_6 z_7 z_8 + 3 z_7^2 z_8 + z_1 z_8^2 \quad z_1^2 z_8^2 \quad z_2 z_8^2 + z_5 z_8^2 \quad z_8^3 \quad z_7 z_8^3$$

$$0;0;1;0;1;0;0;0 = z_2 + z_1 z_2 + z_5 + z_1 z_5 + z_3 z_5 + z_6 \quad z_2 z_6 \quad z_1 z_2 z_6 \quad z_6^2 \quad z_7 \quad z_1 z_7 + \\ 2 z_2 z_7 + z_1 z_2 z_7 \quad z_3 z_7 + z_4 z_7 + z_5 z_7 + z_6 z_7 + z_1 z_6 z_7 \quad 2 z_7^2 \quad z_1 z_7^2 + z_2 z_7^2 \quad z_7^3 + 2 z_2 z_8 + \\ z_1 z_2 z_8 + z_5 z_8 + z_6 z_8 \quad z_2 z_6 z_8 \quad 3 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 + 4 z_2 z_7 z_8 \quad z_3 z_7 z_8 + z_6 z_7 z_8 \quad 2 z_7^2 z_8 \\ z_1 z_2 z_8^2 \quad z_5 z_8^2 \quad z_6 z_8^2 + z_7 z_8^2 \quad z_1 z_7 z_8^2 \quad z_2 z_8^3 + z_7 z_8^3$$

$$0;1;0;1;0;0;0;0 = z_1 z_3 \quad z_4 + z_2 z_4 \quad z_3 z_5 \quad z_6 + z_1^2 z_6 \quad z_3 z_6 + z_7 + z_1 z_7 \quad z_2 z_7 \quad z_1 z_2 z_7 \\ z_6 z_7 + z_1 z_6 z_7 + z_7^2 \quad z_2 z_7^2 + 2 z_8 \quad 2 z_2 z_8 \quad z_1 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 \quad z_4 z_8 + z_5 z_8 \quad z_1 z_5 z_8 \quad 2 z_6 z_8 \\ z_1 z_6 z_8 + z_2 z_6 z_8 + 3 z_7 z_8 \quad z_2 z_7 z_8 \quad z_6 z_7 z_8 + z_7^2 z_8 + 2 z_8^2 + z_5 z_8^2 \quad z_6 z_8^2 + 2 z_7 z_8^2 \quad z_8^3 + z_2 z_8^3 \quad z_8^4$$

$$0;0;0;1;0;1;0;0 = z_1^2 + z_1^3 + z_1 z_2 \quad 2 z_1 z_3 \quad z_2 z_3 \quad z_1 z_4 + z_1 z_5 \quad z_3 z_5 + z_4 z_6 + 2 z_1^2 z_7 + \\ z_1^3 z_7 + z_1 z_2 z_7 \quad 2 z_1 z_3 z_7 \quad z_2 z_3 z_7 \quad z_4 z_7 + z_7^2 + z_1 z_7^2 + z_1^2 z_7^2 \quad z_3 z_7^2 + z_7^3 + z_1 z_8 \quad z_1^2 z_8 \\ z_1 z_2 z_8 \quad z_4 z_8 + z_1 z_4 z_8 \quad z_1 z_5 z_8 \quad z_6 z_8 \quad z_1 z_6 z_8 + z_3 z_6 z_8 + 3 z_7 z_8 + z_1 z_7 z_8 \quad 2 z_1^2 z_7 z_8 \\ z_2 z_7 z_8 \quad z_5 z_7 z_8 + 3 z_7^2 z_8 \quad 2 z_1 z_7^2 z_8 + 2 z_8^2 \quad 2 z_1 z_8^2 \quad z_1^2 z_8^2 \quad z_2 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^2 + z_3 z_8^2 + z_4 z_8^2 \\ z_5 z_8^2 + z_6 z_8^2 + z_1 z_6 z_8^2 + z_7 z_8^2 \quad 2 z_1 z_7 z_8^2 \quad z_7^2 z_8^2 \quad 2 z_8^3 + z_6 z_8^3 \quad 3 z_7 z_8^3 \quad z_8^4 + z_1 z_8^4 + z_8^5$$

$$0;0;0;0;2;0;0;0 = z_2^2 + 2 z_2 z_5 + z_5^2 + z_1 z_6 + z_1^2 z_6 \quad 2 z_3 z_6 \quad z_4 z_6 \quad 2 z_6^2 \quad z_1 z_6^2 \quad z_1 z_7 \\ z_1^2 z_7 + z_1 z_2 z_7 + 2 z_3 z_7 + z_4 z_7 + z_1 z_5 z_7 + 4 z_6 z_7 + 2 z_1 z_6 z_7 \quad 2 z_7^2 \quad z_1 z_7^2 + z_3 z_7^2 + z_6 z_7^2 \\ z_7^3 \quad z_1 z_8 \quad z_1^2 z_8 + 2 z_2 z_8 \quad z_1 z_2 z_8 + 2 z_3 z_8 + z_4 z_8 + 2 z_5 z_8 \quad z_1 z_5 z_8 + 4 z_6 z_8 + z_1 z_6 z_8 \\ z_2 z_6 z_8 \quad z_3 z_6 z_8 \quad z_6^2 z_8 \quad 4 z_7 z_8 \quad z_1^2 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 + 3 z_3 z_7 z_8 + 4 z_6 z_7 z_8 \quad 4 z_7^2 z_8 \quad z_8^2 +$$

$$z_1^2 z_8^2 + z_2 z_8^2 \quad z_4 z_8^2 \quad 2 z_6 z_8^2 \quad z_1 z_6 z_8^2 + z_1 z_7 z_8^2 + z_7^2 z_8^2 + 3 z_8^3 \quad z_2 z_8^3 \quad z_3 z_8^3 \quad 2 z_6 z_8^3 + 4 z_7 z_8^3 \quad z_8^5$$

$$\begin{aligned} 0 \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho &= z_2^2 + z_2 z_3 + z_4 + z_3 z_4 \quad 2 z_2 z_5 \quad z_1 z_2 z_5 + z_6 + z_1 z_6 + z_2 z_6 + z_1 z_2 z_6 + \\ z_3 z_6 + z_4 z_6 \quad z_5 z_6 + z_6^2 + z_1 z_6^2 \quad z_7 + z_2 z_7 \quad z_2^2 z_7 + z_4 z_7 \quad z_5 z_7 + z_6 z_7 \quad z_1 z_6 z_7 \quad z_7^2 + \\ z_2 z_7^2 \quad z_6 z_7^2 \quad 2 z_8 \quad z_2^2 z_8 \quad 2 z_3 z_8 + z_1 z_5 z_8 \quad z_6 z_8 \quad z_1 z_6 z_8 + z_1^2 z_6 z_8 + z_2 z_6 z_8 \quad z_3 z_6 z_8 \\ 4 z_7 z_8 \quad z_1 z_2 z_7 z_8 \quad 2 z_3 z_7 z_8 + z_5 z_7 z_8 \quad 3 z_6 z_7 z_8 \quad 2 z_7^2 z_8 + z_2^2 z_8^2 \quad z_4 z_8^2 + z_5 z_8^2 \quad z_6 z_8^2 \\ z_1 z_6 z_8^2 + z_7 z_8^2 + z_7^2 z_8^2 + 3 z_8^3 + z_3 z_8^3 + 3 z_7 z_8^3 \quad z_8^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho &= z_1 z_2 + z_1^2 z_2 \quad z_2 z_3 + z_3^2 + z_2 z_4 + z_1 z_5 + z_1^2 z_5 \quad z_3 z_5 + z_4 z_5 \quad z_1 z_6 + z_1^3 z_6 \\ z_2 z_6 + z_1 z_2 z_6 + z_3 z_6 \quad 2 z_1 z_3 z_6 \quad z_2 z_3 z_6 + 2 z_4 z_6 \quad 2 z_5 z_6 + z_6^2 \quad z_1 z_7 \quad z_1^2 z_7 \quad z_2 z_7 + z_3 z_7 + \\ z_1 z_4 z_7 + z_1 z_5 z_7 \quad z_6 z_7 \quad z_1 z_6 z_7 + z_1^2 z_6 z_7 \quad 2 z_1 z_7^2 \quad z_1^2 z_7^2 \quad z_2 z_7^2 + z_3 z_7^2 \quad z_6 z_7^2 \quad z_1 z_7^3 \\ 2 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 \quad z_2 z_3 z_8 + z_4 z_8 \quad z_1 z_4 z_8 \quad z_5 z_8 + z_1 z_5 z_8 + z_2 z_5 z_8 \quad z_3 z_5 z_8 \quad 2 z_6 z_8 + z_1 z_6 z_8 \\ z_1^2 z_6 z_8 + 2 z_2 z_6 z_8 \quad z_3 z_6 z_8 \quad z_5 z_6 z_8 + z_6^2 z_8 \quad z_7 z_8 \quad z_1 z_7 z_8 \quad 2 z_2 z_7 z_8 + z_1 z_2 z_7 z_8 + \\ z_3 z_7 z_8 \quad z_4 z_7 z_8 + z_5 z_7 z_8 \quad 2 z_6 z_7 z_8 + z_7^3 z_8 \quad 2 z_8^2 + 2 z_1 z_8^2 \quad z_1 z_2 z_8^2 \quad z_1 z_5 z_8^2 + 2 z_6 z_8^2 \\ 2 z_1 z_6 z_8^2 + 3 z_1 z_7 z_8^2 \quad z_2 z_7 z_8^2 \quad z_6 z_7 z_8^2 + 2 z_7^2 z_8^2 + z_2 z_8^3 + z_6 z_8^3 + z_1 z_7 z_8^3 + z_8^4 \quad z_1 z_8^4 \quad z_7 z_8^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho &= z_4 \quad z_1 z_4 + z_4^2 + z_1^2 z_5 + z_1^3 z_5 \quad z_2 z_5 + z_3 z_5 \quad 2 z_1 z_3 z_5 \quad z_2 z_3 z_5 + \\ z_4 z_5 \quad z_5^2 \quad z_6 \quad 2 z_1 z_6 \quad z_1^2 z_6 \quad z_2^2 z_6 + z_3 z_6 + 3 z_4 z_6 + z_1 z_4 z_6 \quad z_5 z_6 + 3 z_6^2 + 2 z_1 z_6^2 + z_3 z_6^2 + \\ z_7 + z_1 z_7 \quad 3 z_4 z_7 \quad z_1 z_4 z_7 + z_1^2 z_5 z_7 \quad z_2 z_5 z_7 \quad 2 z_3 z_5 z_7 \quad 3 z_6 z_7 \quad 3 z_1 z_6 z_7 \quad z_1^2 z_6 z_7 + \\ z_3 z_6 z_7 + z_6^2 z_7 + 3 z_7^2 + 2 z_1 z_7^2 \quad 2 z_4 z_7^2 \quad 2 z_6 z_7^2 \quad z_1 z_6 z_7^2 + 3 z_7^3 + z_1 z_7^3 + z_7^4 + 2 z_8 + 2 z_1 z_8 \\ 4 z_4 z_8 + z_2 z_4 z_8 + 2 z_1 z_5 z_8 \quad z_2 z_5 z_8 \quad 2 z_3 z_5 z_8 \quad z_5^2 z_8 \quad 7 z_6 z_8 \quad 3 z_1 z_6 z_8 + z_1 z_2 z_6 z_8 + \\ 2 z_4 z_6 z_8 \quad 2 z_5 z_6 z_8 + 3 z_6^2 z_8 + z_1 z_6^2 z_8 + 8 z_7 z_8 + 4 z_1 z_7 z_8 \quad z_2 z_7 z_8 \quad 4 z_4 z_7 z_8 + z_5 z_7 z_8 \\ z_1 z_5 z_7 z_8 \quad 9 z_6 z_7 z_8 \quad 3 z_1 z_6 z_7 z_8 + 10 z_7^2 z_8 + 2 z_1 z_7^2 z_8 \quad z_2 z_7^2 z_8 \quad 2 z_6 z_7^2 z_8 + 4 z_7^3 z_8 + \\ 4 z_8^2 \quad 2 z_2 z_8^2 + z_4 z_8^2 + z_5 z_8^2 \quad 2 z_1 z_5 z_8^2 + z_2 z_5 z_8^2 \quad 3 z_6 z_8^2 + z_1 z_6 z_8^2 + z_2 z_6 z_8^2 + z_6^2 z_8^2 + \\ 7 z_7 z_8^2 \quad 2 z_2 z_7 z_8^2 \quad 4 z_6 z_7 z_8^2 + 3 z_7^2 z_8^2 \quad 3 z_8^3 \quad z_1 z_8^3 + 2 z_4 z_8^3 \quad z_5 z_8^3 + 4 z_6 z_8^3 + z_1 z_6 z_8^3 \\ 5 z_7 z_8^3 \quad z_1 z_7 z_8^3 \quad 2 z_7^2 z_8^3 \quad 4 z_8^4 + z_2 z_8^4 + 2 z_6 z_8^4 \quad 4 z_7 z_8^4 + z_8^5 + z_8^6 \end{aligned}$$

Appendix B : List of other characters.

$$0 \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho = z_1 + z_2 + z_6 \quad z_8 \quad z_1 z_8 \quad 2 z_7 z_8 \quad z_8^2 + z_8^3$$

$$1 \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho = z_1 \quad z_1^2 + z_3 + z_6 \quad z_1 z_7 \quad z_2 z_8 \quad z_7 z_8 + z_1 z_8^2$$

$$2 \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho = z_1 z_2 \quad z_3 + z_5 \quad z_6 + z_8 + z_1^2 z_8 + z_2 z_8 \quad z_3 z_8 \quad z_6 z_8 + 2 z_7 z_8 + z_8^2 \quad z_1 z_8^2 \quad z_8^3$$

$$\begin{aligned} 0 \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho &= z_1^2 \quad z_3 + z_5 \quad z_6 \quad z_7 \quad z_7^2 + z_8 + z_1 z_8 + z_2 z_8 \quad z_6 z_8 + z_7 z_8 + z_8^2 \\ z_1 z_8^2 + z_7 z_8^2 \quad z_8^3 \end{aligned}$$

$$0 \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho = z_1 + z_1^2 + z_7 + z_1 z_7 \quad z_2 z_7 \quad z_2 z_8 \quad z_3 z_8 \quad z_6 z_8 \quad z_1 z_8^2 + z_2 z_8^2$$

$$\begin{aligned} 1 \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho &= z_1 z_2 \quad z_5 \quad z_1 z_6 \quad z_8 \quad z_1^2 z_8 + z_2 z_8 + z_3 z_8 + 2 z_6 z_8 \quad z_7 z_8 + z_1 z_7 z_8 \\ z_8^2 + z_1 z_8^2 \quad z_2 z_8^2 \quad z_7 z_8^2 + z_8^3 \end{aligned}$$

$$1;1;0;0;0;0;0;1 = z_1 z_1^2 z_2^2 + z_3 z_1 z_3 + z_4 z_5 + 2 z_6 + z_1 z_6 z_7 z_1 z_7 2 z_8 \\ z_2 z_8 + z_1 z_2 z_8 z_5 z_8 + z_6 z_8 2 z_7 z_8 z_1 z_7 z_8 + z_1 z_8^2 + z_8^3$$

$$2;0;0;0;0;0;1;0 = z_1 + z_1^2 + z_1 z_2 + z_2^2 z_4 + z_5 z_6 + z_7 + z_1 z_7 + z_1^2 z_7 z_3 z_7 z_6 z_7 + \\ z_7^2 + 2 z_8 z_1 z_2 z_8 z_3 z_8 + z_5 z_8 2 z_6 z_8 + 2 z_7 z_8 z_1 z_7 z_8 z_1 z_8^2 + z_2 z_8^2 z_8^3$$

$$3;0;0;0;0;0;0;0 = z_1^2 + z_1^3 + z_1 z_2 2 z_1 z_3 + z_4 z_5 z_1 z_6 + z_1 z_7 + z_2 z_7 z_8 + 2 z_1 z_8 \\ z_1^2 z_8 + z_2 z_8 z_3 z_8 + z_8^2 2 z_1 z_8^2$$

$$0;0;0;0;0;1;0;2 = z_1^2 + z_2 + z_4 + z_6 z_7 + z_2 z_7 z_6 z_7 2 z_8 z_1 z_8 + z_1^2 z_8 z_3 z_8 \\ z_5 z_8 z_6 z_8 2 z_7 z_8 z_1 z_7 z_8 + z_6 z_8^2 + z_8^3$$

$$0;0;1;0;0;0;0;2 = z_2^2 z_3 z_4 + z_5 z_6 z_3 z_7 + 2 z_8 z_1 z_2 z_8 z_6 z_8 + 2 z_7 z_8 + z_3 z_8^2 + z_7 z_8^2 z_8^3$$

$$0;1;0;0;0;0;1;1 = z_1 z_2 + z_1 z_3 z_4 + z_5 z_6 z_1 z_6 z_2 z_6 + 2 z_8 + z_1 z_8 + z_1^2 z_8 + z_2 z_8 + \\ z_5 z_8 + 2 z_7 z_8 + 2 z_1 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 z_3 z_8^2 z_6 z_8^2 z_8^3 z_1 z_8^3$$

$$1;0;0;0;0;1;0;1 = z_2 z_1 z_2 z_5 z_1 z_5 z_6 z_1 z_6 + z_7 z_1^2 z_7 + z_3 z_7 + z_6 z_7 + z_8 z_1^2 z_8 + \\ z_1 z_2 z_8 + z_3 z_8 z_5 z_8 + z_6 z_8 + z_1 z_6 z_8 z_2 z_7 z_8 z_7^2 z_8 z_8^2 z_1 z_8^2 + z_6 z_8^2 2 z_7 z_8^2 z_8^3 + z_1 z_8^3 + z_8^4$$

$$0;0;0;0;0;0;0;4 = z_2 z_5 + z_7 + z_1 z_7 + z_7^2 + 2 z_1 z_8 + z_2 z_8 + 2 z_6 z_8 + z_7 z_8 z_8^2 z_1 z_8^2 \\ 3 z_7 z_8^2 z_8^3 + z_8^4$$

$$0;0;0;0;0;0;2;1 = z_1 z_1^2 z_2 z_1 z_2 z_1 z_7 z_2 z_7 z_6 z_7 z_1 z_8 + z_1^2 z_8 z_2 z_8 + z_5 z_8 \\ z_6 z_8 + z_1 z_7 z_8 + z_7^2 z_8 + z_8^2 + 2 z_1 z_8^2 + z_2 z_8^2 z_6 z_8^2 + 2 z_7 z_8^2 + z_8^3 z_1 z_8^3 z_8^4$$

$$1;0;0;0;0;0;0;3 = z_2 + z_1 z_2 + z_3 + z_6 + z_1 z_6 + z_7 + z_1 z_7 + z_2 z_7 + z_7^2 z_1 z_8 z_1^2 z_8 + z_3 z_8 + \\ z_6 z_8 + z_7 z_8 2 z_1 z_7 z_8 z_2 z_8^2 z_7 z_8^2 + z_1 z_8^3$$

$$1;0;0;0;0;0;2;0 = z_1 + z_1^2 z_3 + z_1 z_6 + z_2 z_6 + 2 z_1 z_7 + z_1^2 z_7 z_3 z_7 + z_6 z_7 + z_1 z_7^2 z_2 z_8 + \\ z_1 z_2 z_8 z_5 z_8 + z_6 z_8 z_1 z_6 z_8 z_1 z_7 z_8 z_2 z_7 z_8 z_7^2 z_8 z_8^2 z_1 z_8^2 z_1^2 z_8^2 + z_3 z_8^2 + \\ z_6 z_8^2 2 z_7 z_8^2 z_8^3 + z_1 z_8^3 + z_8^4$$

$$2;0;0;0;0;0;0;2 = z_1^2 z_1^3 z_1 z_2 + 2 z_1 z_3 + z_5 + z_1 z_6 z_7 z_1 z_7 z_1^2 z_7 + z_3 z_7 + z_6 z_7 \\ z_7^2 z_1 z_8 + z_1^2 z_8 z_1 z_2 z_8 + z_5 z_8 z_6 z_8 z_7 z_8 + z_1 z_7 z_8 + z_8^2 + z_1 z_8^2 + z_1^2 z_8^2 + z_2 z_8^2 \\ z_3 z_8^2 z_6 z_8^2 + 3 z_7 z_8^2 + z_8^3 z_1 z_8^3 z_8^4$$

$$0;2;0;0;0;0;0;1 = z_1 + 2 z_1^2 + z_1^3 + z_2 + z_1 z_2 z_1 z_3 z_2 z_3 + z_5 + z_1 z_5 z_1 z_6 z_2 z_6 + \\ 2 z_1 z_7 + z_1^2 z_7 + z_2 z_7 + z_1 z_8 z_1^2 z_8 z_1 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 z_4 z_8 2 z_6 z_8 z_1 z_6 z_8 + z_8^2 2 z_1 z_8^2 \\ z_1^2 z_8^2 z_2 z_8^2 + z_3 z_8^2 + z_6 z_8^2 + z_7 z_8^2 z_8^3 + z_1 z_8^3$$

$$1;0;1;0;0;0;0;1 = z_1^2 + z_1^3 z_2 z_1 z_2 z_1^2 z_2 z_3 2 z_1 z_3 + z_1 z_5 z_6 2 z_1 z_6 + z_2 z_6 + \\ z_1^2 z_7 z_2 z_7 z_3 z_7 z_6 z_7 + 2 z_1 z_8 + z_1 z_2 z_8 z_3 z_8 + z_1 z_3 z_8 z_4 z_8 + z_5 z_8 z_1 z_6 z_8 + \\ z_7 z_8 + 2 z_1 z_7 z_8 + z_7^2 z_8 + z_8^2 z_1 z_8^2 z_1^2 z_8^2 + z_3 z_8^2 z_8^3$$

$$1;1;0;0;0;0;1;0 = z_1 z_1^2 + z_1 z_2 + z_3 + z_2 z_3 + z_4 z_5 + z_6 + z_1 z_6 + z_2 z_6 2 z_1 z_7$$

$$z_1^2 z_7 + z_1 z_2 z_7 + z_3 z_7 \quad z_5 z_7 \quad z_1 z_7^2 \quad 2 z_8 \quad z_1 z_8 \quad z_1^2 z_8 + z_1 z_2 z_8 \quad z_2^2 z_8 + z_3 z_8 \quad z_1 z_3 z_8 + z_4 z_8 \quad z_5 z_8 + 2 z_6 z_8 + z_1 z_6 z_8 \quad 2 z_7 z_8 \quad 2 z_1 z_7 z_8 \quad z_8^2 + z_1 z_8^2 + z_1^2 z_8^2 \quad z_3 z_8^2 \quad z_7 z_8^2 + 2 z_8^3$$

$$z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8 = z_1 \quad 2 z_1^2 \quad z_1^3 + z_1^2 z_2 + z_1 z_3 \quad z_2 z_3 \quad z_1 z_5 + z_6 + 2 z_1 z_6 \quad z_7 \quad 2 z_1 z_7 \quad z_1^2 z_7 + z_6 z_7 \quad z_7^2 \quad z_8 \quad 2 z_1 z_8 + z_1^2 z_8 + z_3 z_8 \quad z_5 z_8 + 2 z_6 z_8 \quad 2 z_7 z_8 \quad z_8^2 + 3 z_1 z_8^2 \quad z_2 z_8^2 + z_8^3$$

$$z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8 = z_1 z_2 + z_1 z_3 \quad z_4 + z_5 \quad z_6 + z_1^2 z_6 \quad z_2 z_6 \quad z_3 z_6 \quad z_6^2 + z_7 + z_1 z_7 \quad z_1 z_2 z_7 + z_5 z_7 + z_7^2 + 2 z_8 \quad z_1 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 + z_3 z_8 \quad z_4 z_8 + 2 z_5 z_8 \quad z_6 z_8 \quad z_1 z_6 z_8 + 4 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 + z_7^2 z_8 + 2 z_8^2 \quad 2 z_6 z_8^2 + 2 z_7 z_8^2 \quad z_8^3 \quad z_8^4$$

$$z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8 = z_1 \quad z_1^2 \quad z_1 z_2 \quad z_1^2 z_2 \quad z_2^2 + z_3 + z_2 z_3 + z_4 \quad z_5 + z_1 z_5 + z_6 \quad z_7 \quad 2 z_1 z_7 \quad z_2 z_7 + z_3 z_7 \quad z_7^2 \quad 2 z_8 + z_1^2 z_8 + z_1^3 z_8 \quad z_2 z_8 + 2 z_1 z_2 z_8 + z_3 z_8 \quad 2 z_1 z_3 z_8 + z_4 z_8 \quad z_5 z_8 + z_6 z_8 \quad z_1 z_6 z_8 \quad 3 z_7 z_8 + 2 z_1 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 \quad z_8^2 + 3 z_1 z_8^2 \quad z_1^2 z_8^2 + z_2 z_8^2 \quad z_3 z_8^2 + 2 z_8^3 \quad 2 z_1 z_8^3$$

$$z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8 = z_1^2 \quad z_1^3 \quad z_1 z_2 + z_1^2 z_2 + z_1 z_3 \quad z_2 z_3 \quad z_4 + z_5 \quad z_1 z_5 \quad z_6 \quad z_2 z_6 \quad z_3 z_6 \quad z_1^2 z_7 + z_8 \quad 2 z_1 z_8 + z_1^2 z_8 + z_2^2 z_8 + z_5 z_8 \quad z_6 z_8 + z_1 z_6 z_8 \quad z_1 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 + z_3 z_7 z_8 \quad z_7^2 z_8 + 2 z_1 z_8^2 + z_1^2 z_8^2 + z_2 z_8^2 \quad z_1 z_2 z_8^2 \quad z_3 z_8^2 \quad z_6 z_8^2 + z_7 z_8^2 + z_8^3 \quad z_1 z_8^3 + z_7 z_8^3 \quad z_8^4$$

$$z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8 = z_1^2 \quad z_1^3 + z_1 z_3 \quad z_1 z_5 \quad z_2 z_5 + z_6 + 2 z_1 z_6 + z_2 z_6 + z_6 z_7 + z_1 z_7^2 \quad z_8 \quad z_1 z_8 + 2 z_1^2 z_8 \quad 2 z_2 z_8 \quad z_1 z_2 z_8 \quad z_3 z_8 + z_1 z_3 z_8 \quad z_4 z_8 \quad z_6 z_8 \quad z_1 z_6 z_8 + z_2 z_6 z_8 \quad z_7 z_8 + z_1 z_7 z_8 \quad 2 z_2 z_7 z_8 \quad z_3 z_7 z_8 \quad z_6 z_7 z_8 + z_8^2 + 2 z_1 z_8^2 + z_5 z_8^2 \quad z_6 z_8^2 + 2 z_7 z_8^2 + z_8^3 \quad z_1 z_8^3 + z_2 z_8^3 \quad z_8^4$$

$$z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8 = 1 \quad 2 z_1^2 \quad z_1^3 + z_1 z_2 + z_1^2 z_2 \quad z_1 z_2^2 + z_3 + z_1 z_3 \quad z_2 z_3 \quad z_3^2 + z_1 z_4 + z_2 z_5 + 2 z_1 z_6 + 2 z_1^2 z_6 \quad z_2 z_6 \quad 2 z_3 z_6 \quad z_6^2 + z_7 \quad 2 z_1 z_7 \quad 2 z_1^2 z_7 + z_1 z_2 z_7 + z_3 z_7 + z_6 z_7 \quad z_1 z_7^2 + z_8 \quad 2 z_1 z_8 + z_1^3 z_8 + z_2 z_8 + 2 z_3 z_8 \quad 2 z_1 z_3 z_8 + z_2 z_3 z_8 \quad z_1 z_5 z_8 + z_6 z_8 \quad z_1 z_6 z_8 + z_7 z_8 \quad z_1 z_7 z_8 \quad z_1^2 z_7 z_8 + z_3 z_7 z_8 + z_6 z_7 z_8 \quad z_8^2 + 2 z_1 z_8^2 \quad z_2 z_8^2 \quad z_3 z_8^2 \quad z_6 z_8^2 + z_1 z_7 z_8^2$$

$$z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8 = z_1 z_4 \quad z_1^2 z_6 + z_3 z_6 + z_6^2 \quad z_7 \quad z_1 z_7 + z_1 z_2 z_7 \quad z_5 z_7 + z_6 z_7 \quad z_7^2 \quad z_8 + z_1^2 z_8 \quad z_5 z_8 + z_1 z_5 z_8 \quad z_1 z_6 z_8 \quad z_2 z_6 z_8 \quad 2 z_7 z_8 + 2 z_1 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 \quad z_7^2 z_8 \quad z_8^2 + 2 z_1 z_8^2 \quad z_1^2 z_8^2 + z_2 z_8^2 + z_3 z_8^2 + z_6 z_8^2 + z_7 z_8^2 + z_1 z_7 z_8^2 + z_8^3 \quad z_1 z_8^3 \quad z_2 z_8^3$$

$$z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8 = z_1 + z_1^2 + z_2 + z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3 + z_7 + 3 z_1 z_7 + z_1^2 z_7 + z_2 z_7 \quad z_1 z_2 z_7 + z_5 z_7 \quad z_6 z_7 + z_7^2 + z_1 z_7^2 \quad z_1 z_8 \quad z_1^2 z_8 \quad z_1 z_2 z_8 \quad z_2^2 z_8 + z_3 z_8 \quad z_1 z_3 z_8 + z_4 z_8 + z_6 z_8 + z_1 z_6 z_8 \quad 2 z_1 z_7 z_8 \quad 2 z_8^2 \quad z_1 z_8^2 \quad z_2 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^2 \quad z_5 z_8^2 + z_6 z_8^2 \quad 3 z_7 z_8^2 \quad z_1 z_7 z_8^2 + z_1 z_8^3 + z_8^4$$

$$z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8 = z_2 \quad 2 z_1 z_2 \quad z_1^2 z_2 + z_1 z_2^2 + z_2 z_3 \quad z_1 z_4 \quad z_2 z_5 \quad z_6 \quad 2 z_1 z_6 \quad z_1^2 z_6 + z_2 z_6 + z_3 z_6 + z_6^2 \quad z_2 z_7 \quad z_1 z_2 z_7 \quad z_6 z_7 + z_8 + 2 z_1 z_8 \quad z_1^3 z_8 \quad z_2 z_8 \quad z_3 z_8 + 2 z_1 z_3 z_8 \quad z_4 z_8 + z_5 z_8 \quad 3 z_6 z_8 + 2 z_1 z_6 z_8 + 2 z_7 z_8 + z_1 z_7 z_8 \quad z_2 z_7 z_8 + 2 z_8^2 \quad 3 z_1 z_8^2 + z_1^2 z_8^2 + z_2 z_8^2 + z_3 z_8^2 + z_6 z_8^2 + z_7 z_8^2 \quad 2 z_8^3 + z_1 z_8^3$$

$$z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8 = z_1 z_2 \quad z_3 \quad z_4 + z_5 \quad z_6 \quad z_7 \quad z_1 z_7 + 2 z_6 z_7 \quad z_7^2 + z_8 \quad 2 z_1 z_8 + z_1^2 z_8 \quad z_2 z_8 \quad z_3 z_8 + z_5 z_8 \quad z_6 z_8 \quad 2 z_7 z_8 + z_1 z_7 z_8 \quad 2 z_7^2 z_8 + 2 z_1 z_8^2 + z_2 z_8^2 \quad z_6 z_8^2 + 2 z_7 z_8^2 + z_8^3 \quad z_1 z_8^3 + z_7 z_8^3 \quad z_8^4$$

$$z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8 = z_1 + z_1^2 + z_2 + z_1 z_2 \quad z_1 z_3 + z_4 + z_6 \quad z_2 z_6 \quad z_6^2 + z_1 z_7 + z_2 z_7 \quad z_8 + z_1 z_8 \quad 2 z_1^2 z_8 + 2 z_2 z_8 \quad z_1 z_2 z_8 + z_4 z_8 + 2 z_6 z_8 + z_1 z_6 z_8 \quad z_7 z_8 \quad z_1 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 +$$

$$z_2 z_8 \quad 2 z_1 z_2 z_8 + z_6 z_8 \quad z_2 z_7 z_8 \quad z_7^2 z_8 \quad z_8^2 \quad 3 z_1 z_8^2 \quad z_2 z_8^2 + z_6 z_8^2 \quad 3 z_7 z_8^2 \quad z_8^3 + z_1 z_8^3 + z_8^4$$

$$\begin{aligned} z_{11} z_{10} z_{10} z_{10} z_{11} = & z_1 + z_1^2 + z_2 + z_1 z_2 \quad z_1 z_2^2 \quad z_3 \quad z_1 z_3 \quad z_1^2 z_3 \quad z_2 z_3 + z_3^2 + z_1 z_4 + \\ & z_5 + z_1 z_5 + z_2 z_5 + z_1^2 z_6 \quad 2 z_2 z_6 + z_3 z_6 \quad z_6^2 + z_1 z_7 + z_2 z_7 \quad z_3 z_7 + z_5 z_7 + z_8 \quad z_1 z_8 \\ & 2 z_1^2 z_8 + 2 z_2 z_8 \quad z_1 z_2 z_8 + z_1^2 z_2 z_8 \quad 2 z_3 z_8 + z_1 z_3 z_8 \quad z_2 z_3 z_8 + z_4 z_8 \quad z_1 z_5 z_8 + z_1 z_6 z_8 \\ & 3 z_1 z_7 z_8 \quad z_1^2 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 + z_6 z_7 z_8 \quad z_7^2 z_8 \quad z_8^2 \quad 3 z_1 z_8^2 + z_1^2 z_8^2 + z_3 z_8^2 \quad z_5 z_8^2 + z_6 z_8^2 \\ & 2 z_7 z_8^2 \quad z_8^3 + 2 z_1 z_8^3 \quad z_2 z_8^3 + z_8^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{10} z_{10} z_{10} z_{11} z_{10} z_{11} = & z_1 + z_1^2 + z_2 + z_1 z_2 \quad z_2 z_3 + z_5 + z_1 z_5 + z_6^2 + z_7 + 3 z_1 z_7 + z_1^2 z_7 + z_2 z_7 \\ & z_3 z_7 + z_5 z_7 \quad z_6 z_7 + z_7^2 + z_1 z_7^2 + z_8 + 2 z_1 z_8 \quad z_1^2 z_8 + 2 z_2 z_8 \quad z_1 z_2 z_8 \quad z_3 z_8 + z_4 z_8 + \\ & z_5 z_8 \quad z_6 z_8 + z_7 z_8 \quad z_1 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 \quad 2 z_6 z_7 z_8 \quad z_8^2 \quad 3 z_1 z_8^2 + z_1^2 z_8^2 \quad z_3 z_8^2 \quad z_5 z_8^2 \\ & z_6 z_8^2 \quad 3 z_7 z_8^2 \quad z_1 z_7 z_8^2 \quad z_8^3 + z_6 z_8^3 + z_8^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{10} z_{10} z_{10} z_{10} z_{11} = & z_1 z_3 + z_2 z_3 \quad z_4 \quad z_6 \quad z_1 z_6 \quad z_1^2 z_6 + z_3 z_6 \quad z_5 z_6 + z_6^2 + z_2 z_7 + z_1 z_2 z_7 + \\ & z_4 z_7 + z_6 z_7 + z_2 z_7^2 + z_8 + z_1 z_8 + 2 z_1^2 z_8 + z_2 z_8 + 2 z_1 z_2 z_8 \quad z_3 z_8 \quad z_1 z_3 z_8 + 2 z_5 z_8 \\ & 2 z_6 z_8 \quad z_2 z_6 z_8 + z_6^2 z_8 + z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 + 2 z_2 z_7 z_8 \quad 2 z_3 z_7 z_8 \quad z_5 z_7 z_8 \quad 2 z_6 z_7 z_8 \\ & z_7^2 z_8 \quad z_1 z_7^2 z_8 + z_8^2 \quad z_1^2 z_8^2 + z_2 z_8^2 \quad z_1 z_2 z_8^2 \quad z_3 z_8^2 \quad 2 z_6 z_8^2 + z_1 z_6 z_8^2 + 2 z_7 z_8^2 \quad 2 z_1 z_7 z_8^2 \\ & 2 z_1 z_8^3 \quad z_2 z_8^3 + z_3 z_8^3 + z_6 z_8^3 + z_7 z_8^3 \quad z_8^4 + z_1 z_8^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{10} z_{10} z_{11} z_{10} z_{11} = & z_1 + z_1^3 \quad z_2 \quad z_1 z_2 \quad z_2^2 \quad z_1 z_3 + z_4 \quad z_5 \quad z_1 z_5 \quad z_2 z_5 \quad z_1 z_6 \quad z_5 z_6 \\ & z_2 z_7 \quad z_1 z_2 z_7 \quad z_6 z_7 \quad z_8 \quad z_1^3 z_8 \quad z_2 z_8 + z_1 z_2 z_8 + z_1 z_3 z_8 + z_2 z_3 z_8 + 3 z_1 z_6 z_8 + z_2 z_6 z_8 \\ & z_7 z_8 \quad z_1 z_7 z_8 \quad z_2 z_7 z_8 + z_3 z_7 z_8 + z_5 z_7 z_8 \quad 2 z_1 z_8^2 + z_3 z_8^2 \quad z_4 z_8^2 + z_5 z_8^2 + z_6 z_8^2 \quad z_1 z_6 z_8^2 \\ & z_7 z_8^2 + z_7^2 z_8^2 + z_8^3 + 2 z_1 z_8^3 \quad z_6 z_8^3 + 2 z_7 z_8^3 + z_8^4 \quad z_8^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{10} z_{11} z_{10} z_{10} z_{11} = & z_1 + z_1^2 + z_1^3 \quad 2 z_1 z_2 \quad z_1^2 z_2 + z_1 z_2^2 \quad z_3 \quad z_1 z_3 + z_2 z_3 + z_3^2 \quad z_4 \\ & 2 z_1 z_4 + z_5 + 2 z_1 z_5 \quad z_6 \quad 3 z_1 z_6 \quad z_1^2 z_6 + z_3 z_6 + z_1 z_7 + z_1^2 z_7 \quad z_1 z_2 z_7 \quad z_3 z_7 \quad z_4 z_7 + \\ & z_5 z_7 \quad z_6 z_7 + z_8 + 2 z_1 z_8 \quad z_1^3 z_8 + z_1 z_2 z_8 \quad z_3 z_8 + 2 z_1 z_3 z_8 \quad z_2 z_3 z_8 \quad z_4 z_8 + z_5 z_8 \\ & z_6 z_8 + z_1 z_6 z_8 + 2 z_7 z_8 + 2 z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 \quad z_3 z_7 z_8 + z_7^2 z_8 \quad 4 z_1 z_8^2 + z_3 z_8^2 + z_4 z_8^2 \\ & z_5 z_8^2 + z_6 z_8^2 \quad z_1 z_7 z_8^2 \quad 2 z_8^3 + z_1 z_8^3 \quad z_7 z_8^3 + z_8^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{10} z_{11} z_{10} z_{10} z_{11} z_{11} = & z_2 + z_1 z_2 + z_5 + z_1 z_5 + z_6 \quad z_2 z_6 + z_3 z_6 + z_2 z_7 + z_1 z_2 z_7 + z_6 z_7 + z_2^2 z_8 \\ & 2 z_3 z_8 \quad z_4 z_8 + z_5 z_8 \quad 2 z_6 z_8 \quad z_7 z_8 \quad 2 z_3 z_7 z_8 \quad z_7^2 z_8 + 2 z_8^2 \quad z_1 z_2 z_8^2 \quad z_6 z_8^2 + 2 z_7 z_8^2 + \\ & z_3 z_8^3 + z_7 z_8^3 \quad z_8^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{10} z_{11} z_{10} z_{10} z_{11} z_{10} = & 2 z_1 + z_1^2 \quad z_1^3 + z_2 + z_1 z_2 \quad z_1 z_2^2 \quad z_3 + z_1 z_3 \quad z_1^2 z_3 + z_2 z_3 + z_3^2 \quad z_4 + \\ & 2 z_1 z_4 + z_5 \quad z_1 z_5 \quad z_6 + 3 z_1 z_6 + z_1^2 z_6 + z_2 z_6 + z_1 z_2 z_6 + z_3 z_6 + z_6^2 + z_7 + 2 z_2 z_7 + z_1 z_2 z_7 \\ & z_2^2 z_7 + 2 z_4 z_7 + 2 z_6 z_7 + z_1 z_6 z_7 \quad z_7^2 \quad z_1 z_7^2 + z_2 z_7^2 + z_3 z_7^2 \quad z_7^3 + 2 z_8 \quad 4 z_1 z_8 + z_2 z_8 \quad z_1 z_2 z_8 + \\ & z_1^2 z_2 z_8 \quad z_2^2 z_8 \quad z_3 z_8 + z_1 z_3 z_8 \quad z_2 z_3 z_8 + 2 z_5 z_8 \quad z_1 z_5 z_8 \quad 2 z_6 z_8 + z_1 z_6 z_8 \quad z_2 z_6 z_8 \\ & z_3 z_6 z_8 \quad 2 z_7 z_8 \quad 4 z_1 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 \quad z_1 z_2 z_7 z_8 \quad z_3 z_7 z_8 \quad 2 z_6 z_7 z_8 \quad 4 z_7^2 z_8 \quad 2 z_1 z_8^2 + \\ & z_1^2 z_8^2 \quad z_1 z_2 z_8^2 + z_2^2 z_8^2 \quad z_4 z_8^2 + z_5 z_8^2 \quad 3 z_6 z_8^2 + z_7 z_8^2 \quad z_1 z_7 z_8^2 + z_7^2 z_8^2 + z_8^3 + 2 z_1 z_8^3 + 4 z_7 z_8^3 \quad z_8^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{10} z_{11} z_{10} z_{11} z_{10} z_{11} = & z_1 + 2 z_1^2 + z_1^3 + z_1 z_2 + z_2^2 \quad z_3 \quad z_1 z_3 \quad z_2 z_3 \quad z_4 \quad z_1 z_4 + z_1 z_5 + z_2 z_5 \\ & z_3 z_5 \quad z_6 \quad 2 z_1 z_6 \quad z_1^2 z_6 + z_3 z_6 + z_6^2 + z_7 + 3 z_1 z_7 + 2 z_1^2 z_7 + z_2^2 z_7 \quad 2 z_3 z_7 \quad z_4 z_7 + z_5 z_7 \\ & 2 z_6 z_7 + z_7^2 + z_1 z_7^2 + 2 z_8 + 2 z_1 z_8 \quad 4 z_1^2 z_8 \quad 2 z_1^3 z_8 + z_2 z_8 \quad 2 z_1 z_2 z_8 + z_1^2 z_2 z_8 + 3 z_1 z_3 z_8 \\ & z_2 z_3 z_8 + z_5 z_8 \quad z_1 z_5 z_8 + 2 z_1 z_6 z_8 \quad 2 z_2 z_6 z_8 + z_3 z_6 z_8 + 3 z_7 z_8 \quad z_1 z_7 z_8 \quad z_1^2 z_7 z_8 + \\ & z_2 z_7 z_8 \quad z_1 z_2 z_7 z_8 \quad z_6 z_7 z_8 + z_7^2 z_8 \quad z_8^2 \quad 5 z_1 z_8^2 + 2 z_1^2 z_8^2 \quad z_1 z_2 z_8^2 + z_3 z_8^2 + z_4 z_8^2 \quad z_5 z_8^2 + \end{aligned}$$

$$2 z_1^2 z_2 z_8 + z_3 z_8 - z_1 z_3 z_8 + 2 z_2 z_3 z_8 - z_5 z_8 + z_1 z_5 z_8 + 2 z_6 z_8 - 3 z_1 z_6 z_8 + z_2 z_6 z_8 + 2 z_2 z_7 z_8 + z_3 z_7 z_8 + z_6 z_7 z_8 + z_7^2 z_8 - z_1^2 z_8^2 - 3 z_2 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^2 - z_3 z_8^2 - z_6 z_8^2 - 2 z_7 z_8^2 + z_1 z_7 z_8^2 + z_8^3 - z_1 z_8^3$$

$$1 \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho = z_1 z_1^2 - 2 z_1 z_2 z_1^2 z_2 z_1^2 z_2 z_1^2 + z_2 z_3 + z_4 z_1 z_5 z_2 z_5 + z_6 z_6^2 z_7 z_1 z_7 z_2 z_7 z_1 z_2 z_7 z_5 z_7 z_1 z_6 z_7 z_7^2 z_8 + 3 z_1^2 z_8 + z_1^3 z_8 z_2 z_8 + z_1 z_2 z_8 z_2^2 z_8 z_3 z_8 - 2 z_1 z_3 z_8 + z_4 z_8 - 2 z_5 z_8 + z_1 z_5 z_8 + z_6 z_8 + 2 z_2 z_6 z_8 - 3 z_7 z_8 + 3 z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 z_3 z_7 z_8 + 2 z_6 z_7 z_8 + z_1 z_7^2 z_8 z_8^2 + 3 z_1 z_8^2 z_1^2 z_8^2 + 2 z_1 z_2 z_8^2 z_3 z_8^2 z_5 z_8^2 + z_6 z_8^2 z_1 z_6 z_8^2 z_1 z_7 z_8^2 z_2 z_7 z_8^2 z_7^2 z_8^2 + z_8^3 - 3 z_1 z_8^3 z_1^2 z_8^3 + z_3 z_8^3 + z_6 z_8^3 - 2 z_7 z_8^3 z_8^4 + z_1 z_8^4 + z_8^5$$

$$1 \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho = z_1 z_1^2 z_1^2 z_2 + z_3 + z_2 z_3 + z_4 + z_1 z_4 + z_1 z_5 + z_6 + z_1 z_6 + z_2 z_6 z_1 z_7 + z_2 z_7 + z_1 z_2 z_7 + 2 z_3 z_7 + z_6 z_7 z_1 z_6 z_7 + z_7^2 + z_1 z_7^2 + z_2 z_7^2 + z_7^3 z_8 + 2 z_1^2 z_8 + z_1^3 z_8 + z_1 z_2 z_8 z_2^2 z_8 + z_3 z_8 - 2 z_1 z_3 z_8 + z_4 z_8 z_5 z_8 z_1 z_5 z_8 + z_6 z_8 - 2 z_1 z_6 z_8 + z_7 z_8 + 3 z_1 z_7 z_8 z_1^2 z_7 z_8 + z_3 z_7 z_8 + 2 z_7^2 z_8 + 3 z_1 z_8^2 - 2 z_1^2 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^2 z_3 z_8^2 z_5 z_8^2 + z_1 z_6 z_8^2 z_1 z_7 z_8^2 z_2 z_7 z_8^2 z_7^2 z_8^2 - 3 z_1 z_8^3 + z_6 z_8^3 - 3 z_7 z_8^3 z_8^4 + z_1 z_8^4 + z_8^5$$

$$1 \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho = z_1^2 z_1^3 + z_1 z_3 + z_1 z_4 + z_2 z_4 + z_1 z_5 + z_1^2 z_5 z_3 z_5 z_2 z_6 + z_3 z_6 z_5 z_6 z_1^2 z_7 + z_4 z_7 + z_1 z_5 z_7 + z_6 z_7 z_1 z_6 z_7 z_2 z_6 z_7 + z_1^2 z_8 + z_1^3 z_8 + z_1 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 z_3 z_8 z_1 z_3 z_8 z_2 z_3 z_8 + 2 z_4 z_8 z_1 z_4 z_8 z_1^2 z_6 z_8 + z_3 z_6 z_8 + z_6^2 z_8 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 + z_1 z_2 z_7 z_8 z_3 z_7 z_8 z_5 z_7 z_8 - 2 z_7^2 z_8 + z_1 z_7^2 z_8 z_8^2 + z_1 z_8^2 + z_1^2 z_8^2 + z_2 z_8^2 z_1 z_2 z_8^2 z_3 z_8^2 - 2 z_5 z_8^2 - 3 z_7 z_8^2 + z_1 z_7 z_8^2 z_2 z_7 z_8^2 z_7^2 z_8^2 z_8^3 z_1 z_8^3 z_1^2 z_8^3 + z_3 z_8^3 + 2 z_6 z_8^3 z_7 z_8^3 + z_8^5$$

$$1 \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho = z_1^3 + z_1^4 z_1 z_2 + z_1^2 z_2 - 2 z_1^2 z_3 z_1 z_2 z_3 + z_1 z_4 - 2 z_1 z_5 + z_3 z_5 z_1^2 z_6 + z_1 z_2 z_6 + z_1 z_7 + z_1^2 z_7 + z_1^3 z_7 z_1 z_3 z_7 z_5 z_7 - 2 z_1 z_6 z_7 + z_1 z_7^2 z_1 z_8 + 2 z_1^2 z_8 z_1^3 z_8 z_2 z_8 z_1 z_3 z_8 + z_1 z_4 z_8 z_2 z_5 z_8 z_6 z_8 + z_1 z_6 z_8 + z_2 z_6 z_8 + z_6^2 z_8 - 2 z_7 z_8 z_1 z_7 z_8 - 2 z_1^2 z_7 z_8 z_2 z_7 z_8 + z_3 z_7 z_8 z_5 z_7 z_8 + z_6 z_7 z_8 - 2 z_7^2 z_8 z_1 z_8^2 - 2 z_1^2 z_8^2 z_2 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^2 z_6 z_8^2 + z_1 z_6 z_8^2 - 2 z_7 z_8^2 - 2 z_1 z_7 z_8^2 z_2 z_7 z_8^2 z_7^2 z_8^2 + z_2 z_8^3 + z_6 z_8^3 + 2 z_7 z_8^3 + z_1 z_8^4$$

$$1 \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho = z_1 z_1^2 z_2 z_1 z_2 z_1^2 z_2 + z_1 z_2^2 z_1 z_3 + z_2 z_3 + z_4 z_5 z_2 z_5 + 2 z_2 z_6 z_7 - 3 z_1 z_7 z_1^2 z_7 z_2 z_7 z_1 z_2 z_7 z_1 z_3 z_7 + z_4 z_7 + z_1 z_6 z_7 - 2 z_7^2 z_2 z_1 z_7^2 z_7^3 z_8 + z_1 z_8 + z_1^2 z_8 z_1^2 z_8 + z_1^3 z_8 z_2 z_8 + z_1 z_2 z_8 z_1^2 z_2 z_8 z_3 z_8 - 2 z_1 z_3 z_8 + z_1 z_5 z_8 - 2 z_1 z_6 z_8 + z_2 z_6 z_8 - 2 z_7 z_8 + z_1 z_7 z_8 + 2 z_1^2 z_7 z_8 z_2 z_7 z_8 - 2 z_3 z_7 z_8 z_6 z_7 z_8 z_7^2 z_8 + z_8^2 + 2 z_1 z_8^2 + z_2 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^2 z_3 z_8^2 + z_1 z_3 z_8^2 z_4 z_8^2 + z_5 z_8^2 z_1 z_6 z_8^2 + 2 z_7 z_8^2 + 2 z_1 z_7 z_8^2 + z_7^2 z_8^2 + z_8^3 z_1 z_8^3 z_1^2 z_8^3 + z_3 z_8^3 z_8^4$$

$$1 \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho = z_1 + 2 z_1^2 + z_1^3 + z_1^2 z_3 z_2 z_3 z_3^2 z_4 z_1 z_4 z_6 - 2 z_1 z_6 z_2 z_6 z_1 z_2 z_6 - 3 z_3 z_6 + z_5 z_6 z_6^2 + z_7 + 3 z_1 z_7 + 2 z_1^2 z_7 z_6 z_7 + z_1 z_6 z_7 + z_7^2 + z_1 z_7^2 + 2 z_8 + 3 z_1 z_8 - 2 z_1^2 z_8 z_1^3 z_8 + z_2 z_8 + z_2^2 z_8 + 2 z_3 z_8 + z_1 z_3 z_8 + 2 z_2 z_3 z_8 z_4 z_8 z_1 z_6 z_8 + z_2 z_6 z_8 + 4 z_7 z_8 + 2 z_1 z_7 z_8 z_1^2 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 + z_1 z_2 z_7 z_8 + 2 z_3 z_7 z_8 z_5 z_7 z_8 + 2 z_7^2 z_8 z_1 z_7^2 z_8 + z_8^2 - 4 z_1 z_8^2 z_1^2 z_8^2 z_2 z_8^2 z_2^2 z_8^2 + z_3 z_8^2 z_1 z_3 z_8^2 + z_4 z_8^2 + z_1 z_6 z_8^2 - 2 z_1 z_7 z_8^2 - 3 z_8^3 + z_1 z_8^3 + z_1^2 z_8^3 z_3 z_8^3 z_7 z_8^3 + z_8^4$$

$$1 \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho = z_1^2 z_1^3 z_1^4 z_1 z_2 z_1^2 z_2 + 2 z_1^2 z_3 + z_1 z_2 z_3 - 2 z_1 z_4 z_2 z_4 + z_1 z_5 z_1^2 z_5 + z_2 z_5 z_1 z_6 + z_1^2 z_6 + z_5 z_6 z_1^2 z_7 z_1^3 z_7 z_1 z_2 z_7 + z_1 z_3 z_7 z_4 z_7 + z_5 z_7 z_6 z_7 + z_1 z_6 z_7 + 3 z_1 z_8 + z_1^3 z_8 + z_2 z_8 z_1 z_2 z_8 + z_1 z_3 z_8 z_4 z_8 + z_5 z_8 + z_1 z_5 z_8 z_6 z_8 z_1 z_6 z_8 z_2 z_6 z_8 + 2 z_7 z_8 + 3 z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 z_6 z_7 z_8 + 2 z_7^2 z_8 + 3 z_8^2 + z_1 z_8^2 + 2 z_1^2 z_8^2 z_3 z_8^2 + z_5 z_8^2 - 3 z_6 z_8^2 + 3 z_7 z_8^2 + z_1 z_7 z_8^2 + z_8^3 - 3 z_1 z_8^3 - 2 z_8^4$$

$$1 \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho = 1 - z_1 + z_1^3 + z_1^4 + 2 z_1 z_2 + z_1^2 z_2 + z_2^2 z_3^2 + z_3 - 2 z_1^2 z_3 + z_2 z_3 z_1 z_2 z_3 +$$

$$1;0;0;0;0;2;0;0 = z_2^2 + z_3^2 \quad z_1 z_4 \quad z_2 z_5 \quad 2 z_1 z_6 \quad z_1^2 z_6 \quad z_2 z_6 \quad z_1 z_2 z_6 + z_3 z_6 + z_1 z_6^2 \\ z_1^2 z_7 + z_2 z_7 + z_3 z_7 \quad z_5 z_7 \quad z_1 z_5 z_7 \quad 2 z_1 z_6 z_7 \quad z_2 z_6 z_7 \quad z_1^2 z_7^2 + z_2 z_7^2 + z_3 z_7^2 + 2 z_1 z_8 + \\ z_2 z_8 + z_1 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 \quad z_3 z_8 + z_1 z_3 z_8 \quad z_2 z_3 z_8 \quad z_4 z_8 + z_1 z_5 z_8 + z_2 z_5 z_8 \quad 2 z_6 z_8 \\ 2 z_1 z_6 z_8 + z_1^2 z_6 z_8 \quad z_3 z_6 z_8 + 3 z_1 z_7 z_8 + 2 z_2 z_7 z_8 + z_1 z_2 z_7 z_8 + z_1 z_7^2 z_8 + 2 z_8^2 + z_2 z_8^2 \\ z_1 z_2 z_8^2 + z_5 z_8^2 + 2 z_7 z_8^2 + z_1 z_7 z_8^2 \quad z_2 z_7 z_8^2 \quad z_1 z_8^3 \quad z_2 z_8^3 \quad z_8^4$$

$$2;0;0;0;0;0;2;0 = z_1^2 + z_1^3 + 2 z_1 z_2 + z_2^2 \quad 2 z_1 z_3 \quad z_2 z_3 \quad z_1 z_4 + 2 z_1 z_5 + z_2 z_5 \quad z_1 z_6 + z_1 z_2 z_6 + \\ z_3 z_6 \quad z_5 z_6 + z_6^2 + z_1 z_7 + 3 z_1^2 z_7 + z_1^3 z_7 + z_1 z_2 z_7 + z_2^2 z_7 \quad z_3 z_7 \quad 2 z_1 z_3 z_7 \quad z_4 z_7 + z_5 z_7 \quad 2 z_6 z_7 \\ z_1 z_6 z_7 + z_7^2 + 2 z_1 z_7^2 + z_1^2 z_7^2 \quad z_3 z_7^2 \quad z_6 z_7^2 + z_7^3 + 3 z_1 z_8 \quad z_1^2 z_8 + 2 z_2 z_8 \quad z_1 z_2 z_8 + z_1^2 z_2 z_8 + \\ z_2^2 z_8 \quad 2 z_3 z_8 \quad z_2 z_3 z_8 \quad z_4 z_8 + 2 z_5 z_8 \quad z_1 z_5 z_8 \quad 2 z_6 z_8 \quad z_1 z_6 z_8 \quad z_1^2 z_6 z_8 \quad 2 z_2 z_6 z_8 + \\ z_3 z_6 z_8 + z_6^2 z_8 + 2 z_7 z_8 + 3 z_1 z_7 z_8 \quad z_1^2 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 \quad z_1 z_2 z_7 z_8 \quad 3 z_3 z_7 z_8 + z_5 z_7 z_8 \\ 4 z_6 z_7 z_8 + 3 z_7^2 z_8 \quad z_1 z_7^2 z_8 + 2 z_8^2 \quad 2 z_1 z_8^2 \quad z_1^3 z_8^2 + z_2 z_8^2 \quad 2 z_1 z_2 z_8^2 \quad z_3 z_8^2 + 2 z_1 z_3 z_8^2 \quad 2 z_6 z_8^2 + \\ 2 z_1 z_6 z_8^2 + 2 z_7 z_8^2 \quad 3 z_1 z_7 z_8^2 + z_2 z_7 z_8^2 \quad 2 z_1 z_8^3 + z_1^2 z_8^3 \quad z_2 z_8^3 + z_3 z_8^3 + z_6 z_8^3 \quad z_7 z_8^3 \quad z_8^4 + z_1 z_8^4$$

$$3;0;0;0;0;0;0;2 = z_1^3 \quad z_1^4 \quad z_1^2 z_2 + z_1 z_3 + 3 z_1^2 z_3 \quad z_3^2 \quad z_1 z_4 + z_1 z_5 + z_1 z_6 + z_1^2 z_6 + \\ z_2 z_6 \quad 2 z_3 z_6 \quad z_1 z_7 \quad z_1^2 z_7 \quad z_1^3 z_7 \quad z_2 z_7 \quad z_1 z_2 z_7 + z_3 z_7 + 2 z_1 z_3 z_7 \quad z_4 z_7 + z_1 z_6 z_7 \\ z_1 z_7^2 \quad z_2 z_7^2 \quad z_1 z_8 \quad 2 z_1^2 z_8 + z_1^3 z_8 \quad z_1 z_2 z_8 \quad z_1^2 z_2 z_8 \quad z_2^2 z_8 + 2 z_3 z_8 + z_2 z_3 z_8 \quad z_5 z_8 + \\ z_1 z_5 z_8 + 2 z_6 z_8 \quad z_1 z_6 z_8 \quad z_7 z_8 \quad 3 z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 \quad 3 z_2 z_7 z_8 + 2 z_3 z_7 z_8 \quad z_7^2 z_8 \quad 2 z_8^2 + \\ 2 z_1^2 z_8^2 + z_1^3 z_8^2 \quad z_2 z_8^2 + 2 z_1 z_2 z_8^2 \quad 2 z_1 z_3 z_8^2 + z_4 z_8^2 \quad z_5 z_8^2 + z_6 z_8^2 \quad z_1 z_6 z_8^2 \quad 4 z_7 z_8^2 + \\ 4 z_1 z_7 z_8^2 + z_2 z_7 z_8^2 \quad z_8^3 + 3 z_1 z_8^3 \quad z_1^2 z_8^3 + z_2 z_8^3 \quad z_3 z_8^3 + 2 z_8^4 \quad 2 z_1 z_8^4$$

$$4;0;0;0;0;0;0;0 = z_1^2 + z_1^4 + z_1^2 z_2 \quad 3 z_1^2 z_3 + z_2 z_3 + z_3^2 + 2 z_1 z_4 \quad 3 z_1 z_5 \quad z_2 z_5 + z_1 z_6 \\ z_1^2 z_6 + z_2 z_6 + 2 z_3 z_6 + z_6^2 \quad z_1 z_7 \quad z_1^2 z_7 + z_1 z_2 z_7 \quad z_5 z_7 \quad z_1 z_7^2 \quad 4 z_1 z_8 + z_1^2 z_8 \quad z_1^3 z_8 \\ z_2 z_8 + 2 z_1 z_2 z_8 \quad z_2^2 z_8 + z_4 z_8 \quad 2 z_5 z_8 + 3 z_1 z_6 z_8 \quad z_7 z_8 \quad 4 z_1 z_7 z_8 \quad z_2 z_7 z_8 \quad z_7^2 z_8 \\ 2 z_8^2 + z_1 z_8^2 \quad z_1^2 z_8^2 + z_3 z_8^2 + 2 z_6 z_8^2 \quad 2 z_7 z_8^2 + 2 z_1 z_8^3 + z_8^4$$

$$0;2;0;0;0;1;0;0 = z_1 + z_1^2 + z_2 \quad z_3 \quad z_1 z_3 \quad z_1^2 z_3 \quad z_2 z_3 + z_3^2 \quad z_4 + z_5 \quad z_3 z_5 \quad z_6 \quad z_2 z_6 + \\ z_1 z_2 z_6 + z_2^2 z_6 + z_3 z_6 \quad z_4 z_6 \quad z_5 z_6 \quad z_1 z_6^2 + z_1 z_7 + z_1^2 z_7 + z_1^3 z_7 + 2 z_2 z_7 + z_1 z_2 z_7 \quad z_2^2 z_7 \\ 2 z_1 z_3 z_7 \quad z_2 z_3 z_7 + z_4 z_7 + z_1 z_5 z_7 + 3 z_6 z_7 \quad z_2 z_6 z_7 \quad z_7^2 + z_1 z_7^2 + z_1^2 z_7^2 + z_2 z_7^2 + z_8 \quad z_1 z_8 + \\ z_1^2 z_8 + z_1^3 z_8 + 2 z_2 z_8 + z_1^2 z_2 z_8 \quad z_2^2 z_8 \quad z_3 z_8 \quad z_1 z_3 z_8 \quad 2 z_2 z_3 z_8 + z_3^2 z_8 + z_4 z_8 \quad z_1 z_4 z_8 + \\ z_5 z_8 + z_2 z_5 z_8 + z_6 z_8 + z_1 z_6 z_8 \quad 2 z_1^2 z_6 z_8 \quad 2 z_2 z_6 z_8 + 2 z_3 z_6 z_8 + z_6^2 z_8 \quad 3 z_7 z_8 + 2 z_1 z_7 z_8 + \\ z_1^2 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 \quad z_1 z_2 z_7 z_8 \quad 2 z_3 z_7 z_8 \quad z_6 z_7 z_8 \quad 3 z_7^2 z_8 \quad 2 z_8^2 \quad z_1^3 z_8^2 \quad z_1 z_2 z_8^2 + z_2^2 z_8^2 \quad z_3 z_8^2 + \\ 2 z_1 z_3 z_8^2 \quad z_5 z_8^2 \quad 2 z_6 z_8^2 + z_1 z_6 z_8^2 \quad 3 z_1 z_7 z_8^2 + z_8^3 \quad 2 z_1 z_8^3 \quad z_2 z_8^3 + z_3 z_8^3 + z_6 z_8^3 + z_7 z_8^3 + z_1 z_8^4$$

$$1;0;1;0;0;1;0;0 = z_1^2 + z_1^3 + z_2 + 2 z_1 z_2 + z_1^2 z_2 \quad z_1 z_2^2 + z_1^2 z_3 \quad z_2 z_3 \quad z_3^2 \quad z_2 z_4 + z_5 + z_1 z_5 + \\ z_2 z_5 + z_3 z_5 + 2 z_1 z_6 + 2 z_1^2 z_6 \quad 2 z_2 z_6 \quad 2 z_1 z_2 z_6 \quad 3 z_3 z_6 + z_1 z_3 z_6 \quad z_4 z_6 + z_5 z_6 \quad 2 z_6^2 \\ z_1 z_6^2 + z_1 z_7 + 3 z_1^2 z_7 + z_1^3 z_7 + z_2 z_7 + z_1 z_2 z_7 \quad z_1^2 z_2 z_7 \quad z_3 z_7 \quad z_1 z_3 z_7 + z_5 z_7 + z_1 z_5 z_7 + \\ z_1 z_6 z_7 + z_2 z_6 z_7 + z_1 z_7^2 + z_1^2 z_7^2 \quad z_3 z_7^2 \quad z_1 z_8 \quad z_1^2 z_8 + 2 z_2 z_8 \quad 2 z_1 z_2 z_8 \quad 2 z_1^2 z_2 z_8 \\ z_2^2 z_8 + z_1 z_2^2 z_8 + z_3 z_8 \quad 2 z_1 z_3 z_8 + 3 z_2 z_3 z_8 + z_4 z_8 \quad z_5 z_8 \quad z_2 z_5 z_8 + 3 z_6 z_8 \quad 2 z_1 z_6 z_8 \\ z_1^2 z_6 z_8 + 2 z_2 z_6 z_8 + z_3 z_6 z_8 \quad 2 z_1 z_7 z_8 \quad 2 z_1^2 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 + z_1 z_2 z_7 z_8 + z_3 z_7 z_8 + 2 z_6 z_7 z_8 \\ z_1 z_7^2 z_8 \quad 2 z_8^2 \quad z_1^2 z_8^2 \quad 3 z_2 z_8^2 + 3 z_1 z_2 z_8^2 \quad z_2^2 z_8^2 \quad z_5 z_8^2 \quad 3 z_7 z_8^2 + z_1 z_8^3 + z_8^4$$

$$1;1;0;0;1;0;0;0 = z_1^2 + z_1^3 \quad z_2 \quad z_1^2 z_2 + z_2^2 + z_1 z_2^2 \quad z_1 z_3 + z_2 z_3 \quad z_1 z_4 \quad z_5 \quad z_1^2 z_5 + \\ z_1 z_2 z_5 + z_3 z_5 \quad z_5^2 \quad z_6 \quad 4 z_1 z_6 \quad 2 z_1^2 z_6 + 2 z_2 z_6 \quad z_2^2 z_6 + z_3 z_6 \quad z_1 z_3 z_6 + z_4 z_6 + z_5 z_6 + \\ 2 z_6^2 + z_1 z_6^2 + z_7 + z_1 z_7 + z_1^2 z_7 \quad z_2 z_7 + z_2^2 z_7 \quad z_3 z_7 + z_2 z_3 z_7 \quad z_1 z_5 z_7 \quad 4 z_6 z_7 \quad z_1 z_6 z_7 +$$

$$z_2 z_6 z_7 + z_7^2 z_6 z_7^2 + 3 z_1 z_8 z_1^2 z_8 z_2 z_8 + z_1 z_2 z_8 z_1^2 z_2 z_8 + z_2 z_3 z_8 z_4 z_8 z_2 z_5 z_8 + 2 z_1 z_5 z_8 z_2 z_5 z_8 z_3 z_6 z_8 z_1 z_6 z_8 + z_1^2 z_6 z_8 + z_2 z_6 z_8 z_3 z_6 z_8 + 4 z_7 z_8 + z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 z_2 z_7 z_8 z_3 z_7 z_8 + 4 z_6 z_7 z_8 + 3 z_7^2 z_8 z_1 z_7^2 z_8 + z_8^2 z_1 z_8^2 z_1^2 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^2 z_2^2 z_8^2 + z_3 z_8^2 + 2 z_5 z_8^2 + 3 z_6 z_8^2 + z_7 z_8^2 + z_2 z_7 z_8^2 + z_7^2 z_8^2 z_8^3 z_7 z_8^3$$

$$2z_1 z_1 z_1 z_1 z_1 z_1 = z_1 z_1^2 + z_1^3 + z_1^4 z_2 z_2 z_1 z_2 z_1^2 z_2 z_1^3 z_2 z_2^2 z_1 z_2^2 + z_3 2 z_1^2 z_3 + z_2 z_3 + z_1 z_2 z_3 + z_1 z_4 z_5 z_1 z_5 + z_1^2 z_5 z_2 z_1 z_6 z_2 z_1^2 z_6 z_2 z_6 + z_1 z_2 z_6 + 2 z_3 z_6 z_5 z_6 + z_6^2 z_1 z_7 + z_1^3 z_7 z_2 z_7 z_1 z_2 z_7 z_2^2 z_7 z_1 z_3 z_7 + z_4 z_7 z_5 z_7 z_1 z_6 z_7 z_8 + 3 z_1^2 z_8 z_2 z_8 + 2 z_1 z_2 z_8 + 2 z_1^2 z_2 z_8 z_1 z_3 z_8 + z_1^2 z_3 z_8 z_3^2 z_8 + 2 z_4 z_8 z_1 z_4 z_8 2 z_5 z_8 + z_2 z_5 z_8 + 2 z_1 z_6 z_8 z_1^2 z_6 z_8 z_3 z_6 z_8 z_7 z_8 + 3 z_1 z_7 z_8 + 2 z_1^2 z_7 z_8 + 2 z_2 z_7 z_8 + z_1 z_2 z_7 z_8 z_3 z_7 z_8 + z_1 z_7^2 z_8 z_2 z_8^2 + 3 z_1 z_8^2 z_2 z_1^2 z_8^2 z_1^3 z_8^2 + 2 z_2 z_8^2 z_5 z_8^2 + 3 z_6 z_8^2 z_7 z_8^2 z_2 z_1 z_7 z_8^2 z_2 z_7 z_8^2 z_7^2 z_8^2 z_3 z_1 z_8^3 z_2 z_8^3 + z_6 z_8^3 z_3 z_7 z_8^3 + z_1 z_8^4 + z_8^5$$

$$2z_1 z_1 z_1 z_1 z_1 z_1 = z_1^2 + z_1^3 + z_1^2 z_2 + z_1 z_2^2 + z_2^3 z_3 z_1 z_3 z_2 z_3 + z_1 z_2 z_3 + z_3^2 z_4 z_2 z_1 z_4 2 z_2 z_4 + z_5 + z_1 z_5 + z_2 z_5 z_3 z_5 z_6 z_2 z_1 z_6 z_1^2 z_6 z_2 z_2 z_6 z_1 z_2 z_6 + z_3 z_6 + z_1 z_7 z_1^3 z_7 + z_2 z_7 + z_1^2 z_2 z_7 z_3 z_7 + z_1 z_3 z_7 z_2 z_3 z_7 z_2 z_4 z_7 + z_5 z_7 z_1 z_5 z_7 + z_1 z_6 z_7 z_1^2 z_7^2 + z_6 z_7^2 + z_8 + 2 z_1 z_8 z_1^2 z_8 z_2 z_1^3 z_8 + 3 z_2 z_8 z_1 z_2 z_8 z_1^2 z_2 z_8 z_1 z_2^2 z_8 z_3 z_8 + 2 z_1 z_3 z_8 z_1^2 z_3 z_8 + z_3^2 z_8 z_4 z_8 + z_1 z_4 z_8 + z_5 z_8 + z_2 z_5 z_8 + z_1 z_6 z_8 + z_1^2 z_6 z_8 z_2 z_6 z_8 + z_3 z_6 z_8 z_6^2 z_8 + 2 z_7 z_8 z_1^2 z_7 z_8 + 2 z_2 z_7 z_8 + z_3 z_7 z_8 + 3 z_6 z_7 z_8 z_2 z_1 z_8^2 + z_1^3 z_8^2 z_2 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^2 + z_3 z_8^2 + z_4 z_8^2 z_5 z_8^2 + 2 z_6 z_8^2 z_1 z_6 z_8^2 z_2 z_7 z_8^2 + 3 z_1 z_7 z_8^2 z_2 z_8^3 + 2 z_1 z_8^3 z_2 z_8^3 z_6 z_8^3 + z_8^4 z_1 z_8^4 z_8^5$$

$$3z_1 z_1 z_1 z_1 z_1 z_1 = z_1 z_2 z_1^2 z_2 z_1^3 z_1^4 z_1 z_2 + z_1^3 z_2 + z_1 z_3 + 2 z_1^2 z_3 z_2 z_3 z_2 z_1 z_2 z_3 z_3^2 z_4 z_2 z_1 z_4 z_3^2 + z_1 z_4 + z_2 z_4 + z_5 z_1^2 z_5 + z_3 z_5 + 2 z_1 z_6 + 3 z_1^2 z_6 z_2 z_6 z_2 z_3 z_6 z_6^2 z_7 z_4 z_1 z_7 3 z_1^2 z_7 z_1^3 z_7 z_2 z_7 z_1 z_2 z_7 + z_1 z_3 z_7 + z_4 z_7 + z_6 z_7 + 2 z_1 z_6 z_7 z_2 z_7^2 z_3 z_1 z_7^2 z_2 z_7^2 z_7^3 2 z_1 z_8 + 2 z_1^3 z_8 + z_1 z_2 z_8 + 2 z_2^2 z_8 z_1 z_3 z_8 z_2 z_3 z_8 + z_5 z_8 z_1 z_5 z_8 z_2 z_7 z_8 z_2 z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 + z_6 z_7 z_8 z_2 z_7^2 z_8 + z_8^2 + 2 z_1 z_8^2 + 2 z_1^2 z_8^2 + 2 z_2 z_8^2 z_2 z_1 z_2 z_8^2 z_2 z_3 z_8^2 z_2 z_6 z_8^2 + 2 z_7 z_8^2 + z_8^3 z_1 z_8^3 + z_7 z_8^3 z_8^4$$

$$0z_1 z_1 z_1 z_1 z_1 z_1 = z_1^2 z_1^3 + z_2 + z_3 + 2 z_1 z_3 + z_2 z_3 z_1 z_5 + 2 z_6 + 2 z_1 z_6 z_6^2 z_2 z_1^2 z_7 + 2 z_3 z_7 z_2 z_5 z_7 + 3 z_6 z_7 + z_7^2 + z_7^3 z_8 z_1 z_8 z_1 z_2 z_8 + z_3 z_8 z_4 z_8 + 2 z_6 z_8 z_1 z_6 z_8 3 z_7 z_8 z_1 z_7 z_8 z_2 z_7 z_8 + 4 z_6 z_7 z_8 z_2 z_7^2 z_8 + z_1^2 z_8^2 z_2 z_2 z_8^2 z_3 z_8^2 + z_5 z_8^2 z_2 z_6 z_8^2 3 z_7 z_8^2 + 2 z_1 z_7 z_8^2 z_3 z_7^2 z_8^2 + z_8^3 + 2 z_1 z_8^3 + z_2 z_8^3 z_6 z_8^3 + 3 z_7 z_8^3 + z_8^4 z_1 z_8^4 + z_7 z_8^4 z_8^5$$

$$0z_1 z_1 z_1 z_1 z_1 z_1 = z_1^2 z_2 z_2 z_3 + z_1 z_4 + z_5 z_6 z_1 z_6 z_2 z_6 z_3 z_6 z_5 z_6 + z_1 z_2 z_7 + z_4 z_7 z_6 z_7 z_1 z_6 z_7 z_6 z_7^2 + z_8 z_1^3 z_8 + z_2 z_8 + 2 z_1 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 + z_3 z_8 + 2 z_1 z_3 z_8 2 z_1 z_5 z_8 z_2 z_6 z_8 + z_2 z_6 z_8 + 2 z_6^2 z_8 + 2 z_7 z_8 + 2 z_1 z_7 z_8 z_1^2 z_7 z_8 + 2 z_2 z_7 z_8 + 2 z_3 z_7 z_8 2 z_6 z_7 z_8 + 2 z_7^2 z_8 + z_1 z_7^2 z_8 + z_7^3 z_8 + z_8^2 z_1^2 z_8^2 z_2 z_1 z_2 z_8^2 + z_3 z_8^2 z_4 z_8^2 z_5 z_8^2 z_6 z_8^2 + 2 z_1 z_6 z_8^2 + 4 z_7 z_8^2 z_1 z_7 z_8^2 z_2 z_2 z_7 z_8^2 z_2 z_6 z_7 z_8^2 + 2 z_7^2 z_8^2 z_1 z_8^3 + z_1^2 z_8^3 z_2 z_2 z_8^3 z_3 z_8^3 + z_5 z_8^3 + z_6 z_8^3 z_1 z_7 z_8^3 z_8^4 + z_1 z_8^4 + z_2 z_8^4 z_7 z_8^4$$

$$0z_1 z_1 z_1 z_1 z_1 z_1 = z_2 z_1 z_2 + z_1^2 z_2 z_3 + z_1 z_3 z_4 z_1 z_5 z_6 + z_5 z_6 + z_1 z_7 + z_1^2 z_7 z_2 z_7 z_3 z_7 z_6 z_7 z_1 z_6 z_7 + z_1 z_7^2 z_6 z_7^2 + z_8 + 3 z_1^2 z_8 + 3 z_1 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 z_1 z_3 z_8 z_2 z_3 z_8 + z_1 z_5 z_8 z_1 z_6 z_8 z_2 z_6 z_8 z_6^2 z_8 + 2 z_7 z_8 + 4 z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 + 2 z_2 z_7 z_8 2 z_3 z_7 z_8 + z_5 z_7 z_8 z_2 z_6 z_7 z_8 + z_7^2 z_8 + z_1 z_7^2 z_8 + 3 z_1 z_8^2 z_3 z_1^2 z_8^2 + 3 z_2 z_8^2 z_2 z_1 z_2 z_8^2 + z_4 z_8^2 + z_5 z_8^2 + z_6 z_8^2 + z_1 z_6 z_8^2 + 2 z_7 z_8^2 z_3 z_1 z_7 z_8^2 + z_2 z_7 z_8^2 + z_6 z_7 z_8^2 z_8^3 z_4 z_1 z_8^3 + z_1^2 z_8^3 z_2 z_8^3 z_5 z_8^3 z_3 z_7 z_8^3 z_1 z_7 z_8^3 z_8^4 + z_1 z_8^4 + z_8^5$$

$$z_3 z_7 z_8^2 \quad 2 z_7^2 z_8^2 + 2 z_1 z_8^3 + z_1^2 z_8^3 + z_2 z_8^3 \quad z_1 z_2 z_8^3 \quad z_3 z_8^3 \quad z_6 z_8^3 + z_7 z_8^3 + z_8^4 \quad z_1 z_8^4 + z_7 z_8^4 \quad z_8^5$$

$$\begin{aligned} 0, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho = & z_1^2 + 2 z_1^3 + z_1^4 + z_1^2 z_2 + z_2^2 + z_1 z_2^2 \quad z_3 \quad z_1 z_3 \quad 2 z_1^2 z_3 + z_2 z_3 + z_3^2 \quad z_4 + \\ & z_1^2 z_5 + z_2 z_5 + z_1 z_2 z_5 \quad z_3 z_5 \quad z_6 \quad 2 z_1 z_6 \quad 2 z_1^2 z_6 \quad z_2^2 z_6 + 2 z_3 z_6 + z_4 z_6 \quad z_5 z_6 + z_6^2 + \\ & z_1 z_7 + 2 z_1^2 z_7 + z_1^3 z_7 \quad z_3 z_7 \quad z_1 z_3 z_7 \quad z_6 z_7 \quad 2 z_1 z_6 z_7 \quad z_2 z_6 z_7 + z_3 z_6 z_7 + z_1 z_7^2 \quad z_1 z_2 z_7^2 \\ & z_6 z_7^2 + z_8 + 2 z_1 z_8 + 3 z_1^2 z_8 \quad 2 z_1^3 z_8 + z_2 z_8 + 2 z_1 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 \quad z_1 z_2^2 z_8 \quad 3 z_3 z_8 \quad z_1^2 z_3 z_8 \\ & z_2 z_3 z_8 + z_3^2 z_8 \quad 2 z_4 z_8 + z_1 z_4 z_8 + 2 z_5 z_8 \quad z_1 z_5 z_8 + z_2 z_5 z_8 \quad z_3 z_5 z_8 \quad 4 z_6 z_8 + z_1 z_6 z_8 \\ & 2 z_2 z_6 z_8 + 2 z_3 z_6 z_8 + z_6^2 z_8 + 2 z_7 z_8 + 4 z_1 z_7 z_8 + 2 z_2 z_7 z_8 + z_2^2 z_7 z_8 \quad 4 z_3 z_7 z_8 \quad 4 z_6 z_7 z_8 + \\ & z_1 z_6 z_7 z_8 + z_7^2 z_8 + z_2 z_7^2 z_8 + 3 z_8^2 \quad 2 z_1 z_8^2 \quad 4 z_1^2 z_8^2 \quad z_1^3 z_8^2 + 2 z_2 z_8^2 \quad 2 z_1 z_2 z_8^2 + z_1^2 z_2 z_8^2 \\ & z_3 z_8^2 + 3 z_1 z_3 z_8^2 \quad z_2 z_3 z_8^2 + z_5 z_8^2 \quad z_1 z_5 z_8^2 \quad 2 z_6 z_8^2 + 3 z_1 z_6 z_8^2 \quad z_2 z_6 z_8^2 + 5 z_7 z_8^2 \quad 6 z_1 z_7 z_8^2 + \\ & 3 z_2 z_7 z_8^2 \quad z_3 z_7 z_8^2 \quad 4 z_1 z_8^3 + 2 z_1^2 z_8^3 \quad z_1 z_2 z_8^3 + 2 z_3 z_8^3 + z_6 z_8^3 \quad z_1 z_7 z_8^3 \quad 2 z_8^4 + 3 z_1 z_8^4 \quad z_2 z_8^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho = & z_1^2 \quad z_1^3 \quad z_2 \quad 2 z_1 z_2 \quad z_2^2 + z_1 z_3 + z_1 z_4 \quad z_3 z_4 \quad z_5 \quad 2 z_1 z_5 \quad z_2 z_5 + \\ & z_2 z_6 + z_1 z_2 z_6 + z_2^2 z_6 \quad z_4 z_6 \quad 2 z_1^2 z_7 \quad z_1^3 z_7 \quad z_2 z_7 \quad 2 z_1 z_2 z_7 + z_1^2 z_2 z_7 \quad z_2^2 z_7 + z_1 z_3 z_7 \\ & z_2 z_3 z_7 \quad z_1 z_5 z_7 \quad z_2 z_6 z_7 \quad z_1^2 z_7^2 \quad z_8 \quad z_1 z_8 + 3 z_1^2 z_8 + z_1^3 z_8 \quad z_2 z_8 + 2 z_1 z_2 z_8 + z_1^2 z_2 z_8 \\ & z_3 z_8 \quad z_1 z_3 z_8 \quad 2 z_2 z_3 z_8 \quad z_1 z_4 z_8 + z_5 z_8 + z_1 z_5 z_8 + z_2 z_5 z_8 + z_3 z_5 z_8 + z_6 z_8 \quad z_1 z_6 z_8 \\ & z_1^2 z_6 z_8 \quad z_2 z_6 z_8 \quad z_1 z_2 z_6 z_8 + z_3 z_6 z_8 \quad z_7 z_8 + z_1 z_7 z_8 + 3 z_1^2 z_7 z_8 \quad 3 z_3 z_7 z_8 + z_4 z_7 z_8 + \\ & z_5 z_7 z_8 \quad z_6 z_7 z_8 + z_1 z_6 z_7 z_8 \quad z_7^2 z_8 + z_2 z_7^2 z_8 \quad z_7^3 z_8 + 3 z_1 z_8^2 \quad z_1^2 z_8^2 \quad z_1^3 z_8^2 + 3 z_2 z_8^2 \\ & z_1 z_2 z_8^2 + z_2^2 z_8^2 \quad 3 z_3 z_8^2 + 2 z_1 z_3 z_8^2 + 2 z_5 z_8^2 \quad 2 z_6 z_8^2 + 2 z_1 z_6 z_8^2 \quad z_2 z_6 z_8^2 \quad z_7 z_8^2 \quad z_1 z_7 z_8^2 + \\ & z_1^2 z_7 z_8^2 + 3 z_2 z_7 z_8^2 \quad z_3 z_7 z_8^2 + z_6 z_7 z_8^2 \quad 2 z_7^2 z_8^2 + 2 z_8^3 \quad 4 z_1 z_8^3 + z_1^2 z_8^3 + z_2 z_8^3 \quad z_1 z_2 z_8^3 + \\ & z_3 z_8^3 \quad z_5 z_8^3 \quad z_1 z_7 z_8^3 \quad z_8^4 + z_1 z_8^4 \quad z_2 z_8^4 + z_7 z_8^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho = & z_1^2 + z_1^3 + z_1 z_2 \quad 2 z_1^2 z_2 \quad z_1^3 z_2 + z_2^2 + z_1 z_2^2 + z_1^2 z_2^2 + z_3 \quad z_1 z_3 + 2 z_2 z_3 + \\ & 2 z_1 z_2 z_3 \quad z_2^2 z_3 + z_3^2 \quad 2 z_1 z_4 \quad z_1^2 z_4 + 2 z_3 z_4 + 2 z_1 z_5 \quad z_1 z_2 z_5 \quad 2 z_1 z_6 \quad 3 z_1^2 z_6 \quad z_1^3 z_6 + \\ & 2 z_2 z_6 + z_1 z_2 z_6 \quad z_2^2 z_6 + 4 z_3 z_6 + 2 z_1 z_3 z_6 + z_4 z_6 \quad z_5 z_6 + 3 z_6^2 + z_1 z_6^2 + z_7 + 2 z_1 z_7 + \\ & 3 z_1^2 z_7 + z_1^3 z_7 + z_1 z_2 z_7 \quad z_1^2 z_2 z_7 + z_2^2 z_7 \quad z_1 z_3 z_7 + z_2 z_3 z_7 + z_3^2 z_7 \quad z_4 z_7 \quad z_1 z_4 z_7 + z_5 z_7 + \\ & z_1 z_5 z_7 \quad z_6 z_7 \quad z_1 z_6 z_7 \quad z_1^2 z_6 z_7 + z_3 z_6 z_7 + 2 z_7^2 + 3 z_1 z_7^2 + 2 z_1^2 z_7^2 \quad z_3 z_7^2 + z_5 z_7^2 + z_7^3 + \\ & z_1 z_7^3 + 4 z_1 z_8 + z_1^2 z_8 \quad z_2 z_8 \quad 2 z_1 z_2 z_8 \quad z_1 z_2^2 z_8 \quad 4 z_3 z_8 \quad z_1 z_2 z_3 z_8 \quad z_4 z_8 + 2 z_1 z_4 z_8 + \\ & z_2 z_4 z_8 + 2 z_5 z_8 + z_1^2 z_5 z_8 \quad 2 z_2 z_5 z_8 \quad z_3 z_5 z_8 \quad 5 z_6 z_8 + z_1^2 z_6 z_8 \quad z_2 z_6 z_8 + z_1 z_2 z_6 z_8 \\ & z_5 z_6 z_8 + z_6^2 z_8 + 3 z_7 z_8 + 4 z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 \quad 3 z_2 z_7 z_8 \quad 2 z_1 z_2 z_7 z_8 \quad 4 z_3 z_7 z_8 + z_5 z_7 z_8 \\ & 5 z_6 z_7 z_8 \quad z_1 z_6 z_7 z_8 + 3 z_7^2 z_8 \quad z_2 z_7^2 z_8 + 2 z_8^2 \quad 5 z_1 z_8^2 \quad z_2 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^2 + z_1^2 z_2 z_8^2 \quad z_3 z_8^2 \\ & z_2 z_3 z_8^2 + z_4 z_8^2 \quad z_1 z_5 z_8^2 \quad z_6 z_8^2 + 2 z_1 z_6 z_8^2 + z_2 z_6 z_8^2 + z_7 z_8^2 \quad 5 z_1 z_7 z_8^2 \quad z_1^2 z_7 z_8^2 \quad z_2 z_7 z_8^2 + \\ & z_3 z_7 z_8^2 \quad z_7^2 z_8^2 \quad 2 z_8^3 \quad 2 z_1 z_8^3 \quad z_1^2 z_8^3 + 2 z_2 z_8^3 + 2 z_3 z_8^3 \quad z_5 z_8^3 + 3 z_6 z_8^3 \quad 3 z_7 z_8^3 \quad z_8^4 + 2 z_1 z_8^4 + z_8^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho = & z_1 \quad z_1^2 \quad z_2 \quad z_1 z_2 \quad z_2^2 \quad z_1 z_3 + z_4 \quad z_5 \quad z_1 z_5 \quad z_2 z_5 + z_6 \quad z_3 z_6 \\ & z_6^2 \quad z_7 \quad 2 z_1 z_7 \quad 2 z_1^2 z_7 + z_2 z_7 + z_3 z_7 + z_6 z_7 \quad z_7^2 \quad z_1 z_7^2 + z_2 z_7^2 \quad 2 z_8 \quad z_1 z_8 \quad z_1^2 z_8 \\ & z_2 z_8 + z_1 z_2 z_8 + z_3 z_8 + z_4 z_8 \quad 2 z_5 z_8 + 3 z_6 z_8 + 2 z_2 z_6 z_8 \quad 3 z_7 z_8 \quad 2 z_1 z_7 z_8 + 2 z_3 z_7 z_8 + \\ & 2 z_6 z_7 z_8 \quad z_7^2 z_8 \quad 2 z_8^2 + 2 z_1 z_8^2 + z_1^2 z_8^2 + z_3 z_8^2 + 2 z_6 z_8^2 \quad 2 z_7 z_8^2 + 3 z_1 z_7 z_8^2 \quad 3 z_2 z_7 z_8^2 + \\ & z_8^3 + z_1 z_8^3 \quad z_2 z_8^3 \quad z_3 z_8^3 \quad z_6 z_8^3 + z_8^4 \quad z_1 z_8^4 + z_2 z_8^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho = & z_1 + z_1^2 + z_2 + z_1 z_2 + z_1 z_2^2 + z_2 z_3 \quad z_1 z_4 \quad z_2 z_5 \quad z_3 z_5 + z_6 \quad z_1 z_6 \\ & 2 z_1^2 z_6 + 2 z_3 z_6 \quad 2 z_5 z_6 + z_6^2 + z_7 + 3 z_1 z_7 + z_1^2 z_7 + 2 z_2 z_7 + z_1 z_2 z_7 \quad z_4 z_7 \quad 2 z_1 z_6 z_7 \\ & z_2 z_6 z_7 + 2 z_7^2 + 2 z_1 z_7^2 + z_2 z_7^2 + z_7^3 + 2 z_1 z_8 \quad z_1^2 z_2 z_8 \quad 2 z_3 z_8 \quad z_1 z_3 z_8 \quad z_4 z_8 + z_5 z_8 + \\ & z_2 z_5 z_8 \quad 3 z_6 z_8 \quad 2 z_1 z_6 z_8 \quad z_2 z_6 z_8 + 2 z_3 z_6 z_8 + 2 z_6^2 z_8 + 2 z_7 z_8 + 2 z_1 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 \\ & 3 z_3 z_7 z_8 + z_5 z_7 z_8 \quad 2 z_6 z_7 z_8 + 2 z_7^2 z_8 + z_2 z_7^2 z_8 + 2 z_8^2 \quad 2 z_1 z_8^2 \quad z_1^2 z_8^2 \quad z_3 z_8^2 + z_1 z_3 z_8^2 \\ & 3 z_6 z_8^2 + 2 z_1 z_6 z_8^2 \quad z_2 z_6 z_8^2 + z_7 z_8^2 \quad 2 z_1 z_7 z_8^2 + 2 z_7 z_8^2 \quad z_3 z_7 z_8^2 \quad z_6 z_7 z_8^2 \quad z_7^2 z_8^2 \quad z_1 z_8^3 + \end{aligned}$$

$$z_2 z_8^3 + 2 z_3 z_8^3 + 2 z_6 z_8^3 z_8^4 + z_1 z_8^4 z_2 z_8^4$$

$$\begin{aligned} 0;1;0;0;0;1;1;0;2 = & z_2 + 2 z_1 z_2 + z_3 z_1 z_3 z_1^2 z_3 + z_3^2 + z_4 + z_1 z_4 + z_2 z_4 + z_1 z_5 + 2 z_6 + \\ & z_1 z_6 + z_1^2 z_6 z_2 z_6 + z_3 z_6 z_6^2 z_7 2 z_1 z_7 z_1^2 z_7 + z_2 z_7 + z_1 z_2 z_7 + 2 z_3 z_7 + z_4 z_7 + \\ & 3 z_6 z_7 + z_1 z_6 z_7 z_2 z_6 z_7 2 z_7^2 2 z_1 z_7^2 + z_3 z_7^2 + z_6 z_7^2 z_7^3 2 z_8 z_1 z_8 3 z_1^2 z_8 + z_2^2 z_8 \\ & z_2 z_3 z_8 + z_4 z_8 z_5 z_8 z_1 z_5 z_8 z_2 z_5 z_8 + 3 z_6 z_8 + z_1 z_6 z_8 + z_2 z_6 z_8 6 z_7 z_8 3 z_1 z_7 z_8 \\ & z_1^2 z_7 z_8 + z_3 z_7 z_8 z_5 z_7 z_8 + 4 z_6 z_7 z_8 4 z_7^2 z_8 + z_1 z_7^2 z_8 2 z_8^2 + 2 z_1^2 z_8^2 2 z_2 z_8^2 z_1 z_2 z_8^2 \\ & z_3 z_8^2 + z_1 z_3 z_8^2 z_4 z_8^2 z_5 z_8^2 z_6 z_8^2 z_1 z_6 z_8^2 + z_2 z_6 z_8^2 2 z_7 z_8^2 + 3 z_1 z_7 z_8^2 3 z_2 z_7 z_8^2 \\ & z_3 z_7 z_8^2 z_6 z_7 z_8^2 + 3 z_8^3 + 2 z_1 z_8^3 + z_5 z_8^3 z_6 z_8^3 + 4 z_7 z_8^3 + z_8^4 z_1 z_8^4 + z_2 z_8^4 z_8^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0;1;0;0;0;2;0;0;0 = & z_1^3 z_1^4 z_1^2 z_2 + z_1 z_3 + 2 z_1^2 z_3 + z_1 z_2 z_3 z_1 z_4 z_2 z_4 z_1 z_5 2 z_1^2 z_5 \\ & z_2 z_5 + z_3 z_5 z_5^2 z_1 z_6 z_1 z_3 z_6 + z_4 z_6 + z_6^2 + z_1 z_6^2 + z_2 z_6^2 + z_1 z_7 2 z_1^3 z_7 + z_2 z_7 + z_1^2 z_2 z_7 + \\ & 3 z_1 z_3 z_7 z_2 z_3 z_7 z_4 z_7 + z_5 z_7 3 z_1 z_5 z_7 z_2 z_5 z_7 + 2 z_1 z_6 z_7 z_3 z_6 z_7 z_6^2 z_7 + 2 z_1 z_7^2 + \\ & z_2 z_7^2 + z_6 z_7^2 + z_1 z_7^3 + z_1 z_8 2 z_1^2 z_8 z_3^3 z_8 + z_2 z_8 z_1 z_2 z_8 + z_1^2 z_2 z_8 z_2^2 z_8 + z_3 z_8 + 4 z_1 z_3 z_8 \\ & z_3^2 z_8 + z_1 z_4 z_8 z_1 z_5 z_8 z_2 z_5 z_8 + z_3 z_5 z_8 + 4 z_1 z_6 z_8 + 3 z_1^2 z_6 z_8 4 z_3 z_6 z_8 + 2 z_5 z_6 z_8 \\ & 2 z_6^2 z_8 z_1 z_7 z_8 z_1 z_2 z_7 z_8 + 2 z_3 z_7 z_8 + z_1 z_3 z_7 z_8 z_4 z_7 z_8 z_5 z_7 z_8 2 z_1 z_6 z_7 z_8 z_2 z_7^2 z_8 \\ & z_8^2 3 z_1 z_8^2 + 3 z_1^2 z_8^2 + 2 z_1^3 z_8^2 z_2 z_8^2 z_1^2 z_2 z_8^2 + 2 z_3 z_8^2 4 z_1 z_3 z_8^2 + z_2 z_3 z_8^2 z_5 z_8^2 + 2 z_1 z_5 z_8^2 + \\ & 2 z_6 z_8^2 4 z_1 z_6 z_8^2 + 2 z_2 z_6 z_8^2 z_7 z_8^2 + z_1 z_7 z_8^2 z_1^2 z_7 z_8^2 2 z_2 z_7 z_8^2 + z_3 z_7 z_8^2 + z_7^2 z_8^2 + 4 z_1 z_8^3 \\ & z_1^2 z_8^3 z_2 z_8^3 + z_1 z_2 z_8^3 2 z_3 z_8^3 + z_5 z_8^3 2 z_6 z_8^3 + z_7 z_8^3 + z_1 z_7 z_8^3 + 2 z_8^4 2 z_1 z_8^4 + z_2 z_8^4 z_8^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0;1;0;0;1;1;0;1;0 = & z_1^2 + z_1^3 z_1 z_2 z_1^2 z_2 z_2^2 + z_1^2 z_3 + z_2 z_3 z_3^2 z_1 z_4 + z_3 z_4 z_1 z_5 \\ & z_1^2 z_5 z_2 z_5 + z_3 z_5 3 z_1 z_6 2 z_1^2 z_6 z_2 z_6 z_1 z_2 z_6 + z_4 z_6 + 5 z_1 z_7 + 4 z_1^2 z_7 + z_2 z_7 \\ & z_1 z_2 z_7 z_1^2 z_2 z_7 + z_2^2 z_7 2 z_3 z_7 + z_1 z_3 z_7 + z_2 z_3 z_7 2 z_4 z_7 + z_2 z_5 z_7 4 z_6 z_7 3 z_1 z_6 z_7 \\ & z_3 z_6 z_7 z_6^2 z_7 + 4 z_7^2 + 5 z_1 z_7^2 + z_1^2 z_7^2 + z_2 z_7^2 z_3 z_7^2 + z_5 z_7^2 + 2 z_7^3 + z_1 z_7^3 + 4 z_1 z_8 2 z_1^3 z_8 + \\ & z_2 z_8 + z_1 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 z_3 z_8 + 3 z_1 z_3 z_8 + 2 z_2 z_3 z_8 z_5^2 z_8 2 z_4 z_8 + 2 z_1 z_4 z_8 z_2 z_4 z_8 + \\ & z_5 z_8 + z_1 z_5 z_8 + z_2 z_5 z_8 3 z_6 z_8 + 2 z_1 z_6 z_8 + 3 z_1^2 z_6 z_8 + z_2 z_6 z_8 2 z_3 z_6 z_8 z_6^2 z_8 + 6 z_7 z_8 + \\ & 5 z_1 z_7 z_8 z_1^2 z_7 z_8 + 3 z_2 z_7 z_8 + z_1 z_3 z_7 z_8 z_4 z_7 z_8 + 3 z_5 z_7 z_8 + z_6 z_7 z_8 z_1 z_6 z_7 z_8 + 6 z_7^2 z_8 + \\ & 2 z_1 z_7^2 z_8 + 3 z_8^2 5 z_1 z_8^2 2 z_1^2 z_8^2 + z_1^3 z_8^2 + z_2 z_8^2 z_1 z_2 z_8^2 z_2^2 z_8^2 + 2 z_3 z_8^2 3 z_1 z_3 z_8^2 + \\ & z_4 z_8^2 + 2 z_5 z_8^2 z_1 z_5 z_8^2 + 2 z_6 z_8^2 + z_7 z_8^2 6 z_1 z_7 z_8^2 2 z_1^2 z_7 z_8^2 z_2 z_7 z_8^2 + z_3 z_7 z_8^2 3 z_7^2 z_8^2 \\ & 2 z_8^3 + z_1^2 z_8^3 z_2 z_8^3 + z_1 z_2 z_8^3 z_3 z_8^3 z_5 z_8^3 z_6 z_8^3 4 z_7 z_8^3 + z_1 z_8^4 + z_7 z_8^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0;1;0;1;1;0;0;0;1 = & z_1^2 z_1^3 + z_1^2 z_2 + z_1^3 z_2 z_2 z_3 2 z_1 z_2 z_3 z_2^2 z_3 + z_1 z_4 + z_2 z_4 + z_1 z_5 + \\ & z_1^2 z_5 + z_2 z_5 + z_1 z_2 z_5 + 2 z_1 z_6 + z_1^2 z_6 z_2 z_6 2 z_1 z_2 z_6 z_3 z_6 + z_1 z_3 z_6 z_4 z_6 + z_5 z_6 z_6^2 \\ & z_1 z_6^2 2 z_1 z_7 2 z_1^2 z_7 z_1^3 z_7 2 z_2 z_7 + z_1^2 z_2 z_7 + z_2^2 z_7 z_3 z_7 + z_1 z_3 z_7 z_2 z_3 z_7 + z_5 z_7 + \\ & 2 z_1 z_6 z_7 z_7^2 2 z_1 z_7^2 z_1^2 z_7^2 z_2 z_7^2 + z_6 z_7^2 z_7^3 2 z_1 z_8 + 3 z_1 z_2 z_8 + 2 z_2^2 z_8 + z_1 z_3 z_8 \\ & z_2 z_3 z_8 + z_2 z_4 z_8 z_1 z_5 z_8 z_2 z_5 z_8 z_3 z_5 z_8 + z_6 z_8 + 2 z_1 z_6 z_8 2 z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 + \\ & z_2 z_7 z_8 + z_3 z_7 z_8 z_5 z_7 z_8 + 2 z_6 z_7 z_8 + z_1 z_6 z_7 z_8 + z_1 z_7^2 z_8 z_2 z_7^2 z_8 + z_1^2 z_8^2 4 z_1 z_2 z_8^2 \\ & z_4 z_8^2 z_1 z_5 z_8^2 2 z_6 z_8^2 z_1 z_6 z_8^2 + z_2 z_6 z_8^2 + z_7 z_8^2 + z_1 z_7 z_8^2 2 z_2 z_7 z_8^2 z_6 z_7 z_8^2 + z_7^2 z_8^2 + \\ & 2 z_8^3 + z_1 z_8^3 z_2 z_8^3 + z_5 z_8^3 z_6 z_8^3 + 2 z_7 z_8^3 + z_2 z_8^4 z_8^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0;1;1;0;0;0;0;2 = & 2 z_1^2 z_1^4 + 2 z_1 z_2 + z_2^3 + 3 z_1^2 z_3 z_2 z_3 + z_1 z_2 z_3 z_3^2 2 z_1 z_4 2 z_2 z_4 + \\ & 2 z_1 z_5 + 2 z_2 z_5 z_1 z_6 2 z_2 z_6 2 z_1 z_2 z_6 2 z_3 z_6 + z_5 z_6 z_6^2 + 3 z_1 z_7 + 3 z_1^2 z_7 + 2 z_2 z_7 + \\ & 2 z_1 z_2 z_7 z_2 z_3 z_7 z_4 z_7 + z_5 z_7 + z_1 z_5 z_7 z_6 z_7 z_1 z_6 z_7 + z_7^2 + 3 z_1 z_7^2 + z_1^2 z_7^2 + z_2 z_7^2 \\ & z_3 z_7^2 z_6 z_7^2 + z_7^3 + 4 z_1 z_8 2 z_1^2 z_8 + 3 z_2 z_8 2 z_1 z_2 z_8 z_1^2 z_2 z_8 z_1 z_2^2 z_8 + z_3 z_8 + z_1 z_3 z_8 + \\ & z_2 z_3 z_8 z_5^2 z_8 z_4 z_8 + z_1 z_4 z_8 + z_1 z_5 z_8 + z_2 z_5 z_8 2 z_1 z_6 z_8 + 2 z_1^2 z_6 z_8 2 z_3 z_6 z_8 z_6^2 z_8 + \\ & 3 z_7 z_8 + 2 z_1 z_7 z_8 2 z_1^2 z_7 z_8 + 2 z_2 z_7 z_8 + z_1 z_2 z_7 z_8 + z_3 z_7 z_8 z_6 z_7 z_8 + 3 z_7^2 z_8 2 z_1 z_7^2 z_8 + \end{aligned}$$

$$2 z_8^2 z_1 z_8^2 + z_1^3 z_8^2 z_2 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^2 + z_3 z_8^2 z_2 z_1 z_3 z_8^2 + z_2 z_3 z_8^2 + z_5 z_8^2 z_1 z_5 z_8^2 z_1 z_6 z_8^2 + 2 z_7 z_8^2 z_1 z_7 z_8^2 z_1^2 z_7 z_8^2 + z_3 z_7 z_8^2 + z_6 z_7 z_8^2 z_1 z_8^3 z_2 z_8^3 z_3 z_8^3 z_6 z_8^3 z_7 z_8^3 + z_1 z_7 z_8^3 z_8^4$$

$$\begin{aligned} 0_{11} j_1 j_0 j_1 j_0 j_0 = & z_1 z_1^2 + z_1^3 + z_1^4 z_2 + z_1^2 z_2 + z_3 z_1 z_3 z_2 z_1^2 z_3 z_2 z_3 z_1 z_2 z_3 + z_4 + \\ & z_1 z_4 z_3 z_4 z_5 + z_1^2 z_5 + z_6 + z_1 z_6 z_1^2 z_6 z_1^3 z_6 + z_2 z_6 z_1 z_2 z_6 z_3 z_6 + 2 z_1 z_3 z_6 + z_2 z_3 z_6 \\ & 2 z_4 z_6 + z_5 z_6 z_1 z_5 z_6 z_6^2 + z_1 z_6^2 z_2 z_1 z_7 z_1^2 z_7 + z_1^3 z_7 + 3 z_1 z_2 z_7 + z_1^2 z_2 z_7 z_1 z_2^2 z_7 + \\ & 2 z_3 z_7 z_2 z_1 z_3 z_7 z_2 z_2 z_3 z_7 z_2^2 z_7 + z_4 z_7 + z_1 z_4 z_7 z_5 z_7 + z_1 z_5 z_7 + z_2 z_5 z_7 + 2 z_6 z_7 + \\ & z_1^2 z_6 z_7 z_2 z_2 z_6 z_7 z_3 z_6 z_7 z_2 z_1 z_7^2 z_1^2 z_7^2 + z_2 z_7^2 + z_1 z_2 z_7^2 + z_3 z_7^2 + z_6 z_7^2 z_1 z_7^3 z_8 + \\ & 2 z_1^2 z_8 z_1^4 z_8 + 3 z_1 z_2 z_8 z_1^2 z_2 z_8 + 2 z_3 z_8 z_4 z_1 z_3 z_8 + 2 z_1^2 z_3 z_8 z_2 z_2 z_3 z_8 + z_1 z_2 z_3 z_8 + \\ & 2 z_4 z_8 z_2 z_1 z_4 z_8 z_5 z_8 + 2 z_1 z_5 z_8 z_1^2 z_5 z_8 + z_3 z_5 z_8 + 4 z_6 z_8 z_5 z_1 z_6 z_8 + z_1^2 z_6 z_8 \\ & 2 z_2 z_6 z_8 + z_3 z_6 z_8 z_3 z_7 z_8 z_1 z_7 z_8 z_1^2 z_7 z_8 + z_1^3 z_7 z_8 + 2 z_2 z_7 z_8 + z_1 z_2 z_7 z_8 + 3 z_3 z_7 z_8 \\ & 3 z_1 z_3 z_7 z_8 + z_4 z_7 z_8 z_5 z_7 z_8 + 4 z_6 z_7 z_8 z_1 z_6 z_7 z_8 z_2 z_7^2 z_8 z_1 z_7^2 z_8 + z_2 z_7^2 z_8 z_2 z_8^2 + \\ & 6 z_1 z_8^2 z_4 z_1^2 z_8^2 + 2 z_2 z_8^2 z_2 z_1 z_2 z_8^2 z_2 z_3 z_8^2 + 3 z_1 z_3 z_8^2 + z_2 z_3 z_8^2 z_4 z_8^2 z_2 z_6 z_8^2 + 2 z_1 z_6 z_8^2 \\ & 3 z_7 z_8^2 + 5 z_1 z_7 z_8^2 z_1^2 z_7 z_8^2 z_2 z_2 z_7 z_8^2 z_3 z_7 z_8^2 z_7^2 z_8^2 + 2 z_8^3 z_4 z_1 z_8^3 + 2 z_1^2 z_8^3 z_2 z_8^3 + 2 z_7 z_8^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0_{22} j_0 j_0 j_0 j_1 j_1 = & z_2 z_1 z_2 z_1^2 z_2 + z_2^2 z_3 z_1 z_3 z_1^2 z_3 + z_3^2 z_4 z_1 z_4 + z_1 z_5 + \\ & z_2 z_5 z_3 z_5 z_2 z_6 z_2 z_1 z_6 + z_2 z_6 z_2^2 z_6 + z_3 z_6 + z_4 z_6 + z_6^2 + z_1 z_6^2 z_2 z_7 z_1 z_2 z_7 + z_2^2 z_7 \\ & z_3 z_7 z_1 z_3 z_7 z_4 z_7 + z_5 z_7 z_2 z_6 z_7 + z_8 z_1^2 z_8 z_1 z_2 z_8 + z_1^2 z_2 z_8 z_3 z_8 z_2 z_3 z_8 + \\ & z_3^2 z_8 + z_5 z_8 z_1 z_5 z_8 z_6 z_8 z_2 z_6 z_8 + z_3 z_6 z_8 + z_7 z_8 z_1 z_7 z_8 z_1^2 z_7 z_8 z_2 z_7 z_8 + \\ & z_2^2 z_7 z_8 z_4 z_7 z_8 z_5 z_7 z_8 z_2 z_6 z_7 z_8 z_1 z_6 z_7 z_8 z_1 z_7^2 z_8 z_8^2 + z_1^2 z_8^2 + 2 z_2 z_8^2 + 2 z_1 z_2 z_8^2 + \\ & z_1 z_3 z_8^2 z_2 z_3 z_8^2 + z_4 z_8^2 z_5 z_8^2 + z_1 z_5 z_8^2 + 2 z_6 z_8^2 z_2 z_6 z_8^2 z_7 z_8^2 + z_1 z_7 z_8^2 + 2 z_2 z_7 z_8^2 + \\ & z_3 z_7 z_8^2 + z_6 z_7 z_8^2 + z_7^2 z_8^2 z_8^3 + z_1 z_8^3 + z_2 z_8^3 z_1 z_2 z_8^3 z_7 z_8^3 + z_1 z_7 z_8^3 + z_8^4 z_1 z_8^4 z_2 z_8^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0_{21} j_1 j_0 j_0 j_0 j_0 = & z_1^2 z_1^3 z_1 z_2 z_1^2 z_2 z_1^3 z_2 z_1 z_2^2 + z_1 z_3 + 2 z_1 z_2 z_3 + z_2^2 z_3 z_2 z_4 \\ & z_3 z_4 + z_1^2 z_5 + z_2 z_5 z_1 z_2 z_5 z_3 z_5 + z_5^2 z_2 z_6 z_3 z_6 z_4 z_6 z_6^2 z_1^2 z_7 z_1 z_2 z_7 \\ & z_1^2 z_2 z_7 + z_3 z_7 + z_2 z_3 z_7 z_4 z_7 + z_1 z_5 z_7 z_1 z_6 z_7 + z_7^2 + z_1 z_7^2 + z_7^3 + 2 z_2 z_8 z_1 z_2 z_8 + \\ & z_1^2 z_2 z_8 z_2^2 z_8 + 2 z_3 z_8 + z_1 z_3 z_8 + z_2 z_3 z_8 + z_4 z_8 z_1 z_4 z_8 + z_2 z_5 z_8 + 3 z_6 z_8 z_2 z_6 z_8 \\ & z_6^2 z_8 + 2 z_7 z_8 + 3 z_1 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 + z_1 z_2 z_7 z_8 + 2 z_3 z_7 z_8 + z_5 z_7 z_8 + z_6 z_7 z_8 + 3 z_7^2 z_8 + \\ & z_1 z_7^2 z_8 z_2 z_8^2 + 2 z_1 z_8^2 + z_1^2 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^2 z_5 z_8^2 + z_6 z_8^2 z_1 z_6 z_8^2 z_7 z_8^2 + z_1 z_7 z_8^2 + z_2 z_7 z_8^2 \\ & z_2 z_8^3 z_3 z_8^3 z_6 z_8^3 z_2 z_7 z_8^3 + z_8^4 z_1 z_8^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0_{33} j_0 j_0 j_0 j_0 j_1 = & 1 z_2 z_1^2 z_2 z_1^3 z_1^4 z_2 z_1 z_2 + z_1^3 z_2 + z_1 z_3 + 2 z_1^2 z_3 + z_2 z_3 z_1 z_2 z_3 \\ & z_2^2 z_3 z_3^2 + z_3 z_4 z_1 z_5 z_2 z_1^2 z_5 + z_1 z_2 z_5 + 2 z_3 z_5 z_5^2 z_6 + z_1 z_6 + 2 z_1^2 z_6 + 2 z_2 z_6 z_2^2 z_6 + \\ & 2 z_4 z_6 + z_5 z_6 + z_6^2 + z_1 z_6^2 + z_7 z_3 z_1 z_7 z_4 z_1^2 z_7 z_2 z_1^3 z_7 z_2 z_2 z_7 z_1 z_2 z_7 + z_1^2 z_2 z_7 + 2 z_1 z_3 z_7 \\ & 2 z_1 z_5 z_7 z_6 z_7 + 2 z_1 z_6 z_7 + z_2 z_6 z_7 z_7^2 z_3 z_1 z_7^2 z_1^2 z_7^2 z_2 z_7^2 z_7^3 + z_8 z_2 z_1 z_8 z_2 z_1^2 z_8 + \\ & z_1^3 z_8 z_2 z_8 + 3 z_1 z_2 z_8 + z_1^2 z_2 z_8 z_1 z_2^2 z_8 + z_2^3 z_8 + z_3 z_8 + z_1 z_3 z_8 + z_1^2 z_3 z_8 z_2 z_3^2 z_8 z_4 z_8 + \\ & 2 z_1 z_4 z_8 z_2 z_2 z_4 z_8 z_5 z_8 + z_3 z_5 z_8 z_6 z_8 + 4 z_1 z_6 z_8 + 3 z_1^2 z_6 z_8 z_2 z_6 z_8 z_2 z_1 z_2 z_6 z_8 \\ & 5 z_3 z_6 z_8 + z_5 z_6 z_8 z_3 z_6^2 z_8 + z_7 z_8 z_4 z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 + 2 z_1 z_2 z_7 z_8 + z_1 z_3 z_7 z_8 z_4 z_7 z_8 \\ & z_8^2 z_2 z_1 z_8^2 + 3 z_1^2 z_8^2 + 2 z_1^3 z_8^2 + 3 z_2 z_8^2 z_2 z_1^2 z_2 z_8^2 z_2^2 z_8^2 + 3 z_3 z_8^2 z_5 z_1 z_3 z_8^2 + 2 z_2 z_3 z_8^2 + \\ & z_4 z_8^2 + z_1 z_5 z_8^2 + 6 z_6 z_8^2 z_5 z_1 z_6 z_8^2 + z_2 z_6 z_8^2 + z_1 z_7 z_8^2 + 2 z_2 z_7 z_8^2 + z_3 z_7 z_8^2 + z_6 z_7 z_8^2 + \\ & z_7^2 z_8^2 z_3 z_8^3 + 6 z_1 z_8^3 z_2 z_1^2 z_8^3 z_2 z_2 z_8^3 + z_1 z_2 z_8^3 z_2 z_3 z_8^3 z_2 z_6 z_8^3 z_2 z_7 z_8^3 + z_1 z_7 z_8^3 + 2 z_8^4 z_2 z_1 z_8^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1_{10} j_0 j_0 j_0 j_1 j_3 = & z_1 z_1^2 z_2 z_1 z_2 z_1^2 z_2 + z_3 + z_1 z_3 + z_2 z_3 z_1 z_4 + z_1 z_5 + z_1 z_6 + \\ & 2 z_2 z_6 + z_6^2 z_1 z_7 z_2 z_7 z_1 z_2 z_7 + z_3 z_7 + z_5 z_7 + 2 z_1 z_6 z_7 + z_1 z_8 + 2 z_1^2 z_8 + z_1^3 z_8 \\ & 2 z_2 z_8 z_2^2 z_8 + z_3 z_8 z_2 z_1 z_3 z_8 + z_1 z_5 z_8 z_6 z_8 z_2 z_1 z_6 z_8 z_2 z_6 z_8 + 2 z_7 z_8 + z_1 z_7 z_8 + \\ & z_1^2 z_7 z_8 z_2 z_2 z_7 z_8 z_3 z_7 z_8 z_4 z_6 z_7 z_8 + 2 z_7^2 z_8 z_2 z_1 z_7^2 z_8 + z_8^2 + 3 z_1 z_8^2 z_1^2 z_8^2 + z_2 z_8^2 + \end{aligned}$$

$$2 z_1 z_2 z_8^2 \quad z_3 z_8^2 \quad z_5 z_8^2 \quad z_6 z_8^2 \quad z_1 z_6 z_8^2 + 4 z_7 z_8^2 \quad z_1 z_7 z_8^2 + 2 z_2 z_7 z_8^2 + 2 z_7^2 z_8^2 \quad 3 z_1 z_8^3$$

$$z_1^2 z_8^3 + z_2 z_8^3 + z_3 z_8^3 + 2 z_6 z_8^3 \quad 2 z_7 z_8^3 + z_1 z_7 z_8^3 \quad 2 z_8^4 + z_1 z_8^4 \quad z_2 z_8^4 \quad z_7 z_8^4 + z_8^5$$

$$1 \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho = z_1^3 z_1^4 + z_1 z_2 z_1^2 z_2 + z_2^2 + z_1 z_3 + 3 z_1^2 z_3 z_3^2 z_1 z_4 + z_1 z_5 z_1^2 z_5 + z_2 z_5 + z_3 z_5 + z_1^2 z_6 + z_2 z_6 z_3 z_6 + 2 z_5 z_6 + z_1 z_6^2 + z_1 z_7 + z_1^2 z_7 z_1^3 z_7 + z_2^2 z_7 z_3 z_7 + 2 z_1 z_3 z_7 z_4 z_7 + z_5 z_7 z_1 z_5 z_7 + 2 z_1 z_6 z_7 + z_2 z_6 z_7 + 2 z_1 z_7^2 + z_1^2 z_7^2 z_3 z_7^2 + z_6 z_7^2 + z_1 z_7^3 + z_1 z_8 z_2 z_1^2 z_8 + z_1^3 z_8$$

$$2 z_1 z_2 z_8 z_1^2 z_2 z_8 + z_3 z_8 + z_2 z_3 z_8 z_2 z_5 z_8 + 2 z_6 z_8 z_1 z_6 z_8 + z_1^2 z_6 z_8 z_3 z_6 z_8 z_2 z_6^2 z_8$$

$$2 z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 z_2 z_7 z_8 z_1 z_2 z_7 z_8 + z_3 z_7 z_8 z_2 z_5 z_7 z_8 + 2 z_6 z_7 z_8 z_2 z_1 z_6 z_7 z_8 z_7^2 z_8$$

$$z_1 z_7^2 z_8 z_2 z_7^2 z_8 z_3^3 z_8 z_8^2 z_1 z_8^2 + 2 z_1^2 z_8^2 + z_1^3 z_8^2 z_2 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^2 z_2^2 z_8^2 z_2 z_1 z_3 z_8^2 + z_4 z_8^2$$

$$z_5 z_8^2 + z_1 z_5 z_8^2 + 2 z_6 z_8^2 z_2 z_1 z_6 z_8^2 + z_2 z_6 z_8^2 z_5 z_7 z_8^2 + 2 z_1 z_7 z_8^2 z_1^2 z_7 z_8^2 + z_3 z_7 z_8^2 + 2 z_6 z_7 z_8^2$$

$$2 z_7^2 z_8^2 z_2 z_8^3 + 3 z_1 z_8^3 z_1^2 z_8^3 + z_2 z_8^3 + z_1 z_2 z_8^3 z_3 z_8^3 z_6 z_8^3 z_7 z_8^3 + z_1 z_7 z_8^3 + 2 z_8^4 z_2 z_1 z_8^4 + z_7 z_8^4$$

$$1 \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho = z_1^2 z_1^3 z_1 z_2 + z_1 z_2^2 z_1 z_4 z_2 z_4 z_1 z_5 z_2 z_5 + z_1 z_6 z_1 z_2 z_6 z_3 z_6 z_2^2 z_1 z_6^2 z_1 z_7 z_2 z_1^2 z_7 z_4 z_7 z_5 z_7 + z_1 z_6 z_7 + z_2 z_6 z_7 z_1 z_7^2 + z_6 z_7^2 z_2 z_1 z_8 z_1^2 z_8 + z_1^3 z_8 + z_1 z_2 z_8 z_2 z_1^2 z_2 z_8 + z_3 z_8 + z_2 z_3 z_8 + z_1 z_4 z_8 z_5 z_8 + 3 z_1 z_5 z_8 + z_2 z_5 z_8 + 3 z_6 z_8 + 2 z_1 z_6 z_8 + z_1^2 z_6 z_8 + 2 z_2 z_6 z_8 z_3 z_6 z_8 z_2 z_6^2 z_8 z_7 z_8 z_5 z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 z_2 z_7 z_8 + z_1 z_2 z_7 z_8 + 2 z_3 z_7 z_8 + z_5 z_7 z_8 + 4 z_6 z_7 z_8 + z_1 z_6 z_7 z_8 z_2 z_7^2 z_8 z_1 z_7^2 z_8 z_2 z_7^2 z_8 z_7^3 z_8 z_2 z_8^2 + 2 z_1^2 z_8^2 + z_1^3 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^2 z_2^2 z_8^2 + z_3 z_8^2 z_2 z_1 z_3 z_8^2 + z_4 z_8^2 + z_5 z_8^2 z_1 z_5 z_8^2 + 4 z_6 z_8^2 z_4 z_1 z_6 z_8^2 z_5 z_7 z_8^2 + 3 z_1 z_7 z_8^2 z_1^2 z_7 z_8^2 z_2 z_7 z_8^2 + z_3 z_7 z_8^2 + 2 z_6 z_7 z_8^2 z_2 z_7^2 z_8^2 z_8^3 + 4 z_1 z_8^3 z_2 z_1^2 z_8^3 + z_1 z_2 z_8^3 z_3 z_8^3 z_5 z_8^3 z_2 z_6 z_8^3 z_7 z_8^3 + 2 z_1 z_7 z_8^3 + 2 z_8^4 z_2 z_1 z_8^4 + z_7 z_8^4$$

$$1 \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho = z_1^3 z_1^4 + z_1 z_2 + 2 z_1^2 z_3 + z_1 z_2 z_3 z_1 z_4 z_1^2 z_5 + z_1 z_6 + 2 z_1^2 z_6 + z_1 z_2 z_6 z_1 z_7 z_1^2 z_7 z_2 z_7 z_1 z_2 z_7 z_2^2 z_7 z_1 z_3 z_7 + z_4 z_7 z_2 z_5 z_7 z_1 z_5 z_7 + z_6 z_7 + z_1 z_6 z_7 + z_2 z_6 z_7 z_1 z_7^2 z_2 z_7^2 z_2 z_1^2 z_8 + 2 z_1^3 z_8 z_2 z_8 z_3 z_1 z_2 z_8 z_1^2 z_2 z_8 z_2^2 z_8 z_3 z_8 z_1 z_3 z_8 + z_2 z_3 z_8 + z_4 z_8 z_1 z_4 z_8 z_5 z_8 + z_1 z_5 z_8 z_6 z_8 z_1 z_6 z_8 z_1^2 z_6 z_8 + z_2 z_6 z_8 + z_3 z_6 z_8 + z_6^2 z_8 z_3 z_7 z_8 z_3 z_1 z_7 z_8 z_2 z_2 z_7 z_8 + z_1 z_2 z_7 z_8 z_3 z_7 z_8 z_5 z_7 z_8 + z_6 z_7 z_8 z_3 z_7^2 z_8 z_1 z_7^2 z_8 z_8^2 + z_1 z_8^2 + 3 z_1^2 z_8^2 + 2 z_1 z_2 z_8^2 z_3 z_8^2 + z_1 z_5 z_8^2 z_6 z_8^2 z_1 z_6 z_8^2 z_2 z_6 z_8^2 z_7 z_8^2 + 3 z_1 z_7 z_8^2 + 2 z_2 z_7 z_8^2 z_7^2 z_8^2 + z_8^3 z_1^2 z_8^3 + 2 z_2 z_8^3 + z_3 z_8^3 + z_6 z_8^3 + 2 z_7 z_8^3 + z_1 z_7 z_8^3 z_1 z_8^4 z_2 z_8^4$$

$$1 \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho = (z_1 z_2^2) z_1 z_3 z_1^2 z_3 z_2 z_3 + z_2 z_5 z_1 z_2 z_5 z_3 z_5 + z_5^2 + z_6 + 2 z_1 z_6 + z_1^2 z_6 z_4 z_6 + z_5 z_6 + z_1 z_5 z_6 z_2^2 z_1 z_6^2 z_2 z_6^2 z_7 z_2 z_1 z_7 z_1^2 z_7 z_2 z_7 + z_1 z_2 z_7 z_1 z_3 z_7 + z_4 z_7 z_2 z_5 z_7 + 3 z_6 z_7 + 2 z_1 z_6 z_7 z_1^2 z_6 z_7 + 2 z_2 z_6 z_7 + z_3 z_6 z_7 + z_6^2 z_7 z_2 z_7^2 z_2 z_1 z_7^2 z_2 z_7^2 + z_1 z_2 z_7^2 z_5 z_7^2 + z_6 z_7^2 z_7^3 z_8 z_2 z_1 z_8 z_1^2 z_8 z_2 z_8 + z_1^2 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 + z_4 z_8 z_1 z_4 z_8 + z_2 z_4 z_8 z_5 z_8 + z_1^2 z_5 z_8 z_3 z_5 z_8 + 4 z_6 z_8 + z_1 z_6 z_8 z_1^2 z_6 z_8 + 2 z_3 z_6 z_8 z_5 z_6 z_8 z_6^2 z_8 z_6 z_7 z_8 z_3 z_1 z_7 z_8 z_1^2 z_7 z_8 z_2 z_7 z_8 + z_1 z_2 z_7 z_8 + z_3 z_7 z_8 + z_4 z_7 z_8 z_2 z_5 z_7 z_8 + 6 z_6 z_7 z_8 + z_1 z_6 z_7 z_8 z_6 z_7^2 z_8 z_2 z_7^2 z_8 z_7^3 z_8 z_3 z_8^2 + 2 z_1 z_8^2 + z_1^2 z_8^2 + z_2^2 z_8^2 + z_1 z_3 z_8^2 z_2 z_3 z_8^2 z_2 z_1 z_6 z_8^2 z_2 z_6 z_8^2 z_4 z_7 z_8^2 + 4 z_1 z_7 z_8^2 + 2 z_6 z_7 z_8^2 z_2 z_7^2 z_8^2 + 2 z_8^3 + 2 z_1 z_8^3 + z_2 z_8^3 z_1 z_2 z_8^3 z_2 z_6 z_8^3 + 4 z_7 z_8^3 + z_1 z_7 z_8^3 + 2 z_8^4 z_2 z_1 z_8^4 + z_7 z_8^4 z_8^5$$

$$1 \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho \rho = z_1 + z_1^2 z_1^3 z_1^4 + z_2 + z_1 z_2 z_1^2 z_2 z_1^3 z_2 + z_2^2 z_1 z_2^2 z_3 + z_1 z_3 + 2 z_1^2 z_3 + 3 z_1 z_2 z_3 + z_2^2 z_3 z_4 + z_1^2 z_4 z_2 z_4 z_3 z_4 + z_5 z_1^2 z_5 + z_2 z_5 z_1 z_2 z_5 z_6 + z_1^2 z_6 z_2 z_6 + z_1 z_2 z_6 z_4 z_6 + 2 z_1 z_7 + z_1^2 z_7 z_1^3 z_7 + 2 z_2 z_7 z_1 z_2 z_7 z_1^2 z_2 z_7 z_2 z_3 z_7 + 2 z_1 z_3 z_7 + z_2 z_3 z_7 z_4 z_7 + z_1 z_4 z_7 + 2 z_5 z_7 z_1 z_5 z_7 z_2 z_5 z_7 z_6 z_7 + z_1 z_6 z_7 + z_2 z_6 z_7 + z_6^2 z_7 z_7^2 + z_1 z_7^2 z_5 z_7^2 + z_6 z_7^2 z_7^3 + 2 z_8 z_1 z_8 z_3 z_1^2 z_8 + z_1^3 z_8 + z_1^4 z_8 + 3 z_2 z_8 z_5 z_1 z_2 z_8 + 2 z_1^2 z_2 z_8 z_2^2 z_8 + 2 z_1 z_3 z_8 z_2 z_1^2 z_3 z_8 + z_2 z_3 z_8 z_1 z_2 z_3 z_8 + 2 z_5 z_8 z_2 z_1 z_5 z_8 + z_3 z_5 z_8 + z_1 z_6 z_8 z_1^2 z_6 z_8 z_2 z_2 z_6 z_8 + z_1 z_2 z_6 z_8 + z_3 z_6 z_8 + 2 z_7 z_8 z_3 z_1 z_7 z_8 + z_1^3 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 + z_3 z_7 z_8$$

$$z_1 z_3 z_7 z_8 + z_5 z_7 z_8 + z_6 z_7 z_8 + z_1 z_6 z_7 z_8 + z_7^2 z_8 + z_2 z_7^2 z_8 + z_7^3 z_8 + 3 z_1 z_8^2 + 4 z_1^2 z_8^2 + z_1^3 z_8^2 + z_2 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^2 + z_1 z_3 z_8^2 + z_5 z_8^2 + z_1 z_5 z_8^2 + z_6 z_8^2 + z_1 z_6 z_8^2 + z_7 z_8^2 + 2 z_1^2 z_7 z_8^2 + z_3 z_7 z_8^2 + 2 z_6 z_7 z_8^2 + z_7^2 z_8^2 + z_8^3 + 2 z_1 z_8^3 + z_1^2 z_8^3 + z_2 z_8^3 + z_1 z_2 z_8^3 + z_7 z_8^3 + z_1 z_7 z_8^3 + z_7 z_8^4$$

$$1j_1j_1j_1j_1j_1j_1 = z_1 z_1^2 z_1^3 z_1^4 + 2 z_1 z_2 z_1^2 z_2 + z_1^3 z_2 z_2^2 z_2^3 + 2 z_1^2 z_3 z_2 z_1 z_2 z_3 z_3^2 + z_4 + 2 z_2 z_4 z_1^2 z_5 + 2 z_2 z_5 + z_6 + z_1 z_6 + 2 z_1^2 z_6 + 2 z_2 z_6 + 3 z_3 z_6 + z_1 z_3 z_6 + z_4 z_6 + z_5 z_6 + z_6^2 + z_1 z_6^2 + z_7 + 2 z_1 z_7 + 2 z_1^2 z_7 + z_1^3 z_7 + z_2 z_7 + z_1 z_2 z_7 + z_3 z_7 + z_1 z_3 z_7 + z_7^2 + z_1 z_7^2 + z_6 z_7^2 + 2 z_8 + z_1 z_8 + z_1^3 z_8 + 4 z_2 z_8 + z_1 z_2 z_8 + z_1^2 z_2 z_8 + 2 z_1 z_2^2 z_8 + z_3 z_8 + z_1 z_3 z_8 + 2 z_2 z_3 z_8 + 2 z_5 z_8 + z_1 z_5 z_8 + 2 z_2 z_5 z_8 + z_1 z_6 z_8 + z_1^2 z_6 z_8 + 5 z_2 z_6 z_8 + z_3 z_6 z_8 + 2 z_7 z_8 + 3 z_2 z_7 z_8 + z_1 z_2 z_7 z_8 + 3 z_3 z_7 z_8 + z_1 z_3 z_7 z_8 + z_4 z_7 z_8 + z_5 z_7 z_8 + z_1 z_6 z_7 z_8 + z_7^2 z_8 + z_1 z_7^2 z_8 + z_7^3 z_8 + 2 z_1 z_8^2 + z_1^2 z_8^2 + z_1^3 z_8^2 + z_2 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^2 + z_1^2 z_2 z_8^2 + z_2^2 z_8^2 + z_3 z_8^2 + 2 z_1 z_3 z_8^2 + z_5 z_8^2 + z_1 z_5 z_8^2 + z_6 z_8^2 + 2 z_1 z_6 z_8^2 + z_2 z_6 z_8^2 + 2 z_7 z_8^2 + 3 z_1 z_7 z_8^2 + 4 z_2 z_7 z_8^2 + z_6 z_7 z_8^2 + 2 z_7^2 z_8^2 + z_8^3 + z_1 z_8^3 + z_1^2 z_8^3 + z_2 z_8^3 + z_1 z_2 z_8^3 + z_3 z_8^3 + z_5 z_8^3 + z_1 z_8^4 + z_2 z_8^4 + z_7 z_8^4$$

$$1j_2j_2j_2j_2j_2j_2 = 2 z_1^2 + 2 z_1^3 + z_1^4 + z_2 + 4 z_1 z_2 + 3 z_1^2 z_2 + z_1^3 z_2 + z_2^2 + z_1 z_2^2 + z_1^2 z_3 + z_2 z_3 + 2 z_1 z_2 z_3 + z_1 z_3^2 + z_1^2 z_4 + z_2 z_4 + z_3 z_4 + z_1 z_5 + z_1^2 z_5 + z_2 z_5 + z_1 z_2 z_5 + z_6 + 2 z_1 z_6 + z_1^2 z_6 + z_1^3 z_6 + 2 z_1 z_2 z_6 + z_3 z_6 + z_5 z_6 + z_6^2 + 2 z_1 z_7 + 4 z_1^2 z_7 + 2 z_1^3 z_7 + 2 z_2 z_7 + 4 z_1 z_2 z_7 + z_1^2 z_2 z_7 + z_2^2 z_7 + z_1 z_3 z_7 + z_2 z_3 z_7 + z_5 z_7 + z_1 z_5 z_7 + z_6 z_7 + z_2 z_6 z_7 + 2 z_1 z_7^2 + z_1^2 z_7^2 + z_2 z_7^2 + z_8 + z_1^2 z_8 + z_1^3 z_8 + z_1^4 z_8 + z_2 z_8 + z_1 z_2 z_8 + 2 z_1^2 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 + z_3 z_8 + 2 z_1 z_3 z_8 + z_1^2 z_3 z_8 + 2 z_2 z_3 z_8 + z_3^2 z_8 + z_1 z_4 z_8 + 2 z_6 z_8 + 3 z_1 z_6 z_8 + 2 z_2 z_6 z_8 + z_3 z_6 z_8 + z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 + z_1 z_2 z_7 z_8 + z_5 z_7 z_8 + z_1 z_7^2 z_8 + z_8^2 + 4 z_1^2 z_8^2 + 4 z_1 z_2 z_8^2 + z_3 z_8^2 + 2 z_1 z_3 z_8^2 + z_4 z_8^2 + z_5 z_8^2 + z_6 z_8^2 + 2 z_1 z_6 z_8^2 + z_7 z_8^2 + 2 z_1 z_7 z_8^2 + z_1 z_8^3 + 2 z_1^2 z_8^3 + z_8^4$$

$$1j_1j_1j_1j_1j_1j_3 = z_1 + z_1^2 z_2 + 2 z_1 z_2 + z_3 + z_4 + z_1 z_5 + 2 z_6 + 2 z_1 z_6 + z_1^2 z_6 + z_1 z_2 z_6 + z_3 z_6 + z_5 z_6 + z_6^2 + z_7 + 2 z_1 z_7 + z_1^2 z_7 + 2 z_2 z_7 + z_1 z_2 z_7 + z_2^2 z_7 + 2 z_3 z_7 + z_1 z_3 z_7 + z_4 z_7 + z_5 z_7 + 3 z_6 z_7 + 2 z_1 z_6 z_7 + z_7^2 + z_1 z_7^2 + 2 z_8 + z_1 z_8 + z_1^2 z_8 + z_1 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 + z_3 z_8 + z_1 z_3 z_8 + z_2 z_3 z_8 + z_5 z_8 + 2 z_6 z_8 + z_1 z_6 z_8 + 5 z_7 z_8 + 3 z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 + 3 z_2 z_7 z_8 + 2 z_1 z_2 z_7 z_8 + 2 z_5 z_7 z_8 + 2 z_6 z_7 z_8 + 3 z_7^2 z_8 + 2 z_1 z_7^2 z_8 + 2 z_1 z_8^2 + z_1^2 z_8^2 + 2 z_2 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^2 + z_2^2 z_8^2 + z_3 z_8^2 + z_1 z_3 z_8^2 + z_4 z_8^2 + 2 z_6 z_8^2 + z_1 z_6 z_8^2 + 3 z_1 z_7 z_8^2 + 3 z_8^3 + z_1 z_8^3 + z_2 z_8^3 + z_1 z_2 z_8^3 + z_5 z_8^3 + z_6 z_8^3 + 4 z_7 z_8^3 + z_1 z_7 z_8^3 + z_1 z_8^4 + z_8^5$$

$$1j_1j_1j_1j_1j_2j_2 = 2 z_1 + 2 z_1^2 + z_1^3 + z_1^4 + z_2 + z_1 z_2 + z_1^3 z_2 + z_2^2 + z_1 z_2^2 + z_3 + z_1 z_3 + 2 z_1^2 z_3 + z_1 z_2 z_3 + z_4 + 2 z_1 z_4 + z_5 + z_1 z_5 + z_1^2 z_5 + z_6 + 3 z_1 z_6 + z_1^2 z_6 + z_2 z_6 + z_1 z_2 z_6 + z_2^2 z_6 + z_3 z_6 + z_1 z_3 z_6 + z_4 z_6 + z_5 z_6 + z_6^2 + z_1 z_6^2 + z_7 + 6 z_1 z_7 + 3 z_1^2 z_7 + z_1^3 z_7 + 2 z_2 z_7 + z_2^2 z_7 + z_3 z_7 + 2 z_1 z_3 z_7 + 2 z_4 z_7 + 2 z_5 z_7 + 2 z_6 z_7 + 2 z_1 z_6 z_7 + z_2 z_6 z_7 + 2 z_7^2 + 5 z_1 z_7^2 + z_1^2 z_7^2 + z_2 z_7^2 + z_1 z_2 z_7^2 + z_5 z_7^2 + z_7^3 + z_1 z_7^3 + 2 z_8 + 4 z_1 z_8 + 2 z_1^2 z_8 + 2 z_2 z_8 + 2 z_1 z_2 z_8 + z_1^2 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 + z_3 z_8 + 2 z_1 z_3 z_8 + z_1^2 z_3 z_8 + z_3^2 z_8 + z_4 z_8 + z_1 z_4 z_8 + 2 z_5 z_8 + 3 z_6 z_8 + z_1 z_6 z_8 + z_1^2 z_6 z_8 + z_2 z_6 z_8 + z_1 z_2 z_6 z_8 + 2 z_3 z_6 z_8 + z_5 z_6 z_8 + z_6^2 z_8 + 5 z_7 z_8 + 4 z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 + 2 z_1 z_2 z_7 z_8 + z_2^2 z_7 z_8 + z_1 z_3 z_7 z_8 + z_4 z_7 z_8 + 2 z_5 z_7 z_8 + 2 z_6 z_7 z_8 + 2 z_1 z_6 z_7 z_8 + 3 z_7^2 z_8 + z_1 z_7^2 z_8 + z_8^2 + 6 z_1 z_8^2 + z_1^2 z_8^2 + z_1^3 z_8^2 + z_2 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^2 + z_2^2 z_8^2 + z_1 z_3 z_8^2 + z_2 z_3 z_8^2 + 2 z_4 z_8^2 + z_5 z_8^2 + z_6 z_8^2 + 2 z_1 z_6 z_8^2 + 2 z_7 z_8^2 + 3 z_1 z_7 z_8^2 + z_1^2 z_7 z_8^2 + z_2 z_7 z_8^2 + z_7^2 z_8^2 + 5 z_8^3 + z_1 z_8^3 + z_1 z_2 z_8^3 + z_5 z_8^3 + 2 z_6 z_8^3 + 4 z_7 z_8^3 + z_8^4 + z_8^5$$

$$1j_1j_1j_1j_1j_1j_1 = z_1 + 2 z_1^2 + z_1^3 + z_3 + 2 z_1 z_3 + z_2 z_3 + z_1 z_2 z_3 + z_3^2 + z_4 + 2 z_1 z_4 + z_2 z_4 + z_1 z_5 + z_1^2 z_5 + z_1 z_2 z_5 + z_5^2 + z_6 + 3 z_1 z_6 + 2 z_1^2 z_6 + z_2 z_6 + z_1 z_2 z_6 + z_3 z_6 + z_5 z_6 + z_7 + 4 z_1 z_7 + 3 z_1^2 z_7 + 2 z_3 z_7 + z_1 z_3 z_7 + z_2 z_3 z_7 + 2 z_4 z_7 + z_1 z_5 z_7 + 2 z_6 z_7 + 2 z_1 z_6 z_7 + 2 z_7^2 + 3 z_1 z_7^2 + z_3 z_7^2 + z_7^3 + 2 z_8 + 3 z_1 z_8 + 3 z_1^2 z_8 + 2 z_1^3 z_8 + z_2 z_8 + z_1 z_2 z_8 + 2 z_3 z_8 + 3 z_1 z_3 z_8 + z_1^2 z_3 z_8 + z_3^2 z_8 + z_4 z_8 + z_1 z_4 z_8 + z_5 z_8 + 2 z_1 z_5 z_8 + z_2 z_5 z_8 + z_6 z_8 + z_1 z_6 z_8$$

$$\begin{aligned}
& 2 z_1^2 z_6 z_8 + z_1 z_2 z_6 z_8 \quad z_3 z_6 z_8 \quad z_5 z_6 z_8 + z_6^2 z_8 \quad 5 z_7 z_8 + 3 z_1^2 z_7 z_8 \quad 2 z_1 z_2 z_7 z_8 \quad z_2^2 z_7 z_8 \\
& z_1 z_3 z_7 z_8 + z_4 z_7 z_8 \quad 3 z_7^2 z_8 + z_1 z_7^2 z_8 \quad z_8^2 + 5 z_1 z_8^2 \quad z_1^2 z_8^2 \quad z_1^3 z_8^2 \quad 2 z_1 z_2 z_8^2 \quad z_3 z_8^2 + \\
& z_2 z_3 z_8^2 \quad z_4 z_8^2 \quad z_5 z_8^2 \quad 2 z_6 z_8^2 + z_1 z_6 z_8^2 + z_2 z_6 z_8^2 + z_7 z_8^2 + z_1 z_7 z_8^2 + z_1^2 z_7 z_8^2 \quad z_2 z_7 z_8^2 \\
& z_3 z_7 z_8^2 \quad z_6 z_7 z_8^2 + 3 z_8^3 \quad 3 z_1 z_8^3 \quad z_2 z_8^3 + z_1 z_2 z_8^3 + z_6 z_8^3 + 2 z_7 z_8^3 \quad 2 z_1 z_7 z_8^3 \quad z_8^4 + z_1 z_8^4 + z_2 z_8^4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1 &= 1 + 2 z_1 \quad 2 z_1^3 \quad z_1^4 + z_2 + z_1 z_2 + z_1^2 z_2 + z_1^3 z_2 \quad z_1^2 z_2^2 \quad z_3 + z_1^2 z_3 \\
z_2 z_3 \quad z_1 z_2 z_3 \quad z_1 z_3^2 \quad z_4 + z_1^2 z_4 + z_3 z_4 + z_5 \quad z_1^2 z_5 + 2 z_1 z_2 z_5 \quad z_5^2 \quad z_6 + 3 z_1^2 z_6 + \\
2 z_1^3 z_6 \quad 2 z_2 z_6 \quad z_1 z_2 z_6 \quad 2 z_1 z_3 z_6 + z_4 z_6 \quad z_5 z_6 \quad z_6^2 \quad 2 z_1 z_6^2 + z_7 \quad 3 z_1^2 z_7 \quad 2 z_1^3 z_7 + \\
z_2 z_7 + z_1^2 z_2 z_7 \quad z_3 z_7 + z_1 z_3 z_7 + z_5 z_7 \quad z_1 z_5 z_7 + z_6 z_7 + 3 z_1 z_6 z_7 \quad z_7^2 \quad 2 z_1 z_7^2 \quad z_1^2 z_7^2 + \\
z_6 z_7^2 \quad z_7^3 + 2 z_8 \quad 2 z_1 z_8 \quad 5 z_1^2 z_8 + z_1^4 z_8 + 2 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 \quad z_3 z_8 + 3 z_1 z_3 z_8 \quad 2 z_1^2 z_3 z_8 + \\
z_1 z_2 z_3 z_8 \quad z_4 z_8 + z_1 z_4 z_8 \quad z_2 z_4 z_8 + z_5 z_8 \quad 2 z_1 z_5 z_8 \quad z_1^2 z_5 z_8 + z_2 z_5 z_8 + 4 z_1 z_6 z_8 \\
2 z_1^2 z_6 z_8 + z_3 z_6 z_8 + z_5 z_6 z_8 + z_6^2 z_8 \quad 4 z_1 z_7 z_8 \quad z_1^2 z_7 z_8 \quad z_1^3 z_7 z_8 + 2 z_2 z_7 z_8 + z_1 z_2 z_7 z_8 + \\
z_1 z_3 z_7 z_8 \quad z_4 z_7 z_8 \quad z_5 z_7 z_8 + 2 z_6 z_7 z_8 + z_1 z_6 z_7 z_8 \quad 2 z_7^2 z_8 \quad 2 z_8^2 \quad 4 z_1 z_8^2 + 6 z_1^2 z_8^2 \\
2 z_1 z_2 z_8^2 + z_3 z_8^2 \quad z_1 z_3 z_8^2 \quad z_5 z_8^2 + z_1 z_5 z_8^2 \quad 2 z_1 z_6 z_8^2 \quad z_2 z_6 z_8^2 \quad z_7 z_8^2 + 2 z_1 z_7 z_8^2 + z_1^2 z_7 z_8^2 \\
z_6 z_7 z_8^2 + z_7^2 z_8^2 \quad z_8^3 + 6 z_1 z_8^3 \quad z_1^2 z_8^3 \quad z_2 z_8^3 + z_5 z_8^3 \quad z_6 z_8^3 + 2 z_7 z_8^3 + z_1 z_7 z_8^3 + 2 z_8^4 \quad 2 z_1 z_8^4 \quad z_8^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1; 2; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1 &= z_1^2 + 2 z_1^3 + z_1^4 \quad z_1 z_2 \quad z_2^2 \quad z_1 z_3 \quad z_1^2 z_3 \quad z_2 z_3 \quad z_1 z_2 z_3 + z_2^2 z_3 + z_1 z_3^2 \quad z_1 z_4 \\
z_1^2 z_4 \quad z_3 z_4 \quad z_1 z_5 \quad z_2 z_5 + z_3 z_5 \quad 2 z_1 z_6 \quad 2 z_1^2 z_6 \quad z_1^3 z_6 \quad 2 z_2 z_6 + z_2^2 z_6 \quad z_3 z_6 \quad z_4 z_6 \quad z_6^2 + \\
z_1 z_7 + 3 z_1^2 z_7 + 2 z_1^3 z_7 \quad z_2 z_7 \quad 3 z_1 z_2 z_7 \quad z_1^2 z_2 z_7 \quad z_2^2 z_7 + z_1 z_2^2 z_7 \quad z_1 z_3 z_7 \quad z_1 z_4 z_7 \quad z_2 z_5 z_7 \\
z_6 z_7 \quad 3 z_1 z_6 z_7 \quad z_1^2 z_6 z_7 + z_3 z_6 z_7 + z_6^2 z_7 + z_1 z_7^2 + z_1^2 z_7^2 \quad z_2 z_7^2 \quad z_1 z_2 z_7^2 \quad z_6 z_7^2 + z_1 z_8 + 2 z_1^2 z_8 \\
z_2 z_8 \quad 2 z_1 z_2 z_8 \quad z_1^2 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 + 2 z_1 z_2^2 z_8 \quad z_3^2 z_8 \quad z_1 z_3 z_8 \quad z_1^2 z_3 z_8 + z_2 z_3 z_8 \quad z_1 z_2 z_3 z_8 + \\
2 z_5^2 z_8 + 2 z_2 z_4 z_8 + z_1^2 z_5 z_8 \quad 2 z_2 z_5 z_8 \quad z_6 z_8 \quad z_1 z_6 z_8 \quad 3 z_1^2 z_6 z_8 + 4 z_2 z_6 z_8 + z_1 z_2 z_6 z_8 + \\
4 z_3 z_6 z_8 \quad z_5 z_6 z_8 + 3 z_6^2 z_8 + 2 z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 \quad z_2 z_7 z_8 + z_1 z_3 z_7 z_8 + z_4 z_7 z_8 + z_1 z_6 z_7 z_8 + \\
z_1 z_7^2 z_8 \quad 3 z_1 z_8^2 \quad z_1^2 z_8^2 \quad 2 z_1^3 z_8^2 \quad 3 z_2 z_8^2 + 2 z_1 z_2 z_8^2 + z_1^2 z_2 z_8^2 \quad 2 z_3 z_8^2 + 3 z_1 z_3 z_8^2 \quad 2 z_2 z_3 z_8^2 + \\
z_4 z_8^2 \quad 2 z_6 z_8^2 + 5 z_1 z_6 z_8^2 \quad z_2 z_6 z_8^2 \quad 2 z_7 z_8^2 \quad 4 z_1 z_7 z_8^2 + z_1^2 z_7 z_8^2 \quad 2 z_2 z_7 z_8^2 \quad z_3 z_7 z_8^2 \\
2 z_7^2 z_8^2 \quad 2 z_8^3 \quad 2 z_1 z_8^3 + 3 z_2 z_8^3 \quad z_1 z_2 z_8^3 + z_3 z_8^3 \quad z_5 z_8^3 + 3 z_6 z_8^3 \quad z_7 z_8^3 \quad z_1 z_7 z_8^3 + 2 z_1 z_8^4 + z_8^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1 &= z_1^2 + z_1^4 + z_1^2 z_2 \quad z_2^2 \quad z_1 z_2^2 \quad 3 z_1^2 z_3 + z_3^2 + 2 z_1 z_4 + z_1^2 z_5 \quad z_3 z_5 \quad z_1^2 z_6 \\
2 z_2 z_6 + 3 z_3 z_6 \quad z_5 z_6 + z_6^2 \quad 2 z_1 z_7 \quad 2 z_1^2 z_7 + z_2 z_7 \quad z_2^2 z_7 + z_4 z_7 + z_6 z_7 \quad z_7^2 \quad 2 z_1 z_7^2 \quad z_1^2 z_7^2 + \\
z_3 z_7^2 + z_6 z_7^2 \quad z_7^3 \quad 4 z_1 z_8 \quad z_1^2 z_8 \quad z_1^3 z_8 + z_2 z_8 + 2 z_1 z_2 z_8 + 2 z_1^2 z_2 z_8 \quad 2 z_2 z_3 z_8 + z_4 z_8 \\
3 z_1 z_5 z_8 + z_6 z_8 + 4 z_1 z_6 z_8 \quad z_1^2 z_6 z_8 \quad z_2 z_6 z_8 + z_3 z_6 z_8 + z_6^2 z_8 \quad 3 z_7 z_8 \quad 4 z_1 z_7 z_8 + 2 z_2 z_7 z_8 + \\
z_1 z_2 z_7 z_8 \quad z_3 z_7 z_8 \quad z_5 z_7 z_8 + z_6 z_7 z_8 \quad 3 z_7^2 z_8 + z_1 z_7^2 z_8 \quad 2 z_8^2 + z_1^2 z_8^2 \quad z_1^3 z_8^2 \quad 2 z_1 z_2 z_8^2 + \\
z_2^2 z_8^2 + 2 z_1 z_3 z_8^2 \quad z_4 z_8^2 \quad z_5 z_8^2 + 2 z_1 z_6 z_8^2 \quad z_7 z_8^2 + z_1^2 z_7 z_8^2 \quad z_2 z_7 z_8^2 \quad z_3 z_7 z_8^2 \quad z_6 z_7 z_8^2 + \\
z_7^2 z_8^2 + 2 z_8^3 + 2 z_1 z_8^3 + z_1^2 z_8^3 \quad 2 z_2 z_8^3 \quad z_1 z_2 z_8^3 + z_5 z_8^3 \quad z_6 z_8^3 + 3 z_7 z_8^3 \quad z_1 z_7 z_8^3 + z_8^4 + z_2 z_8^4 \quad z_8^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1 &= z_2 \quad z_1 z_2 + z_1 z_2^2 + z_3 + z_1 z_3 + z_2 z_3 \quad z_5 \quad z_1 z_5 \quad z_2 z_5 + z_1 z_2 z_5 + \\
z_3 z_5 \quad z_5^2 \quad z_1 z_6 + z_1^3 z_6 + z_2 z_6 + 2 z_1 z_2 z_6 + z_3 z_6 \quad 2 z_1 z_3 z_6 \quad z_5 z_6 + z_6^2 \quad z_1 z_6^2 + z_7 + \\
z_1 z_7 \quad z_2 z_7 \quad 2 z_1 z_2 z_7 + z_3 z_7 + z_1 z_3 z_7 \quad z_4 z_7 + z_5 z_7 \quad z_6 z_7 \quad z_1 z_6 z_7 + z_1^2 z_6 z_7 \quad z_2 z_6 z_7 \\
z_3 z_6 z_7 \quad z_6^2 z_7 + 2 z_7^2 + z_1 z_7^2 \quad z_1 z_2 z_7^2 + z_5 z_7^2 + z_7^3 + z_1 z_8 \quad z_1^3 z_8 \quad 2 z_2 z_8 \quad z_1 z_2^2 z_8 + \\
z_3 z_8 + z_1 z_3 z_8 \quad z_2 z_3 z_8 + z_1 z_5 z_8 \quad z_1^2 z_5 z_8 + z_2 z_5 z_8 + z_3 z_5 z_8 \quad z_6 z_8 + 2 z_1 z_6 z_8 \quad z_1^2 z_6 z_8 \\
z_2 z_6 z_8 \quad z_3 z_6 z_8 + z_5 z_6 z_8 + 3 z_7 z_8 + 2 z_1 z_7 z_8 \quad z_1^3 z_7 z_8 \quad z_2 z_7 z_8 \quad 2 z_1 z_2 z_7 z_8 + z_2^2 z_7 z_8 + \\
2 z_1 z_3 z_7 z_8 \quad z_4 z_7 z_8 + 3 z_5 z_7 z_8 \quad 3 z_6 z_7 z_8 + 4 z_7^2 z_8 + z_1 z_7^2 z_8 + z_2 z_7^2 z_8 + z_7^3 z_8 + 2 z_2 z_8^2 + \\
z_1^2 z_2 z_8^2 + z_2^2 z_8^2 \quad z_3 z_8^2 \quad z_2 z_3 z_8^2 + z_5 z_8^2 \quad z_2 z_6 z_8^2 + 2 z_7 z_8^2 \quad 2 z_1 z_7 z_8^2 + z_1^2 z_7 z_8^2 + 2 z_2 z_7 z_8^2 \\
2 z_6 z_7 z_8^2 + 2 z_7^2 z_8^2 \quad z_1 z_8^3 + z_1^2 z_8^3 + 2 z_2 z_8^3 \quad z_1 z_2 z_8^3 \quad z_3 z_8^3 \quad 2 z_7 z_8^3 \quad z_2 z_8^4 \quad z_7 z_8^4
\end{aligned}$$

$$2; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1 = (z_1 z_3) \quad z_1^2 z_3 + z_3^2 \quad z_1 z_4 \quad z_1^2 z_4 + z_3 z_4 \quad z_1^2 z_6 \quad z_1^3 z_6 + 2 z_3 z_6 +$$

$$\begin{aligned}
& 2 z_1 z_3 z_6 + z_4 z_6 + z_6^2 + z_1 z_6^2 + z_7 + z_1 z_7 \quad z_1 z_2 z_7 + z_1^2 z_2 z_7 \quad z_3 z_7 \quad z_1 z_3 z_7 \quad z_2 z_3 z_7 \\
& 2 z_4 z_7 + z_5 z_7 \quad z_1 z_5 z_7 \quad 2 z_6 z_7 \quad z_2 z_6 z_7 + 2 z_7^2 + z_1 z_7^2 \quad z_3 z_7^2 + z_7^3 + z_8 + z_1 z_8 \quad z_1^2 z_8 \quad z_1^3 z_8 + \\
& 2 z_1^2 z_2 z_8 \quad z_1 z_2^2 z_8 \quad z_3 z_8 + z_1 z_3 z_8 \quad 2 z_2 z_3 z_8 \quad 2 z_4 z_8 + 2 z_1 z_4 z_8 \quad z_1 z_5 z_8 + z_1^2 z_5 z_8 + z_2 z_5 z_8 \\
& z_3 z_5 z_8 \quad 2 z_6 z_8 + z_1 z_6 z_8 + z_1^2 z_6 z_8 \quad 2 z_2 z_6 z_8 \quad z_1 z_2 z_6 z_8 + 6 z_7 z_8 \quad 2 z_1 z_7 z_8 \quad 2 z_2 z_7 z_8 + \\
& z_1 z_2 z_7 z_8 + z_2^2 z_7 z_8 \quad 2 z_3 z_7 z_8 \quad z_4 z_7 z_8 + z_5 z_7 z_8 \quad 4 z_6 z_7 z_8 + 5 z_7^2 z_8 \quad 2 z_1 z_7^2 z_8 + 2 z_8^2 \\
& 4 z_1 z_8^2 + 2 z_1^2 z_8^2 \quad z_2 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^2 + z_2^2 z_8^2 + z_1 z_3 z_8^2 + z_4 z_8^2 + z_5 z_8^2 \quad z_1 z_5 z_8^2 \quad z_6 z_8^2 + 2 z_1 z_6 z_8^2 + \\
& 2 z_7 z_8^2 \quad 3 z_1 z_7 z_8^2 + z_2 z_7 z_8^2 + z_3 z_7 z_8^2 + z_7^2 z_8^2 \quad 2 z_8^3 + 2 z_1 z_8^3 + z_2 z_8^3 \quad 2 z_1 z_2 z_8^3 \quad 3 z_7 z_8^3 + z_1 z_7 z_8^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho = & z_1 z_2 + z_1^2 z_2 + z_3 + z_1 z_3 + z_1 z_4 + z_1^2 z_4 \quad z_3 z_4 \quad z_5 \quad z_1 z_5 \quad z_1 z_2 z_5 \quad z_3 z_5 + \\
& z_5^2 + z_6 + 2 z_1 z_6 + z_1^2 z_6 + z_2 z_6 + z_1 z_2 z_6 + z_2^2 z_6 \quad z_3 z_6 \quad 2 z_4 z_6 \quad z_6^2 + z_7 + z_1 z_7 + z_1 z_2 z_7 + \\
& 3 z_3 z_7 + z_1 z_3 z_7 \quad z_5 z_7 + 2 z_6 z_7 \quad z_1 z_6 z_7 \quad z_2 z_6 z_7 + 2 z_7^2 + z_1 z_7^2 + z_3 z_7^2 + z_7^3 \quad 2 z_1 z_8 \\
& 2 z_1^2 z_8 \quad z_2 z_8 \quad z_1 z_2 z_8 \quad z_2^2 z_8 + 3 z_3 z_8 \quad z_1 z_3 z_8 \quad z_2 z_3 z_8 + z_4 z_8 \quad z_1 z_4 z_8 + z_2 z_5 z_8 + 4 z_6 z_8 \\
& 2 z_1 z_6 z_8 \quad z_2 z_6 z_8 \quad 2 z_1 z_7 z_8 \quad 2 z_1^2 z_7 z_8 \quad 3 z_2 z_7 z_8 \quad 2 z_1 z_2 z_7 z_8 + 2 z_3 z_7 z_8 + z_5 z_7 z_8 \\
& z_6 z_7 z_8 \quad 2 z_8^2 + 2 z_1 z_8^2 \quad z_2 z_8^2 + z_2^2 z_8^2 \quad z_3 z_8^2 \quad z_4 z_8^2 + z_5 z_8^2 \quad 3 z_6 z_8^2 + z_1 z_6 z_8^2 \quad 2 z_7 z_8^2 + \\
& z_1 z_7 z_8^2 + z_2 z_7 z_8^2 + z_7^2 z_8^2 + 2 z_8^3 + z_1 z_8^3 + z_1^2 z_8^3 + z_2 z_8^3 \quad z_3 z_8^3 \quad z_6 z_8^3 + 2 z_7 z_8^3 + z_8^4 \quad z_1 z_8^4 \quad z_8^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho = & z_1 + 2 z_1^2 + z_1^3 + z_2 + 2 z_1 z_2 + z_1^2 z_2 + z_2^2 + z_1 z_2^2 + z_1 z_2 z_3 + z_2^3 \quad z_4 \quad 2 z_1 z_4 + \\
& z_5 + z_1 z_5 \quad z_3 z_5 \quad z_1 z_6 \quad z_1^2 z_6 \quad z_1 z_2 z_6 + z_3 z_6 + z_7 + 4 z_1 z_7 + 4 z_1^2 z_7 + z_1^3 z_7 + z_2 z_7 + 2 z_1 z_2 z_7 \\
& z_1^2 z_2 z_7 + z_2^2 z_7 \quad z_1 z_3 z_7 + z_2 z_3 z_7 \quad z_4 z_7 + z_1 z_5 z_7 \quad z_6 z_7 \quad 2 z_1 z_6 z_7 + 2 z_7^2 + 3 z_1 z_7^2 + z_1^2 z_7^2 \\
& z_6 z_7^2 + z_7^3 + z_8 + 4 z_1 z_8 + 2 z_1^2 z_8 \quad z_1^3 z_8 \quad z_1^2 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 \quad z_1 z_2^2 z_8 \quad 2 z_3 z_8 + z_1 z_3 z_8 \quad z_1^2 z_3 z_8 \\
& z_2 z_3 z_8 + z_3^2 z_8 \quad 2 z_4 z_8 + z_1 z_4 z_8 + 2 z_5 z_8 + z_1 z_5 z_8 + z_2 z_5 z_8 \quad 3 z_6 z_8 \quad 2 z_1 z_6 z_8 + z_1^2 z_6 z_8 \\
& 2 z_2 z_6 z_8 + z_3 z_6 z_8 \quad z_6^2 z_8 + 4 z_7 z_8 + 6 z_1 z_7 z_8 \quad z_1^2 z_7 z_8 \quad 2 z_3 z_7 z_8 + 2 z_5 z_7 z_8 \quad 2 z_6 z_7 z_8 + \\
& 3 z_7^2 z_8 + 3 z_8^2 \quad 2 z_1 z_8^2 \quad 3 z_1^2 z_8^2 + z_2 z_8^2 \quad 2 z_1 z_2 z_8^2 + z_1^2 z_2 z_8^2 \quad z_3 z_8^2 + z_1 z_3 z_8^2 \quad z_2 z_3 z_8^2 + \\
& z_4 z_8^2 + z_5 z_8^2 \quad z_1 z_5 z_8^2 \quad z_6 z_8^2 + z_1 z_6 z_8^2 + 3 z_7 z_8^2 \quad 5 z_1 z_7 z_8^2 \quad z_1^2 z_7 z_8^2 + 2 z_2 z_7 z_8^2 + z_6 z_7 z_8^2 \\
& z_7^2 z_8^2 \quad 2 z_8^3 \quad 4 z_1 z_8^3 + z_1^2 z_8^3 + z_2 z_8^3 + z_3 z_8^3 \quad z_5 z_8^3 + z_6 z_8^3 \quad 3 z_7 z_8^3 \quad 2 z_8^4 + 2 z_1 z_8^4 \quad z_2 z_8^4 + z_8^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho = & z_1 + z_1^3 + z_1^4 \quad z_2 \quad 2 z_1 z_2 \quad 2 z_1^2 z_2 \quad z_1^3 z_2 \quad z_2^2 + z_1^2 z_2^2 \quad z_1 z_3 \quad 2 z_1^2 z_3 + \\
& z_2 z_3 \quad z_2^2 z_3 + z_4 + z_1 z_4 \quad z_1^2 z_4 + z_2 z_4 + z_3 z_4 \quad z_5 \quad z_1 z_5 + z_1^2 z_5 \quad z_2 z_5 \quad z_1 z_2 z_5 \quad 3 z_1^2 z_6 \\
& z_1^3 z_6 + 2 z_2 z_6 + z_1 z_2 z_6 + z_3 z_6 + 2 z_1 z_3 z_6 + z_4 z_6 + z_6^2 + z_1 z_6^2 \quad z_7 \quad z_1 z_7 + 2 z_1^2 z_7 + 2 z_1^3 z_7 \\
& 2 z_2 z_7 \quad z_1 z_2 z_7 \quad z_1^2 z_2 z_7 \quad z_3 z_7 \quad 3 z_1 z_3 z_7 \quad z_2 z_3 z_7 + z_4 z_7 \quad z_5 z_7 + z_1 z_5 z_7 \quad z_6 z_7 \\
& 3 z_1 z_6 z_7 \quad z_7^2 + z_1 z_7^2 + z_1^2 z_7^2 \quad z_3 z_7^2 \quad z_6 z_7^2 \quad 2 z_8 \quad 2 z_1 z_8 + 3 z_1^2 z_8 \quad z_1^4 z_8 \quad 3 z_2 z_8 + z_1 z_2 z_8 \\
& z_3 z_8 \quad 3 z_1 z_3 z_8 + 3 z_1^2 z_3 z_8 \quad z_3^2 z_8 + z_4 z_8 \quad 2 z_5 z_8 + z_1 z_5 z_8 \quad z_2 z_5 z_8 \quad z_1 z_6 z_8 + 2 z_1^2 z_6 z_8 + \\
& 2 z_2 z_6 z_8 \quad z_3 z_6 z_8 \quad 3 z_7 z_8 + z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 \quad z_2 z_7 z_8 \quad z_1 z_2 z_7 z_8 \quad 3 z_3 z_7 z_8 \quad 2 z_6 z_7 z_8 \\
& 2 z_8^2 + 2 z_1 z_8^2 \quad 4 z_1^2 z_8^2 + z_1^3 z_8^2 + z_2 z_8^2 + 2 z_1 z_2 z_8^2 + z_3 z_8^2 + 3 z_6 z_8^2 \quad 3 z_1 z_7 z_8^2 + z_8^3 + z_2 z_8^3 \quad z_7 z_8^3 + z_8^4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
3, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho = & z_1^2 z_2 + z_1^3 z_2 \quad 2 z_1 z_2 z_3 \quad z_3^2 + z_4 + z_1 z_4 \quad z_1 z_5 \quad z_1^2 z_5 + 2 z_3 z_5 + \\
& z_1 z_6 \quad z_1^3 z_6 \quad 2 z_1 z_2 z_6 \quad 2 z_3 z_6 + 2 z_1 z_3 z_6 \quad z_4 z_6 + 2 z_5 z_6 \quad z_6^2 + z_1 z_6^2 \quad z_7 \quad z_1 z_7 + \\
& z_2 z_7 + 2 z_1 z_2 z_7 \quad z_1 z_3 z_7 + 2 z_4 z_7 \quad z_5 z_7 + z_6 z_7 \quad z_2 z_6 z_7 \quad 2 z_7^2 \quad z_1 z_7^2 + z_2 z_7^2 \quad z_7^3 \\
& z_8 \quad z_1 z_8 + 2 z_1^2 z_8 + z_1^3 z_8 \quad z_1^4 z_8 + 2 z_1 z_2 z_8 \quad 2 z_1^2 z_2 z_8 + z_1 z_2^2 z_8 + z_3 z_8 \quad 4 z_1 z_3 z_8 + \\
& 3 z_1^2 z_3 z_8 + z_2 z_3 z_8 \quad z_3^2 z_8 + 2 z_4 z_8 \quad 2 z_1 z_4 z_8 \quad 2 z_5 z_8 + 2 z_1 z_5 z_8 \quad z_2 z_5 z_8 + 2 z_6 z_8 \\
& 4 z_1 z_6 z_8 + 2 z_1^2 z_6 z_8 + z_2 z_6 z_8 \quad z_3 z_6 z_8 \quad 4 z_7 z_8 + z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 + 3 z_2 z_7 z_8 + z_3 z_7 z_8 \\
& 2 z_1 z_3 z_7 z_8 + z_4 z_7 z_8 \quad 2 z_5 z_7 z_8 + 2 z_6 z_7 z_8 \quad z_1 z_6 z_7 z_8 \quad 3 z_7^2 z_8 + z_1 z_7^2 z_8 + z_2 z_7^2 z_8 \\
& 2 z_8^2 + 5 z_1 z_8^2 \quad 4 z_1^2 z_8^2 + z_1^3 z_8^2 + z_2 z_8^2 \quad z_1 z_2 z_8^2 \quad z_1^2 z_2 z_8^2 \quad z_2^2 z_8^2 + z_2 z_3 z_8^2 \quad z_4 z_8^2 + z_1 z_5 z_8^2 \\
& z_7 z_8^2 + 3 z_1 z_7 z_8^2 \quad z_1^2 z_7 z_8^2 \quad z_2 z_7 z_8^2 + 2 z_8^3 \quad 3 z_1 z_8^3 + z_1^2 z_8^3 \quad z_2 z_8^3 + z_1 z_2 z_8^3 + 2 z_7 z_8^3 \quad z_1 z_7 z_8^3
\end{aligned}$$

$$3, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho = (z_1 z_2) \quad z_1^2 z_2 \quad z_2^3 + z_2 z_3 + z_4 + z_1 z_4 + 2 z_2 z_4 \quad z_5 \quad z_1 z_5 \quad 2 z_2 z_5$$

$$\begin{aligned}
& z_3 z_5 + z_6 + z_1 z_6 + z_1^2 z_6 + z_1^3 z_6 + 3 z_2 z_6 + 2 z_1 z_2 z_6 \quad 2 z_1 z_3 z_6 + z_4 z_6 \quad z_5 z_6 \quad z_1 z_6^2 \quad z_7 \\
& z_1 z_7 \quad z_2 z_7 \quad z_1 z_2 z_7 \quad z_1^2 z_2 z_7 \quad z_2^2 z_7 + z_3 z_7 + z_2 z_3 z_7 + 2 z_4 z_7 \quad 2 z_5 z_7 + z_1 z_5 z_7 + 2 z_6 z_7 + \\
& z_1 z_6 z_7 + z_2 z_6 z_7 \quad 2 z_7^2 \quad z_1 z_7^2 \quad z_2 z_7^2 + z_3 z_7^2 \quad z_7^3 \quad 2 z_8 \quad 2 z_1 z_8 \quad 4 z_2 z_8 \quad z_2^2 z_8 + z_1 z_2^2 z_8 + \\
& z_4 z_8 \quad z_1 z_4 z_8 \quad z_5 z_8 + z_1 z_5 z_8 \quad z_2 z_5 z_8 + z_6 z_8 + 2 z_1 z_6 z_8 \quad z_1^2 z_6 z_8 + 3 z_2 z_6 z_8 \quad z_3 z_6 z_8 \\
& 7 z_7 z_8 \quad z_1 z_7 z_8 \quad 5 z_2 z_7 z_8 + z_6 z_7 z_8 \quad 5 z_7^2 z_8 + z_1 z_7^2 z_8 \quad 2 z_8^2 + 2 z_1 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^2 \quad z_4 z_8^2 + z_5 z_8^2 + \\
& z_6 z_8^2 \quad 3 z_1 z_6 z_8^2 \quad z_7 z_8^2 + 2 z_1 z_7 z_8^2 + z_7^2 z_8^2 + 3 z_8^3 + z_1 z_8^3 + 2 z_2 z_8^3 \quad z_6 z_8^3 + 4 z_7 z_8^3 + z_8^4 \quad z_1 z_8^4 \quad z_8^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 4 \rho_0 \rho_0 \rho_0 \rho_0 \rho_0 \rho_1 = z_1 + 2 z_1^2 + z_1^3 \quad z_1^2 z_2 \quad z_1^3 z_2 \quad z_1 z_2^2 \quad z_3 \quad z_1 z_3 \quad z_2 z_3 + 2 z_1 z_2 z_3 + z_3^2 \quad z_4 \\
& z_1 z_4 \quad z_2 z_4 + z_5 + 2 z_1 z_5 + z_1^2 z_5 + z_2 z_5 \quad z_3 z_5 \quad z_6 \quad 2 z_1 z_6 \quad z_1^2 z_6 \quad z_2 z_6 + z_3 z_6 + z_7 + 3 z_1 z_7 + \\
& 2 z_1^2 z_7 \quad z_1 z_2 z_7 \quad z_3 z_7 + z_1 z_3 z_7 \quad 2 z_4 z_7 + 2 z_5 z_7 \quad 2 z_6 z_7 \quad z_1 z_6 z_7 + 2 z_7^2 + 2 z_1 z_7^2 + z_7^3 + 2 z_8 + \\
& 3 z_1 z_8 \quad z_1^2 z_8 \quad z_1^3 z_8 + z_1^4 z_8 + z_2 z_8 \quad 3 z_1 z_2 z_8 + 2 z_1^2 z_2 z_8 \quad 2 z_3 z_8 + 3 z_1 z_3 z_8 \quad 3 z_1^2 z_3 z_8 + \\
& z_2 z_3 z_8 + z_3^2 z_8 \quad 2 z_4 z_8 + 2 z_1 z_4 z_8 + 3 z_5 z_8 \quad 3 z_1 z_5 z_8 \quad z_2 z_5 z_8 \quad 3 z_6 z_8 \quad z_1^2 z_6 z_8 + z_2 z_6 z_8 + \\
& 2 z_3 z_6 z_8 + z_6^2 z_8 + 6 z_7 z_8 + z_1 z_7 z_8 \quad z_1^2 z_7 z_8 + z_1 z_2 z_7 z_8 \quad z_5 z_7 z_8 \quad z_6 z_7 z_8 + 4 z_7^2 z_8 \quad z_1 z_7^2 z_8 + \\
& 3 z_8^2 \quad 7 z_1 z_8^2 + z_1^2 z_8^2 \quad z_1^3 z_8^2 \quad 2 z_2 z_8^2 + 3 z_1 z_2 z_8^2 \quad z_2^2 z_8^2 + z_3 z_8^2 + z_4 z_8^2 \quad 2 z_5 z_8^2 \quad z_6 z_8^2 + 3 z_1 z_6 z_8^2 + \\
& z_7 z_8^2 \quad 4 z_1 z_7 z_8^2 \quad z_2 z_7 z_8^2 \quad z_7^2 z_8^2 \quad 4 z_8^3 + z_1 z_8^3 \quad z_1^2 z_8^3 + z_3 z_8^3 + 2 z_6 z_8^3 \quad 3 z_7 z_8^3 \quad z_8^4 + 2 z_1 z_8^4 + z_8^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 0 \rho_0 \rho_0 \rho_0 \rho_1 \rho_1 \rho_1 \rho_1 = z_1^2 \quad 2 z_1^3 \quad z_1^4 \quad z_1 z_2 \quad z_1^2 z_2 + z_1 z_3 + z_1^2 z_3 + z_1 z_4 + z_1^2 z_4 + z_2 z_4 \quad z_3 z_4 \\
& z_1 z_5 \quad z_1^2 z_5 + z_4 z_5 + 2 z_1 z_6 + 4 z_1^2 z_6 + 2 z_1^3 z_6 + z_1 z_2 z_6 \quad 2 z_3 z_6 \quad 4 z_1 z_3 z_6 \quad z_2 z_3 z_6 + z_5 z_6 + \\
& 2 z_1 z_5 z_6 \quad 2 z_6^2 \quad 3 z_1 z_6^2 \quad z_2 z_6^2 \quad 2 z_1 z_7 \quad 4 z_1^2 z_7 \quad 2 z_1^3 z_7 \quad z_2 z_7 \quad 2 z_1 z_2 z_7 + 2 z_3 z_7 + 3 z_1 z_3 z_7 + \\
& z_2 z_3 z_7 \quad z_4 z_7 \quad 2 z_5 z_7 \quad 3 z_1 z_5 z_7 + 2 z_1 z_6 z_7 + z_2 z_6 z_7 \quad z_3 z_6 z_7 + z_5 z_6 z_7 + z_7^2 \quad z_1 z_7^2 \quad z_1^2 z_7^2 \\
& z_2 z_7^2 + 2 z_3 z_7^2 \quad z_4 z_7^2 \quad 2 z_5 z_7^2 \quad z_1 z_6 z_7^2 + 2 z_7^3 + z_1 z_7^3 + z_7^4 \quad 2 z_1 z_8 \quad z_1^2 z_8 + 2 z_1^3 z_8 + z_1^4 z_8 + \\
& 2 z_2^2 z_8 + z_3 z_8 + 2 z_1 z_3 z_8 \quad z_1^2 z_3 z_8 \quad z_1 z_2 z_3 z_8 \quad z_4 z_8 \quad z_1 z_4 z_8 + z_2 z_4 z_8 \quad z_5 z_8 \quad z_1 z_5 z_8 + \\
& z_2 z_5 z_8 + z_3 z_5 z_8 \quad z_5^2 z_8 + 2 z_6 z_8 + 3 z_1 z_6 z_8 \quad 3 z_1^2 z_6 z_8 + 3 z_2 z_6 z_8 + z_1 z_2 z_6 z_8 \quad 2 z_3 z_6 z_8 + \\
& 2 z_5 z_6 z_8 \quad z_6^2 z_8 \quad 2 z_1 z_7 z_8 + 3 z_1^2 z_7 z_8 \quad z_1^3 z_7 z_8 \quad 3 z_2 z_7 z_8 + 4 z_3 z_7 z_8 + 3 z_1 z_3 z_7 z_8 + \\
& z_2 z_3 z_7 z_8 \quad 2 z_4 z_7 z_8 \quad 2 z_5 z_7 z_8 + 3 z_6 z_7 z_8 + 2 z_1 z_6 z_7 z_8 + z_2 z_6 z_7 z_8 + 3 z_7^2 z_8 + 3 z_1 z_7^2 z_8 \\
& 2 z_2 z_7^2 z_8 + z_3 z_7^2 z_8 \quad z_6 z_7^2 z_8 + 3 z_7^3 z_8 + z_1 z_8^2 + 4 z_1^2 z_8^2 \quad z_1^3 z_8^2 \quad z_2 z_8^2 \quad z_1 z_2 z_8^2 + z_1^2 z_2 z_8^2 + \\
& z_3 z_8^2 \quad z_2 z_3 z_8^2 \quad z_4 z_8^2 + z_1 z_5 z_8^2 \quad z_2 z_5 z_8^2 + z_6 z_8^2 \quad 5 z_1 z_6 z_8^2 \quad z_2 z_6 z_8^2 + 6 z_1 z_7 z_8^2 \quad 3 z_2 z_7 z_8^2 \\
& z_1 z_2 z_7 z_8^2 + z_3 z_7 z_8^2 + z_5 z_7 z_8^2 \quad z_6 z_7 z_8^2 + 2 z_7^2 z_8^2 \quad z_1 z_7^2 z_8^2 + 3 z_1 z_8^3 \quad 3 z_1^2 z_8^3 \quad z_1 z_3 z_8^3 + z_4 z_8^3 + \\
& z_5 z_8^3 \quad 2 z_6 z_8^3 + z_1 z_6 z_8^3 + z_7 z_8^3 \quad z_1 z_7 z_8^3 + z_2 z_7 z_8^3 \quad z_7^2 z_8^3 \quad 2 z_1 z_8^4 + z_1^2 z_8^4 + z_2 z_8^4 \quad z_3 z_8^4 \quad z_7 z_8^4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 0 \rho_0 \rho_0 \rho_0 \rho_2 \rho_0 \rho_1 = z_1 z_2 + z_1^2 z_2 \quad z_2 z_4 + z_1 z_5 + z_1^2 z_5 \quad z_4 z_5 + z_1 z_6 \quad z_1^3 z_6 \quad z_2 z_6 \quad z_1 z_2 z_6 + \\
& 3 z_1 z_3 z_6 + z_2 z_3 z_6 \quad 2 z_4 z_6 \quad z_5 z_6 \quad z_1 z_5 z_6 + z_1 z_6^2 + z_2 z_6^2 \quad z_1 z_7 + z_1^3 z_7 + z_2 z_7 \quad z_2^2 z_7 \\
& 2 z_1 z_3 z_7 \quad z_2 z_3 z_7 + 2 z_4 z_7 + z_5 z_7 \quad z_2 z_5 z_7 + 2 z_6 z_7 \quad 2 z_2 z_6 z_7 \quad 2 z_7^2 + z_2 z_7^2 \quad z_1 z_2 z_7^2 \\
& z_7^3 + z_2 z_8 \quad 2 z_1 z_2 z_8 \quad z_1^2 z_2 z_8 \quad z_2^2 z_8 \quad 2 z_1 z_3 z_8 + z_4 z_8 + z_1 z_4 z_8 + z_5 z_8 \quad 2 z_1 z_5 z_8 \\
& z_1^2 z_5 z_8 + z_3 z_5 z_8 + z_5^2 z_8 + 2 z_6 z_8 \quad z_1 z_6 z_8 + z_1^2 z_6 z_8 \quad 2 z_2 z_6 z_8 + z_1 z_2 z_6 z_8 \quad z_4 z_6 z_8 + \\
& z_5 z_6 z_8 \quad z_1 z_6^2 z_8 \quad 4 z_7 z_8 \quad z_1 z_7 z_8 \quad z_1^2 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 \quad z_1 z_2 z_7 z_8 \quad z_1 z_3 z_7 z_8 + 2 z_4 z_7 z_8 \\
& z_5 z_7 z_8 + z_1 z_5 z_7 z_8 + z_6 z_7 z_8 + 2 z_1 z_6 z_7 z_8 \quad 5 z_7^2 z_8 \quad 2 z_1 z_7^2 z_8 + z_3 z_7^2 z_8 + z_6 z_7^2 z_8 \quad z_7^3 z_8 \\
& 2 z_8^2 \quad 2 z_1 z_8^2 \quad z_2 z_8^2 + z_3 z_8^2 + z_1 z_3 z_8^2 + z_2 z_3 z_8^2 \quad z_5 z_8^2 + 4 z_1 z_6 z_8^2 + z_2 z_6 z_8^2 \quad z_3 z_6 z_8^2 \\
& z_6 z_8^2 \quad 4 z_7 z_8^2 \quad 2 z_1 z_7 z_8^2 + 2 z_3 z_7 z_8^2 + 3 z_6 z_7 z_8^2 \quad 2 z_7^2 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^3 + z_3 z_8^3 \quad z_4 z_8^3 + z_5 z_8^3 \\
& z_1 z_6 z_8^3 + 3 z_7 z_8^3 + z_7^2 z_8^3 + 3 z_8^4 + z_1 z_8^4 \quad z_3 z_8^4 \quad 2 z_6 z_8^4 + 3 z_7 z_8^4 \quad z_8^6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 0 \rho_0 \rho_0 \rho_1 \rho_0 \rho_1 \rho_1 = z_1 z_2^2 + z_2 z_3 \quad z_1 z_4 \quad z_1^2 z_4 + z_3 z_4 + z_1 z_5 + z_1^2 z_5 + z_1 z_2 z_5 \quad z_4 z_5 + z_2 z_6 + \\
& z_4 z_6 \quad z_1 z_7 + z_1^3 z_7 \quad z_2 z_7 \quad 2 z_1 z_2 z_7 \quad z_1^2 z_2 z_7 + z_1 z_2^2 z_7 \quad z_1 z_3 z_7 + 2 z_2 z_3 z_7 + z_3^2 z_7 \quad z_4 z_7 \\
& 2 z_1 z_4 z_7 + z_5 z_7 + 2 z_1 z_5 z_7 \quad 2 z_6 z_7 \quad 3 z_1 z_6 z_7 \quad z_1^2 z_6 z_7 + z_3 z_6 z_7 + z_7^2 + z_1^2 z_7^2 \quad z_2 z_7^2 \\
& z_1 z_2 z_7^2 \quad z_3 z_7^2 + z_5 z_7^2 \quad 2 z_6 z_7^2 + z_7^3 \quad 2 z_2 z_8 \quad 2 z_1^2 z_2 z_8 \quad z_3 z_8 \quad z_1 z_3 z_8 + z_2 z_3 z_8 \quad 2 z_4 z_8 \\
& z_2 z_4 z_8 + 2 z_1 z_5 z_8 \quad z_3 z_5 z_8 \quad 2 z_6 z_8 \quad z_1 z_6 z_8 \quad z_1^2 z_6 z_8 + 2 z_2 z_6 z_8 \quad z_1 z_2 z_6 z_8 + z_4 z_6 z_8 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& z_6^2 z_8 + 3 z_7 z_8 - z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 - z_1^3 z_7 z_8 - 4 z_2 z_7 z_8 + 2 z_1 z_2 z_7 z_8 - 2 z_3 z_7 z_8 + z_1 z_3 z_7 z_8 \\
& z_2 z_3 z_7 z_8 - 2 z_4 z_7 z_8 + 2 z_5 z_7 z_8 - 4 z_6 z_7 z_8 + 2 z_1 z_6 z_7 z_8 + 5 z_7^2 z_8 + z_1 z_7^2 z_8 + z_1^2 z_7^2 z_8 + z_2 z_7^2 z_8 \\
& z_3 z_7^2 z_8 + 2 z_7^3 z_8 + 2 z_8^2 - z_1 z_8^2 + 2 z_1^2 z_8^2 + z_1^3 z_8^2 - z_2 z_8^2 + 3 z_1 z_2 z_8^2 - z_2^2 z_8^2 + z_3 z_8^2 - z_1 z_3 z_8^2 + \\
& z_1 z_4 z_8^2 - z_1 z_5 z_8^2 - 2 z_1 z_6 z_8^2 - z_2 z_6 z_8^2 + z_3 z_6 z_8^2 + 5 z_7 z_8^2 + 2 z_1 z_7 z_8^2 + z_1^2 z_7 z_8^2 + 2 z_2 z_7 z_8^2 + \\
& z_3 z_7 z_8^2 - z_5 z_7 z_8^2 - z_6 z_7 z_8^2 + 5 z_7^2 z_8^2 - 2 z_1 z_7^2 z_8^2 - z_8^3 + 4 z_1 z_8^3 - 3 z_1^2 z_8^3 + 2 z_2 z_8^3 + z_3 z_8^3 + \\
& z_4 z_8^3 - z_5 z_8^3 + z_6 z_8^3 + z_1 z_6 z_8^3 - z_1 z_7 z_8^3 - z_7^2 z_8^3 - z_8^4 - 3 z_1 z_8^4 - z_2 z_8^4 + z_6 z_8^4 - 4 z_7 z_8^4 - z_8^5 + z_1 z_8^5 + z_8^6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho = & z_1^3 + z_1^4 + z_1 z_2 + 2 z_1^2 z_2 - z_1 z_2^2 + z_1 z_3 - 2 z_2 z_3 - z_1 z_2 z_3 + z_2^2 z_3 - z_3^2 + z_1 z_3^2 \\
& z_1^2 z_4 - z_2 z_4 - 2 z_3 z_4 + z_1 z_5 + 2 z_1^2 z_5 + z_2 z_5 - z_1 z_2 z_5 - z_4 z_5 + z_5^2 - z_1^2 z_6 - z_2 z_6 - z_1 z_2 z_6 \\
& z_1^2 z_2 z_6 - z_2^2 z_6 - 2 z_3 z_6 - z_1 z_3 z_6 + z_2 z_3 z_6 + z_4 z_6 - 2 z_5 z_6 + z_6^2 + z_3 z_6^2 + z_1 z_7 + 2 z_1^2 z_7 + \\
& 2 z_1^3 z_7 + z_1 z_2 z_7 + z_2^2 z_7 + z_1 z_2^2 z_7 + z_1 z_3 z_7 + z_1^2 z_3 z_7 - 2 z_2 z_3 z_7 - z_3^2 z_7 - z_4 z_7 - 3 z_1 z_4 z_7 + \\
& z_5 z_7 + 3 z_1 z_5 z_7 - z_3 z_5 z_7 - z_6 z_7 - 3 z_1 z_6 z_7 - z_1^2 z_6 z_7 - z_1 z_2 z_6 z_7 + 2 z_1 z_7^2 + 2 z_1^2 z_7^2 + z_2^2 z_7^2 \\
& z_4 z_7^2 + z_5 z_7^2 - z_6 z_7^2 + z_1 z_7^3 + 2 z_1^2 z_8 + z_2 z_8 - 2 z_1 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 + 2 z_1 z_2^2 z_8 + 2 z_3 z_8 - 2 z_1 z_3 z_8 \\
& z_1^2 z_3 z_8 - z_2 z_3 z_8 + 2 z_3^2 z_8 - z_4 z_8 - 2 z_1 z_4 z_8 + 2 z_5 z_8 - z_1 z_5 z_8 + z_1 z_2 z_5 z_8 - 2 z_6 z_8 - 3 z_1 z_6 z_8 \\
& 4 z_1^2 z_6 z_8 + z_1 z_2 z_6 z_8 - z_2^2 z_6 z_8 + z_3 z_6 z_8 + 2 z_4 z_6 z_8 - 2 z_5 z_6 z_8 + 2 z_6^2 z_8 + z_1 z_6^2 z_8 + z_7 z_8 + \\
& 5 z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 - 2 z_1^3 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 - 2 z_1 z_2 z_7 z_8 + z_1^2 z_2 z_7 z_8 + 3 z_2^2 z_7 z_8 + 2 z_3 z_7 z_8 + \\
& 2 z_1 z_3 z_7 z_8 - z_2 z_3 z_7 z_8 - 3 z_4 z_7 z_8 + 4 z_5 z_7 z_8 - z_1 z_5 z_7 z_8 - 4 z_6 z_7 z_8 - 2 z_1 z_6 z_7 z_8 + 2 z_7^2 z_8 + \\
& 5 z_1 z_7^2 z_8 - z_1^2 z_7^2 z_8 + z_7^3 z_8 + z_8^2 + 2 z_1 z_8^2 - z_1^2 z_8^2 - 3 z_1^3 z_8^2 - z_2 z_8^2 + z_2^2 z_8^2 - z_1 z_2^2 z_8^2 - 2 z_3 z_8^2 + \\
& 3 z_1 z_3 z_8^2 - z_1^2 z_3 z_8^2 + z_3^2 z_8^2 - z_4 z_8^2 + 2 z_1 z_4 z_8^2 - z_1 z_5 z_8^2 - 2 z_6 z_8^2 + 3 z_1 z_6 z_8^2 + 2 z_1^2 z_6 z_8^2 + \\
& 3 z_7 z_8^2 - 2 z_1 z_7 z_8^2 - z_1 z_2 z_7 z_8^2 + z_3 z_7 z_8^2 - 2 z_6 z_7 z_8^2 + 2 z_7^2 z_8^2 - 4 z_1 z_8^3 + z_1^3 z_8^3 - z_2^2 z_8^3 + z_4 z_8^3 \\
& z_5 z_8^3 + 3 z_6 z_8^3 - 2 z_7 z_8^3 - 2 z_1 z_7 z_8^3 - 2 z_8^4 + 2 z_1 z_8^4 - z_7 z_8^4 + z_8^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho = & z_1^2 - z_1^3 - 2 z_1 z_2 - 3 z_1^2 z_2 - z_1^3 z_2 - z_2^2 - z_1 z_2^2 - z_2^3 - z_1^2 z_3 + 2 z_2 z_3 + \\
& z_1 z_2 z_3 + z_3^2 + z_1 z_4 + 3 z_2 z_4 + z_1 z_2 z_4 + z_3 z_4 - 2 z_2 z_5 - z_1 z_2 z_5 - z_2^2 z_5 + z_4 z_5 - z_5^2 - z_1^2 z_6 + \\
& 2 z_2 z_6 + 2 z_1 z_2 z_6 + 3 z_3 z_6 + 2 z_4 z_6 - z_5 z_6 + 2 z_6^2 - z_1 z_7 - z_1^2 z_7 - z_1^3 z_7 + z_2 z_7 - z_1 z_2 z_7 \\
& z_1^2 z_2 z_7 - z_1 z_2^2 z_7 - 2 z_3 z_7 + z_1 z_3 z_7 - z_1^2 z_3 z_7 + 2 z_2 z_3 z_7 + z_3^2 z_7 - z_4 z_7 + 2 z_1 z_4 z_7 + 4 z_5 z_7 + \\
& z_1 z_5 z_7 + z_3 z_5 z_7 - z_6 z_7 + 3 z_1 z_6 z_7 + z_1^2 z_6 z_7 - z_2 z_6 z_7 - z_1 z_2 z_6 z_7 + z_3 z_6 z_7 - z_6^2 z_7 - z_7^2 \\
& 2 z_1 z_7^2 + 2 z_2 z_7^2 + z_1 z_2 z_7^2 - 2 z_3 z_7^2 + z_4 z_7^2 + 2 z_5 z_7^2 + z_6 z_7^2 + z_1 z_6 z_7^2 - 2 z_7^3 - z_1 z_7^3 + z_2 z_7^3 \\
& z_7^4 - z_1 z_8 + z_1^2 z_8 + z_1^3 z_8 + z_1^4 z_8 - 3 z_2 z_8 + 3 z_1^2 z_2 z_8 - z_2^2 z_8 + z_1 z_2^2 z_8 - 2 z_3 z_8 + 2 z_1 z_3 z_8 \\
& 2 z_1^2 z_3 z_8 + z_2 z_3 z_8 + z_3^2 z_8 - z_4 z_8 + z_1 z_4 z_8 - z_3 z_4 z_8 - z_1 z_5 z_8 + z_1^2 z_5 z_8 - 2 z_2 z_5 z_8 - z_3 z_5 z_8 \\
& 3 z_6 z_8 + 3 z_1 z_6 z_8 - 2 z_1^2 z_6 z_8 + z_2 z_6 z_8 + z_1 z_2 z_6 z_8 + z_2^2 z_6 z_8 + 2 z_3 z_6 z_8 - z_4 z_6 z_8 - z_5 z_6 z_8 + \\
& z_6^2 z_8 + 2 z_7 z_8 - 3 z_1 z_7 z_8 + 4 z_1^2 z_7 z_8 + z_1^3 z_7 z_8 + 2 z_2 z_7 z_8 + z_1^2 z_2 z_7 z_8 - z_2^2 z_7 z_8 - 4 z_3 z_7 z_8 \\
& z_2 z_3 z_7 z_8 - z_4 z_7 z_8 + 3 z_5 z_7 z_8 - z_1 z_5 z_7 z_8 - 4 z_6 z_7 z_8 - z_1 z_6 z_7 z_8 - 2 z_2 z_6 z_7 z_8 - z_1 z_7^2 z_8 + \\
& 5 z_2 z_7^2 z_8 - z_3 z_7^2 z_8 + z_6 z_7^2 z_8 - 2 z_7^3 z_8 + z_8^2 - z_1 z_8^2 + 4 z_1^2 z_8^2 - z_1^3 z_8^2 + z_2 z_8^2 + 2 z_1 z_2 z_8^2 + z_1^2 z_2 z_8^2 \\
& z_1 z_3 z_8^2 - 3 z_2 z_3 z_8^2 - z_1 z_4 z_8^2 + z_5 z_8^2 - z_1 z_5 z_8^2 + z_2 z_5 z_8^2 + z_6 z_8^2 - z_1 z_6 z_8^2 - z_1^2 z_6 z_8^2 - z_2 z_6 z_8^2 + \\
& z_3 z_6 z_8^2 + z_6^2 z_8^2 + 2 z_7 z_8^2 + z_1 z_7 z_8^2 + z_1^2 z_7 z_8^2 + z_2 z_7 z_8^2 - 2 z_1 z_2 z_7 z_8^2 - 2 z_3 z_7 z_8^2 - z_5 z_7 z_8^2 \\
& 4 z_6 z_7 z_8^2 + 3 z_7^2 z_8^2 - z_8^3 + 2 z_1 z_8^3 - 3 z_1^2 z_8^3 - z_1^3 z_8^3 + z_2 z_8^3 - 2 z_1 z_2 z_8^3 + z_2^2 z_8^3 - z_3 z_8^3 + 2 z_1 z_3 z_8^3 \\
& z_6 z_8^3 + 2 z_1 z_6 z_8^3 - z_7 z_8^3 - 2 z_1 z_7 z_8^3 - 2 z_2 z_7 z_8^3 + z_7^2 z_8^3 - 2 z_1 z_8^4 + z_1^2 z_8^4 + z_3 z_8^4 + z_6 z_8^4 - z_7 z_8^4 + z_1 z_8^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho = & z_1^2 + z_1^3 - z_1 z_2 - z_1^2 z_2 - z_2^2 + z_2^3 + z_1^2 z_3 + z_1^3 z_3 + z_2 z_3 + z_1 z_2 z_3 - z_3^2 \\
& 2 z_1 z_3^2 - z_2 z_3^2 - z_1 z_4 - 2 z_2 z_4 + z_3 z_4 - z_1 z_5 - z_1^2 z_5 + z_2^2 z_5 + z_1 z_3 z_5 - z_4 z_5 + z_5^2 - 2 z_1 z_6 \\
& 2 z_1^2 z_6 - z_1^3 z_6 - 2 z_2 z_6 - 2 z_1 z_2 z_6 + z_1^2 z_2 z_6 - z_2 z_3 z_6 - z_4 z_6 - z_1 z_5 z_6 - z_6^2 - z_2 z_6^2 + 3 z_1 z_7 + \\
& 3 z_1^2 z_7 + z_1^3 z_7 + 2 z_2 z_7 + z_1 z_2 z_7 - z_3 z_7 + z_1^2 z_3 z_7 - z_3^2 z_7 - z_1 z_4 z_7 - z_5 z_7 + z_2 z_5 z_7 - 2 z_1 z_6 z_7 \\
& 2 z_1^2 z_6 z_7 + z_6^2 z_7 + z_7^2 + 4 z_1 z_7^2 + 2 z_1^2 z_7^2 + 2 z_2 z_7^2 - z_3 z_7^2 - z_6 z_7^2 + z_7^3 + z_1 z_7^3 + 3 z_1 z_8 - z_1^3 z_8 + \\
& 2 z_2 z_8 - z_1^2 z_2 z_8 - z_2^2 z_8 - z_1 z_2^2 z_8 + 2 z_1 z_3 z_8 - z_1^2 z_3 z_8 + 4 z_2 z_3 z_8 - z_5^2 z_8 + 2 z_1 z_4 z_8 + z_3 z_4 z_8 \\
& z_1 z_5 z_8 - z_1 z_2 z_5 z_8 + z_6 z_8 + z_1 z_6 z_8 + z_1^2 z_6 z_8 + 2 z_2 z_6 z_8 + z_1 z_2 z_6 z_8 + 2 z_3 z_6 z_8 + z_4 z_6 z_8
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2 z_5 z_6 z_8 + 2 z_6^2 z_8 + z_1 z_6^2 z_8 + z_7 z_8 + 4 z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 + z_1^3 z_7 z_8 + 5 z_2 z_7 z_8 + z_1 z_2 z_7 z_8 \\
& z_2^2 z_7 z_8 + 2 z_3 z_7 z_8 + z_1 z_3 z_7 z_8 + 2 z_4 z_7 z_8 + z_5 z_7 z_8 + 2 z_6 z_7 z_8 + z_1 z_6 z_7 z_8 + z_1 z_7^2 z_8 + z_2 z_7^2 z_8 \\
& z_6 z_7^2 z_8 + z_7^3 z_8 + 4 z_1 z_8^2 + z_1^2 z_8^2 + z_2 z_8^2 + 2 z_1 z_2 z_8^2 + z_1^2 z_2 z_8^2 + z_2^2 z_8^2 + z_3 z_8^2 + 2 z_1 z_3 z_8^2 + z_2 z_3 z_8^2 + \\
& z_4 z_8^2 + z_5 z_8^2 + z_6 z_8^2 + 4 z_1 z_6 z_8^2 + z_1^2 z_6 z_8^2 + z_2 z_6 z_8^2 + z_3 z_6 z_8^2 + 4 z_7 z_8^2 + 8 z_1 z_7 z_8^2 + z_1^2 z_7 z_8^2 \\
& z_1 z_2 z_7 z_8^2 + 3 z_3 z_7 z_8^2 + z_5 z_7 z_8^2 + 2 z_6 z_7 z_8^2 + 6 z_7^2 z_8^2 + 2 z_8^3 + 2 z_1 z_8^3 + z_1^2 z_8^3 + z_1 z_2 z_8^3 + z_2^2 z_8^3 \\
& z_3 z_8^3 + z_4 z_8^3 + z_6 z_8^3 + z_1 z_6 z_8^3 + 2 z_7 z_8^3 + z_1 z_7 z_8^3 + z_7^2 z_8^3 + 2 z_8^4 + 2 z_1 z_8^4 + z_3 z_8^4 + 4 z_7 z_8^4 + z_8^5 + z_8^6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0, \rho, 2, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho = & z_1^2 + z_1^3 + 4 z_1 z_2 + 5 z_1^2 z_2 + 2 z_1^3 z_2 + z_2^2 + z_1 z_2^2 + z_2^3 + z_1 z_3 + z_1^2 z_3 + \\
& z_1^3 z_3 + 3 z_2 z_3 + z_1 z_2 z_3 + 2 z_2^2 z_3 + 2 z_1 z_2^3 + z_1 z_4 + 2 z_2 z_4 + z_1 z_2 z_4 + 2 z_3 z_4 + 2 z_1 z_5 + z_1^2 z_5 + \\
& 3 z_2 z_5 + 2 z_1 z_2 z_5 + z_2^2 z_5 + 2 z_3 z_5 + z_1 z_3 z_5 + z_4 z_5 + z_5^2 + z_1 z_6 + 4 z_1^2 z_6 + 2 z_1^3 z_6 + 2 z_2 z_6 \\
& 3 z_1 z_2 z_6 + z_1^2 z_2 z_6 + z_2^2 z_6 + 3 z_1 z_3 z_6 + z_3^2 z_6 + z_4 z_6 + z_1 z_4 z_6 + z_1 z_5 z_6 + z_6^2 + 3 z_1 z_6^2 + z_1^2 z_6^2 \\
& z_2 z_6^2 + z_3 z_6^2 + z_1 z_7 + z_1^2 z_7 + 2 z_1^3 z_7 + z_1^4 z_7 + z_2 z_7 + 4 z_1 z_2 z_7 + 3 z_1^2 z_2 z_7 + z_2^2 z_7 + 3 z_1 z_3 z_7 \\
& 2 z_1^2 z_3 z_7 + 3 z_2 z_3 z_7 + z_1 z_2 z_3 z_7 + z_4 z_7 + 2 z_1 z_4 z_7 + z_2 z_4 z_7 + z_5 z_7 + z_1^2 z_5 z_7 + z_3 z_5 z_7 + z_6 z_7 + \\
& 4 z_1 z_6 z_7 + 2 z_1^2 z_6 z_7 + z_2 z_6 z_7 + z_1 z_2 z_6 z_7 + 2 z_3 z_6 z_7 + 2 z_1 z_7^2 + z_1^3 z_7^2 + 2 z_2 z_7^2 + 2 z_1 z_3 z_7^2 + \\
& z_4 z_7^2 + z_5 z_7^2 + z_6 z_7^2 + z_1 z_8 + z_1^2 z_8 + z_1^3 z_8 + z_1^4 z_8 + 2 z_2 z_8 + 3 z_1^2 z_2 z_8 \\
& 2 z_1^3 z_2 z_8 + 2 z_2^2 z_8 + 2 z_1 z_2^2 z_8 + z_1^2 z_2^2 z_8 + z_2^3 z_8 + 3 z_1 z_3 z_8 + 3 z_1^2 z_3 z_8 + 3 z_1 z_2 z_3 z_8 + z_2^2 z_3 z_8 \\
& 2 z_3^2 z_8 + z_4 z_8 + 2 z_1 z_4 z_8 + z_1^2 z_4 z_8 + z_2 z_4 z_8 + 2 z_3 z_4 z_8 + 3 z_1 z_5 z_8 + 2 z_2 z_5 z_8 + z_1 z_2 z_5 z_8 + \\
& 2 z_6 z_8 + 4 z_1 z_6 z_8 + 4 z_1^2 z_6 z_8 + 2 z_1^3 z_6 z_8 + z_2 z_6 z_8 + z_2^2 z_6 z_8 + z_3 z_6 z_8 + 4 z_1 z_3 z_6 z_8 + z_1 z_6^2 z_8 \\
& z_7 z_8 + 5 z_1 z_7 z_8 + 4 z_1^2 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 + 2 z_1 z_2 z_7 z_8 + 2 z_2^2 z_7 z_8 + 3 z_1 z_3 z_7 z_8 + 3 z_4 z_7 z_8 \\
& 2 z_5 z_7 z_8 + z_1 z_5 z_7 z_8 + 4 z_6 z_7 z_8 + z_1 z_6 z_7 z_8 + 2 z_2 z_6 z_7 z_8 + 2 z_7^2 z_8 + 4 z_1 z_7^2 z_8 + z_1^2 z_7^2 z_8 \\
& 3 z_2 z_7^2 z_8 + z_7^3 z_8 + z_8^2 + 3 z_1 z_8^2 + 4 z_1^2 z_8^2 + z_1^3 z_8^2 + z_2 z_8^2 + 4 z_1 z_2 z_8^2 + z_1 z_2^2 z_8^2 + 2 z_3 z_8^2 \\
& 5 z_1 z_3 z_8^2 + 3 z_1^2 z_3 z_8^2 + 3 z_2 z_3 z_8^2 + z_3^2 z_8^2 + z_4 z_8^2 + 2 z_5 z_8^2 + z_1 z_5 z_8^2 + z_2 z_5 z_8^2 + 4 z_1 z_6 z_8^2 + \\
& 2 z_1^2 z_6 z_8^2 + 3 z_7 z_8^2 + z_1 z_7 z_8^2 + 2 z_2 z_7 z_8^2 + z_3 z_7 z_8^2 + 2 z_7^2 z_8^2 + 6 z_1 z_8^3 + 2 z_1^2 z_8^3 + z_1^3 z_8^3 + z_2 z_8^3 + \\
& 2 z_1 z_2 z_8^3 + z_2^2 z_8^3 + z_4 z_8^3 + z_5 z_8^3 + z_6 z_8^3 + 2 z_7 z_8^3 + 2 z_1 z_7 z_8^3 + z_2 z_7 z_8^3 + 2 z_8^4 + 2 z_1 z_8^4 + z_7 z_8^4 + z_8^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0, \rho, 2, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho = & z_1^2 + z_1^3 + z_2 + z_1 z_2 + z_1^2 z_2 + z_2^2 + z_3 + 2 z_1 z_3 + z_1^2 z_3 + z_1^3 z_3 + z_1 z_2 z_3 + \\
& 2 z_1 z_3^2 + z_2 z_3^2 + z_4 + z_1 z_4 + z_2 z_4 + z_1 z_2 z_4 + z_3 z_4 + z_1 z_5 + 2 z_2 z_5 + z_1 z_2 z_5 + z_1 z_3 z_5 + z_4 z_5 \\
& 2 z_6 + 3 z_1 z_6 + z_1^2 z_6 + z_2 z_6 + z_2^2 z_6 + z_1 z_3 z_6 + z_5 z_6 + z_1 z_5 z_6 + z_6^2 + z_2 z_6^2 + z_1^2 z_7 + z_2 z_7 \\
& z_1 z_2 z_7 + z_2^2 z_7 + 2 z_3 z_7 + z_1 z_3 z_7 + z_1^2 z_3 z_7 + z_2 z_3 z_7 + z_2^2 z_7 + 2 z_4 z_7 + z_5 z_7 + z_2 z_5 z_7 \\
& 3 z_6 z_7 + z_1 z_6 z_7 + z_2 z_6 z_7 + z_3 z_6 z_7 + z_3 z_7^2 + 2 z_8 + 2 z_1 z_8 + z_2 z_8 + z_1 z_2 z_8 + 2 z_1 z_3 z_8 + \\
& z_1^2 z_3 z_8 + z_3^2 z_8 + z_1 z_5 z_8 + z_1^2 z_5 z_8 + z_2 z_5 z_8 + z_3 z_5 z_8 + z_6 z_8 + z_1 z_2 z_6 z_8 + z_3 z_6 z_8 + z_5 z_6 z_8 \\
& z_6^2 z_8 + 4 z_7 z_8 + z_1 z_7 z_8 + 2 z_2 z_7 z_8 + z_1 z_2 z_7 z_8 + z_2^2 z_7 z_8 + z_1 z_3 z_7 z_8 + 2 z_7^2 z_8 + z_2 z_7^2 z_8 \\
& z_1^2 z_8^2 + 2 z_2 z_8^2 + 2 z_1 z_2 z_8^2 + z_2^2 z_8^2 + 2 z_1 z_3 z_8^2 + z_4 z_8^2 + z_5 z_8^2 + z_1 z_5 z_8^2 + 3 z_6 z_8^2 + 2 z_2 z_6 z_8^2 \\
& z_7 z_8^2 + z_1 z_7 z_8^2 + 2 z_2 z_7 z_8^2 + z_3 z_7 z_8^2 + z_6 z_7 z_8^2 + 3 z_8^3 + z_1 z_8^3 + z_1 z_2 z_8^3 + z_5 z_8^3 + 3 z_7 z_8^3 + z_2 z_8^4 + z_8^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho, \rho = & z_1 + z_1^3 + z_1 z_2 + z_1^2 z_2 + z_1^3 z_2 + z_2^2 + z_2^3 + z_3 + z_1 z_3 + z_1^2 z_3 + 2 z_2 z_3 + \\
& 2 z_1 z_2 z_3 + z_3^2 + z_1 z_3^2 + z_4 + 2 z_1 z_4 + z_1^2 z_4 + 2 z_2 z_4 + z_3 z_4 + z_1^2 z_5 + z_1 z_2 z_5 + z_2^2 z_5 + 2 z_3 z_5 + \\
& z_4 z_5 + z_6 + z_1^3 z_6 + 3 z_2 z_6 + 3 z_1 z_2 z_6 + 3 z_3 z_6 + z_4 z_6 + z_5 z_6 + z_1 z_5 z_6 + 2 z_6^2 + z_7 + z_1 z_7 \\
& 3 z_1^2 z_7 + z_1^3 z_7 + z_2 z_7 + z_1 z_2 z_7 + z_1^2 z_2 z_7 + z_2^2 z_7 + 2 z_2 z_3 z_7 + 2 z_4 z_7 + z_1 z_4 z_7 + z_5 z_7 + z_2 z_5 z_7 + \\
& z_6 z_7 + z_2 z_6 z_7 + z_3 z_6 z_7 + z_6^2 z_7 + z_7^2 + 3 z_1 z_7^2 + 2 z_1^2 z_7^2 + z_2 z_7^2 + z_3 z_7^2 + z_5 z_7^2 + z_6 z_7^2 + z_7^3 + z_1 z_7^3 + \\
& 2 z_8 + z_1 z_8 + z_1^4 z_8 + 3 z_2 z_8 + 2 z_1 z_2 z_8 + z_1^2 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 + 4 z_3 z_8 + 3 z_1^2 z_3 z_8 + z_2 z_3 z_8 + z_3^2 z_8 \\
& z_4 z_8 + z_5 z_8 + z_1^2 z_5 z_8 + 3 z_3 z_5 z_8 + 5 z_6 z_8 + z_1 z_6 z_8 + z_1^2 z_6 z_8 + z_2 z_6 z_8 + z_1 z_2 z_6 z_8 + z_2^2 z_6 z_8 + \\
& 3 z_3 z_6 z_8 + z_4 z_6 z_8 + 2 z_5 z_6 z_8 + 2 z_6^2 z_8 + z_1 z_6^2 z_8 + z_7 z_8 + 2 z_1 z_7 z_8 + z_1^3 z_7 z_8 + 3 z_2 z_7 z_8 + \\
& z_1 z_2 z_7 z_8 + z_2^2 z_7 z_8 + 3 z_3 z_7 z_8 + 3 z_1 z_3 z_7 z_8 + z_2 z_3 z_7 z_8 + z_4 z_7 z_8 + z_5 z_7 z_8 + z_1 z_5 z_7 z_8 \\
& 3 z_6 z_7 z_8 + 2 z_1 z_6 z_7 z_8 + z_2 z_6 z_7 z_8 + 4 z_7^2 z_8 + z_1 z_7^2 z_8 + z_1^2 z_7^2 z_8 + z_2 z_7^2 z_8 + 2 z_6^2 + 2 z_1^2 z_6^2 + \\
& 3 z_2 z_6^2 + 2 z_1 z_2 z_6^2 + 2 z_1^2 z_2 z_6^2 + z_3 z_6^2 + 3 z_2 z_3 z_6^2 + z_3^2 z_6^2 + z_1 z_4 z_6^2 + 3 z_5 z_6^2 + 2 z_1 z_5 z_6^2 + z_2 z_5 z_6^2
\end{aligned}$$

$$2 z_6 z_8^2 + 3 z_1 z_6 z_8^2 \quad 2 z_1^2 z_6 z_8^2 \quad 3 z_2 z_6 z_8^2 + 2 z_3 z_6 z_8^2 + z_6^2 z_8^2 + z_7 z_8^2 + 3 z_1 z_7 z_8^2 + 2 z_1^2 z_7 z_8^2 + 4 z_2 z_7 z_8^2 \quad z_1 z_2 z_7 z_8^2 \quad 3 z_3 z_7 z_8^2 \quad z_6 z_7 z_8^2 \quad z_8^3 \quad z_1 z_8^3 \quad z_1^3 z_8^3 + 3 z_2 z_8^3 \quad 2 z_1 z_2 z_8^3 + z_2^2 z_8^3 + z_3 z_8^3 + 2 z_1 z_3 z_8^3 \quad z_5 z_8^3 + z_1 z_6 z_8^3 + 3 z_7 z_8^3 \quad 3 z_1 z_7 z_8^3 \quad z_8^4 \quad z_1 z_8^4 \quad 2 z_2 z_8^4 + z_3 z_8^4 + z_6 z_8^4 + z_1 z_8^5$$

$$\begin{aligned} 0,2,0,0,1,0,0,0 &= z_1^2 + z_1^3 + z_2 + 3 z_1 z_2 + 2 z_1^2 z_2 + z_2^3 + z_1^2 z_3 \quad z_2 z_3 + z_1 z_2 z_3 \quad z_1 z_4 \\ 2 z_2 z_4 + z_5 + 2 z_1 z_5 + z_1^2 z_5 + z_2 z_5 + z_2^2 z_5 \quad z_3 z_5 \quad z_4 z_5 + z_5^2 + z_6 + z_1 z_6 + 2 z_1^2 z_6 + z_1^3 z_6 \\ 3 z_2 z_6 \quad 2 z_1 z_2 z_6 \quad z_3 z_6 \quad z_1 z_3 z_6 \quad z_2 z_3 z_6 \quad z_4 z_6 \quad 2 z_6^2 \quad 2 z_1 z_6^2 \quad z_2 z_6^2 \quad z_7 + z_1 z_7 + \\ 2 z_1^2 z_7 + z_1^3 z_7 + 3 z_2 z_7 + 3 z_1 z_2 z_7 \quad z_1 z_3 z_7 + z_2^2 z_7 \quad z_1 z_4 z_7 + 2 z_1 z_5 z_7 + z_2 z_5 z_7 + 2 z_6 z_7 + \\ z_1 z_6 z_7 + z_3 z_6 z_7 \quad z_7^2 + z_1 z_7^2 + z_1^2 z_7^2 + z_2 z_7^2 \quad z_3 z_7^2 + 2 z_1 z_8 \quad z_1^2 z_8 \quad z_1^3 z_8 + 4 z_2 z_8 \\ z_1 z_2 z_8 \quad 2 z_1^2 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 \quad z_1 z_2^2 z_8 \quad z_3 z_8 \quad z_1^2 z_3 z_8 + z_2 z_3 z_8 + z_2^2 z_8 \quad z_4 z_8 + 2 z_5 z_8 \\ z_1^2 z_5 z_8 + 2 z_2 z_5 z_8 + z_6 z_8 \quad 2 z_1 z_6 z_8 \quad 2 z_1^2 z_6 z_8 + 2 z_3 z_6 z_8 \quad z_7 z_8 + 2 z_1 z_7 z_8 \quad 3 z_1^2 z_7 z_8 \\ z_1^3 z_7 z_8 + 4 z_2 z_7 z_8 + z_1 z_2 z_7 z_8 \quad z_3 z_7 z_8 + z_1 z_3 z_7 z_8 + z_4 z_7 z_8 + 3 z_6 z_7 z_8 + z_1 z_6 z_7 z_8 \quad z_7^2 z_8 \\ z_1 z_7^2 z_8 + z_2 z_7^2 z_8 + 2 z_8^2 \quad z_1^2 z_8^2 \quad z_2 z_8^2 + z_1^2 z_2 z_8^2 \quad z_3 z_8^2 + z_1 z_3 z_8^2 \quad z_2 z_3 z_8^2 \quad z_5 z_8^2 \quad 3 z_6 z_8^2 \\ 2 z_2 z_6 z_8^2 + z_7 z_8^2 + z_1^2 z_7 z_8^2 + z_2 z_7 z_8^2 \quad z_7^2 z_8^2 \quad z_1 z_8^3 + z_1^2 z_8^3 \quad z_1 z_2 z_8^3 + z_3 z_8^3 + 2 z_7 z_8^3 \quad z_8^4 \quad z_2 z_8^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0,2,1,0,0,0,0,1 &= 1 \quad z_1 + z_1^2 + z_1^3 \quad z_1^2 z_2 \quad z_1^3 z_2 + z_2^2 + 2 z_1 z_2^2 + z_1^2 z_2^2 \quad z_1 z_3^2 \quad z_1 z_3 \\ z_1^2 z_3 + z_2 z_3 + z_1 z_2 z_3 \quad z_2^2 z_3 + z_3^2 \quad z_2 z_3^2 + z_1 z_4 + z_1^2 z_4 + z_2 z_4 + 2 z_1 z_2 z_4 \quad z_2 z_5 \quad 2 z_1 z_2 z_5 + \\ z_2^2 z_5 + z_1 z_3 z_5 \quad z_4 z_5 + z_5^2 \quad z_1 z_6 \quad 2 z_1^2 z_6 \quad z_1^3 z_6 + 2 z_2 z_6 + 4 z_1 z_2 z_6 + 2 z_1^2 z_2 z_6 + 2 z_3 z_6 + \\ z_1 z_3 z_6 \quad 2 z_2 z_3 z_6 \quad 2 z_5 z_6 \quad 2 z_1 z_5 z_6 + 2 z_6^2 + 2 z_1 z_6^2 \quad z_7 + z_1^2 z_7 \quad z_1 z_2 z_7 \quad z_1^2 z_2 z_7 + \\ z_2^2 z_7 + z_1 z_2^2 z_7 \quad z_3 z_7 + z_2 z_3 z_7 + z_4 z_7 + z_1 z_4 z_7 + z_5 z_7 \quad z_2 z_5 z_7 \quad z_6 z_7 \quad z_1 z_6 z_7 \quad z_1^2 z_6 z_7 + \\ z_2 z_6 z_7 + z_6^2 z_7 \quad z_6 z_7^2 + z_1 z_8 \quad z_1^3 z_8 \quad 2 z_2 z_8 \quad 4 z_1 z_2 z_8 + z_1^2 z_2 z_8 + z_1^3 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 \quad z_1 z_2^2 z_8 \\ 2 z_3 z_8 \quad z_2 z_3 z_8 \quad 2 z_1 z_2 z_3 z_8 + z_2^2 z_3 z_8 \quad z_4 z_8 + z_1 z_4 z_8 \quad z_3 z_4 z_8 + 4 z_5 z_8 \quad z_1 z_2 z_5 z_8 + \\ z_2^2 z_8 \quad 4 z_6 z_8 \quad z_1 z_6 z_8 + 3 z_1^2 z_6 z_8 \quad z_2 z_6 z_8 \quad z_1 z_2 z_6 z_8 \quad 2 z_3 z_6 z_8 \quad z_4 z_6 z_8 \quad z_5 z_6 z_8 + \\ z_7 z_8 \quad 2 z_1 z_7 z_8 \quad z_1^2 z_7 z_8 \quad 4 z_2 z_7 z_8 \quad 5 z_1 z_2 z_7 z_8 \quad z_1^2 z_2 z_7 z_8 \quad 2 z_3 z_7 z_8 + z_2 z_3 z_7 z_8 \\ z_4 z_7 z_8 + 3 z_5 z_7 z_8 + z_1 z_5 z_7 z_8 \quad 5 z_6 z_7 z_8 \quad 2 z_1 z_7^2 z_8 \quad 2 z_2 z_7^2 z_8 + 5 z_8^2 \quad 2 z_1 z_8^2 \quad 3 z_1^2 z_8^2 + \\ z_2 z_8^2 + 2 z_1 z_2 z_8^2 + 2 z_3 z_8^2 + z_1 z_3 z_8^2 \quad z_2 z_3 z_8^2 \quad z_1 z_4 z_8^2 + z_5 z_8^2 \quad z_1 z_5 z_8^2 + z_2 z_5 z_8^2 + 4 z_1 z_6 z_8^2 \\ z_2 z_6 z_8^2 \quad z_6^2 z_8^2 + 6 z_7 z_8^2 \quad 3 z_1 z_7 z_8^2 \quad z_1^2 z_7 z_8^2 + z_2 z_7 z_8^2 + z_1 z_2 z_7 z_8^2 + 3 z_3 z_7 z_8^2 + z_5 z_7 z_8^2 + \\ 3 z_6 z_7 z_8^2 + 2 z_7^2 z_8^2 + z_1 z_7^2 z_8^2 \quad z_8^3 \quad z_1 z_8^3 + 2 z_1^2 z_8^3 + 2 z_2 z_8^3 + z_3 z_8^3 \quad 2 z_5 z_8^3 + 2 z_6 z_8^3 \quad z_1 z_6 z_8^3 \\ z_7 z_8^3 + 2 z_1 z_7 z_8^3 + z_2 z_7 z_8^3 \quad 3 z_8^4 + 3 z_1 z_8^4 \quad z_2 z_8^4 \quad z_3 z_8^4 \quad z_6 z_8^4 \quad z_7 z_8^4 + z_8^5 \quad z_1 z_8^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1,0,0,1,0,1,0,0 &= z_1 + 2 z_1^2 + 2 z_1^3 + z_1^4 + z_2 + 2 z_1 z_2 + 3 z_1^2 z_2 + z_1^3 z_2 + z_2^2 + z_1 z_2^2 \quad z_3 \quad z_1 z_3 \\ 2 z_1^2 z_3 \quad z_2 z_3 \quad 2 z_1 z_2 z_3 \quad z_2^2 z_3 + z_3^2 \quad z_4 \quad z_1 z_2 z_4 + z_5 + z_1 z_5 + z_1^2 z_5 + z_2 z_5 + z_1 z_2 z_5 \\ z_3 z_5 + z_4 z_5 \quad z_6 \quad z_1 z_6 + z_1^2 z_6 + z_1^3 z_6 \quad z_2 z_6 \quad 2 z_1 z_3 z_6 \quad z_2 z_3 z_6 + z_1 z_4 z_6 + z_5 z_6 \quad z_2 z_5 z_6 \\ z_6^2 + z_2 z_6^2 + z_6^3 + 3 z_1 z_7 + 4 z_1^2 z_7 + 3 z_1^3 z_7 + z_1^4 z_7 + 2 z_2 z_7 + 3 z_1 z_2 z_7 + 2 z_1^2 z_2 z_7 + z_2^2 z_7 \\ 2 z_3 z_7 \quad 2 z_1 z_3 z_7 \quad 2 z_1^2 z_3 z_7 \quad z_2 z_3 z_7 \quad z_1 z_2 z_3 z_7 + z_2^2 z_7 \quad z_4 z_7 + z_2 z_5 z_7 + z_3 z_5 z_7 \quad z_6 z_7 \\ 3 z_1 z_6 z_7 \quad z_1^2 z_6 z_7 \quad z_2 z_6 z_7 + z_1 z_2 z_6 z_7 \quad z_5 z_6 z_7 \quad z_6^2 z_7 + 3 z_1 z_7^2 + 2 z_1^2 z_7^2 + z_1^3 z_7^2 + z_2 z_7^2 + \\ z_1 z_2 z_7^2 \quad z_3 z_7^2 \quad z_1 z_3 z_7^2 \quad z_5 z_7^2 \quad 2 z_1 z_6 z_7^2 + z_1 z_7^3 + z_8 + z_1 z_8 \quad 2 z_1^3 z_8 + 3 z_2 z_8 + 2 z_1 z_2 z_8 \\ z_1^2 z_2 z_8 \quad z_1^3 z_2 z_8 + 2 z_2^2 z_8 \quad 2 z_1 z_2^2 z_8 \quad 2 z_3 z_8 + z_1 z_3 z_8 \quad z_1^2 z_3 z_8 \quad 3 z_2 z_3 z_8 + 2 z_1 z_2 z_3 z_8 + \\ z_2^2 z_3 z_8 + z_3^2 z_8 \quad z_4 z_8 + z_1^2 z_4 z_8 \quad z_3 z_4 z_8 + z_5 z_8 + 3 z_2 z_5 z_8 \quad z_1 z_2 z_5 z_8 \quad z_3 z_5 z_8 \quad z_6 z_8 \\ 2 z_1 z_6 z_8 \quad z_1^2 z_6 z_8 \quad 3 z_2 z_6 z_8 + z_1 z_2 z_6 z_8 \quad z_3 z_6 z_8 \quad z_4 z_6 z_8 \quad 3 z_6^2 z_8 + z_1 z_6^2 z_8 + z_7 z_8 + \\ 2 z_1 z_7 z_8 \quad 3 z_1^2 z_7 z_8 \quad 2 z_1^3 z_7 z_8 + 2 z_2 z_7 z_8 \quad z_1^2 z_2 z_7 z_8 \quad z_3 z_7 z_8 + z_1 z_3 z_7 z_8 + z_2 z_3 z_7 z_8 \\ 2 z_5 z_7 z_8 + z_1 z_5 z_7 z_8 + z_6 z_7 z_8 \quad 4 z_1 z_6 z_7 z_8 \quad z_2 z_6 z_7 z_8 \quad z_7^2 z_8 + z_1 z_7^2 z_8 \quad 2 z_1^2 z_7^2 z_8 \\ z_2 z_7^2 z_8 + z_3 z_7^2 z_8 + z_6 z_7^2 z_8 \quad z_7^3 z_8 + z_8^2 \quad 3 z_1 z_8^2 \quad 4 z_1^2 z_8^2 \quad z_1^3 z_8^2 \quad 6 z_1 z_2 z_8^2 + 2 z_1^2 z_2 z_8^2 + \\ 2 z_3 z_8^2 + 2 z_1 z_3 z_8^2 + z_4 z_8^2 \quad z_1 z_4 z_8^2 \quad z_1 z_5 z_8^2 + z_6 z_8^2 \quad z_1 z_6 z_8^2 \quad z_2 z_6 z_8^2 + z_3 z_6 z_8^2 + z_6^2 z_8^2 \quad z_7 z_8^2 \\ 3 z_1 z_7 z_8^2 \quad 4 z_1^2 z_7 z_8^2 \quad z_2 z_7 z_8^2 + z_1 z_2 z_7 z_8^2 + 4 z_3 z_7 z_8^2 + 5 z_6 z_7 z_8^2 \quad 2 z_7^2 z_8^2 + z_1 z_7^2 z_8^2 \quad z_8^3 + \\ z_1 z_8^3 + 2 z_1^2 z_8^3 \quad z_2 z_8^3 + z_3 z_8^3 + 2 z_1 z_6 z_8^3 + 3 z_1 z_7 z_8^3 + z_1 z_8^4 + z_1^2 z_8^4 \quad z_3 z_8^4 \quad z_6 z_8^4 + z_7 z_8^4 \quad z_1 z_8^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1;0;1;0;0;1;0;1 = & (z_1 z_2) + z_1^3 z_2 + z_1 z_2^2 - z_1^2 z_2^2 + z_1^2 z_3 - 2 z_1 z_2 z_3 + z_2^2 z_3 - z_3^2 - z_1 z_4 + \\
& z_2 z_4 - 2 z_1 z_5 - 2 z_1^2 z_5 - z_2 z_5 + 2 z_1 z_2 z_5 + 2 z_3 z_5 - z_1 z_3 z_5 + z_4 z_5 - z_5^2 - z_6 - z_1 z_6 - z_1 z_2 z_6 + \\
& z_2^2 z_6 - 3 z_3 z_6 + 2 z_5 z_6 + z_1 z_5 z_6 - z_6^2 + z_1 z_7 + z_1^2 z_7 - z_2 z_7 - 3 z_1 z_2 z_7 + z_1 z_2^2 z_7 - z_3 z_7 \\
& z_1 z_3 z_7 + z_2 z_3 z_7 - z_5 z_7 - 3 z_1 z_5 z_7 - z_2 z_5 z_7 - 2 z_6 z_7 - z_1 z_6 z_7 + z_2 z_6 z_7 + z_1 z_7^2 - z_2 z_7^2 \\
& z_1 z_2 z_7^2 - z_3 z_7^2 - z_5 z_7^2 - z_6 z_7^2 + z_8 + z_1 z_8 - z_1^2 z_8 - z_1^4 z_8 - z_2 z_8 - 2 z_1^2 z_2 z_8 + z_1^3 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 + \\
& z_1 z_2^2 z_8 - z_3^2 z_8 + 2 z_3 z_8 - z_1 z_3 z_8 + 3 z_1^2 z_3 z_8 + z_2 z_3 z_8 - 2 z_1 z_2 z_3 z_8 - 2 z_3^2 z_8 + z_2 z_4 z_8 \\
& 2 z_5 z_8 + 3 z_1 z_5 z_8 + z_1 z_6 z_8 + 5 z_1^2 z_6 z_8 + 3 z_2 z_6 z_8 - 2 z_1 z_2 z_6 z_8 - 6 z_3 z_6 z_8 + z_1 z_3 z_6 z_8 \\
& z_4 z_6 z_8 + 2 z_5 z_6 z_8 - 3 z_6^2 z_8 - z_1 z_6^2 z_8 + 2 z_7 z_8 - 3 z_2 z_7 z_8 + z_1 z_2 z_7 z_8 - z_1^2 z_2 z_7 z_8 + z_3 z_7 z_8 \\
& z_5 z_7 z_8 + z_1 z_5 z_7 z_8 + 3 z_1 z_6 z_7 z_8 + z_2 z_6 z_7 z_8 + z_7^2 z_8 - z_1 z_7^2 z_8 + z_1^2 z_7^2 z_8 - z_2 z_7^2 z_8 - z_3 z_7^2 z_8 + \\
& z_8^2 - z_1^2 z_8^2 + 2 z_1^3 z_8^2 - z_2 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^2 - 2 z_1^2 z_2 z_8^2 + z_1 z_2^2 z_8^2 + 2 z_3 z_8^2 - 3 z_1 z_3 z_8^2 + 2 z_2 z_3 z_8^2 + \\
& 2 z_5 z_8^2 - z_2 z_5 z_8^2 + 4 z_6 z_8^2 - 4 z_1 z_6 z_8^2 - z_1^2 z_6 z_8^2 + 2 z_2 z_6 z_8^2 + z_3 z_6 z_8^2 + z_7 z_8^2 - z_1^2 z_7 z_8^2 \\
& z_2 z_7 z_8^2 + z_1 z_2 z_7 z_8^2 + 2 z_3 z_7 z_8^2 + 2 z_6 z_7 z_8^2 + z_7^2 z_8^2 - z_1 z_7^2 z_8^2 - z_8^3 + z_1 z_8^3 + z_1 z_2 z_8^3 - z_2^2 z_8^3 \\
& 2 z_3 z_8^3 - 3 z_6 z_8^3 - z_7 z_8^3 + z_1 z_7 z_8^3 - z_1 z_8^4 + z_2 z_8^4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1;0;1;0;1;0;0;0 = & z_1 - 3 z_1^2 - 2 z_1^3 - 2 z_1 z_2 - z_2^2 + z_3 + 2 z_1 z_3 - z_1 z_2 z_3 - z_3^2 + z_4 + 2 z_1 z_4 \\
& z_1 z_5 + z_1^2 z_5 - z_2 z_5 + z_3 z_5 + z_1 z_3 z_5 - z_4 z_5 + z_6 + 3 z_1 z_6 + 2 z_1^2 z_6 + z_1^3 z_6 - z_2 z_6 - z_1^2 z_2 z_6 + \\
& z_2^2 z_6 - 3 z_3 z_6 - 2 z_1 z_3 z_6 - 2 z_6^2 - 2 z_1 z_6^2 + z_2 z_6^2 - z_7 - 5 z_1 z_7 - 6 z_1^2 z_7 - z_1^3 z_7 - z_2 z_7 - 2 z_1 z_2 z_7 \\
& z_2^2 z_7 + z_1 z_2^2 z_7 + 2 z_3 z_7 + z_1 z_3 z_7 + z_2 z_3 z_7 + 2 z_4 z_7 - z_5 z_7 + z_1 z_5 z_7 - z_2 z_5 z_7 + 2 z_6 z_7 + \\
& z_1 z_6 z_7 + z_1^2 z_6 z_7 + z_2 z_6 z_7 - z_3 z_6 z_7 - z_6^2 z_7 - 2 z_7^2 - 5 z_1 z_7^2 - 2 z_1^2 z_7^2 - z_2 z_7^2 + z_3 z_7^2 - z_7^3 - z_1 z_7^3 \\
& z_8 - 4 z_1 z_8 + 2 z_1^2 z_8 + z_1^3 z_8 - z_2 z_8 + 3 z_1 z_2 z_8 + z_1^2 z_2 z_8 + z_1 z_2^2 z_8 + 3 z_3 z_8 + z_1^2 z_3 z_8 + z_2 z_3 z_8 \\
& z_3^2 z_8 + z_4 z_8 - z_2 z_4 z_8 - z_5 z_8 - z_1^2 z_5 z_8 - z_2 z_5 z_8 + 2 z_3 z_5 z_8 + 3 z_6 z_8 + 4 z_1 z_6 z_8 + 3 z_2 z_6 z_8 \\
& z_1 z_2 z_6 z_8 - 4 z_3 z_6 z_8 + 2 z_5 z_6 z_8 - 2 z_6^2 z_8 - 4 z_7 z_8 - 2 z_1 z_7 z_8 + 2 z_1^2 z_7 z_8 + 3 z_1 z_2 z_7 z_8 \\
& z_2^2 z_7 z_8 + 3 z_3 z_7 z_8 + z_1 z_3 z_7 z_8 + 4 z_6 z_7 z_8 + z_1 z_6 z_7 z_8 - 2 z_7^2 z_8 + 2 z_1 z_7^2 z_8 + z_7^3 z_8 - z_8^2 + 4 z_1 z_8^2 + \\
& z_1^2 z_8^2 + z_1^3 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^2 - 2 z_1^2 z_2 z_8^2 - z_2^2 z_8^2 + z_3 z_8^2 - 3 z_1 z_3 z_8^2 + z_2 z_3 z_8^2 - z_4 z_8^2 - 2 z_5 z_8^2 + z_1 z_5 z_8^2 + \\
& 3 z_6 z_8^2 - 6 z_1 z_6 z_8^2 + 2 z_2 z_6 z_8^2 + 2 z_7 z_8^2 + 3 z_1 z_7 z_8^2 + z_1^2 z_7 z_8^2 - 2 z_2 z_7 z_8^2 - z_6 z_7 z_8^2 + 2 z_7^2 z_8^2 + \\
& z_8^3 + 2 z_1 z_8^3 - 2 z_1^2 z_8^3 - 2 z_2 z_8^3 + z_1 z_2 z_8^3 - 2 z_3 z_8^3 + z_5 z_8^3 - 2 z_6 z_8^3 + z_7 z_8^3 - z_1 z_8^4 + z_2 z_8^4 - z_7 z_8^4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1;1;0;0;0;1;1;0 = & z_1^2 - 2 z_1^3 - z_1^4 - z_1 z_2 - 2 z_1^2 z_2 - z_2^2 + z_1^2 z_2^2 + z_2^3 + 2 z_1^2 z_3 + z_1 z_2 z_3 \\
& z_2^2 z_3 - z_1 z_4 - 2 z_2 z_4 + z_1 z_5 - z_1 z_2 z_5 + z_2^2 z_5 + z_1 z_3 z_5 - z_4 z_5 + z_5^2 - 2 z_1 z_6 - z_1^2 z_6 - 3 z_2 z_6 \\
& 2 z_1 z_2 z_6 - z_2 z_3 z_6 - z_4 z_6 - 2 z_5 z_6 - z_1 z_5 z_6 - z_6^2 - z_1 z_6^2 - 2 z_1^2 z_7 - 2 z_1^3 z_7 - 2 z_1 z_2 z_7 \\
& z_1^2 z_2 z_7 - z_2^2 z_7 - z_1 z_5 z_7 - z_2 z_5 z_7 - z_1 z_6 z_7 - z_1^2 z_6 z_7 + z_1 z_2 z_6 z_7 - z_5 z_6 z_7 + z_6^2 z_7 - z_1^2 z_7^2 \\
& z_1 z_2 z_7^2 - z_2^2 z_7^2 - z_1 z_3 z_7^2 + z_4 z_7^2 - z_5 z_7^2 + z_6 z_7^2 + z_1 z_8 - 3 z_1^2 z_8 + z_1^3 z_8 + z_1^4 z_8 + 2 z_2 z_8 \\
& 2 z_1 z_2 z_8 - z_1^3 z_2 z_8 - z_2^2 z_8 - 2 z_1 z_2^2 z_8 + z_3 z_8 + 3 z_1 z_3 z_8 - 2 z_1^2 z_3 z_8 + 3 z_2 z_3 z_8 - z_3^2 z_8 + \\
& z_4 z_8 + 4 z_1 z_4 z_8 + z_2 z_4 z_8 + z_5 z_8 - 3 z_1 z_5 z_8 + z_1^2 z_5 z_8 - z_1 z_2 z_5 z_8 + z_3 z_5 z_8 + z_5^2 z_8 + 2 z_6 z_8 + \\
& 4 z_1 z_6 z_8 + z_1^2 z_6 z_8 + 2 z_2 z_6 z_8 + 3 z_1 z_2 z_6 z_8 - 2 z_5 z_6 z_8 + 2 z_6^2 z_8 - z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 \\
& 2 z_2^2 z_7 z_8 + z_3 z_7 z_8 + 2 z_2 z_3 z_7 z_8 + 4 z_4 z_7 z_8 + z_1 z_5 z_7 z_8 + 3 z_6 z_7 z_8 + 4 z_1 z_6 z_7 z_8 + z_2 z_6 z_7 z_8 \\
& 2 z_7^2 z_8 - z_1 z_7^2 z_8 + z_1^2 z_7^2 z_8 - z_2 z_7^2 z_8 - z_6 z_7^2 z_8 - 2 z_7^3 z_8 - z_8^2 - 6 z_1 z_8^2 + 6 z_1^2 z_8^2 + z_1^3 z_8^2 \\
& 3 z_2 z_8^2 + 3 z_1 z_2 z_8^2 + 2 z_1^2 z_2 z_8^2 - z_2^2 z_8^2 + z_3 z_8^2 - 3 z_1 z_3 z_8^2 + z_1^2 z_3 z_8^2 - z_3^2 z_8^2 + 2 z_4 z_8^2 - z_1 z_4 z_8^2 \\
& z_1 z_5 z_8^2 + 4 z_1 z_6 z_8^2 - z_1^2 z_6 z_8^2 - 2 z_3 z_6 z_8^2 - 7 z_7 z_8^2 - 3 z_1 z_7 z_8^2 + 3 z_1^2 z_7 z_8^2 - z_3 z_7 z_8^2 + z_5 z_7 z_8^2 \\
& 2 z_6 z_7 z_8^2 - 4 z_7^2 z_8^2 - z_1 z_7^2 z_8^2 - 2 z_8^3 + 3 z_1 z_8^3 - 2 z_1^2 z_8^3 - z_1^3 z_8^3 + z_2 z_8^3 - z_1 z_2 z_8^3 + z_2^2 z_8^3 - z_3 z_8^3 \\
& 2 z_4 z_8^3 - 2 z_6 z_8^3 - z_1 z_6 z_8^3 + z_7 z_8^3 - 3 z_1 z_7 z_8^3 + z_2 z_7 z_8^3 + z_7^2 z_8^3 + 4 z_8^4 - z_1 z_8^4 + 4 z_7 z_8^4 + z_1 z_8^5 - z_8^6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1;1;0;0;1;0;0;1 = & z_1^3 - z_1^4 + z_1 z_2 + z_1^2 z_2 + z_1^3 z_2 + z_2^2 + z_1 z_2^2 + 2 z_1 z_3 + 3 z_1^2 z_3 + z_2 z_3 - z_3^2 + \\
& z_1^2 z_4 - z_2 z_4 - z_1 z_2 z_4 - z_3 z_4 - z_1 z_5 - 2 z_1^2 z_5 + z_1 z_2 z_5 + 2 z_3 z_5 + z_4 z_5 - z_5^2 + 3 z_1 z_6 + 3 z_1^2 z_6 + \\
& 2 z_2 z_6 - z_1 z_2 z_6 - z_2^2 z_6 - 2 z_3 z_6 + z_1 z_3 z_6 + z_2 z_3 z_6 - z_4 z_6 + 2 z_5 z_6 - z_6^2 + z_1 z_7 + z_1^2 z_7 - z_1^3 z_7 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& z_2 z_7 + 2 z_1 z_2 z_7 + z_1^2 z_2 z_7 + z_2^2 z_7 + z_3 z_7 + 3 z_1 z_3 z_7 + z_1^2 z_3 z_7 + z_2 z_3 z_7 + z_3^2 z_7 + 2 z_4 z_7 \\
& 2 z_1 z_5 z_7 + z_6 z_7 + 2 z_1 z_6 z_7 + z_1^2 z_6 z_7 + z_3 z_6 z_7 + z_7^2 + 3 z_1 z_7^2 + z_1^2 z_7^2 + z_2 z_7^2 + z_6 z_7^2 + z_7^3 + z_1 z_7^3 \\
& z_1 z_8 + 2 z_1^2 z_8 + z_1^3 z_8 + z_1 z_2 z_8 + 3 z_1^2 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 + 3 z_3 z_8 + z_1 z_3 z_8 + z_2 z_3 z_8 + z_1 z_2 z_3 z_8 \\
& z_3^2 z_8 + z_4 z_8 + z_2 z_4 z_8 + 3 z_5 z_8 + z_1^2 z_5 z_8 + z_2 z_5 z_8 + z_1 z_2 z_5 z_8 + 2 z_3 z_5 z_8 + z_5^2 z_8 + 3 z_6 z_8 \\
& 4 z_1 z_6 z_8 + z_2^2 z_6 z_8 + z_3 z_6 z_8 + z_1 z_3 z_6 z_8 + z_4 z_6 z_8 + 2 z_5 z_6 z_8 + z_1 z_6^2 z_8 + 2 z_7 z_8 + z_1 z_7 z_8 \\
& 3 z_1^2 z_7 z_8 + z_1^3 z_7 z_8 + 2 z_2 z_7 z_8 + 4 z_1 z_2 z_7 z_8 + 2 z_2^2 z_7 z_8 + 2 z_3 z_7 z_8 + z_2 z_3 z_7 z_8 + z_1 z_5 z_7 z_8 \\
& 3 z_6 z_7 z_8 + z_2 z_6 z_7 z_8 + 2 z_7^2 z_8 + 2 z_1 z_7^2 z_8 + z_2 z_7^2 z_8 + z_6 z_7^2 z_8 + z_7^3 z_8 + z_8^2 + 3 z_1 z_8^2 + z_1^3 z_8^2 \\
& 2 z_2 z_8^2 + 2 z_1 z_2 z_8^2 + z_2^2 z_8^2 + 2 z_1 z_3 z_8^2 + z_2 z_3 z_8^2 + z_4 z_8^2 + z_5 z_8^2 + 2 z_1 z_5 z_8^2 + z_2 z_5 z_8^2 + 3 z_6 z_8^2 \\
& z_1 z_6 z_8^2 + z_1^2 z_6 z_8^2 + z_2 z_6 z_8^2 + z_3 z_6 z_8^2 + 2 z_7 z_8^2 + 2 z_1^2 z_7 z_8^2 + z_3 z_7 z_8^2 + 3 z_6 z_7 z_8^2 + 3 z_7^2 z_8^2 \\
& z_1 z_7^2 z_8^2 + 2 z_8^3 + z_1 z_8^3 + z_2 z_8^3 + z_2^2 z_8^3 + z_3 z_8^3 + 2 z_5 z_8^3 + z_6 z_8^3 + z_7 z_8^3 + z_2 z_7 z_8^3 + z_7^2 z_8^3 + z_8^4 + 2 z_7 z_8^4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1;3;0;0;0;0;0;0 &= z_1 + z_1^2 + z_2 + 2 z_1 z_2 + 3 z_1^2 z_2 + z_1^3 z_2 + z_1 z_2^2 + z_1^2 z_2^2 + z_1 z_2^3 + 2 z_1 z_3 + \\
& z_1^2 z_3 + z_1^3 z_3 + z_2 z_3 + z_2^2 z_3 + 2 z_1 z_3^2 + z_4 + z_1 z_4 + z_1^2 z_4 + 2 z_1 z_2 z_4 + z_5 + z_2^2 z_5 + z_3 z_5 + \\
& z_1 z_3 z_5 + z_4 z_5 + 2 z_1 z_6 + 2 z_1^2 z_6 + z_1^3 z_6 + 2 z_2 z_6 + 2 z_1 z_2 z_6 + 2 z_1^2 z_2 z_6 + z_2^2 z_6 + z_3 z_6 \\
& 3 z_1 z_3 z_6 + z_2 z_3 z_6 + z_5 z_6 + z_1 z_5 z_6 + z_6^2 + 2 z_1 z_6^2 + z_2 z_6^2 + z_7 + 3 z_1 z_7 + z_1^2 z_7 + 2 z_2 z_7 + \\
& 4 z_1 z_2 z_7 + 2 z_1^2 z_2 z_7 + z_1 z_2^2 z_7 + z_3 z_7 + 2 z_1 z_3 z_7 + z_1^2 z_3 z_7 + z_3^2 z_7 + z_4 z_7 + z_1 z_4 z_7 + z_6 z_7 + \\
& z_1 z_6 z_7 + z_1^2 z_6 z_7 + z_2 z_6 z_7 + 2 z_3 z_6 z_7 + z_6^2 z_7 + 2 z_7^2 + 2 z_1 z_7^2 + z_2 z_7^2 + z_1 z_2 z_7^2 + z_3 z_7^2 + z_6 z_7^2 + \\
& z_7^3 + 2 z_8 + 2 z_1 z_8 + 2 z_1^2 z_8 + z_1^3 z_8 + z_1^4 z_8 + z_2 z_8 + z_1 z_2 z_8 + 2 z_1^3 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 + z_1 z_2^2 z_8 + \\
& z_3 z_8 + 4 z_1 z_3 z_8 + 3 z_1^2 z_3 z_8 + 3 z_1 z_2 z_3 z_8 + z_3^2 z_8 + z_1 z_4 z_8 + z_2 z_4 z_8 + z_5 z_8 + 3 z_1 z_5 z_8 + \\
& z_1^2 z_5 z_8 + z_2 z_5 z_8 + 4 z_1 z_6 z_8 + 2 z_1^2 z_6 z_8 + z_2 z_6 z_8 + 2 z_1 z_2 z_6 z_8 + z_3 z_6 z_8 + 2 z_7 z_8 + 3 z_1 z_7 z_8 \\
& 3 z_1^2 z_7 z_8 + z_1^3 z_7 z_8 + z_2 z_7 z_8 + z_1 z_2 z_7 z_8 + z_2^2 z_7 z_8 + 4 z_3 z_7 z_8 + 2 z_1 z_3 z_7 z_8 + 3 z_6 z_7 z_8 \\
& z_1 z_6 z_7 z_8 + 4 z_1 z_8^2 + 2 z_1^2 z_8^2 + z_1^3 z_8^2 + z_2 z_8^2 + 5 z_1 z_2 z_8^2 + z_1^2 z_2 z_8^2 + z_3 z_8^2 + 3 z_1 z_3 z_8^2 + 2 z_2 z_3 z_8^2 \\
& z_1 z_5 z_8^2 + z_6 z_8^2 + 2 z_2 z_6 z_8^2 + 2 z_7 z_8^2 + z_1 z_7 z_8^2 + z_1^2 z_7 z_8^2 + 2 z_2 z_7 z_8^2 + z_3 z_7 z_8^2 + z_6 z_7 z_8^2 \\
& z_7^2 z_8^2 + z_8^3 + 2 z_1 z_8^3 + 2 z_2 z_8^3 + 2 z_1 z_2 z_8^3 + z_3 z_8^3 + z_7 z_8^3 + z_1 z_7 z_8^3 + z_1 z_8^4 + z_2 z_8^4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2;0;0;0;0;2;0;0 &= z_1 + 2 z_1^2 + z_1^3 + z_2^2 + z_1 z_2^2 + z_2^3 + z_3 + z_1 z_3 + z_2 z_3 + z_4 + 2 z_1 z_4 + 2 z_2 z_4 + \\
& z_3 z_4 + z_5 + 2 z_1 z_5 + z_1^2 z_5 + 3 z_2 z_5 + 2 z_1 z_2 z_5 + z_2^2 z_5 + z_4 z_5 + z_5^2 + 2 z_6 + 3 z_1 z_6 + 2 z_2 z_6 \\
& z_1^2 z_6 + 2 z_3 z_6 + z_1 z_3 z_6 + z_2 z_3 z_6 + z_4 z_6 + z_1 z_5 z_6 + z_6^2 + z_1^2 z_6^2 + z_3 z_6^2 + z_6^3 + 3 z_1 z_7 + 4 z_1^2 z_7 \\
& 2 z_1^3 z_7 + z_1 z_2 z_7 + z_2^2 z_7 + z_1 z_2^2 z_7 + 2 z_3 z_7 + 3 z_1 z_3 z_7 + z_2 z_3 z_7 + z_4 z_7 + 2 z_1 z_4 z_7 + z_5 z_7 \\
& 3 z_1 z_5 z_7 + z_1^2 z_5 z_7 + z_3 z_5 z_7 + 3 z_6 z_7 + 4 z_1 z_6 z_7 + z_1 z_2 z_6 z_7 + z_3 z_6 z_7 + 2 z_5 z_6 z_7 + 3 z_1 z_7^2 \\
& 2 z_1^2 z_7^2 + z_1^3 z_7^2 + z_1 z_2 z_7^2 + z_3 z_7^2 + 2 z_1 z_3 z_7^2 + z_6 z_7^2 + z_1 z_6 z_7^2 + z_1 z_7^3 + 2 z_8 + 4 z_1 z_8 + 4 z_2 z_8 + \\
& z_1 z_2 z_8 + z_1^2 z_2 z_8 + 2 z_2^2 z_8 + z_1 z_2^2 z_8 + z_4 z_8 + 3 z_5 z_8 + 2 z_1 z_5 z_8 + 2 z_2 z_5 z_8 + z_1 z_2 z_5 z_8 + \\
& z_3 z_5 z_8 + z_5^2 z_8 + 2 z_6 z_8 + 3 z_1 z_6 z_8 + z_1^2 z_6 z_8 + z_1^3 z_6 z_8 + 2 z_2 z_6 z_8 + 2 z_1 z_2 z_6 z_8 + z_2^2 z_6 z_8 + \\
& 3 z_3 z_6 z_8 + 2 z_1 z_3 z_6 z_8 + z_4 z_6 z_8 + 3 z_5 z_6 z_8 + 2 z_6^2 z_8 + 2 z_1 z_6^2 z_8 + 4 z_7 z_8 + 8 z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 \\
& 4 z_2 z_7 z_8 + z_1 z_2 z_7 z_8 + z_1^2 z_2 z_7 z_8 + z_2^2 z_7 z_8 + z_2 z_3 z_7 z_8 + 3 z_5 z_7 z_8 + 2 z_6 z_7 z_8 + 3 z_1 z_6 z_7 z_8 \\
& 2 z_7^2 z_8 + 4 z_1 z_7^2 z_8 + z_1^2 z_7^2 z_8 + z_6 z_7^2 z_8 + 2 z_8^2 + 2 z_1 z_8^2 + 2 z_1^2 z_8^2 + 2 z_2 z_8^2 + z_3 z_8^2 + z_2 z_3 z_8^2 \\
& z_1 z_4 z_8^2 + 2 z_5 z_8^2 + 3 z_1 z_5 z_8^2 + z_6 z_8^2 + z_1 z_6 z_8^2 + z_1^2 z_6 z_8^2 + z_3 z_6 z_8^2 + 2 z_6^2 z_8^2 + 3 z_7 z_8^2 + 3 z_1 z_7 z_8^2 + \\
& 2 z_1^2 z_7 z_8^2 + 2 z_2 z_7 z_8^2 + 2 z_1 z_2 z_7 z_8^2 + 2 z_3 z_7 z_8^2 + z_7^2 z_8^2 + z_1 z_7^2 z_8^2 + z_8^3 + 4 z_1 z_8^3 + 2 z_2 z_8^3 \\
& z_1 z_2 z_8^3 + z_2^2 z_8^3 + 2 z_5 z_8^3 + z_6 z_8^3 + 2 z_1 z_6 z_8^3 + z_7 z_8^3 + 3 z_1 z_7 z_8^3 + z_8^4 + z_1 z_8^4 + z_2 z_8^4 + z_6 z_8^4 + z_1 z_8^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2;0;0;0;1;0;1;0 &= 2 z_1^2 + 3 z_1^3 + z_1^4 + z_1 z_2 + z_1^3 z_2 + z_3 + 3 z_1 z_3 + z_1^2 z_3 + z_2 z_3 + z_1 z_2 z_3 + \\
& z_2^2 z_3 + z_1 z_4 + z_2 z_4 + z_1 z_2 z_4 + 2 z_1 z_5 + 3 z_1^2 z_5 + z_1^3 z_5 + z_3 z_5 + 2 z_1 z_3 z_5 + z_4 z_5 + z_6 + 3 z_1 z_6 \\
& 2 z_1^2 z_6 + z_2 z_6 + z_1 z_2 z_6 + z_3 z_6 + z_5 z_6 + z_1 z_5 z_6 + z_1 z_7 + 4 z_1^2 z_7 + 2 z_1^3 z_7 + z_2 z_7 + 2 z_1 z_2 z_7 \\
& z_1^2 z_2 z_7 + z_2^2 z_7 + z_3 z_7 + 2 z_1 z_3 z_7 + z_2 z_3 z_7 + z_4 z_7 + z_1 z_4 z_7 + 2 z_5 z_7 + 4 z_1 z_5 z_7 + z_1^2 z_5 z_7 + \\
& z_2 z_5 z_7 + z_3 z_5 z_7 + 3 z_6 z_7 + 3 z_1 z_6 z_7 + z_2 z_6 z_7 + z_1 z_2 z_6 z_7 + z_3 z_6 z_7 + z_1 z_7^2 + z_1^2 z_7^2 + z_2 z_7^2 + \\
& z_2^2 z_7^2 + z_4 z_7^2 + 2 z_5 z_7^2 + 2 z_6 z_7^2 + 4 z_1 z_8 + 3 z_1^2 z_8 + z_1^3 z_8 + 2 z_2 z_8 + z_1^2 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 + z_1 z_2^2 z_8
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2 z_3 z_8 \quad z_1 z_3 z_8 \quad z_1^2 z_3 z_8 + z_2 z_3 z_8 + z_3^2 z_8 \quad 3 z_4 z_8 \quad z_1 z_4 z_8 \quad z_1^2 z_4 z_8 \quad z_2 z_4 z_8 + z_3 z_4 z_8 + \\
& 3 z_5 z_8 + 2 z_1 z_5 z_8 \quad z_1^2 z_5 z_8 + z_2 z_5 z_8 \quad z_3 z_5 z_8 \quad 4 z_6 z_8 \quad 5 z_1 z_6 z_8 \quad 3 z_1^2 z_6 z_8 \quad z_1^3 z_6 z_8 \\
& z_2 z_6 z_8 + z_1 z_2 z_6 z_8 + 4 z_3 z_6 z_8 + 2 z_1 z_3 z_6 z_8 + z_4 z_6 z_8 \quad z_5 z_6 z_8 + 3 z_6^2 z_8 + z_1 z_6^2 z_8 + 4 z_7 z_8 + \\
& 9 z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 + 5 z_2 z_7 z_8 \quad 2 z_1 z_2 z_7 z_8 + z_1^2 z_2 z_7 z_8 + 2 z_2^2 z_7 z_8 \quad 2 z_3 z_7 z_8 \quad z_2 z_3 z_7 z_8 \\
& 4 z_4 z_7 z_8 + 6 z_5 z_7 z_8 \quad 2 z_1 z_5 z_7 z_8 \quad 6 z_6 z_7 z_8 \quad 3 z_1 z_6 z_7 z_8 \quad z_2 z_6 z_7 z_8 + 7 z_7^2 z_8 + 4 z_1 z_7^2 z_8 + \\
& 2 z_2 z_7^2 z_8 + 3 z_7^3 z_8 + 5 z_8^2 + z_1 z_8^2 \quad 5 z_1^2 z_8^2 \quad 2 z_1^3 z_8^2 + 2 z_2 z_8^2 \quad 2 z_1 z_2 z_8^2 + 2 z_1^2 z_2 z_8^2 \quad z_1 z_2^2 z_8^2 \\
& z_3 z_8^2 + 4 z_1 z_3 z_8^2 \quad z_2 z_3 z_8^2 \quad 2 z_4 z_8^2 + 2 z_1 z_4 z_8^2 + 2 z_5 z_8^2 \quad 4 z_1 z_5 z_8^2 + z_2 z_5 z_8^2 \quad 4 z_6 z_8^2 + \\
& 4 z_1 z_6 z_8^2 + z_1^2 z_6 z_8^2 \quad 3 z_2 z_6 z_8^2 + z_3 z_6 z_8^2 + 13 z_7 z_8^2 \quad 2 z_1 z_7 z_8^2 + 2 z_2 z_7 z_8^2 \quad 2 z_1 z_2 z_7 z_8^2 \\
& 2 z_3 z_7 z_8^2 \quad 4 z_6 z_7 z_8^2 + 8 z_7^2 z_8^2 + 2 z_8^3 \quad 9 z_1 z_8^3 + 2 z_1^2 z_8^3 \quad z_2 z_8^3 + 2 z_3 z_8^3 + 2 z_4 z_8^3 \quad 2 z_5 z_8^3 + \\
& 2 z_6 z_8^3 + 3 z_1 z_6 z_8^3 \quad 6 z_1 z_7 z_8^3 \quad z_7^2 z_8^3 \quad 6 z_8^4 + 3 z_1 z_8^4 \quad z_2 z_8^4 + z_6 z_8^4 \quad 6 z_7 z_8^4 + z_1 z_8^5 + z_8^6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2j_2j_0j_0j_0j_0j_1 = z_1^2 + z_1^3 + z_1^4 + z_1^5 + 3 z_1 z_2 + 3 z_1^2 z_2 + z_1^3 z_2 + 2 z_2^2 + 3 z_1 z_2^2 + z_1^2 z_2^2 + z_2^3 \\
& z_1 z_2^3 \quad z_1^2 z_3 \quad 3 z_1^3 z_3 \quad z_1^2 z_2 z_3 \quad z_2^2 z_3 + 2 z_1 z_3^2 + z_2 z_3^2 \quad z_1 z_4 + z_1^2 z_4 \quad 2 z_2 z_4 + 2 z_1 z_2 z_4 + \\
& z_1 z_5 + z_1^3 z_5 + z_2 z_5 \quad z_1 z_2 z_5 + z_2^2 z_5 \quad z_1 z_3 z_5 \quad z_4 z_5 + z_1 z_6 \quad 2 z_1^3 z_6 + z_2 z_6 + z_1 z_2 z_6 + \\
& z_1^2 z_2 z_6 \quad z_2^2 z_6 + 3 z_1 z_3 z_6 \quad z_4 z_6 \quad 2 z_1 z_5 z_6 + z_1 z_6^2 \quad z_2 z_6^2 + z_1 z_7 + z_1^2 z_7 + z_1^3 z_7 + z_1^4 z_7 + \\
& 3 z_2 z_7 + 4 z_1 z_2 z_7 + 2 z_1^2 z_2 z_7 + 2 z_2^2 z_7 + z_1 z_2^2 z_7 \quad z_1 z_3 z_7 \quad 2 z_1^2 z_3 z_7 \quad z_2 z_3 z_7 + z_3^2 z_7 + z_5 z_7 + \\
& z_2 z_5 z_7 + z_6 z_7 + z_1 z_6 z_7 \quad 2 z_1^2 z_6 z_7 + z_2 z_6 z_7 + z_3 z_6 z_7 + z_6^2 z_7 \quad z_7^2 + 2 z_2 z_7^2 + z_1 z_2 z_7^2 + z_6 z_7^2 \\
& z_7^3 + 2 z_1 z_8 \quad z_1^2 z_8 \quad z_1^4 z_8 + 3 z_2 z_8 \quad 3 z_1 z_2 z_8 \quad 2 z_1^2 z_2 z_8 \quad 2 z_1 z_2^2 z_8 + z_1^2 z_2^2 z_8 \quad 2 z_1 z_3 z_8 \\
& z_1 z_2 z_3 z_8 \quad z_2^2 z_3 z_8 + z_1 z_4 z_8 \quad z_1^2 z_4 z_8 + z_2 z_4 z_8 + z_3 z_4 z_8 + z_5 z_8 \quad z_1^2 z_5 z_8 \quad z_1 z_2 z_5 z_8 + \\
& z_3 z_5 z_8 + z_6 z_8 \quad 2 z_1 z_6 z_8 \quad z_1^3 z_6 z_8 + 2 z_1 z_3 z_6 z_8 + z_4 z_6 z_8 + z_1 z_6^2 z_8 \quad z_7 z_8 \quad z_1 z_7 z_8 \quad z_1^2 z_7 z_8 + \\
& z_2 z_7 z_8 \quad 4 z_1 z_2 z_7 z_8 \quad z_1^2 z_2 z_7 z_8 \quad z_3 z_7 z_8 \quad 2 z_1 z_3 z_7 z_8 \quad z_2 z_3 z_7 z_8 + z_4 z_7 z_8 + z_1 z_5 z_7 z_8 \\
& z_1 z_6 z_7 z_8 \quad 3 z_7^2 z_8 \quad z_1 z_7^2 z_8 + z_1^2 z_7^2 z_8 \quad z_2 z_7^2 z_8 \quad z_3 z_7^2 z_8 \quad z_6 z_7^2 z_8 \quad z_7^3 z_8 \quad 2 z_1 z_8^2 \quad z_1^3 z_8^2 \\
& z_1^4 z_8^2 \quad 3 z_2 z_8^2 \quad z_1 z_2 z_8^2 \quad z_1^2 z_2 z_8^2 \quad z_2^2 z_8^2 \quad z_3 z_8^2 + 3 z_1^2 z_3 z_8^2 + z_2 z_3 z_8^2 \quad z_3^2 z_8^2 \quad z_5 z_8^2 \\
& z_2 z_5 z_8^2 \quad 2 z_6 z_8^2 + z_1 z_6 z_8^2 + 2 z_1^2 z_6 z_8^2 + z_2 z_6 z_8^2 \quad z_3 z_6 z_8^2 \quad 2 z_7 z_8^2 \quad 2 z_2 z_7 z_8^2 \quad z_1 z_2 z_7 z_8^2 \\
& z_3 z_7 z_8^2 \quad z_1 z_8^3 + z_1^3 z_8^3 \quad z_2 z_8^3 + 2 z_1 z_2 z_8^3 + z_3 z_8^3 + z_6 z_8^3 + 2 z_7 z_8^3 \quad z_1 z_7 z_8^3 + z_1 z_8^4 + z_2 z_8^4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 3j_0j_0j_0j_0j_1j_1 = z_1^3 \quad z_1^4 + z_2 + z_1 z_2 \quad z_1 z_2^2 \quad z_1^2 z_2^2 + 2 z_1 z_3 + 3 z_1^2 z_3 + z_1 z_2 z_3 + z_2^2 z_3 \\
& z_3^2 + z_1^2 z_4 \quad z_2 z_4 \quad z_3 z_4 + z_5 \quad 3 z_1^2 z_5 \quad z_1^3 z_5 + 2 z_2 z_5 + 2 z_3 z_5 + 2 z_1 z_3 z_5 \quad z_4 z_5 + z_5^2 + z_6 + \\
& 3 z_1 z_6 + 3 z_1^2 z_6 \quad z_2 z_6 \quad z_1 z_2 z_6 + z_2^2 z_6 \quad 3 z_3 z_6 \quad 2 z_4 z_6 + 3 z_5 z_6 + z_1 z_5 z_6 \quad 3 z_6^2 \quad z_1 z_6^2 \\
& z_7 \quad z_1 z_7 \quad z_1^3 z_7 \quad z_1^4 z_7 + z_2 z_7 + z_1 z_2 z_7 \quad z_2^2 z_7 + z_3 z_7 + 2 z_1 z_3 z_7 + 3 z_1^2 z_3 z_7 \quad z_3^2 z_7 + z_4 z_7 \\
& z_1 z_4 z_7 \quad z_5 z_7 \quad z_2 z_5 z_7 + 3 z_6 z_7 + 3 z_1 z_6 z_7 + z_1^2 z_6 z_7 \quad 2 z_3 z_6 z_7 \quad 2 z_7^2 \quad z_1 z_7^2 + z_3 z_7^2 \\
& z_5 z_7^2 + z_6 z_7^2 \quad z_7^3 \quad z_8 \quad 3 z_1 z_8 \quad 3 z_1^2 z_8 + z_1^3 z_8 + 2 z_2 z_8 \quad 2 z_1 z_2 z_8 \quad z_1^2 z_2 z_8 + z_1^3 z_2 z_8 \quad z_2^2 z_8 + \\
& z_1 z_2^2 z_8 \quad z_2^3 z_8 + 3 z_3 z_8 + 2 z_2 z_3 z_8 \quad 2 z_1 z_2 z_3 z_8 \quad z_3^2 z_8 + 2 z_4 z_8 + z_1 z_4 z_8 + 2 z_2 z_4 z_8 \quad 2 z_5 z_8 \\
& 3 z_1 z_5 z_8 \quad 3 z_2 z_5 z_8 + 2 z_3 z_5 z_8 + 7 z_6 z_8 + z_1 z_6 z_8 + 2 z_1^2 z_6 z_8 + z_1^3 z_6 z_8 + 2 z_2 z_6 z_8 + z_1 z_2 z_6 z_8 \\
& 2 z_3 z_6 z_8 \quad 2 z_1 z_3 z_6 z_8 + z_4 z_6 z_8 \quad 2 z_6^2 z_8 \quad z_1 z_6^2 z_8 \quad 7 z_7 z_8 \quad 5 z_1 z_7 z_8 \quad 3 z_1^2 z_7 z_8 + z_1^3 z_7 z_8 \\
& z_1^2 z_2 z_7 z_8 \quad z_2^2 z_7 z_8 + 4 z_3 z_7 z_8 \quad z_1 z_3 z_7 z_8 + z_2 z_3 z_7 z_8 + 3 z_4 z_7 z_8 \quad 5 z_5 z_7 z_8 + z_1 z_5 z_7 z_8 + \\
& 9 z_6 z_7 z_8 + z_1 z_6 z_7 z_8 + z_2 z_6 z_7 z_8 \quad 8 z_7^2 z_8 \quad 2 z_1 z_7^2 z_8 \quad z_2 z_7^2 z_8 + z_3 z_7^2 z_8 \quad 2 z_7^3 z_8 \quad 5 z_8^2 \\
& z_1 z_8^2 + 2 z_1^2 z_8^2 + z_1^3 z_8^2 \quad 5 z_2 z_8^2 + 2 z_1 z_2 z_8^2 \quad z_1^2 z_2 z_8^2 + z_1 z_2^2 z_8^2 \quad 3 z_1 z_3 z_8^2 + z_4 z_8^2 \quad z_1 z_4 z_8^2 \\
& 3 z_5 z_8^2 + 4 z_1 z_5 z_8^2 \quad z_2 z_5 z_8^2 + z_6 z_8^2 \quad z_1^2 z_6 z_8^2 + 3 z_2 z_6 z_8^2 \quad z_3 z_6 z_8^2 \quad 12 z_7 z_8^2 + z_1 z_7 z_8^2 + \\
& z_1^2 z_7 z_8^2 \quad 4 z_2 z_7 z_8^2 \quad z_3 z_7 z_8^2 + 2 z_6 z_7 z_8^2 \quad 7 z_7^2 z_8^2 + z_1 z_7^2 z_8^2 + 5 z_1 z_8^3 \quad 2 z_3 z_8^3 \quad z_4 z_8^3 + 2 z_5 z_8^3 \\
& 2 z_6 z_8^3 \quad 3 z_1 z_6 z_8^3 + 3 z_7 z_8^3 + 2 z_1 z_7 z_8^3 + z_7^2 z_8^3 + 5 z_8^4 \quad z_1 z_8^4 + 2 z_2 z_8^4 \quad z_6 z_8^4 + 5 z_7 z_8^4 \quad z_1 z_8^5 \quad z_8^6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 3j_0j_0j_1j_1j_0j_0 = z_1 \quad z_1^2 + z_1^3 + z_1^4 \quad z_2 \quad 2 z_1 z_2 \quad z_2^2 + z_1 z_2^2 \quad z_1 z_3 \quad 2 z_1^2 z_3 \quad 2 z_1 z_2 z_3 + \\
& z_2 z_4 \quad z_5 + 3 z_1^2 z_5 + z_1^3 z_5 \quad 2 z_2 z_5 + z_1 z_2 z_5 \quad z_3 z_5 \quad 2 z_1 z_3 z_5 + z_4 z_5 \quad z_5^2 \quad 2 z_1 z_6 \quad 2 z_1^2 z_6 \\
& z_1 z_2 z_6 \quad z_1^2 z_2 z_6 + z_3 z_6 + z_2 z_3 z_6 \quad z_5 z_6 \quad z_1 z_7 \quad 2 z_1^2 z_7 + z_1^3 z_7 \quad z_2 z_7 \quad 3 z_1 z_2 z_7 + z_1 z_2^2 z_7 \\
& z_1 z_3 z_7 \quad z_1 z_4 z_7 + z_1 z_5 z_7 \quad 4 z_1 z_6 z_7 \quad z_2 z_6 z_7 + z_3 z_6 z_7 \quad z_1^2 z_7^2 \quad z_1 z_2 z_7^2 \quad z_8 + z_1 z_8 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2 z_1^2 z_8 + 2 z_2 z_8 + 2 z_1 z_2 z_8 + z_1^2 z_2 z_8 + z_2^2 z_8 + 2 z_1 z_2^2 z_8 + z_2^3 z_8 + 2 z_1 z_3 z_8 + z_2 z_3 z_8 + z_3^2 z_8 + \\
& 2 z_4 z_8 + z_1 z_4 z_8 + 2 z_2 z_4 z_8 + 3 z_5 z_8 + z_1 z_5 z_8 + z_1^2 z_5 z_8 + 2 z_2 z_5 z_8 + 2 z_3 z_5 z_8 + 2 z_6 z_8 \\
& z_1 z_6 z_8 + 2 z_1^2 z_6 z_8 + 5 z_2 z_6 z_8 + 2 z_1 z_2 z_6 z_8 + 3 z_3 z_6 z_8 + 2 z_6^2 z_8 + 5 z_1 z_7 z_8 + z_1^2 z_7 z_8 \\
& z_2 z_7 z_8 + z_3 z_7 z_8 + 2 z_5 z_7 z_8 + 2 z_7^2 z_8 + 4 z_1 z_7^2 z_8 + z_7^3 z_8 + 2 z_8^2 + 3 z_1 z_8^2 + 2 z_1^2 z_8^2 + z_1^3 z_8^2 \\
& 3 z_2 z_8^2 + z_1 z_2 z_8^2 + z_2^2 z_8^2 + 2 z_1 z_3 z_8^2 + z_2 z_3 z_8^2 + 2 z_5 z_8^2 + z_1 z_5 z_8^2 + z_6 z_8^2 + 2 z_1 z_6 z_8^2 + z_2 z_6 z_8^2 \\
& z_7 z_8^2 + z_1 z_7 z_8^2 + z_1^2 z_7 z_8^2 + 7 z_2 z_7 z_8^2 + z_3 z_7 z_8^2 + 2 z_6 z_7 z_8^2 + z_7^2 z_8^2 + 3 z_1 z_8^3 + z_3 z_8^3 + z_5 z_8^3 + \\
& 2 z_6 z_8^3 + 2 z_7 z_8^3 + 2 z_1 z_7 z_8^3 + z_1 z_8^4 + 2 z_2 z_8^4 + z_7 z_8^4 + z_8^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 0,0,0,0,0,0,0,0,0 = z_1^2 + z_1^3 + z_2 + 2 z_1 z_2 + 2 z_1 z_3 + z_2 z_3 + z_4 + z_5 + 2 z_1 z_5 + z_6 + z_1 z_6 + z_2 z_6 + z_6^2 \\
& z_7 + z_1 z_7 + z_1^2 z_7 + z_2 z_7 + z_3 z_7 + 2 z_5 z_7 + z_6 z_7 + 2 z_7^2 + z_1 z_7^2 + z_7^3 + z_8 + z_1 z_8 + 2 z_1^2 z_8 + 2 z_4 z_8 \\
& z_6 z_8 + 2 z_1 z_6 z_8 + 2 z_7 z_8 + 4 z_1 z_7 z_8 + 2 z_2 z_7 z_8 + 6 z_6 z_7 z_8 + z_7^2 z_8 + z_8^2 + 2 z_2 z_8^2 + 3 z_5 z_8^2 + 2 z_6 z_8^2 + \\
& 3 z_7 z_8^2 + 3 z_1 z_7 z_8^2 + 6 z_7^2 z_8^2 + 2 z_8^3 + 2 z_1 z_8^3 + z_2 z_8^3 + 4 z_6 z_8^3 + 3 z_7 z_8^3 + z_8^4 + z_1 z_8^4 + 5 z_7 z_8^4 + z_8^5 + z_8^6
\end{aligned}$$

Acknowledgements

This paper was completed during the visit of one of the authors (A.M.P.) to the Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik, and he thanks the institute staff for the hospitality. This work was partially supported by Spanish Government under grants MTM 2006-10532 (JFN) and FIS2006-09417 (WGF and AMP).

References

- [1] Calogero F., Classical Many Body Problems Amenable to Exact Treatments, Springer, 2001.
- [2] Perelomov A.M., Integrable Systems of Classical Mechanics and Lie Algebras, Birkhauser, 1990.
- [3] Calogero F., J. Math. Phys. 12, 419{436, 1971.
- [4] Sutherland B., Phys. Rev. A 4, 2019{2021, 1972.
- [5] Moser J., Adv. Math. 16, 197{220, 1975.
- [6] Olshanetsky M.A. and Perelomov A.M., Phys. Rep. 71, 314{400, 1981; Phys. Rep. 94, 313{404, 1983.
- [7] van Diejen J.F. and Vinet L. (Eds.), Calogero-Moser-Sutherland Models, Springer, 2000.
- [8] Caselle M., Nuclear Phys. Proc. Suppl. 45A, 120-129, 1996. Capello M. and Caselle M., J. Phys., C 15, 6845-6854, 2003.
- [9] Perelomov A.M., J. Phys. A 31, L31{L37, 1998; Perelomov A.M., Ragoucy E. and Zaugg Ph., J. Phys. A 31, L559{L565, 1998; Perelomov A.M., J. Phys. A 32, 8563{8576, 1999; Garcia-Fuertes W., Lorente M., Perelomov A.M., J. Phys. A 34, 10963{10973, 2001.

- [10] Fernandez-Nunez J., Garcia-Fuertes W., Pereboom A M., Phys.Lett.A 307, 233{238, 2003. J. Math. Phys. 44, 4957{4974, 2003. J. Nonlinear Math. Phys. 12, Suppl. 1, 280-301, 2005. J. Math. Phys. 46, 073508, 2005. J. Math. Phys. 46, 103505, 2005. Theor. Math. Phys., 154, 240-249, 2008.
- [11] LiE. A computer algebra package for Lie groups computations. www-math.univ-poitiers.fr/~maavl/LiE/
- [12] Onishchik A.L. and Vinberg E.B., Lie Groups and Algebraic Groups, Springer, 1990.
- [13] Comwell J.F., Group Theory in Physics, Vol. II, Academic Press, 1984; Bourbaki N., Groupes et Algebres de Lie, Hermann, 1975.
- [14] Khashtgir S.P., Pocklington A.J., Sasaki R., J. Phys. A 33, 9033{9064, 2000.